

Licence Professionnelle IMA : A.U 2022/2023

Examen : ANALYSE 5 ET TOPOLOGIE (Session Rattrapage)

NB : Les calculatrices et les documents sont interdits et La rédaction sera prise en compte.

Exercice 1 :(4 Points)

Soit $z = x + iy$ où x et y sont deux réels, et soit f une fonction définie par : $f(z) = ax + iy + ie^z$,
($a \in \mathbb{R}$)

- 1) Mettre $f(z)$ sous la forme $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$; où U et V sont des fonctions réelles.
- 2) Déterminer a pour que f vérifie les conditions de Cauchy-Riemann

Exercice 2 :(5 Points)

Calculer l'intégrale $\int_{\Gamma^-} (z^2 + 3z) dz$,

où Γ^- est le quart du cercle de centre $(0; 0)$ joignant les points $A(2; 0)$ et $B(0; -2)$ et orienté négativement.

Exercice 3 :(8 Points)

En utilisant Théorème des résidus, calculer l'intégrale suivante : $\int_{\{|z|=4\}} \frac{e^z}{z^2(z^2 + \pi^2)} dz$.

Exercice 4 :(3 Points)

Soit E un espace normé, A et B deux parties de E . On note $A+B = \{x = a + ib; a \in A \text{ et } b \in B\}$
Montrer que si A compacte et B fermée, alors $A + B$ est fermée.