Evren Ayberk Munis, 2024

Automatic Control Ders 2

Stability & BIBO Stability

Proper Fraction

$$H(s) = \frac{N_H(s)}{D_H(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}, \quad m \le n$$

- n>m -> strictly proper
- m=n proper

Transfer Function

- Sistemlerin bir tane transfer fonksiyonu vardır. Ancak bir transfer fonksiyonu birden fazla sistem için geçerli olabilir. Bundan dolayı transfer fonksiyonundan sistem bulunması imkansızdır

Nattural Modes

- A matrisinin eigen valueları bulunur ve e üzeri cinsinden yazılır
- $\text{Ör}\ \lambda_{1,2} = 3, -2 \rightarrow\ e^3\ ve\ e^{-2}$
- Eğer sıfırdan birden fazla var ise bu ters laplace dönüşümü kullanılır

$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$

Ör: 1.sıfır için e^0 gelirken ikinci sıfır kökü için t*e^0 geliyor.

- Eğer complex eigen valuelar var ise $\text{Ör}\ \lambda_1 = 3 - 2i \rightarrow\ e^{3-2i}$
- Şeklinde yazılır isterseniz bunu euler formlü ile düzenleyebilirsiniz.

$$e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi$$

Modal Analysis

- Convergent eğer $Re(\lambda_i) < 0$
- Bounded (not convergent) eğer $Re(\lambda_i) = 0\ ve\ \mu_i = 1$
- Divergent eğer $Re(\lambda_i) = 0\ ve\ \mu_i > 1\ ya\ da\ Re > 0$

Time Constant

- $\tau = \left|\frac{1}{Re(\lambda_i)}\right|$

Stability

- Bir LTI sistemin internally stable olması için bütün eigen valueların $Re(\lambda_i) \le 0\ ve\ eğer\ Re(\lambda_i) = 0\ ise\ \mu_i = 1$
- Bir LTI sistemin asymptotically stable olması için bütün eigen valueların $Re(\lambda_i) < 0$
- Bir LTI sistemin unstable olması için herhangi bir eigen valuenun $Re(\lambda_i) > 0\ veya\ eğer\ Re(\lambda_i) = 0\ ise\ \mu_i > 1$

BIBO Stability

- *Eğer bir sistemin transfer fonksiyonun bütün polelları negatif real kısma sahip ise bu sistem BIBO stabledır*

- **Internal stability** | **BIBO stability**

  Asymptotically stable ⇒ BIBO Stable

  Not asymptotically stable (Internally stable or unstable) ⇐ BIBO unstable

  In general, the inverse implications do not hold if the system is not minimal.

  Politecnico di Torino | Automatic Control – M. Canale | AC_L05 17

Study Internal Stability (Soru)

1. A matrisinin eigen valuelarını bul eig=roots(minpoly(A))
2. Önceki sayfadaki Stability conditionlarını incele

Modal Analysis and Natural Modes(Soru)

3. A matrisisnin eigen valuelarını bul bul eig=roots(minpoly(A))
1. Önceki sayfadaki natural modes kısmında olduğu gibi e üzerine koy
2. Modal analysis kısmındaki conditionlarla matrisin eigen valuelarını incele

Bibo Stability

1. Bütün matrisleri matlaba gir
2. S=ss(A,B,C,D) ile sistemi oluştur
3. H=tf(S) ile transfer fonksiyonunu bul
4. Pole(H) ile transfer fonksiyonunn kutuplarını bul
5. Ve Bibo stability conditionlarını incele

Steady State (Normal Input)

$$u(t) = u\_bar * \varepsilon(t)$$

1. Steady State olabilmesi için BIBO stable olması gerekmekte ondan dolayı, ilk olarak bibo stable mı değil mi diye soruda verilen transfer fonksiyonuna bakınız
2. Eğer öyle ise K=dcgain(H)*u_bar hesapla
3. We get: $y_{ss}(t) = K\bar{u}\epsilon(t) = ($ formüle koy

Steady State (Sinüs Input)

$$u(t) = u_{bar} * sin(w0t) * \varepsilon(t)$$

1. Steady State olabilmesi için BIBO stable olması gerekmekte ondan dolayı, ilk olarak bibo stable mı değil mi diye soruda verilen transfer fonksiyonuna bakınız
2. [mag,phi]=bode(H,w0) değerlerini hesapla
3. Y_bar=ubar*mag
4. Ph_rad=phi/180*pi işlemlerini yap
5. Formülde yerine koy

- We get: $y_{ss}(t) = \bar{y}\sin(\omega_0 t + \phi)\epsilon(t)$

Not: Eğer her ikisinden de gelirse yukarıdakiler işlemleri yapıp iki steady state değerlerini toplayın Ör:$yss(t) = yss1(t) + yss2(t)$

Transfer Fonksiyonundan zeta ve wn

$$T(s) = K\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

1. Transfer fonksiyonuna bakarak bu değerler kolayca hesaplanabilir
2. Time constant=$\left|\frac{1}{zeta*wn}\right|$
3. Bu değerler ise step(H) diyerek grafiğe bakılıp cevaplanabilir
4. S(overshoot)=(ymax-ysonsuz)/ysonsuz (ya da bu değerin yüzde hali)
5. Steady state=ysonsuz
6. Peak_time=max değerini gördüğü zaman
7. Rise time=ysonsuz değerini gördüğü ilk zaman
8. $Settling\ time\ t_{s,\alpha}$=(1-0.01*alpha)*steadystate ile (1-0.01*alpha)*steadystate değerlleri arasında git gel yapmaya başladığı ilk zaman
9. $\%\alpha\ \%B\ rise\ time$=steady statein valusunun t1=(%alpha*steadystate) değerine ulaştığı ilk zaman valusunun t2=(%beta*steadystate) değerine ulaştığı ilk zaman %alpha %b rise time=t2-t1