

Automatic Control Ders 2

Stability & BIBO Stability

Proper Fraction

$$H(s) = \frac{N_H(s)}{D_H(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad m \leq n$$

- $n > m \rightarrow$ strictly proper
- $m = n$ proper

Transfer Function

- Sistemlerin bir tane transfer fonksiyonu vardır. Ancak bir transfer fonksiyonu birden fazla sistem için geçerli olabilir. Bundan dolayı transfer fonksiyonundan sistem bulunması imkansızdır

Natural Modes

- A matrisinin eigen valueları bulunur ve e üzeri cinsinden yazılır
- Ör $\lambda_{1,2} = 3, -2 \rightarrow e^3$ ve e^{-2}
- Eğer sıfırdan birden fazla var ise bu ters laplace dönüşümü kullanılır

$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
------------------	---------------------

Ör: 1.sıfır için e^0 gelirken ikinci sıfır kökü için $t \cdot e^0$ geliyor.

- Eğer complex eigen valuelar var ise Ör $\lambda_1 = 3 - 2i \rightarrow e^{3-2i}$
- Şeklinde yazılır isterseniz bunu euler formülü ile düzenleyebilirsiniz.

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

Modal Analysis

- Convergent eğer $Re(\lambda_i) < 0$
- Bounded (not convergent) eğer $Re(\lambda_i) = 0$ ve $\mu_i = 1$
- Divergent eğer $Re(\lambda_i) = 0$ ve $\mu_i > 1$ ya da $Re > 0$

Time Constant

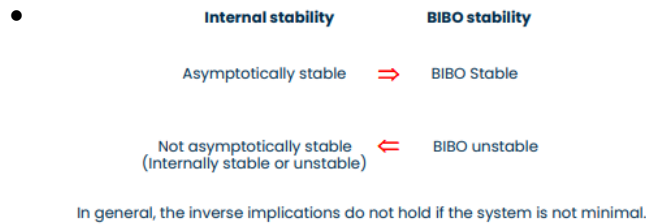
- $\tau = \left| \frac{1}{Re(\lambda_i)} \right|$

Stability

- Bir LTI sistemin internally stable olması için bütün eigen valueların $Re(\lambda_i) \leq 0$ ve eğer $Re(\lambda_i) = 0$ ise $\mu_i = 1$
- Bir LTI sistemin asymptotically stable olması için bütün eigen valueların $Re(\lambda_i) < 0$
- Bir LTI sistemin unstable olması için herhangi bir eigen valuenun $Re(\lambda_i) > 0$ veya eğer $Re(\lambda_i) = 0$ ise $\mu_i > 1$

BIBO Stability

- Eğer bir sistemin transfer fonksiyonun bütün polelları negatif real kısma sahip ise bu sistem BIBO stabledir



Study Internal Stability (Soru)

1. A matrisinin eigen valuelarını bul $\text{eig}=\text{roots}(\text{minpoly}(A))$
2. Önceki sayfadaki Stability conditionlarını incele

Modal Analysis and Natural Modes(Soru)

3. A matrisinin eigen valuelarını bul $\text{eig}=\text{roots}(\text{minpoly}(A))$
1. Önceki sayfadaki natural modes kısmında olduğu gibi e üzerine koy
2. Modal analysis kısmındaki conditionlarla matrisin eigen valuelarını incele

Bibo Stability

1. Bütün matrisleri matlaba gir
2. $S=\text{ss}(A,B,C,D)$ ile sistemi oluştur
3. $H=\text{tf}(S)$ ile transfer fonksiyonunu bul
4. $\text{Pole}(H)$ ile transfer fonksiyonun kutuplarını bul
5. Ve Bibo stability conditionlarını incele

Steady State (Normal Input)

$$u(t) = u_{\text{bar}} * \varepsilon(t)$$

1. Steady State olabilmesi için BIBO stable olması gerekmekte ondan dolayı, ilk olarak bibo stable mı değil mi diye soruda verilen transfer fonksiyonuna bakınız
2. Eğer öyle ise $K=\text{dcgain}(H)*u_{\text{bar}}$ hesapla

3. We get: $y_{ss}(t) = K\bar{u}\epsilon(t)$ formüle koy

Steady State (Sinüs Input)

$$u(t) = u_{\text{bar}} * \sin(\omega_0 t) * \varepsilon(t)$$

1. Steady State olabilmesi için BIBO stable olması gerekmekte ondan dolayı, ilk olarak bibo stable mı değil mi diye soruda verilen transfer fonksiyonuna bakınız
2. $[\text{mag},\text{phi}]=\text{bode}(H,\omega_0)$ değerlerini hesapla
3. $Y_{\text{bar}}=u_{\text{bar}}*\text{mag}$
4. $\text{Ph}_{\text{rad}}=\text{phi}/180*\pi$ işlemlerini yap
5. Formülde yerine koy

We get: $y_{ss}(t) = \bar{y} \sin(\omega_0 t + \phi) \epsilon(t)$

Not: Eğer her ikisinden de gelirse yukarıdakiler işlemleri yapıp iki steady state değerlerini toplayın Ör: $y_{ss}(t) = y_{ss1}(t) + y_{ss2}(t)$

Transfer Fonksiyonundan zeta ve ω_n

$$T(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

1. Transfer fonksiyonuna bakarak bu değerler kolayca hesaplanabilir
2. Time constant = $\left| \frac{1}{\zeta\omega_n} \right|$
3. Bu değerler ise step(H) diyerek grafiğe bakılıp cevaplanabilir
4. S(overshoot) = $(y_{max} - y_{sonsuz}) / y_{sonsuz}$ (ya da bu değer yüzde hali)
5. Steady state = y_{sonsuz}
6. Peak_time = max değerini gördüğü zaman
7. Rise time = y_{sonsuz} değerini gördüğü ilk zaman
8. *Settling time* $t_{s,\alpha} = (1 - 0.01 \cdot \alpha) \cdot \text{steadystate}$ ile $(1 - 0.01 \cdot \alpha) \cdot \text{steadystate}$ değerleri arasında git gel yapmaya başladığı ilk zaman
9. $\% \alpha$ *%B rise time* = steady statein valusunun $t_1 = (\% \alpha \cdot \text{steadystate})$ değerine ulaştığı ilk zaman valusunun $t_2 = (\% \beta \cdot \text{steadystate})$ değerine ulaştığı ilk zaman
 $\% \alpha$ *%b rise time* = $t_2 - t_1$