

Automatic Control Ders 1

Analytical Expressions

1) With ONLY Real Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A=[2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz
8. $X/Y = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*x0 + \text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*B*U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. $[\text{num1}, \text{dem1}] = \text{tfdata}(X(1) \text{ (1. X için demek)}, 'v');$
11. Pole ve residueları buluyoruz
12. $[\text{r1}, \text{p1}] = \text{residue}(\text{num1}, \text{dem1});$
13. $x_1(t) = r_1 e^{p_1 t} + r_2 e^{p_2 t} + \dots$
14. Yukarıdaki formülde residue ve polelları yerine koyuyoruz
15. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz
16. En sonunda bütün formülü epsilon t ile çarpıyoruz

2) With ONLY Complex Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A=[2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz
8. $X/Y = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*x0 + \text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*B*U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. $[\text{num1}, \text{dem1}] = \text{tfdata}(X(1) \text{ (1. X için demek)}, 'v');$
11. Pole ve Residueları buluyoruz
12. $[\text{r1}, \text{p1}] = \text{residue}(\text{num1}, \text{dem1});$
13. Residueda sanal kısmı pozitif olan kökleri alıyoruz (Ör. $5+8i$)
14. Magnitude $M = \text{abs}(r(\text{hangi residue ise}))$ $\phi = \text{angle}(r(\text{hangi residue ise}))$
15. Ve aşağıdaki formülde yerine koyuyoruz
16. $y(t) = [2 * M e^{\text{Re}[p_1]t} \cos(\text{Im}[p_1]t + \phi)] \epsilon(t)$
17. Eğer birden fazla pozitif residue var ise hepsi için tek tek 15. satırdan itibaren tekrar ediyoruz.
18. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz

19. En sonunda bütün formülü epsilon t ile çarpıyoruz

3) Both Complex and Real Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A=[2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ 'nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz
8. $X = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*x0 + \text{inv}(s*\text{eye}(2)-A)*B*U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. $[\text{num1}, \text{dem1}] = \text{tfdata}(X(1))$ (1. X için demek), 'v');
11. Pole ve Residueları buluyoruz
12. $[\text{r1}, \text{p1}] = \text{residue}(\text{num1}, \text{dem1});$
13. Residuedaki sanal kısmı pozitif olan kökleri alıyoruz (Ör. $5+8i$)
14. Magnitude $M = \text{abs}(r(\text{hangi kökse}))$ $\phi = \text{angle}(r(\text{hangi kökse}))$
15. Ve aşağıdaki formülde yerine koyuyoruz
16. $y(t) = [2 * M e^{\text{Re}[p_1]t} \cos(\text{Im}[p_1]t + \phi)] \epsilon(t)$
17. Roottaki real kökleri aşağıdaki formüle koyuyoruz
18. $x_1(t) = r_1 e^{p_1 t} + r_2 e^{p_2 t} + \dots$
19. Yalnız eğer birden fazla $0+0i$ pole sahip sadece reel kısmı residue var ise aşağıdaki formülü kullanıyoruz

$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
------------------	---------------------

İlk residue için $n=0$ sonrası $1, 2, 3 \dots n$. Ör: $r(1)=1.16$ $r(2)=1.2$ $p(1)=0$ $p(2)=0$. Örnekteki ifade aşağıdakine eşittir. Bundan dolayı ikinci 0 t üçüncü 0 $t^2/2$ ile çarpılır ve böyle devam eder. Formüle ise 21.maddedeki gibi konulur

$$L^{-1} \left\{ \frac{1.16}{s} + \frac{1.2}{s^2} \right\} = 1.6 + 1.2t$$

20. En sonunda hepsi ayrı ayrı toplanır ve epsilon ile çarpılır

21. Örnek Sonuç: $y(t) = (-0.16e^{-5t} + 1.15e^{-\frac{t}{2}} \cos(0.87t + 2.62)) + (r(1)1.16 + 1.2t (r(2)))\epsilon(t)$

22. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz

Laplace Transforms (Ezbere Bilinmeli)

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$\epsilon(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\frac{t^n e^{at}}{n!}$	$\frac{1}{(s-a)^{n+1}}$
$\sin(\omega_o t)$	$\frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2}$
$\cos(\omega_o t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_o^2}$