

Automatic Control Ders 1

Analaytical Expressions

1)With ONLY Real Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A=[2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ 'nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz
8. $X/Y = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot x_0 + \text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot B \cdot U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. `[num1,dem1]=tfdata(X(1) (1. X için demek), 'v');`
11. Pole ve residueları buluyoruz
12. `[r1,p1]=residue(num1,dem1);`
13. $x_1(t) = r_1 e^{p_1 t} + r_2 e^{p_2 t} + \dots$
14. Yukarıdaki formülde residue ve polelları yerine koyuyoruz
15. Eğer poleü aynı birden fazla sadece reel kök var ise bu formülü kullanıyoruz

$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
------------------	---------------------

İlk residue için $n=0$ sonrası 1,2,3...n. Ör: $r(1)=1.16$ $r(2)=1.2$ $p(1)=0$ $p(2)=0$. Örnekteki ifade aşağıdakine eşittir. Bundan dolayı ikinci 0 t üçüncü 0 $t^{2/2}$ ile çarpılır ve böyle devam eder. Formüle ise 21.maddedeki gibi konulur

$$L^{-1} \left\{ \frac{1.16}{s} + \frac{1.2}{s^2} \right\} = 1.6 + 1.2t$$
$$L^{-1} \left\{ \frac{1.16}{s-5} + \frac{1.2}{(s-5)^2} \right\} = 1.6e^{5t} + 1.2e^{5t}t$$

- 16.
17. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz
18. En sonunda bütün formülü epsilon t ile çarpıyoruz

2) With ONLY Complex Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A=[2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ 'nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz

8. $X/Y = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot x_0 + \text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot B \cdot U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. $[\text{num1}, \text{dem1}] = \text{tfdata}(X(1))$ (1. X için demek), 'v');
11. Pole ve Residueları buluyoruz
12. $[\text{r1}, \text{p1}] = \text{residue}(\text{num1}, \text{dem1});$
13. Residueda kompleks conjugatelerin ilkini alıyoruz. Ör:

$$3.15 + 5.14i$$

$$3.15 - 5.14i$$

Yazıyor ise $3.15 + 5.14i$ yi

$$3.15 - 5.14i$$

$$3.15 + 5.14i$$

İse $3.15 - 5.14i$ yi alıyoruz

14. Magnitude $M = \text{abs}(r(\text{hangi residue ise}))$ $\phi = \text{angle}(r(\text{hangi residue ise}))$
15. Ve aşağıdaki formülde yerine kovuyoruz
16. $y(t) = [2 * M e^{\text{Re}[p_1]t} \cos(\text{Im}[p_1]t + \phi)] \epsilon(t)$
17. Eğer birden fazla pozitif residue var ise hepsi için tek tek 15.satırdan itibaren tekrar ediyoruz.
18. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz
19. En sonunda bütün formülü epsilon t ile çarpıyoruz

3) Both Complex and Real Residues

1. Bütün matrisleri yazıyoruz ($A = [2 \ 2; 2 \ 2], B, C, D$)
2. Girdi fonksiyonunu olan $u(t)$ nin laplas dönüşümünü yapıyoruz
3. Soru eğer bizden $x(t)$ (state response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
4. $X(s) = (sI - A)^{-1} x(0) + (sI - A)^{-1} B U(s)$
5. $y(t)$ (output response) istiyorsa aşağıdaki değeri buluyoruz
6. $Y(s) = C(sI - A)^{-1} x(0) + [C(sI - A)^{-1} B + D] U(s)$
7. Zero/pole/gain formu buluyoruz
8. $X = \text{zpk}(\text{minreal}(\text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot x_0 + \text{inv}(s \cdot \text{eye}(2) - A) \cdot B \cdot U_2, 1e-2));$
9. Her bir X ya da Y için numerator ve denominator değerlerini buluyoruz
10. $[\text{num1}, \text{dem1}] = \text{tfdata}(X(1))$ (1. X için demek), 'v');
11. Pole ve Residueları buluyoruz
12. $[\text{r1}, \text{p1}] = \text{residue}(\text{num1}, \text{dem1});$
13. Residuedaki sanal kısmı pozitif olan kökleri alıyoruz (Ör. $5 + 8i$)
14. Magnitude $M = \text{abs}(r(\text{hangi kökse}))$ $\phi = \text{angle}(r(\text{hangi kökse}))$
15. Ve aşağıdaki formülde yerine kovuyoruz
16. $y(t) = [2 * M e^{\text{Re}[p_1]t} \cos(\text{Im}[p_1]t + \phi)] \epsilon(t)$
17. Roottaki real kökleri aşağıdaki formüle koyuyoruz
18. $x_1(t) = r_1 e^{p_1 t} + r_2 e^{p_2 t} + \dots$
19. Eğer poleü aynı birden fazla sadece reel kök var ise bu formülü kullanıyoruz

$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
------------------	---------------------

İlk residue için n=0 sonrası 1,2,3...n. Ör: r(1)=1.16 r(2)=1.2 p(1)=0 p(2)=0. Örnekteki ifade aşağıdakine eşittir. Bundan dolayı ikinci 0 t üçüncü 0 t^2/2 ile çarpılır ve böyle devam eder. Formüle ise 21.maddedeki gibi konulur

$$L^{-1} \left\{ \frac{1.16}{s} + \frac{1.2}{s^2} \right\} = 1.6 + 1.2t$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{1.16}{s-5} + \frac{1.2}{(s-5)^2} \right\} = 1.6e^{5t} + 1.2e^{5t}t$$

20. En sonunda hepsi ayrı ayrı toplanır ve epsilon ile çarpılır

21. Örnek Sonuç: $y(t) = (-0.16e^{-5t} + 1.15e^{-\frac{t}{2}} \cos(0.87t + 2.62)) + (r_1)1.16 + 1.2t (r_2))\varepsilon(t)$

22. Eğer birden fazla X ve Y var ise hepsi için aynı işlemi 10. Satırdan itibaren tekrar edip hepsinin ayrı formüllerini buluyoruz

Laplace Transforms (Ezbere Bilinmeli)

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$\varepsilon(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\frac{t^n e^{at}}{n!}$	$\frac{1}{(s-a)^{n+1}}$
$\sin(\omega_o t)$	$\frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2}$
$\cos(\omega_o t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_o^2}$