CORS0 DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA LA
PROVA SCRITTA
27 giugno 2006

1. Siano H_α e K i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^4$:

$$H_\alpha = \operatorname{Span}\left(\{(0,0,2,1);(1,2,0,0);(1,2,4,\alpha)\}\right),$$
$$K = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 |\, 2x - y - z + 2t = 0 \wedge y - z = 0\right\}.$$

a. Si determini la dimensione dello spazio H_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$

b. Posto $\alpha = 2$, si determini una base per il sottospazio $H_2 \cap K$ di $\mathbb{R}^4$.

c. Si deduca la dimensione di $H_2 + K$. Tale somma è diretta? Motivare la risposta.

2. Siano f e g gli endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ cosí definiti:

$$f((x,y,z)) = (-2y, 0, -2y); \qquad \begin{array}{l} g((1,0,0)) = (0,-2,0) \\ g((0,1,0)) = (1,1,1) \\ g((0,0,1)) = (1,-1,1) \end{array}$$

a. f è diagonalizzabile? Motivare la risposta.

b. Si determinino una rappresentazione cartesiana dei sottospazi di $\mathbb{R}^3$ $U = Im(f)$ e $W = Ker(g)$.

c. Si determini una rappresentazione cartesiana e una base del sottospazio $U + W$.

3. Si classifichi, al variare del parametro reale h la quadrica di eqazioni

$$(2+h)x^2 - (h+1)y^2 - z^2 + 2yz - 2y - 2z + 2 = 0$$

nello spazio euclideo.