Corsi di Laurea in

Ingegneria Meccanica

Testo della prova scritta di Geometria ed Algebra
(prof. Flavio Bonetti)

del 10 settembre 2003

1. Si considerino le seguenti funzioni: **f**, **g** : $R^3 \to R^3$ definite da:

f((x;y;z)) = (z ; – y ; –y + 2z),

g((x;y;z)) = (x – y ; x – y – z ; 2x – 2y – 2z).

i) Determinare la dimensione ed una base di **Ker** (**g o f**) e di **Im** (**g o f**);

ii) studiare la diagonalizzabilà di **g o f**;

iii) determinare una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare canonico) di **Im g** + **Ker f**.

2. E' data la seguente forma bilineare ϕ su R^3

$$\phi((x;y;z);(x';y';z`)) = xx' + yx' + xy' + 4yy' + 2xz' + 2zx' + 7zz';$$

a) si verifichi che ϕ è un prodotto scalare;

b) Determinare una base di R^3 ortonormale rispetto a ϕ;

c) si consideri il sottospazio vettoriale di R^3

$$\mathbf{W} = \{(h ; 2h - 3k; 3k) \text{ tale che } h,k \in R \};$$

si trovi una base del sottospazio di R^3 ortogonale a **W** rispetto al prodotto scalare ϕ.

3. Nello spazio euclideo di dimensione 3 si classifichino le quadriche del fascio di equazione

$$x^2 + 2y^2 + (2 + k) z^2 + 2yz - 6y - 6z + 1 = o$$