

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE ED  
INGEGNERIA MECCANICA**

**ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA  
PROVA SCRITTA**

**F. Bonetti, M.Silimbani**

**22 gennaio 2009**

- 1.** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & k \end{pmatrix}$$

definita al variare del parametro reale  $k$ . Sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  canonicamente associato ad  $A$ .

- i. Discutere la iniettività di  $f$  al variare di  $k$ .
  - ii. Posto  $k = -1$ , determinare una rappresentazione cartesiana dell'immagine di  $f$ .
  - iii. Posto  $k = -1$ , studiare la diagonalizzabilità di  $f$ .
  - iv. Posto  $k = -1$ , determinare una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare canonico) di ciascun autospazio.
- 2.** Si classifichi il fascio di quadriche  $\mathcal{C}_t : (2+t)x^2 - (t+1)y^2 - z^2 + 2yz - 2y - 2z + 2 = 0$  al variare del parametro reale  $t$ . Classificare inoltre le coniche ottenute intersecando il fascio  $\mathcal{C}_t$  con il piano  $\pi : x = 0$ .
- 3.** Si considerino la retta

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

e il punto  $P = (1, 2, 0)$  nello spazio ordinario. Determinare:

- i. il piano  $\pi$  passante per  $P$  e perpendicolare a  $r$ ;
- ii. il piano  $\rho$  passante per  $P$  e contenente  $r$ .