

# Quesiti di Fisica Generale

## 1. Meccanica

prof. Domenico Galli

29 maggio 2018

I compiti scritti di esame del prof. D. Galli propongono **4 quesiti, sorteggiati** — **individualmente** per ogni studente — da questa lista, nella versione disponibile sul Web 15 giorni prima della data della prova scritta.

Il “**punteggio**” riportato a fianco di ogni quesito è calcolato sulla base di tutti i **precedenti risultati** su tale quesito nelle **prove di esame**, in modo da rendere il secondo terzile della distribuzione dei voti, su ogni singolo quesito, pari a 3/3. In altre parole il punteggio assegnato al singolo quesito è tale da assicurare che un terzo degli studenti che hanno affrontato il quesito ottenga la massima valutazione.

I “punteggi” dei quesiti riportati in questa lista sono **indicativi**. Essi **si modificano dinamicamente a ogni appello di esame**, in modo da divenire una valutazione sempre più precisa dell’effettiva difficoltà del quesito (all’aumentare della statistica sperimentale l’errore di misura diminuisce).

---

## 1 Calcolo vettoriale

---

1. v\_df\_01 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire la somma di due vettori senza fare riferimento a una loro particolare rappresentazione, aiutandosi eventualmente con un disegno. (b) Esprimere la regola di somma di due vettori nella rappresentazione cartesiana.
2. v\_df\_02 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire la differenza di due vettori senza fare riferimento a una loro particolare rappresentazione, aiutandosi eventualmente con un disegno. (b) Esprimere la regola di sottrazione di due vettori nella rappresentazione cartesiana.
3. v\_df\_03 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire il prodotto scalare di due vettori senza fare riferimento a una loro particolare rappresentazione, aiutandosi eventualmente con un disegno. (b) Esprimere la regola di calcolo del prodotto scalare di due vettori nella rappresentazione cartesiana.
4. v\_df\_04 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire il prodotto vettoriale di due vettori senza fare riferimento a una loro particolare rappresentazione, aiutandosi eventualmente con uno o più disegni. (b) Esprimere la regola di calcolo del prodotto vettoriale di due vettori nella rappresentazione cartesiana.

5. v\_df\_05 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire la *moltiplicazione scalare* di un vettore senza fare riferimento a una sua particolare rappresentazione, aiutandosi eventualmente con un disegno. (b) Esprimere la regola di calcolo della *moltiplicazione scalare* di un vettore nella rappresentazione cartesiana.
6. v\_df\_06 (Punteggio: 6.00)  
Definire la *curvatura*  $\kappa$  e la *torsione*  $\tau$  di una traiettoria a partire dai vettori della base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  e dalle loro derivate.
7. v\_op\_01 (Punteggio: 3.00)  
Dati i moduli fissati  $a = 13$  e  $b = 25$  di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo della somma  $\vec{a} + \vec{b}$  al variare dell'angolo compreso tra i due vettori? Esprimere i valori minimo e massimo con due numeri e motivare la risposta sulla base della definizione di somma di vettori.
8. v\_op\_02 (Punteggio: 3.00)  
Dati i moduli fissati  $a = 15$  e  $b = 27$  di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo della differenza  $\vec{a} - \vec{b}$  al variare dell'angolo compreso tra i due vettori? Esprimere i valori minimo e massimo con due numeri e motivare la risposta sulla base della definizione di differenza di due vettori.
9. v\_op\_03 (Punteggio: 3.00)  
Dati i moduli fissati  $a = 15$  e  $b = 27$  di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il prodotto scalare  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  al variare dell'angolo compreso tra i due vettori? Esprimere i valori minimo e massimo con due numeri e motivare la risposta sulla base della definizione del prodotto scalare.
10. v\_op\_04 (Punteggio: 3.00)  
Dati i moduli fissati  $a = 13$  e  $b = 25$  di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo del prodotto vettoriale  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  al variare dell'angolo compreso tra i due vettori? Esprimere i valori minimo e massimo con due numeri e motivare la risposta sulla base della definizione del prodotto vettoriale.
11. v\_op\_05 (Punteggio: 3.00)  
(a) Dato un generico vettore  $\vec{v}$ , esprimere — mediante le operazioni tra vettori e senza fare riferimento a una particolare rappresentazione — il *modulo*  $\|\vec{v}\|$  e il *versore associato*  $\hat{v}$ . (b) Dato un generico vettore  $\vec{v}$ , rappresentato in una base cartesiana, esprimere il *modulo*  $\|\vec{v}\|$  e il *versore associato*  $\hat{v}$ .
12. v\_op\_06 (Punteggio: 3.00)  
Dato un vettore  $\vec{v}$  e una direzione orientata  $\hat{u}$  esprimere — mediante le operazioni tra i vettori — la *componente*  $v_u$  e il *vettore componente*  $\vec{v}_u$ .
13. v\_rp\_01 (Punteggio: 3.00)  
Scrivere gli intervalli di variabilità delle coordinate cartesiane  $(x, y, z)$ , delle coordinate cilindriche  $(r, \varphi, z)$ , delle coordinate sferiche  $(\rho, \theta, \varphi)$  e della coordinata intrinseca  $s$  ( $\varphi$  è l'angolo azimutale e  $\theta$  è l'angolo polare).
14. v\_rp\_02 (Punteggio: 4.50)  
Scrivere le coordinate cilindriche  $(r, \varphi, z)$  in funzione delle coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  e le coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  in funzione delle coordinate cilindriche  $(r, \varphi, z)$ , con  $\varphi \in [0, 2\pi[$ .

15. **v\_rp\_03** (Punteggio: 4.50)  
Scrivere le coordinate sferiche  $(\rho, \theta, \varphi)$  in funzione delle coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  e le coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  in funzione delle coordinate sferiche  $(\rho, \theta, \varphi)$  ( $\varphi$  è l'angolo azimutale e  $\theta$  è l'angolo polare), con  $\varphi \in [0, 2\pi[$ .
16. **v\_rp\_04** (Punteggio: 3.00)  
Descrivere l'orientamento — rispetto alla terna ortogonale di riferimento  $Oxyz$  — dei versori della base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinate  $(x, y, z)$ , sia simbolicamente sia mediante una figura.
17. **v\_rp\_05** (Punteggio: 3.00)  
Descrivere l'orientamento dei versori della base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinate cilindriche  $(r, \varphi, z)$  — rispetto alla terna ortogonale di riferimento  $Oxyz$  e al vettore posizionale  $\vec{r}_{OP}$  del punto  $P$  — sia simbolicamente sia mediante una figura.
18. **v\_rp\_06** (Punteggio: 3.00)  
Descrivere l'orientamento dei versori della base sferica  $\{\hat{i}_\rho, \hat{i}_\theta, \hat{i}_\varphi\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinate sferiche  $(\rho, \theta, \varphi)$  — rispetto alla terna ortogonale di riferimento  $Oxyz$  e al vettore posizionale  $\vec{r}_{OP}$  del punto  $P$  — sia simbolicamente sia mediante una figura.
19. **v\_rp\_07** (Punteggio: 3.00)  
(a) Descrivere l'orientamento dei versori della base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinata intrinseca  $s$  — rispetto alla traiettoria  $\gamma$  del punto  $P$ , mediante una figura. (b) Esprimere matematicamente i versori della base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  a partire dall'equazione della traiettoria  $\vec{r} = \vec{r}(s)$ , dove  $\vec{r}$  è il vettore posizionale e  $s$  è la coordinata intrinseca.
20. **v\_rp\_08** (Punteggio: 3.00)  
Esprimere i versori della base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinata azimutale  $\varphi$  in funzione dei versori della base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ .
21. **v\_rp\_09** (Punteggio: 3.00)  
Esprimere i versori della base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$  in funzione dei versori della base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  relativi a un punto  $P$  di coordinata azimutale  $\varphi$ .
22. **v\_rp\_10** (Punteggio: 3.00)  
(a) Scrivere l'espressione di un generico vettore  $\vec{v}$ , applicato in un punto  $P$  nella base cartesiana. (b) Scrivere l'espressione di un generico vettore posizionale  $\vec{r}_{OP}$  nella base cartesiana.
23. **v\_rp\_11** (Punteggio: 3.00)  
(a) Scrivere l'espressione di un generico vettore  $\vec{v}$ , applicato in un punto  $P$  nella base cilindrica relativa a  $P$ . (b) Scrivere l'espressione di un generico vettore posizionale  $\vec{r}_{OP}$  nella base cilindrica.
24. **v\_rp\_12** (Punteggio: 3.00)  
(a) Scrivere l'espressione di un generico vettore  $\vec{v}$ , applicato in un punto  $P$  nella base sferica relativa a  $P$ . (b) Scrivere l'espressione di un generico vettore posizionale  $\vec{r}_{OP}$  nella base sferica.
25. **v\_rp\_13** (Punteggio: 3.00)  
Ricavare le derivate parziali dei versori della base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$  rispetto alle coordinate cartesiane  $x, y$  e  $z$ .

26. v\_rp\_14 (Punteggio: 4.50)  
*Ricavare* le derivate parziali dei versori della base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  rispetto alle coordinate cilindriche  $r, \varphi$  e  $z$ .
27. v\_rp\_15 (Punteggio: 6.00)  
*Ricavare* le derivate dei versori della base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  rispetto alla coordinata intrinseca  $s$ .
28. v\_rp\_16 (Punteggio: 3.00)  
 Esprimere il vettore spostamento elementare  $d\vec{r}$  e il suo modulo  $\|d\vec{r}\|$  nella base cartesiana.
29. v\_rp\_17 (Punteggio: 4.05)  
 Esprimere il vettore spostamento elementare  $d\vec{r}$  e il suo modulo  $\|d\vec{r}\|$  nella base cilindrica.
30. v\_rp\_18 (Punteggio: 3.00)  
 Esprimere il vettore spostamento elementare  $d\vec{r}$  e il suo modulo  $\|d\vec{r}\|$  nella base sferica.
31. v\_rp\_19 (Punteggio: 3.47)  
 Esprimere il vettore spostamento elementare  $d\vec{r}$  e il suo modulo  $\|d\vec{r}\|$  nella base intrinseca.
32. v\_or\_01 (Punteggio: 3.00)  
 Scrivere le 12 relazioni di ortonormalità tra i versori della base cartesiana.
33. v\_or\_02 (Punteggio: 3.00)  
 Scrivere le 12 relazioni di ortonormalità tra i versori della base cilindrica.
34. v\_or\_03 (Punteggio: 3.00)  
 Scrivere le 12 relazioni di ortonormalità tra i versori della base sferica.
35. v\_or\_04 (Punteggio: 3.00)  
 Scrivere le 12 relazioni di ortonormalità tra i versori della base intrinseca.
36. v\_di\_01 (Punteggio: 3.00)  
 A partire dalla definizione di prodotto scalare tra due vettori e dalle relazioni di ortonormalità dei versori cartesiani, ricavare la regola di calcolo del prodotto scalare di due vettori nella rappresentazione cartesiana.
37. v\_di\_02 (Punteggio: 3.00)  
 A partire dalla definizione di prodotto vettoriale tra due vettori e dalle relazioni di ortonormalità dei versori cartesiani, ricavare la regola di calcolo del prodotto vettoriale di due vettori nella rappresentazione cartesiana.
38. v\_di\_03 (Punteggio: 3.00)  
 A partire dalla definizione di momento risultante rispetto a un centro di riduzione  $O$  di un insieme di vettori  $\vec{F}_i$  applicati rispettivamente nei punti  $P_i$ , cioè  $\vec{M}^{(O)} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_{OP_i} \wedge \vec{F}_i$ , dimostrare che, se la risultante è nulla, allora il momento risultante non dipende dalla scelta del centro di riduzione.
39. v\_di\_04 (Punteggio: 6.00)  
*Dimostrare*, sulla base di considerazioni geometriche, che se una traiettoria  $\gamma$  è descritta dall'equazione  $\vec{r} = \vec{r}(s)$ , dove  $\vec{r}$  è il vettore posizionale e  $s$  è la coordinata intrinseca, allora il *versore tangente*  $\hat{t}$  alla traiettoria nel punto di coordinata intrinseca  $s$  si può calcolare come  $\hat{t}(s) = \frac{d\vec{r}}{ds}(s)$ .

40. v\_di\_05 (Punteggio: 6.00)

*Dimostrare*, sulla base di considerazioni geometriche, che — detto  $\hat{t}(s)$  il versore tangente a una traiettoria in funzione della variabile intrinseca  $s$  e detto  $\rho(s)$  il raggio di curvatura della traiettoria in funzione della variabile intrinseca  $s$  — il *versore normale* alla traiettoria nel punto di coordinata intrinseca  $s$  si può calcolare come  $\hat{n}(s) = \rho(s) \frac{d\hat{t}}{ds}(s)$ .

## 2 Cinematica

41. **k\_df\_01** (Punteggio: 4.50)  
 (a) Definire il giorno solare. (b) Definire il giorno sidereo. (c) Qual è la differenza (di tempo)  $\tau_{\text{sol}} - \tau_{\text{sid}}$  fra la durata media  $\tau_{\text{sol}}$  di un giorno solare e la durata media  $\tau_{\text{sid}}$  di un giorno sidereo? Motivare la risposta al punto (c) chiarendo come si ricava la differenza di tempo riportata.
42. **k\_df\_02** (Punteggio: 3.00)  
 (a) Definire la *velocità areolare istantanea* (aiutandosi con un disegno); (b) Scrivere l'espressione matematica vettoriale della *velocità areolare istantanea*, in funzione del vettore posizionale e della velocità. (c) Scrivere l'espressione della *velocità areolare* nella *base cilindrica* in una terna ortogonale di riferimento  $Oxyz$  con il piano  $xy$  coincidente con il piano dell'orbita e l'origine  $O$  in un fuoco dell'orbita. Definire accuratamente il significato dei simboli che compaiono nelle espressioni.
43. **k\_df\_03** (Punteggio: 4.50)  
 Come è definito il *secondo* (unità di misura del tempo) a partire dall'anno 1967?
44. **k\_df\_04** (Punteggio: 3.00)  
 Come è definito il *metro* (unità di misura della lunghezza) a partire dall'anno 1983?
45. **k\_rp\_01** (Punteggio: 3.75)  
 Scrivere la *legge vettoriale del moto*: (a) in forma vettoriale; (b) nella base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ ; (c) nella base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$ ; (d) nella base sferica  $\{\hat{i}_\rho, \hat{i}_\theta, \hat{i}_\varphi\}$ ; (e) nella base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$ . In tutte le espressioni scrivere esplicitamente la dipendenza dal tempo  $t$ .
46. **k\_rp\_02** (Punteggio: 3.27)  
 Scrivere l'espressione della *velocità vettoriale*: (a) nella base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ ; (b) nella base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$ ; (c) nella base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$ ;
47. **k\_rp\_03** (Punteggio: 4.50)  
 Scrivere l'espressione dell'*accelerazione vettoriale*: (a) nella base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ ; (b) nella base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$ ; (c) nella base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$ ;
48. **k\_in\_01** (Punteggio: 3.00)  
 (a) Per quale tipo di moto di un punto materiale l'accelerazione è tangente alla traiettoria? (b) Per quale tipo di moto di un punto materiale l'accelerazione è normale alla traiettoria? Specificare le categorie più ampie di moti di un punto materiale che soddisfano i due suddetti requisiti e motivare la risposta.
49. **k\_in\_02** (Punteggio: 3.00)  
 Quali, tra le componenti (a) tangenziale, (b) normale e (c) binormale dell'accelerazione, sono nulle in un moto rettilineo non uniforme di un punto materiale? Motivare la risposta.

50. **k\_in\_03** (Punteggio: 3.00)  
Quali, tra le componenti (a) tangenziale, (b) normale e (c) binormale dell'accelerazione, sono nulle in un moto curvilineo uniforme di un punto materiale? Motivare la risposta.
51. **k\_in\_04** (Punteggio: 3.00)  
(a) La velocità di un punto materiale è sempre tangente alla sua traiettoria?  
(b) L'accelerazione di un punto materiale è sempre tangente alla sua traiettoria?  
Motivare le due risposte.
52. **k\_in\_05** (Punteggio: 3.00)  
Esporre e commentare le espressioni intrinseche della velocità e dell'accelerazione.
53. **k\_in\_06** (Punteggio: 3.00)  
Nel moto vario di un punto materiale  $P$  lungo una traiettoria generica  $\gamma$ , orientata in senso concorde al moto, sono corrette o errate le relazioni: (a)  $v = \frac{ds}{dt}$  e (b)  $a = \frac{d^2s}{dt^2}$ , dove  $s$  è la distanza percorsa dal punto materiale  $P$  (misurata lungo la traiettoria),  $t$  è il tempo,  $v = \|\vec{v}\|$  è il modulo della velocità e  $a = \|\vec{a}\|$  è il modulo dell'accelerazione? Motivare le risposte e scrivere l'espressione corretta nel caso una o entrambe le relazioni fossero errate.
54. **k\_cr\_01** (Punteggio: 3.00)  
Definire il numero dei gradi di libertà di un sistema meccanico.
55. **k\_cr\_02** (Punteggio: 3.00)  
Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema di 2, 3, 4 o 5 punti materiali vincolati a mantenere inalterate le distanze reciproche? Motivare le risposte sulla base di considerazioni geometriche.
56. **k\_cr\_03** (Punteggio: 3.00)  
Enunciare, specificando accuratamente il significato dei simboli, la formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi.
57. **k\_cr\_04** (Punteggio: 3.00)  
In quale condizione il moto di un corpo rigido si dice (a) traslatorio, (b) rotatorio e (c) roto-traslatorio?
58. **k\_cr\_05** (Punteggio: 3.00)  
(a) Qual è il numero dei gradi di libertà di un punto materiale libero? (b) Qual è il numero dei gradi di libertà di un punto materiale vincolato a giacere su di una circonferenza? (c) Qual è il numero dei gradi di libertà di un punto materiale vincolato a giacere su di una superficie sferica? Motivare le risposte sulla base di considerazioni geometriche.
59. **k\_cr\_06** (Punteggio: 3.60)  
(a) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 2 punti materiali liberi? (b) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 2 punti materiali vincolati a giacere su di una circonferenza? (c) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 2 punti materiali vincolati a giacere su di una superficie sferica? Motivare le Risposte sulla base di considerazioni geometriche.

60. k\_cr\_07 (Punteggio: 3.00)  
 (a) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 5 punti materiali liberi? (b) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 5 punti materiali vincolati a giacere su di una circonferenza? (c) Qual è il numero dei gradi di libertà di un sistema costituito di 5 punti materiali vincolati a giacere su di una superficie sferica? Motivare le risposte sulla base di considerazioni geometriche.
61. k\_mr\_01 (Punteggio: 3.60)  
 Definire e scrivere l'espressione algebrica: (a) dell'accelerazione di trascinamento, (b) dell'accelerazione di Coriolis. Specificare accuratamente il significato dei simboli presenti nelle espressioni.
62. k\_mr\_02 (Punteggio: 4.50)  
 Scrivere nel caso più generale, specificando accuratamente il significato dei simboli, la relazione che lega le espressioni della velocità di uno stesso punto materiale in due diversi sistemi di riferimento, in moto arbitrario l'uno rispetto all'altro.
63. k\_mr\_03 (Punteggio: 6.00)  
 Scrivere nel caso più generale, specificando accuratamente il significato dei simboli, la relazione che lega le espressioni dell'accelerazione di uno stesso punto materiale in due diversi sistemi di riferimento, in moto arbitrario l'uno rispetto all'altro.
64. k\_di\_01 (Punteggio: 3.00)  
 (a) Definire la velocità areolare istantanea, aiutandosi con un disegno. (b) Ricavarne l'espressione vettoriale a partire da considerazioni geometriche, definendo accuratamente i simboli utilizzati e aiutandosi con uno o più disegni.
65. k\_di\_02 (Punteggio: 3.25)  
 Ricavare l'espressione dell'accelerazione  $\vec{a}$  nella base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  a partire dall'espressione della velocità vettoriale istantanea  $\vec{v}$  nella base intrinseca, dalla definizione di accelerazione e dall'espressione geometrica del versore normale. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.
66. k\_di\_06 (Punteggio: 6.00)  
 A partire dall'espressione vettoriale della velocità areolare, ricavare l'espressione della velocità areolare nella base cilindrica in una terna ortogonale di riferimento  $Oxyz$  con il piano  $xy$  coincidente con il piano dell'orbita e l'origine  $O$  in un fuoco dell'orbita.
67. k\_di\_07 (Punteggio: 6.00)  
 Ricavare la formula di Poisson, che esprime la derivata temporale di un versore, a partire da considerazioni geometriche e cinematiche.
68. k\_di\_08 (Punteggio: 6.00)  
 A partire dalla formula di Poisson (che esprime la derivata temporale di un versore) ricavare la relazione di Poisson, che esprime la trasformazione della derivata temporale di un vettore passando da un riferimento a un altro.
69. k\_di\_09 (Punteggio: 4.50)  
 A partire dalla relazione di Poisson (che esprime la trasformazione della derivata temporale di un vettore passando da un riferimento a un altro), ricavare, la legge di trasformazione della velocità di un punto materiale passando da un riferimento a un altro, che rototrasla in maniera arbitraria rispetto al primo.



## 70. k\_di\_10 (Punteggio: 6.00)

A partire dalla *legge di trasformazione della velocità* di un punto materiale passando da un riferimento a un altro e dalla *relazione di Poisson* (che esprime la trasformazione della derivata temporale di un vettore passando da un riferimento a un altro), *ricavare*, la *legge di trasformazione dell'accelerazione* di un punto materiale passando da un riferimento a un altro, che rototrasla in maniera arbitraria rispetto al primo.

## 71. k\_di\_11 (Punteggio: 4.50)

A partire dalla *legge di trasformazione della velocità* di un punto materiale passando da un riferimento a un altro, *ricavare* la *formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi*.

## 72. k\_di\_12 (Punteggio: 3.00)

*Ricavare* l'espressione dell'accelerazione  $\vec{a}$  nella base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$  a partire dall'espressione della velocità  $\vec{v}$  nella base cartesiana, dalla definizione di accelerazione e dalle espressioni delle derivate dei versori della base cartesiana rispetto alle coordinate cartesiane. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.

## 73. k\_di\_13 (Punteggio: 6.00)

*Ricavare* l'espressione dell'accelerazione  $\vec{a}$  nella base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  a partire dall'espressione della velocità  $\vec{v}$  nella base cilindrica, dalla definizione di accelerazione e dalle espressioni delle derivate dei versori della base cilindrica rispetto alle coordinate cilindriche. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.

## 74. k\_di\_14 (Punteggio: 3.00)

*Ricavare* l'espressione della velocità  $\vec{v}$  nella base cartesiana  $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$  a partire dall'espressione della legge vettoriale del moto  $\vec{r}(t)$  nella base cartesiana, dalla definizione di velocità e dalle espressioni delle derivate dei versori della base cartesiana rispetto alle coordinate cartesiane. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.

## 75. k\_di\_15 (Punteggio: 4.00)

*Ricavare* l'espressione della velocità  $\vec{v}$  nella base cilindrica  $\{\hat{i}_r, \hat{i}_\varphi, \hat{k}\}$  a partire dall'espressione della legge vettoriale del moto  $\vec{r}(t)$  nella base cilindrica, dalla definizione di velocità e dalle espressioni delle derivate dei versori della base cilindrica rispetto alle coordinate cilindriche. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.

## 76. k\_di\_16 (Punteggio: 3.00)

*Ricavare* l'espressione della velocità  $\vec{v}$  nella base intrinseca  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  a partire dall'espressione della legge vettoriale del moto  $\vec{r}(t)$  nella base intrinseca, dalla definizione di velocità e dall'espressione geometrica del versore tangente. Annotare accuratamente il significato dei simboli utilizzati.

## 77. k\_di\_17 (Punteggio: 4.39)

*Dimostrare* che il valore assoluto della velocità intrinseca istantanea è sempre uguale al modulo della velocità vettoriale istantanea, mentre il valore assoluto della velocità intrinseca media è in generale maggiore del modulo della velocità vettoriale media.

---

### 3 Statica

---

78. s\_ec\_01 (Punteggio: 3.00)

La somma delle forze applicate a un corpo rigido è nulla. Si può per questo affermare che il corpo è in equilibrio? Motivare la risposta.

79. s\_ec\_02 (Punteggio: 3.00)

Due corpi di massa diversa sono appoggiati su di un tavolo. L'intensità della forza vincolare esercitata dal tavolo sul corpo di massa maggiore è minore, uguale o maggiore dell'intensità della forza esercitata dal tavolo sul corpo di massa minore? Motivare la risposta sulla base delle equazioni cardinali della statica.

80. s\_ec\_03 (Punteggio: 3.00)

Un corpo di peso pari a 10 N è appoggiato su di un tavolo, in quiete. Qual è l'intensità della reazione vincolare che il tavolo esercita sul corpo? Motivare la risposta sulla base delle equazioni cardinali della statica.

81. s\_ec\_04 (Punteggio: 3.60)

Quale condizione è necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un punto materiale? Quale condizione è necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un corpo rigido?

82. s\_rd\_01 (Punteggio: 3.00)

In quale condizione il momento risultante  $\vec{M}^{(O)}$  di un insieme di  $n \geq 2$  vettori applicati non dipende dalla scelta del centro di riduzione  $O$ ? Perché?

83. s\_rd\_02 (Punteggio: 3.00)

In quali condizioni due insiemi di vettori applicati si dicono equivalenti?

84. s\_rd\_03 (Punteggio: 4.57)

Qual è il numero minimo di vettori applicati a cui si riesce a ridurre un generico sistema di vettori applicati? Motivare la risposta.

85. s\_rd\_04 (Punteggio: 4.50)

Qual è il numero minimo di vettori applicati a cui si riesce a ridurre un generico sistema di vettori applicati con risultante nulla? Motivare la risposta.

86. s\_rd\_05 (Punteggio: 4.50)

Qual è il numero minimo di vettori applicati a cui si riesce a ridurre un generico sistema di vettori applicati con momento risultante nullo rispetto a un centro di riduzione assegnato  $O$ ? Motivare la risposta.

87. s\_rd\_06 (Punteggio: 3.95)

Si può trovare un vettore applicato che sia equivalente a un sistema di vettori applicati con risultante nulla e momento risultante diverso da zero? Motivare la risposta.

88. s\_rd\_07 (Punteggio: 4.50)

(a) Definire il *baricentro* (o *centro di gravità*) di un corpo rigido. (b) Scrivere l'espressione matematica vettoriale che definisce la posizione del baricentro. (c) Scrivere l'espressione matematica delle tre coordinate cartesiane del baricentro.

## 89. s\_rd\_08 (Punteggio: 3.06)

Dato un insieme di  $n$  vettori,  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , applicati nei punti  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , esprimere: (a) la *risultante* degli  $n$  vettori; (b) il *momento risultante* degli  $n$  vettori rispetto al centro di riduzione  $O$ ; (c) il *momento assiale risultante* degli  $n$  vettori rispetto alla retta orientata  $u$ , la cui direzione è individuata dal versore  $\hat{u}$ .

## 90. s\_at\_01 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 10 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 100 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.15$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 91. s\_at\_02 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 30 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 100 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.15$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 92. s\_at\_03 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 30 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 100 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.4$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.2$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 93. s\_at\_04 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 50 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 100 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.4$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.2$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 94. s\_at\_05 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 50 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 200 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.4$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.3$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 95. s\_at\_06 (Punteggio: 3.00)

Se si esercita una forza attiva  $\vec{F}$  con direzione orizzontale e modulo pari a 90 N sui piedi di un tavolo di peso pari a 200 N, essendo il coefficiente di attrito statico  $f = 0.4$  e il coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.3$ , quanto vale l'intensità della forza di attrito  $\vec{R}_t$ ? Motivare la risposta.

## 96. s\_at\_07 (Punteggio: 3.00)

Come mai i dispositivi anti-patinamento nei freni delle automobili rendono gli spazi di frenata più brevi? Motivare la risposta a partire dalla relazione  $\mu < f$ , dove  $f$  è il coefficiente di attrito statico e  $\mu$  è il coefficiente di attrito dinamico.

## 4 Dinamica

97. d\_df\_01 (Punteggio: 4.50)  
 (a) Come è definito il *chilogrammo* (unità di misura della massa) dall'anno 1889 a tutt'oggi? (b) Come sarà definito il *chilogrammo* con la revisione del Sistema Internazionale prevista per il 2018?
98. d\_df\_02 (Punteggio: 3.00)  
 (a) Scrivere l'espressione matematica vettoriale che definisce la posizione del *centro di massa* di un insieme di punti materiali. (b) Scrivere l'espressione matematica delle tre coordinate cartesiane del *centro di massa* di un insieme di punti materiali.
99. d\_df\_03 (Punteggio: 6.00)  
 (a) Scrivere l'espressione matematica vettoriale che definisce la posizione del *centro di massa* di un corpo rigido  $\mathcal{C}$  avente densità puntuale  $\rho(\vec{r})$ . (b) Scrivere l'espressione matematica delle tre coordinate cartesiane del *centro di massa* di un corpo rigido  $\mathcal{C}$  avente densità puntuale  $\rho(x, y, z)$ .
100. d\_df\_04 (Punteggio: 4.07)  
 (a) Scrivere l'espressione matematica del *momento di inerzia* di un insieme di punti materiali  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , di massa  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , rispetto a un asse  $u$ . (b) Scrivere l'espressione matematica del *momento di inerzia* di un corpo rigido  $\mathcal{C}$ , avente densità puntuale  $\rho(x, y, z)$ , rispetto a un asse  $u$ .
101. d\_1p\_01 (Punteggio: 3.00)  
 Enunciare e commentare il primo principio della dinamica: (a) nella formulazione classica; (b) nella formulazione moderna.
102. d\_1p\_02 (Punteggio: 3.20)  
 (a) Definire un "Sistema di Riferimento". (b) Quando un Sistema di Riferimento si dice inerziale?
103. d\_1p\_03 (Punteggio: 3.00)  
 Come si può mostrare sperimentalmente che il sistema di riferimento costituito dai corpi di questa stanza non è perfettamente inerziale (senza poter guardare all'esterno attraverso le finestre)?
104. d\_2p\_01 (Punteggio: 3.00)  
 Enunciare il secondo principio della dinamica e scriverne l'espressione matematica, specificando accuratamente il significato dei 3 simboli che vi compaiono. Chiarire se il secondo principio della dinamica vale soltanto in un riferimento inerziale o vale in qualunque riferimento.
105. d\_2p\_02 (Punteggio: 4.50)  
 (a) Definire la massa inerziale e la massa gravitazionale. (b) Quale esperimento può mostrare la proporzionalità tra massa inerziale e massa gravitazionale?
106. d\_2p\_03 (Punteggio: 3.00)  
 Indicare nome e simbolo delle unità di misura del Sistema Internazionale per:  
 (a) il peso; (b) la massa. (c) Indicare nome e simbolo dell'unità di misura del Sistema Tecnico per il peso.

107. d\_2p\_04 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire l'impulso di una forza. (b) Enunciare il teorema dell'impulso.
108. d\_2p\_05 (Punteggio: 3.00)  
Tracciare il grafico qualitativo dello spostamento in funzione del tempo (a) per un oscillatore sottosmorzato (b) per un oscillatore criticamente smorzato e (c) per un oscillatore sovrasmorzato. In tutti e 3 i casi si considerino le condizioni iniziali  $x(0) \neq 0$  e  $v_x(0) = 0$ .
109. d\_mr\_01 (Punteggio: 3.00)  
(a) Definire le *pseudo-forze* e chiarirne la distinzione rispetto alle forze reali.  
(b) Nei Sistemi di Riferimento nei quali si osservano le *pseudo-forze*, come si può ripristinare la *validità formale* del *secondo principio della dinamica*?
110. d\_mr\_02 (Punteggio: 3.10)  
Scrivere le espressioni (a) della pseudo-forza di trascinamento e (b) della pseudo-forza di Coriolis che agiscono su di un punto materiale  $P$  nel riferimento non-inerziale  $Oxyz$ , in funzione della massa del punto  $P$ , del suo vettore posizionale e della sua velocità nel riferimento  $Oxyz$ , dell'accelerazione dell'origine del riferimento  $Oxyz$  rispetto al riferimento inerziale  $O'x'y'z'$ , della velocità angolare e dell'accelerazione angolare del riferimento  $Oxyz$  rispetto al riferimento inerziale  $O'x'y'z'$ .
111. d\_mr\_03 (Punteggio: 6.00)  
Come si può osservare sperimentalmente la presenza della pseudo-forza centrifuga (dovuta alla rotazione terrestre) sulla superficie della Terra? Motivare la risposta.
112. d\_mr\_04 (Punteggio: 3.00)  
Come si può osservare sperimentalmente la presenza della pseudo-forza di Coriolis (dovuta alla rotazione terrestre) sulla superficie della Terra? Motivare la risposta.
113. d\_mr\_05 (Punteggio: 3.60)  
Che tipo di deviazione subiscono i gravi in caduta libera a causa della pseudo-forza di Coriolis? Motivare la risposta.
114. d\_mr\_06 (Punteggio: 3.00)  
Che tipo di deviazione subiscono i gravi in moto sulla superficie del globo terrestre a causa della pseudo-forza di Coriolis? Motivare la risposta.
115. d\_mr\_07 (Punteggio: 3.00)  
Di quanto ruota in un giorno sidereo il piano di oscillazione del pendolo di Foucault a  $30^\circ$  di latitudine nord? Motivare la risposta.
116. d\_mr\_08 (Punteggio: 3.00)  
Di quanto ruota in un giorno sidereo il piano di oscillazione del pendolo di Foucault a  $45^\circ$  di latitudine nord? Motivare la risposta.
117. d\_mr\_09 (Punteggio: 3.00)  
Di quanto ruota in un giorno sidereo il piano di oscillazione del pendolo di Foucault a  $60^\circ$  di latitudine nord? Motivare la risposta.

## 118. d\_mr\_10 (Punteggio: 3.60)

Un punto materiale si muove di moto circolare uniforme, trattenuto da una cordicella, in assenza di attrito e di gravità. Trascurando gli effetti del moto della Terra, descrivere: (a) le forze e le pseudo-forze agenti sul punto materiale, (b) la risultante di tali forze e pseudo-forze e (c) l'accelerazione del punto materiale. Produrre queste 3 risposte, dal punto di vista: (1) di un osservatore in quiete nel riferimento del laboratorio (supposto inerziale); (2) di un osservatore solidale al punto materiale in moto. (Si attendono, pertanto, 6 risposte: 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c).

## 119. d\_cn\_01 (Punteggio: 3.00)

Quale condizione (sulle forze) è necessaria affinché la quantità di moto di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) si conservi? Motivare la risposta sulla base della prima equazione cardinale della dinamica.

## 120. d\_cn\_02 (Punteggio: 3.00)

Quale condizione (sulle forze) è necessaria affinché il momento angolare di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) rispetto a un punto fisso  $O$  si conservi? Motivare la risposta sulla base della seconda equazione cardinale della dinamica.

## 121. d\_cn\_03 (Punteggio: 3.00)

Quale condizione (sulle forze) è necessaria affinché l'energia meccanica di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) si conservi?

## 122. d\_cn\_04 (Punteggio: 3.00)

Nel moto di un pianeta attorno al Sole, rispetto a un SdR inerziale: (a) si conserva la quantità di moto del pianeta? (b) Si conserva la somma delle quantità di moto del pianeta e del Sole? Trascurare l'effetto della presenza degli altri pianeti e motivare le 2 risposte.

## 123. d\_cn\_05 (Punteggio: 6.00)

Nel moto di un pianeta attorno al Sole, rispetto a un SdR inerziale: (a) Si conserva il momento angolare del pianeta rispetto al centro del Sole? (b) Si conserva il momento angolare del pianeta rispetto a un punto arbitrario? Trascurare l'effetto della presenza degli altri pianeti ma non il moto del centro del Sole e motivare le 2 risposte.

## 124. d\_cn\_06 (Punteggio: 6.00)

Nel moto di un pianeta attorno al Sole, quale punto geometrico rimane in quiete in un opportuno SdR inerziale (trascurando l'effetto di tutti gli altri pianeti)? Motivare la risposta.

## 125. d\_cn\_07 (Punteggio: 4.50)

(a) Un sistema di  $n \geq 2$  punti materiali liberi può avere energia cinetica totale nulla e quantità di moto totale non nulla? (b) Un sistema di  $n \geq 2$  punti materiali liberi può avere quantità di moto totale nulla ed energia cinetica totale non nulla? Motivare le due risposte.

## 126. d\_cn\_08 (Punteggio: 3.60)

(a) Un corpo rigido può avere energia cinetica nulla e quantità di moto non nulla? (b) Un corpo rigido può avere quantità di moto nulla ed energia cinetica non nulla? Motivare le due risposte.

127. d\_cn\_09 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva l'energia meccanica di un sistema meccanico non isolato (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti soltanto forze esterne conservative con risultante non nulla? Motivare la risposta.

128. d\_cn\_10 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva l'energia meccanica di un sistema meccanico isolato (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti forze interne non conservative? Motivare la risposta.

129. d\_cn\_11 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva la quantità di moto di un sistema meccanico isolato (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti forze interne non conservative? Motivare la risposta.

130. d\_cn\_12 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva la quantità di moto di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti soltanto forze esterne conservative con risultante non nulla? Motivare la risposta.

131. d\_cn\_13 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva il momento angolare (rispetto a un centro di riduzione arbitrario ma fisso) di un sistema meccanico isolato (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti forze interne non conservative? Motivare la risposta.

132. d\_cn\_14 (Punteggio: 3.00)

In assenza di vincoli, si conserva il momento angolare (rispetto a un centro di riduzione arbitrario ma fisso) di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) se sono presenti soltanto forze esterne conservative con momento risultante diverso da zero rispetto a tale centro di riduzione? Motivare la risposta.

133. d\_cn\_15 (Punteggio: 6.00)

Quale principio della meccanica può spiegare la costanza della velocità areolare nel moto dei pianeti? Motivare la risposta.

134. d\_cn\_16 (Punteggio: 6.00)

Per quale principio della meccanica le orbite dei pianeti sono vincolate a giacere su di un piano? Motivare la risposta.

135. d\_cn\_17 (Punteggio: 6.00)

Due sferette di diversa massa sono lanciate verticalmente verso l'alto da due forze impulsive uguali, che agiscono per lo stesso breve intervallo di tempo. Trascurando la resistenza dell'aria, quale delle due raggiunge una quota più elevata? Motivare la risposta.

136. d\_di\_01 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto per una sfera soggetta *soltanto a resistenza viscosa* (in assenza di gravità e di altre forze), fino a trovare la velocità e lo spostamento in funzione del tempo [si ricordi che  $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$ ].



137. d\_di\_02 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto per una sfera in caduta nel campo gravitazionale, soggetta a resistenza viscosa (fino a trovare la velocità in funzione del tempo). Si supponga che la sfera sia abbandonata in quiete a un'altezza  $h$  da terra. [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{x+a} = \ln(x+a) + C$ ].

138. d\_di\_03 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto per una sfera soggetta soltanto a resistenza idraulica (in assenza di gravità e di altre forze), fino a trovare la velocità e lo spostamento in funzione del tempo [si ricordi che  $\int \frac{dx}{kx+q} = \frac{1}{k} \ln(kx+q) + C$ ].

139. d\_di\_04 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto per una sfera in caduta nel campo gravitazionale, soggetta a resistenza idraulica (fino a trovare la velocità in funzione del tempo). Si supponga che la sfera sia abbandonata in quiete a un'altezza  $h$  da terra. [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{arctanh} x + C$ ].

140. d\_di\_05 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto per una sfera lanciata lungo la verticale verso l'alto nel campo gravitazionale e soggetta a resistenza idraulica (fino a trovare la velocità in funzione del tempo) [si ricordi che  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctan} x + C$ ].

141. d\_di\_06 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto di un oscillatore armonico (fino a trovare l'espressione dello spostamento in funzione del tempo).

142. d\_di\_07 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto di un oscillatore sottosmorzato (fino a trovare l'espressione dello spostamento in funzione del tempo).

143. d\_di\_08 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto di un oscillatore criticamente smorzato (fino a trovare l'espressione dello spostamento in funzione del tempo).

144. d\_di\_09 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto di un oscillatore sovrasmorzato (fino a trovare l'espressione dello spostamento in funzione del tempo).

145. d\_di\_10 (Punteggio: 6.00)

(a) Ricavare e (b) risolvere l'equazione differenziale del moto di un oscillatore smorzato e forzato (fino a ricavare l'espressione dello spostamento in funzione del tempo nello stato stazionario e trascurando la fase transitoria).

146. d\_di\_11 (Punteggio: 6.00)

Ricavare, a partire dall'espressione generale della pseudo-forza di trascinamento, l'espressione dell'accelerazione  $g$  di caduta dei corpi sulla terra (che include gli effetti della forza di gravità della pseudo-forza centrifuga) in funzione della latitudine.



147. d\_di\_12 (Punteggio: 6.00)  
*Ricavare l'espressione della velocità di rotazione del piano di oscillazione del pendolo di Foucault in funzione della velocità di rotazione della Terra e della latitudine, aiutandosi con uno o più disegni.*
148. d\_di\_13 (Punteggio: 5.66)  
*Ricavare la prima equazione cardinale della dinamica a partire dal secondo principio della dinamica e dal principio di "azione" e "reazione", per un sistema meccanico costituito di  $n \geq 2$  punti materiali.*
149. d\_di\_14 (Punteggio: 6.00)  
*Ricavare la seconda equazione cardinale della dinamica a partire dal secondo principio della dinamica e dal principio di "azione" e "reazione", per un sistema meccanico costituito di  $n \geq 2$  punti materiali.*
150. d\_di\_15 (Punteggio: 6.00)  
Dimostrare che, se un sistema meccanico non è troppo esteso, allora il suo *centro di massa*  $G$  coincide con il suo *centro di gravità* (o *baricentro*)  $B$ .
151. d\_di\_16 (Punteggio: 6.00)  
*Ricavare, a partire dalle definizioni di centro di massa e di quantità di moto, la relazione tra la quantità di moto di un sistema meccanico (costituito di  $n \geq 2$  punti materiali) e la velocità del suo centro di massa.*
152. d\_di\_17 (Punteggio: 4.27)  
Enunciare e dimostrare il *teorema del moto del centro di massa*, a partire dalle definizioni di centro di massa e di quantità di moto e dalla prima equazione cardinale della dinamica.
153. d\_di\_18 (Punteggio: 6.00)  
*Ricavare, a partire dalla formula fondamentale della cinematica del corpo rigido e dalla definizione di momento angolare, la relazione tra il momento angolare assiale di un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso e la sua velocità angolare.*
154. d\_di\_19 (Punteggio: 6.00)  
Enunciare e dimostrare il *teorema di Huygens-Steiner*, a partire dalla definizione di momento di inerzia e di centro di massa.
155. d\_di\_20 (Punteggio: 6.00)  
Enunciare la *relazione* che sussiste tra il momento assiale risultante delle forze esterne  $\mathcal{M}_u^{(e)}$  e l'accelerazione angolare  $\dot{\omega}$  e dimostrare tale relazione a partire dalla relazione tra il momento angolare assiale  $K_u$  di un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso e la sua velocità angolare  $\omega$  e dalla seconda equazione cardinale della dinamica.
156. d\_di\_21 (Punteggio: 6.00)  
 Mostrare almeno una forza che non sia *conservativa*. Motivare la risposta dimostrando che essa viola almeno una condizione necessaria.
157. d\_di\_22 (Punteggio: 6.00)  
Enunciare e dimostrare il *teorema delle forze vive*. Nell'enunciazione, specificare se esso è valido soltanto per forze conservative o se esso vale anche per forze dissipative.

158. d\_di\_23 (Punteggio: 6.00)  
*Enunciare e dimostrare il teorema di König (a) per un sistema meccanico generico costituito di  $n \geq 2$  punti materiali; (b) per un corpo rigido.*
159. d\_di\_24 (Punteggio: 6.00)  
Dimostrare che condizione necessaria e sufficiente affinché il campo di forza  $\vec{F}(P)$  sia conservativo è che *esista una funzione scalare della posizione  $U(P)$  tale che  $L_{\gamma(A,B)} = U(B) - U(A)$ .*
160. d\_di\_25 (Punteggio: 6.00)  
Dimostrare che condizione necessaria e sufficiente affinché il campo di forza  $\vec{F}(P)$  sia conservativo è che *esista una funzione scalare della posizione  $U(P)$  tale che  $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$ .*
161. d\_di\_26 (Punteggio: 6.00)  
Dimostrare che condizione necessaria e sufficiente affinché il campo di forza  $\vec{F}(P)$ , definito in un dominio semplicemente connesso, sia conservativo è che il *rotore del campo sia ovunque nullo nel dominio di definizione.*
162. d\_di\_27 (Punteggio: 3.00)  
*Dimostrare, a partire dalle leggi di Keplero, che la forza di gravità è una forza centrale.*
163. d\_di\_28 (Punteggio: 6.00)  
*Dimostrare, a partire dalle leggi di Keplero, che la forza di gravità che si esercita tra due punti materiali ha modulo inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i due punti materiali.*
164. d\_di\_29 (Punteggio: 6.00)  
*Dimostrare, a partire dalle leggi di Keplero, che la forza di gravità che si esercita tra due punti materiali ha modulo direttamente proporzionale alle masse dei due punti materiali.*