

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Testo della prova scritta di Geometria ed Algebra**  
**(prof. Flavio Bonetti)**  
**del 5 - 4 - 2004**

**1.** Consideriamo i seguenti endomorfismi di  $\mathbb{R}^3$ ,

$$\mathbf{f}((x; y; z)) = (-y; x; z) \text{ e } \mathbf{g}((x; y; z)) = (3x - 12z; 3x - y - 9z; x - 4z):$$

- i) Verificare che uno dei due endomorfismi è diagonalizzabile in  $\mathbb{R}^3$ , l'altro no;
- ii) diagonalizzare l'endomorfismo diagonalizzabile evidenziando la matrice di passaggio.

**2.** Si consideri la forma bilineare di  $\mathbb{R}^3$ :

$$\phi((x; y; z); (x'; y'; z')) = xx' + 3yy' + 2zz' + xz' + zx'.$$

- i) Mostrare che la forma bilineare è un prodotto scalare in  $\mathbb{R}^3$ ;
- ii) sia  $W$  il sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  generato dal vettore  $(1; 0; 0)$ . Costruire una base ortonormale del complemento ortogonale di  $W$  rispetto al prodotto scalare  $\phi$ .

**3.** In  $EG(3; \mathbb{R})$  si classifichino le quadriche della famiglia di equazione :

$$(2 + \beta)x^2 - (\beta + 1)y^2 - z^2 + 2yx - 2y - 2z + 2 = 0.$$