

**Cors0 di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Testo della prova scritta di Geometria ed Algebra**  
**(prof. Flavio Bonetti)**  
**del 8 - 1 - 2004**

**1.** Si consideri la seguente funzione:  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che

$$f((x;y;z;t)) = (x + 2y + 3t; -x - 2y - 3t; 2z; x + 2y + 3z).$$

- i) Determinare la dimensione ed una base di **Ker f** e di **Im f**
- ii) Studiare la diagonalizzabilità di **f**, trovare poi una base ortonormale, rispetto al prodotto scalare canonico, di ciascuno degli autospazi, eventualmente trovati.

**2.** Siano date in  $EG(3;\mathbb{R})$  le rette  $r_1, r_2$  e  $r_3$  di equazioni:

$$\begin{array}{ll} r_1) & x + y = 0, \quad -z = 2; \\ r_2) & y - z = 2, \quad x = 0; \\ r_3) & x - z = 1, \quad y = 1. \end{array}$$

Dopo aver verificato che esse sono complanari, determinare il piano che le contiene.

$$\begin{array}{lll} \text{Chiamando ,poi,} & P_1 = r_1 \cap r_2, & P_2 = r_2 \cap r_3 \\ & \text{e} & P_3 = r_1 \cap r_3; \end{array}$$

trovare il perimetro del triangolo individuato dai punti  $P_1, P_2$  e  $P_3$ .

**3.** In  $EG(3;\mathbb{R})$  si classifichino le quadriche della famiglia **F** di equazione :

$$(3 - k)x^2 + (16 - 2k)y^2 + (9 - 23k)z^2 + 24(3k + 1)yz + 4(k - 3)x + 10 - 4k = 0.$$