

ESERCIZI SULLE QUANTITÀ MECCANICHE

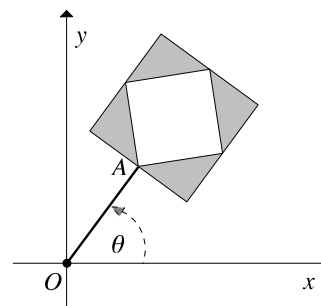
ESERCIZIO 1

Un corpo rigido è costituito da un'asta AO di lunghezza ℓ e massa M e da una lamina quadrata di lato ℓ e massa m , all'interno della quale è praticato un foro concentrico quadrato di lato $\ell/\sqrt{2}$. Il corpo, mobile nel piano Oxy , è incernierato in O .

Scrivere l'energia cinetica e il momento della quantità di moto rispetto al punto O .

SOLUZIONE

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}M + \frac{5}{2}m \right) \ell^2 \dot{\theta}^2, \quad \mathbf{K}_O = \left(\frac{1}{3}M + \frac{5}{2}m \right) \ell^2 \dot{\theta} \hat{\mathbf{k}}.$$



ESERCIZIO 2

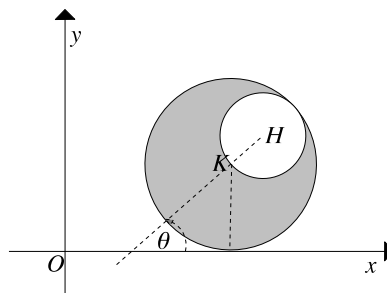
Un corpo rigido di massa m è costituito da un disco di raggio R e centro K a cui è stato praticato un foro circolare di raggio $\frac{R}{2}$ e centro H distante $\frac{R}{2}$ da K .

Determinare la matrice d'inerzia rispetto ad una terna principale di origine K .

Supponendo che il corpo rotoli senza strisciare sull'asse x , indicato con θ l'angolo che la retta HK forma con l'asse x , scrivere l'energia cinetica del corpo.

SOLUZIONE

$$T = \frac{1}{6} \left(\frac{37}{8} - \sin \theta \right) m R^2 \dot{\theta}^2.$$



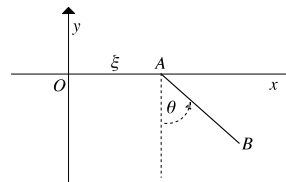
ESERCIZIO 3

Un'asta omogenea AB di lunghezza 2ℓ e massa m , mobile nel piano Oxy , ha l'estremo A scorrevole sull'asse x .

Introdotti i parametri ξ , ascissa del punto A e θ , angolo che l'asta AB forma con la verticale, scrivere l'energia cinetica e il momento della quantità di moto rispetto ad O .

SOLUZIONE

$$T = \frac{1}{2} m \left[\dot{\xi}^2 + 2\ell \cos \theta \dot{\xi} \dot{\theta} + \frac{4}{3} \ell^2 \dot{\theta}^2 \right], \quad \mathbf{K}_O = m\ell \left[\left(\frac{4}{3} \ell + \xi \sin \theta \right) \dot{\theta} + \cos \theta \dot{\xi} \right] \hat{\mathbf{k}}.$$



ESERCIZIO 4

Un sistema materiale costituito da due aste omogenee di ugual massa m e lunghezza 2ℓ , mobile nel piano Oxy è soggetto ai seguenti vincoli:

- il primo estremo della prima asta è incernierato nell'origine del sistema di riferimento,
- il primo estremo della seconda asta è incernierato nel secondo estremo della prima asta,
- il secondo estremo della seconda asta è vincolato a scorrere sull'asse x .

Introdotta il parametro θ , angolo che la prima asta forma con l'asse x , determinare l'energia cinetica e il momento della quantità di moto del sistema.

SOLUZIONE

$$T = 4m\ell^2 \left(\frac{1}{3} + \sin^2 \theta \right) \dot{\theta}^2, \quad \mathbf{K}_O = \frac{14}{3} m\ell^2 \dot{\theta} \hat{\mathbf{k}}.$$

