1. Discutere la risolubilità del sistema lineare

$$\begin{cases} 3kx + 4y - 4z = 2k \\ x + (k-1)y - 2z = 1 \\ 3kx + 8y - 2z = k \end{cases}$$

al variare del parametro reale k e fornire un'interpretazione geometrica dei risultati ottenuti.

2. Stabilire quali dei seguenti polinomi

i.
$$\lambda^3 - \lambda$$

ii.
$$-\lambda^3 + \lambda$$

iii.
$$-\lambda^2 - \lambda$$

iv.
$$-\lambda^3 - \lambda$$

v.
$$-\lambda^3 - \lambda^2$$

possono essere il polinomio caratteristico di un endomorfismo di \mathbb{R}^3 . In questi casi, stabilire se questo permette di stabilire se l'endomorfismo corrispondente è diagonalizzabile oppure no, motivando le risposte.

3. Stabilire per quali valori di t l'insieme $\mathscr{B}_t = \{(1, t, 1), (1, 2, 1), (2, 1, 1)\}$ è una base di \mathbb{R}^3 . Successivamente, posto t = 1, determinare la matrice di passaggio $M_{\mathscr{B}}^{\mathscr{E}}$, dove \mathscr{E} indica la base canonica di \mathscr{R}^3