

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

**ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA L-A
PROVA SCRITTA**

F. Bonetti

20 settembre 2007

1. Sia $\pi : 2x - 3y + 3z - 1 = 0$ un piano dello spazio ordinario.
 - a. determinare le equazioni di una retta r perpendicolare a π passante per il punto $Q = (3, 1, 3)$;
 - b. determinare l'equazione di un piano ρ contenente r e passante per il punto $R = (0, 0, 1)$.
2. Nello spazio euclideo tridimensionale sia dato il fascio di quadriche di equazione:

$$\mathcal{C}_k : 2x^2 + (1+k)y^2 - 4(1+k)yz + (5+5k)z^2 + 4x - 2y + 4z + 5 = 0.$$

- a. classificare le quadriche al variare del parametro reale k ;
 - b. classificare le coniche intersezione tra il fascio e il piano O_{xy} .
3. Si consideri l'endomorfismo f di \mathbb{R}^3 definito da:

$$f(x, y, z) = (2x + 2y + z, y, -x - 2y).$$

- a. si studi la diagonalizzabilità di f ;
 - b. si determini, se esiste, un sottospazio W di \mathbb{R}^3 di dimensione 2 su cui f agisce come l'identità;
 - c. si determini una rappresentazione cartesiana del sottospazio $f(U)$, dove

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 0 \wedge y - 3z = 0\}.$$