

**Cors0 di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Testo della prova scritta di Geometria ed Algebra**  
**(prof. Flavio Bonetti)**  
**del 22 - 7 - 2003**

**1.** Determinare l'endomorfismo  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che

$$\mathbf{f}((1;0;0;0)) = (0;1;0;0), \mathbf{f}^2 = -\mathbf{Id} \text{ e } \mathbf{f}(\mathbf{U}) = \mathbf{U} \text{ dove } \mathbf{U} = \{x = y = 0\}.$$

- i) Determinare la dimensione ed una base di **Ker f** e di **Im f**
- ii) Studiare la diagonalizzabilità di **f**, trovare poi una base ortonormale, rispetto al prodotto scalare canonico, di ciascuno degli autospazi, eventualmente trovati.

**2.** Siano dati in  $EG(3;\mathbb{R})$  i piani,  $\pi_\alpha$ , di equazioni

$$x + \alpha y + 2z = 2, 3x + z = -1, y + z = \alpha \text{ e } x - 2y - 3z = \alpha:$$

- i) se ne discuta il sistema al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  e si interpretino geometricamente i risultati ottenuti;
- ii) si fissi  $\alpha = 0$ ; detti  $r$  la retta rappresentata dalle prime due equazioni e  $\pi$  il piano rappresentato dall'ultima equazione, si calcoli la distanza fra  $r$  e  $\pi$ .

**3.** In  $EG(3;\mathbb{R})$  dopo aver classificato la quadrica  $\beta$  di equazione :

$$x^2 + y^2 - z^2 + yx + x - 3 = 0;$$

si scriva la forma canonica della conica intersezione della quadrica  $\beta$  con il piano di equazione  $z = 0$ .

