CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA L-A
PROVA SCRITTA
11 SETTEMBRE 2006

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo

$$f((x, y, z)) = (x + 4y, -y, -2y + z).$$

- **a.** Verificare che f è diagonalizzabile, e scrivere una rappresentazione cartesiana di ciascun autospazio.
- **b.** Detta A la matrice associata ad f rispetto alla base canonica, si determinino una matrice diagonale D e una matrice invertibile P tali che si abbia:
$$D = P^{-1} \times A \times P.$$

2. Siano $S_j = \{(1; 2; 1)(0; j; 1)(0; 1; 2)\}$ e $T = \{(3; 1; 2)(0; 1; 0)(2; -1; 1)\}$ due sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$.

- **a.** Stabilire per quali valori il sottospazio vettoriale $W_j = \text{Span}(S_j)$ è diverso da $\mathbb{R}^3$.
- **b.** Si ponga $j = \frac{1}{2}$. Determinare le equazioni cartesiane di $W_{\frac{1}{2}}$.
- **c.** Si ponga $j = 1$. Dopo aver verificato che T è una base per $\mathbb{R}^3$, scrivere la matrice di passaggio
$$M_T^{S_1}(id)$$
dalla base S_1 alla base T.

3. Si la quadrica di equazione:

$$\mathscr{C}_t : x^2 + 2yz + 1 + t(y^2 + z^2 + xz + 2yz) = 0$$

al variare del parametro reale t.