

# 四川大学期末考试试题（闭卷）

## （2015——2016 学年第 1 学期） A 卷

课程号：304156050      课序号：      课程名称：离散数学      任课教师：      成绩：  
 适用专业年级：      学生人数：      印题份数：      学号：      姓名：

### 考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1、下列等价式成立的是（ ）

- (1)  $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \Leftrightarrow T$       (2)  $P \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow R$ ;  
 (3)  $\sim P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow R$       (4)  $P \wedge (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow Q$

2、公式  $A = \exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$  的解释 I 为：个体域  $D = \{a, b\}$ ； $P(a)=1$ ， $Q(a)=0$ ， $P(b)=0$ ， $Q(b)=0$ 。则公式 A（ ）

- (1) 真值为 1；      (2) 真值为 0；      (3) 是永假式；      (4) (3) 和 (2) 都对。

3、下列关系式成立的是（ ）

- (1)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$   
 (2)  $\exists x \forall y A(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x A(x, y)$   
 (3)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q) \Leftrightarrow \forall xP(x) \rightarrow Q$   
 (4)  $\exists x(P(x) \rightarrow Q) \Leftrightarrow \exists xP(x) \rightarrow Q$

4、在 Peterson 图中，至少要填加（ ）才能构成欧拉图。

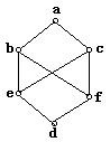


- (1) 3 条边      (2) 4 条边      (3) 5 条边      (4) 6 条边

5、若简单图 G 有 5 个结点，7 条边，则  $\overline{G}$  有（ ）

- (1) 1 条边      (2) 2 条边      (3) 3 条边      (4) 4 条边

6、下图哈斯图表达的偏序集中，子集{b, e, f}的所有上界元为 ( )



- (1)  $b, c$  (2)  $a, b$   
(3)  $b$  (4)  $a, b, c$

7、设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 若  $A$  上的置换  $\pi$  满足  $\pi \circ \pi = (1)$ , 称  $\pi$  为幂么置换。下面 ( ) 是幂么置换

- (1)、 $(1\ 4)(2\ 3)$  (2)、 $(1\ 3\ 2\ 4)$   
(3)、 $(1\ 4\ 2\ 3)$  (4)、 $(1\ 2\ 3\ 4)$

8、下列推理错误的原因在于 ( )

- |                                      |      |
|--------------------------------------|------|
| ① $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ | P    |
| ② $F(y) \rightarrow G(y)$            | US①  |
| ③ $\exists xF(x)$                    | P    |
| ④ $F(y)$                             | ES③  |
| ⑤ $G(y)$                             | T②④I |
| ⑥ $\forall xG(x)$                    | UG⑤  |

(1) ②的 US 使用无效; (2) ④的 ES 使用无效;

(3) ⑤的 TI 使用无效; (4) ⑥的 UG 使用无效。

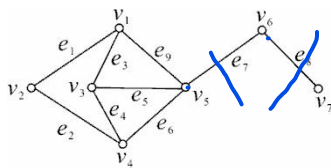
9、下面对公式  $\forall x \forall y (P(x, y) \vee Q(y, z)) \wedge \exists x P(x, y)$  换名错误的是 ( )

- (1)  $\forall x \forall u (P(x, u) \vee Q(u, z)) \wedge \exists x P(x, y)$  (2)  $\forall x \forall y (P(x, u) \vee Q(u, z)) \wedge \exists x P(x, u)$   
(3)  $\forall x \forall y (P(x, y) \vee Q(y, z)) \wedge \exists x P(x, u)$  (4)  $\forall u \forall y (P(u, y) \vee Q(y, z)) \wedge \exists u P(u, y)$

10、设  $S = \{\Phi, \{1\}, \{1, 2\}\}$ , 则  $S$  的子集是 ( )

- (1)  $\{1\}$  (2)  $\{1, 3\}$  (3)  $\{\Phi\}$  (4)  $\{2, 3\}$

11、关于图  $G$  的割点和割边说法正确的是 ( )



- (1) 图  $G$  有 2 个割点、2 条割边。  
(2) 图  $G$  有 1 个割点、2 条割边。  
(3) 图  $G$  有 3 个割点、2 条割边。  
(4) 图  $G$  有 1 个割点、1 条割边。

12、下面是布尔代数的是 ( )

- (1) 幂集格  $\langle 2^A, \cup, \cap \rangle$  (2) 因子格  $\langle D_{12}, \text{lcm}, \text{gcd} \rangle$   
(3) 全序格  $\langle \{1, 2, 3, 4, 5\}, \leq \rangle$  (4) 5 点格

13、下面没有消去律的代数系统是 ( )

- (1) 实数集加群  $\langle \mathbb{R}, + \rangle$  (2) 模 7 剩余类环  $\langle \mathbb{Z}_7, \oplus, \otimes \rangle$   
(3) 幂集格  $\langle 2^A, \cup, \cap \rangle$  (4) 模 6 剩余类环  $\langle \mathbb{Z}_6, \oplus, \otimes \rangle$

14、下面函数是单射而非满射的是 ( )

(1)  $f: R \rightarrow R, f(x) = -x^2 + 2x - 1;$

(2)  $f: Z^+ \rightarrow R, f(x) = \ln x;$

(3)  $f: R \rightarrow Z, f(x) = [x], [x]$  表示不大于  $x$  的最大整数;

(4)  $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 1。$

其中  $R$  为实数集,  $Z$  为整数集,  $Z^+$  为正整数集。

15、若  $f: A \rightarrow B$  是从  $A$  到  $B$  的函数, 定义一个函数  $g: B \rightarrow 2^A$ , 对任意  $b \in B$  有

$g(b) = \{x | (x \in A) \wedge (f(x) = b)\}$ , 则  $g$  为单射时 ( )

(1)  $f$  一定是满射

(2)  $f$  一定是单射

(3)  $f$  不一定是满射

(4)  $f$  一定不是满射

16、下面关于哈密顿图的说法, 错误的是 ( )

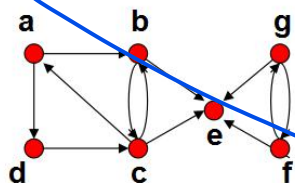
(1) 如果图  $G$  的闭包是哈密顿图, 则图  $G$  一定是哈密顿图。

(2) 如果图  $G$  的闭包不是哈密顿图, 则图  $G$  一定不是哈密顿图。

(3) 如果  $n(>2)$  阶简单图  $G$  的任何两个结点  $u$  和  $v$ , 都使  $d(u) + d(v) \geq n$  成立, 则  $G$  是哈密顿图。

(4) 如果从图  $G$  中任意删去  $n$  个结点, 产生的支数  $\omega$  都满足  $\omega \leq n$ , 则图  $G$  一定是哈密顿图。

17、下面图  $G$  的强分图是 ( )



(1)  $G(\{a, b, c\}), G(\{g, f\}), G(\{e\}), G(\{d\})$

(2)  $G(\{a, b, c, d\}), G(\{g, f\}), G(\{e\})$

(3)  $G(\{a, b, c, d\}), G(\{e, g, f\})$

(4)  $G(\{a, b, c, d\}), G(\{e, g, f\}), G(\{e\})$

18、设  $S = \{a, b, c\}$ , 运算 “ $\cdot$ ” 由下表定义, 则  $\langle S, \cdot \rangle$  ( )

$\cdot$	a	b	c
a	a	b	c
b	a	b	c
c	a	b	c

(1) 含幺元

(2) 运算可交换

(3) 只有一个幂等元

(4) 运算可结合

19、下面命题不正确的是 ( )

(1) 循环群的子群必是循环群。

(2) 每个阶数大于 1 的群必含有阶数大于 1 的交换子群。

(3) 群中的每个元素和它的逆元素有相同的周期。

(4) 群中指数为 2 的子群不是正规子群。

20、设  $S$  依次为下列数集合,  $+$ 、 $\times$  为数的加法、乘法运算。则下面  $\langle S, +, \times \rangle$  构成域的是 ( )

(1)  $S = \{x | x = a + b\sqrt{3}, a, b \in Q\}$  (2)  $S = \{x | x = 2n, a, b \in Z\}$

(3)  $S = \{x | x = 2n + 1, n \in Z\}$  (4)  $S = \{x | x \in Z \wedge x \geq 0\}$

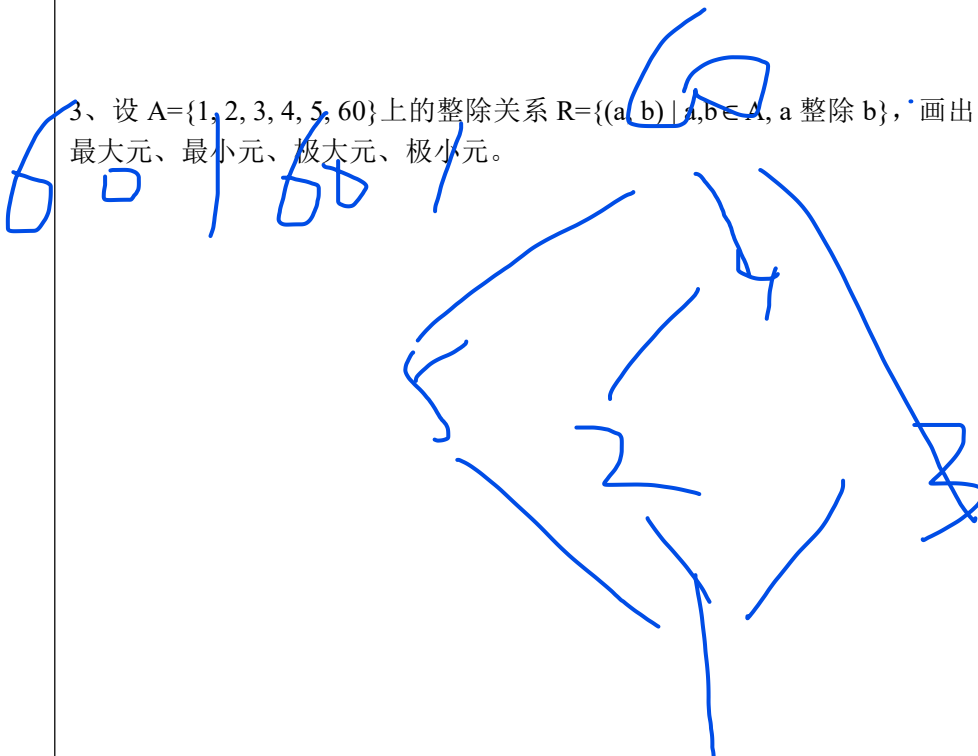
二、演算题（本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

1、用真值表或等价变换法求  $(\sim P \leftrightarrow R) \wedge (Q \rightarrow \sim R)$  的主析取范式。

2、把下面的命题符号化成谓词逻辑公式：

不存在小于零的自然数。负数都是小于零的，因此，负数都不是自然数。

3、设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 60\}$  上的整除关系  $R = \{(a, b) \mid a, b \in A, a \text{ 整除 } b\}$ ，画出  $R$  的哈斯图，并写出它的最大元、最小元、极大元、极小元。



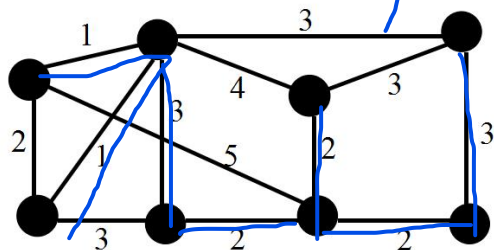
4、设集合  $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A$  上的二元关系:

$R_1=\{(1,1), (1,2), (2,4), (3,5), (4,2)\}$ ,

$R_2=\{(1,1), (4,2), (4, 3), (3, 3)\}$ 。

求  $R_1 \circ R_2$ ,  $r(R_1)$ ,  $s(R_1)$ ,  $t(R_1)$ 。

5、求下面权图中最小生成树的权和与其树补边权和的比例。



6、写出整数集模 7 乘群  $\langle \mathbb{Z}_7 - \{[0]\}, \otimes \rangle$  的所有非平凡子群及其相应的左陪集

三、推理与证明题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分）

1、证明：  $(P \vee Q) \rightarrow R, R \rightarrow (S \vee U), U \rightarrow T, \sim(S \vee T) \Rightarrow \sim P$

2、证明：设  $G$  是  $n$  个结点、 $m$  条边、 $f$  个面的简单连通平面图，则  $m \leq 3(n-2)$ 。

$$n + f - m = 2$$

$$2m =$$

3、设  $L$  是平面上直线的集合， $R = \{(x, y) | x \in L \wedge y \in L \wedge x \text{ 平行于 } y\}$ 。证明  $R$  是  $L$  上的等价关系。

4、设  $G = \{a+bi | a, b \in \mathbb{Z}\}$ ，其中  $i$  是虚数单位， $\mathbb{Z}$  是整数。证明  $\langle G, + \rangle$  是群。

闭  
 结  
 合  
 律