

# 四川大学期末考试试题（闭卷）

## （2019—2020 学年第 1 学期）A 卷

课程号：304156050      课序号：      课程名称：离散数学      任课教师：      成绩：  
适用专业年级：2018 级计算机科学与技术      学生人数：      印题份数：  
学号：      姓名：

### 考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1、下列公式中，（ ）不是永真式。

- ①  $(P \wedge Q) \rightarrow Q$       ②  $P \rightarrow (P \vee Q)$   
③  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim Q \rightarrow \sim P)$       ④  $(\sim P \vee Q) \wedge (\sim (\sim P \wedge \sim Q))$

2、下列谓词公式中是前束范式的是（ ）

- ①  $(\forall x)F(x) \wedge \neg(\exists x)G(x)$       ②  $(\forall x)F(x) \vee (\forall y)G(y)$   
③  $(\forall x)(\exists y)(P(x) \rightarrow Q(x, y))$       ④  $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y))$

3、对任意集合 A、B、C，下列命题中为真的是（ ）。

- ① 若  $A \subseteq B$  且  $B \in C$ ，则  $A \in C$       ② 若  $A \subseteq B$  且  $B \in C$ ，则  $A \subseteq C$   
③ 若  $A \in B$  且  $B \subseteq C$ ，则  $A \in C$       ④ 若  $A \subseteq B$  且  $B \in C$ ，则  $A \notin C$

4、设 R、S 都是集合 A 上的二元关系，下列命题中（ ）不真。

① 若 R、S 都是自反的，则  $R \cup S$  是自反的      ② 若 R、S 都是反自反的，则  $R \cup S$  是反自反的

③ 若 R、S 都是对称的，则  $R \cup S$  是对称的      ④ 若 R、S 都是传递的，则  $R \cup S$  是传递的

5、设  $R_1$ 、 $R_2$  都是集合 A 上的等价关系，下列关系中是 A 上的等价关系的是（ ）。

- ①  $(A \times A) - R_1$     ②  $R_1 \cap R_2$     ③  $r(R_1 - R_2)$     ④  $R_1 - R_2$

6、设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，下列  $A$  上的关系构成  $A$  到  $A$  的映射的是 ( )。

- ①  $f_1 = \{(2, 1), (2, 4), (3, 4), (4, 1)\}$     ②  $f_2 = \{(4, 4), (3, 1), (1, 2), (4, 2)\}$   
 ③  $f_3 = \{(1, 1), (2, 1), (1, 2), (3, 4)\}$     ④  $f_4 = \{(1, 4), (2, 1), (3, 4), (4, 1)\}$

7、设集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$ ，则下列子集族中构成  $A$  的一个划分的是 ( )。

- ①  $\{\{1\}, \{3, 4\}, \{9, 6\}\}$     ②  $\{\{1, 2, 3\}, \{3\}, \{4, 9, 6\}\}$   
 ③  $\{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 9, 6\}\}$     ④  $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{6, 9\}\}$

8、下列集合关于数的加法运算封闭的是 ( )。

- ①  $A = \{-1, 1, 3\}$     ②  $B = \{x \mid x \text{ 是奇数}\}$   
 ③  $C = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$     ④  $D = \{x \mid x \text{ 是复数且 } |x| = 1\}$

9、设  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  分别是整数集, 有理数集, 实数集, 下列代数系统中, 不构成环的是 ( )。

(其中  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  是普通数的加法, 减法、乘法)

- ①  $(\mathbb{Z}, +, \times)$     ②  $(\mathbb{Z}, -, \times)$     ③  $(\mathbb{Q}, +, \times)$     ④  $(\mathbb{R}, +, \times)$

10、设  $G$  是六阶群, 则其元素的阶不能是 ( )。

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4

11、实数集  $\mathbb{R}$  的下列运算不满足交换律的是 ( )。

- ①  $a \circ b = |a - b|$     ②  $a \circ b = (a + b) / 2$     ③  $a \circ b = a + 2b$     ④  $a \circ b = \sqrt{a^2 + b^2}$

12、下列环中是域的是 ( )。(其中  $S$  是全体偶数的集合)

- ①  $(\mathbb{Z}, +, \times)$     ②  $(\mathbb{Z}_6, \oplus, \otimes)$     ③  $(\mathbb{Z}_3, \oplus, \otimes)$     ④  $(S, +, \times)$

13、设有代数系统  $(\mathbb{R}^*, \times)$ , 其中  $\mathbb{R}^*$  为非零实数,  $\times$  是普通乘法, 则下列映射中 ( ) 不是自同态。

- ①  $f(x) = |x|$     ②  $f(x) = x + 1$     ③  $f(x) = x^2$     ④  $f(x) = \frac{1}{x}$

14、 $K_{3,3}$  图是 ( )。

- ① 欧拉图    ② 哈密顿图    ③ 平面图    ④ 完全图

15、12 阶循环群有 ( ) 个不同的子群。

- ① 3    ② 6    ③ 9    ④ 12

二、多项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分) 在每小题列出的四到五个备选项中

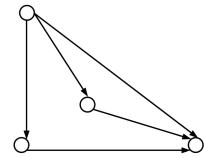
有二个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分。

1、下列语句中，是命题的有（ ）。

- 1). 德国的首都是柏林。 2). 你吃饭了吗？ 3). 香港是中国的领土。  
4). 我正在说荒。 5). 如果太阳从西边出来，老虎会变成猫。

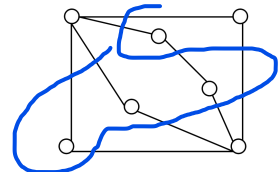
2、设  $A = \{1, 2, 3\}$ ，则右图所示  $A$  上的关系具有（ ）。

- 1). 自反性 2). 反自反性 3). 对称性  
4). 反对称性 5). 传递性



3、右图所示的图一定不是（ ）。

- 1). 平面图 2). 二部图 3). 欧拉图  
4). 哈密而顿图 5). 树

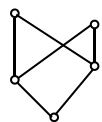
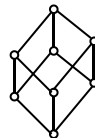
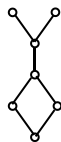
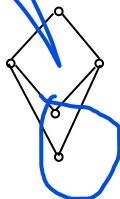


4、设  $G$  是一个 35 阶群， $a \in G$ ，则  $a$  的周期不可能是（ ）。

- 1). 9 2). 2 3). 12 4). 6 5). 5

5、下列哈斯图中，不是格的有（ ）。

- 1). 2). 3). 4). 5).



### 三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、设  $S$  为非空有限集，代数系统  $\langle 2^S, \cup \rangle$  中幺元为 \_\_\_\_\_，零元为 \_\_\_\_\_。

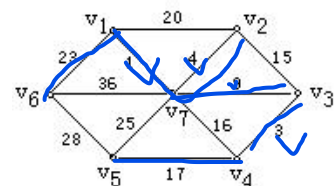
2、设  $X = \{3, 5, 9, 15, 45, 90\}$ ， $R$  是  $X$  上的整除关系，则  $R$  是  $X$  上的偏序关系，其最大元是 \_\_\_\_\_，极小元是 \_\_\_\_\_。

3、树是不包含 \_\_\_\_\_ 的连通图，其图中结点  $n$  和边  $m$  的关系是 \_\_\_\_\_。

4、设  $e$  是群  $G$  上的幺元，若  $a \in G$  且  $a^2 = e$ ，则  $a^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、设  $\langle L, \vee, \wedge, 0, 1 \rangle$  是有界格， $a, b \in L$ ，若  $a \vee b = 1$  且  $a \wedge b = 0$ ，则

$\overline{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\overline{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



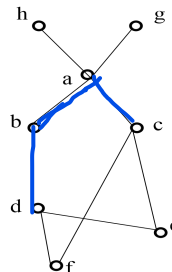
### 四、演算题（本大题共 5 小题，共 35 分）

1. (7 分) 求解公式  $P \wedge (Q \vee R)$  的主合取范式。

2. (7分)如下图所示的赋权图表示某乡七个村 $v_1, v_2, \dots, v_7$ 及预先算出它们之间的公路造价(单位:万元),试给出一个设计方案,使得各村之间既能够互通又使整个工程的总造价最小。

3. (7分)设树 $G$ 中有6个结点数度为2, 5个结点数度为3, 4个结点数度为6, 其余结点数度均为1, 试求 $G$ 中的总结点数目。

4. (7分)已知有如图的偏序关系, 求出其子集 $A = \{a, b, c, d\}$ 的极大元、极小元、最大元、最小元、上界和下界, 最小上界和最大下界。



5. (7分)按右边格式列出模为5的剩余类乘群 $\langle \mathbb{Z}_5 - \{[0]\}, \otimes \rangle$

的运算表, 并求出该群的幺元及每个元的逆元。

$\otimes$	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]				
[2]				
[3]				
[4]				

### 五、推理与证明题 (本大题共3小题, 共21分)

1. (7分)请用演绎法证明:  $(P \rightarrow (Q \rightarrow S)) \wedge (\neg R \vee P) \wedge Q \Rightarrow R \rightarrow S$

2. (7分)如果集合 $A$ 上的关系 $R$ 和 $S$ 是自反的、对称的和传递的, 证明:  $R \cap S$ 是 $A$ 上的等价关系。

3. (7分)设 $\langle R, * \rangle$ 是一个代数系统,  $*$ 是 $R$ 上的二元运算, 即对,  $\forall a, b \in R, a * b = a + b + a \cdot b$ ,  $+$ ,  $\cdot$ 是普通加法和乘法运算, 则 $0$ 是幺元且 $\langle R, * \rangle$ 是含幺半群。

### 六、应用题 (9分)

一个快递员每天所负责的投递区域如下图所示, 图中每条边代表一条街道, 权为街道的长度, 快递员每天从快递站 $V$ 出发, 将所负责区域的街道走完一遍再回到快递站, 请为快递员规划一条路径使得他所走的总里程数最少。

