

第八次作业

Karry

1. 列出影响期权价格的 6 个因素

答：

- 当前股票的价格
- 执行价格
- 期权期限
- 股票价格的波动率
- 无风险利率
- 期权期限内预期支付的股息

2. 答：直接套入公式，下限为：

$$28 - 25 \times e^{-0.08 \times \frac{4}{12}} = 3.66$$

3. 答：直接套入公式，下限为：

$$15 \times e^{-0.06 \times \frac{1}{12}} - 12 = 2.93$$

18. 答：沿用本章符号

- 欧式看涨期权价格：c； 欧式看跌期权 p
- 美式看涨期权价格：C； 美式看跌期权 P

由平价公式：

$$p + S_0 = c + Ke^{-rt}$$

因为 $P \geq p$ 所以 $P \geq c + Ke^{-rt} - S_0$ 并且 $C = c$

所以 $P \geq C + Ke^{-rt} - S_0$ 即 $C - P \leq Ke^{-rt} - S_0$ 右边得证

下证左边，先构建两个投资组合：

- I：一个欧式看涨期权与一个数量为 K 的现金组合
- II：一个美式看跌期权与一个股票组合

对于美式看跌期权会有两种情况：

1) 组合 I 中的现金进行无风险投资, 且组合 II 在 T 时间点前不行权

则投资组合 II 在 T 时刻的价值为 $Max(S_T, K)$

又组合 I 的在 T 时刻的价值为

$$Max(S_T - K, 0) + Ke^{rT} = Max(S_t, K) - K + Ke^{rt}$$

因为 r 大于零 所以投资组合 I 在 T 时刻的价值大于投资组合 II

2) 组合 I 中的现金进行无风险投资, 且组合 II 在 T 时间点前的时间点 t 行权

此时组合 II 在 t 时刻的价值为 K 投资组合 I 在 t 时刻的价值为 Ke^{rt}

也即投资组合 I 的价值仍然大于投资组合 II 的价值

因此不论何时均有投资组合 I 的价值大于投资组合 II

故: $c + K \geq P + S_0 \Rightarrow C + K \geq P + S_0$ 即 $C - P \geq S_0 - K$ 左边得证

综上: 式 11-7 得证

19. 答: 此时的评价公式变为:

$$p + S_0 = c + D + Ke^{-rt}$$

因为 $P \geq p$ 所以 $P \geq c + D + Ke^{-rt} - S_0$ 并且 $C = c$

所以 $P \geq C + D + Ke^{-rt} - S_0$ 即 $C - P \leq Ke^{-rt} - S_0$ 右边得证

下证左边, 先构建两个投资组合:

- I: 一个欧式看涨期权与一个数量为 D + K 的现金组合
- II: 一个美式看跌期权与一个股票组合

对于美式看跌期权会有两种情况:

1) 组合 I 中的现金进行无风险投资, 且组合 II 在 T 时间点前不行权

则投资组合 II 在 T 时刻的价值为 $Max(S_T, K) + De^{rT}$

又组合 I 的在 T 时刻的价值为

$$Max(S_T - K, 0) + (K + D)e^{rT} = Max(S_t, K) - K + (K + D)e^{rt}$$

因为 r 大于零 所以投资组合 I 在 T 时刻的价值大于投资组合 II

2) 组合 I 中的现金进行无风险投资, 且组合 II 在 T 时间点前的时间点 t 行权此时组合 II 在 t 时刻的价值为 $K + De^{rt}$ 投资组合 I 在 t 时刻的价值为 $(K + D)e^{rt}$

也即投资组合 I 的价值仍然大于投资组合 II 的价值

因此不论何时均有投资组合 I 的价值大于投资组合 II

故: $c + K + D \geq P + S_0 \Rightarrow C + K + D \geq P + S_0$ 即

$$C - P \geq S_0 - D - K$$

左边得证

综上: 式 11-11 得证