四川大学期末考试试题（闭卷）

（2018—2019 学年第 1 学期） A 卷

课程号：304156050 课序号： 课程名称：离散数学 任课教师： 成绩：
适用专业年级：2017 级计算机科学与技术 学生人数： 印题份数：
学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设谓词 P(x)：x 是奇数，Q(x)：x 是偶数，谓词公式 $\exists x(P(x)\vee Q(x))$ 当个体域是（ A 或 D ）时该谓词公式的值为真?

(A) 自然数； (B) 实数； (C) 复数； (D) 以上都正确

2. 在 0 和 Φ 之间满足关系（ D ）。

(A) = ； (B) ⊆ ； (C) ∈ ； (D) ∉

3. 设集合 S，|S|=5，则 |P(S)|=（ C ）。

5

(A) 5 ； (B) 30； (C) 32； (D) 不确定

4. 设 A={a, b, c, d, e, f }，则下列选项中（B）是 A 的一个分划。

(A) {{a, c, d}, {e, a, f}, {a, c}}；

(B) {{a, c}, {b, d, e}, {f}}；

(C) {{a}, {b, c, d}, {f}}

(D) 以上都不正确

5. 下列选项中（A ）可以定义一个函数：

(A) {(1, (2, 3)), (2, (3, 4)), (3, (1, 4)), (4, (1, 4))}；

(B) {(1, (2, 3)), (2, (3, 4)), ((3, 1), (3, 2))}；

(C) {(1, (2, 3)), (2, (3, 4)), (1, (2, 1))}；

(D) 以上都正确

6. 在 A={a, b, c}上可以定义多少个不同的等价关系？（ B ）

(A) 4　　(B) 5　　(C) 12　　(D) 15

7. 映射 f: R×R→R, f(x,y)=x+y 是（ B ）

（A）单射　　(B) 满射　　(C) 双射　　(D) 既不是单射，也不是满射

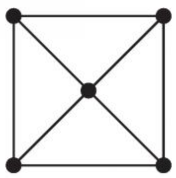
8. 设 A={1, 2, 3, 4}，π = (1324)是 A 上的一个置换，π^2 =（ A ）

（A） (12)(34)　　(B) (1423)　　(C) (13)(24)　　(D) (14)

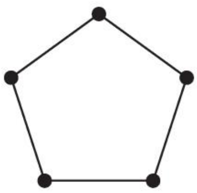
9. 完全二部图 $K_{2,3}$ 也是（ B ）

(A) 树　　(B) 平面图　　(C) 哈密顿图　　(D) 欧拉图

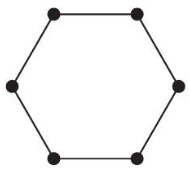
10. 下面哪个图是二部图？（ C ）



(A)



(B)

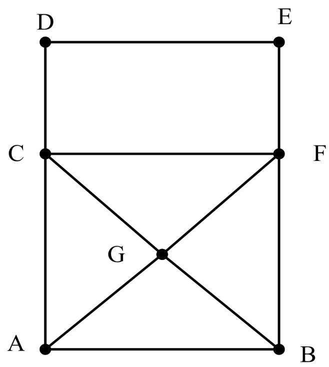


(C)

都不是

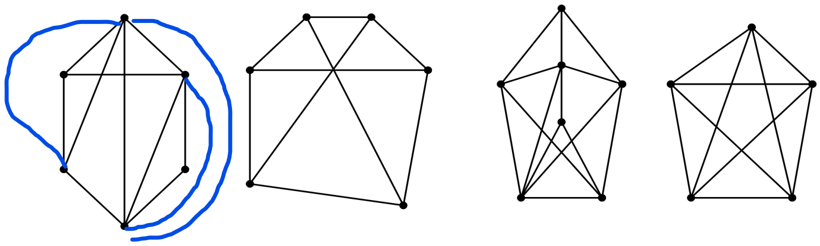
(D)

11. 如下图所示，洒水车从 A 点出发执行洒水任务。请问是否存在一条洒水路线使洒水车从 A 点出发通过所有街道且不重复，并且最后回到车库 B。以下选项中说法正确的是（ B ）：



（A）不存在；（B）存在；（C）无法确定；（D）以上选项都不正确

12. 下图中，图（ A）是平面图：



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

13. 以下选项中不是整环的是（ C ）：

（A）< Z , +, ×>;　（B）<Q, +, ×> ;　（C）$\langle Z_{10}, \oplus, \otimes \rangle$;　（D）以上均不对。

14. 在代数系统中，整环和域的关系为（A ）。

（A）域一定是整环；　（B）域不一定是整环 ；

（C）整环一定是域；　（D）域一定不是整环。

15. 下列哪个偏序集构成有界格（ D ）：

（A）<N, ≤> ;　（B）<Z, ≥>;

（C）<{2, 3, 4, 6, 12}, |> ;

（D）<P(A), ⊆> 。

二、多项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分 ）在每小题列出的四到五个备选项中有二个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分。

1. 以下描述中是命题的是（BCD ） ：

（A）你去把钢笔拿过来；（B）今天是寒假第一天；

（C）碳是一种金属；　（D）如果你去看电影，那么我也去。

2. 下面关于集合基数*不正确*的说法是(ABC)。

（A）一个集合不可能和它的真子集等势；（B）实数集合的基数最大；

（C）没有最小的基数；　（D）素数集合与有理数集合等势。

3. 关于公式（∀x）R（x,y）∧（∃y）Q（z，y）↑（∀z）P（x）下列说法中（ BCD ）是正确的：

（A）x 仅是约束变元；　（B）z 仅是自由变元；

（C）x 既是约束变元又是自由变元；

（D）y 既是约束变元也是自由变元。

4. 设 A＝{1,2,3}，在 A 上存在关系 R={（1，1），（1，3），（2，2），（2，3），（3，3）}则关系 R 具有（ ABD ）。

（A）自反性；（B）传递性；（C）对称性；（D）反对称性；

5. 设 A＝{a,b,c}，则<P(A),⊆>的子格有（ABCD）：

（A）<{Φ, {b, c}}, ⊆>;

（B）<{Φ, A}, ⊆>;

（C）<{Φ, {a}}, ⊆>

（D）<{Φ, {c}, {a, c}, {b, c}, A }， ⊆>。

三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 设谓词 M(x)：x 是人，F（y）：y 是食物，Q（x，y）：x 对 y 过敏，则自然语言“某些人对某些食物过敏”可以符号化为： $\exists x \exists y(M(x) \wedge F(y) \wedge Q(x, y))$ 。

2. 在有 n 个结点的树中，其结点度数之和是 2n-2 。

3. 设 S 为非空有限集，则 $<2^S, \cup>$ 中幺元为 Φ ，零元为 S 。

4. 设 R 是定义在集合 X={1，2，3，4}上的二元关系，R={<1,1>, <1,2>, <1,4>}，则 t（R）= R ，s(R)={<1,1>,<1,2>,<2,1>,<1,4>,<4,1>}。

5. 设图 G 是平面非连通图，n 是 G 中顶点数，m 是 G 中边的个数，f 是 G 中面的个数，则 n-m+f=ω（G）+1。

四、演算题（本大题共 5 小题，共 40 分）

1. （10 分）求解公式(～P→Q)∧(R∨P)的主合取范式和主析取范式

解：(～ P→Q)∧(R∨P) **（各 5 分）**

⇔ (P∨Q)∧(R∨P)

⇔ (P∨Q∨(R∧～ R))∧(P∨(Q∧～ Q))∨R)

⇔ (P∨Q∨R)∧(P∨Q∨～ R)∧(P∨Q∨R)∧(P∨～ Q∨R)

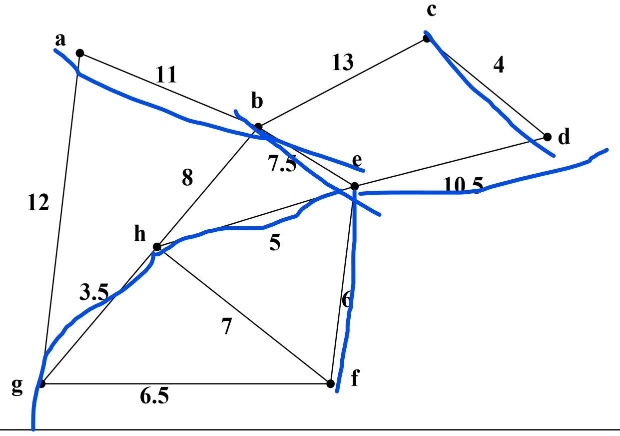
⇔ (P∨Q∨R)∧(P∨Q∨～ R)∧(P∨～ Q∨R) （主合取范式）

(～ P→Q)∧(R∨P)

⇔ (～P∧Q∧R)∨(P∧～Q∧～R)∨(P∧Q∧～ R)∨(P∧～Q∧R)∨(P∧Q∧R)

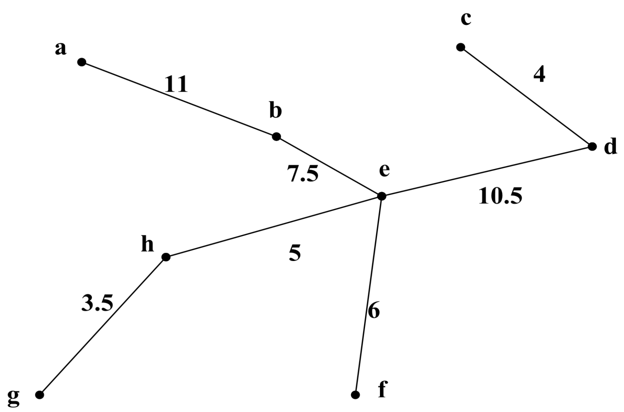
（主析取范式）

2. （8 分）求出下图所示赋权图的最小生成树。



解：

最小生成树：



（4 分）

最小生成树的总权值 W=47.5　（4 分）

3.（8 分）设 A={a, b, c, d, e, f},

　　(1) 写出 A 上的一个等价关系 R，使 R 可以产生分划{{a, b}, {c}, {d, e, f}}.

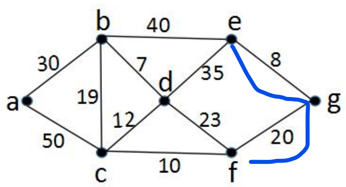
解：R=$\{a,b\}\times\{a,b\}\cup\{c\}\times\{c\}\cup\{d,e,f\}\times\{d,e,f\}$　　---2 分

　　(2) 决定 A 上的最大等价关系有多少个元素？最小等价关系有多少个元素？

解：A 上的最大等价关系是 $A\times A$，有 36 个元素；　　---3 分

　　A 上的最小等价关系是 I_A，有 6 个元素　　---3 分

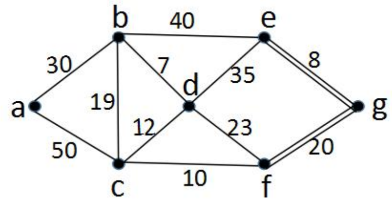
4.（8 分） **在下图中求中国邮递员问题的解.**



解：图中只有 2 个奇数度结点 e 和 f，e 和 f 的最短路径为 egf，复制边 eg 和 gf，得到欧拉图，　　---4 分

则其欧拉回路就是中国邮递员问题的解：

C=abcdbedfgegfca　　（不唯一）　　--4 分



5. （6 分） **设集合 S={a,b,c,d}，"*"是 S 上的二元运算，其运算表如下：**

*	a	b	c	d
a	**a**	**b**	**c**	**d**
b	**b**	**c**	**d**	**a**
c	**c**	**d**	**a**	**b**
d	**d**	**a**	**b**	**c**

则代数系统<S, *>上的生成元是什么？

解：根据运算表可知：

元素 a、b、c 和 d 分别可以由 b^4、b^1、b^2 和 b^3 表示出来，所以元素 b 是生成元；

元素 a、b、c 和 d 分别可以由 d^4、d^3、d^2 和 d^1 表示出来，所以元素 d 是生成元；

因此，<S, *>上共有 b 和 d 两个生成元。

五、推理与证明题（本大题共 4 小题，共 25 分）

1.（6 分）请用演绎法证明：

$$P \to (Q \to R), Q \to (R \to S) \Rightarrow P \to (Q \to S)$$

证明：证法不唯一，下面用 CP 法证明：

证明:(CP法)

步骤	公式	规则
①	P	P(附加)
②	$P \to (Q \to R)$	P
③	$Q \to R$	TI(1)(2)
④	$Q \to (R \to S)$	P
⑤	$R \to (Q \to S)$	TE(4)
⑥	$Q \to (Q \to S)$	TI(3)(5)
⑦	$Q \to S$	TE(6)
⑧	$P \to (Q \to S)$	CP(1)(7)

2.（6 分）令 L(x)：x 小于零；N(x)：x 是自然数；H(x)：x 是负数。符号化语句：“不存在小于零的自然数。负数都是小于零的，因此，负数都不是自然数。”并用演绎方法证明其结论。

证明：$\neg(\exists x)[N(x) \wedge L(x)]$，$(\forall x)[H(x) \to L(x)] \Rightarrow (\forall x)[H(x) \to \neg N(x)]$ --2 分

（1）$\neg(\exists x)[N(x) \wedge L(x)]$ P

（2）$(\forall x)[\neg N(x) \vee \neg L(x)]$ TE(1)

（3）$\neg N(x) \vee \neg L(x)$ US(2)

（4）$L(x) \to \neg N(x)$ TE(3)

（5）$(\forall x)[H(x) \to L(x)]$ P

（6）$H(x) \to L(x)$ US(5)

（7）$H(x) \to \neg N(x)$ TI(4)(6)

（8）$(\forall x)[H(x) \to \neg N(x)]$ UG(7) --证明过程 4 分

证法不唯一

3.（6 分）设 $G=(V,E)$ 是简单连通图，$T_1=(V,E_1)$ 和 $T_2=(V,E_2)$ 都是 G 的生成树，且 $E_1 \oplus E_2 = E$. 证明：G 中无割边.

证明：（反证法）设 G 有割边 e，则 $e \in E_1 \cap E_2$，则 $E_1 \oplus E_2 = (E_1 \cup E_2) - (E_1 \cap E_2) \subset E$，与 $E_1 \oplus E_2 = E$ 矛盾，所以假设不成立，即 G 中无割边.

证法不唯一

4.（7 分）设 $<G,\circ>$ 是群，$x, y \in G$，k 是一个正整数. 证明：$(x^{-1}\circ y\circ x)^k = x^{-1}\circ y\circ x$ 的充分必要条件是 $y^k = y$.

证明：$(x^{-1}\circ y\circ x)^k = (x^{-1}\circ y\circ x)\circ(x^{-1}\circ y\circ x)\circ\ldots\circ(x^{-1}\circ y\circ x)$

$= x^{-1}\circ y\circ(x\circ x^{-1})\circ y\circ(x\circ x^{-1})\ldots(x\circ x^{-1})\circ y\circ x$

$= x^{-1}\circ y^k\circ x$ --4 分

由上述等式，显然有 $(x^{-1}\circ y\circ x)^k = x^{-1}\circ y\circ x$

$\Leftrightarrow x^{-1}\circ y^k\circ x = x^{-1}\circ y\circ x$

$\Leftrightarrow y^k = y$ --3 分

证法不唯一