四川大学期末考试试题（闭卷）

（2016—2017 学年第 1 学期）A 卷评分标准

一、单项选择题（每题 1 分）

1、B　2、B　3、A　4、C　5、B

6、C　7、A　8、A　9、C　10、C

11、D　12、D　13、D　14、A　15、A

二、多项选择题（每题 2 分）

1、（1、2、3、5）　　2、（1、3、4）　　3、（2、3、5）

4、（1、2、3、4）　　5、（2、3、4、5）

三、填空题（每题 2 分）

1、$\{\Phi,\{\mathrm{a}\},\{\{a\}\},\{a,\{a\}\}\}$

2、{（1,1），（2,2），（1,2），（2,1），（3,3），（4,4），（3,4），（4,3）}

3、2

4、10

5、2

四、演算题

1、（7 分）解：原式 = （P↔ R）∨Q　　---- 1 分

= (（∼P∨R）∧(P∨∼R)) ∨Q

= (∼P∧∼R) ∨(P∧R)∨Q　　---- 2 分

= (∼P∧∼R∧(∼Q∨Q)) ∨(P∧R∧(∼Q∨Q))∨(Q∧(P∨∼P)∧(R∨∼R))　　---- 2 分

= (∼P∧∼R∧∼Q) ∨ (∼P∧∼R∧Q) ∨(P∧R∧∼Q)∨(∼P∧R∧Q)∨(P∧∼R∧Q) ∨(P∧R∧Q)　　---- 2 分

2、（8 分）解：由关系图可知关系 R={（1，2），（2，1），（2，3），(3，4)}。 （2 分）

关系 R 的关系矩阵： （2 分）

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

自反闭包：（1 分）

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

对称闭包：（1 分）

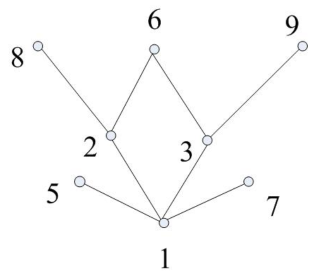
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

其传递闭包的关系矩阵为：（2 分）

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3、（9 分）解：

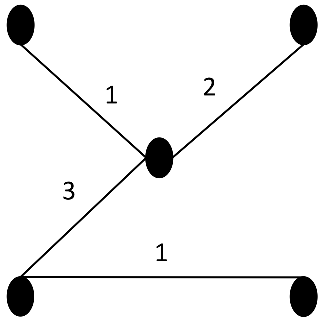
（1）哈斯图如下： （3 分）



（2）最大元：6；最小元：无；极大元：6；极小元：2,3；最大下界：1；最小上界：6。（1 个 1 分，共 6 分）

4、（6 分）解：（1）如右图为最小生成树 --- 4 分

（2） 其权值为 3+1+1+2 = 7 --- 2 分



5、（8 分）解：图的邻接矩阵是：（2 分）

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

可达矩阵 P 是：（2 分）

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵 G 是：（2 分）

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由矩阵 G 可知强分图有：分别由顶点{v1，v2}、{v3}、{v4}导出的子图均是强分图。（2 分）

6、（7 分）设 S，T 为 A={1,2,3,4,5}上的置换函数 S =（1，2，4，5）

T = （1，2，5，3），求 ST^{-1}

解： T^{-1} = (3,5,2,1) ---- 2 分

ST^{-1} = (1,2,4,5)(3,5,2,1) ---- 2 分

= (1,3)(4,5) ---- 3 分

五、推理与证明题

1、（7 分）

证明：	（1）$S \to R$	P	
	（2）$\sim Q \to \sim R$	P	
	（3）$R \to Q$	T(2)E	---- 1 分
	（4）$S \to Q$	T(1,3)I	---- 2 分
	（5）$P \to \sim Q$	P	
	（6）$Q \to \sim P$	T(5)E	---- 1 分
	（7）$S \to \sim P$	T(4,6)I	---- 2 分
	（8）$\sim P \vee \sim S$	T(7)E	---- 1 分

（注：其他方法也可）

2、（7 分）

证明：

（1）自反性：对于任意的自然数 a，无论 a 是奇数或偶数，均有 a+a 是偶数，

即$(a,a) \in R$；（2 分）

（2）对称性：如果$(a,b) \in R$,则 a+b 是偶数。显然，b+a 也是偶数，

即$(b,a) \in R$；（2 分）

（3）传递性：若$(a,b) \in R$，$(b,c) \in R$，则 a+b 和 b+c 均为偶数。

显然，a+c 也为偶数，即有$(a,c) \in R$。（3 分）

综上述，R 是等价关系。

3、（6 分）

证明：

因为 $b*b=(a*a)*b=a*(a*b)$。（2 分）

因$\langle\{a，b\}，*\rangle$是半群，二元运算*具有封闭性。因此，a*b 只能为 a 或 b。

（1）若 $a*b=a$，则 $b*b=a*(a*b)=a*a=b$；　（2 分）

（2）若 $a*b=b$，则 $b*b=a*b=b$。　（2 分）

因此，综合（1）和（2）可知 $b*b=b$。