

## 第四次作业

Karry

4. 一个投资者在年初投入 1000 美元，年末收入 1100 美元。计算在不同复利频率下的收益率：（1）一年复利一次；（2）一年复利两次；（3）每月复利一次（4）连续复利

答：

（1）一年复利一次：设收益率为  $r_1$  则  $1000 \times (1 + r_1) = 1100$

解得：  $r_1 = 10\%$

（2）一年复利两次：设收益率为  $r_2$  则  $1000 \times (1 + \frac{r_2}{2})^2 = 1100$

解得：  $r_2 = 9.76\%$

（3）每月复利一次：设收益率为  $r_3$  则  $1000 \times (1 + \frac{r_3}{12})^{12} = 1100$

解得：  $r_3 = 9.57\%$

（4）连续复利：设收益率为  $r_4$  则  $1000 \times e^{r_4} = 1100$

解得：  $r_4 = 9.53\%$

11. 假设 6 个月期、12 个月期、18 个月期、24 个月期和 30 个月期得零息利率分别为每年 4%、4.2%、4.4%、4.6% 和 4.8%，按照连续复利。估计一个面值为 100 美元的债券价格，假定债券在第 30 个月后到期，债券券息率为每年 4%，每半年付息一次

答：

设债券价格为  $y$ ，每半年付息为  $100 \times 2\% = 2$ ，则有：

$$y = 2 \times e^{-0.04 \times 0.5} + 2 \times e^{-0.042 \times 1} + 2 \times e^{-0.044 \times 1.5} + 2 \times e^{-0.046 \times 2} + 102 \times e^{-0.048 \times 2.5}$$

可得  $y = 98.4$

12. 假设一个 3 年期债券得券息率为 8%，每半年付息一次，债券的现金价格为 104，债券的收益率为多少？

答：

设债券收益率为  $r$ ，则有：

$$4 \times e^{-r \times 0.5} + 4 \times e^{-r \times 1} + 4 \times e^{-r \times 1.5} + 4 \times e^{-r \times 2} + 4 \times e^{-r \times 2.5} + 104 \times e^{-r \times 3} = 104$$

可得  $r = 6.407\%$

13. 本题直接给出解答：

答：

$$V_{FRA} = 100 \times (5.5\% - 5.5\%) \times e^{-0.037 \times 3} = 0.447(\text{万})$$

即 FRA 在当下的价值为 0.447 万元

14. 一个收益率为 7% (连续复利)的 5 年期债券在每年年底支付 8% 的券息：(a) 此债券的价格为多少？(b) 债券的久期为多少？(c) 运用久期公式来说明当收益率下降幅度为 0.2% 时对债券价格的影响。(d) 重新计算年收益率为 6.8% 时债券的价格，并验证计算结果同 (c) 是一致的。

答：假设该债券面值为 100，设债券价格为  $B$

(a)

$$8 \times e^{-0.07 \times 1} + 8 \times e^{-0.07 \times 2} + 8 \times e^{-0.07 \times 3} + 8 \times e^{-0.07 \times 4} + 108 \times e^{-0.07 \times 5} = B$$

可得  $B = 103.05$

(b) 设久期为  $D$

$$\text{则 } D = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i c_i e^{-y t_i}}{B} \text{ 其中 } t_i \text{ 表示时间点, } c_i \text{ 表示该点的现金流}$$

可得  $D = 4.323(\text{年})$

(c) 由久期公式  $\frac{\Delta B}{B} = -D \Delta y$  其中  $D = 4.323$

因此当收益率下降幅度为 0.2% 时债券价格增加 0.89 元，变为 103.94 元

(d) 当年收益率为 6.8% 时，设债券价格为  $B_c$

$$8 \times e^{-0.068 \times 1} + 8 \times e^{-0.068 \times 2} + 8 \times e^{-0.068 \times 3} + 8 \times e^{-0.068 \times 4} + 108 \times e^{-0.068 \times 5} = B_c$$

可得  $B_c = 103.94(\text{元})$