

四川大学期末考试试题（闭卷）
（2016—2017 学年第 1 学期） A 卷

课程号: 304156050 课序号: 课程名称: 离散数学 任课教师: 成绩:
适用专业年级: 2015 级计算机科学与技术 学生人数: 印题份数:
学号: 姓名:

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1、下列公式中，(B) 不是永真式。

- (A) $(P \rightarrow P) \vee (P \rightarrow \sim P)$ (B) $(\sim P \vee Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$
(C) $\sim Q \rightarrow \sim P \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$ (D) $P \rightarrow (P \vee Q \vee R)$

2、设个体域为整数集，下列公式 (B) 为真命题

- (A) $\forall(x) \exists(y)(xy=1)$ (B) $\forall(x) \forall(y) \exists(z)(x-y=z)$
(C) $\exists(x) \forall(y)(x+y=2y)$ (D) $\forall(x) \forall(y)(xy=y)$

3、下列公式正确的是 (C)：

- (A) $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \leftrightarrow \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y))$;
(B) $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \leftrightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x))$;
(C) $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \leftrightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$;
(D) $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow \exists (P(x) \vee Q(x))$;

4、 $A=\{\Phi\}$ ，则 $P(P(A))$ 为 (C) [$P(A)$ 表示 A 的幂集]。

- (A) $\Phi, \{\Phi\}$ (B) $\{\Phi, \{\Phi\}\}$
(C) $\{\Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\{\Phi\}\}\}$ (D) $\Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\{\Phi\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}\}$

5、设集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ，则 A 上自反关系 数目为 (B)。

- (A) 512 (B) 4096 (C) 2048 (D) 1024

6、下列关于有限偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的描述，(C) 是不正确的。

(A) 一定存在极大元

(B) 一定存在极小元

(C) 任意两元素都存在最大下界

(D) B 是 A 的子集，B 的下界可能为空

7、若一棵树 $G(n, n-1)$ 只有两个叶结点，则 () 不正确。

(A) 结点总度数大于等于 4

(B) 不包含度数大于等于 3 的结点

(C) 最少包含 2 个结点

(D) 是二部图

8、设无向图中有 6 条边，3 度与 5 度顶点各 1 个，其余顶点都是 2 度点，则该图中共有 () 个顶点。

(A) 4 个

(B) 3 个

(C) 2 个

(D) 无法确定

9、给定 5 个点的度数序列，可构成无向简单图的结点度序列的是 (C)。

(A) (1, 1, 2, 2, 3); (B) (0, 1, 0, 2, 2);

(C) (1, 1, 3, 3, 2); (D) (2, 2, 4, 4, 5)。

10、设 $\langle G, * \rangle$ 是一个代数系统，则以下描述不正确的是 (C)。

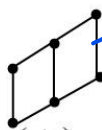
(A) 如果有幺元，则幺元必唯一；

(B) 如果有零元，则零元必唯一；

(C) 如果某个元素 a 有逆元，则其逆元必唯一；

(D) “*” 运算对集合 G 具有封闭性。

11、下列图示的偏序集中，(D) 不是格。



(A)



(B)



(C)



(D)

12、设 G 是十阶群，则其元素的周期不可能是 ()。

(A) 1

(B) 2

(C) 5

(D) 6

13、 $\langle G, * \rangle$ 是 7 阶群，则 G 有 () 个生成元

(A) 2

(B) 4

(C) 5

(D) 6

14、设集合 $A = \{a, b\}$ ， $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 为有补格，则 $P(A)$ 中每个元素的补元 ()。

(A) 存在且唯一

(B) 不存在

(C) 存在但不唯一

(D) 可能存在

15、在模 m 剩余类环 $\langle \mathbb{Z}_m, \oplus, \otimes \rangle$ 中，当 m 取值为 () 时无零因子。

(A) 7 (B) 6 (C) 8 (D) 不确定

二、多项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）在每小题列出的四到五个备选项中有二个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分

1、 设 A, B 都是含命题变元 p_1, p_2, \dots, p_n 的公式，下面哪些说法可一定得出 $A \wedge B$ 是矛盾式的结论（ ）。

- 1). A 为矛盾式, B 为可满足式 2). B 为矛盾式, A 为可满足式
3). A 为矛盾式, B 为矛盾式 4). 在相同解释下, A, B 的逻辑结果相同
5). 在相同解释下, A, B 的逻辑结果相反

2、 $\exists(x)F(y, x) \rightarrow \forall(y)G(y)$ 的前缀范式为（ ）。

- 1). $\forall(x) \forall(z) (F(y, x) \rightarrow G(z))$ 2). $\exists(x) \forall(y) (F(y, x) \rightarrow G(y))$
3). $\forall(x) \forall(z) (\sim F(y, x) \vee G(z))$ 4). $\forall(z) \forall(x) (\sim F(y, x) \vee G(z))$

3、 设 $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, 定义 S 上的关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in S \wedge x+y=11 \}$, 则 R 具有（ ）。

- 1). 自反性 2). 反自反性 3). 对称性 4). 传递性 5). 反传递性

4、 下列命题不成立的有（ ）。

- 1). 完全图 $K_n (n \geq 1)$ 都是欧拉图 2). 完全图 $K_n (n \geq 1)$ 都是哈密顿图
3). 完全图二部图 $K_{m, n} (m, n \geq 1)$ 都是欧拉图 4). 完全图二部图 $K_{m, n} (m, n \geq 1)$ 都是哈密顿图

5、 $S = \{0, 1, 2, 3\}$, \leq 为小于等于关系, 则 $\langle S, \leq \rangle$ 不是（ ）。

- 1). 格 2). 群 3). 环 4). 域 5). 代数系统

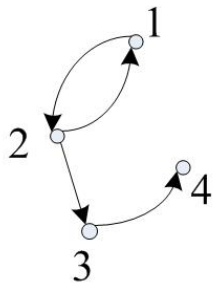
三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 若集合 $A = \{a, \{b\}\}$, 则 $P(A) =$ _____。
2. 给定集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 。根据集合 A 上的等价关系 R 可以得到集合 A 的一个分划为 $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$, 则该等价关系 $R =$ _____。
3. 设集合 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 定义 “ $*$ ” 运算为 $a*b = \max(a, b)$, 则群 $\langle A, * \rangle$ 的幺元 $e =$ _____。
4. 若连通平面图 G 有 7 个结点, 5 个面, 则 G 有 _____ 条边。
5. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 是格, 其中 $A = \{1, 2, 3, 12, 24\}$, 此处 \leq 为整除关系, 则元素 3 的补元是 _____。

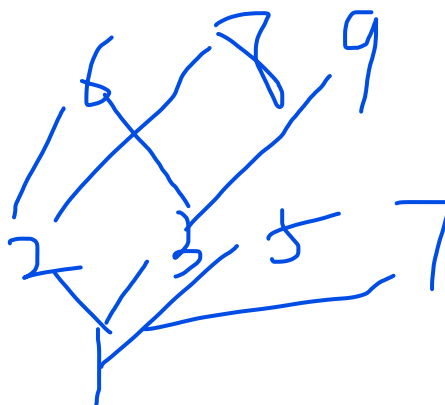
四、演算题（本大题共 6 小题，共 45 分）

1、用公式演算法求公式 $(\sim(P \leftrightarrow R)) \rightarrow Q$ 的主析取范式（7 分）

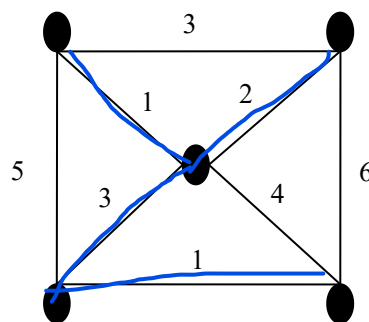
2、设集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 。下图给出了定义在集合 A 上的关系 R 。试写出关系 R ，并求出关系 R 的自反闭包、对称闭包和传递闭包的关系矩阵。（8 分）



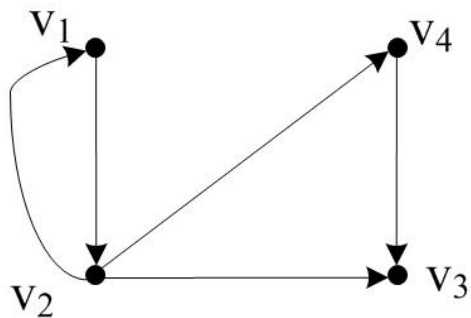
3、集合 $A=\{1,2,3,5,6,7,8,9\}$ ，定义其上的偏序关系 R 是整除关系。(1) 画出关系 R 的哈斯图；(2) 定义集合 A 的子集合 $B=\{2,3,6\}$ ，求集合 B 的最大元、最小元、极大元、极小元、最大下界和最小上界。(9 分)



4、求带权图的最小生成树，并计算其权值。(6 分)



5、请用图的矩阵方法找出下图所示的有向图的所有强分图。(8分)



1 2

1 1 1

1 2 3 4

4

2 3

1

1

1

3

4

1

6、设 S, T 为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 上的置换函数 $S = (1, 2, 4, 5)$ $T = (1, 2, 5, 3)$,

求 ST^{-1} 。(7分)

1 2 3 4 5
2 4 3 5 1

1 2 3 4 5

2 5 1 4 3

2 5 1 4 3

1 2 3 4 5

1 2 3 4 5
3 2 1 5 4

五、推理与证明题（本大题共 3 小题，共 20 分）

1、用演绎方法证明： $P \rightarrow \sim Q$, $\sim Q \rightarrow \sim R$, $S \rightarrow R \Rightarrow \sim P \vee \sim S$ 。（7分）

证明：

$$\begin{array}{c} P \\ \sim Q \\ \sim R \\ \sim S \end{array}$$

2、设 N 是自然数集合， $R = \{(x, y) | x \in N, y \in N, x+y \text{ 是偶数}\}$ ，证明 R 是一个等价关系。（7分）

证明：

3

3、设 $\langle \{a, b\}, * \rangle$ 是半群，并且 $a*a=b$ 。试证明： $b*b=b$ 。（6 分）

证明：