Kommunikationsfehler, Verklemmung und Divergenz bei Interface-Automaten

Kolloquium zur Bachelorarbeit

Ayleen Schinko

18. Mai 2016

Inhalt

Übersicht/Motivation

- Modellierung von Systemen und deren Kommunikationsverhalten
- simulation parallel arbeitender Softwarekomponenten
- Kommunikationsfehler in Interface-Automaten nicht zulässig, deshalb Error-IO-Transitionssysteme mit optimistischer Fehlererreichbarkeit als Abwandlung davon betrachtet
  - Kommunikationsfehler (bzw. Error) zwischen Komponenten
  - Verklemmung (bzw. Ruhe) innerhalb einer Softwarekomponenten (keine Outputs mehr möglich)
  - Divergenz einer Softwarekomponenten (unendliche viele intere Aktionen)
- Verfeinerungsrelation über den Transitionssystemen (fehlerfreie Spezifikation durch fehlerfreies System verfeinert)
- gewünscht verfeinernde Präkongruenz
- Hiding (bzw. Internalisierung) von Outputs bildet Verbergen in der Parallelkomposition nach

Übersicht/Motivation

- Modellierung von Systemen und deren Kommunikationsverhalten
- simulation parallel arbeitender Softwarekomponenten
- Kommunikationsfehler in Interface-Automaten nicht zulässig, deshalb Error-IO-Transitionssysteme mit optimistischer Fehlererreichbarkeit als Abwandlung davon betrachtet
  - Kommunikationsfehler (bzw. Error) zwischen Komponenten
  - Verklemmung (bzw. Ruhe) innerhalb einer Softwarekomponenten (keine Outputs mehr möglich)
  - Divergenz einer Softwarekomponenten (unendliche viele intere Aktionen)
- Verfeinerungsrelation über den Transitionssystemen (fehlerfreie Spezifikation durch fehlerfreies System verfeinert)
- gewünscht verfeinernde Präkongruenz
- Hiding (bzw. Internalisierung) von Outputs bildet Verbergen in der Parallelkomposition nach

Übersicht/Motivation

- Modellierung von Systemen und deren Kommunikationsverhalten
- simulation parallel arbeitender Softwarekomponenten
- Kommunikationsfehler in Interface-Automaten nicht zulässig, deshalb Error-IO-Transitionssysteme mit optimistischer Fehlererreichbarkeit als Abwandlung davon betrachtet
    - Kommunikationsfehler (bzw. Error) zwischen Komponenten
    - Verklemmung (bzw. Ruhe) innerhalb einer Softwarekomponenten (keine Outputs mehr möglich)
    - Divergenz einer Softwarekomponenten (unendliche viele intere Aktionen)
- Verfeinerungsrelation über den Transitionssystemen (fehlerfreie Spezifikation durch fehlerfreies System verfeinert)
- gewünscht verfeinernde Präkongruenz
- Hiding (bzw. Internalisierung) von Outputs bildet Verbergen in der Parallelkomposition nach

Definitionen

Definition (Error-IO-Transitionssysteme)

Ein **Error-IO-Transitionssysteme (EIO)** *ist ein Tupel* $S = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ *mit den Komponenten:*

- Q *- die Menge der Zustände,*
- I, O *- die disjunkte Menge der (sichtbaren) Input- und Output-Aktionen,*
- $\delta \subseteq Q \times (I \cup O \cup \{\tau\}) \times Q$ *- die Transitionsrelation,*
- $q_0 \in Q$ *- der Startzustand,*
- $E \subseteq Q$ *- die Menge der Error-Zustände.*

Aktionsmenge von S: $\Sigma = I \cup O$
Signatur: $\mathrm{Sig}(S) = (I, O)$

Definition (Parallelkomposition)

Zwei EIOs S_1, S_2 *sind* **komponierbar**, *falls* $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ *gilt. Die Parallelkomposition der EIOs* S_1 *und* S_2 *ist* $S_{12} := S_1 \| S_2 = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ *mit den Komponenten:*

- $Q = Q_1 \times Q_2$,
- $I = (I_1 \backslash O_2) \cup (I_2 \backslash O_1)$,
- $O = O_1 \cup O_2$,
- $q_0 = (q_{01}, q_{02})$,
- $\ldots$,

mit $\mathrm{Sync}(S_1, S_2) = (I_1 \cap O_2) \cup (O_1 \cap I_2) \cup (I_1 \cap I_2)$.

Definition (Parallelkomposition)

Zwei EIOs S_1, S_2 *sind* **komponierbar**, *falls* $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ *gilt. Die Parallelkomposition der EIOs* S_1 *und* S_2 *ist*
$S_{12} := S_1 \| S_2 = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ *mit den Komponenten:*

- $\ldots,$
- $$\begin{aligned}\delta = & \big\{((q_1, q_2), \alpha, (p_1, q_2)) \mid (q_1, \alpha, p_1) \in \delta_1, \\ & \qquad \alpha \in (\Sigma_1 \cup \{\tau\}) \backslash \mathrm{Synch}(S_1, S_2)\big\} \\ & \cup \big\{((q_1, q_2), \alpha, (q_1, p_2)) \mid (q_2, \alpha, p_2) \in \delta_2, \\ & \qquad \alpha \in (\Sigma_2 \cup \{\tau\}) \backslash \mathrm{Synch}(S_1, S_2)\big\} \\ & \cup \big\{((q_1, q_2), \alpha, (p_1, p_2)) \mid (q_1, \alpha, p_1) \in \delta_1, (q_2, \alpha, p_2) \in \delta_2, \\ & \qquad \alpha \in \mathrm{Synch}(S_1, S_2)\big\},\end{aligned}$$
- $\ldots,$

mit $\mathrm{Sync}(S_1, S_2) = (I_1 \cap O_2) \cup (O_1 \cap I_2) \cup (I_1 \cap I_2)$.

Definition (Parallelkomposition)

Zwei EIOs S_1, S_2 *sind* **komponierbar**, *falls* $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ *gilt. Die Parallelkomposition der EIOs* S_1 *und* S_2 *ist*
$S_{12} := S_1 \| S_2 = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ *mit den Komponenten:*

- $\ldots,$
- $$\begin{aligned} E =&(Q_1 \times E_2) \cup (E_1 \times Q_2) \\ &\cup \left\{ (q_1, q_2) \mid \exists a \in O_1 \cap I_2 : q_1 \xrightarrow{a} \wedge q_2 \overset{a}{\not\rightarrow} \right\} \\ &\cup \left\{ (q_1, q_2) \mid \exists a \in I_1 \cap O_2 : q_1 \overset{a}{\not\rightarrow} \wedge q_2 \xrightarrow{a} \right\}, \end{aligned}$$

mit $\mathrm{Sync}(S_1, S_2) = (I_1 \cap O_2) \cup (O_1 \cap I_2) \cup (I_1 \cap I_2)$.

Definition (Partner)

*S_1 wird **Partner** von S_2 genannt, wenn die Parallelkomposition von S_1 und S_2 geschlossen ist.*

Definition (ω-Partner)

*Ein EIO S_1 ist ein ω-**Partner** von einem EIO S_2, wenn $I_1 = O_2$ und $O_1 = I_2 \cup \{\omega\}$ mit $\omega \notin I_2 \cup O_2$ gilt.*

Definition (Partner)

S_1 *wird* **Partner** *von* S_2 *genannt, wenn die Parallelkomposition von* S_1 *und* S_2 *geschlossen ist.*

Definition ($\boldsymbol{\omega}$-Partner)

Ein EIO S_1 *ist ein* **$\boldsymbol{\omega}$-Partner** *von einem EIO* S_2, *wenn* $I_1 = O_2$ *und* $O_1 = I_2 \cup \{\omega\}$ *mit* $\omega \notin I_2 \cup O_2$ *gilt.*

Traces sind die möglichen Wege eines EIOs, mit ihrer Transitionsbeschriftung.

Definition (Pruning- und Fortsetzungs-Funktion)

Für ein EIO S wird definiert:

- $\mathrm{prune} : \Sigma^* \to \Sigma^*, w \mapsto u$, *mit* $w = uv, u = \varepsilon \wedge u \in \Sigma^* \cdot I$ *und* $v \in O^*$,
- $\mathrm{cont} : \Sigma^* \to \mathfrak{P}(\Sigma^*), w \mapsto \{wu \mid u \in \Sigma^*\}$,
- $\mathrm{cont} : \mathfrak{P}(\Sigma^*) \to \mathfrak{P}(\Sigma^*), L \mapsto \bigcup \{\mathrm{cont}(w) \mid w \in L\}$.

Traces sind die möglichen Wege eines EIOs, mit ihrer Transitionsbeschriftung.

Definition (Pruning- und Fortsetzungs-Funktion)

Für ein EIO S wird definiert:

- $\mathrm{prune} : \Sigma^* \to \Sigma^*, w \mapsto u$, *mit* $w = uv, u = \varepsilon \wedge u \in \Sigma^* \cdot I$ *und* $v \in O^*$,
- $\mathrm{cont} : \Sigma^* \to \mathfrak{P}(\Sigma^*), w \mapsto \{wu \mid u \in \Sigma^*\}$,
- $\mathrm{cont} : \mathfrak{P}(\Sigma^*) \to \mathfrak{P}(\Sigma^*), L \mapsto \bigcup \{\mathrm{cont}(w) \mid w \in L\}$.

Definition (Ruhe)

Ein **Ruhe-Zustand** *ist ein Zustand in einem EIO, der keine Outputs und kein τ zulässt.*
Die Menge der Ruhe-Zustände in einem EIO ist wie folgt formal definiert:
$Qui := \left\{ q \in Q \mid \forall \alpha \in (O \cup \{\tau\}) : q \overset{\alpha}{\not\rightarrow} \right\}.$

Definition (Divergenz)

Ein **Divergenz-Zustand** *ist ein Zustand in einem EIO, der eine unendliche Folge von τs ausführen kann.*
Die Menge $Div(S)$ besteht aus all diesen divergenten Zuständen des EIOs S.

Definition (Ruhe)

Ein **Ruhe-Zustand** *ist ein Zustand in einem EIO, der keine Outputs und kein τ zulässt.*
Die Menge der Ruhe-Zustände in einem EIO ist wie folgt formal definiert:
$Qui := \left\{ q \in Q \mid \forall \alpha \in (O \cup \{\tau\}) : q \overset{\alpha}{\not\rightarrow} \right\}$.

Definition (Divergenz)

Ein **Divergenz-Zustand** *ist ein Zustand in einem EIO, der eine unendliche Folge von τs ausführen kann.*
Die Menge $Div(S)$ besteht aus all diesen divergenten Zuständen des EIOs S.

Verfeinerung

Definition (Basisrelation)

Für EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur wird ...

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**- *oder* **Ruhe**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**-, **Ruhe**- *oder* **Divergenz**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

$\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div}$) bezeichnet die **vollständige abstrakte Präkongruenz** *von $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div}$) bezüglich $\cdot\|\cdot$.*

Verfeinerung

Definition (Basisrelation)

Für EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur wird ...

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**- *oder* **Ruhe**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**-, **Ruhe**- *oder* **Divergenz**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

$\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div}$) bezeichnet die **vollständige abstrakte Präkongruenz** *von $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div}$) bezüglich $\cdot\|\cdot$.*

Verfeinerung

Definition (Basisrelation)

Für EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur wird ...

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**- *oder* **Ruhe**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

... $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} S_2$ geschrieben, wenn ein **Error**-, **Ruhe**- *oder* **Divergenz**-*Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist.*

$\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui}$ *(bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div}$) bezeichnet die* **vollständige abstrakte Präkongruenz** *von $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div}$) bezüglich $\cdot\|\cdot$.*

Definition (Traces)

Für ein EIO S wird definiert:

- **strikte Errortraces**: $StET(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in E \right\}$,
- **gekürzte Errortraces**: $PrET(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StET(S)\}$,
- **Input-kritische Traces**:
  $MIT(S) := \left\{ wa \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \wedge a \in I \wedge q \overset{a}{\not\rightarrow} \right\}$,
- **strikte Ruhetraces**: $StQT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in Qui \right\}$,
- **strikte Divergenztraces**: $StDT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in Div \right\}$,
- **gekürzte Divergenztraces**:
  $PrDT(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StDT(S)\}$.

Definition (Traces)

Für ein EIO S wird definiert:

- **strikte Errortraces**: $StET(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \stackrel{w}{\Rightarrow} q \in E \right\}$,
- **gekürzte Errortraces**: $PrET(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StET(S)\}$,
- **Input-kritische Traces**: $MIT(S) := \left\{ wa \in \Sigma^* \mid q_0 \stackrel{w}{\Rightarrow} q \wedge a \in I \wedge q \stackrel{a}{\not\to} \right\}$,
- **strikte Ruhetraces**: $StQT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \stackrel{w}{\Rightarrow} q \in Qui \right\}$,
- **strikte Divergenztraces**: $StDT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \stackrel{w}{\Rightarrow} q \in Div \right\}$,
- **gekürzte Divergenztraces**: $PrDT(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StDT(S)\}$.

Definition (Traces)

Für ein EIO S wird definiert:

- **strikte Errortraces**: $StET(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in E \right\}$,
- **gekürzte Errortraces**: $PrET(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StET(S)\}$,
- **Input-kritische Traces**:
  $MIT(S) := \left\{ wa \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \wedge a \in I \wedge q \overset{a}{\not\to} \right\}$,
- **strikte Ruhetraces**: $StQT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in Qui \right\}$,
- **strikte Divergenztraces**: $StDT(S) := \left\{ w \in \Sigma^* \mid q_0 \overset{w}{\Rightarrow} q \in Div \right\}$,
- **gekürzte Divergenztraces**:
  $PrDT(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StDT(S)\}$.

Definition (Semantik)

Für ein EIO S wird definiert:

- **Errortraces**: $ET(S) := \mathrm{cont}(PrET(S)) \cup \mathrm{cont}(MIT(S))$,
- **error-geflutete Ruhetraces**: $QET(S) := StQT(S) \cup ET(S)$,
- **error-geflutete Sprache**: $EL(S) := L(S) \cup ET(S)$.

- **Error-Divergenztraces**: $EDT(S) := ET(S) \cup \mathrm{cont}(PrDT(S))$,
- **error-divergenz-gefluteten Ruhetraces**: $QDT(S) := StQT(S) \cup EDT(S)$,
- **error-divergenz-gefluteten Sprache**: $EDL(S) := L(S) \cup EDT(S)$.

Definition (Semantik)

Für ein EIO S wird definiert:

- **Errortraces**: $ET(S) := \mathrm{cont}(PrET(S)) \cup \mathrm{cont}(MIT(S))$,
- **error-geflutete Ruhetraces**: $QET(S) := StQT(S) \cup ET(S)$,
- **error-geflutete Sprache**: $EL(S) := L(S) \cup ET(S)$.

- **Error-Divergenztraces**: $EDT(S) := ET(S) \cup \mathrm{cont}(PrDT(S))$,
- **error-divergenz-gefluteten Ruhetraces**: $QDT(S) := StQT(S) \cup EDT(S)$,
- **error-divergenz-gefluteten Sprache**: $EDL(S) := L(S) \cup EDT(S)$.

Definition (Semantik)

Für zwei EIOs S_1, S_2 mit der gleichen Signatur schreibt man ...

... $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$, *wenn:*

- $ET_1 \subseteq ET_2$,
- $QET_1 \subseteq QET_2$ *und*
- $EL_1 \subseteq EL_2$ *gilt.*

... $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$, *wenn:*

- $EDT_1 \subseteq EDT_2$,
- $QDT_1 \subseteq QDT_2$ *und*
- $EDL_1 \subseteq EDL_2$ *gilt.*

Definition (Semantik)

Für zwei EIOs S_1, S_2 mit der gleichen Signatur schreibt man ...

... $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$, wenn:

- $ET_1 \subseteq ET_2$,
- $QET_1 \subseteq QET_2$ *und*
- $EL_1 \subseteq EL_2$ *gilt.*

... $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$, wenn:

- $EDT_1 \subseteq EDT_2$,
- $QDT_1 \subseteq QDT_2$ *und*
- $EDL_1 \subseteq EDL_2$ *gilt.*

Satz (Semantik für Parallelkomposition)

Für zwei komponierbare EIOs S_1, S_2 und ihre Komposition S_{12} gilt:

1. $ET_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((ET_1 \| EL_2) \cup (EL_1 \| ET_2))),$
2. $QET_{12} = (QET_1 \| QET_2) \cup ET_{12},$
3. $EL_{12} = (EL_1 \| EL_2) \cup ET_{12}.$

1. $EDT_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((EDT_1 \| EDL_2) \cup (EDL_1 \| EDT_2))),$
2. $QDT_{12} = (QDT_1 \| QDT_2) \cup EDT_{12},$
3. $EDL_{12} = (EDL_1 \| EDL_2) \cup EDT_{12}.$

Proposition (Präkongrunez)

Die Relation $\sqsubseteq_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq_{Div}$) ist eine Präkongruenz bezüglich $\cdot \| \cdot$.

Satz (Semantik für Parallelkomposition)

Für zwei komponierbare EIOs S_1, S_2 und ihre Komposition S_{12} gilt:

1. $ET_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((ET_1 \| EL_2) \cup (EL_1 \| ET_2)))$,
2. $QET_{12} = (QET_1 \| QET_2) \cup ET_{12}$,
3. $EL_{12} = (EL_1 \| EL_2) \cup ET_{12}$.

1. $EDT_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((EDT_1 \| EDL_2) \cup (EDL_1 \| EDT_2)))$,
2. $QDT_{12} = (QDT_1 \| QDT_2) \cup EDT_{12}$,
3. $EDL_{12} = (EDL_1 \| EDL_2) \cup EDT_{12}$.

Proposition (Präkongrunez)

Die Relation $\sqsubseteq_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq_{Div}$) ist eine Präkongruenz bezüglich $\cdot \| \cdot$.

Satz (Semantik für Parallelkomposition)

Für zwei komponierbare EIOs S_1, S_2 und ihre Komposition S_{12} gilt:

1. $ET_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((ET_1 \| EL_2) \cup (EL_1 \| ET_2)))$,
2. $QET_{12} = (QET_1 \| QET_2) \cup ET_{12}$,
3. $EL_{12} = (EL_1 \| EL_2) \cup ET_{12}$.

1. $EDT_{12} = \text{cont}\,(\text{prune}\,((EDT_1 \| EDL_2) \cup (EDL_1 \| EDT_2)))$,
2. $QDT_{12} = (QDT_1 \| QDT_2) \cup EDT_{12}$,
3. $EDL_{12} = (EDL_1 \| EDL_2) \cup EDT_{12}$.

Proposition (Präkongrunez)

Die Relation $\sqsubseteq_{Qui}$ (bzw. $\sqsubseteq_{Div}$) ist eine Präkongruenz bezüglich $\cdot\|\cdot$.

Lemma (Verfeinerung)

Gegeben sind zwei EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{B}_{Qui} U \| S_2$ für alle Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{B}_{Div} U \| S_2$ für alle ω-Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Satz (Vollstänige Abstraktheit)

Seinen S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt:

$S_1 \sqsubseteq^{C}_{Qui} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

$S_1 \sqsubseteq^{C}_{Div} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Lemma (Verfeinerung)

Gegeben sind zwei EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{B}_{Qui} U \| S_2$ für alle Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{B}_{Div} U \| S_2$ für alle ω-Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Satz (Vollstänige Abstraktheit)

Seinen S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt:

$S_1 \sqsubseteq^{C}_{Qui} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2.$

$S_1 \sqsubseteq^{C}_{Div} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2.$

Lemma (Verfeinerung)

Gegeben sind zwei EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2$ für alle Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2$ für alle ω-Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Satz (Vollstänige Abstraktheit)

Seinen S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt:

$S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

$S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Lemma (Verfeinerung)

Gegeben sind zwei EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2$ für alle Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

Wenn $U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2$ für alle ω-Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

Satz (Vollstänige Abstraktheit)

Seinen S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt:

$S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$.

$S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div} S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2 \arrow[r, Rightarrow, "\text{„}\Leftarrow\text{“ von Satz Vollständige Abstraktheit für Ruhe-Semantik}"] & S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui} S_2 \arrow[d, Rightarrow, "\text{Definition von } \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Qui}"] \\
\begin{array}{c} \forall \text{ Partner } U\text{:} \\ U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2 \end{array} \arrow[u, Rightarrow, "\text{Lemma Verfeinerung mit Ruhe-Zuständen}"] & \begin{array}{c} \forall \text{ komponierbaren } U\text{:} \\ U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2 \end{array} \arrow[l, Rightarrow, "\begin{array}{c} U \text{ Partner} \\ \Downarrow \\ U \text{ komponierbar} \end{array}"']
\end{tikzcd}
$$

Abbildung : Folgerungskette für Ruhe

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2 \arrow[r, Rightarrow, "\text{„}\Leftarrow\text{“ von Satz Vollständige Abstraktheit für Divergenz-Semantik}"] & S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div} S_2 \arrow[d, Rightarrow, "\text{Definition von } \sqsubseteq^{\mathrm{C}}_{Div}"] \\
\begin{array}{c} \forall\ \omega\text{−Partner } U\text{:} \\ U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2 \end{array} \arrow[u, Rightarrow, "\text{Lemma Verfeinerung mit Divergenz-Zuständen}"] & \begin{array}{c} \forall \text{ komponierbaren } U\text{:} \\ U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2 \end{array} \arrow[l, Rightarrow, "\begin{array}{c} U\ \omega\text{−Partner} \\ \Downarrow \\ U \text{ komponierbar} \end{array}"']
\end{tikzcd}$$

Abbildung : Folgerungskette für Divergenz

Korollar

Es gilt:

$$S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$$
$$\Updownarrow$$
$$U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2$$

$$S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$$
$$\Updownarrow$$
$$U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2$$

für alle komponierbaren U.

Korollar

Es gilt:

$$S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$$
$$\Updownarrow$$
$$U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} U \| S_2$$

$$S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$$
$$\Updownarrow$$
$$U \| S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Div} U \| S_2$$

für alle komponierbaren U.

Hiding

Ab hier wird nun nur noch Ruhe und nicht mehr Divergenz betrachtet.

Definition (Internalisierungsoperator)

Für ein EIO $S = (Q, I, O, \delta, q_0.E)$ *ist* S/X*, mit dem* **Internalisierungsoperator** $\cdot/\cdot$*, definiert als* $(Q, I, O', \delta', q_0, E)$ *mit:*

- $\tau \notin X$,
- $X \subseteq O$,
- $O' = O \backslash X$,
- $\delta' = (\delta \cup \{(q, \tau, q') \mid (q, x, q') \in \delta, x \in X\}) \setminus \{(q, x, q') \mid x \in X\}$.

Proposition (Basisrelation bzgl. Internalisierung)

Wenn $S_1 \sqsubseteq^{B}_{Qui} S_2$ *gilt, dann folgt daraus, dass auch* $S_1/X \sqsubseteq^{B}_{Qui} S_2/X$ *gilt.*

Hiding

Ab hier wird nun nur noch Ruhe und nicht mehr Divergenz betrachtet.

Definition (Internalisierungsoperator)

Für ein EIO $S = (Q, I, O, \delta, q_0.E)$ ist S/X, mit dem **Internalisierungsoperator** $\cdot/\cdot$, *definiert als* $(Q, I, O', \delta', q_0, E)$ *mit:*

- $\tau \notin X$,
- $X \subseteq O$,
- $O' = O \backslash X$,
- $\delta' = (\delta \cup \{(q, \tau, q') \mid (q, x, q') \in \delta, x \in X\}) \setminus \{(q, x, q') \mid x \in X\}$.

Proposition (Basisrelation bzgl. Internalisierung)

Wenn $S_1 \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} S_2$ gilt, dann folgt daraus, dass auch $S_1/X \sqsubseteq^{\mathrm{B}}_{Qui} S_2/X$ gilt.

Satz (Präkongruenz bzgl. Internalisierung)

Seien S_1 *und* S_2 *zwei EIOs für die* $S_1 \sqsubseteq_{Qui} S_2$ *gilt, somit gilt auch* $S_1/X \sqsubseteq_{Qui} S_2/X$. *Es ist also* $\sqsubseteq_{Qui}$ *eine Präkongruenz bezüglich* $\cdot/\cdot$. *Es gilt für die Sprachen und Traces:*

(I) $L(S/X) = \{w \in (\Sigma \backslash X)^* \mid \exists w' \in L(S) : w'|_{\Sigma \backslash X} = w\}$,

(II) $ET(S/X) = \{w \in (\Sigma \backslash X)^* \mid \exists w' \in ET(S) : w'|_{\Sigma \backslash X} = w\}$,

(III) $EL(S/X) = \{w \in (\Sigma \backslash X)^* \mid \exists w' \in EL(S) : w'|_{\Sigma \backslash X} = w\}$,

(IV) $QET(S/X) = \{w \in (\Sigma \backslash X)^* \mid \exists w' \in QET(S) : w'|_{\Sigma \backslash X} = w\}$.

Definition (Parallelkomposition mit Internalisierung)

Seinen S_1 *und* S_2 *komponierbare EIOs, dann ist die Parallelkomposition mit Internalisierung definiert als* $S_1|S_2 = S_{12}/(\mathrm{Synch}(S_1, S_2) \cap O_{12})$.

Korollar (Präkongruenz mit Internalisierung)

Die Relation $\sqsubseteq_{Qui}$ *ist eine Präkongruenz bezüglich der Parallelkomposition mit Internalisierung* $\cdot|\cdot$.

Definition (Parallelkomposition mit Internalisierung)

Seinen S_1 und S_2 komponierbare EIOs, dann ist die Parallelkomposition mit Internalisierung definiert als $S_1|S_2 = S_{12}/(\mathrm{Synch}(S_1, S_2) \cap O_{12})$.

Korollar (Präkongruenz mit Internalisierung)

Die Relation $\sqsubseteq_{Qui}$ ist eine Präkongruenz bezüglich der Parallelkomposition mit Internalisierung $\cdot|\cdot$.