

KOMMUNIKATIONSFEHLER, VERKLEMMUNG UND DIVERGENZ BEI INTERFACE-AUTOMATEN

KOLLOQUIUM ZUR BACHELORARBEIT

Ayleen Schinko

9. März 2016

- 1 MOTIVATION
- 2 DEFINITIONEN
- 3 VERFEINERUNG FÜR ERROR-, RUHE- UND DIVERGENZ-FREIHEIT

MOTIVATION

- Modellierung von Systemen und deren Kommunikationsverhalten (Parallelkomposition)
- simulation parallel arbeitender Softwarekomponenten
- Kommunikationsfehler in Interface-Automaten nicht zulässig, deshalb Error-IO-Transitionssysteme als Abwandlung davon betrachtet
 - Kommunikationsfehler (bzw. Error) zwischen Komponenten
 - Verklemmung (bzw. Ruhe) innerhalb einer Softwarekomponenten (keine Outputs mehr möglich)
 - Divergenz einer Softwarekomponenten (unendliche viele interne Aktionen)

DEFINITIONEN

DEFINITION (ERROR-IO-TRANSITIONSSYSTEME)

Ein **Error-IO-Transitionssysteme (EIO)** ist ein Tupel

$S = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ mit den Komponenten:

- Q - die Menge der Zustände,
- I, O - die disjunkte Menge der (sichtbaren) Input- und Output-Aktionen,
- $\delta \subseteq Q \times (I \cup O \cup \{\tau\}) \times Q$ - die Transitionsrelation,
- $q_0 \in Q$ - der Startzustand,
- $E \subseteq Q$ - die Menge der Error-Zustände.

Aktionsmenge von S : $\Sigma = I \cup O$

Signatur: $\text{Sig}(S) = (I, O)$

DEFINITION (PARALLELKOMPOSITION)

Zwei EIOs S_1, S_2 sind **komponierbar**, falls $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ gilt. Die Parallelkomposition der EIOs S_1 und S_2 ist

$S_{12} := S_1 \parallel S_2 = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ mit den Komponenten:

- $Q = Q_1 \times Q_2$,
- $I = (I_1 \setminus O_2) \cup (I_2 \setminus O_1)$,
- $O = O_1 \cup O_2$,
- $q_0 = (q_{01}, q_{02})$,
- $\delta = \{((q_1, q_2), \alpha, (p_1, q_2)) \mid (q_1, \alpha, p_1) \in \delta_1, \alpha \in (\Sigma_1 \cup \{\tau\}) \setminus \text{Synch}(S_1, S_2)\} \cup \{((q_1, q_2), \alpha, (q_1, p_2)) \mid (q_2, \alpha, p_2) \in \delta_2, \alpha \in (\Sigma_2 \cup \{\tau\}) \setminus \text{Synch}(S_1, S_2)\} \cup \{((q_1, q_2), \alpha, (p_1, p_2)) \mid (q_1, \alpha, p_1) \in \delta_1, (q_2, \alpha, p_2) \in \delta_2, \alpha \in \text{Synch}(S_1, S_2)\} \}$,
- $E = \dots$

DEFINITION (PARALLELKOMPOSITION)

Zwei EIOs S_1, S_2 sind **komponierbar**, falls $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ gilt. Die Parallelkomposition der EIOs S_1 und S_2 ist

$S_{12} := S_1 \parallel S_2 = (Q, I, O, \delta, q_0, E)$ mit den Komponenten:

- $Q = Q_1 \times Q_2$,
- $I = (I_1 \setminus O_2) \cup (I_2 \setminus O_1)$,
- $O = O_1 \cup O_2$,
- $q_0 = (q_{01}, q_{02})$,
- $\delta = \dots$,
- $E = (Q_1 \times E_2) \cup (E_1 \times Q_2)$

$$\cup \left\{ (q_1, q_2) \mid \exists a \in O_1 \cap I_2 : q_1 \xrightarrow{a} \wedge q_2 \not\xrightarrow{a} \right\}$$

$$\cup \left\{ (q_1, q_2) \mid \exists a \in I_1 \cap O_2 : q_1 \not\xrightarrow{a} \wedge q_2 \xrightarrow{a} \right\}.$$

Traces sind die möglichen Wege eines EIOs, mit ihrer Transitionsbeschriftung.

Traces sind die möglichen Wege eines EIOs, mit ihrer Transitionsbeschriftung.

DEFINITION (PRUNING- UND FORTSETZUNGS-FUNKTION)

Für ein EIO S wird definiert:

- $\text{prune} : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*, w \mapsto u$, mit $w = uv, u = \varepsilon \wedge u \in \Sigma^* \cdot I$ und $v \in O^*$,
- $\text{cont} : \Sigma^* \rightarrow \mathfrak{P}(\Sigma^*), w \mapsto \{wu \mid u \in \Sigma^*\}$,
- $\text{cont} : \mathfrak{P}(\Sigma^*) \rightarrow \mathfrak{P}(\Sigma^*), L \mapsto \bigcup \{\text{cont}(w) \mid w \in L\}$.

DEFINITION (RUHE)

Ein **Ruhe-Zustand** ist ein Zustand in einem EIO, der keine Outputs und kein τ zulässt.

Die Menge der Ruhe-Zustände in einem EIO ist wie folgt formal definiert:

$$Qui := \left\{ q \in Q \mid \forall \alpha \in (O \cap \{\tau\}) : q \not\stackrel{\alpha}{\rightarrow} \right\}.$$

DEFINITION (RUHE)

Ein **Ruhe-Zustand** ist ein Zustand in einem EIO, der keine Outputs und kein τ zulässt.

Die Menge der Ruhe-Zustände in einem EIO ist wie folgt formal definiert:

$$Qui := \left\{ q \in Q \mid \forall \alpha \in (O \cap \{\tau\}) : q \not\stackrel{\alpha}{\rightarrow} \right\}.$$

DEFINITION (DIVERGENZ)

Ein **Divergenz-Zustand** ist ein Zustand in einem EIO, der eine unendliche Folge von τ s ausführen kann.

Die Menge $Div(S)$ besteht aus all diesen divergenten Zuständen des EIOs S .

DEFINITION (DIVERGENZ-VERFEINERUNGS-BASISRELATION)

Für EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur wird $S_1 \sqsubseteq_{Div}^B S_2$ geschrieben, wenn ein Error-, Ruhe- oder Divergenz-Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist. Diese **Basisrelation** stellt eine **Verfeinerung** bezüglich **Error**, **Ruhe** und **Divergenz** dar.

\sqsubseteq_{Div}^C bezeichnet die **vollständige abstrakte Präkongruenz** von \sqsubseteq_{Div}^B bezüglich $\cdot\|\cdot$.

DEFINITION (DIVERGENZ-VERFEINERUNGS-BASISRELATION)

Für EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur wird $S_1 \sqsubseteq_{Div}^B S_2$ geschrieben, wenn ein Error-, Ruhe- oder Divergenz-Zustand in S_1 nur dann lokal erreichbar ist, wenn er auch in S_2 lokal erreichbar ist. Diese **Basisrelation** stellt eine **Verfeinerung** bezüglich **Error**, **Ruhe** und **Divergenz** dar.

\sqsubseteq_{Div}^C bezeichnet die **vollständige abstrakte Präkongruenz** von \sqsubseteq_{Div}^B bezüglich $\cdot\|\cdot$.

DEFINITION (DIVERGENZTRACES)

Sei S ein EIO und definiere:

- **strikte Divergenztraces:** $StDT(S) := \{w \in \Sigma^* \mid q_0 \xRightarrow{w} q \in Div\},$
- **gekürzte Divergenztraces:**
 $PrDT(S) := \bigcup \{\text{prune}(w) \mid w \in StDT(S)\}.$

DEFINITION (ERROR-, DIVERGENZ- UND RUHE-SEMANTIK)

Sei S ein EIO.

- Die Menge der **Divergenztraces** von S ist $DT(S) := \text{cont}(\text{Pr}DT(S))$.
- Die Menge der **Error-Divergenztraces** von S ist $EDT(S) := ET(S) \cup DT(S)$.
- Die Menge der **error-divergenz-gefluteten Ruhetraces** von S ist $QDT(S) := StQT(S) \cup EDT(S)$.
- Die Menge der **error-divergenz-gefluteten Sprache** von S ist $EDL(S) := L(S) \cup EDT(S)$.

Für zwei EIOs S_1, S_2 mit der gleichen Signatur schreibt man $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$, wenn $EDT_1 \subseteq EDT_2$, $QDT_1 \subseteq QDT_2$ und $EDL_1 \subseteq EDL_2$ gilt.

SATZ (ERROR-, RUHE- UND DIVERGENZ-SEMANTIK FÜR PARALLELKOMPOSITION)

Für zwei komponierbare EIOs S_1, S_2 und ihre Komposition S_{12} gilt:

- ① $EDT_{12} = \text{cont}(\text{prune}((EDT_1 \parallel EDL_2) \cup (EDL_1 \parallel EDT_2))),$
- ② $QDT_{12} = (QDT_1 \parallel QDT_2) \cup EDT_{12},$
- ③ $EDL_{12} = (EDL_1 \parallel EDL_2) \cup EDT_{12}.$

SATZ (ERROR-, RUHE- UND DIVERGENZ-SEMANTIK FÜR PARALLELKOMPOSITION)

Für zwei komponierbare EIOs S_1, S_2 und ihre Komposition S_{12} gilt:

- ① $EDT_{12} = \text{cont}(\text{prune}((EDT_1 \parallel EDL_2) \cup (EDL_1 \parallel EDT_2))),$
- ② $QDT_{12} = (QDT_1 \parallel QDT_2) \cup EDT_{12},$
- ③ $EDL_{12} = (EDL_1 \parallel EDL_2) \cup EDT_{12}.$

PROPOSITION (DIVERGENZ-PRÄKONGRUEZ)

Die Relation \sqsubseteq_{Div} ist eine Präkongruenz bezüglich $\cdot \parallel \cdot$.

DEFINITION (ω -PARTNER)

*Ein EIO S_1 ist ein ω -**Partner** von einem EIO S_2 , wenn $I_1 = O_2$ und $O_1 = I_2 \cup \{\omega\}$ mit $\omega \notin I_2 \cup O_2$ gilt.*

DEFINITION (ω -PARTNER)

Ein EIO S_1 ist ein ω -PARTNER von einem EIO S_2 , wenn $I_1 = O_2$ und $O_1 = I_2 \cup \{\omega\}$ mit $\omega \notin I_2 \cup O_2$ gilt.

LEMMA (VERFEINERUNG MIT DIVERGENZ-ZUSTÄNDEN)

Gegeben sind zwei EIOs S_1 und S_2 mit der gleichen Signatur. Wenn $U \parallel S_1 \sqsubseteq_{Div}^B U \parallel S_2$ für alle ω -Partner U gilt, dann folgt daraus $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2$.

$x?$ bezeichnet den Input x und $x!$ den Output x

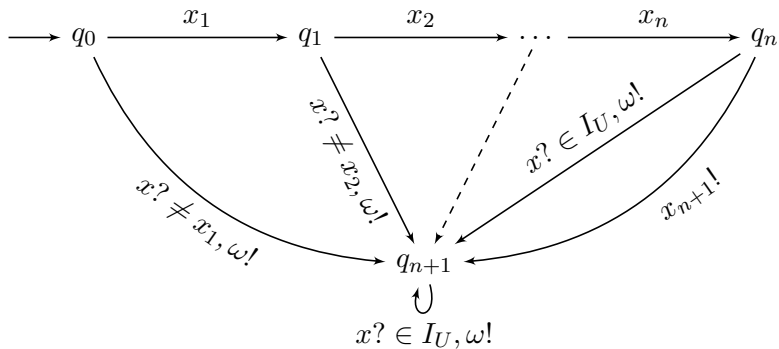


ABBILDUNG : $x? \neq x_i$ steht für alle $x \in I_U \setminus \{x_i\}$

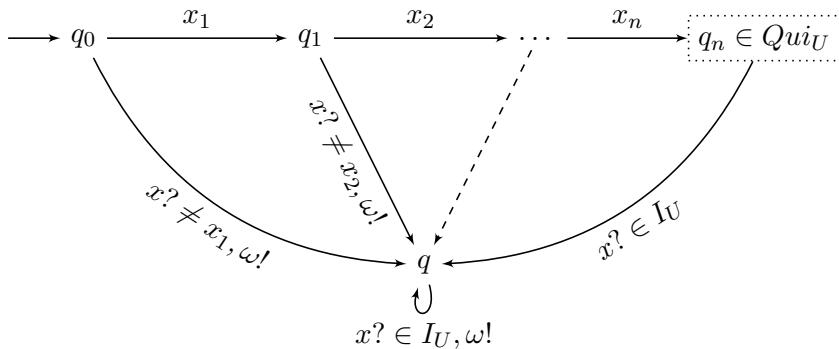


ABBILDUNG : $x? \neq x_i$ steht für alle $x \in I_U \setminus \{x_i\}$, q_n ist der einzige Ruhe-Zustand

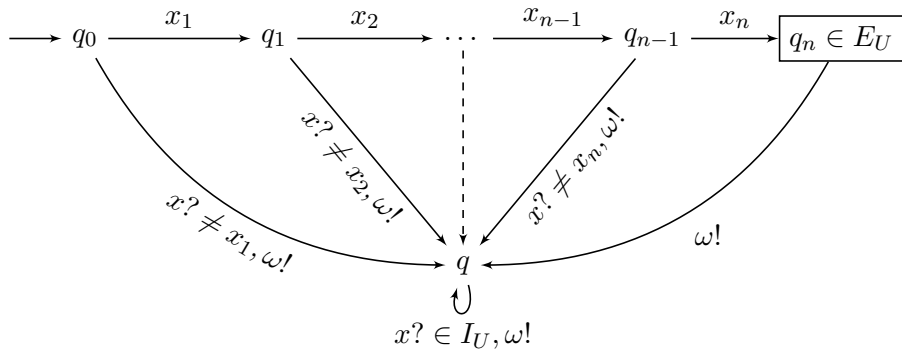


ABBILDUNG : $x? \neq x_i$ steht für alle $x \in I_U \setminus \{x_i\}$, q_n ist der einzige Error-Zustand

SATZ (VOLLSTÄNIGE ABSTRAKTHEIT FÜR DIVERGENZ-SEMANTIK)

Seien S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt

$$S_1 \sqsubseteq_{Div}^C S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2.$$

SATZ (VOLLSTÄNIGE ABSTRAKTHEIT FÜR DIVERGENZ-SEMANTIK)

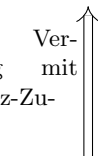
Seien S_1 und S_2 zwei EIOs mit derselben Signatur. Dann gilt

$$S_1 \sqsubseteq_{Div}^C S_2 \Leftrightarrow S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2.$$

„ \Leftarrow “ von Satz Vollständige
Abstraktheit für Divergenz-
Semantik

$$S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2 \xrightarrow{\quad} S_1 \sqsubseteq_{Div}^C S_2$$

Lemma
Verfeinerung
mit
Divergenz-Zu-
ständen



$$\forall \omega\text{-Partner } U: \\ U \parallel S_1 \sqsubseteq_{Div}^B U \parallel S_2$$

$$\xleftarrow{\quad}$$

U ω -Partner

\Downarrow
 U komponierbar

$$\forall \omega\text{-komponierbaren } U: \\ U \parallel S_1 \sqsubseteq_{Div}^B U \parallel S_2$$

Definition
von \sqsubseteq_{Div}^C



ABBILDUNG : Folgerungskette

KOROLLAR

Es gilt: $S_1 \sqsubseteq_{Div} S_2 \Leftrightarrow U \parallel S_1 \sqsubseteq_{Div}^B U \parallel S_2$ für alle komponierbaren U .