1 Definitionen

Stand: 5. Juni 2017

Die folgenden fünf Definitionen sind analog aus [BFLV16] übernommen worden.

Definition 1.1 (*Modal Interface Automat*). *Ein* Modal Interface Automat (MIA) *ist ein Tupel* $(P, I, O, \longrightarrow, \dashrightarrow, p_0, e)$ *mit:*

- P*: Menge der Zustände*
- $p_0 \in P$*: Startzustand*
- $e \in P$*: universeller Zustand*
- I, O*: disjunkte Input- und Outputaktionen*
- $A = I \cup O$*: Alphabet*
- $\tau \notin A$*: interne Aktion*
- $\longrightarrow \; \subseteq P \times (A \cup \{\tau\}) \times (\mathcal{P}(P) \backslash \emptyset)$[1]*: disjunktive must-Transitions-Relation*
- $\dashrightarrow \; \subseteq P \times (A \cup \{\tau\}) \times P$*: may-Transitions-Relation*

Es werden die folgenden Eigenschaften vorausgesetzt:

1. $\forall \alpha \in A \cup \{\tau\} : p \xrightarrow{\alpha} P \Rightarrow \forall p' \in P : p \overset{\alpha}{\dashrightarrow} p'$ *(syntaktische Konsistenz)*
2. *e tritt nur als Zielzustand von Input may-Transitionen auf (Senken-Voraussetzung)* TODO: Übersetzung überdenken

Must-Transitionen sind Transitionen, die von einer Verfeinerung implementiert werden müssen. Die may-Transitionen sind hingegen die zulässigen Transitionen für eine Verfeinerung.
Für beliebige Alphabete I, O ist dann $P = (\{e\}, I, O, \emptyset, \emptyset, e, e)$ der universelle MIA, da in e als universellen Zustand beliebiges Verhalten zulässig ist.
MIAs werden in dieser Arbeit durch ihre Zustandsmenge (z.B. P) identifiziert und falls notwendig werden damit auch die Komponenten indiziert (z.B. I_P anstatt I). Falls der MIA selbst bereits einen Index hat (z.B. P_1) kann an der Komponente die Zustandsmenge als Index wegfallen und nur noch der Index des gesamten Automaten verwendet werden

[1] $\mathcal{P}(P)$ bezeichnet die Potenzmenge von P

(z.B. I_1 anstatt I_{P_1}). Zusätzlich stehen i, o, a, ω und α für Buchstaben aus den Alphabeten $I, O, A, O \cup \{\tau\}$ und $A \cup \{\tau\}$. Es kann $A = I/O$ geschrieben werden um die Inputs und Outputs eines Alphabets hervorzuheben. Im Zusammenhang mit schwachen Transitionen wird die Notation $\hat{\alpha}$ verwendet, wobei gilt $\hat{\alpha} =_{\mathrm{df}} a$, falls $\alpha = a \neq \tau$ und $\hat{\alpha} =_{\mathrm{df}} \varepsilon$, falls $\alpha = \tau$. Desweiteren werden Outputs und die interne Aktion *lokale Aktionen* genannt, da sie lokal vom ausführenden MIA kontrolliert sind. Um eine Erleichterung der Notation zu erhalten, soll gelten, dass $p \xrightarrow{a} p', p \not\xrightarrow{a}$ und $p \not\dashrightarrow^{a}$ für $p \overset{a}{\dashrightarrow} \{p'\}, \nexists P' : p \overset{a}{\dashrightarrow} P'$ und $\nexists p' : p \overset{a}{\dashrightarrow} p'$ stehen soll. In Graphiken wird eine Aktion a als $a?$ notiert, falls $a \in I$ und $a!$, falls $a \in O$. Must-Transitionen (may-Transitionen) werden als durchgezogener, möglicherweise aufspaltender, Pfeil gezeichnet (gestrichelter Pfeil). Entsprechend der syntaktischen Konsistenz repräsentiert jede gezeichnete must-Transition auch gleichzeitig die zugrundeliegende may-Transitionen.

Definition 1.2 (*Parallelprodukt*). *Zwei MIAs P_1, P_2 sind* komponierbar*, falls $O_1 \cap O_2 = \emptyset$. Für solche MIAs ist das Produkt $P_1 \otimes P_2 = ((P_1 \times P_2) \cup \{e_{12}\}, I, O, \longrightarrow, \dashrightarrow, (p_{01}, p_{02}), e_{12})$ definiert mit:* TODO: erzwungenen Zeilenumbruch kontrollieren

- *e_{12}: frischer universeller Zustand*
- $I = (I_1 \cup I_2) \backslash (O_1 \cup O_2)$
- $O = (O_1 \cup O_2)$
- *$\longrightarrow, \dashrightarrow$: kleinste Relationen, die die folgenden Regeln erfüllen:*

  (PMust1) $(p_1, p_2) \xrightarrow{\alpha} P_1' \times \{p_2\}$, *falls* $p_1 \xrightarrow{\alpha} P_1'$ *und* $\alpha \notin A_2$

  (PMust2) $(p_1, p_2) \xrightarrow{\alpha} \{p_1\} \times P_2'$, *falls* $p_2 \xrightarrow{\alpha} P_2'$ *und* $\alpha \notin A_1$

  (PMust3) $(p_1, p_2) \xrightarrow{a} P_1' \times P_2'$, *falls* $p_1 \xrightarrow{a} P_1'$ *und* $p_2 \xrightarrow{a} P_2'$

  (PMay1) $(p_1, p_2) \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_1' \times \{p_2\}$, *falls* $p_1 \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_1'$ *und* $\alpha \notin A_2$

  (PMay2) $(p_1, p_2) \overset{\alpha}{\dashrightarrow} \{p_1\} \times P_2'$, *falls* $p_2 \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_2'$ *und* $\alpha \notin A_1$

  (PMay3) $(p_1, p_2) \overset{a}{\dashrightarrow} P_1' \times P_2'$, *falls* $p_1 \overset{a}{\dashrightarrow} P_1'$ *und* $p_2 \overset{a}{\dashrightarrow} P_2'$

Definition 1.3 (*Parallelkomposition*). *Gegeben ein Parallelprodukt $P_1 \otimes P_2$, ein Zustand (p_1, p_2) ist ein neuer Kommunikationsfehler, falls es ein $a \in A_1 \cap A_2$ gibt, sodass:*

(a) $a \in O_1, p_1 \overset{a}{\dashrightarrow}$ *und* $p_2 \not\xrightarrow{a}$ *oder*

(b) $a \in O_2, p_2 \overset{a}{\dashrightarrow}$ *und* $p_1 \not\xrightarrow{a}$.

(p_1, p_2) ist ein geerbter Kommunikationsfehler, falls eine der Komponenten ein universeller Zustand ist, d.h. $p_1 = e_1 \vee p_2 = e_2$.
$E \subseteq P_1 \times P_2$ ist die Menge der unzulässigen Zustände. Es gilt $(p_1, p_2) \in E$, falls:

(i) (p_1, p_2) *ist ein neuer oder geerbter Kommunikationsfehler,*

(ii) $(p_1, p_2) \overset{w}{\dashrightarrow} (p_1', p_2')$ *und* $(p_1', p_2') \in E$.

Falls der Startzustand ein unzulässiger Zustand ist, dann wird e_{12} *initial und somit der einzig erreichbare Zustand von* $P_1||P_2$ *(*P_1 *und* P_2 *werden dann inkompatibel genannt). Sonst erhält man* $P_1||P_2$ *durch das entfernen unzulässiger Zustände aus* $P_1 \otimes P_2$*. Falls es einen Zustand* $(p_1, p_2) \notin E$ *mit* $(p_1, p_2) \overset{i}{\dashrightarrow} (p_1', p_2') \in E$ *für ein* $i \in I$ *gibt, dann werden alle must- und may-Transitionen mit* i *startend bei* (p_1, p_2) *entfernt und eine einzige Transition* $(p_1, p_2) \overset{i}{\dashrightarrow} e_{12}$ *hinzugefügt. Zusätzlich werden alle Zustände aus* E *und alle unerreichbaren Zustände (außer* e_{12}*) und alle ihre eingehenden und ausgehenden Transitionen gelöscht. Falls* $(p_1, p_2) \in P_1||P_2$*, schreiben wir* $p_1||p_2$ *und nennen* p_1 *und* p_2 *kompatibel.*

Definition 1.4 (*Schwache Transitionens-Relation*). *Für einen beliebigen MIA* P*, sind schwache must- (*$\Longrightarrow$*) und may-Transitions-Relationen (*$=\!\!\Rightarrow$*) die kleinsten Relationen die die folgenden Eigenschaften erfüllen, dabei ist* $P' \overset{\hat{\alpha}}{\Longrightarrow} P''$ *eine Abkürzung für* $\forall p \in P' \exists P_p : p \overset{\hat{\alpha}}{\Longrightarrow} P_p$ *und* $P'' = \bigcup_{p \in P'} P_p$*:*

1. $p \overset{\varepsilon}{\Longrightarrow} \{p\} \; \forall p \in P$,
2. $p \overset{\tau}{\longrightarrow} P'$ *und* $P' \overset{\hat{\alpha}}{\Longrightarrow}$ *impliziert* $p \overset{\hat{\alpha}}{\Longrightarrow} P''$,
3. $p \overset{a}{\longrightarrow} P'$ *und* $P' \overset{\varepsilon}{\Longrightarrow}$ *impliziert* $p \overset{a}{\Longrightarrow} P''$,
4. $p \overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow} p \; \forall p \in P$,
5. $p \overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow} p'' \overset{\tau}{\dashrightarrow} p'$ *impliziert* $p \overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow} p$,
6. $p \overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow} p'' \overset{\alpha}{\dashrightarrow} p''' \overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow}$ *impliziert* $p \overset{\alpha}{=\!\!\Rightarrow} p$,

Transitionen, die wie in Fall 3 aufgebaut sind, werden auch als $\overset{a}{\longrightarrow}\overset{\varepsilon}{\Longrightarrow}$ *notiert und schwach-endende must-Transition* TODO: Übersetzung überlegen *genannt. Analog steht* $\overset{a}{\dashrightarrow}\overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow}$ *für eine schwach-endende may-Transition.*

Definition 1.5 (*MIA Verfeinerunge*). *Seien* P *und* Q *MIAs mit gemeinsamen Input- und Output-Alphabeten. Dann ist* $\mathcal{R} \subseteq P \times Q$ *eine MIA-Verfeinerungs-Relation, falls für alle* $(p, q) \in \mathcal{R}$ *mit* $q \neq e_Q$ *die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:*

(i) $p \neq e_P$

(ii) $q \overset{i}{\longrightarrow} Q' \Rightarrow \exists P' : p \overset{i}{\longrightarrow}\overset{\varepsilon}{\Longrightarrow} P'$ *und* $\forall p' \in P' \exists q' \in Q' : (p', q') \in \mathcal{R}$

(iii) $q \overset{\omega}{\longrightarrow} Q' \Rightarrow \exists P' : p \overset{\hat{\omega}}{\Longrightarrow} P'$ *und* $\forall p' \in P' \exists q' \in Q' : (p', q') \in \mathcal{R}$

(iv) $p \overset{i}{\dashrightarrow} p' \Rightarrow \exists q' : a \overset{i}{\dashrightarrow}\overset{\varepsilon}{=\!\!\Rightarrow} q'$ *und* $(p', q') \in \mathcal{R}$

(v) $p \overset{\omega}{\dashrightarrow} p' \Rightarrow \exists q' : q \overset{\hat{\omega}}{=\!\!\Rightarrow} q'$ *und* $(p', q') \in \mathcal{R}$

p *MIA-verfeinert* q *(*$p \sqsubseteq q$*), falls eine MIA-Verfeinerungs-Relation* $\mathcal{R}$ *existiert mit* $(p, q) \in \mathcal{R}$*. Falls es auch in die umgekehrte Richtung eine Verfeinerungsrelation gibt, sind die beiden Zustände äquivalent, was durch* $\sqsupseteq\sqsubseteq$ *ausgedrückt wird. Für zwei MIAs gilt* $P \sqsubseteq Q$*, falls* $p_0 \sqsubseteq q_0$*.*

Literaturverzeichnis

[BFLV16] Ferenc Bujtor, Sascha Fendrich, Gerald Lüttgen, und Walter Vogler, *Nondeterministic Modal Interfaces*, Theor. Comput. Sci. **642** (2016), 24–53.