1 Definitionen

Definition 1.1 (*Modal Interface Automat*). *Ein* Modal Interface Automat (MIA) *ist ein Tupel* $(P, I, O, \longrightarrow, \dashrightarrow, p_0, e)$ *mit:*

- P*: Menge der Zustände*
- $p_0 \in P$*: Startzustand*
- $e \in P$*: universeller Zustand*
- I, O*: disjunkte Input- und Outputaktionen*
- $A = I \cup O$*: Alphabet*
- $\tau \notin A$*: interne Aktion*
- $\longrightarrow \ \subseteq P \times (A \cup \{\tau\}) \times (\mathcal{P}(P) \backslash \emptyset)$[1]*: disjunktive must-Transitions-Relation*
- $\dashrightarrow \ \subseteq P \times (A \cup \{\tau\}) \times P$*: may-Transitions-Relation*

Es werden die folgenden Eigenschaften vorausgesetzt:

1. $\forall \alpha \in A \cup \{\tau\} : p \xrightarrow{\alpha} P \Rightarrow \forall p' \in P : p \overset{\alpha}{\dashrightarrow} p'$ *(syntaktische Konsistenz)*
2. *e tritt nur als Zielzustand von Input may-Transitionen auf (Senken-Voraussetzung)*
   TODO: Übersetzung überdenken

Must-Transitionen sind Transitionen, die von einer Verfeinerung implementiert werden müssen. Die may-Transitionen sind hingegen die zulässigen Transitionen für eine Verfeinerung.
Für beliebige Alphabete I, O ist dann $P = (\{e\}, I, O, \emptyset, \emptyset, e, e)$ der universelle MIA, da in e als universellen Zustand beliebiges Verhalten zulässig ist.

TODO: allgemeine Benennungen erklären (α, a)

Definition 1.2 (*Parallelprodukt*). *Zwei MIAs* P_1, P_2 *sind* komponierbar*, falls* $O_1 \cap O_2 = \emptyset$*. Für solche MIAs ist das Produkt* $P_1 \otimes P_2 = ((P_1 \times P_2) \cup \{e_{12}\}, I, O, \longrightarrow, \dashrightarrow, (p_{01}, p_{02}), e_{12})$ *definiert mit:*

- e_{12}*: frischer universeller Zustand*
- $I = (I_1 \cup I_2) \backslash (O_1 \cup O_2)$
- $O = (O_1 \cup O_2)$

[1] $\mathcal{P}(P)$ bezeichnet die Potenzmenge von P

- $\longrightarrow, \dashrightarrow$: *kleinste Relationen, die die folgenden Regeln erfüllen:*

  (PMust1) $(p_1, p_2) \xrightarrow{\alpha} P_1' \times \{p_2\}$, *falls* $p_1 \xrightarrow{\alpha} P_1'$ *und* $\alpha \notin A_2$

  (PMust2) $(p_1, p_2) \xrightarrow{\alpha} \{p_1\} \times P_2'$, *falls* $p_2 \xrightarrow{\alpha} P_2'$ *und* $\alpha \notin A_1$

  (PMust3) $(p_1, p_2) \xrightarrow{a} P_1' \times P_2'$, *falls* $p_1 \xrightarrow{a} P_1'$ *und* $p_2 \xrightarrow{a} P_2'$

  (PMay1) $(p_1, p_2) \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_1' \times \{p_2\}$, *falls* $p_1 \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_1'$ *und* $\alpha \notin A_2$

  (PMay2) $(p_1, p_2) \overset{\alpha}{\dashrightarrow} \{p_1\} \times P_2'$, *falls* $p_2 \overset{\alpha}{\dashrightarrow} P_2'$ *und* $\alpha \notin A_1$

  (PMay3) $(p_1, p_2) \overset{a}{\dashrightarrow} P_1' \times P_2'$, *falls* $p_1 \overset{a}{\dashrightarrow} P_1'$ *und* $p_2 \overset{a}{\dashrightarrow} P_2'$

Definition 1.3 (*Parallelkomposition*). *Gegeben ein Parallelprodukt* $P_1 \otimes P_2$, *ein Zustand* (p_1, p_2) *ist ein neuer Kommunikationsfehler, falls es ein* $a \in A_1 \cap A_2$ *gibt, sodass:*

(a) $a \in O_1, p_1 \overset{a}{\dashrightarrow}$ *und* $p_2 \overset{a}{\not\longrightarrow}$ *oder*

(b) $a \in O_2, p_2 \overset{a}{\dashrightarrow}$ *und* $p_1 \overset{a}{\not\longrightarrow}$.

(p_1, p_2) *ist ein geerbter Kommunikationsfehler, falls eine der Komponenten ein universeller Zustand ist, d.h.* $p_1 = e_1 \vee p_2 = e_2$.
$E \subseteq P_1 \times P_2$ *ist die Menge der unzulässigen Zustände. Es gilt* $(p_1, p_2) \in E$, *falls:*

(i) (p_1, p_2) *ist ein neuer oder geerbter Kommunikationsfehler,*

(ii) $(p_1, p_2) \overset{w}{\dashrightarrow} (p_1', p_2')$ *und* $(p_1', p_2') \in E$. TODO: $w \in O \cup \{\tau\}$ in Notation aufnehmen

Falls der Startzustand ein unzulässiger Zustand ist, dann wird e_{12} *initial und somit der einzig erreichbare Zustand von* $P_1||P_2$ *(*P_1 *und* P_2 *werden dann inkompatibel genannt). Sonst erhält man* $P_1||P_2$ *durch das prunen/abschneiden* TODO: Übersetzung überlegen *unzulässiger Zustände aus* $P_1 \otimes P_2$. *Falls es einen Zustand* $(p_1, p_2) \notin E$ *mit* $(p_1, p_2) \overset{i}{\dashrightarrow} (p_1', p_2') \in E$ *für ein* $i \in I$ *gibt, dann werden alle must- und may-Transitionen mit* i *startend bei* (p_1, p_2) *entfernt und eine einzige Transition* $(p_1, p_2) \overset{i}{\dashrightarrow} e_{12}$ *hinzugefügt. Zusätzlich werden alle Zustände aus* E *und alle unerreichbaren Zustände (außer* e_{12}*) und alle ihre eingehenden und ausgehenden Transitionen gelöscht. Falls* $(p_1, p_2) \in P_1||P_2$, *schreiben wir* $p_1||p_2$ *und nennen* p_1 *und* p_2 *kompatiebel.*