

① Selection Sort $T(n) = T(n-1) + n$ $\Rightarrow O(n^2)$

$\nearrow a=1$
 $\nearrow d=1$
 $\searrow b=1$

② Merge Sort $T(n) \leq 2T(\frac{n}{2}) + O(n) \Rightarrow O(n \log n)$

③ Calculating height of a binary tree

$$T(n) = 2T(\frac{n-1}{2}) + C \Rightarrow O(n)$$

① $T(n) = aT(\frac{n}{r}) + n$

$\nearrow a=a$
 $\rightarrow b=r$
 $\searrow d=1$

$\Rightarrow \log_r a = 1, \dots, d$

$\Rightarrow T(n) = O(n^{\log_r a})$

② $T(n) = vT(\frac{n}{v}) + n$

$\nearrow a=v$
 $\rightarrow b=v$
 $\searrow d=1$

$\Rightarrow \log_v v = 1 = d$

$\Rightarrow T(n) = O(n \log n)$

③ $T(n) = rT(\frac{n}{r}) + 1$

$\nearrow a=r$
 $\rightarrow b=r$
 $\searrow d=0$

$\Rightarrow \log_r r = 0 < d$

\Downarrow

$T(n) = O(n^0)$

\Downarrow

$T(n) = O(1)$

$$\textcircled{4} T(n) = n T\left(\frac{n}{r}\right) + n^3 \quad \begin{array}{l} \rightarrow a=3 \\ \rightarrow b=r \\ \rightarrow d=3 \end{array}$$

$$\lg_r^n = 3 \Rightarrow \lg_b^a = d \Rightarrow T(n) = O(n^3 \lg n)$$

$$\textcircled{5} T(n) = 9 T\left(\frac{n}{3}\right) + n^2 \quad \begin{array}{l} \rightarrow a=9 \\ \rightarrow b=3 \\ \rightarrow d=2 \end{array}$$

$$\lg_3^9 = 2 \Rightarrow \lg_b^a = d \Rightarrow T(n) = O(n^2 \lg n)$$

$$\textcircled{6} T(n) = 7 T\left(\frac{n}{r}\right) + n^3 \quad \begin{array}{l} \rightarrow a=7 \\ \rightarrow b=r \\ \rightarrow d=3 \end{array}$$

در n^3 کمتر از \log است (در $O(1)$ است)

حاصل رابطه \lg_b^a و d را می یابیم

$$\lg_r^7 = 2, \dots, 3$$

\Downarrow

$$\lg_b^a < d \Rightarrow T(n) = O(n^3)$$

نکته: چون هر سری اندازه مسئله $\frac{1}{3}$ می شود

$$T(n) = a T\left(\frac{n}{b}\right) + O(n)$$

پس $a = b$ هست از طرفی تابع F بسیار خودش را

مها می زند پس a هم 3 می شود \leftarrow

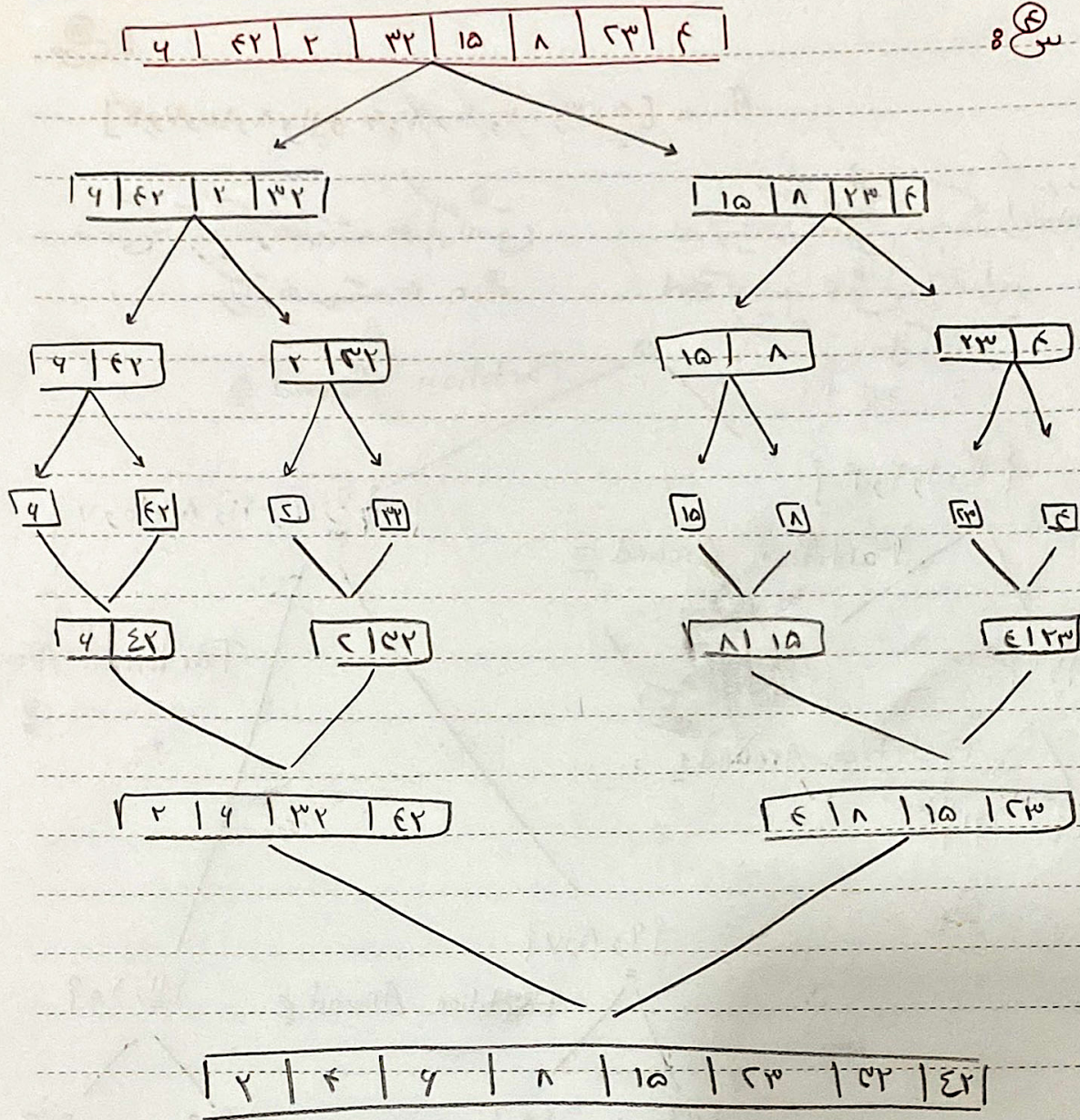
$$T(n) = 3 T\left(\frac{n}{3}\right) + O(n) \quad O(n) \Rightarrow \text{Time Complexity}$$

$$O(n \lg n) \Rightarrow \text{Space}$$

$$\lg n \Rightarrow \frac{\lg n}{3} \Rightarrow \frac{\lg n}{9} \Rightarrow \frac{\lg n}{27} \Rightarrow \dots \Rightarrow 1$$

AVANCE

باقی این که سایر مسئله هر سری $\frac{1}{3}$ برابر می شود پس مقدر است
بازگشتی \lg_3^n هست \Leftarrow Total = $cn \lg_3^n \Rightarrow O(n \lg n)$



س: ۵

$$A = [3, 4, 9, 4, 11, 8, 10, 7]$$

بمدار اینکه بخش کوچکتر را بازگشتی
 sort کردیم بخش بزرگتر را نیز
 بازگشتی حل می‌کنیم

سستی که کوچکتر هست بازگشتی
 For بزرگتر هست

