Mécanique de zéro

Par Romain Porte (MicroJoe) ,
Matthieu Barreau (Morgin)
et Wargz

OPENCLASSROOMS

www.openclassrooms.com

Dernière mise à jour le 6/09/2012

Sommaire

Mécanique de zéro

Le tutoriel que vous êtes en train de lire est en **bêta-test**. Son auteur souhaite que vous lui fassiez part de vos commentaires pour l'aider à l'améliorer avant sa publication officielle. Notez que le contenu n'a pas été validé par l'équipe éditoriale du Site du Zéro.

Par  Matthieu Barreau (Morgin) et  Wargz et Romain Porte (MicroJoe)
Mise à jour : 06/09/2012
Difficulté : Intermédiaire Durée d'étude : 2 mois

Quoi de plus intéressant que la mécanique ?

En effet, à partir de rien, on peut prévoir la trajectoire d'un objet. Ceci a bien sûr de nombreuses répercutions, le lancement des fusées, le mouvement des voitures, des balles de golf...

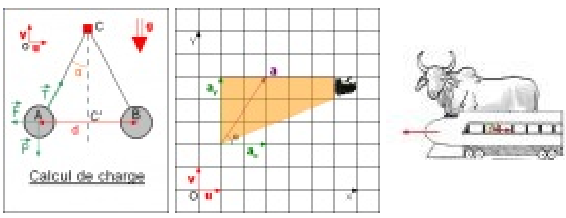
Tous ces phénomènes sont abordés par différentes approches en physique. Dans ce tuto, je vous propose de découvrir un peu de la dynamique pour aborder des problèmes plus intéressants moyennant tout de même une certaine connaissance mathématique que les plus avides d'entre vous doivent avoir. Bien sûr, vous n'êtes pas tous des physiciens en herbes et heureusement pour vous, ce cours part de zéro !
Les aspects mathématiques abordés ne seront pas expliqués sous leur angle mathématique souvent rebutant pour les débutants mais par une approche physique. Bien sûr, pour les passionés, des liens vers ces notions seront proposées.

Le programme est simple, après avoir lu ce tutoriel et en pratiquant un peu vous saurez étudier des problèmes complexes comme le fonctionnement des formules 1, la trajectoire d'un ballon de rugby... ~~Ainsi, vous gagnerez à tous les coups !~~

Dans un premier temps, nous commencerons par le commencement avec les bases de la mécanique. Dans cette partie, il s'agira d'expliquer comment marche cette science avant de nombreux chapitres mêlant théorie et pratique.
Ensuite, on exploitera avec beaucoup plus d'attention ce que l'on a appris dans la première partie. Ainsi cette partie sera riche en mathématique.
Enfin les dernières parties seront pour les passionnés. Elle abordera des problèmes beaucoup plus complexes (les solides...) mais on découvrira aussi des nouveaux outils (les énergies...). Elle sera tout de même assez technique.

Les annexes sont faites pour être lues n'importe quand. Dans le cours, de nombreuses références y seront faites. Le but est d'y exposer les outils mathématiques mais aussi quelques points supplémentaires en physique.

Vous l'aurez compris, on a du boulot. A vos crayons !



Quelques schémas de la première partie

Partie 1 : Approche mécanique

Voyons après un bref historique comment s'est construite la mécanique pour pouvoir mieux la comprendre et ainsi pouvoir aborder en sérénité la 2ème partie.

Connaissances mathématiques requises :

- Multiplication, addition
- Définition d'une fonction
- Savoir repérer un point dans un graphique

Les notions seront cependant rappelées et même si vous ne les connaissez pas parfaitement, vous serez capable de comprendre.

Historique

Aujourd'hui, nous avons une conception mécanique qui semble assez instinctive.
Et pourtant, si vous faites table rase de vos connaissances et que vous essayer de comprendre ce qu'est le ciel ou ces points lumineux, ce sera sous un angle philosophique que vous aborderez le problème, surement pas en faisant un bilan des forces...

Donc, je vous propose de repartir un peu en arrière. Pour cela, soyons bref et revivons ensemble et rapidement les événements qui ont fait ce qu'est la physique aujourd'hui.

Qu'est ce que la physique ?

Tout commence il y a très très longtemps. Avant même que l'homme ne sache compter ou ne parle, sans aucun doute avait-il observé que tout restait cloué au sol. Tout, sauf les oiseaux qui arrivaient à s'offrir une liberté que l'homme ne connaissait pas.
Pourquoi ? Il était bien incapable d'y répondre, mais la physique, c'est avant tout un constat et une question.

La nature est la source même de questions, philosophiques ou scientifiques, d'où la naissance de la physique. "Connaissance de la nature" en grec ancien, elle se base sur l'observation de phénomènes suivis **d'interprétations**. *Finalement, elle est l'explication de nos sensations.*

Il est alors faux de la concevoir comme une simple modélisation mathématique (grossière) de la nature, la physique, c'est avant tout l'interprétation.

Ainsi, lorsque l'Homme propose le concept d'énergie, de forces, de trajectoire... il a derrière la tête l'ambition de trouver un modèle qui témoignera plus ou moins bien de l'état des choses. Ce modèle devient abouti et performant lorsqu'il prévoit des découvertes. Cependant, il faut bien garder en tête qu'il ne décrit *jamais* de façon *complète* la nature. Par exemple, aujourd'hui, on connait les limites de la mécanique classique. Bien qu'elle soit un modèle qui fut *prédictif*, elle est incapable d'expliquer les manifestations de l'infiniment petit. Un des défis de notre époque est donc d'allier une mécanique de l'infiniment grand à la mécanique quantique (la mécanique du tout petit).

Il est donc naïf de croire complètement une théorie, et c'est pourquoi nous pouvons faire des *approximations*. Alors, ne soyons pas choqués lorsqu'elles semblent grossières, souvent elles simplifient les calculs et font perdre 1 millième de mètre à notre résultat. Cette précision qui ne sera de toute manière jamais atteinte au vue des autres approximations que nous avons déjà du faire sans même s'en rendre compte !

Histoire

Je n'ai pas la science infuse et je ne peux donc faire un historique complet de la mécanique. Cependant nous allons parler de grands personnages qui ont beaucoup apporté à notre sujet d'étude.

Origine

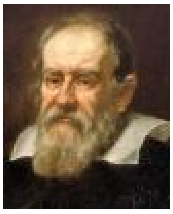
Comme on l'a déjà signalé, tout commence à prendre forme avec les Anciens. Les hommes avaient réfléchi à ce qui allait devenir la mécanique céleste. Les grands astres ont toujours fasciné l’espèce humaine, ces torches qui illuminent la nuit ont fait rêvé déjà plus d'un enfant, alors pourquoi pas les Grecs ? Mais nos amis grecs aimaient aussi aller guerroyer, et comme tout bon dirigeant de troupe, on aime gagner. Seulement, ce n'est pas si simple que ça. A l'époque, les javelots étaient des armes terribles mais au début affreusement imprécises. Alors, ils ont décidé d'améliorer ces armes et pour cela, il fallait prédire leur mouvement. Ainsi était née la nécessité de la mécanique.

Rapidement, on a introduit de nous même le concept de vitesse, d'accélération, mais nous ne connaissions rien d'autres sur nos objets. Or, étudier un mouvement lorsque l'on n'a que quelques caractéristiques, ce n'est pas forcément évident. Là est un intérêt de la mécanique. Nous n'avons besoin (au début) que de la masse pour étudier un mouvement, et ça, c'est très très pratique !

Maintenant, d'un point de vue moderne, *mécanique* vient de machine et par extension un mécanicien est celui qui s'occupe de faire ou d'entretenir des machines. En poussant cette représentation, il existe la "machine céleste" mais également les machines de guerre...

Naissance de la science

Aujourd'hui, la mécanique n'a plus rien d'une philosophie. Il s'agirait alors, grâce à un outillage mathématique, de pouvoir prévoir le fonctionnement d'un machine.
La mécanique commence réellement avec Galilée au XVII^{ème} siècle. La contribution de Galilée fut importante car il a développé la lunette astronomique ce qui a permit les premières mesures de vitesse des astres mais aussi leur observation. Ainsi, les premières extrapolations ont pu naitre.



Galileo Galilei

Sir Issac Newton

Surement que l'importance de l'expérience est un autre grand pas. En effet, l'expérience a invalidé bon nombre de théories mais elle a également permis d'en créer d'autres. Je pense notamment à Newton. Cet éminent scientifique est à l'origine d'un véritable boum dans la mécanique. Tout commence avec trois lois, trois postulats qu'il tire comme conclusion de ses expériences. Il y a un exemple notable, par un Français de surcroit. Le Verrier avait prédit la planète Neptune par un raisonnement mécanique. Hypothèse peu après vérifiée, une vraie victoire pour le modèle de Newton, on dit que son modèle était **prédictif**.
Une autre grande avancée, c'est la présence importante des mathématiques dans ses ouvrages. C'est un des premiers scientifiques qui a créer des outils mathématiques pour résoudre ses problèmes physiques.

Ainsi commence un période très féconde à tous les points de vue. En effet, si l'on développe la mécanique on demande alors de nouvelles connaissances mathématiques et ainsi on stimule également la recherche dans ce domaine. Un des principaux avantages de la mécanique était que son utilité était immédiate. Celui qui gérait au mieux ses tirs d'obus gagnait la guerre. On peut noter l'exemple d'Archimède qui aurait permis à son souverain de gagner de nombreuses batailles, pas simplement grâce à la mécanique classique, certes.

D'ailleurs, savez-vous pourquoi je dis presque tout le temps mécanique **classique** ? En fait, la réponse est simple, parce qu'il en existe plusieurs. La mécanique quantique comme je l'ai déjà signalé mais aussi la mécanique relativiste par exemple.

Nous allons continuer notre exploration du passé par la **mécanique relativiste** d'ailleurs. C'est Einstein le nom qu'il faut retenir ici, et pas seulement pour sa fameuse équation $E = mc^2$.
Il est à l'origine d'une théorie sur la relativité du temps, d'une déformation possible de l'espace-temps... Autant de concepts novateurs qui ont révolutionné le visage de la physique avant d'entrainer une focalisation sur l'infiniment petit.

Pour ainsi dire, la mécanique relativiste complète la mécanique classique, elle n'ajoute pas de fausses notes mais permet une précision étonnante et une vision du monde différente. Grâce à Einstein, nous savons que le temps est relatif à notre vitesse, que la lumière est déviée par les "gros" astres comme le soleil... Ainsi, nous sommes aujourd'hui capable de faire des GPS qui nous localise à quelques centimètres près (GPS militaires, pas grand public...)
Cependant, ce qu'elle n'explique pas, c'est *l'infiniment petit*, l'atome par exemple. En effet, on a découvert que les lois de notre ami Newton ne s'appliquent pas aux corps très très petits, d'où la création d'une nouvelle mécanique.

Enfin bon, voilà comment en très très bref nous sommes arrivés à ce que nous savons aujourd'hui. Tout ce qui est énoncé ici ne sera pas traité par la suite .

But de ce tuto

Voilà, maintenant, vous êtes aussi vieux que l'univers, alors on va pouvoir regarder très vite ce que vous saurez faire à la fin de ce cours !

Alors, le but de ce cours est que vous puissiez utiliser vos connaissances en mécanique pour prévoir des événements, ou du moins savoir ce qu'il va se passer. Les problèmes que vous pourrez totalement résoudre seront rarement très intéressants, mais il faut bien partir de quelque part.

De plus, ce cours peut être la chance pour certains de redécouvrir la mécanique. En effet, toutes les notions que vous aurez vu au lycée seront présentes, certainement pas dans le même ordre car je n'ai pas choisi la même chronologie que le cycle français. Cependant, tout sera bien expliqué, et je l'espère, assez clairement.

Ainsi, à la fin de la première partie, vous connaitrez quelques expressions et seraient aptes à vous lancez dans des applications plus complexes qui méritent réflexions. La deuxième partie vous permettra d'augmenter votre champs d'activité en découvrant de nombreuses applications. Les parties qui suivront seront bien plus complexes mais vous permettront d'aller plus loin et de découvrir ce que permet réellement la mécanique.

On apprendra par exemple à déterminer le mouvement d'un skieur descendant une pente, mouvement qui nous suivra toute notre première partie mais que nous n'apprendrons à modéliser que dans la deuxième

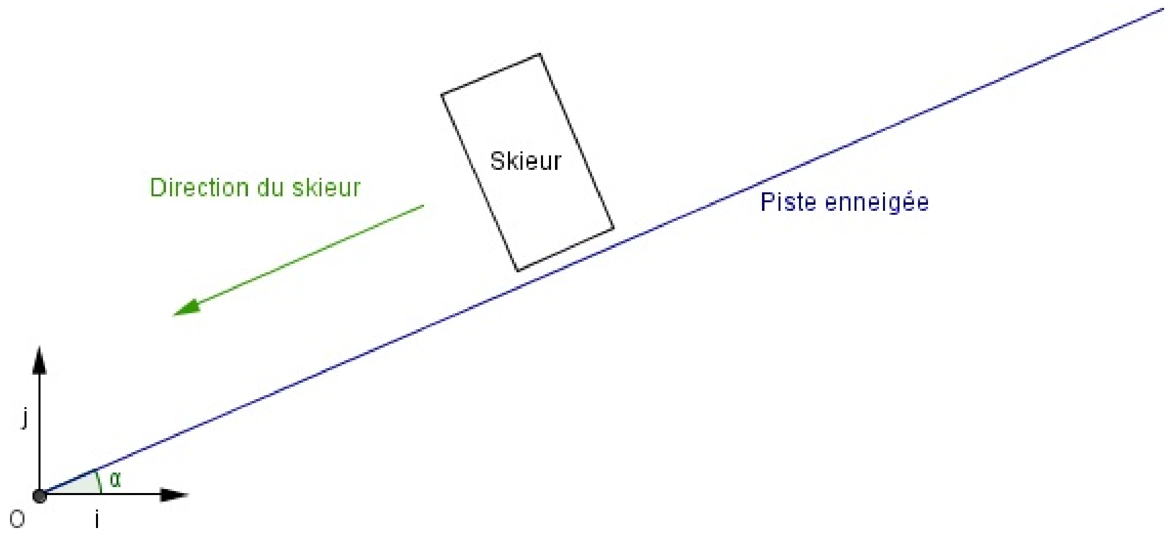
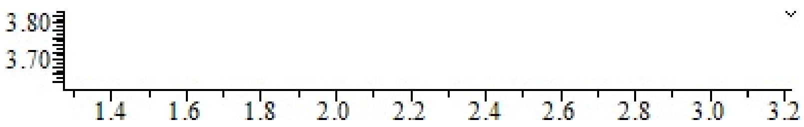


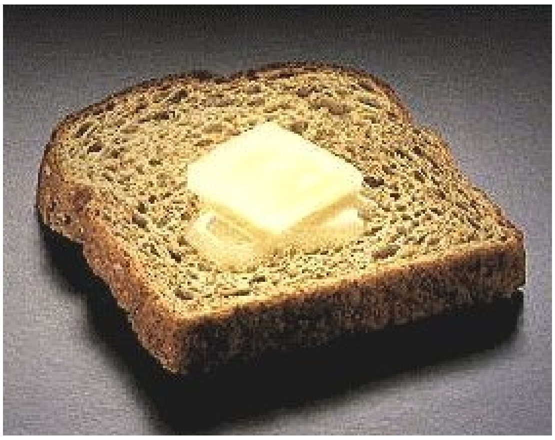
Schéma d'un skieur descendant une piste

Ce mouvement correspondra à cette équation (n'ayez pas peur...) :

$$\vec{OM} = (-\frac{g\cos^2(\alpha)t^2}{2} + \cos(\alpha)X_0)\vec{i} + (-\frac{g\cos(\alpha)\sin(\alpha)t^2}{2} + \sin(\alpha)X_0)\vec{j}$$

Et on voit bien que si on le dessine, on a quelque chose de sympa :





D'autres problèmes, plus proches et intéressants seront proposés, on pourra parler du grand dilemme de la tartine qui tombe du mauvais côté, mais nous croiserons surement quelques tasses de café...

Enfin, plein de belles choses nous attendent !
Le but de ce big-tuto est justement de vous faire entrer dans la mécanique, il y aura donc plein d'applications, et certainement des exos un peu compliqués en annexes, pour vous tester !

Je vous souhaite bien du courage, maintenant, on commence vraiment par la découverte du modèle !

Le modèle mécanique

Comme nous l'avons déjà signalé, en sciences, nous appliquons un modèle à une situation pour réussir à la modéliser. C'est important de constater que nous inventons des lois, elles ne tombent cependant pas du ciel. Il faut une intense réflexion et une qualité d'imagination (pour l'originalité) qui est nécessaire à la création d'un modèle viable.

Ainsi, la mécanique classique propose un modèle très proche de la réalité que nous pouvons sentir.

Donc allons-y, il y a à expliquer !

Un peu d'imagination

Positionnons nous dans un monde en trois dimension (ça tombe bien, le notre).

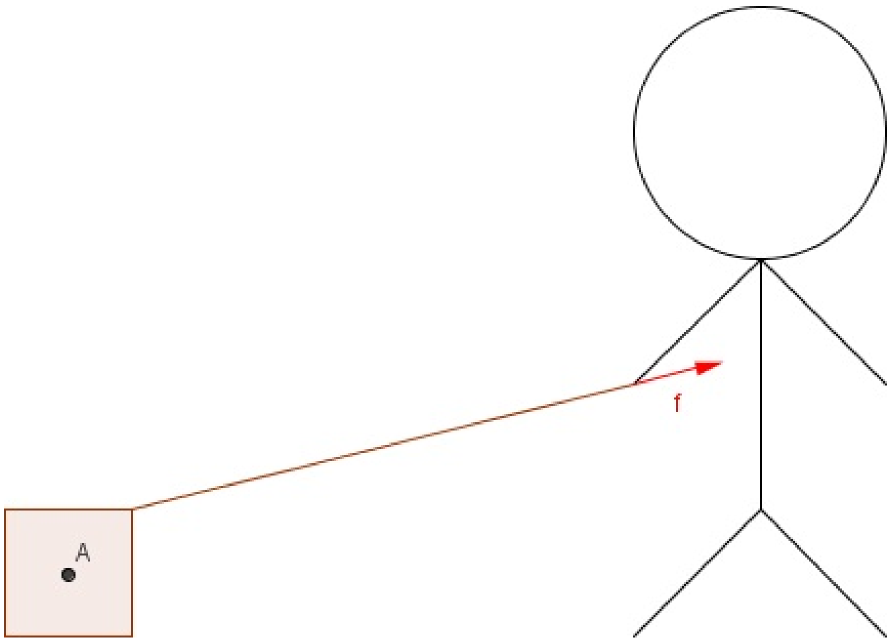
Dans ce monde, il existe des objets que nous pouvons représenter sous forme de pavé (c'est grossier, mais bon, cela facilite les dessins...)

Toutes les situations que nous étudierons seront simples. Dans la "vraie" vie, rien ne sera aussi simple, cependant il faut se détacher un peu de la réalité, et nous verrons si nos résultats collent à la situation réelle.

Ainsi, dans un premier temps, nous supposerons que lorsque deux solides sont en contact et glissent l'un contre l'autre, alors *il n'y a aucun frottement*. Cela est bien évidemment faux, il y a un dégagement de chaleur par exemple, mais il est difficile à modéliser et on verra plus tard, difficile à manier mathématiquement.

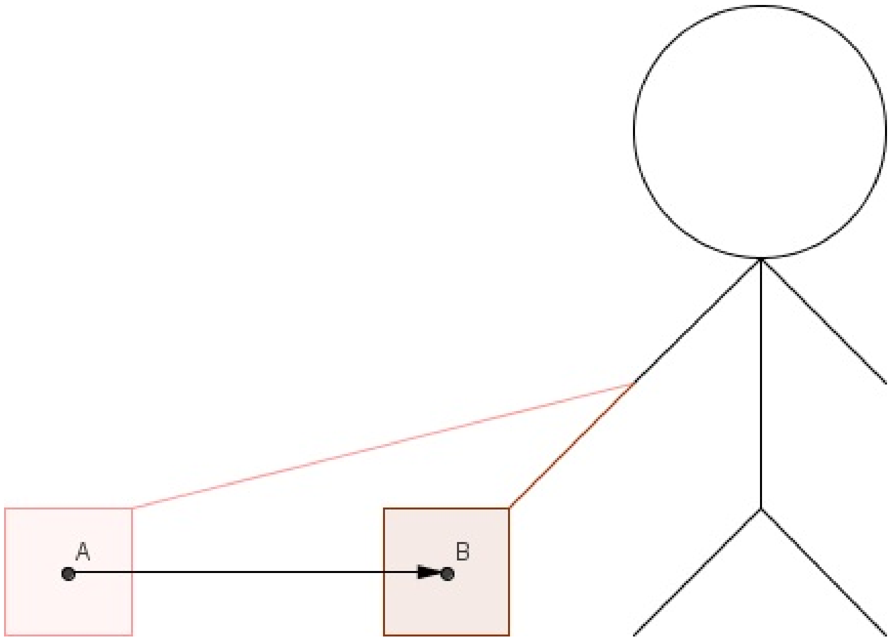
Expliquons le modèle choisi.

L'idée principale est simple. Vous prenez un fil solide et vous l'attachez à un poids. Si vous tirez sur le poids, il va se déplacer. Si on se représente la situation on a :



Homme tirant un poids

A l'origine, le poids est en A après l'effort il arrive en B. Et si on vous demande de caractériser ce mouvement, vous diriez surement : il part de A et va vers B, on peut donc représenter le mouvement par une flèche allant de A vers B.



Homme ayant tiré un poids

Voilà, le modèle que l'on va exploiter, ce sont des *flèches*. Ainsi, on pourrait représenter l'influence de chacun des **opérateurs extérieurs** par un **vecteur** témoignant de son action sur le **mobile**. Le mobile fait parti d'un **système** que l'on étudie.

Bon alors cette phrase contient plein de mots importants issus d'un jargon assez physique. Nous allons donc les expliquer !
Dans un premier temps, il faut comprendre que la mécanique classique que l'on étudiera au début c'est une mécanique du point. Alors, on réduit notre étude à un {système} qui sera confondu à un point. Cette approximation n'est pas grossière car en ce point, on suppose que tout a bien lieu, et on y concentre la masse. En fait nous négligeons seulement le mouvement dit **propre** du système, c'est à dire sa rotation sur lui-même. Cet aspect sera quelque peu abordé par la suite mais reste tout de même un peu complexe.

Alors, nous commençons toujours par définir le **{système}** que nous étudions. Ensuite, on dresse l'ensemble des *interactions* avec l'environnement, ce sont ces interactions que l'on va apprendre à connaitre dans cette première partie.

Voyons à présent un nouvel aspect qui simplifiera techniquement nos représentations. Au début, nous considèrerons que l'espace est un plan. Finalement, tout se passera dans un repère avec une base orthonormale $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Si vous ne savez pas trop bien ce qu'est une base **orthonormale**, il y aura une explication plus tard. Sinon, il s'agit de vecteurs qui sont perpendiculaires et de même longueurs (on peut dire normés aussi).

Il se peut que vous ne sachiez pas ce qu'est un vecteur.
Cela est expliqué dans la sous partie qui suit, n'ayez crainte !

Représentons alors un skieur qui descend une piste :

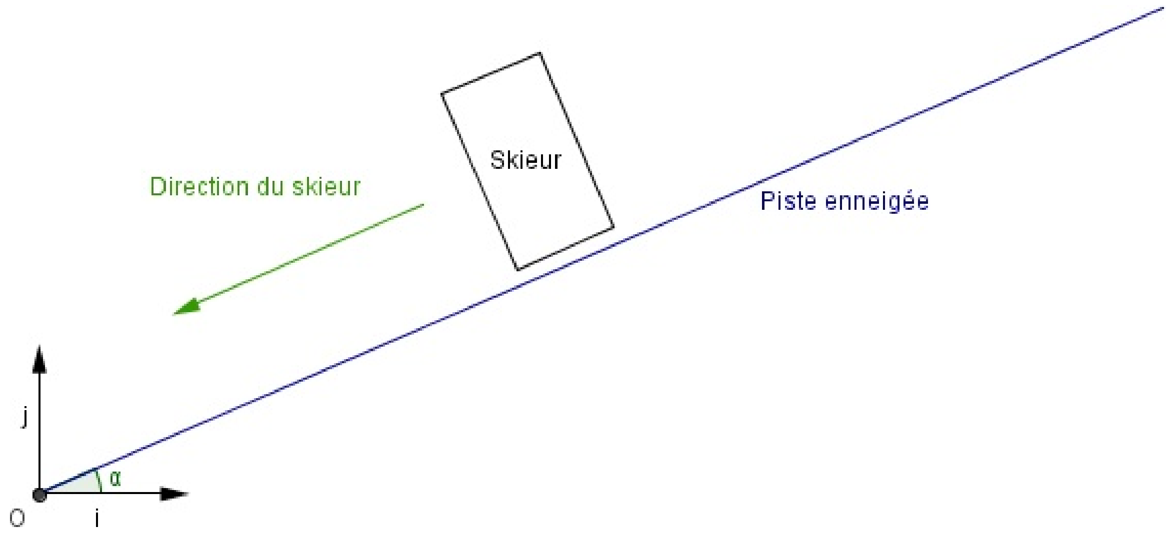


Schéma d'un skieur descendant une piste

Pour finir, on fait un petit dessin. Prenons un exemple avant de définir de nouvelles notions :

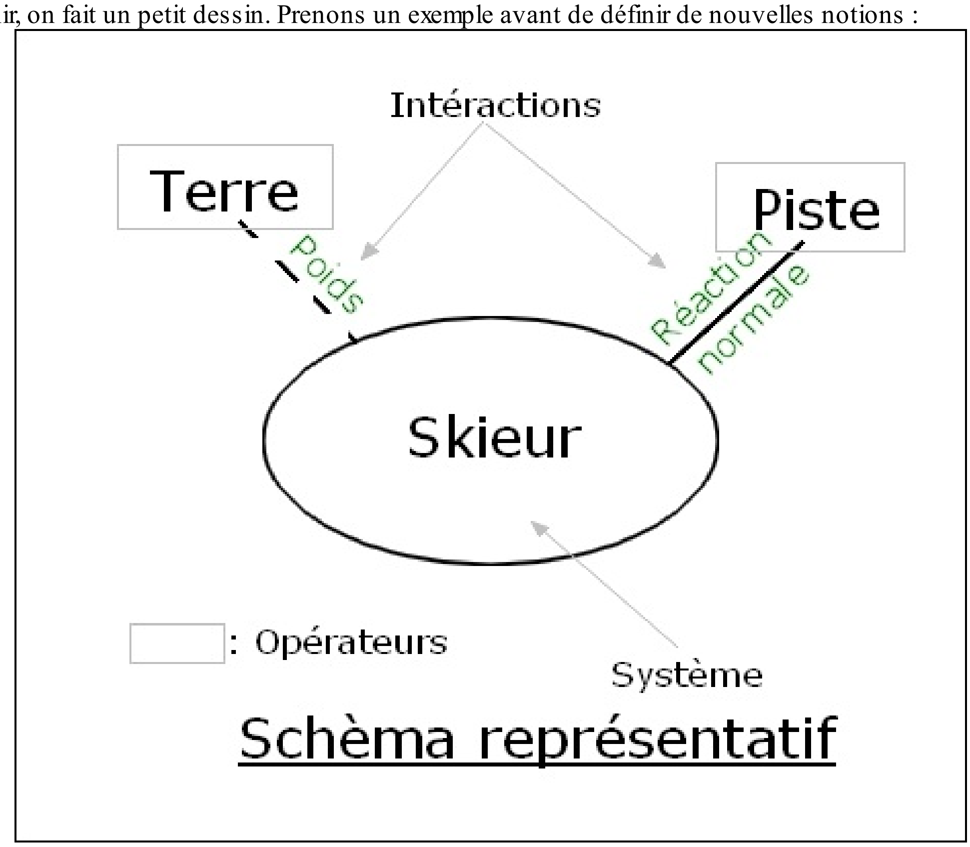


Schéma représentatif

Ici, nous admettons qu'il y a deux interactions, le poids et la réaction normale. On les expliquera plus tard. Il n'empêche qu'en effet, on sait que la terre **attire** et que la piste nous **supporte** (on ne s'enfonce pas dans la terre, même les plus lourds), on peut se dire alors que ce sont les deux seuls opérateurs qui agissent sur le mouvement de notre skieur.
Ensuite, notre système se déplace, il s'agit donc d'un *mobile*. Enfin, nous avons signalé en vert les interactions, ce sont elles qui seront représentées par des vecteurs.

Notez comme il est intuitif de dessiner de tels vecteurs. Si vous agissez sur un mobile, vous le poussez à faire quelque chose. On voit mieux alors l'analogie avec le poids au paragraphe précédent.

Ce type de dessin peut-être utile à faire au début pour pouvoir déterminer quelles sont les interactions qui s'appliquent à notre système. Vous voyez d'ailleurs que le poids à un trait discontinu. C'est en fait pour signaler que son action est **à distance**. En effet, même si vous sautez d'un avion, vous tombez bien vers la terre, non ? Et pourtant vous n'avez aucun contact avec le sol. Contrairement à la piste, si vous êtes dans un avion, elle n'exercera plus aucune influence sur vous (sauf en cas de crash, mais c'est un autre problème...)

Voilà, on a positionné les bases, on va commencer à s'intéresser un peu plus aux **interactions** en commençant par définir ce terme.

Interactions

Rappel sur les vecteurs

Qu'est ce qu'un vecteur ?

Avant de se lancer dans des calculs vectoriels qui peuvent sembler complexes, nous allons voir ce qu'est exactement un vecteur. Loin des définitions mathématiques que l'on peut trouver dans des bouquins assez avancés, on va parler vecteur coté pratique de la chose .

Commençons par le commencement, un vecteur, c'est une flèche ! Mais bon, quand vous dessinez une flèche et que vous souhaitez que votre voisin dessine la même, il n'y a pas 30.000 solutions, vous allez donner des caractéristiques essentielles comme sa **longueur**, son **point de départ**, sa **direction** et son **sens**.
Attardons nous sur ce vocabulaire un peu complexe. Sa longueur (souvent appelé norme, ne me demandez pas pourquoi...) est simplement la distance entre le point de départ et celui d'arrivé. Sa direction, quand à elle, porte plus à confusion car on ne sait pas ce que c'est ! Et bien, imaginez que vous ayez déjà votre point de départ et celui d'arrivé, la direction est la **droite qui passe par ces deux points**. C'est simple maintenant ! Il ne faut surtout pas confondre avec le sens qui est la façon dont nous suivons la droite, vers le haut, vers le bas... Finalement, c'est notre flèche.

Petit exemple : j'ai mon point de départ, je trace ma direction et là, je te dis que le point d'arrivé est sur cette droite, plus en haut de 3cm. Normalement on arrive à trouver le point d'arrivé !

Maintenant que l'on sait ce que c'est, parlons un peu de leur représentation mathématique.

Un vecteur se représente avec une flèche au dessus de son nom : $\vec{u}$, $\vec{F}$... Son nom peut être choisi arbitrairement il s'agit alors d'un vecteur qui n'a pas de point d'ancrage, ou bien choisi de manière à ce qu'il soit fixé. Je m'explique.
Notons A le point de départ d'un vecteur et B son point d'arrivé. Ce vecteur est fixé, il part de A, un point fixe du plan. On le note alors $\vec{AB}$. C'est intuitif comme notation, n'est ce pas ?
Si nous parlons d'un vecteur en général, nous ne savons pas où il est, ce n'est qu'une idée, on le note alors souvent avec une lettre de l'alphabet surmontée d'une flèche.

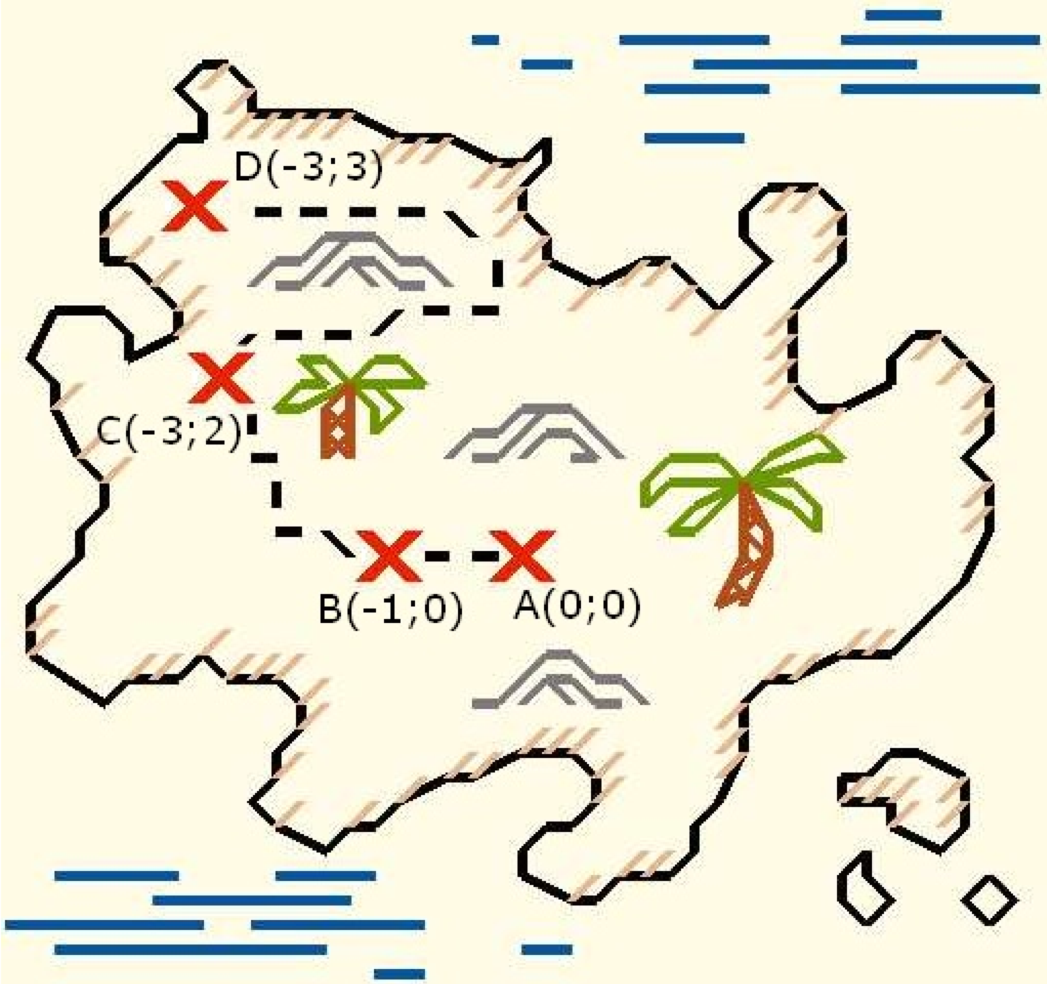
Jouons à la carte au trésor !

Maintenant, nous sommes dans un plan. On connait notre point de départ $A = (2;5) = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et celui d'arrivé $B = (3;15) = \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix}$.

J'ai noté ici les deux manières communes de représenter les coordonnées d'un point : $A = (x;y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ avec x son abscisse (sur l'axe des x) et y son ordonnée (sur l'axe des y).

Maintenant, il parait évident qu'il va exister des coordonnées pour un vecteur allant de A vers B. Il s'agit d'une soustraction des coordonnées de B et de A. On va jusqu'à B depuis A donc $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 15-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$.
On ne peut pas reconnaître la différence entre un vecteur et un point par ses coordonnées, sa nature est toujours précisée.

Maintenant, comme promis, nous allons jouer à la carte au trésor.



Voilà notre jolie carte, trouvons maintenant quelques vecteurs, histoire de s'exercer un peu.

Alors, on va suivre le chemin, allez de A à B, B à C et C à D. On va donc calculer chacun des vecteurs, ne regardez pas tout de suite la correction !

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} (-1) - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, cela semble normal, cela veut dire que l'on se déplace de -1 cran à droite donc un à gauche (on peut compter en kilomètres si cela permet de meilleures représentations). On a décidé que dans un repère traditionnel, quand on se déplace vers la droite, c'est un signe + et vers la gauche un signe -. De même, si on se déplace vers le haut ce sera un + et un - si on va vers le bas.

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} (-3) - (-1) \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. On part de B maintenant et on se déplace bien de 2 vers la gauche et 2 en haut.

$\vec{CD} = \begin{pmatrix} (-3) - (-3) \\ 3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Finalement, si on voulait aller de A à C directement, on aurait : $\vec{AC} = \begin{pmatrix} (-3) - 0 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

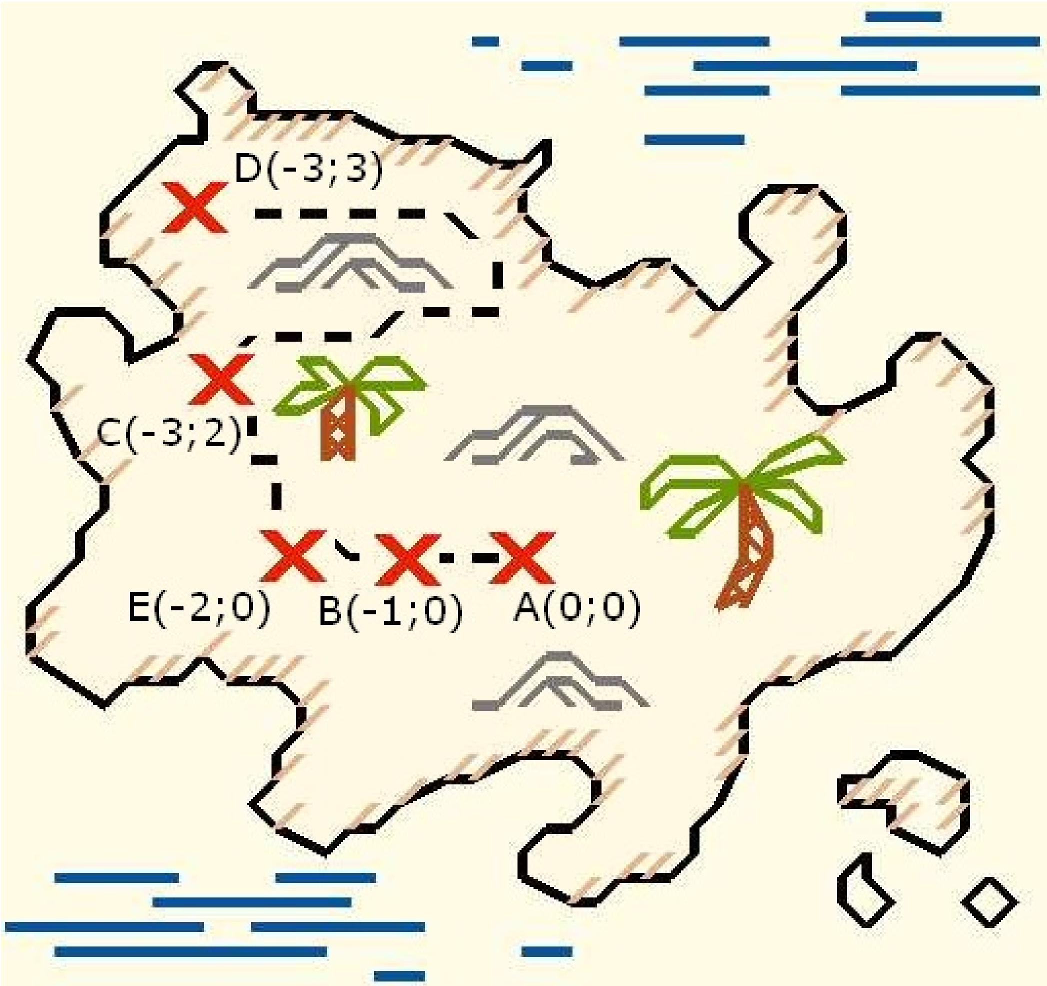
On peut apprendre à faire une somme de vecteur maintenant.

En effet, si on suit le chemin de A à B puis C, on devrait arriver en C, et en allant directement de A à C, on arrive aussi en C, ça devrait donc être pareil. On a alors : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$. Et si on écrit ça avec des coordonnées : $\vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, on trouve bien pareil que tout à l'heure, l'addition de vecteur a donc bien un sens. On dit que c'est la relation de Chasles. On insére une lettre entre le vecteur d'origine pour avoir une somme ainsi :

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AD} + \vec{DC}$... C'est une formule très intéressante, je vous invite à bien la retenir, elle sera utile !

Multiplions un vecteur

Dans cette sous-partie, on utilise ce nouveau schéma de la carte au trésor ci dessous.



La multiplication d'un vecteur est une opération plus simple. On prend une valeur (2 par exemple), et on cherche $2\vec{AB}$.
Pour cela, on écrit : $2\vec{AB} = 2\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\times(-1)\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\0\end{pmatrix}$.

Ainsi, plus généralement, on aura avec $\lambda\vec{AB} = \begin{pmatrix}-\lambda\times 1\\ \lambda\times 0\end{pmatrix}$ avec λ le nombre que l'on veut.

On peut se demander ce que cela signifie, et bien on va faire une relation de Chasles ! On fait deux fois le parcours, on va de A jusqu'à B puis on refait le même trajet depuis B. Finalement, on arrive en E d'après notre schéma ! Tout cela a bien un sens !

On voit ici clairement qu'il n'est pas toujours simple de sommer des vecteurs. On décompose alors la somme de vecteurs comme elle nous arrange. Prenons un exemple :
$\vec{u} = \vec{AB}+\vec{AC} = \vec{AB}+\vec{AB}+\vec{BC} = 2\vec{AB}+\vec{BC} = \underbrace{\vec{AE}}_{\text{La composante de } \vec{u} \text{ selon } \vec{AB}} + \underbrace{\vec{BC}}_{\text{La composante de } \vec{u} \text{ selon } \vec{BC}}$
On utilise souvent cette astuce, vous la retrouverez au chapitre suivant, mais ne vous inquiétez pas, vous apprendrez à l'utiliser !

Quel est la longueur de notre vecteur ?

Maintenant, on aimerait savoir quelle distance on a parcouru pour arriver jusqu'à notre trésor !

Et là, on va faire preuve de bon sens, il semble évident que la distance que nous avons parcourue en passant par B et C n'est pas la même que si on y va directement ! Ainsi, on ne peut pas appliquer la relation de Chasles pour calculer une distance, il nous faut décomposer notre trajet en plusieurs étapes.

La longueur d'un vecteur est souvent appelée **norme**, je la noterai $||\cdot||$. Ainsi la longueur de $\vec{AB}$ sera $||\vec{AB}||$. On voit souvent l'abus : $||\vec{AB}|| = AB$, que je risque d'utiliser également durant mes périodes moins rigoureuses !

Si nous appelons ℓ la distance parcourue en passant par A, B, C et D, on a : $\ell = ||\vec{AB}|| + ||\vec{BC}|| + ||\vec{CD}|| \neq ||\vec{AD}||$!

Bon, c'est bien beau ça, mais comment la calcule-t-on finalement ?

En voilà une bonne question, je ne me justifierai pas, mais voilà le résultat.

Soit $\vec{AB} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, on a : $||\vec{AB}|| = AB = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Alors, pour ceux qui ne connaissent pas, $\sqrt{\cdot}$ c'est une fonction que l'on appelle **racine carrée**, et on a avec x un nombre : $\sqrt{x} \times \sqrt{x} = x$, cette fonction se trouve sur votre calculette. Pour finir d'expliquer la formule, on a également : $a^2 = a \times a$.

Voilà, maintenant, si je vous demande la distance AE, vous me dites : $\vec{AE} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ donc
$AE = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4} = 2$. Mais on sait que $\vec{AE} = 2\vec{AB}$, donc :
$AE = ||2\vec{AB}|| = \sqrt{(2 \times (-1))^2 + 0^2} = \sqrt{4+0} = 2$, on trouve bien pareil !

Maintenant, je vous laisse chercher ℓ et AD pour constater que ce n'est pas les mêmes, voilà la réponse :
$\ell = 3 + \sqrt{5} \simeq 5,2 \neq AD = \sqrt{18} \simeq 4,2$.
Le trajet direct est bien plus court que de faire le tour, ouf, on retombe sur nos pattes, et on en a fini avec les vecteurs !

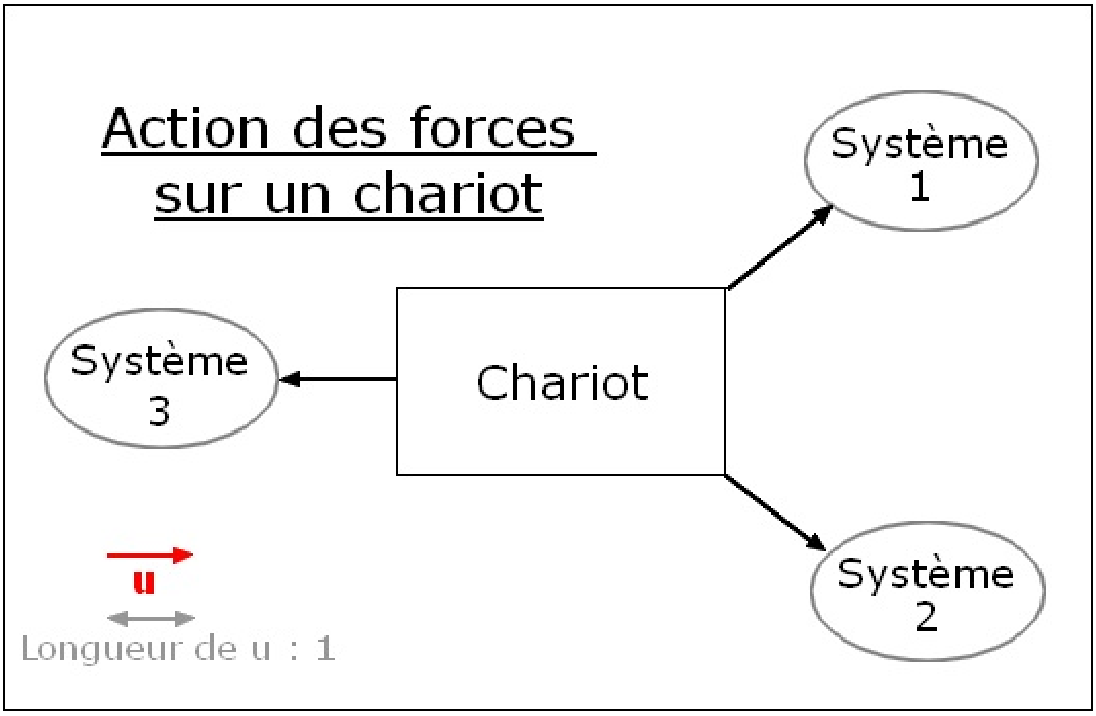
Et les forces

Le but de la mécanique est d'étudier la trajectoire d'un objet à l'aide des interactions des autres éléments autour de lui. Ces interactions sont modélisées par des forces.

Parlons-en, les forces, mot clef de la mécanique newtonienne .

En fait, une force caractérise la prise de vitesse d'un solide.

Elle témoigne donc d'une action exercée par un système extérieur sur notre mobile, on peut se représenter plusieurs systèmes qui "tirent" en même temps sur l'objet, il va prendre la direction de celui qui tire le plus fort.
Imaginons maintenant que chaque système tire bien sur une ficelle comme le schéma ci dessous.



On sent bien que leur *direction* et *sens* sont importants. En effet, si le système 3 pousse au lieu de tirer, le chariot ne bougera certainement pas de la même façon.
On voit bien aussi qu'il existe une certaine intensité dans leur action. Si le système 3 tire très fort, le chariot risque de reculer alors que s'il ne tire presque pas, le système étudié avancera surement.
Enfin, l'action des systèmes 1 et 2 qui sont à l'avant n'ont pas le même impact que celui qui est derrière leur position ou bien encore point de départ compte alors beaucoup !

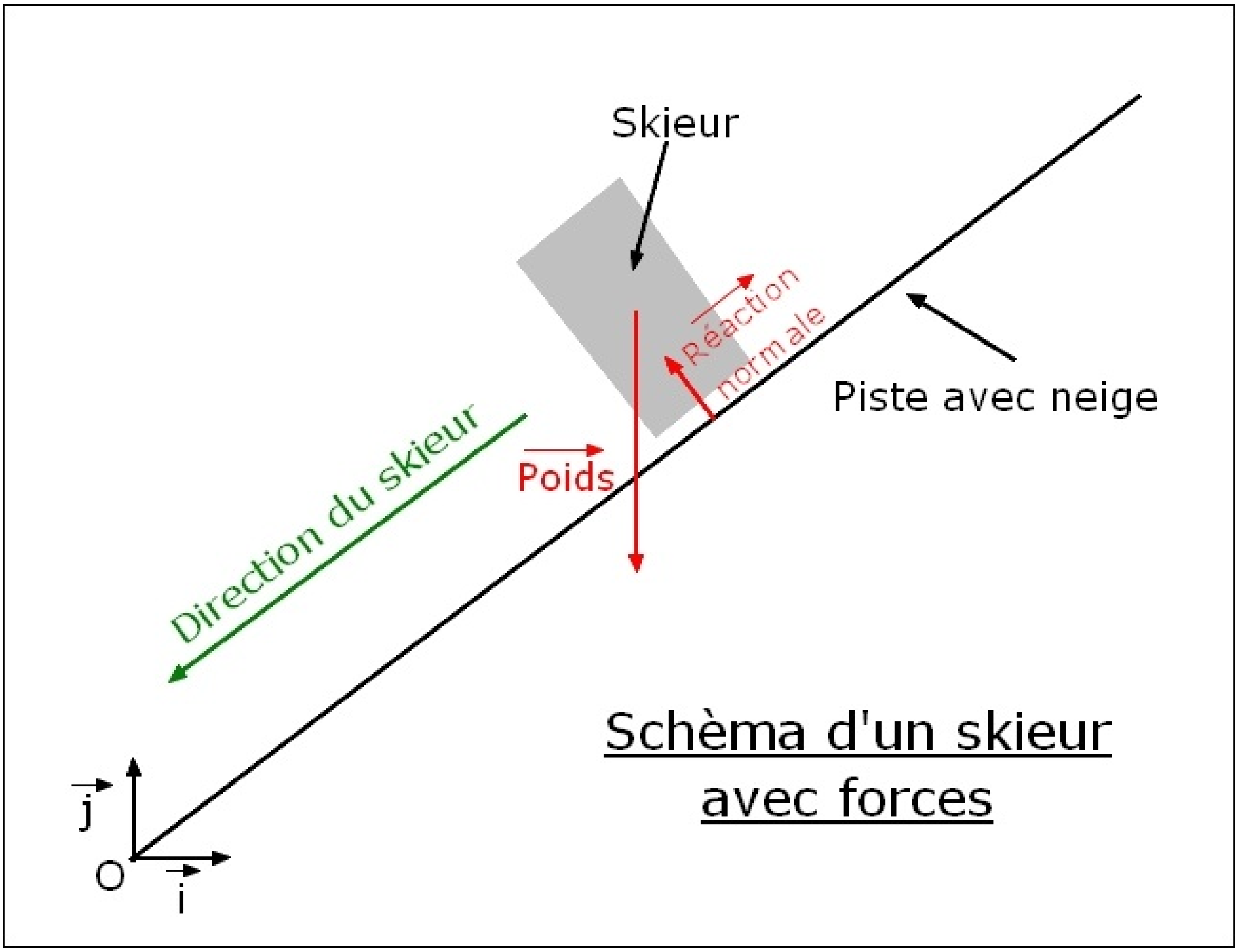
Mais dis donc, on a les 4 caractéristiques d'un vecteur ! **Une force, c'est donc un vecteur.**

Ainsi, notons $\vec{F}_{S3}$ l'action exercée par le système 3 sur notre mobile.

D'une force, nous chercherons surtout sa direction et sa norme ($||\vec{F}_{S3}|| = F_{S3}$). En effet, son sens sera souvent déterminé à l'aide du signe de la norme (avec un + ce sera dans le même sens qu'un vecteur par défaut que l'on aura déjà défini $\vec{u}$ par exemple). On aura alors $\vec{F}_{S3} = -F_{S3}\vec{u}$ avec $\vec{u}$ un vecteur bien défini.
Sa dernière caractéristique, son point d'ancrage est déterminé au chapitre suivant.

Une force s'exprime en Newton, un hommage au père de la mécanique classique.

Voilà, pour finir sur les forces, nous allons reprendre notre schéma du skieur et le compléter.



Skieur avec forces

Origine des forces

Je parlais du **point d'ancrage** tout à l'heure, et je crois qu'il est temps de commencer avec quelques informations mathématiques. (NE partez pas !)

Différents types de forces

En fait, on distingue plusieurs types de forces. Les forces qui s'appliquent sur un point de l'objet sont d'un autre type que celles qui s'appliquent sur l'objet dans son intégralité. Dans le premier cas, ce sont des **forces ponctuelles** et dans le second, des **forces volumiques**. Citons des exemples pour mieux comprendre. Si on tire sur un fil attaché à un objet, on tire uniquement sur le point d'attache fil-objet. Ainsi, c'est une force ponctuelle. Par contre, si on fait de la voile, le vent souffle sur toute la voile, il est impossible de dire qu'il agit sur un point. La force est alors volumique. Généralement, il est instinctif de distinguer ces différents types de forces. On peut s'imaginer un solide déformable. Si la force est ponctuelle, le solide va en partie se déformer sous l'effet de cette force, sinon il se déformera totalement.

Il y a alors un problème majeur ! En effet, d'où partent nos forces si elles sont volumiques ?

Et bien, c'est là qu'on introduit un nouveau point, le barycentre.

Le barycentre (mathématique)

Approche physique

Dans les faits, le **barycentre** est au centre (admirez le jeu de mots...) de nos problèmes de bases. Cet outil mathématique est très utilisé et présente souvent un intérêt dans divers problèmes. Si j'ai choisi d'en parler maintenant, c'est qu'il permettra dès le début de mieux comprendre les notions à venir. De plus, cela peut être intéressant de manipuler quelques vecteurs pour s'échauffer.

Prenez une bonne vieille règle en plastique (solide, parce qu'avec la Maped vous n'allez pas y arriver). L'occupation de la plupart des collégiens (durant des cours quelque peu ennuyeux...) est de mettre sa règle en équilibre sur un doigt. Et pour cela, si la règle fait 30 centimètres, vous mettrez votre doigt à peu près vers 15cm. Miracle, elle va tenir en équilibre !

Vous êtes vous déjà demandé pourquoi ?

Les plus malins ont pensé dès la 6ème que c'était parce que le poids était le même à gauche qu'à droite du doigt. En effet, on va supposer que votre règle, ce sont 2 points reliés par un fil solide. On peut s'imaginer "suspendre" des poids à chacun des points. On leur donne alors une masse.
Au *premier point*, la masse est de 10g, et 10g *à l'autre*. Pour que l'édifice soit stable sur votre doigt, vous devez le prendre au milieu.

Par contre si les deux points n'ont pas la même masse, que se passera-t-il ?
Prenons, un poids de 10g et un autre de 20g. Alors, celui de droite est 2 fois plus lourd. Votre doigt sera donc surement plus vers la *droite* (on va toujours vers le plus lourd). Donc on se retrouve avec un doigt qui n'est pas au milieu, mais au deux tiers (et pas au trois quart !).

Modélisation mathématique

En fait, il existe une formule, avec G le barycentre, c'est à dire un point d'équilibre, A et B les deux autres points (on appelle aussi G le centre d'inertie, ou le **centre de masse**). On a alors :
$\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}$ avec α et β les "poids" respectifs de A et B.

De manière équivalente, on a :
$\frac{\alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}}{\alpha + \beta} = \vec{OG}$ avec O un point du plan.

Pour travailler sur les vecteurs, on va faire la démonstration de tout ça, une ligne suffit :

$\alpha\vec{GA}+\beta\vec{GB} = \alpha(\vec{GO}+\vec{OA})+\beta(\vec{GO}+\vec{OB}) = (\alpha+\beta)\vec{GO}+\alpha\vec{OA}+\beta\vec{OB} = (\alpha+\beta)\vec{GO}+\vec{0}$ avec O un point quelconque du plan.
Soit : $\frac{\alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}}{\alpha + \beta} = \vec{OG}$

On voit dans cette expression que la somme des "poids" doit être différente de 0, sinon il y a un problème !

Cette formule se généralise à n points en rajoutant à la somme (je met l'écriture avec un sigma en secret sinon ça risquerait d'en effrayer certains...).

Secret (cliquez pour afficher)

$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i\vec{GM_i} = \vec{0}$ avec α_i les poids respectifs des M_i.

Alors avec une bête relation de Chasles on a le barycentre de ce que l'on veut. Je vais vous justifier mon 2/3 de tout à l'heure si vous le souhaitez :
$\frac{1\vec{OA} + 2\vec{OB}}{3} = \vec{OG}$
En posant O=A, on a :
$\frac{2\vec{AB}}{3} = \vec{AG}$

On dit alors que G est le barycentre du **système pondéré** {(A,1),(B,2)} : G = bar{(A,1),(B,2)}. Cela veut dire qu'on attribut la masse 1 au point A et 2 au point B.

En théorie, il peut exister des barycentres avec des masses de "-2", cela a cependant moins de "sens" physique mais les calculs sont les mêmes. Je vous invite à y réfléchir...
(On trouve que le barycentre est à l'extérieur du segment)

Le barycentre est donc l'endroit idéal pour ancrer vos forces.
On fera maintenant partir nos forces volumiques de ce point là.

Quelques barycentres utiles...

Une dernière remarque, comment d'un point de vu vectoriel, pouvons-nous indiquer le centre ?
Pour cela, plusieurs solutions, G est le centre de [AB] si :

- $\vec{AG} + \vec{BG} = \vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$
- $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{AB}$
- ...

Pour trouver ça, il suffit de faire un dessin, et on s'en convainc assez vite

[Exercices] Recherches d'interactions et barycentre

Dans cette partie, nous allons nous entraîner un peu ! Dans un premier temps on parle d'interactions, et ensuite on regarde les barycentres ! Si vous avez vaguement suivi notre histoire du skieur, vous devriez bien comprendre.

Recherches d'interactions

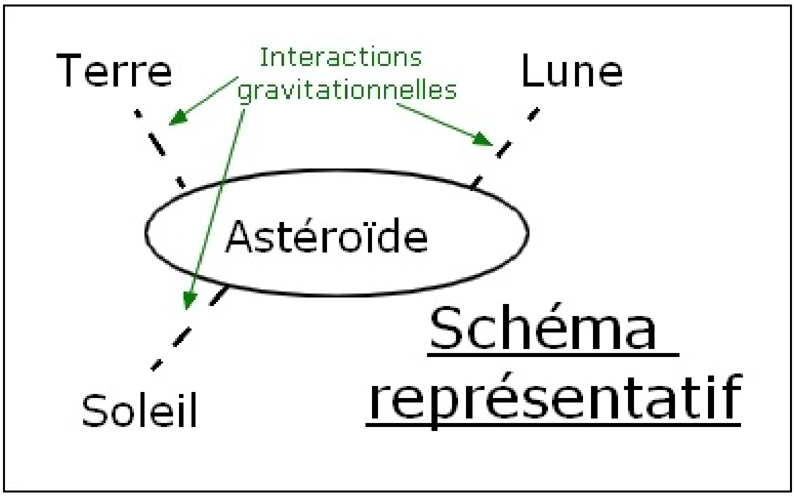
Collision imminente...

Le cas que j'ai sort un peu de ce que l'on a fait jusqu'à présent. Imaginez que nous sommes dans l'espace (on aime l'espace car il n'y a pas de frottements donc rien à négliger). Un astéroïde va s'écraser sur la lune (c'est une hypothèse, pas d'inquiétude).
On va donc réfléchir aux forces qui s'exercent sur cet astre.

Système étudié : {Astéroïde}

Cet astre est sans nul doute **attiré** par la lune. En effet, si vous êtes sur la lune, vous y restez, elle a une sorte d'attirance sur vous mais moins forte que la terre, c'est pourquoi vous restez sur la terre et vous ne vous envolez pas vers la lune. En fait, pour faire clair, chaque objet exerce une attirance. On verra qu'en fonction de **sa masse et de la distance** qui vous en sépare, c'est plus ou moins fort.

Alors cet astre subit **l'attraction de la lune**, mais surement **celle de la terre** aussi car la lune n'est pas très éloignée. Finalement, notre astéroïde est sous le joug de deux influences non négligeables : la lune et la terre. On pourra aussi mettre le soleil qui doit y jouer un rôle important. Faisons notre schéma :



Pour trouver les forces qui s'exercent à distance il est souvent intéressant de considérer les éléments dont on est sûr qu'ils ont une influence. Je m'explique, ici il était clair que la lune avait une influence, **or** la terre modifie la trajectoire de la lune. **D'où** la terre entre surement en jeu.
De même le soleil modifie la trajectoire lunaire et terrestre, le négliger entrainerait surement des approximations importantes... Par contre, bien que Mars ne soit pas négligeable (en poids), elle modifie assez peu la trajectoire de la lune et de la terre (sinon la terre tournerait autour de Mars), on peut donc la négliger.

Lancé de balle

Bon, nouvel exercice. Prenons une balle que vous lancez en l'air. On étudie la balle lorsqu'elle a quitté la main du lanceur.

Allez, vous y réfléchissez, et vous regardez la correction.

...

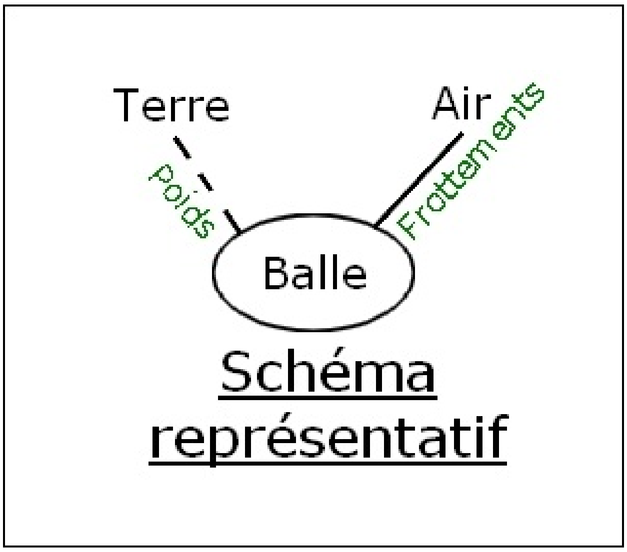
Système étudié : {Balle}

Maintenant, il faut trouver les forces. Et bien, après réflexion je pense que vous avez trouvé qu'il y a le poids (avec la terre qui l'attire), et on pourrait aussi mettre l'action du vent, le sujet ne précise pas que l'on néglige les frottements de l'air.

Négliger ou non les frottements est toujours une décision difficile à prendre. Je les ai écrits ici car il faut bien avouer que le vent change le mouvement de notre balle...

On serait parfois tenter d'écrire que la vitesse est une force. Ne faites surtout pas la confusion, il n'y a aucune interaction entre la vitesse et l'objet, il ne s'agit donc pas d'une force.
Souvent la vitesse résulte d'une force qui agit ou qui a agit, ici la pulsion du bras. Mais la balle ayant quittée votre main, vous n'avez plus d'influence sur cette dernière.

Finalement on obtient le schéma suivant :



Bon, voilà, je pense que c'est suffisant, maintenant vous avez vu les principales astuces et ce qu'il ne fallait pas faire, souvent les forces sont précisées dans l'énoncé, mais il est toujours bien de faire preuve de bon sens !

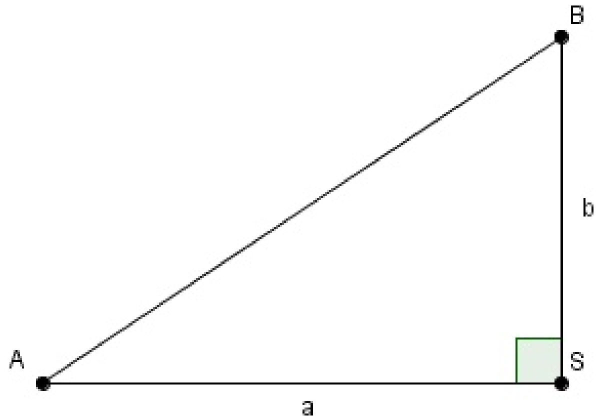
Ce que nous avons fait jusqu'à présent en recherchant les forces était un travail préliminaire. Nous allons étudier avec beaucoup plus de profondeur ces différentes interactions et après vous n'aurez plus besoin de ces astuces bancales pour trouver les forces. Encore un peu de patience

Calculs de barycentres

Cette sous-partie s'annonce plus mathématique. Je pensais vous montrer 2 calculs intéressants, l'un de barycentre, l'autre sur une question pratique. **Allez, on y va !**

L'équerre

Alors, on va prendre une équerre et trouver son **barycentre**. On connaît tout de même quelques informations, les côtés adjacents à l'angle droit ont pour longueur a et b. Les trois sommets sont A,B et S, avec S l'angle droit. Bien sûr, on donnera à AS la longueur a et à BS la longueur b. Et on suppose la masse bien répartie dans l'équerre.



Équerre

Donc, on va chercher le barycentre. Pour cela on va introduire un nouveau point G, ledit **barycentre**. On peut, grâce à une relation de la Chasles écrire :

$$\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} + \gamma\vec{GS} = \vec{0}$$

Du coup, il reste à trouver ces fameux coefficients... Comme la masse est bien répartie, aucun de ces points ne pèse plus lourd. On a donc : $\alpha = \beta = \gamma = 1$.
Nous allons introduire un nouveau point, **M milieu de [AB]**. On a :

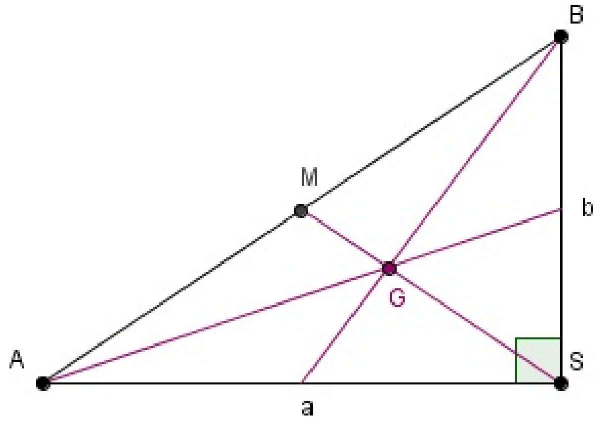
$$\frac{\alpha\vec{MA} + \beta\vec{MB} + \gamma\vec{MS}}{\alpha + \beta + \gamma} = \vec{MG} = \frac{\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MS}}{3}$$

Or, $\vec{MB} + \vec{MA} = \vec{0}$ car M est le milieu de [AB].

On a alors que G est à **un tiers de la médiane** en partant du côté. On pourrait calculer cette distance en fonction de A et B, cela rappellera un peu les relations dans le triangle.

Nous savons qu'un triangle rectangle est inscrit dans un cercle de centre le milieu de l'hypoténuse (on parle aussi d'isobarycentre quand les points ont le même poids).
On connait également la relation de Pythagore : $\text{hypothenuse} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Chouette, notre hypoténuse mesure alors $\sqrt{a^2 + b^2}$, d'où $MS = MA = MB = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$



Équerre avec barycentre

Comment as-tu su qu'il fallait insérer M ?

Deux raisons à cela. La première c'est que j'avais des relations, mais aucune ne liait les sommets entre eux. Finalement, j'avais trois inconnus dans ce problème. Pour l'enlever je devais rattacher deux sommets entre eux. Dans un triangle rectangle, il est toujours bon de choisir l'hypoténuse. En prenant un milieu je savais que j'allais enlever deux inconnues au problème.
La deuxième raison est plus simple, je savais que le barycentre d'un triangle était sur la médiane, et même l'intersection des médianes, il me fallait donc l'introduire si je voulais aller droit au but. (Petit rappel également, la médiane est la droite qui part du sommet vers le milieu du côté opposé).

Le système solaire

Allez, deuxième sujet. **On admet la connaissance des masses de toutes les planètes du système solaire et du soleil.** Où est le barycentre de ce système ?

Avant de se lancer dans des calculs périlleux qui n'aboutiront pas, il faut faire preuve de bon sens. On sait que le barycentre est presque confondu avec **le centre de masse du soleil** (en tout cas, maintenant vous le savez). Alors, on aimerait trouver un résultat qui ne s'éloigne pas trop du soleil. Pour cela, on va regarder le quotient des masses.

Au lieu de vous donner les masses, j'ai une information plus intéressante, le rapport entre la masse du soleil et la somme des masses de toutes les autres planètes : $\frac{m_{planetes}}{m_{soleil}} \approx \frac{450}{333000} \approx 0,001$ (pour obtenir ces chiffres on peut parler en masse terrestres, le soleil pesant **333.000** fois plus lourd que la terre et les autres planètes environ 450 fois la terre)

Alors, cette fois, si on dresse notre équation, on a avec O un point quelconque :

$\vec{OG} \approx \frac{m_{soleil}\vec{OS} + m_{planetes}\vec{OJ}}{m_{soleil} + m_{planetes}}$. Mais on peut choisir O=S, on a donc :

$\vec{SG} \approx \frac{m_{planetes}\vec{SJ}}{1.001 \times m_{soleil}} \approx 0.001 \times \vec{SJ}$ en posant S le soleil, G le barycentre du soleil et des planètes pondérées par leurs masses et **J la planète Jupiter**.

Pourquoi prendre $\vec{SJ}$?

Vous ne pouvez pas additionner tous les vecteurs représentant **SP** avec S le soleil et P la planète. Il suffit de prendre **la plus lourde**, Jupiter, la somme des vecteurs aura une direction assez proche.
Vous vous rendez compte que le barycentre serait à 1 centième de la distance **Soleil-Jupiter** ? Certes, comme c'est grand comme distance pour nous humains, nous ne voulons pas faire l'approximation, et pourtant à l'échelle du système solaire, cela est bien peu. On peut donc les confondre.
Ce qu'il faut retenir :

- Le **principe des forces** : une force témoigne de l'interaction d'un système avec l'extérieur. Il est important de concevoir que des forces permettent de caractériser le mouvement d'un système.

- Le **barycentre** est l'origine des forces volumiques qui s'exercent sur le solide. C'est le centre de masse du solide, c'est un point important. On retiendra alors pour un système de plusieurs points (A, B, ...) de barycentre G, alors pour tout point O, on a : $\vec{OG} = \dfrac{m_A\vec{OA} + m_B\vec{OB}}{m_A + m_B}$
- La partie sur les vecteurs. Tout ce qui y est écrit doit être compris et su pour pouvoir aborder sereinement les autres chapitres.

Mais à quoi tout cela va nous servir ?

Ah, en voilà une question intéressante !

Et bien, nous avons besoin d'avoir toutes les expressions de ces forces pour pouvoir *caractériser* le mouvement.

Cependant, on introduira quelques restrictions. La vitesse de notre objet sera **faible devant la vitesse de la lumière** (on va dire moins de 1%, ce qui nous laisse 3.000 km/s. Nos objets auront un ordre de grandeur suffisant pour ne pas être considérés comme des atomes (on peut dire plus d'un millimètre, il m'étonnera qu'on en étudie de plus petits). Une autre condition viendra se rajouter par la suite.

Maintenant, nous allons nous intéresser aux **lois de Newton** avant de décrire des forces pour trouver nos premiers mouvements. Chaque fin de chapitre aura un exercice corrigé pour bien vous habituer, ainsi, vous progresserez plus vite.

De ce modèle, ce que vous devez absolument retenir est la notion de **force**. Grâce à nos prochains chapitres, nous arriverons à trouver des normes (c'est principalement ce qui nous intéresse), et ainsi, *nous aurons nos premières forces* !

Enfin de la vraie méca

Ce chapitre est assez intéressant car il va vous permettre de mettre en application le chapitre précédent.

On va commencer par poser de véritable bases théoriques certainement un peu complexe pour un débutant. Cependant, c'est en forgeant que l'on devient forgeron dit l'adage, donc n'ayez crainte, on avancera prudemment et au moindre doute vous reviendrais sur ce chapitre phare de la première partie.

Commençons alors !

Vitesse, accélération et référentiel

Ce que nous recherchons en mécanique, ce sont les coordonnées d'un point au fil du temps. Ce point, il ne sera surement pas immobile, il va bouger dans notre espace. Ainsi, on dit que ses coordonnées dépendent du temps.
Maintenant, on a besoin d'informations pour réussir à trouver les coordonnées du point. Si je vous demande de caractériser une voiture qui roule, vous direz bien sûr sa masse, sa vitesse, ~~sa couleur~~... Et oui, on parle de vitesse là... C'est en effet un paramètre clef, que nous devrons étudier, parlons en un peu alors...

Vitesse et accélération

Vitesse

La vitesse est un concept phare en mécanique. On ne peut pas étudier un mouvement sans étudier sa vitesse ou son accélération.

Tout d'abord, définissons la vitesse comme la variation de la position. Vérifions que cette définition correspond bien à notre conception usuelle.
Notons x notre position sur une route (on va dire que l'on est à x mètres de notre point de départ). Mettons que nous passons de $x = 0m$ à $x_1 = 10m$ en $10s$. Une variation c'est une différence entre deux états, ici la variation est donc de 10 mètres en 10 secondes.
Maintenant disons que nous arrivons en $x_2 = 20m$ en $5s$ depuis x_1, notre variation est alors de 10m en 5 secondes (et oui, entre x_1 et x_2, il n'y a que 10m), notre variation est plus grande qu'avant, on dit aussi qu'on est allé plus vite, ça colle bien avec ce que l'on connait .

Maintenant, pour essayer de donner une définition plus pratique, on peut dire que la vitesse dépend de la distance parcourue (d) et du temps mis à la parcourir (t).
Ainsi, on a que la vitesse, c'est la distance parcourue par unité de temps. Si v et la vitesse, on a donc : $v = \frac{d}{t}$.

On peut préciser que son unité est le m.s^{-1}, on dit mètres PAR secondes ou mètres secondes moins 1.

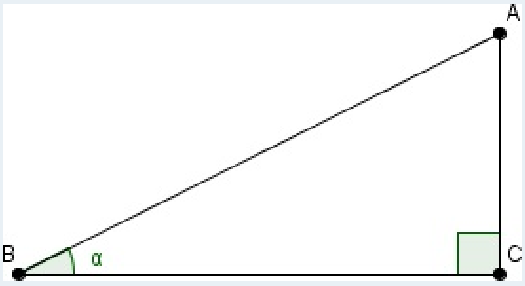
Voilà plusieurs remarques intéressantes :

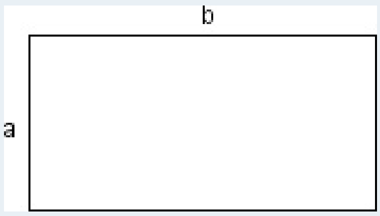
- On tachera de garder des puissances avec des nombres entiers positifs ou négatifs. On peut alors rappeler que pour a et b deux nombres entiers :
$a^b = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{b fois}$ et $a^{-b} = \frac{1}{a^b} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{b fois}}$.
- Quand on dit "PAR" cela signifie que l'on divise. Ex : mètres PAR secondes donne $\frac{\text{metres}}{\text{secondes}}$.
Faites attention maintenant, ne dites plus "On fait du 90 kilomètres-heure" mais "On fait du 90 kilomètres par heure".

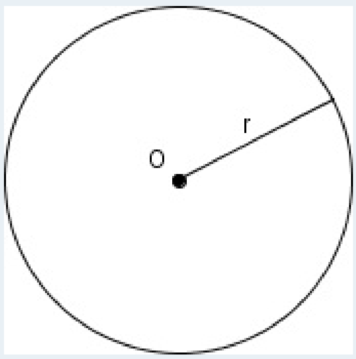
En fait, on parle également de **vecteur vitesse**, qui est un vecteur dont la norme est la valeur de la vitesse. Cependant, cette notion est encore assez complexe, on utilisera dans la première partie uniquement l'aspect norme et on apprendra dans la deuxième comment on dessine et définit un vecteur vitesse.

Dans la pratique, on a besoin de moyenne pour pouvoir calculer de nouvelles grandeurs. Par exemple, si on cherche le périmètre de la terre, on utilise un avion qui doit tourner autour, on note son temps t_1 de départ et t_2 d'arrivée. Puis comme on connait sa

vitesse moyenne (merci le compteur de vitesse), on en déduit un périmètre approximatif.
On utilisera donc la vitesse moyenne le long d'un parcours avec $v = \frac{\text{périmètre}}{t}$. Il faut alors se souvenir de quelques périmètres simples que je vais rappeler (Vous pouvez sauter ce paragraphe si vous le pensez inutile).

<table>
<tr><th>Images</th><th>Périmètre et Aire</th></tr>
<tr><td>

Triangle ABC</td><td>$P = AB + BC + CA$
$P = AC + AB(\cos(a) + 1)$
$A = \frac{AC \times AB}{2}$
Il y aura des rappels sur les formules trigo plus tard...</td></tr>
<tr><td>

Rectangle</td><td>$P = 2a + 2b$
$A = ab$</td></tr>
<tr><td>

Cercle de centre O et de rayon r</td><td>$P = 2\pi r$
$A = \pi r^2$
Un arc de cercle d'angle α mesure αr avec α en radian !! (rappelé ultérieurement)</td></tr>
</table>

Accélération

Comme on est bien parti, on peut calculer la variation de ce que l'on veut. Admettons que vous faites un régime. Vous pesez 80kg avant puis 70kg après 3 mois, votre variation de poids serait alors : $Variation = \frac{80 - 70}{3} = 3,3333kg.mois^{-1}$. On peut remarquer que la variation c'est la différence entre l'état qui arrive en dernier et celui qui est arrivé avant, pas le contraire !

Alors, tiens, si nous calculions la variation de la vitesse ?

Si nous avons une première vitesse puis une deuxième et qu'on cherche la variation, ça nous ferait quoi ? Avant tout, il faut savoir ce qui a varié entre les deux paramètres, il s'agit souvent du temps. Donc ici notre variation dépend du temps. On prend notre deuxième vitesse, on lui soustrait la première et on divise par le paramètre donc ici le temps. On sait alors si on va plus vite ou non. On dit aussi que l'on a accéléré ou décéléré.La variation de la vitesse à tout instant s'appelle l'accélération.

On peut avoir une accélération moyenne aussi mais son intérêt est souvent limité. Donnons une formule pour la calculer :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

On peut remarquer que la variation, c'est une différence sur une autre différence. En effet, t est le temps qui s'est "écoulé" depuis le début de l'expérience qui a commencé à un temps t_1 et qui s'est fini à t_2, ainsi : $t = t_2 - t_1$!

Plus tard, tout ces concepts seront retravaillés pour avoir une vitesse dite **instantanées**. C'est à dire que l'on considérera $t_2 - t_1 \simeq 0$, avec nos formules actuelles, on est bien embêté car on ne sait pas diviser par 0.

Pour votre culture, il existe une variation de l'accélération, cela s'appelle le **jerk**, mais il ne sera pas utilisé dans ce cours.

Référentiel

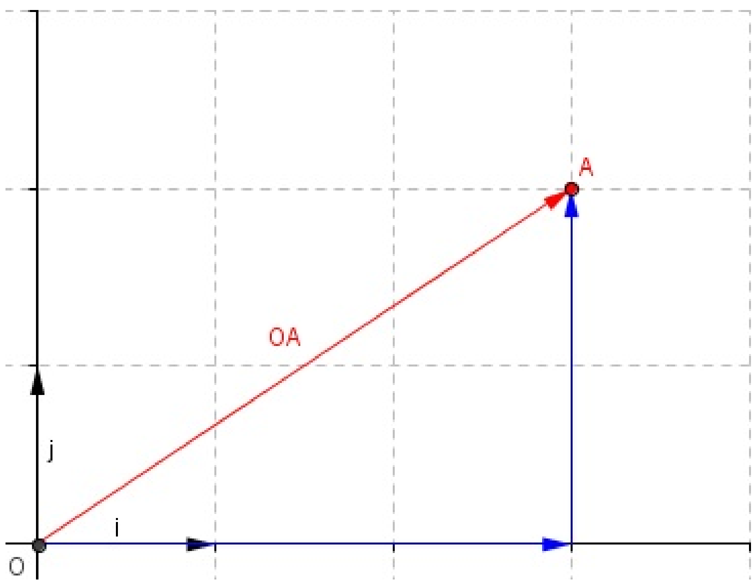
Pour mieux comprendre ce qui suit, on va séparer cette partie en deux, on commencera par définir ce que l'on veut puis on en discutera après.

Notion de référentiel

Lorsque vous êtes chez vous et que quelqu'un vous demande où vous êtes dans la maison. Soit vous êtes normal (et peu précis) et vous répondez la pièce où vous êtes, ou bien vous dites que vous être à 5m de la porte d'entrée, direction Nord-Est, à l'étage.

La, évidemment, vous semblez bizarre  , mais vous avez adopté la notation que nous allons utiliser en mécanique.

Dans un plan, vous avez surement déjà dessiné des fonctions, et vous avez sans aucun doute écrit "dans le plan rapporté au repère (0,**i**,**j**)". Cela veut dire que tous les éléments du plan s'exprime à partir de **i** et de **j**.



Repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Le plan que je viens de vous dessiner contient bien nos vecteurs **i** et **j**. Nous pouvons exprimer **OA** à partir d'une base (**i**, **j**). En effet, la relation de Chasles en suivant les vecteurs bleus, on a : $\vec{OA} = 3\vec{j} + 3\vec{i}$.

Sauf que vous voyez bien que je n'ai pas mis base mais repère. Un **repère**, c'est une base que l'on a fixée à un point, ici O. Ok, mais en physique classique, la plupart du temps nous posons un **référentiel**. Et bien soit, un référentiel, c'est un repère auquel on accorde une échelle de temps.

Pour simplifier la vie des physiciens mais aussi pour leur permettre l'utilisation d'opérations mathématiques, on dit que la base est

orthonormée, c'est à dire que les vecteurs sont perpendiculaires et que leurs normes (leurs longueurs) sont égales à 1.

Il existe plusieurs référentiels utilisés couramment :

- Référentiels **terrestre** : En un point à la surface de la terre
- Référentiels **géocentrique** : Par rapport au centre de la terre
- Référentiels **héliocentrique** : Le centre est le soleil
- ...

Dès qu'on en croisera un, on le définira.

Finalement, deux référentiels différents peuvent représenter la même situation de 2 manières différentes. En effet, un référentiel peut avoir un mouvement par rapport à d'autres référentiels. On a donc des vitesses différentes... c'est ce que nous allons expliquer !

Rapport référentiel/vitesse

Avant d'expliquer le rapport, on va prendre un exemple.

Vous êtes dans un train, assis. Votre vitesse par rapport au train est nulle. Vous ne bougez pas par rapport au train.
Par contre, prenons un zébu qui vous regarde passer, il vous verra bouger alors que vous êtes immobile...
Ah, c'est étrange, non ?
Et pourtant... Vous n'êtes juste pas en train de parler du même référentiel. L'un est attaché au train, l'autre à la terre et celui qui est attaché au train se déplace par rapport à celui qui est attaché à la terre (ou au zébu, s'il ne bouge pas). Votre vitesse, c'est ici celle du référentiel du train. Enfin votre vitesse pour le zébu.

Ainsi, il est simple de constater qu'un seul référentiel empêche cette relativité des vitesses. Enfin, on supposera qu'en mécanique classique, le temps s'écoule de la même manière pour tous (l'échelle de temps est la même pour tout référentiel). Vous devez donc choisir un **référentiel** avant tout début d'étude !

Alors, chaque analyse devra maintenant commencer par :
Système étudié :
Référentiel :

Enfin, on pourra étudier la **trajectoire** de l'objet dans ce référentiel.
Ainsi, le référentiel c'est le lieu où l'on fait l'étude, l'endroit où se produit l'expérience.
Vous devez donc choisir un **référentiel** avant tout début d'étude sinon on ne saura pas *par rapport à* quoi vous vous référez !

Deux lois de Newton

On vient de découvrir que nous pouvons associer à notre monde un référentiel et qu'alors chaque point est repéré. Cependant, malgré le concept de vitesse et d'accélération, on ne sait toujours pas étudier un mouvement.

Si vous laissez tomber une balle par exemple, vous ne saurez rien faire, ni trouver sa vitesse, ni son accélération... Finalement, on voit bien qu'il nous manque quelque chose, mais grâce à cette préparation, vous allez pouvoir pour découvrir ce qui fonde la mécanique.

Ces lois sont complexes à obtenir mais finalement, elles coulent sous le sens. Je vous proposerai dans le chapitre suivant une expérience qui permette de créditer la première loi. Pour le moment, essayez juste de les comprendre et de voir tout ce qu'elles impliquent.

Newton, ce grand Homme dont nous avons déjà parlé a fait de grands travaux et l'expérience lui a permit d'énoncer 3 lois qui régissent aujourd'hui la mécanique. Par soucis de clarté, il manque la seconde loi que nous énoncerons dans la partie suivante !

1ère loi de Newton (principe d'inertie)

Citation : Newton

> Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système est constant si et seulement si la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur le système est un vecteur nul.

Cette loi, ce qu'il y a de bien c'est qu'il faut toujours l'expliquer car on manque souvent l'essentiel.

La première loi de Newton *postule l'existence de référentiels galiléens*. C'est souvent ce que l'on oublie et c'est le plus important. Newton, en l'énonçant ainsi affirme qu'il existe des référentiels dans lesquels on peut prévoir (moyennant quelques connaissances mathématiques...) les **mouvements** des objets. C'est donc un **postulat de base** en mécanique.

Mais je vous parle de référentiel galiléen, pourtant vous ne savez pas ce que c'est... Et bien on va faire simple, un référentiel galiléen, c'est un référentiel où s'applique la première loi de Newton.

On a l'impression de tourner en rond non ?

En fait, il faut retenir qu'il n'existe aucune expérience physique pouvant témoigner du caractère galiléen ou non d'un référentiel. Et c'est encore Einstein qui a formulé cette affirmation. On supposera des référentiels galiléens, et ensuite on apprendra à peaufiner le modèle dans le cas de référentiels non-galiléens. **On peut retenir que tout référentiel en translation uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen.**

On dit d'un référentiel qu'il est galiléen lorsqu'il existe 3 étoiles suffisamment éloignées pour qu'elles soient fixes pendant la durée de l'expérience. Elles servent ainsi d'axes.

Donc, étudions maintenant la première loi. Elle dit que si le mobile ne subit aucune force (le système est isolé) ou des forces qui se compensent (le système est pseudo-isolé, la résultante* est nulle), *alors* soit il reste immobile, soit sa trajectoire est **rectiligne uniforme**.

On appelle parfois une situation où **l'accélération** est nulle une situation d'équilibre. Si le vecteur accélération est nul, on a pas de variation de vitesse donc, à chaque instant, on a : $\frac{\vec{v}(t) - \vec{v}_1}{t - t_1} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_1$. On veut alors dire qu'il ne bouge pas (aucun mouvement) ou qu'il suit une ligne droite, **toujours à la même vitesse**. La première loi de Newton peut alors se comprendre comme suit :
Si un système est isolé ou pseudo-isolé, alors il est en équilibre.

Comme je l'ai déjà signalé en début de chapitre, une trajectoire rectiligne uniforme ne veut pas dire que la vitesse est constante mais que son vecteur vitesse est constant. On comprendra mieux l'importance de cette précision dans la partie suivante.

(* la résultante peut s'approcher d'une somme, ici on dit que la somme des forces est nulle)

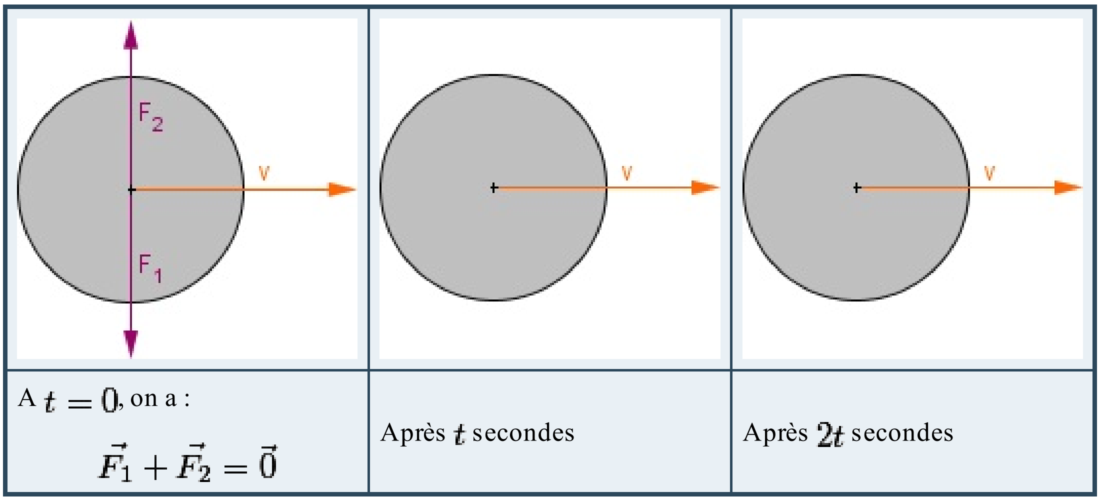


Illustration du principe d'inertie

Sur ce schéma, la norme, et la direction de $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont les mêmes mais le sens est différent, donc on peut dire $\vec{F_2} = -\vec{F_1}$ soit $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{F_1} - \vec{F_1} = \vec{0}$

On obtient donc finalement : $\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n} = \vec{0}$ alors $\vec{a} = \vec{0}$ avec $\vec{F_1}, ..., \vec{F_n}$ les n forces qui s'appliquent sur l'objet.

Cette loi sert principalement à trouver des constantes inconnues. On verra des applications bien sûr.

3ème loi de Newton (principe des actions réciproques)

Citation : Newton

> Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B.

Cette loi n'est pas essentielle, nous en reparlerons lors du chapitre sur le **poids**.

Ainsi, Newton affirme que si nous exerçons une force sur un objet, cet objet exerce aussi une force sur nous. On peut s'en convaincre en imaginant par exemple que l'objet résiste . Ces forces sont opposées. On note la force exercée par le solide 1 sur le solide 2 la force $\vec{F}_{1/2}$. Tout naturellement, on a la force exercée par 2 sur 1 est $\vec{F}_{2/1}$. La troisième loi s'écrit donc en formalisme mathématique : $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$.

Une petite illustration pour s'en convaincre. Vous attachez une boule à un fil (lui-même suspendu à une poulie), le fil retient la boule autant que la boule tire sur le fil !

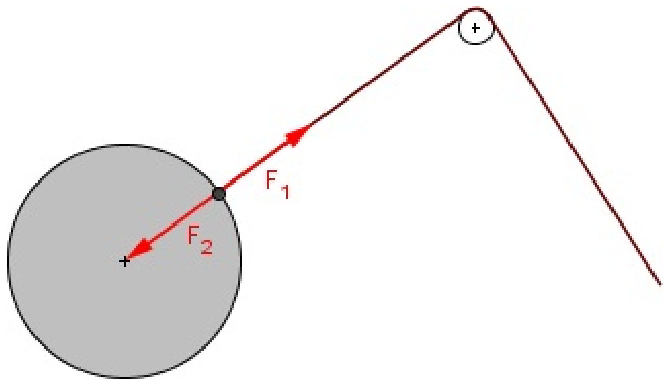


Illustration de la loi des actions réciproques

Ici, on aurait donc : $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Cependant, la relation $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ et le premier principe d'inertie ne permet pas de conclure que la boule est en équilibre ! En effet, si on fait notre diagramme habituel, $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ne s'appliquent pas sur les mêmes systèmes. Ici on considère le système {Boule} et donc on regarde les interactions qui s'exercent **SUR** la boule et pas **PAR** la boule.

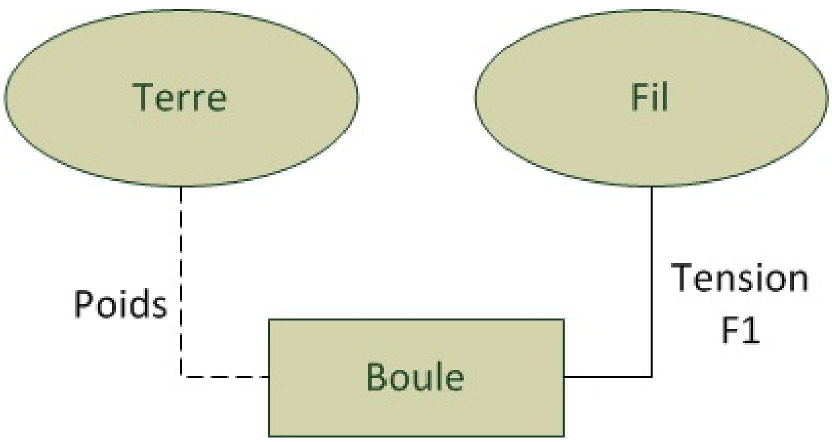


Diagramme des interactions

Cette dernière remarque est fondamentale. Si vous ne l'avez pas saisie, vous ne pourrez pas convenablement faire de la mécanique, n'hésitez pas à poser des questions sur les forums alors pour bien comprendre votre problème.

On peut, pour finir, donner un exemple pratique et anecdotique d'une telle loi. En effet, vous êtes vous déjà demandé comment avance une fusée dans l'espace ? La réponse intuitive est qu'elle à déjà une vitesse en sortant de l'atmosphère donc d'après le principe d'inertie, elle continuera à avancer. Oui, c'est vrai, et pour s'arrêter, comment ferait-elle ? Et pourquoi continuerait-on de mettre les gaz si ça ne sert à rien ?
La réponse est plus subtile. Les gaz qui sortent sont propulsés par la fusée qui exerce une force sur eux. Ainsi, même si les gaz "appuient" sur du vide, d'après le principe de l'action-réaction, il s'exerce une force sur la fusée, c'est cette force qui la fait avancer.
Voilà, vous pouvez poser cette question à vos amis maintenant, peu sauront répondre je pense .

[Exercices] Référentiels et première loi de Newton

Exercice sur les référentiels

Retour au chapitre précédent !

Et oui, on va reprendre nos exos avec l'astéroïde et la balle du chapitre précédent et bien écrire les référentiels et systèmes étudiés.

<u>Collision imminente</u>

Système étudié : {Astéroïde}
Référentiel : héliocentrique (galiléen)

Parlons un peu du référentiel comme promis. Ce référentiel hérite en fait des caractéristiques d'un autre, le référentiel de Kepler. Ce dernier a pour axe 3 étoiles fixes à échelle de vie humaine (et même plus). On le suppose donc galiléen. Le centre du référentiel de Kepler est le centre de masse du système solaire, soit presque le centre du soleil (résultat du chapitre sur les barycentres). C'est donc presque le même que le référentiel héliocentrique a une petite translation prés.

<u>Lancé de balle</u>

Système étudié : {Balle}
Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Ici, ce choix de référentiel est plus pratique car la balle ne va surement pas monter très haut, et ne s'enfoncera pas dans la terre (à partir de ce moment là, les lois classiques ne s'appliquent plus d'ailleurs). Pour ne pas s'encombrer de la rotation de la terre qui intervient dans le référentiel géocentrique et pas dans le terrestre, on préfèrera l'étude dans ce référentiel.

Le référentiel terrestre :

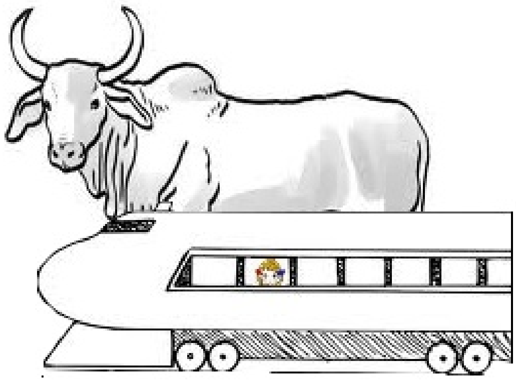
- Axes : relatifs au mouvement, mais fixe par rapport à la surface de la terre
- Point d'ancrage : A la surface de la terre, souvent au point de départ.
- Caractère galiléen :
  Très peu, on le supposera galiléen lors d'expérience de très courte durée.

Donc, à moins que vous ne soyez musclor, la balle aura retouché le sol avant une minute. **Dans ce cas, l'étude est très brève, on supposera le référentiel galiléen.**

Relation vitesse-référentiel

Changeons de style d'exercice. Voyons un cas où les formules mathématiques n'auront pas besoin d'y être, **faisons travailler votre logique**.

Prenons notre exemple déjà connu du zébu est du train.



Alors, hormis le fait que je ne sois pas très doué en copier/coller, on va pouvoir discuter sur cette image. Je vous propose deux séries de questions, et ensuite, on changera de sujet !

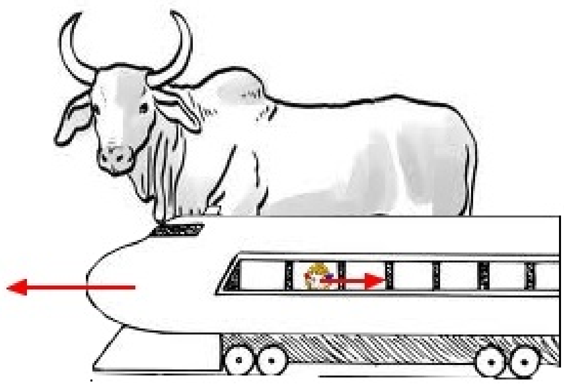
1. La fille est-elle en mouvement par rapport au train ?
2. Le train est-il en mouvement par rapport à la fille ?
3. Le zébu est-il en mouvement par rapport au sol ?
4. Et par rapport au train ?
5. Et par rapport à la fille ?

Alors, on va essayer de synthétiser les réponses.

La fille semble regarder par la fenêtre, elle est donc **immobile par rapport au train**. Finalement, on peut donc dire qu'elle est un morceau du train (oui c'est pas gentil, mais elle reste soudée au train). Et comme le zébu voit le train se déplacer, et bien **la fille voit le zébu bouger et réciproquement**.

En mécanique classique, on peut faire une équivalence. **Si quelqu'un voit une personne bouger, l'autre personne la voit aussi bouger**.

Maintenant, on va changer un peu le schéma.



*On sait que le train se déplace **vingt fois plus vite par rapport au sol que la fille** dans la même direction mais en sens inverse. Les rails sont en ligne droite. On notera : v_f la vitesse du pas de la fille.*

Nouvelle série de questions :
1. La fille est-elle en mouvement par rapport au train ?
2. Quelle est sa vitesse dans le référentiel train ?
3. Quelle est la vitesse du train ? (en vecteur)
4. Le zébu voit-il la jeune fille bouger ?

Cette fois les réponses sont un peu plus intéressantes. La fille marche à la vitesse v_f, elle se déplace donc par rapport au train à cette même vitesse. Si on pose **u**, le vecteur tel que $\mathbf{v_f} = v_f\mathbf{u}$ alors la vitesse du train peut-être déterminée. En effet, il va vingt fois plus vite dans le sens inverse. Le sens inverse se signale par un **-**, la direction étant la même, on peut dire que les vecteurs sont **colinéaires** (parallèles en mode vecteur). Leur norme varie d'un coefficient 20, soit : $\mathbf{v_t} = -20v_f\mathbf{u}$.

Il est peut-être nécessaire de rappeler la différence entre sens et direction ?
Je l'ai déjà signalé, mais il est important de ne pas se tromper. **La direction représente une DROITE**, cette droite suit le vecteur, mais elle ne donne pas sa flèche. Le sens dit si la flèche "remonte" la droite ou la "descend".

Pour finir on passe à la question la plus intéressante. **Quelle est la vitesse de la fille par rapport au sol ?** (donc au zébu)

Pour tenter d'y apporter une réponse on va partir d'un cas **particulier, puis ensuite généraliser**. Si la fille ne bougeait pas, et bien sa vitesse par rapport au sol serait celle du train. Si elle se déplace, il semble logique que sa vitesse s'additionne. On aurait donc ici : $\vec{v}_{fille/zebu} = \vec{v}_{fille} + \vec{v}_t = (v_{fille} - v_t)\vec{u} = -19 \times v_f \times \vec{u}$. La fille bouge donc par rapport au zébu et vers la gauche sur notre schéma. En clair, on vient de dire que le train va bien plus vite que la fille ! Ouf !

Dans le cas général, additionner des vecteurs ne revient pas à additionner leur norme. On décompose le vecteur et enfin on peut sommer les normes des différentes composantes en faisant bien attention au sens qui va influer d'un signe moins.
Ici, les vecteurs sont colinéaires, ils ont donc la même direction. On peut les additionner, mais comme ils ont un sens différents, on SOUSTRAIT leur norme. Cela semble logique, si vous faites un pas en avant et deux en arrière, finalement, c'est comme si vous aviez fait un seul pas en arrière et pas trois.

Le problème du skieur

Nous voilà enfin rendu à notre problème du début. **Quel est le mouvement du skieur ?**

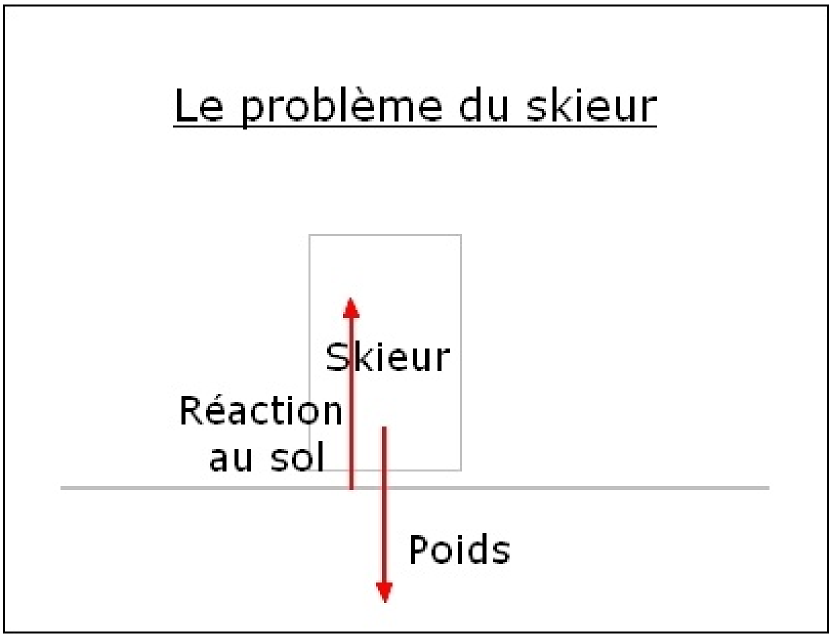
A cette question, nous ne pouvons répondre encore entièrement, mais nous allons y réfléchir un peu. Il va être temps de parler de la **première loi de Newton**. Récrivons là tellement elle est importante :

1ère loi de Newton (principe d'inertie)
Citation : Newton

> Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système est constant si et seulement si la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur le système est un vecteur nul.

Nous avons déjà dressé un "Bilan" des forces pour le skieur. Cependant, pour étudier son mouvement, nous allons supposer qu'il est sur **une piste plane.** (pas très intéressant n'est-ce pas ? Enfin on commence juste la mécanique).

Alors, nous avons le schéma suivant.



Comme le skieur ne s'envole pas, le poids est plus fort que la réaction au sol. De même, le skieur ne s'enfonce pas dans le sol, la réaction est donc plus forte que le poids.
Donc, nous pouvons conclure, comme le sens des forces est différent, que la réaction au sol compense le poids. **Comme elles ont même direction**, on a : le **poids** + **la réaction au sol** = **0**

La partie de phrase "Comme elles ont la même direction" est se rapporte à l'information du paragraphe précédent. On en reparlera plus abondamment dans un futur chapitre.

Ainsi, le système est pseudo-isolé, la somme des forces est nulle.

Bon, ok, nous pouvons appliquer le premier principe. **Mais que faire de plus ?**
Raisonnons par ordre. Notre somme des forces est nulle, le skieur se déplace de façon rectiligne uniforme ou bien ne se déplace pas.

On va supposer qu'il n'a pas de vitesse initiale. Ainsi, tant qu'il n'aura pas faim, il restera sur place, et ne **BOUGERA pas**. Sa vitesse est nulle, tout comme son accélération.

Supposons maintenant qu'il reçoive **une vitesse initiale**. Par exemple, il vient de descendre une piste, il arrive sur un terrain plat. Et bien, il semble logique qu'il continue d'avancer, et ce de **manière uniforme** (il ne descellerai pas, sauf si la neige est mauvaise) et rectiligne (on suppose que l'homme n'agit pas sur ses skis, que c'est un mannequin par exemple).

Voilà un premier point sur notre découverte du mouvement du skieur. **Quand il est en bas de la piste il continue jusqu'à qu'il n'y ait plus de neige.**

Pourquoi l'absence de neige le fait-il s'arrêter ?

On va faire une petite expérience. Vous êtes à la patinoire. Vous marchez sur le sol, tout va bien. Vous marchez sur la glace, vous avancez moins vite, non ? Pourquoi ? et bien pour le même problème.
Le goudron, par exemple, est fait exprès pour accrocher à vos semelles, ainsi, grâce à vos muscles, **vous arrivez à avancer sans glisser**. Le sol est fortement rugueux, on peut dire qu'il existe une nouvelle force, **une force de frottement**. **Cette force n'est pas présente sur la neige, et ce, grâce aux skis.** Enfin, elle vous retient bien un peu, mais son pouvoir de frottement sur les skis est limité et très faible (c'est le but).

Après avoir une nouvelle force, notre égalité n'est plus nulle ! Et oui, le sol vous empêche toujours autant de passer à travers le goudron, et votre poids est le même (on peut supposer qu'il varie peu quand même). Donc ajouter une force non-nulle, c'est forcément rompre l'égalité, **le mouvement n'est plus rectiligne uniforme.**
Ce qu'il faut retenir :

- Notion de **vitesse** : $v = \frac{d}{t}$ en m.s^{-1}
- Le concept d'**accélération**, la formule est par contre inutile dans la plupart des problèmes.
- La notion de **référentiel** ne demande pas d'être comprise immédiatement. Cependant, il ne faut pas l'oublier.
- **Les deux lois de Newton** sous leur forme plutôt mathématique. Rappelons les :

1ère loi de Newton (principe d'inertie)

Citation : Newton

> Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système est constant si et seulement si la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur le système est un vecteur nul.

Et son équivalent mathématique : $\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n} = \vec{0}$ alors $\vec{v} = constante$.

3ème loi de Newton (principe des actions réciproques)

Citation : Newton

> Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B.

Et son équivalent : $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$

Voilà, vous avez fini, vous pouvez résoudre tous les problèmes de mécanique !

Enfin, cela risque d'être difficile, il va falloir encore vous apprendre plein de choses. Je vous conseille alors de faire une pause, de relire ce chapitre et vérifier que vous avez compris l'essentiel.

Bravo, maintenant vous pouvez dire que connaissez un peu la mécanique

Pourquoi le ciel ne nous tombe pas sur la tête ?

En voilà une question intéressante que nos amis Gaulois craignaient plus que tout !

Et la réponse est pourtant bien bête, enfin il faut bien avoir défini ce qu'est le ciel avant tout.

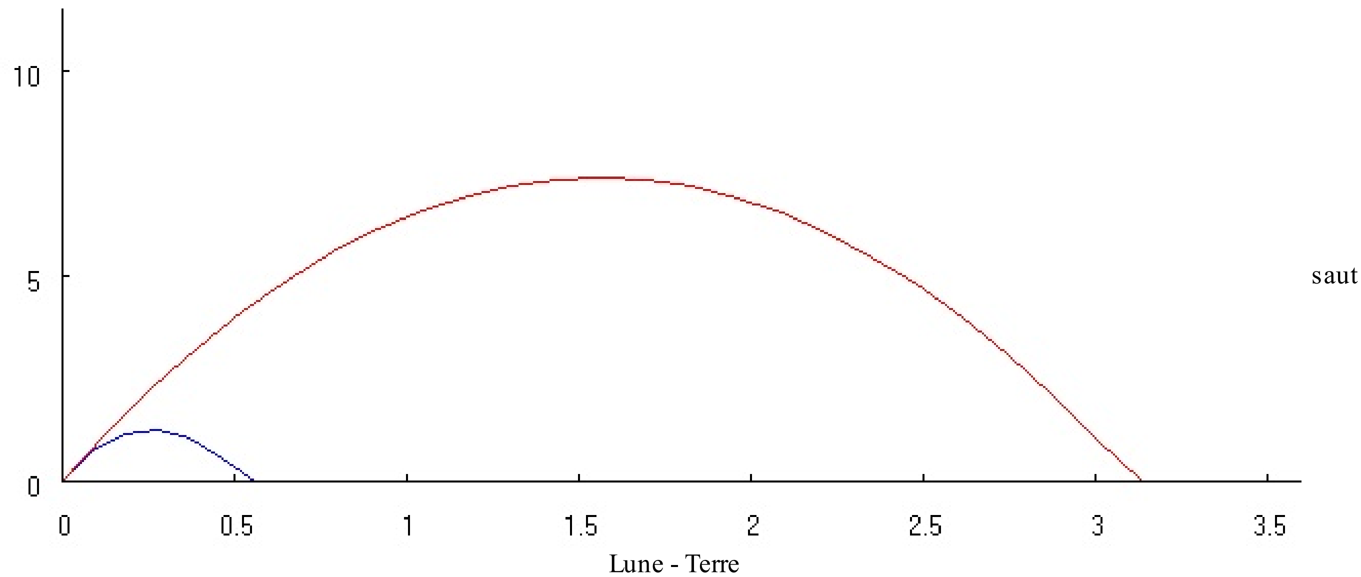
Le but de ce chapitre est de comprendre pourquoi nous ne pesons pas le même poids sur la lune et la terre par exemple. Enfin, tout simplement se familiariser avec ces concepts de poids, masse...

Pour ce chapitre, on va change un peu l'organisation habituelle en proposant cette fois un TP qui vous permettra de mieux comprendre le principe d'inertie je l'espère. Ensuite, on poursuivra sur des exos comme à l'accoutumé.

Le poids et la masse, pourquoi ?

La question de nombreux élèves lorsqu'ils découvrent la physique c'est "pourquoi ?". Et bien là, nous sommes confronté à un nouveau pourquoi.

Je vais vous présenter ce beau graphique représentant la trajectoire d'un astronaute sur terre (en bleu) et sur la lune (en rouge). Il s'agit bien du même astronaute qui fait le même saut dans les deux cas.



Saut d'un homme sur la lune (rouge) et sur la terre (bleu)

En effet, vous le voyez bien, un astronaute saute de plusieurs mètres quand il marche sur la lune, et une fois sur la terre, nous découvrons que ce n'est pas musclor. Alors pourquoi ce phénomène étrange ?
Une seconde question qu'on peut se demander, c'est pourquoi restons-nous les pieds cloués au sol ?

Ces questions trouvent une même réponse, le concept de **poids**.

Le poids c'est une **force** qui nous attire vers le centre de la terre (par exemple) si nous sommes à proximité.

Cette force dépend de nombreux critères. Cependant, vous savez bien que vous pesez plus ou moins lourd que votre voisin, ainsi cette force dépend de quelque chose qui vous ai propre.

On est sur le point de définir **la masse**. La masse est un concept qu'il est très difficile de définir, il s'agit d'un nombre, en **gramme** qui caractérise la puissance du poids. Ainsi c'est un nombre **qui ne dépend pas de l'extérieur**.

On peut noter que le poids **ce n'est pas** la masse. Les unités ne sont pas les mêmes, ce n'est donc pas de la même chose que l'on parle.
Ceci peut-être difficile à comprendre car la vie de tous les jours fait l'amalgame entre ces deux notions **RADICALEMENT différentes**. En effet, il peut vous arriver d'entendre : "Quel est ton poids ?", la vraie question serait : "Quelle est ta masse ?", bon je parie que vous n'avez jamais entendu la deuxième

Bon alors là, ce n'est pas top, on navigue un peu dans le vide, non ? On définit le poids comme dépendant de la masse, puis la masse comme une quantité que l'on peut trouver à partir du poids, mais alors comment sortir de ce cercle ?

Et bien, on va faire une analyse dimensionnelle pour tenter d'y voir plus clair. Alors, cette analyse va changer un peu de ce que vous pouvez découvrir dans l'annexe. On a bien dit, et cela se conçoit, que poids et masse étaient "reliés" entre eux, et nous allons tenter de trouver une telle relation.

Faisons une expérience de pensée. Prenons un objet que l'on aime pas et lâchons le du haut d'un immeuble. Jusque là on se visualise très bien, mais la difficulté vient maintenant. En effet, nous allons essayer de trouver ce qui fait que cet objet tombe. Sa masse (m) doit être de la partie, admettons que la hauteur (h) joue un rôle, la vitesse de l'objet ou bien celle de la terre par exemple (v), une accélération (a) (et oui, on est en méca, on voit des accélérations partout...). Bon, je pense que là, on a pas mal de facteurs. On aurait donc : $P \sim m^{\alpha} \cdot h^{\beta} \cdot v^{\gamma} \cdot a^{\delta}$. Le symbole $\sim$ veut dire chez moi *proportionnel à*. On a posé des puissances pour ne pas perdre en généralité.

Maintenant, on passe tout ça à la moulinette de l'analyse dimensionnelle et on a :
$[P] = [m^{\alpha} \cdot h^{\beta} \cdot v^{\gamma} \cdot a^{\delta}] = [m]^{\alpha} \cdot [h]^{\beta} \cdot [v]^{\gamma} \cdot [a]^{\delta}$. Maintenant on fait confiance au calcul fait en annexe et on trouve $[P] = MLT^{-2}$ et $[m]^{\alpha} \cdot [h]^{\beta} \cdot [v]^{\gamma} \cdot [a]^{\delta} = M^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot (LT^{-1})^{\gamma} \cdot (LT^{-2})^{\delta}$.

Pour qu'il y ait égalité, on doit avoir $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 0 \\ \delta = 1 \end{cases}$. Ainsi, on obtient : $P \sim ma$ ou bien encore $P = k \cdot ma$ avec k une constante.

C'est une formule qui va nous éviter de tourner plus longtemps en rond. En effet, Newton montre qu'en fait $ka = g$ avec g l'accélération gravitationnelle. Ensuite il a montré que g ne dépendait pas de l'objet que l'on étudie et que c'etait un vecteur !

En conclusion :

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

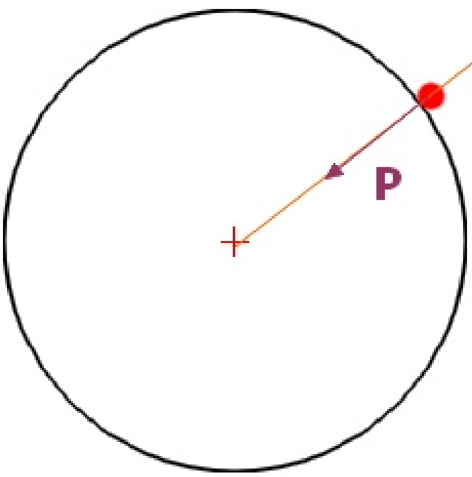
avec **P** le poids (N), m la masse (kg) et **g** l'acceleration de la pesanteur (m.t^{-2}.

g a une norme (longueur) constante à la surface d'un astre donné. On apprendra à la calculer au paragraphe suivant.

Pour la terre, on a g=9.81 m.s^{-1}.

Cependant, on connait la norme de ce vecteur, ok, mais quelle est sa direction, et son sens ?

On constate que **g** a le même sens et la même direction que **P**, on dit que **g** a pour **direction la droite passant par le centre de la terre et l'objet à sa surface**, de sens **vers l'intérieur**.



Représentation du poids

Voilà, maintenant on va pouvoir répondre à nos questions .

Et alors, pourquoi la balance ne donne pas le même résultat ?

Ah nous y voilà, nous allons enfin pouvoir répondre à notre question, après avoir compris comment fonctionne une balance.

La plupart des balances nous donne notre masse, mais bon on a dit que pour la trouver notre masse, ce n'était pas facile... **Par contre trouver le poids, ça on peut faire.**

Lorsque vous êtes sur votre balance, vous êtes immobile (vous ne sautez pas sinon ça ne serait pas votre poids qui s'afficherait). Et là, cela doit faire tilt dans votre tête, immobile donc on peut utiliser **le principe d'inertie** !
Alors là, on a un nouveau problème ! Introduisons avant tout une nouvelle notion !

La réaction au sol

On va partir d'un constat que l'on vient de faire, vous êtes immobile sur le sol, et pourtant vous ne rentrez pas dans le sol. Si on poursuit notre raisonnement, seule la terre exerce une action sur vous, donc vous devriez vous enfoncer, mais vous êtes pourtant sur le sol, bien **immobile**.
Maintenant, prenons un matelas gonflable. Cette fois montez dessus, vous êtes peut-être immobile pendant un moment, mais vous vous êtes enfoncé dans le matelas, voire même vous touchez le sol (tout dépend si vous avez du souffle lorsque vous gonflez votre matelas). Pourtant il n'y a bien que le poids encore ?

On voit ainsi naître expérimentalement la notion de **réaction au sol**. C'est une force, **opposée au poids**, de **même norme** et qui permet de rendre compte de l'action de ce qui vous retient. Elle est perpendiculaire au support. Ainsi, si vous ne tombez pas vers le centre de la terre, c'est que quelque chose vous retient, c'est la **réaction normale** du support !

Cependant, vous me direz que si vous êtes sur une planche de bois, elle risque de craquer, et là, comment le sait-on ? C'est une bonne interrogation, mais c'est une toute autre étude qui permet d'y répondre, on parle de physique des matériaux.

Ainsi, tout objet en contact avec une surface subit une force, opposée au poids, selon une droite normale au support.

On parle aussi de **réaction normale**. Cela désigne la même force. On dit que deux droites sont normales si elles sont **perpendiculaires**.

Le problème de la balance

Maintenant, nous avons tout à notre disposition pour comprendre notre différence de **poids** entre la lune et la terre (et oui nous avons la même masse sur la lune que sur la terre).

Une balance est un mécanisme que nous étudierons dans le prochain chapitre et qui arrive à trouver le poids d'un objet sur la terre.
Ainsi, si vous l'emmenez sur la lune puis que vous vous pesiez, vous trouverez :

$$m_{balancesurlalune} = \frac{P_{lune}}{g_{terre}}$$ car la balance est configurée pour la terre.

Or nous savons que : $\vec{P}_{lune} = m\vec{g}_{lune}$.

Si on multiplie ces deux lignes entre elles, on a : $m_{balancesurlalune} \times P_{lune} = \frac{P_{lune}}{g_{terre}} \times mg_{lune}$. Soit :

$$\frac{m}{m_{balancesurlalune}} = \frac{g_{terre}}{g_{lune}} = \frac{9,81}{1,67} = 5,87.$$

Pour ceux qui ont lu l'annexe sur l'analyse dimensionnelle, un rapport de même unité est bien sans unité, ouf !

Ainsi, le poids que vous affiche la balance sur la lune est 5,87 fois plus petit, vous êtes donc plus léger ! Attention à vous, si vous appuyez trop fort sur le sol, vous allez vous envoler alors !

Comment trouve-t-on g ?

Dis donc, ce chapitre n'aura été qu'une suite de questions !

Et bien apportons une réponse ! :)

C'est encore Newton qui nous vient en aide. En effet, son génie lui a permis d'établir une formule : **l'attraction gravitationnelle** ! Pour cela, il a fait diverses expériences, de nombreuses fois avant de conclure :

Citation : Newton

> Deux corps 1 et 2 de masses respectives m_1 et m_2 exercent l'un sur l'autre une force, de norme égale, de même direction et opposée en sens. Cette force est proportionnelle à l'inverse du carré de la distance et de la masse de chacun des corps. On a donc :
>
> $$\vec{F}_{1/2} = G\frac{m_1 \times m_2}{r^2}\vec{u}_{2/1} \text{ avec :}$$
>
> $G = 6{,}6742 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻² : la constante universelle de gravitation
> r : la distance séparant les deux corps 1 et 2.
> $\mathbf{u_{2/1}}$ est un vecteur **unitaire** (de longueur 1) ayant pour direction la droite reliant les deux corps et comme sens de 2 vers 1.

On appelle cette force la force exercée par 1 sur 2.

- Il ne faut pas oublier que cette force est **attractive**, elle est donc selon un vecteur allant vers l'objet qui attire, c'est un moyen efficace de retenir l'inversion des 1/2.
- La seconde erreur vient souvent du r^2, il ne faut bien sûr pas oublier que c'est au carré et surtout en **mètre** !

Je vous propose dans la sous-partie suivante de regarder comment Newton a fait pour trouver ce résultat.

Sinon, remettons cette formule dans le contexte approprié. Si nous considérons que la terre est l'objet 1 et nous, nous sommes l'objet 2, on peut dire que $\mathbf{F_{1/2}}$, c'est bien notre poids.

Ainsi, on a : $P = mg_{terre} \simeq G\frac{m \times m_{terre}}{{R_T}^2}$ avec m la masse du corps **à la surface de la terre** et R_T le rayon de la terre.
On peut ainsi écrire : $g_{terre} \simeq G\frac{m_{terre}}{{R_T}^2}$.

Lorsque l'on a une égalité de vecteur, on écrit souvent **l'égalité des normes** si leurs expressions sont simples. Cela permet souvent de conclure.

On peut terminer en essayant de trouver g_{terre}.
On a : $g_{terre} = 6,6742 \times 10^{-11} \times \frac{6,0 \times 10^{24}}{6.400.000^2} = 9,8 m.s^{-2}$.
Bon, finalement, on n'est pas loin de notre 9,81 quand même ;)

[Aspect expérimental] Mais d'où vient cette formule ?

A son époque, un grand astronome Johannes Kepler avait écrit quelques lois empiriques (donc qui viennent de l'expérience) sur le mouvement des planètes.
Pour faire ces équations, il avait à sa disposition une lunette et connaissait approximativement les positions des planètes. Avec toutes ces mesures, il a tâtonné et il a fini par écrire 3 lois (on les verra plus loin dans ce cours). Newton parait de l'hypothèse que si les planètes étaient attirées par le soleil, pourquoi nous ne saurions pas attirés par la terre ?
Cette hypothèse l'a conduit à dire que **les corps célestes subissent donc la même loi que les autres corps**.
Ainsi, il savait que si une telle interaction existait, elle était comme celle des astres, en $\frac{1}{r^2}$.

Maintenant, plaçons un petit calcul pour illustrer ce que je viens de dire.

Mettons que nous connaissons plusieurs choses qui seront expliquées plus tard :

- La loi de Kepler suivante : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{k}$, avec k une constante, r le rayon de l'astre (on considère que les orbites des planètes sont circulaires dans ce chapitre) et T la **période de révolution**.
- L'expression de l'accélération a des planètes dans ce cas, en fonction de sa vitesse v : $a = \frac{v^2}{r}$.

La période de révolution d'un astre est le temps qu'il met pour faire le tour complet d'un autre astre. Pour la terre, T = 1an.

Donc, commençons la preuve de ce que nous venons d'affirmer.

On a : $\langle a \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$.

Peut-être avez vous eu un problème lors de l'établissement de cette égalité.
Tout d'abord, il faut signaler que les lettres entourés par des $\langle \cdot \rangle$ représente une valeur moyenne. On peut prouver que ce que nous venons d'utiliser s'applique sur une valeur moyenne et pas instantanée, mais on l'admettra également.
Ensuite, la vitesse moyenne est celle d'un tour ici, donc : $\langle v \rangle = \frac{d_{\text{un tour}}}{t_{\text{un tour}}} = \frac{\text{Périmètre du cercle}}{\text{Période de révolution}}$.
Si maintenant vous n'avez toujours pas saisi, c'est qu'il doit vous manquer la formule donnant le périmètre d'un cercle, on a : $p = 2\pi r$.

Maintenant, utilisons la loi de Kepler : $\langle a \rangle = \frac{4\pi^2 r}{\frac{4\pi^2 r^3}{k}} = \frac{k}{r^2}$.

Ouf, on a bien une loi en $\frac{1}{r^2}$, ce que nous voulions démontrer !

Après, il a constaté que plus nous sommes lourds, plus nous avons besoin de force musculaire pour sauter. Il semblerait que le poids dépende donc de la masse de l'objet.

Et maintenant, grâce à la loi des actions réciproques, si on sait qu'il intervient la masse de l'objet, on peut permuter les rôles. L'objet devient celui attire et vice-versa. Ainsi, comme la norme est la même, il doit intervenir la masse de l'autre objet.

Donc, il y a au moins trois variables : les deux masses et la distance.

Après, il s'ensuit un jeu de pistage, quelle devrait être l'équation qui permettent de retrouver les résultats de Kepler ?

Et ainsi, Newton trouvait la constante G, enfin son approximation.

Comme sa force devait être attractive, il a donc écrit :
$\vec{F}_{1/2} = -G\frac{m_1 \times m_2}{r^2}\vec{u}_{1/2}$

Vous remarquez que j'ai changé la formule en rajoutant un signe moins. C'est la même que tout à l'heure car $\mathbf{F}_{1/2}$ et $\mathbf{u}_{1/2}$ sont de sens opposés. En effet : $\mathbf{u}_{1/2} = -\mathbf{u}_{2/1}$.
Rappelez-vous que j'ai indiqué que le sens serait souvent indiqué par un signe !

Maintenant, d'autres expériences ont du être menées pour pouvoir certifier que cette formule était bien la bonne. Par exemple, il a montré que l'on pouvait l'élargir aux solides...

Bon, j'ai publié un tel chapitre juste pour vous montrer que ces formules ne tombent pas du ciel, elles sont le fruit d'une longue et intense réflexion.

[TP] Expérience sur la première loi de Newton

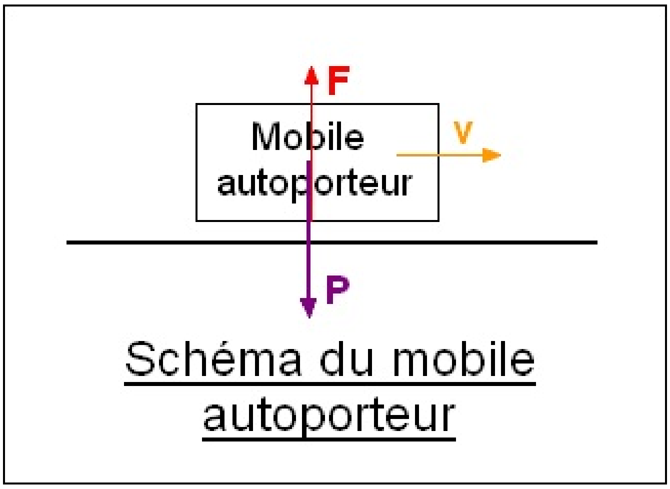
On a assez de connaissances maintenant pour étudier le principe d'inertie. Je vous propose une expérience assez simple, que vous ne pourrez cependant surement pas reproduire chez vous car le matériel nécessaire est tout de même assez inhabituel.

Le matériel

Pour tenter de justifier la première loi de Newton, on va créer une situation où un mobile est pseudo-isolé. On constate facilement lorsque l'on pose un objet sur une table qu'il est immobile. Génial, $\vec{R}_N$ compense $\vec{P}$ et sa vitesse est nulle, donc son accélération également, le TP est terminé !
Non, en fait, c'est une autre partie du principe d'inertie qui va être examiné. En effet, il peut sembler étrange que la vitesse soit constante si la résultante des forces est nulle. Intuitivement, on aimerait croire à l'implication suivante :
$\sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{0}$.

Ne soyez pas effrayé par le symbole $\sum$, il signifie juste que l'on fait une addition, on écrit alors $\sum_i \vec{F_i}$ pour dire que l'on somme toutes les forces.

Cette implication est cependant fausse, et c'est ce que l'on va prouver. Pour cela, il nous faut un solide qui puisse glisser sur le sol sans le toucher pour qu'il n'y ait pas de frottements qui viennent rompre l'équilibre. Facile à dire, n'est ce pas ? Pour cela, la méthode la plus efficace et la moins onéreuse consiste à faire souffler de l'air de manière à ce que le mobile ne touche pas le sol, on appelle ça un **mobile autoporteur** comme le montre le schéma ci dessous.

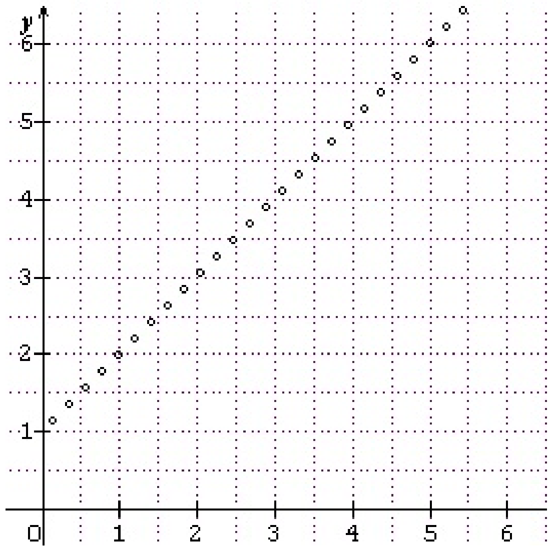


Grâce à une soufflerie, on a créé une force **F** orientée vers le haut, dans la même direction que le poids et de même norme. Ainsi, on a : $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$. On a bien une situation d'équilibre, et en plus le mobile ne frotte plus le sol. On peut donc lui donner une légère impulsion afin de regarder la trajectoire qu'il suit.

L'expérience

Le résultat

Il faut encore une dernière idée, en effet, pour le suivre le plus fidèlement possible, soit on le filme et on rentre manuellement sur un tableur les différentes positions au cours du temps, soit on place une feuille et il va marquer son mouvement à intervalle de temps régulier. On notera cette intervalle τ. Ainsi, toutes les τ secondes, le mobile va piquer la feuille qui est en dessous, et on obtient le magnifique schéma ci-dessous pour $\tau = 1sec$:



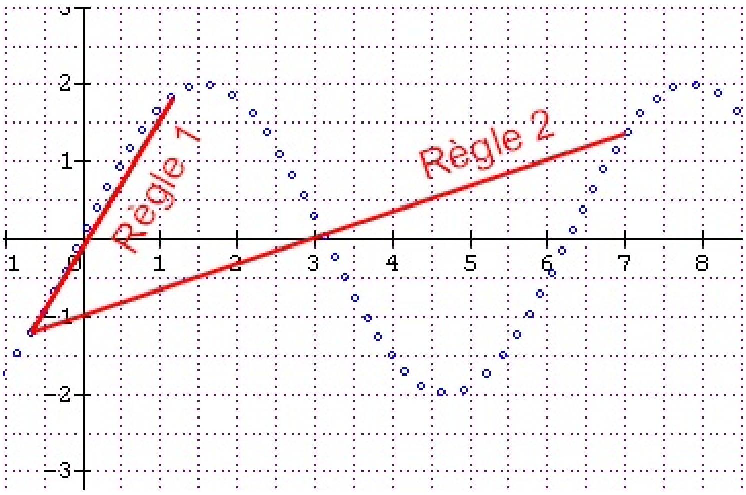
Trajectoire du mobile autoporteur (unité 10 cm = 1 carreau en abscisse et en ordonné)

L'analyse

On constate sans problème que les points sont **régulièrement espacés**, la trajectoire est uniforme. Si on prend une règle, on constate également qu'elle est rectiligne. Donc, on a bien une vitesse constante qui vaut $v = 3,4 cm.s^{-1}$.

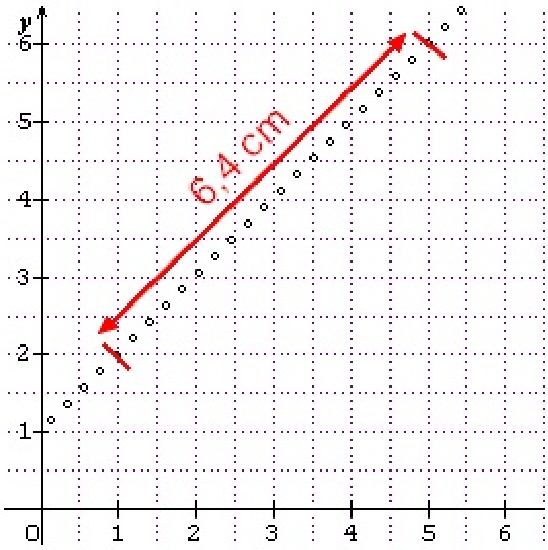
On va profiter de ce résultat pour montrer comment on calcule une telle vitesse.

On commence par choisir deux points de la courbe assez éloignés. L'adverbe "assez" indique que c'est vous qui choisissez, mais ils ne doivent pas être trop proches sinon vous aurez du mal à mesurer précisément la distance, pas trop éloignés sinon votre règle ne vous permettra pas de mesurer autant . Ici, nous avons une trajectoire rectiligne, donc ça ne pose pas de problème, mais si votre trajectoire zigzague, vous ne devez pas choisir des points trop éloignés sinon on a le cas suivant :



On voit bien que la règle 2 ne suit pas du tout la trajectoire, notre distance entre les deux points sera fausse, par contre la règle 1 donne une approximation convenable de la distance entre deux autres points.

Donc, on commence pas choisir deux points comme il faut. On mesure la distance entre les points. Ici, on a :



Trajectoire du mobile autoporteur (unité 10 cm = 1 carreau en abscisse et en ordonné)

Ensuite, on regarde l'échelle, ici on voit qu'on a $1cm \leftrightarrow 10cm$. À gauche, c'est la distance sur le graphique, à droite la distance dans la réalité.

Maintenant, on dresse un tableau de proportionnalité :

Distance sur le dessin	Distance réelle
1	10
6,4	x

On a alors : $x = \dfrac{6,4 \times 10}{1} = 64cm$.

On a bientôt fini, maintenant, il suffit de calculer notre vitesse, pour cela, on compte le nombre de points entre les deux choisis, on a ici 19. Donc il s'est écoulé $19 \times \tau$ secondes entre les deux points, on a alors : $v = \dfrac{64}{19\tau} \simeq 3,4cm.s^{-1}$!

Ainsi, on a bien montré que la loi de Newton fonctionnait dans ce cas et surtout qu'une mobile pseudo-isolé n'a pas forcément une vitesse nulle. Et en bonus, on a même appris à trouver une vitesse !

[Exercices] Chute libre et petite comparaison et un résultat surprenant

Nous allons aborder trois exercices dans cette sous-partie. Avec tous les exemples que nous avons faits durant le cours, vous devriez avoir bien compris le principe.

Chute libre

Tout d'abord étudions les variations du poids pendant une chute libre du haut de la tour de Pise par exemple.

Qu'est ce qu'une **chute libre** ?

Une **chute libre** c'est la chute d'un objet qui ne subit qu'une seule force, **son poids** (si on parle de la terre, sinon on dira la **pesanteur**).
Une chute libre permet de donner une approximation de g.

Alors, pour cela, on considère que nous lâchons un objet de masse m depuis une hauteur h avec $h << R_T$,

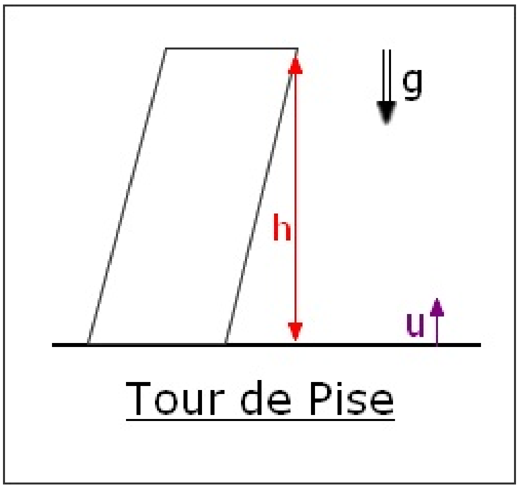
$R_T \simeq 6400km$ le rayon de la Terre. Dans nos calculs, on notera m_T la masse de la terre.

<< signifie très petit devant. En effet, on considère que l'objet est lâché depuis une construction terrestre, donc moins d'un kilomètre.

N'oublions pas avant de commencer qu'il faut signaler le référentiel d'étude et le système étudié !

Système étudié : {balle}
Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Voici notre schéma :



Il est toujours bon de faire un schéma. Ainsi on voit par exemple que **u** est dans le sens inverse de **g**, ainsi, il y aura **un signe - dans l'expression du poids** !
On peut aussi noter que j'ai mis une flèche avec deux barres pour g, c'est dans l'idée de montrer que ce n'est pas un vecteur qui dépend du schéma, je n'ai pas le choix de l'orientation, il est imposé comme ça, on le voit mieux. Après, c'est un choix personnel, bien sûr, je vous invite à en faire autant.
Dernière remarque avant de poursuivre, notre vecteur u est selon la verticale, et son sens est vers le haut, on peut dire qu'il est **unitaire vertical ascendant**. C'est une formulation souvent employée, il est bon de la connaître.

Ainsi, calculons le poids :

$$\vec{P_1} = -G\frac{m \times m_T}{(R_T + h)^2}\vec{u}$$

$$\vec{P_2} = -G\frac{m \times m_T}{(R_T)^2}\vec{u}$$

On cherche le rapport $\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{R_T^2} \times (R_T + h)^2 = \frac{R_T^2 + 2R_T h + h^2}{R_T^2} = 1 + 2\frac{h}{R_T} + \left(\frac{h}{R_T}\right)^2$

Un rapport de norme est nécessairement **positif** vu que les normes sont positives ! (pas de longueur négative)

On utilise notre approximation ici : h << R_T veut dire que $\frac{h}{R_T} << 1$, comme on sait que c'est positif et très petit devant 1, on a donc : $\frac{h}{R_T} \simeq 0$ et $\left(\frac{h}{R_T}\right)^2 \simeq 0$.

Cette démonstration admet un rapport positif, on peut utiliser ces égalités sans refaire de telle démonstration.

On a donc : $\frac{P_2}{P_1} \simeq 1 + 0 + 0$

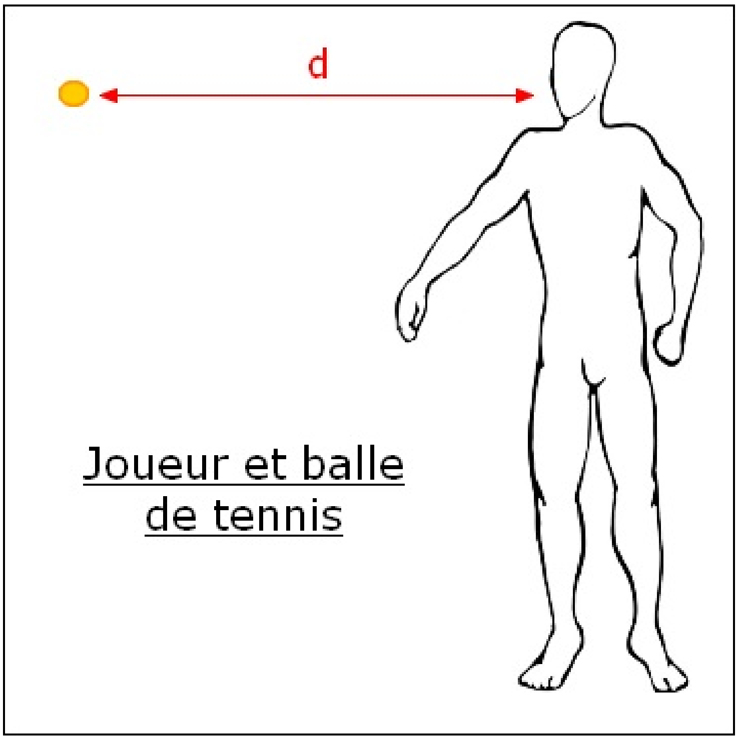
Donc $P_1 \sim P_2$

Le poids ne varie donc presque pas, ainsi on peu supposer que tant que l'on est à une distance raisonnable **l'accélération de la pesanteur est uniforme**.
On admet souvent cette hypothèse dans les exercices, d'une part car une faible altitude ne change presque rien, et d'autre part car la constitution interne de la terre influe assez peu sur le champ de pesanteur.

Cette dernière phrase contient des mots assez complexes.
L'accélération de la pesanteur, c'est simplement g, grâce à cette information, on peut trouver la dimension de g qui est la même qu'une accélération, elle s'exprime donc en $m.s^{-2}$ (si vous ne l'avez pas encore fait, référez vous à l'annexe analyse dimensionnelle).
Le champ de pesanteur représente aussi g mais apporte une information supplémentaire. Comme g est un champ uniforme, il suffit de la multiplier par une quantité adéquate et on tombera directement sur la force. Voilà ce que cela veut dire, on verra d'autres champs dans la suite de ce tuto.

C'est tout ce que j'avais à vous dire sur cet exercice, on peut passer à un autre extrêmement classique.

Petite comparaison...

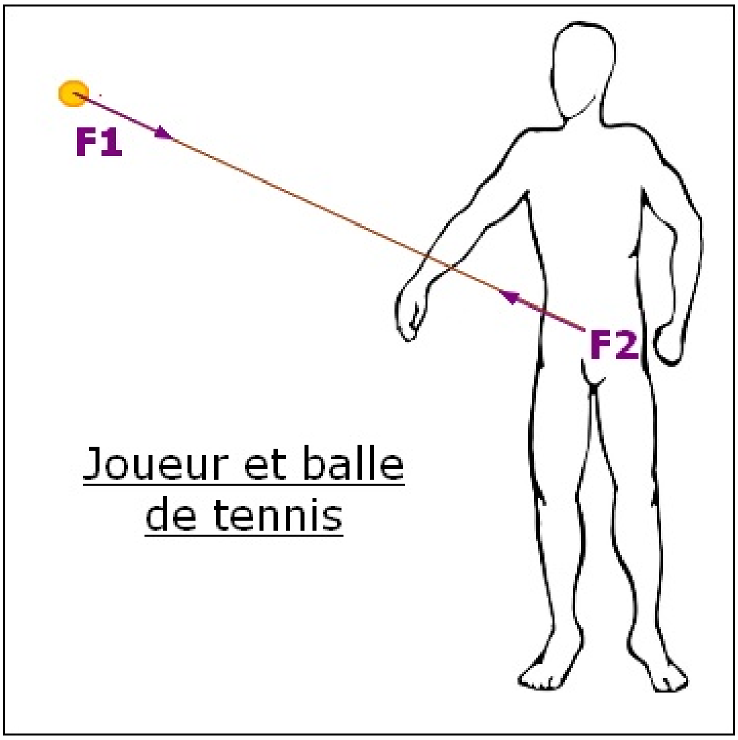


Il s'agit d'une balle de tennis et d'un tennisman (woman si vous préférez) distant de 6m, avec m_{balle}=58g et m_{joueur}=80kg. L'objectif de cet exercice est de dessiner les forces gravitationnelles en jeu (surtout celle balle/joueur et avec la terre), les calculer, refaire le calcul lorsque la balle se rapproche de moitié et enfin comparer la force de gravitation balle/joueur avec balle/terre et conclure !

Cet exercice est simple, il ne faut pas se perdre dans les calculs, on en refera dans le genre plusieurs fois, c'est une technique à maîtriser !

Système étudié : {Balle-Joueur}
Référentiel : Terrestre (supposé galiléen)

Alors, représentons les forces sur un schéma :



Vous vous souvenez que l'on considère le centre de masse comme origine des vecteurs ? Ainsi, on peut trouver les distances.

Maintenant, calculons une valeur, grâce au principe des actions réciproques, on sait que : $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$.

On a : $\vec{F_1} = -G\frac{m_{balle} \times m_{joueur}}{d^2}\vec{u}_{balle/joueur}$ avec $\mathbf{u}_{\mathbf{balle/joueur}}$ un vecteur unitaire orienté de la balle vers le joueur selon la droite passant par les deux centres de gravité.

Ce blabla peut être bon à apprendre, c'est une certaine rigueur qui permet la progression.

On a donc : $F_1 = F_2 = 6,6742 \times 10^{-11} \times \frac{58 \times 10^{-3} \times 80}{6^2} = 8,6 \times 10^{-12} N$

- Une norme est toujours positive, c'est une longueur, donc ne mettez pas de - !
- N'oubliez pas la conversion en kg, d'où le 10^{-3}.

Si la distance est divisée par deux, on refait le calcul :

$$F'_1 = F'_2 = 6,6742 \times 10^{-11} \times \frac{58 \times 10^{-3} \times 80}{3^2} = 3,4 \times 10^{-11} N$$

Première conclusion, plus on s'approche plus la force gravitationnelle est grande. Normal !

Quand on demande de comparer, il faut toujours faire un rapport, ici, cherchons

$$\frac{F_1}{P_1} = \frac{8,6 \times 10^{-12}}{58 \times 10^{-3} \times 9,81} = 1,5 \times 10^{-11}$$

- On aurait pu aussi étudier le rapport F_2 avec P_2 qui n'aurait pas donné le même résultat mais très petit également.
- Il est bien plus simple d'utiliser la notation avec g plutôt que de calculer l'interaction avec la terre. Surtout que dans les faits, c'est en fait une meilleure approximation.

Et nous concluons donc que cette interaction est négligeable devant celle exercée par la terre. Ouf, on comprend pourquoi nous n'arrivons pas à faire comme les jedi, soit attirer des objets de loin

Résultat surprenant

Oui moi aussi je trouve mon titre assez évocateur de ce que je vais vous parler .

En fait, on va refaire une expérience de pensée. Je dit de pensée car je ne vais présenter là aucun résultat expérimental, on ne va s'amuser et ne faire que du théorique.

Prenons une belle pomme bien rouge (c'est important) et une boule de bowling toute noire. On les lâche d'une hauteur h assez grande. Qui touche le sol en premier ?

Et là, tous en cœur, on répond : "La boule de bowling !". Ce que nous allons tenter de prouver.

Il existe plusieurs moyens de résoudre ce problème, par une méthode de calcul, une méthode énergétique comme nous le verrons plus tard mais ce que nous allons faire, parce que vous aimez ça, c'est une analyse dimensionnelle !

Alors, regardons le temps t de chute. Surement qu'il dépend de la hauteur depuis laquelle on lâche les objets (h). On va aussi prendre en compte leur masse (m) et puis g car on parle de poids !

Allez, on est reparti : $t \sim h^\alpha \cdot m^\beta \cdot g^\gamma$.

Maintenant, rebelote, on écrit les dimensions : $[t] = T$ et $[h^\alpha \cdot m^\beta \cdot g^\gamma] = L^\alpha \cdot M^\beta \cdot L^\gamma \cdot T^{-2\gamma}$.

On a égalité des dimensions donc $\begin{cases} \alpha + \gamma = 0 \\ \beta = 0 \\ -2\gamma = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\gamma \\ \beta = 0 \\ \gamma = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = 0 \\ \gamma = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Finalement on a $t \sim h^{\frac{1}{2}} \cdot g^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{h}{g}}$.

On peut rappeler que $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ et $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

On trouve que le temps t de chute ne dépend pas de la masse donc la boule de bowling et la pomme touche le sol en même temps ! Surprenant, non ?

Généralement, à ce stade, on me dit : << Mais une plume et une pomme ne touche pas le sol en même temps ! >>.
On ne peut pas contredire ce résultat, cependant il n'y a pas que le poids qui joue un rôle dans cette chute. En effet, les frottements de l'air viennent fortement influencer le temps de chute de notre plume et pas de notre pomme. Donc, dans le vide le temps de chute ne dépend pas de la masse ! Et pour vérifier tout ça, une très belle vidéo existe :

Par le calcul, avec un bilan des forces et la seconde loi de Newton, on peut retrouver ce résultat, ce que l'on fera d'ailleurs .
Ce qu'il faut retenir :

- Le concept de **poids** et de **masse** avec la formule : $\vec{P} = m\vec{g}$
- $\vec{g}$ dépend de l'astre sur lequel on est.
- Le concept de **réaction au sol** $\vec{R}_N$. C'est une force perpendiculaire au support qui compense le poids.
- La très célèbre formule d'**attraction gravitationnelle** : $\vec{F}_{1/2} = G\frac{m_1 \times m_2}{r^2}\vec{u}_{2/1} = -G\frac{m_1 \times m_2}{r^2}\vec{u}_{1/2}$.

Finalement, c'était un très gros chapitre, on a appris plein de choses intéressantes. Par contre, il était compliqué, il faut bien avoir assimilé ces notions pour continuer car elles sont primordiales ! Je pense avoir fait assez d'exercices pour que ce soit clair, sinon refaites les encore et encore !

Maintenant, on va explorer d'autres forces pour que nous puissions gérer presque toutes les situations classiques !

Quid des autres forces ?

Maintenant que vous connaissez le poids et la réaction au sol, il va être temps d'étudier d'autres forces !
Votre bagage mécanique sera alors suffisant pour bien s'amuser avec

Au programme donc, 3 forces :

- **Force coulombienne** (passage facile)
- **Force de rappel** (ou bien comment un ressort réagit)
- **Force de tension** (ou comment un fil reste un fil)

Ce chapitre reste assez simple, il va vous permettre de mieux appréhender le modèle mécanique normalement.

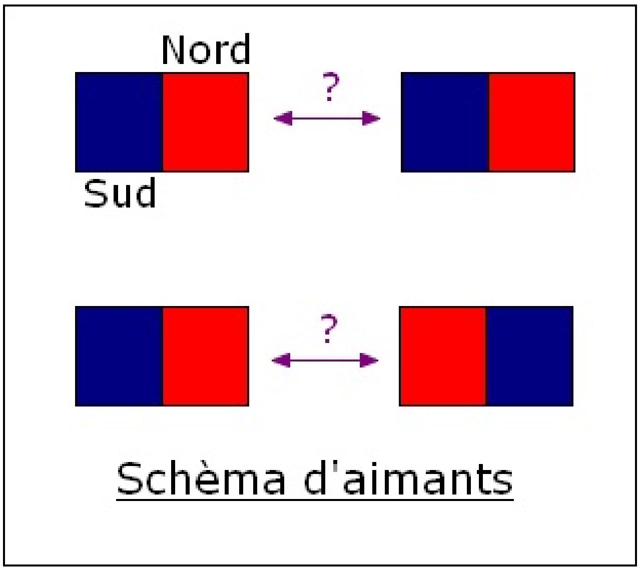
Force coulombienne

En fait, on a des propriétés magnétiques pour des aimants, et nous, si on étudie des particules qu'on charge (prenons un atome auquel on enlève des électrons, ou bien un électron tout seul), on constate qu'ils réagissent presque comme des aimants.
Nous allons donc d'abord étudier l'aspect magnétique, et comme on sait que ça fonctionne pareil pour les particules chargées, on va pouvoir faire une première analogie.
On est parti donc !

La formule que nous obtiendrons s'appelle aussi la **Loi de Coulomb**, elle résulte d'expériences donc, et nous allons essayer de voir comment on l'obtient.

Expériences préalables

Prenons deux aimants. On va schématiser ci dessous ce à quoi cela ressemble :

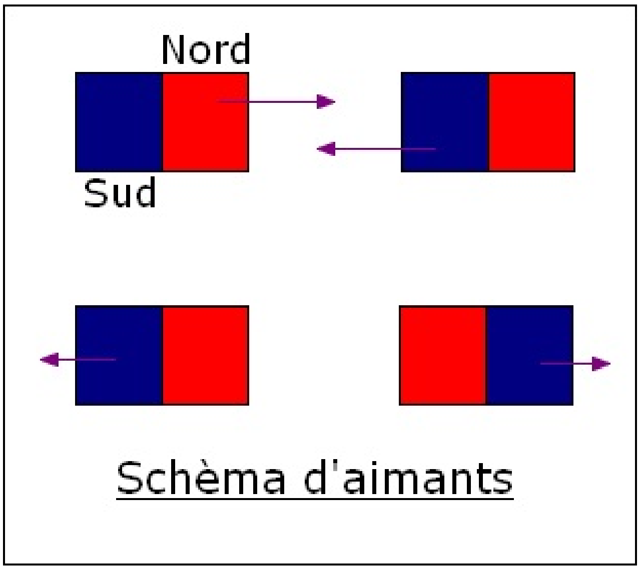


Aimants vient du chinois, ce mot occidentalisé voulait dire au début "pierres qui s'aiment", un beau nom, non ?

On dit qu'un aimant possède deux **pôles**, le pôle Nord et le pôle Sud. Pour s'en rappeler, on peut dire que la terre est un gros aimant .

Si on se place dans la situation du schéma, il faudrait trouver ce qui se passe quand on approche deux pôles, parce qu'on dit qu'il y en a deux, mais sont-ils si différents ?

On va assister au phénomène suivant :

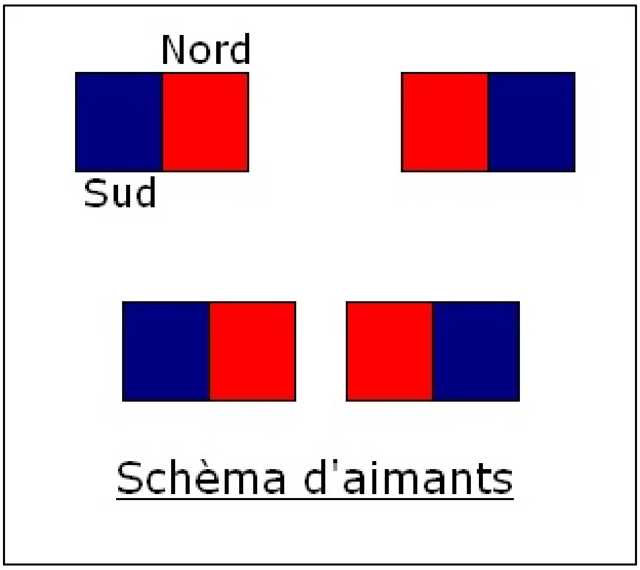


Finalement, deux pôles identiques se repoussent alors que deux pôles différents s'attirent !
Voilà une information intéressante.

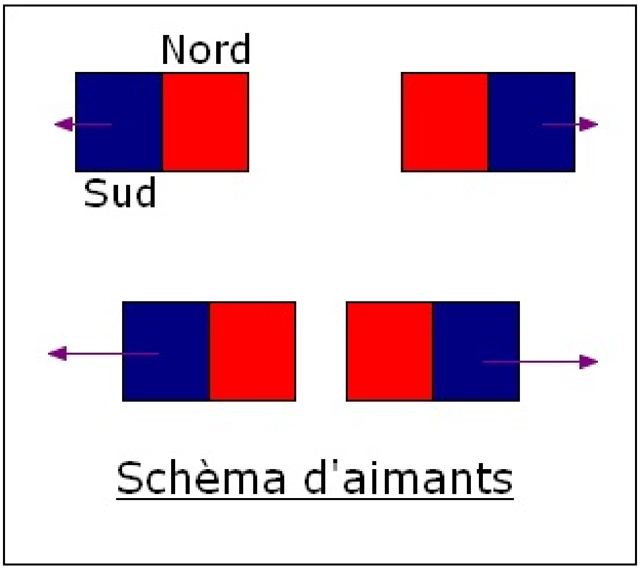
Même si nos aimants nous ont aidé et continueront même à le faire, il faut se dire que la loi que nous allons tirer ne s'applique pas aux aimants car nous sommes en mécanique du point et nous intéressons aux effets produits par des charges électriques. Par contre, on pourra les appliquer aux électrons, en bref à toute particule chargée électriquement.

Bref, continuons notre expérience. On va maintenant s'occuper de deux pôles identiques, la situation est plus facile à analyser.

Prenons le cas suivant :



On va déterminer ainsi si l'attraction est plus forte ou faible en fonction de la distance. Pour cela, prenez deux aimants, et essayez de les approcher l'un de l'autre. S'ils tentent de résister c'est que vous avez bien deux pôles identiques face à face. Mais regarder, plus vous les rapprochez, plus vous sentez qu'ils "résistent", on aurait envie de dire qu'effectivement la distance joue un rôle clef. (essayez, vous verrez que vous craquerez avant d'avoir réussi à faire toucher les deux aimants. Vous vous rendez compte, des aimants vous battent au bras de fer !)



Un dernier test consisterait à faire la même expérience avec des aimants beaucoup plus gros et vous sentiriez que la force est encore plus forte ! (si vous arrivez à les bouger vu leur poids...)

Finalement, on trouve que plus on est prêt, plus c'est intense, plus il y a de charges, plus c'est intense... Ça ressemble quand même pas mal à la loi d'attraction gravitationnelle quand même, non ?

Formalisation de la loi

Alors, on va appeler q la charge d'un élément. q représente en fait le caractère électrique de la particule. q peut donc être positif comme négatif. Il s'agit d'une norme, on pourrait sire que le pôle sud est le moins et le pôle nord le plus par exemple.

q s'exprime en Coulomb (C).

On peut donc dire que q joue le rôle de la masse et on obtiendrait par analogie la formule suivante :

$$\vec{F}_{1/2} = k\frac{q_1 \times q_2}{r^2}\vec{u}_{1/2}$$

avec :
$k = 8.99 \times 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$: la constante de Coulomb
r : la distance séparant les deux corps 1 et 2
$\mathbf{u_{1/2}}$ est un vecteur **unitaire** (de longueur 1) ayant pour direction la droite reliant les deux corps et comme sens de 1 vers 2.

k est en fait une constante que l'on exprime en fonction de la **perméabilité du vide** ϵ_0 pour certains aspects pratiques. En effet, dans le vide ou dans un milieu liquide, la constante k aura une expression sensiblement différente. On peut alors noter, sans forcément le retenir que $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, ça fait bien.

Il n'y a plus de signe moins maintenant. En effet, si les deux charges sont de même signe, le résultat est positif, ils se repoussent la force est donc positive. S'ils ne sont pas de même signe, ils s'attirent, ouf, cette fois elle est négative .

Alors, ce qui suit est un rappel du chapitre précédent, mais on dit qu'il faut répéter plusieurs fois pour que ce soit bien assimilé, alors je vais vous assommer !

Tout d'abord, grâce à la loi des actions réciproques, on peut dire que $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$. Du coup, ils s'attirent tous les deux (ou se repoussent d'ailleurs).
Maintenant, le point d'application, c'est le **centre de masse** de chaque particule.

Finalement, ce n'était pas si difficile que ça !

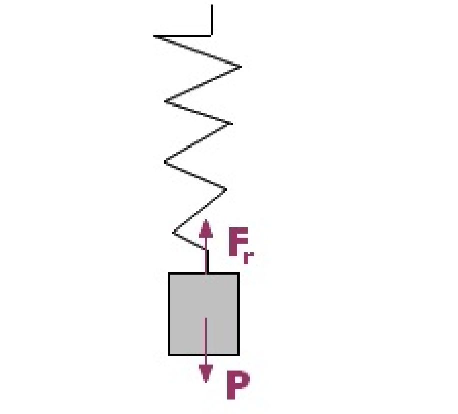
Il faut le répéter encore une fois, cette loi ne s'applique pas aux aimants ! C'est un moyen de la retenir !

Force de rappel

Maintenant, on va prendre un ressort auquel on accroche un poids. Si on tire sur le poids, et bien le ressort va se tirer et on sait très bien que dès qu'on l'aura lâché, le poids va remonter. Mais comment modéliser tout ça ?

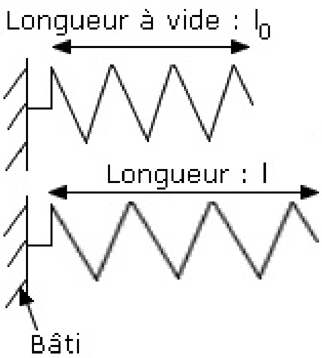
Et bien, on est ici face à un **oscillateur**, on les étudiera pleinement plus tard.

Voilà donc notre problème, nous cherchons à trouver l'expression de $\mathbf{F_r}$:



Schèma d'un ressort

Alors là, pas trop la peine de se casser la tête. Il semble logique que cette force soit proportionnelle à l'étirement du ressort. En effet, plus on tire sur un ressort (on reste dans de petits allongements, forcément, si vous tirez comme un bourrin... Le ressort ne sera plus un ressort), plus il tire de son côté. On définit alors une nouvelle valeur, l'allongement x.



Etirement d'un ressort

Le **bâti** est une structure qui n'est pas à même de bouger. Elle est fixée, un mur en quelque sorte.

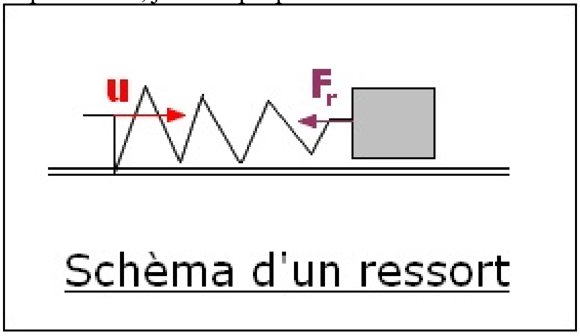
Avec ce schéma, on a : $x = l - l_0$. On dit que l'allongement, c'est la longueur du ressort moins sa **longueur à vide**.

Ainsi, grâce à l'expérience, on a un résultat très satisfaisant car très simple :
$\vec{F}_{rappel} = kx\vec{u} = k(l - l_0)\vec{u}$ où k est une constante, dépendant du ressort.

On n'oublie pas qu'un vecteur n'est JAMAIS égal à un nombre. On doit donc définir un vecteur $\vec{u}$. Ici, $\vec{u}$ a pour direction la droite du ressort et comme sens du solide vers le ressort.

Là, nous devons nous poser pour réfléchir un peu. Si on dit qu'elle est selon un vecteur, c'est qu'elle devrait **toujours** avoir le même sens, non ? Or un ressort, ça attire des fois, d'autres fois, ça repousse, la force n'a donc pas toujours le même sens... Mais où nous sommes nous trompé ?
Nul part, regardez bien, l c'est a nouvelle longueur. Supposons qu'elle soit plus petite que l_0, alors $l - l_0 < 0$! On a une force négative, elle va donc repousser le solide. Ouf, notre force peut varier car x peut-être négatif.

Je vais vous proposer une petite tambouille pour éviter de vous perdre, parce que des fois, on a vraiment envie de changer $\vec{u}$ de sens. Alors, supposez x positif, on sait que la force va attirer, et bien c'est le sens de $\vec{u}$.
Sinon, si vous voulez fixer $\vec{u}$ de manière plus claire, je vous propose alors le schéma suivant :



Cette fois, la force s'écrit : $\vec{F}_r = -kx\vec{u}$.

C'est à vous de voir, je vous conseille la seconde méthode qui est à mon avis plus simple à mettre en place.

Pour retrouver cette loi, je vous propose une petite application.

Expérience : On accroche un poids à un ressort dans le vide. On mesure son **allongement** une fois le système à l'équilibre.

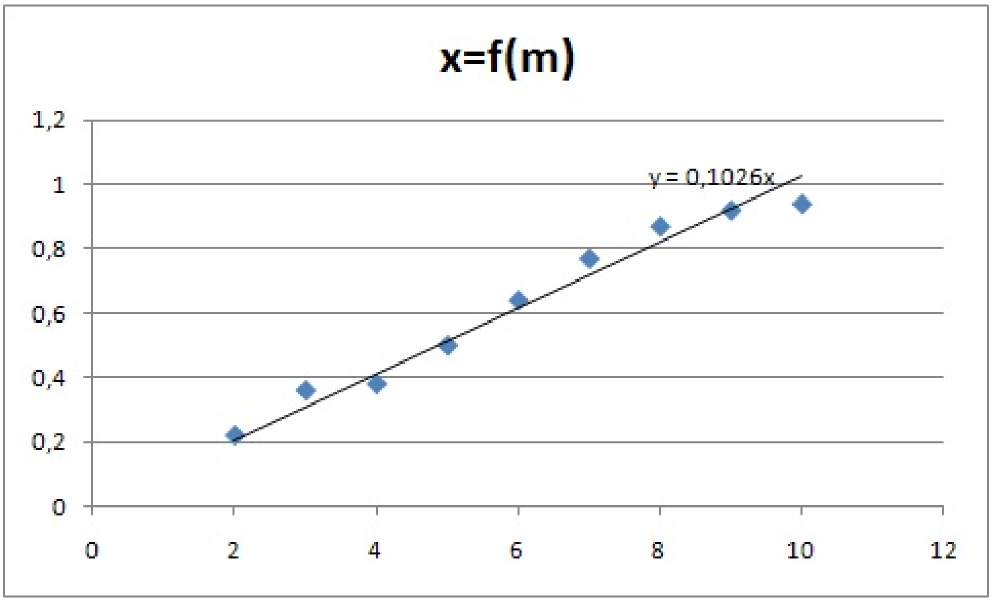
On obtient un tableau avec différentes masses et l'allongement d'un ressort. Il s'agit de tracer le graphique de l'allongement en fonction de la masse.

Si je vous dit l'allongement en fonction de la masse, vous dessinez un graphique avec en abscisse la masse et en ordonnée l'allongement.
J'ai une petite astuce vous permettant de retenir un peu comment on trace un graphique. Déjà, je vous conseille d'écrire sous forme pseudo-mathématique l'énoncé, ici, on aurait : $\text{allongement} = f(\text{masse})$. Il faut retenir : $y = f(x)$ et on sait que x=allongement et y=masse.
Ensuite, chacun sa tambouille pour tout écrire comme il le faut, mais x est avant dans l'alphabet que y, et abscisse est avant ordonné donc x est sur les abscisses et y les ordonnées !

Masse (kg)	Allongement (m)
1	0.09
2	0.22
3	0.36
4	0.38
5	0.5
6	0.64
7	0.77
8	0.87
9	0.92
10	0.94

Et oui, on va jusqu'à 10 kilo, c'est un bon ressort ! (Notez qu'il s'allonge pas mal aussi)

Je vous conseille de faire le graphique sur Excel ou OpenOffice pour trouver :



Nouvelle page d'information, cette fois pour obtenir le même graphique que moi.
Alors, je vous conseille d'aller chercher sur Internet plus d'informations en fonction de votre tableur préféré, je vous donne des pistes malgré tout ! (et oui, on va pas vous laissez tomber !)

- Rentrer votre tableau avec un nom pour chaque colonne.
- Sélectionner ce tableau SANS le nom des colonnes
- Aller dans insérer, graphique puis choisissez bien NUAGES DE POINTS.
- Maintenant validez puis cliquez droit sur les points, et sélectionner option ou bien ajouter une courbe de tendance. En fonction de votre graphique, adaptez l'allure, ici c'est linéaire (une droite), cochez que l'on souhaite que ça passe par zéro (on veut retrouver notre loi quand même ! donc ça passe par zéro) puis "afficher l'équation sur le graphique".

Maintenant, il nous faut réfléchir à ce que l'on a fait. En effet, on a représenté l'allongement en fonction de la masse et nous avons vu que c'est directement lié et même plus, que le graphique représentait une droite (à peu près, c'est l'incertitude expérimentale), et que donc elles étaient proportionnelles entre elles !

On sait donc que l'on a une relation du type : $m = Kx$.
Donc si nous voulons retrouver notre poids : $mg = Kgx = F_r$.

Voilà comment nous savons que la loi est bien $F = kx$.

On apprendra dans les exercices à trouver k.

On se place ici dans le cas d'un **ressort idéal**, ou bien dans le cas de faibles étirements avec de faibles poids. Cela signifie que dans ces conditions, le ressort reste un ressort. En effet, le modèle ne traduit pas le fait qu'à partir d'un certain moment, le ressort ne puisse plus s'allonger.
On constate ici que les limites du modèle se font sentir, en effet, les trois dernières valeurs s'éloignent de plus en plus de la droite sur le graphique.

Application : Quelle est la dimension de k ? (Regardez les annexes maintenant analyse dimensionnelle, ce sera la dernière fois que c'est précisé).

Alors, on a : $F = kx$ avec x une différence de mètres, c'est donc des mètres alors : $[x] = L$.
On a également : $P = mg$ avec g une accélération donc en m.s^{-2} d'où : $[P] = M.L.T^{-2}$ et P est une force, comme F donc : $[P] = [F] = M.L.T^{-2}$.
On peut donc conclure : $M.L.T^{-2} = [k][x] = [k].L$ donc : $[k] = M.T^{-2}$. On peut dire son unité : N.m^{-1}.

On dit aussi que k est la **constante de raideur** du ressort.

Force de tension

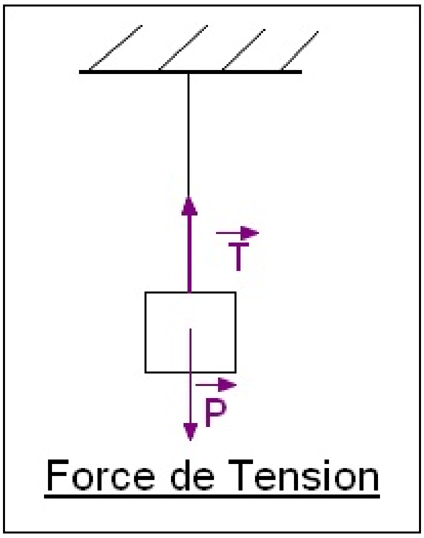
Pour ce qui est de la force de tension, c'est plus délicat.

En effet, cette force, c'est lorsque vous attachez un fil à un objet et que ce fil est tendu. Il parait clair qu'il existe une force qui retient l'objet, mais donner son expression est plus difficile.

Effectivement, si vous pendez une masse au bout d'un fil, rien ne varie, vous pouvez changer la masse, il ne se passe rien, sauf qu'à un moment, le fil casse.

Et bien, nous allons éviter ce problème de fil qui casse en admettant que nous avons un modèle de **fil idéal**, donc incassable et souvent de poids nul. Ce fil retient juste le solide, il s'oppose donc à toutes les forces extérieures qui s'appliquent sur le solide. Finalement, son intensité est variable, il n'existe donc pas de formule permettant de le trouver, on a va dire que c'est au petit bonheur la chance que tout va se simplifier et ainsi nous permettre de l'enlever.

Je vous fais un dessin tout de même, mais sur cette force, on ne peut pas en dire grand chose.



Cette force est souvent dénommée $\vec{T}$.

Son point d'application est le point de contact entre l'objet est le fil, son intensité est variable, sa direction c'est celle du fil et son sens c'est vers l'extérieur !

Voilà, c'est tout ce qu'il y a à savoir.

[Exercices] Comparaison et balance

Petite comparaison...

Alors, je vous propose une petite comparaison courante, entre la force gravitationnelle et Coulombienne. C'est très classique. Comme vous avez l'habitude maintenant, on demande une comparaison, on fait donc le **rapport** !

Énoncé : On suppose deux corps ponctuels électriquement chargés de charge q_1 et q_2 et de masse respective m_1 et m_2. On cherche à comparer la force gravitationnelle à l'électrostatique :

Correction :

Système étudié : {Deux corps chargés}
Référentiel : Laboratoire (supposé galiléen)

$$\frac{F_g}{F_c} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \times \frac{r^2}{kq^2} = \frac{G}{k}\frac{m_1m_2}{q_1q_2}$$

Vous avez remarqué que diviser par a revient à multiplier par son inverse ($\frac{1}{a}$) ?

Ne pas confondre inverse et opposé, l'inverse de a est $\frac{1}{a}$ alors son opposé est $-a$!

Donc on compare ce que l'on connait : $\frac{G}{k} = \frac{6,673.10^{-11}}{8,987.10^{9}} = 0,742.10^{-20}$. G est donc beaucoup plus petit que k (pas besoin de calcul pour s'en rendre compte), de 10^{20}. C'est à dire que quand le produit des masses sur le produit des charges sera supérieur à 10^{20}, alors la force d'interaction gravitationnelle sera plus forte que l'autre.

Faisons une application pour un atome. On peut considérer celui d'hydrogène, il possède 1 proton et 1 électron. Un électron est chargé négativement (de charge $-e$) et un proton de charge positive (e). $e = 1,602.10^{-19}\,C$ est appelé **charge élémentaire**, parce qu'on pensait que l'on ne trouverait pas plus petit. (Erreur, d'ailleurs) !
Enfin, revenons à notre atome. On considère que le poids d'un proton est $1,672.10^{-27}\,kg$ et celui d'un électron est $9,11.10^{-31}\,kg$.

Comparons les deux forces, on aurait :
$$\frac{F_g}{F_c} = 0,742.10^{-20} \times \frac{m_1 m_2}{e^2} = 0,742.10^{-20} \times \frac{m_1 m_2}{e^2} = 0,742.10^{-20} \times \frac{1,523.10^{-57}}{2,566.10^{-38}} = 0,440.10^{-20-21} = 0,440.10^{-41} << 1$$

Comme c'est très petit devant 1 (c'est le sens du symbole $<<$), et bien c'est que F_g est très petit devant F_c, et que donc l'attraction gravitationnelle n'intervient presque pas dans la structure de l'atome.

Si on refaisait avec des planètes, on aurait bien du mal à leur donner une charge (normalement, elles sont presque neutres), mais leurs masses seraient tellement importantes que leur produit serait très très grand et alors la force coulombienne n'aurait plus d'effet ! Vous voilà en possession d'équations pouvant régir l'univers ! Mais ce n'est pas si simple...

La balance !

Énoncé :
1) On prend un ressort qui est posé, relâché, sur une table. On le mesure est on trouve qu'il fait l_1 centimètres. On tire un peu dessus et on trouve alors qu'il fait l_2 centimètres.
Maintenant, on lui suspend un poids de m kg, dans le vide, à la verticale. On note sa nouvelle longueur à l'équilibre l_3. Sachant qu'il est utilisé dans les normes du modèle du ressort idéal, peut-on trouver sa constante de raideur ?
2) Pourrait utiliser ce ressort comme une balance ?

Bien sûr, ces questions ne demandent pas seulement une réponse oui/non mais une explication .

Correction :

Système étudié : {Ressort- Masse}
Référentiel : Laboratoire (supposé galiléen)

Alors, la première question, je me suis amusé, il est clair que l_2 ne sert à rien, il faut faire attention.
Ensuite, comme il est précisé que le ressort est idéal, il faut comprendre que l'on doit utiliser la force de rappel.

Dressons avant tout un bilan des forces.
Faire un bilan des forces consiste à lister les forces s'exerçant sur le système et à détailler leurs expressions. On finit souvent par un schéma, permettant de mettre au clair (ou on commence, à vous de choisir)

Système étudié : {Ressort}
Référentiel : Terrestre

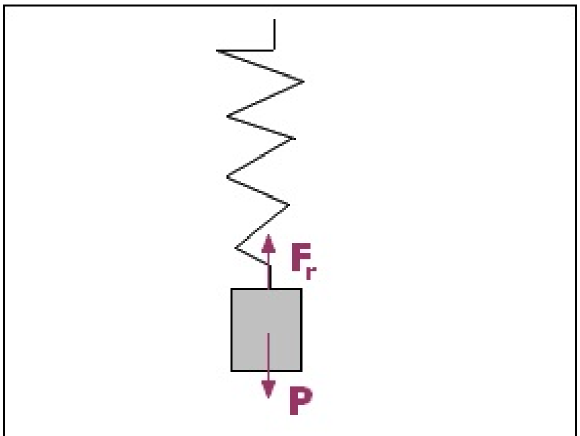
Forces en jeu :

- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$
- Force de Rappel : $\vec{F_r} = -k(l - l_0)\vec{u}_z = -k(l_3 - l_1)\vec{u}_z$

avec $\vec{u}_z$ un vecteur unitaire **ascendant**.

On définit toujours un vecteur unitaire pour nos calculs, ici c'est $\vec{u}_z$, mais notez que l'on précise toujours ce que c'est aussi.

Enfin, voilà notre schéma :



Schèma d'un ressort

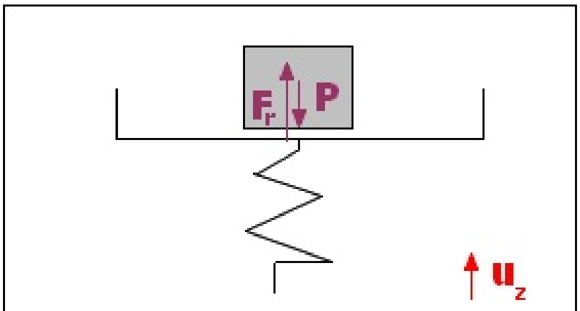
Maintenant, on doit exploiter l'information *en équilibre*. Dès que vous voyez *en équilibre* ou avec *un mouvement rectiligne uniforme*, il vous faut penser au principe d'inertie !

Ici, on aurait donc : $\vec{P} + \vec{F_r} = \vec{0}$, donc $\vec{P} = -\vec{F_r}$.
On passe à la norme est on remplace :
$mg||\vec{u}_z|| = k(l_3 - l_1)||\vec{u}_z||$ soit, $k = \dfrac{mg}{l_3 - l_1}$

Voilà une utilisation intéressante de la norme. S'il y a des nombre en FACTEUR dans une norme, on peut les en sortir : $||a\vec{u}_z|| = a||\vec{u}_z||$. Par contre, on ne peut généralement pas sortir un nombre s'il n'est pas facteur de tout ce qu'il y a dans la norme, exemple : $||a\vec{u}_z + b\vec{u}_y|| \neq (a+b)||\vec{u}_z + \vec{u}_y||$!
Au passage, si on prend la norme, c'est d'un vecteur et on obtient un nombre, pas un vecteur !

Nous avons trouvé k, maintenant, il nous reste encore à répondre à la question 2.

Cette fois, je regardais si vous aviez un peu d'intuition. On demande une balance, on peut se dire qu'elle est au sol et qu'on monte dessus, ou bien qu'elle est en l'air et qu'on tire dessus par exemple. Et ça, ça ne vous rappelle rien ? Exactement la question 1 ! Donc oui, on va pouvoir faire une balance, il suffit de suivre le schéma suivant :



Schèma d'une balance

On va maintenant réfléchir à la manière de trouver *m* !

On attend que le système soit en équilibre, la balance mesure l'allongement (négatif normalement) et ainsi on a, d'après le principe d'inertie, comme la balance est en équilibre, sa somme des forces est nulle, soit :
$\vec{P} = -\vec{F_r}$ (on peut directement écrire ça maintenant.)

On a donc : $mg = kx$, or on connait x, on peut donc en déduire m car : $m = \frac{kx}{g}$!

Maintenant, vous pouvez fabriquer votre propre balance, il ne vous reste plus qu'à faire un peu d'électronique pour savoir comment trouver x !
Ce qu'il faut retenir :

- Entre deux particules chargées électriquement il existe une force, dite **force de Coulomb**, telle que : $\vec{F}_{1/2} = k\frac{q_1 \times q_2}{r^2}\vec{u}_{1/2}$ avec q_1 et q_2 en Coulomb
- La **force de rappel** est dû à un ressort et vaut : $\vec{F}_{rappel} = kx\vec{u}$ avec $x = l - l_0$ l'allongement du ressort et u un vecteur qui part du bati vers l'objet avec pour direction celle du ressort.
- Et enfin la **force de tension**, dont on connait seulement l'existence et qui est parfois complexe à trouver. Elle est selon le fil, avec pour sens, vers le bâti.

Cette fois, nous avons fait le tour des forces couramment utilisées, on va pouvoir attaquer de la vraie mécanique, et là, ça va faire mal !

Projetons nos forces !

Jusqu'alors, nous nous sommes cantonnés à étudié des forces qui étaient alignées. Mais il s'agit plus d'un cas particulier que d'une situation réelle. Pour tenter de se rapprocher d'une étude plus réelle, je vous propose d'apprendre à projeter des forces.

Ce chapitre traite des nombreuses remarques que j'ai tenu durant les chapitres précédents sur la somme de vecteur. On va enfin pouvoir sommer facilement des vecteurs, et c'est très important !

L'image de ce chapitre est une projection de style cinématographique car c'est en effet une bonne représentation de ce que l'on va faire.

Ainsi, le plan de ce chapitre est simple, après s'être rappelé des formules trigo, on apprend ce qu'est la projection, comment on projette puis on enchaine sur le matériel que l'on peut alors utiliser avant de terminer ce chapitre et la première partie par un bel exemple !

[Maths] Rappel des fonctions trigo...

Enfin, vous les avez peut-être oubliées, prétendant que cela ne vous servirai jamais à rien, mais elles sont de retour, les fonctions trigonométriques !

Et oui, maintenant, il va falloir commencer à jouer dans la cour des grands, et pour ça, il va falloir absorber une certaine quantité de mathématique.

Alors, nous allons d'abord étudier les fonctions trigo dans leur aspect général, ensuite on parlera un peu du cercle trigo, rien de bien méchant, vous n'aurez rien à calculer, c'est la calculette qui fait ça pour vous !

Qu'est ce que les fonctions trigo ?

Voilà une question qui a tout son intérêt, qu'est ce qu'une fonction trigo ?

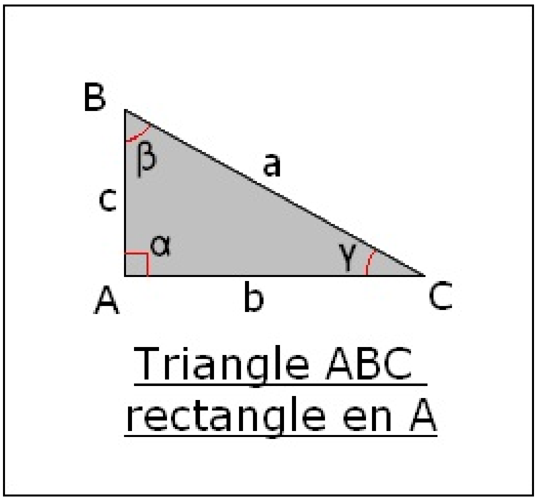
Et bien, ce sont les fonctions cosinus, sinus et tout ce que l'on peut faire avec elles : tangente, cotangente, Arcsinus, Arccosinus...
Ces noms peuvent faire peur, mais il n'y a ici pas grand chose à comprendre, seulement lire et retenir quelques propriétés de base.

Commençons par la fonction cosinus.

Le cosinus...

Nous adopterons ici une approche *géométrique*, plus concrète et simple à comprendre que l'approche par l'analyse.

Voilà la figure qui nous servira de modèle tout au long de cette sous-partie :



Petite explication du schéma. On est donc dans le cas d'un triangle rectangle en A. Les sommets sont marqués d'une lettre majuscule (A,B,C), les longueurs des côtés par la lettre minuscule du sommet qui est en face (a,b,c) et les angles sont notés en grec (α,β,γ).

Définition : Le cosinus d'un angle dans un *triangle rectangle* est le rapport $\cos(\beta) = \frac{\text{Côté adjacent à } \beta}{\text{hypoténuse}} = \frac{c}{a}$.

Cette définition mérite quelques éclaircissements. Tout d'abord, les formules de trigo tels que nous les utiliserons seront dans un triangle rectangle uniquement ! Il faudra alors toujours se débrouiller pour avoir un angle de 90°.
Ensuite le vocabulaire est assez obscur, en effet, on peut se demander ce qu'est le côté adjacent.
Alors prenez n'importe quel angle de votre triangle rectangle. Soit vous avez choisi l'angle droit et calculer son sinus et cosinus n'a aucun intérêt, soit vous en avez pris un autre. On se place uniquement dans le cas d'angle **aigus** (un angle aigu fait moins de 90°). Dans ce cas, deux côtés "bordent" l'angle. Vous voyez dans le schéma ci dessus que l'angle γ est pris entre deux côtés qui le délimitent. L'un est l'hypoténuse (le plus grand côté d'un triangle, toujours opposé à l'angle droit), l'autre est ce que l'on appelle **côté adjacent**.

Le **cosinus** permet alors de faire le lien (qui n'est pas évident) entre un angle et deux côtés du triangle. Dès que nous cherchons un côté, nous pourrons le trouver avec le cosinus (ou le sinus). Il faut donc bien retenir : $\cos(\beta) = \frac{\text{Côté adjacent à } \beta}{\text{hypoténuse}}$

Petites applications : Calculer à l'aide des cosinus suivant (en se servant du schéma au dessus) :

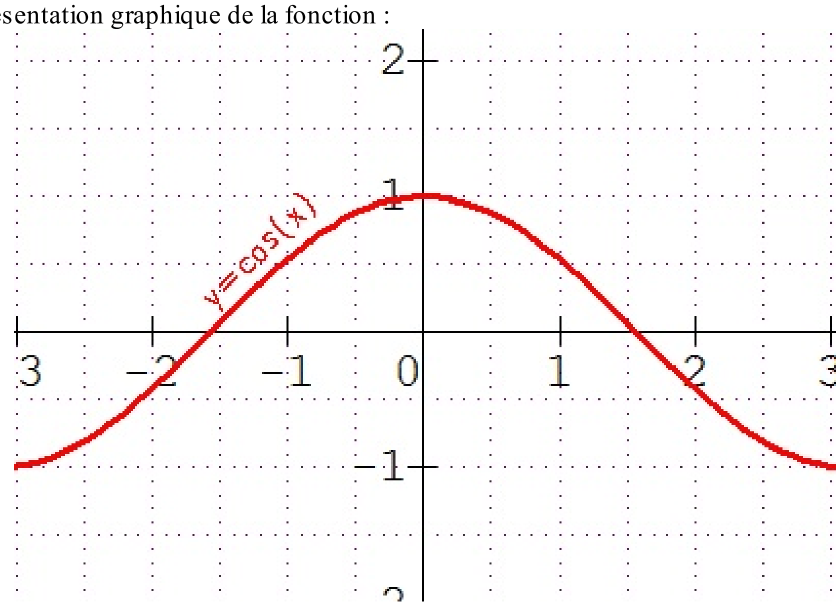
- $\cos(\beta)$
- $\cos(\gamma)$
- a
- b
- c

Correction :

Secret **(cliquez pour afficher)**

- $\cos(\beta) = \frac{c}{a}$ (c'était écrit au dessus)
- $\cos(\gamma) = \frac{b}{a}$
- $a = \frac{b}{\cos(\gamma)} = \frac{c}{\cos(\beta)}$
- $b = a\cos(\gamma)$
- $c = a\cos(\beta)$

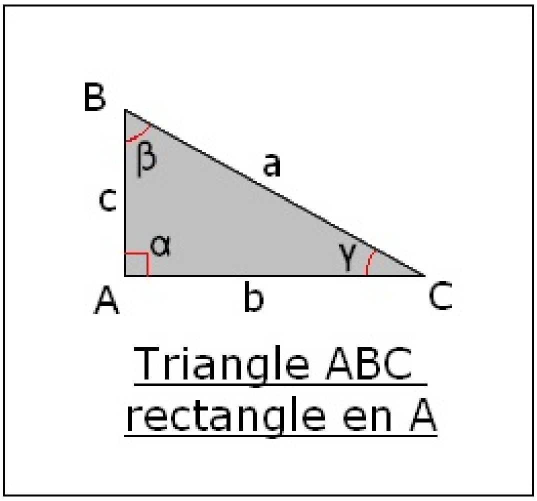
Voilà, pour finir, une représentation graphique de la fonction :



Graphique crée grâce au logiciel *sine qua non*

On constate (et c'est important), que le cosinus est compris entre -1 et 1 !

Et le sinus.



Triangle ABC rectangle en A

Définition : Le sinus d'un angle dans un *triangle rectangle* est le rapport $\sin(\beta) = \frac{\text{Côté opposé à } \beta}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{a}$.

Cette fois, c'est le mot **coté opposé** qu'il faut définir. Et bien, au lieu d'être le côté qui borde l'angle, il est le seul côté qui ne le borde pas ! C'est encore plus simple, non ?

Allez, on refait comme tout à l'heure, des petites applications directes.

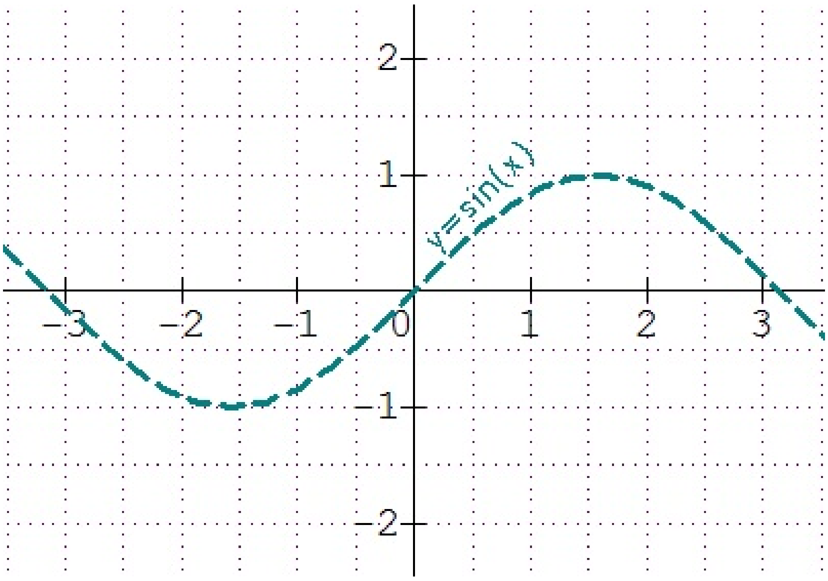
Petites applications : Calculer à l'aide des sinus suivant (en se servant du schéma au dessus) :

- $\sin(\beta)$
- $\sin(\gamma)$
- a
- b
- c

Correction :

Secret (cliquez pour afficher)

- $\sin(\beta) = \frac{b}{a}$
- $\sin(\gamma) = \frac{c}{a}$
- $a = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$
- $b = a\sin(\beta)$
- $c = a\sin(\gamma)$



Graphique crée grâce au logiciel *sine qua non*

Voilà, vous avez les formules que nous utiliserons très souvent en mécanique maintenant ! On va quand même les étudier un peu plus, sinon vous risquez d'être perdu .

Le cercle trigonométrique

Avant tout, les radians...

Cette fois, on déborde un peu, mais si on fait ça c'est pour vous habituer un peu ! Et oui, maintenant, les angles, ce ne sera plus des degrés, mais des **radians**. Un radian, c'est un peu comme un degré, sauf qu'on ne comprend pas trop ce que l'on utilise. C'est pratique, non ?

En fait, on a décidé, pour faire une analogie avec le cercle (vous avez constaté que les courbes faisaient un peu penser à des cercles, non ?) que 90 degrés, ce serait $\frac{\pi}{2}$ radian. C'est tout, il s'agit juste d'une norme.
Ainsi, on peut convertir des degrés en radian grâce à un tableau de proportionnalité :

Degré	Radian
90	$\frac{\pi}{2}$
a	x

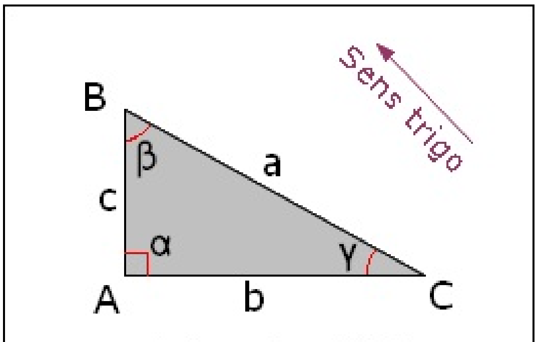
On suppose que l'on connait a et on cherche x.
La difficulté majeure est de trouver le coefficient de proportionnalité.

Pour trouver facilement le coefficient de proportionnalité entre colonnes ou lignes (ici les colonnes).
Vous prenez le chiffre de la deuxième colonne première ligne que vous divisez par celui de la première colonne.
Exemple ici : le coefficient s'appelle k : $k = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{90} = \frac{\pi}{180}$.

Ainsi, on sait que $ak = x$, donc $x = a\frac{\pi}{180}$ avec a l'angle en degrés et x l'angle en radian.

Maintenant, vous savez tout sur ces angles. On va quand même parler des angles négatifs ! Et oui, ça existe !
En effet, on a défini un sens, et tous les angles qui vont dans ce sens seront positifs, les autres négatifs, on parle alors d'**angle orienté**. Cette notion n'est pas nécessaire pour l'utilisation basique de la mécanique, mais il peut être bon de la connaitre. Le sens défini s'appelle **sens trigonométrique**, et il s'agit du sens anti-horaire (ouais pas cool, il aurait pu choisir horaire...).

Exemples :

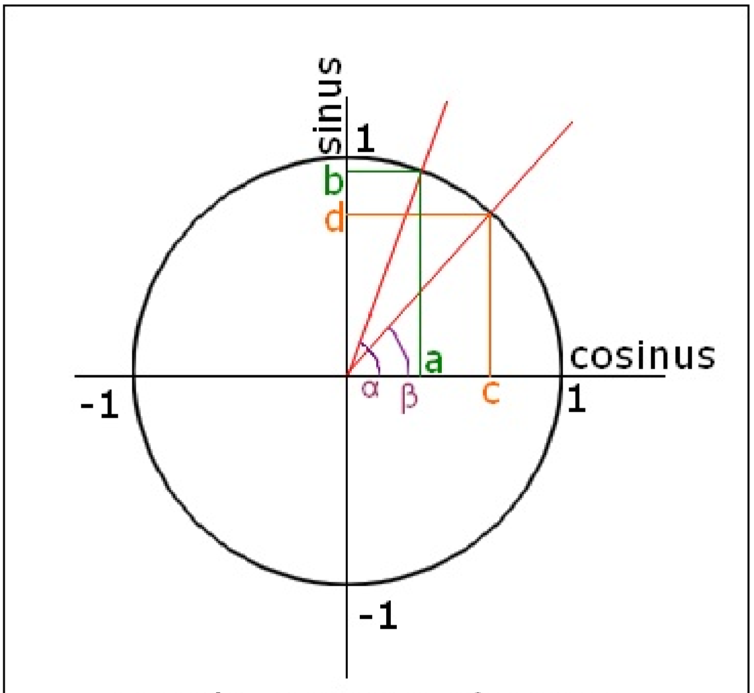


Triangle ABC rectangle en A

De A vers B, c'est dans le mauvais sens donc pas trigo.
De B vers A, par contre c'est le bon.
Pour finir, de C vers B, c'est ... le bon sens !

Voilà, c'est tout ce que l'on dira pour le moment sur ces angles .

... et maintenant notre cercle !



Cercle trigonométrique

Alors, nous avons deux angles pris au hasard, **aigus** (on a dit que l'on ne faisait que ça pour commencer). On trace la droite qui passe par le centre du cercle et qui a pour angle α avec l'horizontale. La demi-droite que l'on trace (demie car on part du centre vers un seul côté) coupe le cercle de rayon 1. Comme on a vu que le cosinus et le sinus prenaient des valeurs entre -1 et 1, et bien ce cercle pourrait nous servir à quelque chose.
En fait, on va tracer les droites vertes et on constatera que là où elle coupe la droite horizontale (droite des cosinus), et bien, on trouve le cosinus de l'angle en mesurant !

Attention à l'échelle toujours !

On a de même la droite des sinus. Et ce qui est fantastique, c'est que ça marche pour tout les angles ! Un bon moyen pour trouver ses cosinus !

Formules à connaitre !

Et oui, c'est le mot qui fait peur, mais bon, ne vous inquiétez pas, il n'y en a qu'une seule à vraiment connaitre, les autres seront rarement utilisées.

La principale, et d'ailleurs son nom est relation fondamentale de la trigonométrie, est vraie si on prend n'importe quel angle α :
$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sin^2(x) = \sin(x) \times \sin(x)$$

Voilà, ce n'était pas si dur ? Après, on va noter quelques égalités qui ne sont pas nécessairement à retenir, cela dépend de vous.
On note α un angle quelconque :
$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$
$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$
$$\cos(\alpha + \pi) = -cos(\alpha)$$
$$\sin(\alpha + \pi) = \sin(\alpha)$$

Il en existe d'autres, mais on aura le loisir des les découvrir plus tard, si on en a besoin ! Notez que ces formules se retiennent facilement en dessinant un cercle et en retenant que rajouter π revient à rajouter 180° !

Ici, on parle en radian !

Allez, si vous n'avez pas compris à partir du cercle trigo, ce n'est pas bien grave, je ne pense pas que l'on s'en servira beaucoup. Par contre, la première partie est absolument NÉCESSAIRE ! Rappelons ce qu'il faut connaitre :

- $\cos(\beta) = \dfrac{\text{Côté adjacent à } \beta}{\text{hypoténuse}}$
- $\sin(\beta) = \dfrac{\text{Côté opposé à } \beta}{\text{hypoténuse}}$
- $\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) = 1$

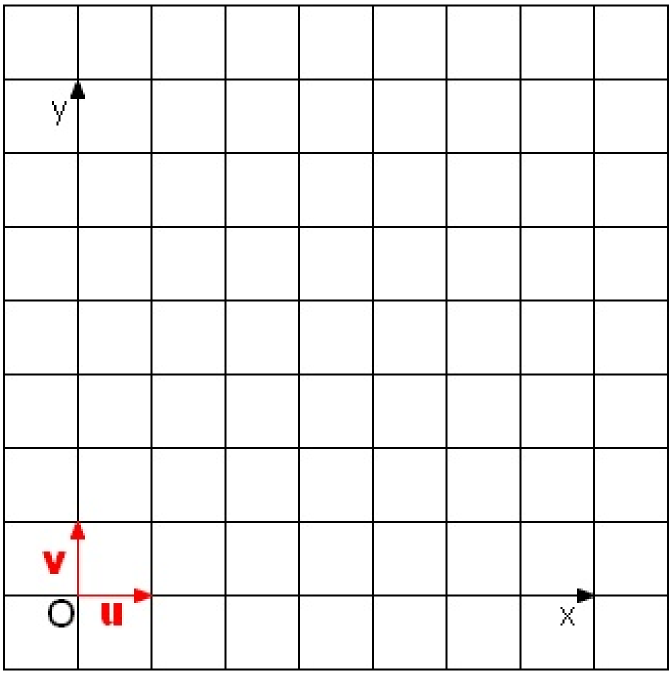
Si vous souhaitez en apprendre plus et surtout comprendre ces notions, je vous invite à lire ce très bon tutoriel.

Projetons un vecteur !

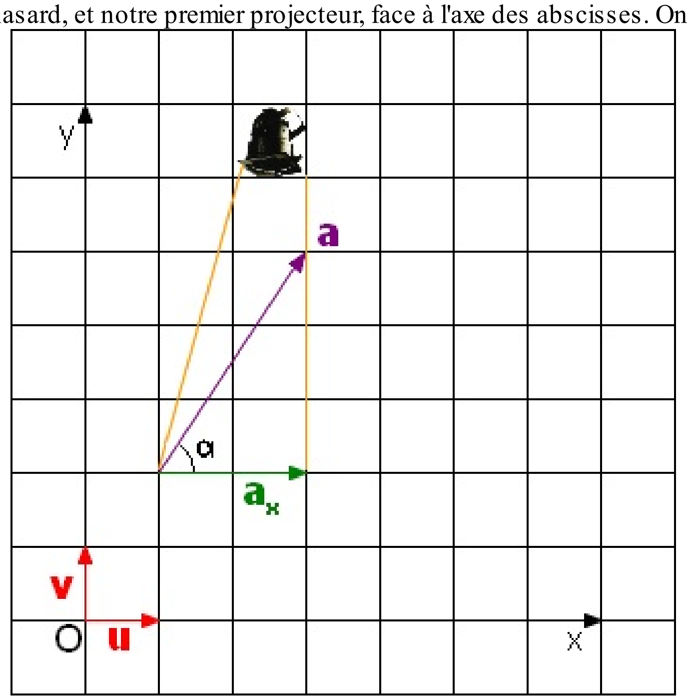
Projeter un vecteur, qu'est ce que c'est ?

En voilà une bonne question ! On en parle, c'est le titre du chapitre, mais finalement, on ne sait pas ce que c'est.
Pour bien vous rendre compte, je vous propose des dessins qui illustreront parfaitement la situation.

On se place dans une **base orthonormale**. Cela signifie que les axes sont perpendiculaires et ont la même échelle (ortho -> perpendiculaire et normale -> normé -> de même norme). Prenons le repère ci dessous par exemple :

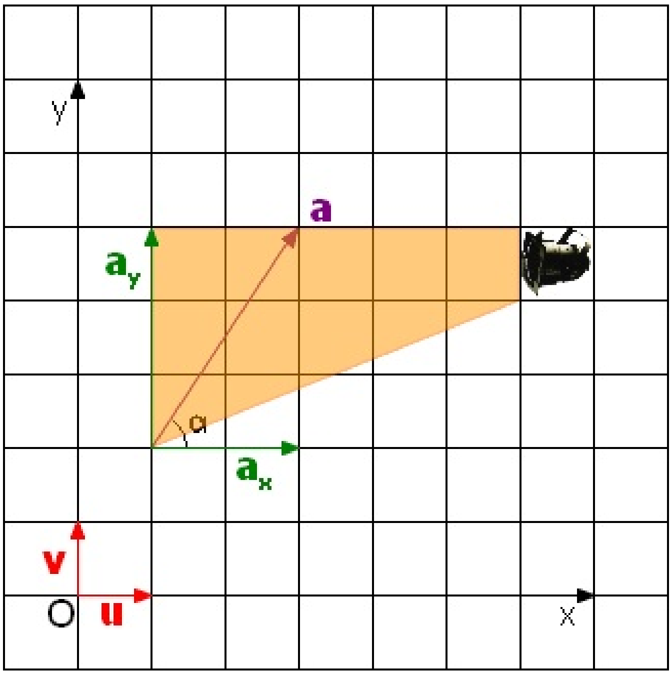


On va y placer un vecteur **a**, au hasard, et notre premier projecteur, face à l'axe des abscisses. On obtient ce dessin :

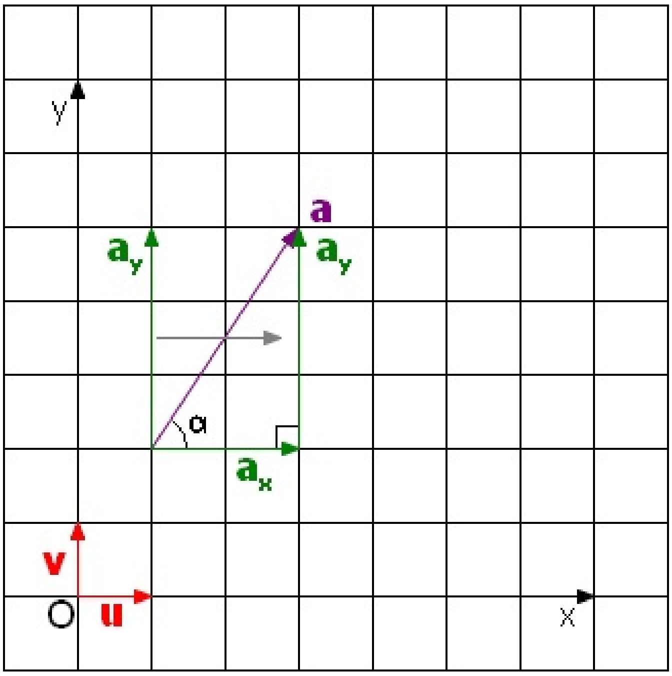


On allume le projecteur, et ce dernier va **projeter** notre vecteur sur le mur en face de lui, le mur des x. On a donc un nouveau vecteur, on peut l'appeler $\mathbf{a_x}$.

Maintenant, on fais pareil, mais avec l'axe des ordonnées.



Cette fois, on a terminé nos projections, on peut enlever nos projecteurs qui nous ont bien aidé et on va modifier un peu la figure.



En effet, un vecteur c'est défini par un point d'ancrage, mais nous, notre image, on peut la déplacer, et on va donc la faire se décaler un peu. Ainsi, si on place astucieusement $\mathbf{a_y}$ au point d'arrivée de $\mathbf{a_x}$, et bien on voit qu'il apparait un triangle rectangle !

$\mathbf{a_x}$ et $\mathbf{a_y}$ sont les projections du vecteur **a** dans le repére (O,**u**,**v**). Pour les obtenir, on utilise le produit scalaire **·**, ainsi :
$a_x = \vec{a} \cdot \vec{u}$.

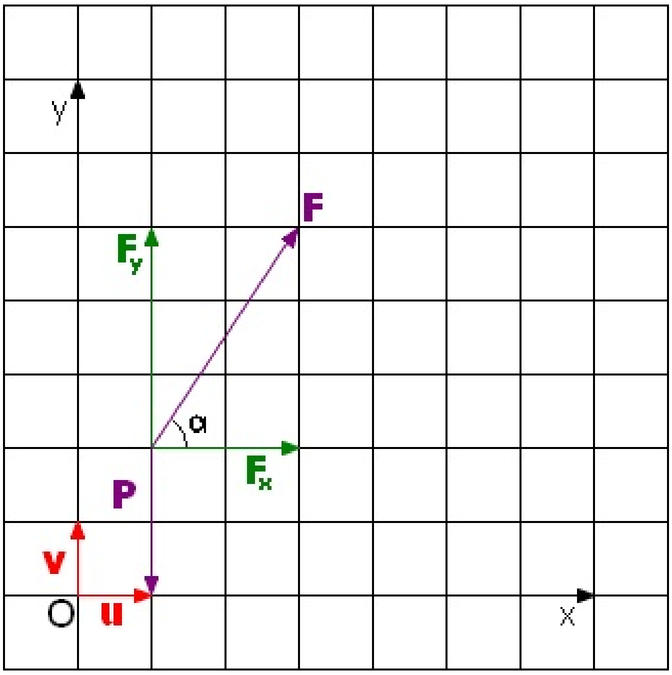
Mais mieux encore, on peut appliquer la relation de Chasles :
$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$

Grâce à tous ça, on va pouvoir faire plein de choses !

La projection, pourquoi ?

Avouez le, c'est la question que vous vous posez tous ? Et bien, je vais vous le montrer !

Imaginons que a soit une force, et qu'en même temps on ai une deuxième force, comme le précise le schéma qui suit :



Et bien là, si je vous demande la question classique, que vaut $\vec{P} + \vec{F}$? Vous ne pouvez pas me répondre !

Ceux qui auraient été tenté d'écrire $\vec{P} + \vec{F} = (P + F)\vec{u}$ avec $\vec{u}$ **unitaire** dans un certain sens selon une direction bien choisie se seraient lourdement trompés !
En effet, on ne peut pas additionner les normes ! On peut le faire, uniquement si les vecteurs on la même direction. Ici, ce n'est pas le cas ! Pour vous convaincre, reprenez les images sur les vecteurs qui sont ici.

Lorsque l'on écrit un vecteur sans sa flèche, c'est que l'on écrit sa norme, c'est un peu moins long que d'écrire $||\vec{P}|| = P$.

Oula, pas si vite, on peut dire quelque chose quand même !

Et oui, on va se servir de la relation de Chasles de tout à l'heure et des vecteurs **u** et **v**.

$$\vec{P} + \vec{F} = \underline{-P}\vec{v} + (\vec{F_x} + \vec{F_y}) = -P\vec{v} + F_x\vec{u} + F_y\vec{v} = (F_y - P)\vec{v} + F_x\vec{u}$$

On oublie pas le moins devant le P car **P** n'est pas dans le même sens que **v**.

Et voilà, on a su calculer la somme !

Mais à quoi ça nous avance de savoir ça ?

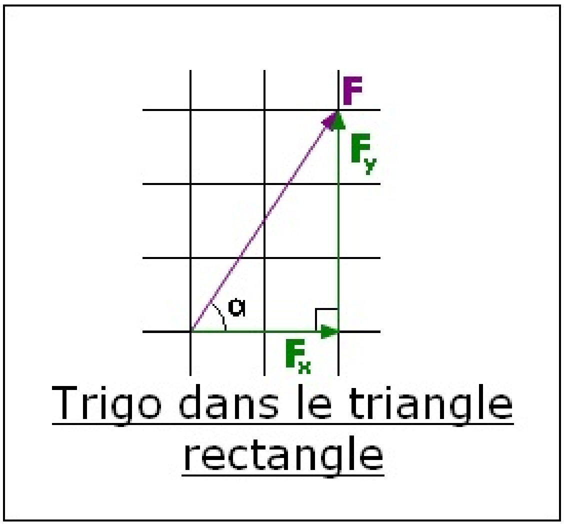
Alors là, c'est tout l'intérêt de la projection ! Maintenant on a des vecteurs selon deux directions orthogonales (perpendiculaires) donc on peut établir un système.
Je m'explique, mettons que nous voulons utiliser nos lois de Newton, on peut écrire une équation selon $\vec{u}$ et une autre selon $\vec{v}$ car on sait qu'elles se complètent ! Ainsi, nous pourrons trouver plusieurs équations !
Poursuivons notre raisonnement, vous avez le principe d'inertie qui dit : $\vec{P} + \vec{a} = \vec{0} = (F_y - P)\vec{v} + F_x\vec{u} = \vec{0}$

On peut le réécrire comme suit :

$$\begin{cases} \vec{P}_x + \vec{F}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

Et maintenant, on peut faire encore mieux ! Vous ne me croyez pas ? Et bien regardez attentivement :

Dans le triangle *rectangle* ainsi créé, on va utiliser nos formules de trigonométrie classiques !



Et bien, on va judicieusement utiliser F, car il y a des chances qu'on la connaisse, et supposez que l'énoncé nous donne α, on pourrait tout calculer ! Preuve à l'appui :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}} = \frac{F_x}{F} \text{ donc } \underline{F_x = F\cos(\alpha)}.$$
$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}} = \frac{F_y}{F} \text{ donc } \underline{F_y = F\sin(\alpha)}.$$

Pour s'en souvenir, il suffit souvent de prendre le cosinus puis le sinus du même angle, on a souvent des résultats intéressant comme ici !

Finalement, remplaçons dans notre système :

$$\begin{cases} \vec{P}_x + \vec{F}_x = \vec{0} \\ \vec{P}_y + \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P_x + F_x = 0 + F\cos(\alpha) = 0 \\ -P_y + F_y = -P_y + F_y = 0 \end{cases}$$

On se retrouve dans la même situation que d'habitude. Et voilà, maintenant, les pentes ne vous posent plus de soucis. Tiens, on a dit pente, ça ne vous rappelle rien ?

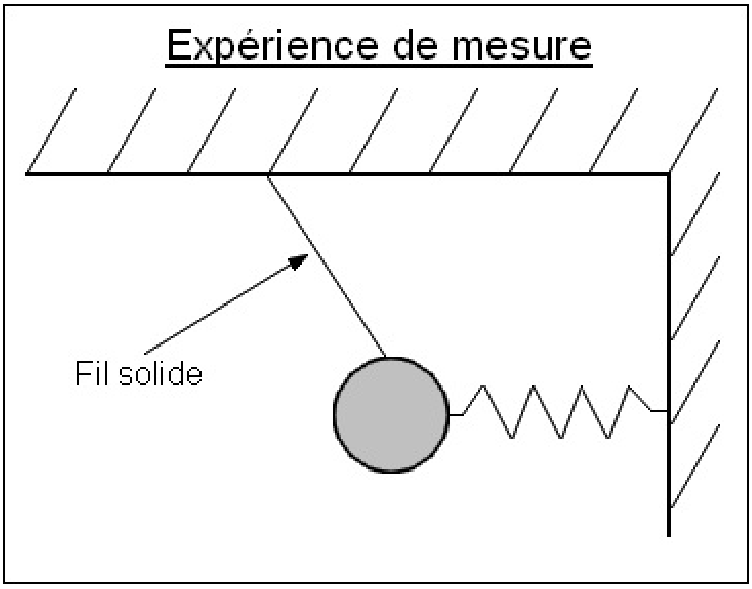
[Exercices] Petit ressort et boules chargées

Je vous propose deux exercices, le premier je vous conseille de tâtonner sans y perdre trop de temps si vous n'y arrivez pas. Le second, vous devez y arriver, ce sera le même principe que le premier. On est parti, bon courage !

Petit ressort...

Bon voilà, je vous expose le problème. On a un ressort vraiment, vraiment tout petit... Et on ne connait pas sa constante de raideur. On voudrait donc la chercher mais on sait que si l'on suspend un poids de plus de 1g, il se déforme. Or, moins de 1g empêche des mesures correctes (on est dans notre laboratoire fait maison, on ne dispose que d'une règle...).

Alors, une idée pour alléger le poids tout en permettant un allongement mesurable est présentée ci dessous :



La question est bien sûr :
Sachant la masse m en équilibre, trouvez k.

Données :
Masse de la boule : m
Longueur à vide du ressort : l_0
Longueur pendant équilibre : l
Constante (inconnue) du ressort : k
L'angle depuis la ficelle jusqu'au mur : α

C'est loin d'être évident au premier abord, mais c'est le dernier chapitre de cette partie !

Correction :

Système étudié : {masse}
Référentiel : laboratoire (considéré galiléen)

Maintenant que nous avons posé nos bases, commençons à réfléchir sur le système.
Avant de faire un bilan des forces, il est bon de se poser et de regarder le sujet (assez rapidement, mais bon, cet exercice est difficile...). On voit qu'il y a bien une action de la masse sur le ressort, il s'agirait sûrement d'un étirement. Bon, l'objectif est donc de trouver la valeur de cette force vu que l'on connait l et l_0 on pourra trouver k.
La masse étant en équilibre, il va nous falloir utiliser le **principe d'inertie**. Les forces n'auront pas la même direction, on doit donc en projeter.

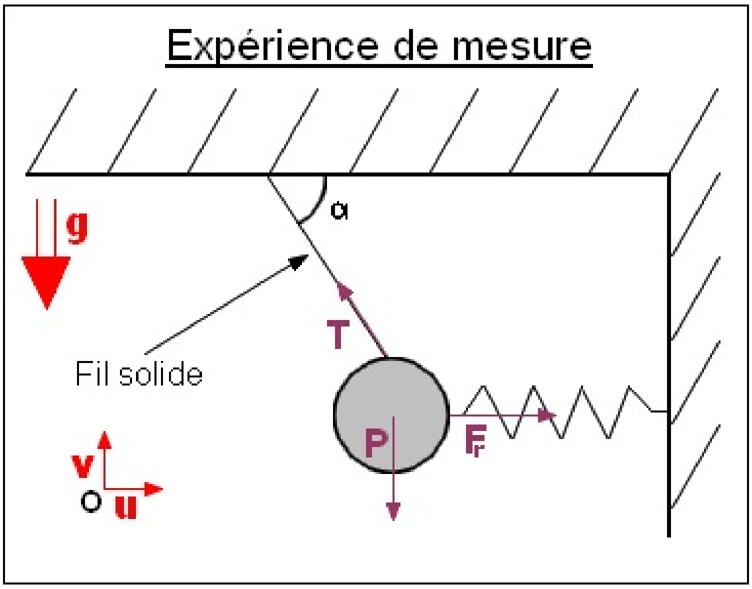
Bon ben voilà, on sait tout ce que l'on doit faire. Commençons par faire un bilan des forces.

La démarche :

- Bilan des forces
- Projection et nouvelle expression
- Utilisation d'une loi de Newton

est commune pour tous les exercices !

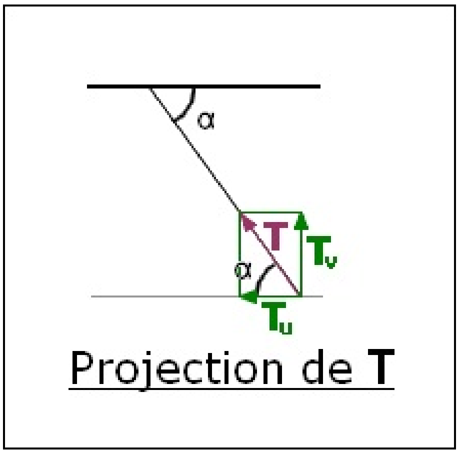
Sur notre chère masse, nous avons trois forces connues qui s'y appliquent :



- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{v}$
- Tension : $\vec{T}$
- Force de rappel : $\vec{F_r} = k(l - l_0)\vec{u}$

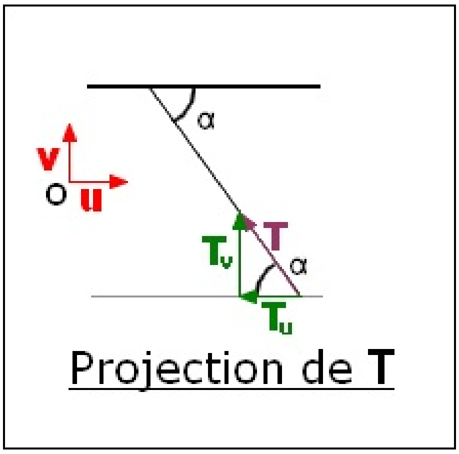
Bon, on voit qu'on ne connait pas **T**, alors d'habitude, on définit deux vecteurs orthogonaux dont l'un est dans la même direction et même sens que **T** pour ainsi avoir, après projection, une équation sans notre vecteur **T** (en effet, après projection on a une équation selon **u** et une autre selon **v**). Cette technique fera l'objet d'un chapitre entier dans la partie suivante !
Mais ici, on voit bien que nos deux autres forces sont déjà en fonction de **u** et **v**, alors on a envie de tenter l'aventure et de projeter **T**, on verra si notre choix est judicieux plus tard !

Projetons **T** alors !



Cette image nécessite quelques explications. Tout d'abord, il nous a fallu trouver l'angle que faisait $\vec{T}$ avec $\vec{u}$ ou $\vec{v}$. C'est fondamental que ce soit cet angle que l'on connaisse ! Ici, on a trouvé un angle qui valait α. La justification mathématique est **angles alternes-internes**. Il s'agirait ici d'une droite coupant deux droites parallèles, leurs angles alternés intérieurs sont égaux.
Bon sinon l'explication qui nous satisfait (nous en tant qu'élèves), c'est qu'on ne connait que α et l'angle semble être ce dernier ! (à ne surtout pas écrire dans une copie !)

Donc, une fois qu'on a trouvé l'angle, il "suffit" de projeter pour faire un triangle rectangle. C'est bien ce que l'on a fait. Maintenant, on "imagine" qu'on déplace $\mathbf{T_v}$ jusqu'au bout de $\mathbf{T_u}$, ce qui nous donne :



Pourquoi est-ce T_v que l'on a déplacé et pas T_u ?
La question est intéressante et rarement posée, c'est l'occasion d'y apporter une réponse . On aurait pu déplacer

T_u mais on aurait eu un problème après car l'on ne connaissait pas d'angle dans ce triangle. Donc, au revoir formule trigo ! Ici, on connait un angle, c'est parfait pour la projection.
Donc, on peut dire que l'on déplace le vecteur dont on ne connait pas d'angle !

Alors, maintenant, on utilise nos formules de trigonométrie.

$\cos(\alpha) = \frac{T_u}{T}$ et $\sin(\alpha) = \frac{T_v}{T}$, ainsi on peut trouver nos deux composantes en **u** et **v** :
$\underline{T_u = T\cos(\alpha)}$ et $\underline{T_v = T\sin(\alpha)}$.

Le principe d'inertie nous tend les bras maintenant :
$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F_r} = \vec{0}$ donc :
$-mg\vec{v} + \vec{T_u} + \vec{T_v} + k(l - l_0)\vec{u} = \vec{0}$
On fini d'écrire ça avec des $\vec{u}$ et $\vec{v}$ partout :
$-mg\vec{v}\underline{-T_u}\vec{u} + T_v\vec{v} + k(l - l_0)\vec{u} = \vec{0}$

Attention au moins devant $\mathbf{T_u}$ qui témoigne du fait que dans notre dessin juste au dessus, $\mathbf{T_u}$ et **u** ne sont pas dans le même sens !

Maintenant, il ne nous reste plus qu'à rassembler les **u** ensemble sur une ligne et les **v** sur l'autre ligne, ce qui nous donne :

$$\begin{cases} -T_u + k(l - l_0) = 0 \\ -mg + T_v = 0 \end{cases}$$

Voilà, le plus dur est fait, maintenant, continuons !

$$\begin{cases} -T_u + k(l - l_0) = -T\cos(\alpha) + k(l - l_0) = 0 \\ -mg + T_v = -mg + T\sin(\alpha) = 0 \end{cases}$$

Là, le miracle se produit, on va pouvoir trouver T !
Et oui, regardez bien : $-mg + T\sin(\alpha) = 0 \Leftrightarrow T\sin(\alpha) = mg \Leftrightarrow T = \frac{mg}{\sin(\alpha)}$

C'est quand même merveilleux, non ?

Maintenant, pour résoudre un **système** (deux équations avec une accolade devant), on trouve une inconnu (ici T) dans une équation et on la remplace dans l'autre :

$$-T\cos(\alpha) + k(l - l_0) = 0 \Leftrightarrow k(l - l_0) = T\cos(\alpha) \Leftrightarrow k = \frac{T\cos(\alpha)}{l - l_0} = \frac{\frac{mg}{\sin(\alpha)}\cos(\alpha)}{l - l_0}$$

On simplifie pour conclure :

$$k = \frac{mg\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)(l - l_0)}$$

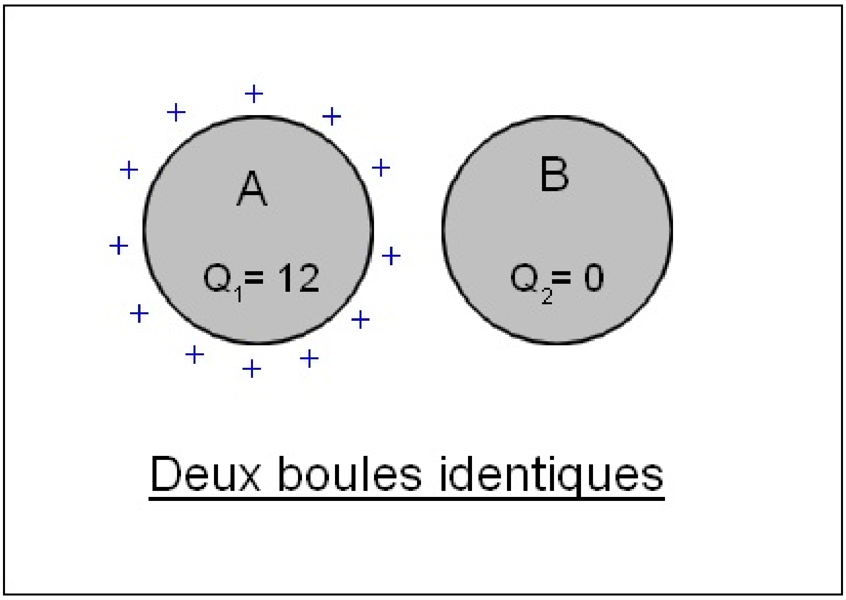
C'est beau, non ?

Boules chargées

Cet exercice va permettre de déterminer la charge d'un élément. On va prendre une boule métallique A chargée par une charge de Q coulomb. Le but de l'exercice est de déterminer cette charge Q.

La méthode que je vous propose est assez connue et est utilisée dans l'expérience de Coulomb qui sert à prouver sa loi. On refera cette expérience le moment venu. Le principe est simple, il suffit de prendre une autre boule, de même masse m métallique **neutre**. Elle est également **conductrice**, c'est à dire que ses charges sont à même de se déplacer dans la boule. Dire qu'elle est **neutre** signifie simplement que sa charge totale est nulle, donc il y a autant de charges positives que négatives.

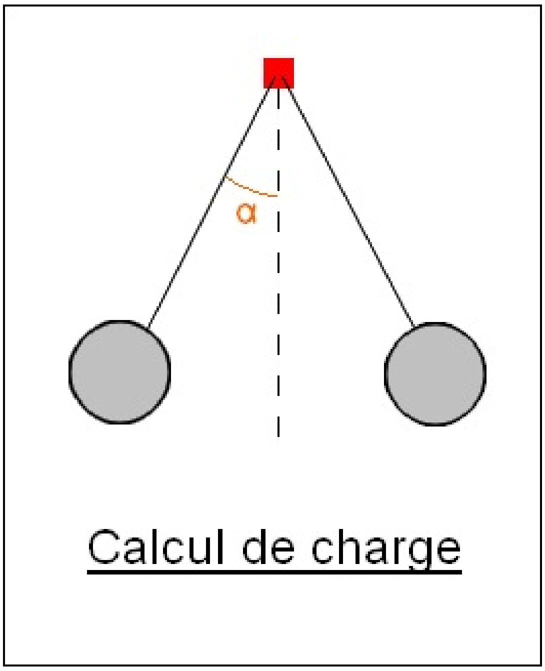
On a donc le schéma suivant :



J'ai choisi arbitrairement de poser Q_1 positif pour l'explication. Maintenant, il se passe un phénomène de conduction et d'**équilibre électrique** lorsque les deux sphères rentrent en contact. En effet, les charges vont s'équilibrer dans les deux boules de façon à avoir $Q_1 = Q_2$. Dans l'exemple, on aurait après contact $Q_1 = Q_2 = 6$. On remarque alors ce que l'on appelle la **conservation de la charge**. En effet, le nombre de charge total dans les deux boules restent toujours le même.

Revenons maintenant à notre sphère chargée Q. On la fait toucher B et on a alors la boule A chargée de $\frac{Q}{2}$ alors que la boule B est chargée $\frac{Q}{2}$. Or, on le sait, deux boules chargées du même signe se repoussent. Ainsi, en mesurant la distance entre les boules, on devrait réussir à trouver Q.

Voici le schéma que je vous propose pour cette expérience :



α est l'angle que l'on peut mesurer une fois l'équilibre atteint.

Sachant que les deux fils sont de même longueur l, serez-vous capable de trouver Q en connaissant α ?

Correction

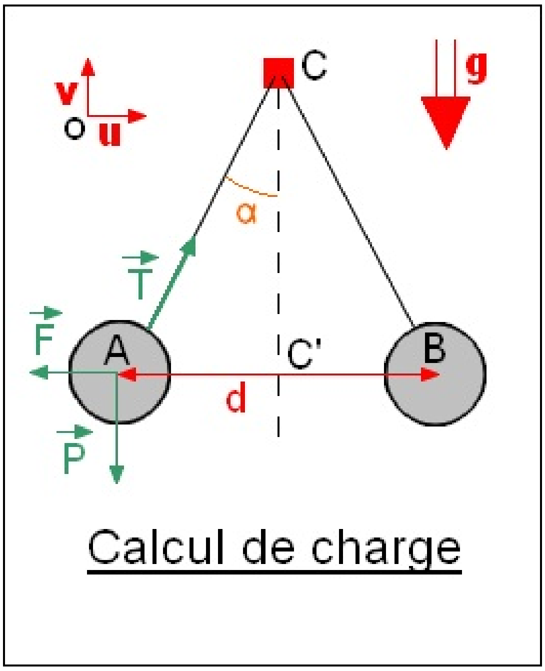
Pour ceux qui ne savent pas commencer, la méthode est toujours la même, je la réécrit :

- Bilan des forces
- Projection et nouvelle expression
- Utilisation d'une loi de Newton

Une des difficultés ici est de savoir quel système on étudie. On note que le problème est symétrique, on avait besoin de l'autre boule pour permettre une réaction, mais finalement, une seule boule nous intéresse, on a donc :

Système étudié : {Boule A}
Référentiel : laboratoire (considéré galiléen) (oui, on ne va pas s'embêter, c'est très agréable de ne pas avoir à y réfléchir)

Maintenant, faisons le bilan des forces, on a :



- Poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{v}$
- Tension $\vec{T}$
- Force électrostatique $\vec{F} = -k\frac{\frac{Q}{2} \times \frac{Q}{2}}{d^2}\vec{u} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{Q}{2} \times \frac{Q}{2}}{d^2}\vec{u}$

Cette dernière force demande surement quelques explications. Déjà, j'ai décidé de remplacer k par sa valeur, cela permet de ne pas confondre avec l'exercice précédent et montre une certaine connaissance. De plus, vous notez que l'on a choisi la base ordinaire pour l'étude de cette situation. On note que les forces auront une expression assez simples une fois projetées, donc c'est très bien.

On a dit que $\vec{F}$ était répulsive car les boules étaient chargée. Cette force est bien selon la droite qui relie A à B, donc elle s'exprimera selon $\vec{v}$. Le sens de $\vec{v}$ implique qu'il y aura un $-$. La seule difficulté de l'exercice consiste à bien écrire cette force.

Avant de continuer, il va falloir faire une petite étude mathématique pour déterminer d.
On utilise un principe intuitif. **Si le problème présente une symétrie au niveau des causes, il y a également symétrie pour les conséquences.** Ce charabia veut simplement dire que notre angle α est l'angle entre $\vec{CA}$ et $\vec{CC'}$ mais également entre $\vec{CC'}$ et $\vec{CB}$. Le triangle ABC est donc isocèle en C et se découpe en deux triangles rectangles ACC' et BCC' avec $AC' = BC'$ car (CC') est un axe de symétrie.

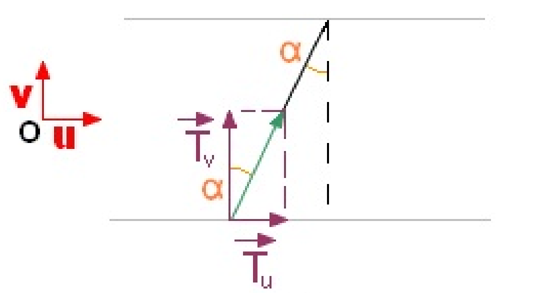
Finalement, on peut utiliser nos relations avec les sinus et cosinus. On cherche ici le coté opposé à α, on va donc utiliser le sinus, on a alors $\sin\alpha = \frac{AC'}{AC} = \frac{\frac{d}{2}}{l} = \frac{d}{2l}$. Il ne reste plus qu'à isoler d, ce qui donne : $\underline{d = 2l \times \sin\alpha}$

Poursuivons notre bilan des forces, on obtient alors :

- Poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{v}$
- Tension $\vec{T}$
- Force électrostatique $\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{Q}{2}\right)^2}{4l^2\sin^2\alpha}\vec{u} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{16l^2\sin^2\alpha}\vec{u}$

On note souvent $(\sin\alpha)^2 = \sin^2\alpha$, c'est simplement une notation.

Maintenant, on voit bien qu'il nous manque $\vec{T}$, donc on va la projeter. C'est parti, voici notre schéma :



Projection de $\vec{T}$ sur (O,u,v)

La justification pour l'angle α est encore la même, angles alternes internes. Cette fois, je ne refais pas le dessin car on finit par avoir l'habitude, on fait glisser $\vec{T}_u$ jusqu'au bout de $\vec{T}_v$. Ainsi, on a un triangle rectangle et T_u est le côté opposé à α alors que T_v est son côté adjacent. Après les mêmes calculs que d'ordinaire, on trouve :

$$\begin{cases} T_u = T\sin\alpha \\ T_v = T\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{T} = T\sin\alpha\vec{u} + T\cos\alpha\vec{v}$$

En effet, cette fois il n'y a pas de moins car $\vec{T}_u$ est dans le même sens que $\vec{u}$ et $\vec{T}_v$ est dans le même sens que $\vec{v}$.

On a finit nos projections, la prochaine étape est l'utilisation du principe d'inertie car nous sommes en équilibre.

D'où $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$. Après avoir projeté les forces, on a :

$$\begin{cases} -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{16l^2\sin^2\alpha} + T_u = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{16l^2\sin^2\alpha} + T\sin\alpha = 0 \\ -mg + T_v = -mg + T\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

Grâce à la seconde équation, on peut isoler T, on a : $\underline{T = \frac{mg}{\cos\alpha}}$.

On est proche de la fin, on remplace dans la première équation pour obtenir : $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{16l^2\sin^2\alpha} + \frac{mg}{\cos\alpha}\sin\alpha = 0$, donc :

$$Q = \sqrt{\frac{16mgl^2\sin^3\alpha}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cos\alpha}} = 8l\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mg\sin^3\alpha}{\cos\alpha}}$$

C'est un très joli exercice, mais il est complexe je trouve. Peut-être n'avez vous pas réussi à aller jusqu'au bout, néanmoins, vous avez vu que les mathématiques sont indissociables de la physique. Cependant, on demande moins de rigueur en physique alors profitez en !

On pourrait en avoir terminé, mais une petite idée me traverse l'esprit. Franchement, quand je vois qu'une charge ça vaut quelque chose de si compliqué, j'ai envie de croire que je me suis trompé. Comme je doute, je vais faire une vérification, un test d'homogénéité ! Vu la tête de la formule, ça risque de prendre un peu de temps, mais comme nous sommes courageux, nous allons nous lancer ! Ce passage est plutôt pour une seconde lecture tout de même car elle demande un peu de pratique.

Comme je disais, nous avons besoin d'un peu moins de rigueur, donc on va se permettre de garder des unités pour alléger notre analyse dimensionnelle. Par exemple, $[g] = L.T^{-2} \equiv m.s^{-2}$. On utilise alors le symbole $\equiv$ car ce n'est pas strictement égal. Cela va beaucoup simplifier nos calculs.

On procède par morceaux, je vous propose de commencer par $\frac{mg}{k}$. On a donc $[\frac{mg}{k}] = [4\pi\varepsilon_0 mg] = [\varepsilon_0 mg]$ car $[4\pi] = 1$, et oui ils n'ont pas d'unité.

Maintenant, on fait comme si on avait oublié que j'avais donné l'unité de k, et on va la rechercher. On se souvient par contre qu'une force a pour dimension $M.L.T^{-2} \equiv kg.m.s^{-2}$. Or $k\frac{q_1 q_2}{d^2}$ est une force donc elle a pour dimension $M.L.T^{-2}$, d'où $kg.m.s^{-2} \equiv [k][\frac{q_1 q_2}{d^2}] \equiv [k].C^2.m^{-2}$. Voilà un intérêt d'utiliser les unités, parce que le Coulomb (C) n'est pas une dimension, donc il faudrait la chercher et ça risquerait de prendre du temps... pour rien !
En simplifiant dans nos calculs précédents, on a : $[k] = [\frac{1}{\epsilon_0}] \equiv kg.m^3.s^{-2}.C^{-2}$.

Attention cependant à la différence entre l'unité kg pour kilogramme et k.g qui n'est pas une unité. J'ai pris l'habitude de séparer mes unités par des ., cela évite la confusion.

Maintenant, on injecte dans notre première équation, on a
$[\epsilon_0 mg] \equiv \frac{1}{kg.m^3.s^{-2}.C^{-2}}.kg.m.s^{-2} = kg^{-1}.m^{-3}.s^2.C^2.kg.m.s^{-2} \equiv C^2.m^{-2}$. La dimension de $\frac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha}$ est 1 car c'est un nombre et n'a pas d'unité (c'est toujours le cas des fonctions $\cos$ et $\sin$).

Finalement, quand on prend la racine, on multiplie les puissances par $\frac{1}{2}$, ce qui nous donne

$$\left[\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mg\sin^3\alpha}{\cos\alpha}}\right] = \left[\sqrt{\frac{\varepsilon_0 mg\sin^3\alpha}{\cos\alpha}}\right] = [\sqrt{\varepsilon_0 mg}]\left[\sqrt{\sin^3\alpha\cos\alpha}\right] = [\varepsilon_0 mg]^{1/2}.$$

Ouf, on approche de la fin, il suffit de passer aux unités, on a donc : $\left[\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mg\sin^3\alpha}{\cos\alpha}}\right] \equiv C^{2/2}.m^{-2/2} \equiv C.m^{-1}$.

Maintenant, on est presque arrivé à notre formule initiale, comme $[l] = L \equiv m$, on a
$[Q] = \left[8l\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mg\sin^3\alpha}{\cos\alpha}}\right] \equiv m.C.m^{-1} = C$! Ouf, une charge en Coulomb, l'opération est réussie, maintenant on est sûr à 90 que l'on a pas fait d'erreur vu que l'on tombe sur un résultat cohérent. Evidemment, si on avait trouvé des mètres ou des grammes, on se serait poser des questions...

Cette deuxième partie est intéressante mais montre bien comme l'analyse dimensionnelle demande de la pratique avant d'être bien

maîtrisée. Je vous assure qu'avec l'habitude cette vérification ne prend pas plus de 5 minutes !
Ce qu'il faut savoir :

- **3 formules de trigonométrie classiques** :
  - $\cos(\beta) = \frac{\text{Côté adjacent à } \beta}{\text{hypoténuse}}$
  - $\sin(\beta) = \frac{\text{Côté opposé à } \beta}{\text{hypoténuse}}$
  - $\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) = 1$
- Le **mécanisme de projection** vu dans la partie 2 qui est ESSENTIEL !
- La décomposition selon les vecteurs de base avec l'utilisation du principe d'inertie

Ce chapitre, vous l'aurez compris, ne servait pas qu'à comprendre les mécanisme de projection, mais aussi à faire un bilan de tout ce que vous avez appris jusque là !

Et vous voyez, ce n'est pas rien, maintenant vous pouvez résoudre des problèmes complexes (ou du moins proposer des solutions pour le trouver). La difficulté de la projection est certaine, mais avec le temps et un peu de pratique, cela devient plus facile !

Je vous propose de refaire après ces quelques exos le premier, vous verrez que vous y arriverez mieux !

Allez, bravo à vous, c'était le chapitre le plus dur de la première partie !

Partie 2 : Annexe

Analyse dimensionnelle

Tout au long de ce tutoriel, nous avons toujours fait attention aux cohérences d'unités. Il est primordial d'utiliser les unités SI, il faut tester l'homogénéité...

Enfin, que d'impératifs que l'on ne comprend pas très bien, et bien, nous allons en parler quelque peu.

Les unités SI

Aujourd'hui, on est tous dans la même galère. Il nous faut trouver des solutions ensembles, et travailler ensemble... et bien c'est loin d'être **facile**.
Chaque pays a fait son bonhomme de chemin parfois seul, parfois en collaboration, mais les sciences (tout comme le reste mais ce n'est pas le sujet ici), ne sont pas également réparties dans le monde. Pour tenter d'uniformiser tout ça, il faut déjà s'entendre sur des normes communes pour se comprendre !

C'est pour ça que les unités **SI** (système international) ont été inventé.

Ces unités sont listées dans le tableau ci-après, et tout vos résultats doivent être **exprimé** dans ces unités pour plusieurs **raisons**.

La première c'est ce que nous avons déjà dit, pour être **mieux compris** . On peut mieux se représenter les kilomètres par heure que les mètres par seconde, certes, mais il n'empêche que vous n'avez pas le choix, **vous ferez vos calculs avec ces unités**, sauf si vous êtes dans un contexte qui vous pousse à les faire avec d'autres.
Par exemple, si vous travaillez dans l'espace, parler en mètres et surement abusé, on parlera en kilomètres puis en UA (unité astronomique = 150.000.000 km = distance Terre-Soleil) et certainement en année lumière après (distance parcourue en 1 an à la vitesse de la lumière). **Alors, je vous conseille de toujours faire assez attention à tout ça !**

La seconde est capitale, en calculant en SI, vous assurez **la cohérence de vos résultats**. Les constantes que l'on utilise sont très souvent exprimées en **SI**, les unités étant souvent complexes, vous ne pourrez pas les modifier pour les utiliser avec des litres ou des bar par exemple.

Souvent, si vous recherchez des constantes sur Internet ou dans des livres, les auteurs **précisent les unités**. Cela juste pour ne pas vous perdre. Par contre, des sujets scolaires seront parfois plus embêtants. En effet, pour vous empêcher de glaner des informations sur les unités, il est "légal" d'écrire : R = 8.314 SI. Et là, l'unité, et bien vous ne l'avez pas, mais vous savez que vous devez **tout utiliser en SI**.
Par contre, vous n'êtes pas encore rédacteur de sujets, et écrire SI au lieu de l'unité appropriée témoigne d'**une absence de connaissance ou de recherche**. Donc, l'unité "SI" est à proscrire sur toute copie !

Alors voilà le tableau tant attendu :

Unités du système international

Nom	Symbole [écriture dimensionnelle]	Explications
Mètre	m [L]	Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde.
Kilogramme	kg [M]	Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme.
Seconde	s [T]	La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Ampère	A [I]	L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2.10^{-7} Newton par mètre de longueur.
Kelvin	K [θ]	Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

Mole	mol [n]	1. La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. 2. Lorsqu'on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules.
Candéla	cd [J]	La candéla est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540 x 10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian.

Comment l'utiliser ?

Tout d'abord, n'avez vous pas été surpris de découvrir qu'il n'y avait pas le Newton, le Watt, le Joule... ?

En fait, à partir de **ces sept unités**, on peut reconstruire les unités connus actuellement. C'est assez impressionnant de se rendre compte que 7 briques élémentaires construisent tout ce que nous savons aujourd'hui, non ?

Avant de vous montrer comment retrouver quelques unités de base, il nous faut apprendre à manier tout ça.
Tout d'abord, qu'est ce que [L], [M] et autres notations entre crochets ?

Et bien, pour ne pas être dépendant des unités, [M] désigne une masse, [L] une longueur... Ainsi, **une analyse dimensionnelle**, c'est un calcul avec ces 7 lettres. Allez, je vous montre un exemple.

Le Newton. Pour le définir, nous pensons aux forces, mais instinctivement, on ne peut pas trouver son unité. Il suffit d'écrire **la seconde loi de Newton** pour en connaitre l'expression :

$m\vec{a} = \vec{F_{ext}}$ donc $[F_{ext}] = [m][a] = M.L.T^{-2}$.

Et voilà, on a donc : **1 N = 1 kg.m.s^{-2}**.

On en refait d'autres car on ne se lasse pas :

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ avec k la constante de raideur et m la masse, ω est alors la pulsation propre.

Il va nous falloir trouver k avant de se lancer. On a : $\vec{F} = k(l - l_0)$ donc : $[k] = [\frac{F}{l - l_0}] = \frac{[N]}{L} = M.T^{-2}$

On peut donc conclure : $[\omega] = [\sqrt{\frac{k}{m}}] = M^{1/2}.T.M^{-1/2} = T^{-1}$

J'ai fait exprès de signaler que je mettais à la puissance 1/2. En effet, la racine carrée correspond à la puissance 1/2, la racine cubique 1/3... **Il peut être assez bon de le noter quelque part, cette information est souvent utile.**

Il reste quand même quelque chose d'intrigant dans cette formule... C'est que si on calcule **la pulsation propre** en TP, on trouve que cela correspond à des degrés par seconde donc des **radians** par seconde, pourquoi trouvons nous des s^{-1} alors ?

Les degrés mesurés ne sont pas des unités, mais seulement des constantes. Elles ont alors la même dimension : 1 !
[rad] = 1

Voilà, maintenant, si on vous demande de vérifier **l'homogénéité de vos résultats**, vous pouvez le faire ! Mais, véritablement, il est important de savoir évaluer des résultats au coup d'oeil, cela permet souvent de corriger des erreurs simples comme une multiplication qui est devenue une division sans le faire exprès...

Dans la vraie vie (enfin la vie de physiciens), on utilise rarement L,M,T..., on garde les unités standard comme N pour Newton, kg... On effectue les calculs ainsi, cela évite parfois de perdre du temps pour rien. Ce n'est pas une vraie analyse dimensionnelle, mais cela reste un test d'homogénéité !

Tout est une histoire de conversion...

Bien manier les puissances de 10

Alors, nous allons poursuivre notre découverte des unités par la notion de puissance. En effet, on dit souvent des **kilomètres** (km) par exemple, mais qu'est ce ?

Un kilomètre c'est 1000 mètres, mais comme c'est long à écrire, et que pour des distances assez grandes ça fait beaucoup de 0, et bien on a inventé des abréviations. En voici un tableau valable quelque soit l'unité !

Dans un premier temps, on se concentrera sur les puissances négatives (**sous-multiples**) puis les puissances positives (**multiples**).

Abréviation	Nom	Puissance correspondante	Exemple
f	Femto	10^{-15}	"Une femto-seconde est a une seconde ce qu'une seconde est a 32 millions d'années" *Article - 01/09/2000* L'OBSERVATOIRE SCIENTIFIQUE Majed Chergui, qu'est-ce que la femto-chimie ? Quels sont ses champs d'application?
p	Pico	10^{-12}	Longueur des liaisons chimiques s'expriment en picomètre (100pm = 1 Angstrom)
n	Nano	10^{-9}	C'est le sous-multiple le plus utilisé pour les longueurs d'onde exprimées en nanomètres.
μ	Micro	10^{-6}	Le micromètre est la taille du processeur par exemple. μ est la lettre grec mu, surtout ne pas écrire m, qui est le millimètre.
m	Milli	10^{-3}	Une fourmi est de l'ordre de quelques millimètres.
c	Centi	10^{-2}	Beaucoup de choses sont de l'ordre du centimètre, une clef USB mesure quelques centimètres.
d	Déci	10^{-1}	Une pochette de CD est de l'ordre d'un décimètre (restons dans le domaine informatique)

On peut constater que les puissances vont trois par trois, sauf quand on s'approche de l'unité. Il en est de même pour les puissances positives !

Abréviation	Nom	Puissance de 10 correspondante	Exemple
da	Déca	10^{1}	Ce multiple est assez peu utilisé. Les mètres font souvent un décamètre.
h	Hecto	10^{2}	Bien peu d'exemples me viennent en tête. Parlons d'hectoseconde soit 100 secondes donc 1 minute 40.
k	Kilo	10^{3}	Un kilomètre est le multiple du mètre conventionnellement utilisé pour les distances humaines.
Méga	M	10^{6}	Attention à ne pas confondre avec le m, que d'erreur sur les m, n'est-ce pas ? Un mégaoctet est un des multiples les plus courants mesurant la taille des données dans un disque dur.
G	Giga	10^{9}	La lune a une orbite de 0,384 Gigamètres. (dixit Wikipedia)
T	Téra	10^{12}	Encore une fois Wikipedia nous informe que Pluton est à une distance de 5,9 Téramètres sur soleil... Ça commence à faire pour nous humains !

Voilà, après ce long tableau, on peut constater que dans la colonne exemple, je n'ai utilisé quasiment que des mètres. Une bonne raison à cela est qu'il est plus facile de jauger (et que c'est plus difficile de trouver des exemples dans les autres unités).

Tant que l'on parle des puissances de 10, on peut regarder ce qu'on appelle l'écriture scientifique. En effet, il a été adopté une norme d'écriture des résultats, on dit écriture scientifique.
En fait, on doit écrire nos résultats avec un seul chiffre avant la virgule. Ainsi, on fait utilise des puissances de 10 pour rétablir le résultat correct. Prenons un exemple :

35410 m = $3.5410\ 10^4$ m = 35.410 km

La calculatrice affiche les grands nombres de manière scientifique souvent. La puissance de 10 devient alors un E, on verra par exemple : 35410 = 3.5410E4

Et maintenant, multiplions les unités entre-elles...

Voilà une autre partie intéressante. On va prendre un exemple qui nous suivra tout du long, les unités de volume. En effet, 1L = $1dm^3$, c'est à dire un cube de 1dm de côté. Les unités de volume ou de surface sont composées d'unités de longueur.

Les litres (L) ne sont pas une unité du SI.
Il reste néanmoins utile de savoir convertir des litres en mètres cube, pour cela, j'utilise la méthode de la boite de lait. On sait qu'elle fait 1L, et pas 1 mètre de côté, plutôt 1dm d'où 1L = $1dm^3$!

Pour pouvoir utilisé des multiples et sous-multiple sur les volumes, il faut réfléchir. On parle en dimension 3, donc on dresse un tableau de conversion avec 3 colonnes dans une colonne. Si on est en dimension 2, on a 2 colonnes dans une seule.

Exemple !

dam^3			m^3			dm^3		
		1.	0	0	2	3		
		1	0	0	2.	3		

On peut ainsi déplacer la virgule où nous voulons dans le tableau et nous avons alors :
1.0023 dm^3 = $1002.3m^3$

Vous savez maintenant convertir des volumes, et on fait pareil avec des surfaces !

Nombre de chiffres significatifs

Tout au long de ce tuto, nous avons été amenés à utiliser les mathématiques, et en maths, les nombres réels, il n'y a que ça. Cependant, en physique, on n'utilise AUCUN nombre réel, que des nombres **rationnels** (des fractions). Cependant, vous savez très bien que des fractions, il y en a qui sont embêtantes, 1/3 par exemple car 1/3 = 0.3333333... *Or, l'infini en physique, ça n'existe pas.*

Alors, rentre en jeu la notion de **significatif**, on *jauge* le nombre de chiffres que l'on doit écrire. C'est assez difficile et cela semble obscur, même après la lecture des règles que je vais vous présentez ci-dessous, ça n'a rien de gênant si vous le faites mal, mais prendre l'habitude est une bonne chose. De toute façon, vous aurez tout le cours pour vous entrainez (et moi aussi car souvent je n'y pense plus...).

La principale règle, c'est que le résultat d'une opération doit avoir **autant de chiffres significatifs que chacun des nombres qui ont servi à faire l'opération**. Par exemple :
3/2 = 1.5, ça c'est sur, mais si on écrit 2, est-ce vraiment 2 ? Avons-nous réellement pris une mesure si précise que ça ? 2 possède un unique chiffre significatif (on compte le nombre de chiffre pour le savoir) et 3 aussi. D'où : 3/2 = 1, enfin on préférera : 3/2 $\approxeq$ 1.

Bon, là cela parait idiot, mais on peut le faire autrement :
3001.00/2.000 $\approxeq$ 1500.5 et la règle est bien respectée.

On a aussi : 3.00 + 2.0 = 5.0

Enfin, vous voyez, rien de bien compliqué, une habitude à prendre, tout ça pour garder en tête que tout n'est qu'**approximations**, et que nous ne pouvons établir des résultats très précis si nous avons fait une approximation grossière lors de la mesure.
Maintenant, vous savez ce que vous maniez, et vous n'avez plus le droit à l'erreur ! Pensez bien à le faire, au début c'est fastidieux, mais cela devient vite rapide et après vous corrigerez certaines erreurs plus vite !