Université Mohammed VI Polytechnique **Année 2021-2022**
Licence LSD **Structures de données**

TRAVAUX DIRIGÉS
SÉRIE 2

1. Généralités sur les arbres

Exercice 1. *Soit T un arbre binaire dont les éléments sont des entiers.*

1. *Écrire une fonction* `min()`*, resp.* `max()`*, qui calcule le minimum, resp. le maximum, des éléments de l'arbre T.*
2. *Écrire une fonction* `somme()` *qui calcule la somme des éléments de T.*

Exercice 2. *Rappelons que la taille d'un arbre binaire est le nombre des ses noeuds. Les noeuds de l'arbre qui ne sont pas des feuilles sont appelés les noeuds internes de l'arbre. Soit T un arbre binaire dont les éléments sont des entiers.*

1. *Écrire une fonction* `taille()` *qui calcule la taille de l'arbre T.*
2. *Écrire une fonction* `noeudsInternes()` *qui calcule le nombre de noeuds internes de T.*
3. *Écrire une fonction* `feuilles()` *qui calcule le nombre de feuilles de T.*

Exercice 3. *Le nombre de Strahler d'un arbre binaire T est défini comme suit.*

– *Si l'arbre est vide alors son nombre de Strahler est* 0.
– *Sinon, on a deux cas.*
  - *Si les deux sous-arbres gauche et droit de T ont le même nombre de Strahler S alors celui de T est $S + 1$.*
  - *Sinon, le nombre de Strahler de T est le maximum des nombres de Strahler des sous-arbres gauche et droit de T.*

Écrire une fonction `strahler()` *qui calcule le nombre de strahler d'un arbre binaire dont les éléments sont des entiers.*

Exercice 4. *Un arbre binaire est appelé un arbre binaire de recherche (ABR) si chaque noeud a une clé supérieure, ou égale, à celle des noeuds de son sous arbre gauche et inférieure, ou égale, à celle des noeuds de son sous arbre droit.*

Dans la suite on considère des ABR dont les clés sont des entiers.

1. *Écrire une fonction* `abr()` *qui prend en entrée un arbre binaire et décide s'il s'agit d'un ABR.*
2. *Écrire une fonction* `recherche()` *qui prend en entrée un entier x et un ABR T et recherche x dans l'arbre T.*

Date: May 10, 2022.

3. *Écrire deux fonctions* `min()` *et* `max()` *qui permettent de calculer respectivement le minimum et le maximum d'un ABR.*

Exercice 5. *On appelle arbre binaire complet un arbre binaire dans lequel chaque noeud interne a exactement* 2 *fils. On convient bien entendu à ce que l'arbre vide et l'arbre à un seul élément soient complets. Il est dit parfait s'il est complet et si toutes ses feuilles ont la même profondeur.*

1. *Écrire une fonction* `complet()` *qui teste si un arbre binaire est complet.*
2. *Écrire une fonction* `parfait()` *qui teste si un arbre binaire est parfait.*

2. Parcours des arbres

Exercice 6. *Soit T un arbre dont les éléments sont des entiers. Écrire des fonctions* `largeur()`, `prefixe()`, `infixe()` *et* `postfixe()` *qui permettent d'afficher T en largeur, en profondeur préfixe, en profondeur infixe et en profondeur postfixe respectivement.*

Exercice 7. *Soit T un arbre binaire dont les clés sont des entiers.*

1. *Écrire une fonction qui prend en entrée un entier x et T en recherche x dans T. La fonction doit retourner l'adresse du premier noeud ayant x comme clé, et si x ne figure pas dans T elle renvoie $NULL$.*
2. *Écrire une fonction qui prend en entrée un entier x et T et renvoie le nombre d'occurences de x dans T.*

Exercice 8. *Pour les questions suivantes, on utilisera les parcours en profondeur d'un arbre.*

1. *Écrire une fonction qui prend en entrée un arbre T et calcule le nombre de ses feuilles.*
2. *Écrire une fonction qui prend en entrée un arbre T d'entiers et calcule son minimum.*