Projet treillis - Info M2

24 février 2021

Résumé

Buts : présentation d'un treillis isostatique et des calculs associés.

1 Présentation

Un treillis est un ensemble de barres. Les barres sont reliées entre elles à leurs extrémités ce qui forme des nœuds. Pour simplifier la modélisation mécanique, nous ferons les hypothèses suivantes[1] :

1. les fibres moyennes des barres concourent en un même point : le nœud. Dans notre problème, nous simplifierons encore cette hypothèse en supposant que les sections des barres sont rondes. La fibre moyenne est alors tout simplement le centre de la barre.
2. les barres sont supposées libres en rotation aux nœuds (pivots).
3. Les efforts extérieurs ne sont appliqués qu'aux nœuds et non aux barres. En particulier, on néglige le poids propre des barres.

On peut démontrer que dans ce cas, il n'y a pas d'effort fléchissant ou tranchant dans les barres. Autrement dit, la barre n'est soumise qu'à un effort de traction/compression colinéaire à la fibre moyenne (au centre de la barre ronde pour nous).

1.1 types de nœuds

1.1.1 Nœuds simples

Ils ne relient que des barres. Des efforts (forces) extérieurs (connus) peuvent leur être appliqués. Avec uniquement des nœud simples, on peut définir la géométrie du treillis et les efforts qui lui sont appliqués.

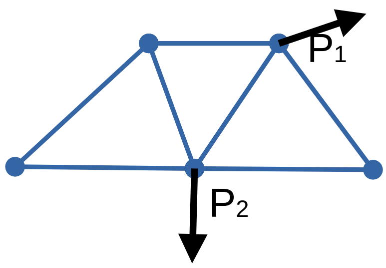
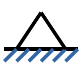


FIG. 1 : treillis flottant

Cela fait une jolie structure (Fig. 1), mais on voit bien qu'elle est en « apesanteur » : c'est l'ensemble de la structure qui va se déplacer à moins que la somme des forces ne soit nulle. Il nous faut donc fixer certains nœuds : ces nœuds correspondront à la liaison entre la structure est le « terrain »[2]. On parle alors d'appuis.

1.1.2 Appui double (articulation).

Symbole : 

Le nœud est totalement bloqué en translation (sa position est fixe). Par contre, il respecte l'hypothèse générale sur les nœuds : les barres associées à ce nœud restent libres en rotation.

[1]Reprise du livre « Calculer une structure – De la théorie à l'exemple » de Pierre Latteur (`http://www.issd.be/Lelivre.php`) dont le chapitre sur les treillis est disponible à la consultation (`http://www.issd.be/PDF/8_Chap8_6Juillet2006.pdf`). Hors de cette note, il n'y a pas de notice bibliographique dans cette présentation car je ne maîtrise pas suffisamment le domaine pour pouvoir proposer une sélection pertinente des très nombreuses ressources disponibles, en particulier sur internet. Vous aurez sans doute l'occasion d'approfondir plus ou moins le sujet en fonction de la spécialité choisie dans la suite de vos études.

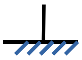
[2]On parlera toujours de terrain, même si par exemple le treillis est en fait un portique accroché à un mur. Dans ce cas le « terrain » sera le mur.

1.1.3 Appui simple ou à rouleau

Symbole : 

Le nœud peut se déplacer tangentiellement au terrain, mais empêche tout déplacement normal au terrain. On voit que ces appuis doivent être associés à une modélisation du terrain pour savoir quelle sont les directions tangentielle et normale. Ci dessous (Fig. 4), un petit exemple ou le terrain est horizontal. Le nœud associé peut se déplacer horizontalement, mais pas verticalement.

1.1.4 Appui encastré

Symbole : 

Le nœud est totalement bloqué en translation et en rotation.

Note : il ne respecte donc pas l'hypothèse que les barres associées aux noeuds sont libres en rotation.

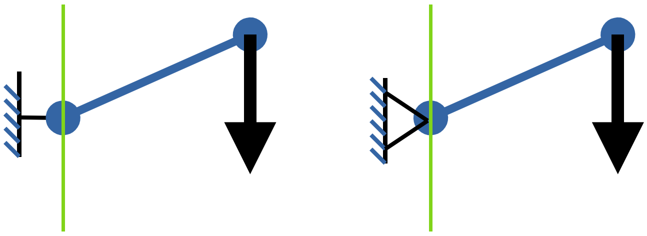


Fig. 2 : Appui encastré vs Appui double

Prenons un exemple très simple (Fig. 2) pour montrer de façon intuitive que cela complexifie les calculs.

- Dans le cas d'un encastrement, la poutre unique de la figure 2 peut éventuellement supporter la charge (signalée par le gros vecteur noir).
- Dans le cas de l'appui double, puisque la barre est censée être libre en rotation, on voit immédiatement que le micro-treillis est instable : la barre va "tomber vers le bas".

Mais si la barre de l'appuis encastré peut "tenir la charge", cela implique clairement que la barre est soumise à un effort de flexion, et donc que l'effort dans la barre ne sera pas colinéaire à l'axe de la barre.

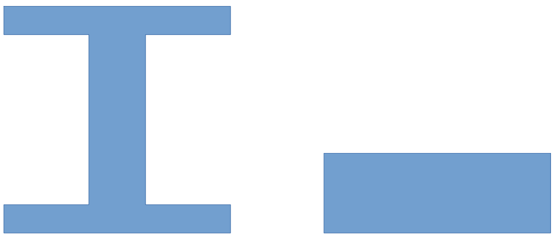


Fig. 3 : Section en I vs section pleine

Toujours de façon intuitive, on pressent que si le profil de la barre est en "I", elle résistera mieux qu'une barre de section rectangulaire, surtout si le rectangle est "aplati" dans la mauvaise direction (voir Fig. 3). On voit que la résolution du système fera intervenir de nouvelles notions de mécaniques, et de nouvelles inconnues. Il faudra donc également déterminer de nouvelles équations qui lient ces inconnues.

1.1.5 treillis avec appuis

Note 1 : la représentation du terrain ci-dessus est trompeuse : c'est le nœud (le centre du cercle bleu) qui devrait être sur le terrain. Ici, on a décalé sous le symbole pour que ce soit « plus joli ».

Note 2 : pourquoi pas deux appuis doubles puisque de toute façon « ça » ne peut pas bouger à cause des barres. Et bien justement pour cette raison : si je mets deux appuis doubles, la structure devient « plus que stable », hyperstatique. Nous allons évoquer cela plus en détail dans la partie calcul, ci-dessous.

2 Modélisation

2.1 Terrain

Comme les noeuds d'appuis doivent être ancrés sur le terrain, il nous faut définir en premier notre notion de terrain. Nous allons définir une représentation simplifiée pour le terrain. Un terrain est défini par :

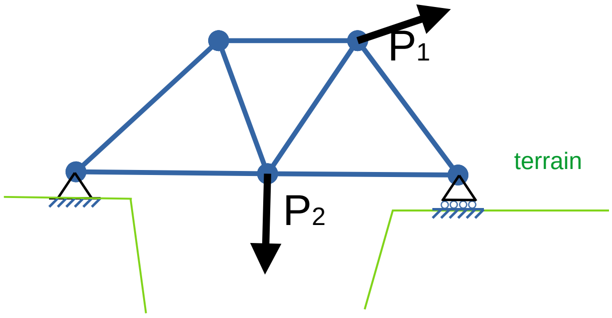


FIG. 4 : treillis avec appuis

1. une zone constructible définie par quatre réels : $xmin$, $xmax$, $ymin$, $ymax$. Tous les noeuds doivent être contenue dans la zone rectangulaire correspondante : pour un noeud de coordonnées (S_x, S_y), il faut que :

$$xmin \leqslant S_x \leqslant xmax \; ; \; ymin \leqslant S_y \leqslant ymax$$

2. un ensemble de triangles de terrain. Un `TriangleTerrain` TT_i est défini par
   (a) un identificateur : un entier tel que deux triangles terrain différents n'auront jamais le même identificateur.
   (b) un triplet de points : $[PT_{i,1},\ PT_{i,2}, PT_{i,3}]$, qui définissent également trois segments de terrain associés : $ST_{i,1} = [PT_{i,1}, PT_{i,2}]$, $ST_{i,2} = [PT_{i,2}, PT_{i,3}]$, $ST_{i,3} = [PT_{i,3}, PT_{i,1}]$.

   - Un point P est dit `colinéaire` à un segment de terrain $[PT_{i,1}, PT_{i,2}]$ si

$$angle(\overrightarrow{PT_{i,1}, PT_{i,2}}, \overrightarrow{PT_{i,1}, P}) = 0 + k\pi \; ; \; k \in \mathbb{N}$$

   - Un point P est dit `positif` par rapport à un segment de terrain $[PT_{i,1}, PT_{i,2}]$ si

$$0(+2k\pi) < angle(\overrightarrow{PT_{i,1}, PT_{i,2}}, \overrightarrow{PT_{i,1}, P}) < \pi(+2k\pi)$$

   - Un point P est dit `negatif` par rapport à un segment de terrain $[PT_{i,1}, PT_{i,2}]$ si

$$\pi(+2k\pi) < angle(\overrightarrow{PT_{i,1}, PT_{i,2}}, \overrightarrow{PT_{i,1}, P}) < 2\pi(+2k\pi)$$

   - Un point P est dit `dans` un triangle terrain si ses rapports avec les segments du triangle sont tous du même signe. [3]

   ↪ Intuitivement, un noeud simple ne doit pas se trouver dans un triangle de terrain, et un noeud appuis dans se trouver sur un segment de terrain.

La définition peut sembler compliquée, mais en fait c'est simple (Fig. 5).

2.2 Noeuds

Tout noeud quelque soit son type possède :

1. un identificateur : un entier tel que deux noeuds différents n'auront jamais le même identificateur.

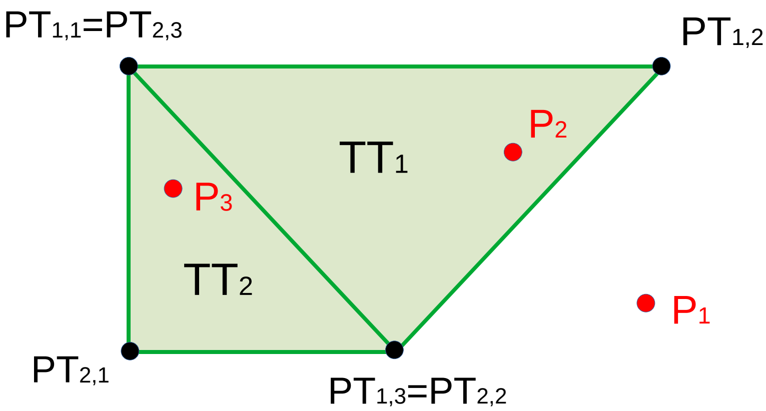
2.2.1 Noeuds simples

Un noeud simple S est simplement un point 2D. En plus de son identificateur, il sera défini par :

2. son abscisse

3. son ordonnée.

[3]ils seront tous positifs si les points sont numérotés dans le sens trigonométrique par rapport au barycentre du triangle, tous négatifs si les points sont numérotés dans le sens des aiguilles d'une montre (sens inverse du trigonométrique)



	$ST_{1,1}$	$ST_{1,2}$	$ST_{1,3}$	$ST_{2,1}$	$ST_{2,2}$	$ST_{2,3}$
P_1	neg	pos	neg	pos	neg	neg
P_2	neg	neg	neg	pos	neg	neg
P_3	neg	neg	pos	pos	pos	pos

FIG. 5 : Terrain : position des points par rapport aux segments

2.2.2 Noeuds appuis

Un noeud appui ne peut pas avoir une position quelconque : c'est l'élément de terrain sur lequel le noeud appui se trouve qui fixe les coordonnées possible du noeud. Un noeud appui est donc défini (en plus de son identificateur) par :

2. un triangle terrain TT_i.
3. Le numéro $0 \leqslant j < 3$ [4] du premier point $PT_{i,j}$ du segment de terrain sur lequel réside le noeud d'appui. Le numéro k du second point est facilement calculé : $k = (j+1) \bmod 3$.
4. la position du noeud sur le segment de terrain $ST_{i,j} = [PT_{i,j}, PT_{i,k}]$. Celle ci sera donnée par un réel α tel que $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. La position P du noeud est donnée par :

$$P = \alpha PT_{i,j} + (1-\alpha)PT_{i,k}$$

2.3 Barres

- Une barre est définie par :
  1. un identificateur : un entier tel que deux barres différentes n'auront jamais le même identificateur.
  2. les deux noeuds que la barre relie
  3. un type de barre
- Un type de barre est défini par (de nouveau, c'est plus que basique) :
  1. un identificateur : un entier tel que deux type de barre différents n'auront jamais le même identificateur.
  2. un coût au mètre.
  3. une longueur minimale
  4. une longueur maximale
  5. une résistance maximale à la tension
  6. une résistance maximale à la compression
- Un catalogue de barre est un ensemble de types de barre.

2.4 treillis

Un treillis est défini par :

1. un terrain
2. un ensemble de noeuds

[4] Sur la figure, les points sont numérotés de 1 à 3, mais dans le programme, on numérotera comme en informatique : de 0 à 2

3. un ensemble de barres
4. un catalogue de barres

Respectant les contraintes[5] :

1. les noeuds associés aux barres appartiennent à l'ensemble des noeuds du treillis.
2. le type de chaque barre du treillis appartient au catalogue de barres du treillis
3. tous les noeuds appuis sont associé à un segment de terrain appartenant à un triangle terrain du treilli
4. il ne peut y avoir qu'au plus une barre reliant deux noeuds donnés.

3 Calculs

3.1 Notations et conventions

3.1.1 Données

Pour un treillis comportant ns nœuds (sommets) et nb barres, On désignera les barres par B_1 ... B_{nb}, les nœuds par S_1 ... S_{ns}, les abscisses et ordonnéess du noeud S_i par Sx_i et Sy_i et la force extérieure associée au nœud S_i par $\overrightarrow{P_i}$ et ses composantes par Px_i et Py_i.

Prenons un exemple encore plus simple que le précédent (Fig. 6). Cette fois, le « terrain » est vertical :

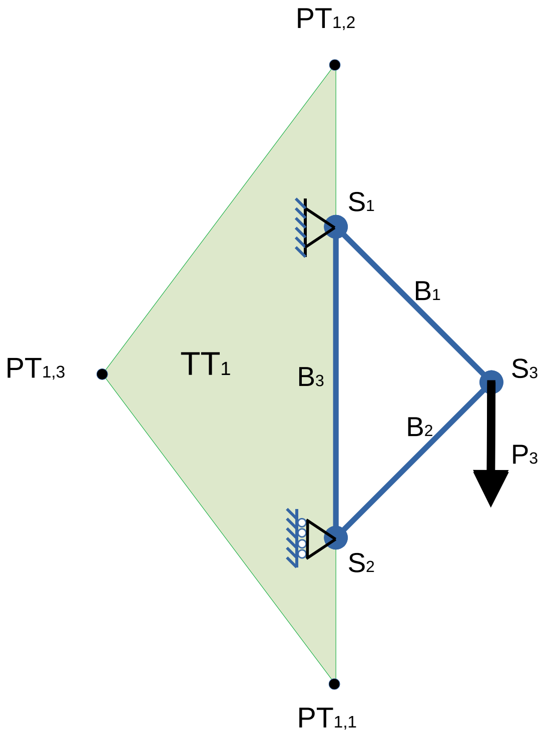


Fig. 6 : treillis sur mur

On notera $S_{i,j}$, le sommet opposé à S_i quand je traverse la barre B_j. Cela suppose évidemment qu'il existe une barre B_j entre le noeud S_i et un autre noeud du treillis. Dans notre exemple, $S_{3,1} = S_1$, $S_{3,2} = S_2$ et $S_{2,3} = S_1$. En notant $\overrightarrow{O_x}$ le vecteur unitaire sur l'axe des abscisse, on note $\alpha_{i,j}$ l'angle que fait la barre B_j avec l'horizontale au sommet S_i (donc $angle(\overrightarrow{O_x}, \overrightarrow{S_iS_{i,j}})$).

On notera ST_i le segment de terrain associé au noeud S_i (cela suppose que S_i est un noeud appui), et β_i l'angle que fait le vecteur normal au segment de terrain ST_i avec l'horizontale (donc $\frac{\pi}{2} + angle(\overrightarrow{O_x}, \overrightarrow{ST_{i_{deb}}ST_{i_{fin}}})$)

3.1.2 Inconnues

On notera T_j l'effort en traction dans la barre B_j. C'est un réel positif si la barre est effectivement en traction, négatif si elle est en fait en compression.[6]

On notera $\overrightarrow{R_i}$ la force de réaction du terrain au noeud S_i.

[5]Certaines contraintes seront ajoutée par la suite dans la partie calcul

[6]Je n'ai pas trouvé de consensus clair à ce sujet, voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Tenseur_des_contraintes#Conventions_de_signe

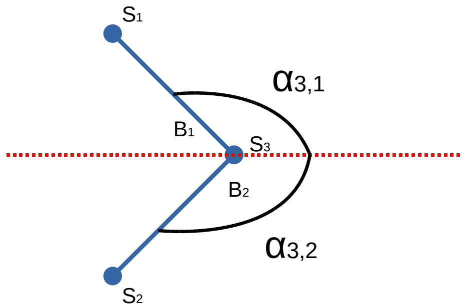


FIG. 7 : Angles des barres à un noeud

- dans le cas d'un appui double, l'angle de la réaction est quelconque, on a donc deux inconnues scalaires : les projections de $\overrightarrow{R_i}$ sur les axes horizontal et vertical que l'on notera Rx_i et Ry_i .
- dans le cas d'un appui simple, la réaction est colinéaire à la normale au terrain. On a donc une seule inconnue scalaire : la norme de $\overrightarrow{R_i}$ que l'on notera simplement R_i.

Nombre d'inconnues : en supposant que parmi les ns noeuds, il y a ns_{as} appuis simples et ns_{ad} appuis doubles, il est facile de voir que le nombre total d'inconnues ni est :

$$ni = nb + ns_{as} + 2.ns_{ad}$$

3.2 Équations

Le principe fondamental de la statique indique qu'un solide est en équilibre si la somme des forces et la somme des moments des forces qui s'y applique sont nul. Appliquons ce principe aux noeuds de notre treillis. Puisque l'on suppose que les barres sont reliée au noeuds par des pivots, et que l'on ne considère que les appuis de type simple ou double (on ne pourra pas calculer si le treillis repose sur un appui encastré) qui sont également des pivots, les moments des forces du treillis en tout noeud sont nuls. On n'a donc donc qu'une seule équation (vectorielle) qui indique que la somme des forces est nulle en chaque noeud. Puisque nous nous limitons à des problèmes à deux dimensions (dans le plan), cela donne deux équations scalaires par noeud :

- pour un noeud simple S_i et un ensemble de barres B_j concourantes au noeud S_i :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sum_j T_j cos(\alpha_{i,j}) + Px_i & = & 0 \\ \sum_j T_j sin(\alpha_{i,j}) + Py_i & = & 0 \end{array} \right.$$

- pour un noeud appui simple S_i et un ensemble de barres B_j concourantes au noeud S_i :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sum_j T_j cos(\alpha_{i,j}) + Px_i + R_i cos(\beta_i) & = & 0 \\ \sum_j T_j sin(\alpha_{i,j}) + Py_i + R_i sin(\beta_i) & = & 0 \end{array} \right.$$

- pour un noeud appui double S_i et un ensemble de barres B_j concourantes au noeud S_i :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sum_j T_j cos(\alpha_{i,j}) + Px_i + Rx_i & = & 0 \\ \sum_j T_j sin(\alpha_{i,j}) + Py_i + Ry_i & = & 0 \end{array} \right.$$

Pour que le système puisse avoir une solution unique, il faut que le nombre d'équations soit égal au nombre d'inconnues soit :

$$2.ns = nb + ns_{as} + 2.ns_{ad}$$

On dit alors que le treillis est *isostatique*. Si le nombre d'inconnues dépasse le nombre d'équations (en gros, il y a plus de barres que nécessaire), on dit que le treillis est *hyperstatique*. Nous nous limiterons dans ce projet au calcul des treillis isostatiques. Comme pour les appuis encastrés, le calcul des treillis hyperstatiques nécessite une modélisation mécanique plus complexe qui n'est pas l'objet de ce projet d'informatique.

3.3 exemple

Nous reprenons l'exemple de la figure 6 en donnant quelques valeurs numériques (longueurs en mètre, forces en Newton) :

- S_1 en (0,0) ; S_2 en (0,2) ; S_3 en (1,1)
- $Px_3 = 0$; $Py_3 = -1000$

On obtient les équations :

$$\begin{cases} \text{en } S_1 & : \begin{cases} T_1 cos(-\frac{\pi}{4}) + T_3 cos(-\frac{\pi}{2}) + Rx_1 & = & 0 \\ T_1 sin(-\frac{\pi}{4}) + T_3 sin(-\frac{\pi}{2}) + Ry_1 & = & 0 \end{cases} \\ \text{en } S_2 & : \begin{cases} T_2 cos(\frac{\pi}{4}) + T_3 cos(\frac{\pi}{2}) + R_2 cos(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) & = & 0 \\ T_2 sin(\frac{\pi}{4}) + T_3 sin(\frac{\pi}{2}) + R_2 sin(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) & = & 0 \end{cases} \\ \text{en } S_3 & : \begin{cases} T_1 cos(\frac{3\pi}{4}) + T_2 cos(-\frac{3\pi}{4}) + Px_3 & = & 0 \\ T_1 sin(\frac{3\pi}{4}) + T_2 sin(-\frac{3\pi}{4}) + Py_3 & = & 0 \end{cases} \end{cases}$$

Soit en simplifiant les sinus et cosinus évidents :

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} T_1 + Rx_1 & = & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - T_3 + Ry_1 & = & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} T_2 + R_2 & = & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} T_2 + T_3 & = & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} T_2 & = & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} T_2 - 1000 & = & 0 \end{cases}$$

Ou sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ Rx_1 \\ Ry_1 \\ R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

Ce qui après résolution nous donne :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ Rx_1 \\ Ry_1 \\ R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}.1000 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}.1000 \\ \frac{1}{2}.1000 \\ -\frac{1}{2}.1000 \\ 1000 \\ \frac{1}{2}.1000 \end{pmatrix}$$

Notons que les barres B_1 et B_3 sont en traction, alors que la barre B_2 est en compression.

Bien sûr, nous avons pris un cas simple ou les cosinus et sinus ont une forme algébrique simple. Mais de toute façon, le but de notre logiciel ne sera pas de trouver la forme exacte de la solution, mais un calcul approché avec des flottants :

```
mat :
[+7,07E-01 +0,00E+00 +0,00E+00 +1,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00]
[-7,07E-01 +0,00E+00 -1,00E+00 +0,00E+00 +1,00E+00 +0,00E+00]
[+0,00E+00 +7,07E-01 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00 +1,00E+00]
[+0,00E+00 +7,07E-01 +1,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00]
[-7,07E-01 -7,07E-01 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00]
[+7,07E-01 -7,07E-01 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00 +0,00E+00]

second membre :
[+0,00E+00]
[+0,00E+00]
[+0,00E+00]
[+0,00E+00]
[+0,00E+00]
[+1,00E+03]

sol :
[+7,07E+02]
[-7,07E+02]
[+5,00E+02]
[-5,00E+02]
[+1,00E+03]
[+5,00E+02]
```

4 Format d'échange textuel

Le logiciel devra être capable de sauvegarder un treillis dans un fichier texte, et de relire le fichier sauvegardé pour recréer le treillis sauvegardé. On défini ci-dessous une forme textuelle standardisée, pour que le treillis sauvegardé par un logiciel puisse être relu par un autre logiciel.

Pour cela, il nous faut une grammaire. On utilisera la forme BNF[7] avec les convention d'écriture suivantes :

1. symboles Terminaux
   - les "mots" du langage
   - écrits en rouge-gras
2. symboles non Terminaux
   - structure syntaxique
   - écrits entre < et >
3. meta-symboles
   - utilisés pour définir la grammaire elle-même
   - écrits en bleu sur fond vert
   - `::=` → par définition
   - `|` → ou
   - `+` → une fois ou plus
   - `*` → zéro fois ou plus
   - `[` `]` → au plus une fois (optionnel)
   - `(` `)` → pour grouper

Exemple grammaire BNF : définition de l'écriture d'un entier relatif :

```
<chiffre> ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

<entier> ::= [ + | - ] <chiffre> +
```

Conventions :

- On notera `\n` le caractère de retour à la ligne.
- `<notNL>` représente n'importe quel caractère sauf le retour à la ligne.
- `<double>` : forme textuelle d'un `double` Java tel que défini par `Double.parseDouble()`.
- `<int>` : forme textuelle d'un `int` Java tel que défini par `Integer.parseInt()`.

[7] https://fr.wikipedia.org/wiki/Forme_de_Backus-Naur

4.1 Grammaire BNF d'un fichier treillis texte

<commentaire> ::= \n | (// <notNL> * \n)

↪ un commentaire est soit une ligne vide, soit une ligne qui commence par // : toute la ligne sera tout simplement ignorée lors de la lecture du fichier. Vous pouvez éventuellement étendre la syntaxe du fichier de sauvegarde en définissant des formes particulières de commentaires.

<fichierTreillis> ::= <zone> <triangles> <catalogueBarres> <noeuds> <barres>

<zone> ::= <commentaire> * <zoneConstructible>

<triangles> ::= (<triangle> | <commentaire>) * FINTRIANGLES \n

<catalogueBarres> ::= (<typeBarre> | <commentaire>) * FINCATALOGUE \n

<noeuds> ::= (<noeud> | <commentaire>) * FINNOEUDS \n

<barres> ::= (<barre> | <commentaire>) * FINBARRES \n

<zoneConstructible> ::= ZoneConstructible ; <double> ; <double> ; <double> ; <double> \n

↪ où les quatre <double> représentent dans l'ordre minX, maxX, minY, maxY : les abscisses et ordonnées minimales et maximales.

<triangle> ::= Triangle ; <id> ; <point> ; <point> ; <point> \n

↪ où <id> représente l'identificateur du triangle, et les trois <point> sont les trois sommets du triangle. Attention, l'ordre des sommets a de l'importance, car il sera utilisé pour préciser sur quel coté du triangle se trouve un appui.

<id> ::= <int>

↪ les identificateurs sont simplement des entiers.

<typeBarre> ::= TypeBarre ; <id> ; <double> ; <double> ; <double> ; <double> ; <double> \n

↪ où <id> représente l'identificateur du type de barre, et les cinq <double> représentent dans l'ordre le coût au mètre, la longueur minimale, la longueur maximale, la résistance maximale à la traction, et la résistance maximale à la compression.

<point> ::= (<double> , <double>)

↪ où les deux <double> représentent dans l'ordre l'abscisse et l'ordonnée du point.

<noeud> ::= <noeudSimple> | <appui>

<noeudSimple> ::= NoeudSimple ; <id> ; <point> \n

↪ où <id> représente l'identificateur du noeud, et le <point> l'emplacement du noeud.

<appui> ::= (AppuiSimple | AppuiDouble) ; <id> ; <id> ; <int> ; <double> \n

↪ où le premier <id> représente l'identificateur du noeud d'appui, le second <id> est l'identificateur du triangle terrain sur lequel est placé l'appui, et le <int> est le numéro du sommet du triangle qui est le début du segment (coté du triangle) sur lequel est placé l'appui. Le <double> représente la position de l'appuis sur le segment.

<barre> ::= Barre ; <id> ; <id> ; <id> ; <id> \n

↪ où le premier <id> représente l'identificateur de la barre, le second <id> est l'identificateur du type de barre, le troisième et le quatrième <id> sont les identificateurs des noeuds liés par la barre.

4.2 Exemple

Ci-dessous, le fichier texte correspondant au petit treillis de la figure 6, en considérant que S_1 se trouve en $(0,0)$ et S_2 en $(0,-4)$.

```
//--- fichier treillis pour exemple portique du sujet ---
ZoneConstructible;0.5;4.0;-5.0;1.0
Triangle;1;(0.0,-6.0);(0.0,2.0);(-3.0,2.0)
FINTRIANGLES
TypeBarre;1;100.0;1.0;5.0;1000.0;2000.0
FINCATALOGUE
AppuiDouble;1;1;0;0.75
AppuiSimple;2;1;0;0.25
NoeudSimple;3;(2.0,2.0)
FINNOEUDS
Barre;1;1;1;3
Barre;2;1;2;3
Barre;3;1;1;2
FINBARRES
```