Théorème de Thalès

12 novembre 2024

Table des matières

1. Théorème de Thalès

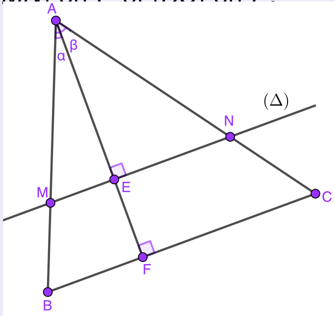
Activité 1

Trouver la valeur de x :

- $\frac{5}{8} = \frac{x}{3}$
- $\frac{x}{7} = \frac{3}{8}$
- $\frac{4}{x} = \frac{12}{7}$

Activité 2

Sur la figure ci-contre : ABC est un triangle.
Une parallèle (Δ) passant par un point M de $[AB]$, coupe $[AC]$ en N.
La perpendiculaire à (MN) passant par A coupe $[MN]$ en E et $[BC]$ en F.
On pose $\alpha = \widehat{MAE}$ et $\beta = \widehat{NAE}$.



1.
    1. Calculer $\cos\alpha$ et $\cos\beta$ de deux manières différentes.
    2. En déduire que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$
2. La parallèle à AC passant par M coupe (BC) en D.
    1. Montrer que : $MN = DC$
    2. En déduire que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Théorème 1

Soient (d_1) et (d_2) deux droites sécantes en A.

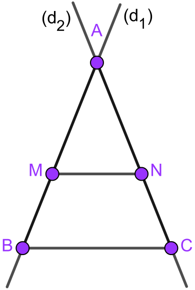
B et M sont deux points de (d_1) distincts de A.

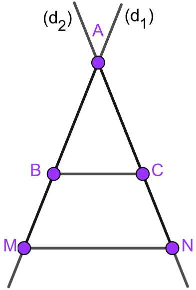
C et N sont deux points de (d_2) distincts de A.

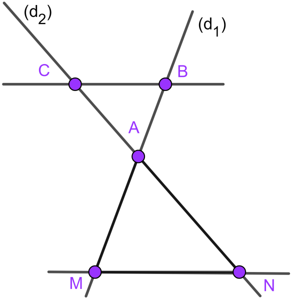
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Il y a trois configurations correspondantes à ce théorème :







Exemple 1

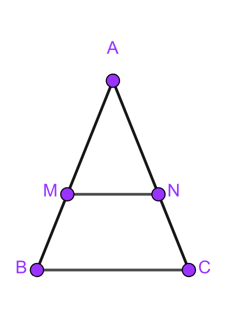
Sur la figure ci-contre : $(MN) \parallel (BC)$.
On donne :

$$AM = 4cm$$

$$AB = 12cm$$

$$AN = 3cm$$

$$BC = 15cm$$



Calculons AC et MN

Dans le triangle ABC, on a : $N \in (AC)$, $M \in (AB)$ et $(MN) \parallel (BC)$

Alors d'apres le théorème de Thalès :

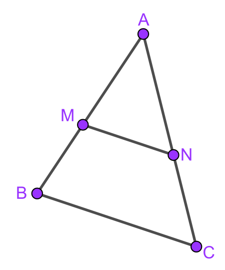
$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} \quad \text{C'est-à-dire} \quad \frac{AC}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{MN}$$

Calcul de MN : On a : $\dfrac{12}{4} = \dfrac{15}{MN}$ alors : $MN = \dfrac{15 \times 4}{12} = 5cm$

Calcul de AC : On a : $\dfrac{AC}{3} = \dfrac{12}{4}$ alors : $AC = \dfrac{3 \times 12}{4} = 9cm$

Exercice 1

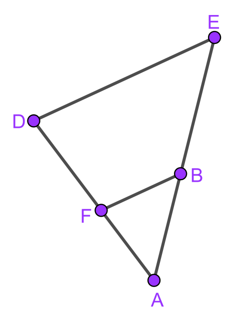
Dans les deux cas suivants, calculer la longueur demandé :



1. On donne :

$$AB = 2,5cm$$
$$AC = 3cm$$
$$MN = 4cm$$
$$BC = 5cm$$
$$\text{et } (MN) \parallel (BC)$$

Calculer AM, AN et BM



2. On donne :

$$AB = 4,5cm$$
$$AF = 4cm$$
$$FD = 3,2cm$$
$$DE = 9cm$$
$$\text{et } (FB) \parallel (DE)$$

Calculer BF, AE et BE

Exemple

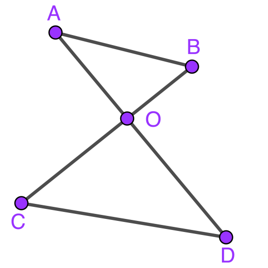
Sur la figure ci-contre : les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On donne :

$$OA = 4cm$$

$$OB = 3cm$$

$$OD = 6cm$$

$$CD = 7cm$$



Calculons OC et AB

On a : A, O, D et B, O, C sont alignés et $(AB) \parallel (CD)$, alors d'après le Théorème de Thalès :

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD} \quad \text{C'est-à-dire} \quad \frac{4}{6} = \frac{3}{OC} = \frac{AB}{7}$$

Calcul de OC : On a : $\frac{4}{6} = \frac{3}{OC}$ alors : $OC = \frac{3 \times 6}{4} = 4,5cm$

Calcul de AB : On a : $\frac{4}{6} = \frac{AB}{7}$ alors : $AB = \frac{7 \times 4}{6} = 4,67cm$

Remarque

Le théorème de Thalès permet de calculer les longueurs.

2. Réciproque du théorème de Thalès

Activité 3

ABC est un triangle.

Soit M un point de la demi-droite $[AB)$ et N un point de la demi-droite $[AC)$ tels que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.

La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N'.

1. Montrer que : $AN = AN'$
2. En déduire que : $(MN) \parallel (BC)$

Théorème 2

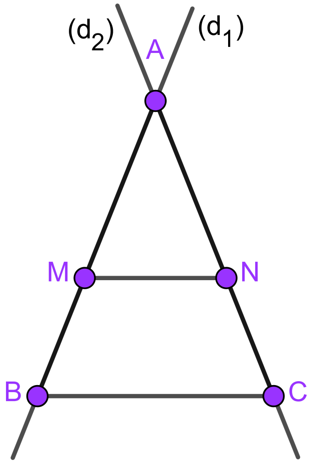
Soient (d_1) et (d_2) deux droites sécantes en A.

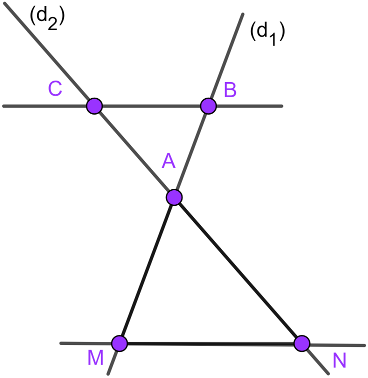
B et M sont deux points de (d_1) distincts de A.

C et N sont deux points de (d_2) distincts de A.

Si les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles

Il y a deux configuration correspondantes à ce théorème :





Exemple

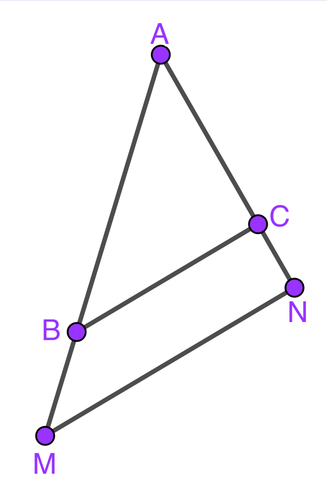
On donne la figure ci-contre tel que :

$AB = 35cm$

$AM = 40cm$

$AC = 21cm$

$AN = 24cm$



Montrons que $(BC) \parallel (MN)$

On a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{40}{35} = \dfrac{8}{7}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{24}{21} = \dfrac{8}{7}$ alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

De plus les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème du Thalès :$(BC) \parallel (MN)$

Remarque

La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer le parallélisme de deux droites.