

Addition et soustraction des nombres décimaux relatifs

9 décembre 2024

Table des matières

1. Addition de deux nombres décimaux relatifs

1.1 Nombres de même signe

1.2 Nombres de signes contraires

2. Soustraction de deux nombres décimaux relatifs

3. opposé d'une somme

1. Addition de deux nombres décimaux relatifs

Activité 1

- Othmane monte 4 marches puis descend 2 marches.

Othmane constate que les deux déplacements qu'il a effectués reviennent à monter 2 marches. Il écrit : $(+4) + (-2) = (+2)$.

- Othmane descend 3 marches puis descend 4 marches.

C'est comme si Othmane descend 7 marches. On traduit : $(-3) + (-4) = -7$.

Compléter le tableau ci-dessous en remplaçant les deux déplacements d'Othmane par un seul déplacement.

Othmane monte de 8 puis descend 4	$8 + (-4) = \dots$
Othmane monte de 5 puis monte 2	$5 + 2 = \dots$
Othmane descend de 7 puis descend 3	$(-7) + (-3) = \dots$
Othmane descend de 4 puis monte 4	$(-4) + 4 = \dots$
Othmane descend de 6 puis monte 1	$(-6) + 1 = \dots$

1.1. Nombres de même signe

Règle 1

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de même signe :

- ▷ On garde le signe commun aux deux nombres.
- ▷ On additionne les distances à zéro de ces deux nombres.

Exemples

$$\triangleright (-5) + (-3) = (-8)$$

$$\triangleright (+6,4) + (+7,2) = 13,6$$

1.2. Nombres de signes contraires

Règle 2

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de signes contraires :

- ▷ On prend le signe de la plus grande distance à zéro.
- ▷ On soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Exemples

$$\triangleright (+15) + (-4) = +11$$

$$\triangleright (-3) + (+1) = -2$$

$$\triangleright (+6,8) + (-11,3) = -4,5$$

$$\triangleright (-4,9) + (+10,2) = +5,3$$

Règle 3

La somme de deux nombres opposés est égale à zéro.

Autrement dit

Soit a un nombre décimal relatif, on a : $a + (-a) = 0$

Exemples

$$\triangleright (+7) + (-7) = 0$$

$$\triangleright (-13,5) + (+13,5) = 0$$

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants :

- $(-3) + (-12)$
- $(+2) + (-11)$
- $(-35) + (+4)$
- $(-4,8) + (-2,3)$
- $(-1,3) + (-0,9)$
- $(+22,13) + (-19)$
- $(-87,1) + (+87,1)$
- $(-124,3) + (-22,7)$

Exercice 2

Compléter les pointillés par le signe $(+)$ ou $(-)$ pour que l'égalité soit vraie :

- $(+8) + (\dots 5) = \dots 3$
- $(\dots 9) + (-3) = \dots 12$
- $(\dots 18) + (\dots 15) = -3$
- $(\dots 27) + (-7) = -34$
- $(-14) + (\dots 12) = -2$
- $(\dots 6) + (\dots 4) = +2$

2. Soustraction de deux nombres décimaux relatifs

Activité 2

On a relevé dans une ville pendant six jours la température le matin (M) et le soir (S) en degrés Celsius.

On s'intéresse à la variation de température entre le matin et le soir, c'est-à-dire combien a-t-on gagné ou perdu de degrés entre la température du matin et la température du soir ?

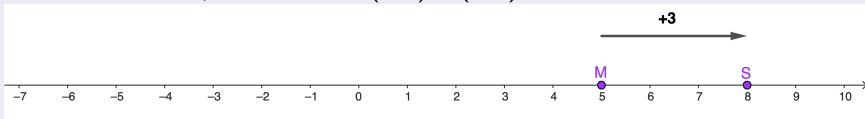
La variation de température correspond donc à la différence entre la température du soir et la température du matin.

Exemples :

- Si la température du matin (M) est $+5$ et celle du soir est $+8$.

La variation de température se calcule ainsi : $(+8) - (+5)$.

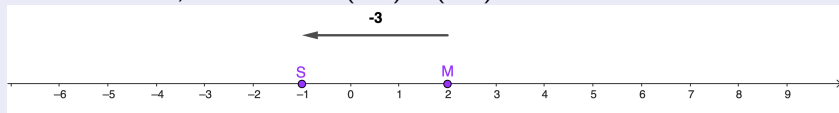
Le résultat de la variation est positif (la température a augmenté de 3°C entre le matin et le soir). On a donc : $(+8) - (+5) = +3$



- Si la température du matin (M) est $+2$ et celle du soir est -1 .

La variation de température se calcule ainsi : $(-1) - (+2)$.

Le résultat de la variation est négatif (la température a diminué de 3°C entre le matin et le soir). On a donc : $(-1) - (+2) = -3$

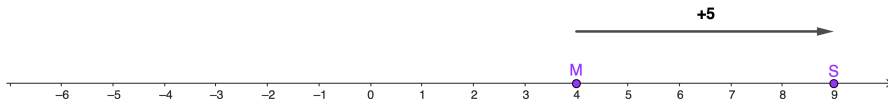


1. Complète le tableau suivant :

	jour 1	jour 2	jour 3	jour 4	jour 5	jour 6
Température du matin (M)	+4	+8	-2	+3	-1	-6
Température du soir (S)	+9	+2	+5	-4	-5	-2
Calcul de la variation						
Résultat de la variation						

2. On peut traduire la situation précédente à l'aide d'un axe graduée pour chaque jour.

Jour 1 :

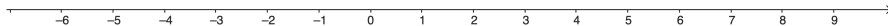


Compléter de même les axes suivants et vérifier ainsi la dernière ligne du tableau

Jour 2



Jour 3



Jour 4



Jour 5



Jour 6



3. On ne pourra pas toujours s'aider d'un schéma pour calculer la différence de deux nombres relatifs. Nous allons donc essayer de découvrir **la règle de calcul**.

Reprenons l'exemple du jour 3 :

$$\begin{aligned} (+5) - (-2) &= (+5) - (-2) + 0 \\ &= (+5) - (-2) + (-2) + (+2) \\ &= (+5) + (+2) \\ &= +7 \end{aligned}$$

On obtient donc que : $(+5) - (-2) = (+5) + (+2)$

Compléter de même : Jour 4 :

$$\begin{aligned} (-4) - (+3) &= (-4) - (+3) + 0 \\ &= (-4) - (+3) + (+\dots) + (-\dots) \\ &= (-4) + (-\dots) \\ &= -\dots \end{aligned}$$

Règle 4

Pour soustraire un nombre, on ajoute l'opposé de ce nombre.

Autrement dit :

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs, on a : $a - b = a + (-b)$

Exemples

$$\triangleright (+6) - (+2) = (+6) + (-2) = +4 \quad \triangleright (-6) - (-2) = (-6) + (+2) = -4$$

$$\triangleright (+6) - (-2) = (+6) + (+2) = +8 \quad \triangleright (-6) - (+2) = (-6) + (-2) = -8$$

Exercice 3

Transformer la soustraction en addition et calculer :

- $(+15) - (+7)$
- $(20) - (-23)$
- $(-9) - (-17)$
- $(-71) - (+70)$
- $(-12,6) - (+3,4)$
- $(-23,7) - (2)$

Exercice 4

Transformer chaque expression en additions des nombres relatifs puis calculer :

- $(+11) + (-7) + (-4) + (+5) + (-3) + (+10)$
- $(-1) + (+5) + (-12) + (-15) + (-3) + (-20)$
- $(-19) + (-5) - (+2) + (-15) - (-18) + (-2)$
- $(-4) - (+3) - (-22) + (-17) - (-13) - (-5)$

3. opposé d'une somme

Règle 5

L'opposé d'une somme est égal à la somme des opposés de chacun des termes de cette somme.

Autrement dit

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs, on a :

$$\triangleright -(a + b) = -a - b$$

$$\triangleright -(a - b) = -a + b$$

Remarque

Lorsqu'un signe $(-)$ précède une parenthèse, on peut supprimer la parenthèse à condition de changer les signes des termes de la parenthèse.

Exemples

Supprimons les parenthèses :

$$\triangleright -(a - 4) = -a + 4$$

$$\triangleright -(-2 + b) = 2 - b$$

$$\triangleright -(a - b - c) = -a + b + c$$

Exercice 5

Relier par une flèche ce qui est convenable :

$$(+4) + (-3) \quad \circ \quad \circ \quad -4 + 3$$

$$(+4) - (-3) \quad \circ \quad \circ \quad -4 - 3$$

$$(-4) - (+3) \quad \circ \quad \circ \quad 4 + 3$$

$$(-4) + (-3) \quad \circ \quad \circ \quad 4 - 3$$

Exercice 6

Écrire sans parenthèses et sans crochets puis calculer :

- $A = 6 - (14 - 8) + (14 - 15) + 8$
- $B = (3 - 7) - 5 + (8 - 3)$
- $C = 167 - [-4 - (13 - 7) + 9]$
- $D = 39,7 - [19 - (34 - 4,5 + 11,5) - (2 - 12,2)]$

Exercice 7

On considère l'expression : $A = x - (y + z)$

Calculer A pour les différentes valeurs de x , y et z .

- | | | | | |
|------------|---|----------|---|----------|
| • $x = 3$ | ; | $y = 4$ | ; | $z = 5$ |
| • $x = 3$ | ; | $y = -4$ | ; | $z = 5$ |
| • $x = -3$ | ; | $y = 4$ | ; | $z = -5$ |
| • $x = -3$ | ; | $y = -4$ | ; | $z = -5$ |