

## Exercice 1

On pose :  $a = \sqrt{45} + 2\sqrt{5}$  et  $b = 3\sqrt{20}$

1. Montrer que :  $a - b = -\sqrt{5}$
2. En déduire la comparaison de  $a$  et  $b$ .

## Exercice 2

1. Comparer  $2\sqrt{3}$  et  $\sqrt{13}$
2. En déduire la comparaison de ce qui suit :

$$-2\sqrt{3} \text{ et } -\sqrt{13}$$

$$2\sqrt{3} - 7 \text{ et } \sqrt{13} - 7$$

$$1 - 6\sqrt{3} \text{ et } 1 - 3\sqrt{13}$$

$$\frac{5}{2\sqrt{3}} \text{ et } \frac{5}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}+3} \text{ et } \frac{1}{\sqrt{13}+3}$$

$$\sqrt{3+2\sqrt{3}} \text{ et } \sqrt{3+\sqrt{13}}$$

(a) Développer et réduire :  $(2\sqrt{3} - \sqrt{13})^2$

(b) En déduire une simplification de :  $\sqrt{25 - 4\sqrt{39}}$

## Exercice 3

1.  $x$  et  $y$  deux nombres réels tel que  $x \leq y$ .

Comparer  $x$  et  $\frac{2x+y}{3}$

2.  $a$  un nombre réel tel que  $a \geq 3$ .

Montrer que :  $\frac{1-a}{2} \leq -1$

3.  $m$  et  $n$  deux nombres réels strictement positifs. Montrer que :  $\frac{m+2n}{4n} \geq \frac{2m}{m+2n}$

## Exercice 4

$x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :

$$2 \leq x \leq 5 \quad \text{et} \quad -7 \leq y \leq -3 \quad \text{et} \quad -10 \leq z \leq -4$$

Encadrer :

$\triangleright 2x - 6$	$\triangleright y + x$	$\triangleright \frac{x}{y}$
$\triangleright x + y$	$\triangleright 2x - y - 2z$	$\triangleright x^2 + z^2$
$\triangleright x - y$	$\triangleright xy$	$\triangleright \frac{2}{-5y+3}$
$\triangleright z - x$	$\triangleright yz$	$\triangleright 7\sqrt{x} - 2$

## Exercice 5

Soit  $z$  un nombre réel tel que :

$$-8 \leq \frac{6z+4}{4} \leq -5$$

Encadrer  $z$

## Exercice 6

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :

$$1 \leq \frac{a-4}{2} \leq \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad -5 \leq b \leq -4$$

1. Montrer que  $6 \leq a \leq 7$
2. Montrer que  $\sqrt{2} \leq \sqrt{\frac{a}{a+b}} \leq \sqrt{7}$

## Exercice 7

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels strictement positifs.

1. Montrer que :  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
2. En déduire que :  $(a+b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$