matière : Mathématiques

Vecteurs et translation

Niveau: 3APIC

Exercice 1 (Extrait d'un devoir surveillé)

Soit ABCD un parallélogramme tel que : $\widehat{BAD}=100^\circ$, et T la translation qui transforme A en C.

- 1. Construire le point E l'image du point B par la translation T.
- 2. Construire le point F tel que :

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$$

- 3. Montrer que le point C est le milieu du segment [DE].
- 4. Quelle est l'image du point D par la translation T? Justifier.
- 5. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{ECF} .

Exercice 2 (Extrait d'un devoir surveillé)

ABCD est un parallélogramme de centre O, et T la translation qui transforme O en B.

- 1. Quelle est l'image du point D par la translation T?
- 2. Construire le point E l'image du point A, et le point F l'image du point C par la translation T.
- 3. Montrer que AEFC est un parallélogramme.
- 4. Montrer que B est milieu du segment [EF].

Exercice 3 (Extrait d'un devoir surveillé)

1. Simplifier les expressions suivantes :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA}$$
$$2\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BC}$$

- 2. ABC est un triangle.
 - (a) Construire les points E, F et D tels que :

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

(b) Montrer que

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

- (c) Écrire \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- (d) Déduire que les points A, D et E sont alignés.
- 3. On considère la translation T qui transforme A en C (translation de vecteur \overrightarrow{AC}).
 - (a) Quelle est l'image du point B par la translation T. Justifier.
 - (b) Construire les points D' et E' les images respectivement des points D et E par la translation T.
 - (c) Déduire que les points C, D' et E' sont alignés.

Exercice 4 (Extrait d'un devoir surveillé)

1. Simplifier les écritures des vecteurs suivants en utilisant la relation de Chasles :

(a)
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD}$$

(b)
$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$$

- 2. Soit ABC un triangle.
 - (a) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
 - (b) Construire le point F tel que : $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$
 - (c) Construire le point H tel que : $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
 - (d) Montrer que : $(EF) \parallel (BC)$
 - (e) Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
 - (f) Montrer que : $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
 - (g) Déduire que E, F et H sont des points alignés.

Exercice 5 (Extrait d'un devoir surveillé)

Soit ABC un triangle et t la translation qui transforme B en C.

- 1. Construire le point E l'image du point A par la translation t.
- 2. Construire le point D l'image du point C par la translation t.
- 3. Déterminer l'image du triangle ABC par la translation t. justifier

Exercice 6 (Extrait d'un devoir surveillé)

Soit ABC un triangle et M le milieu du segment [AB].

1. Construire les points E et F définis par :

$$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$$
 et $\overrightarrow{CF} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$

- 2. Exprimer \overrightarrow{ME} et \overrightarrow{MF} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 3. Montrer que les points M, E et F sont alignés.

Exercice 7 (Extrait d'un devoir surveillé)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que BC = 2AB et soit I le milieu du segment [BC].

On considère la translation T qui transforme le point B au point I; et soit K l'image du point A par la translation T.

- 1. Construis une figure qui vérifie les données.
- 2. Quelle est l'image du point I par la translation T? Justifie

ta réponse.

- 3. Déterminer l'image de la droite (BC) par la translation T. Justifie ta réponse.
- 4. Montrer que le quadrilatère AKIB est un carré.
- 5. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{IKC} . Justifie ta réponse.

Exercice 8 (Extrait d'un devoir surveillé)

Soit ABC un triangle quelconque. Construire les points M, K et L tels que :

$$\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{CB}, \quad \overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

1. Montrer que:

$$\overrightarrow{KM} = 3\overrightarrow{AB} - \frac{9}{4}\overrightarrow{AC}$$

2. Montrer que les points M, K et L sont alignés.

Exercice 9 (Extrait d'un devoir surveillé)

- 1. Tracer un carré ABCD de côté 5 cm puis construire les points E et F, images respectives des points B et D par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} .
- 2. Simplifier (le maximum) l'expression suivante :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$$

- 3. Montrer que le point C est le milieu de [DE].
- 4. Donner en justifiant votre réponse l'image du triangle ADB.