Notions de géométrie

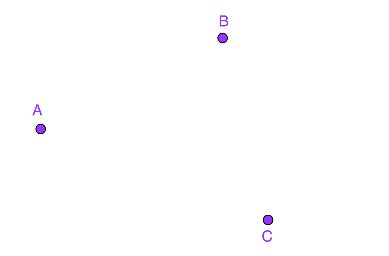
3 novembre 2024

Table des matières

1. La droite

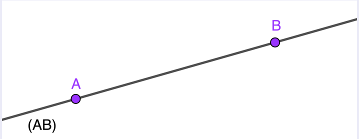
Activité 1

1. Reproduire la figure ci-dessous.
2.
   1. Tracer une droite passant par le point B.
   2. Peut-on déterminer le nombre de droites qui passent par B.
3. Combien de droites peut-on tracer qui passent par les points A et B.
4. Tracer toutes les droites qui passent par les points A ou B ou C.



Propriété 1

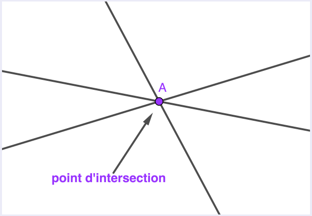
Par deux points distincts A et B passe une seule droite, on la note : (AB) ou (BA).



Remarque

Par un point A passe plusieurs droites.

Une droite est illimitée, cela signifie que l'on peut prolonger son dessin.

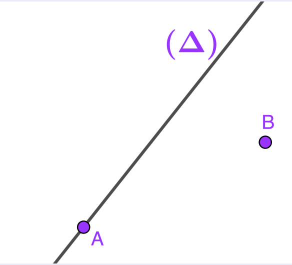


2. Les points alignés

Vocabulaire

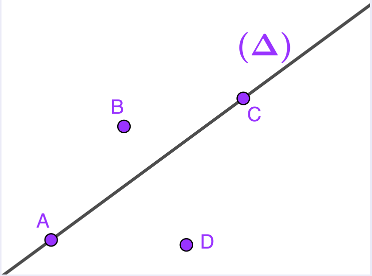
Sur la figure ci-contre :

- Le point A appartient à la droite (Δ). On écrit $A \in (\Delta)$
- Le point B n'appartient pas à la droite (Δ). On écrit $B \notin (\Delta)$



Activité 2

1. Reproduire la figure ci-dessous.
2. Placer un point E sur la droite (Δ).
3. Tracer un point F de (Δ) tel que les points B, N et D soient alignés.
4. Les points A, B et D sont-ils alignés ? (Justifier la réponse)

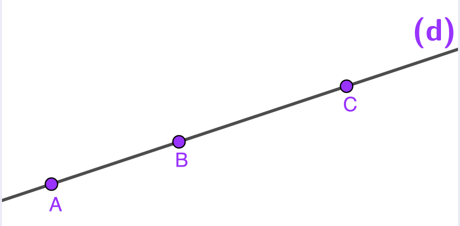


Définition

Trois points sont alignés s'ils appartiennent à la même droite.

Exemple

A, B et C sont alignés.



Remarque

Plusieurs points sont alignés s'ils appartiennent à la même droite.

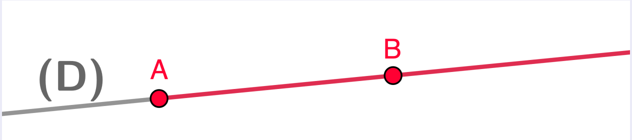
3. La demi-droite

Définition

Une demi-droite est une partie de droite délimité d'une seule extrémité par un point appelé origine.

Exemple

La partie en rouge de la droite (D) s'appelle demi-droite d'origine A et qui passe par le point B.
Elle se note $[AB)$



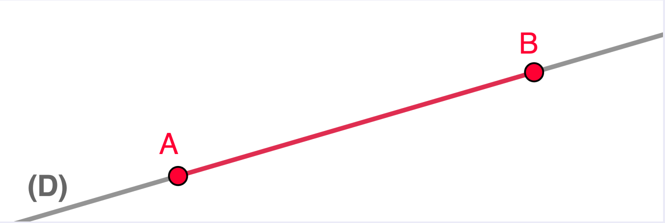
4. Le segment

Définition

Un segment est une partie de droite délimité des deux extrémités par deux points.

Exemple

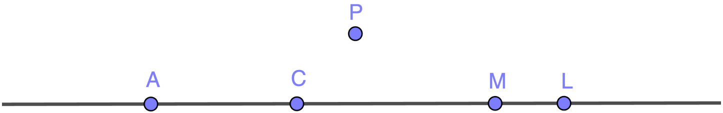
La partie en rouge de la droite (D) s'appelle segment d'extrémité A et B.
Elle se note $[AB]$



Exercice 1

Après avoir observé la figure ci-dessous, recopier et remplacer les pointillés par $\in$ ou $\notin$

.



- $M \dots [AC]$
- $P \dots [CM]$
- $L \dots [CM)$
- $P \dots [AL]$
- $A \dots (CM)$
- $A \dots [ML)$
- $C \dots [AM]$
- $C \dots [LC)$
- $P \dots [LM)$

Exercice 2

A, B, C, D, E et F sont sept points distincts du plan.

1. Tracer en rouge les droites :

$$(AB),\ (AC)\ et\ (BD)$$

2. Tracer en vert les demi-droites :

$$[AE),\ [EG)\ et\ [BF)$$

3. Tracer en blue les segments :

$$[DC],\ [BE]\ et\ [AF]$$

Exercice 3

1. Tracer une droite (D)
2. Placer des points R, C et A tels que :

$$R \notin (D),\ C \in (D) \text{ et } A \in (D)$$

3. Placer un B tel que : $B \in [RA]$
4. Placer un point E de (D) tel que :

$$E \notin [AC] \text{ et } E \in (AC)$$

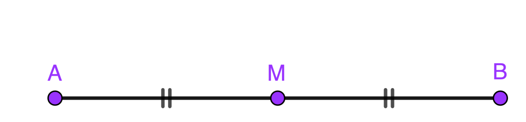
5. Le milieu d'un segment

Définition

Le milieu d'un segment est le point de ce segment situé à égale distance de ses extrémités.

Exemple

M est le milieu d'un segment $[AB]$ signifie que : $M \in [AB]$ et $MA = MB$



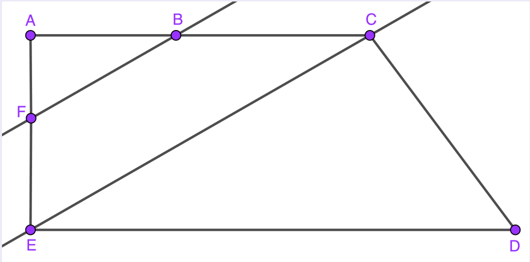
Exercice 4

1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur $5cm$.
2. On note M le milieu du segment $[AB]$.
   Quelle est la longueur AM ? Placer ce point M sur la figure.
3. Sur son dessin, Fatima marque un point N.
   Le point A est alors le milieu du segment $[BN]$.
   Quelle est la longueur AN ? Placer ce point N sur la figure.

6. Les droites sécantes, perpendiculaires et parallèles

Activité 3

Observer la figure, puis recopier et compléter les phrases avec «parallèles» ou «perpendiculaires» (si aucun des deux mots ne convient, ne rien marquer).



1. Les droites (AC) et (ED) sont ....
2. Les droites (AE) et (CD) sont ....
3. Les droites (EC) et (CD) sont ....
4. Les droites (FB) et (EC) sont ....

5. Les droites (AE) et (ED) sont ....
6. Les droites (DC) et (ED) sont ....
7. Les droites (FB) et (ED) sont ....

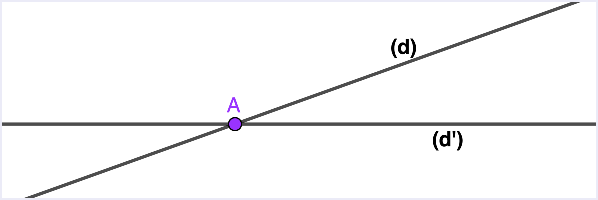
6.1. Droites sécantes

Définition

Deux droites sont sécantes lorsqu'elles ont un seul point commun.

Exemple

(d) et (d') sont sécantes au point A.

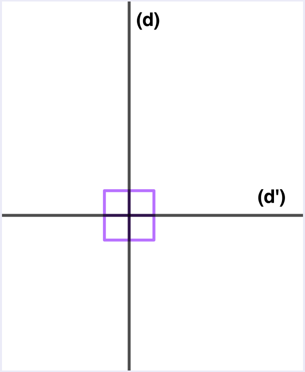


Définition

Lorsque deux droites sont sécantes et foment un angle droit, on dit qu'elles sont perpendiculaires.

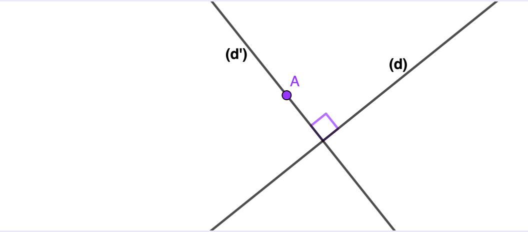
Remarques

- Deux droites perpendiculaires forment 4 angles droites.
- On note deux droites perpendiculaires (d) et (d') par : $(d) \perp (d')$.



Propriété 2

Par un point donné, il passe une droite et une seule perpendiculaire à une droite donnée.



Exercice 5

A, B et C sont 3 points non alignés.

1. Tracer la droite (d_1) perpendiculaire à (BC) et passant par A.
2. Tracer la droite (d_2) perpendiculaire à (AC) et passant par B.
3. Tracer la droite (d_3) perpendiculaire à (AB) et passant par C.

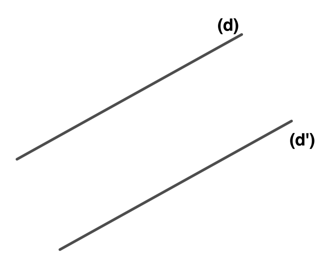
6.3. Droites parallèles

Définition

Deux droites distinctes sont parallèles lorsqu'elles n'ont aucun point commun.

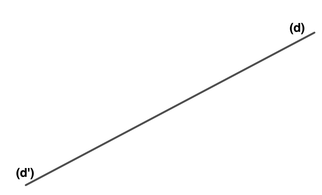
Exemple

Les deux droites (d) et (d') sont parallèles et on note : $(d) \parallel (d')$



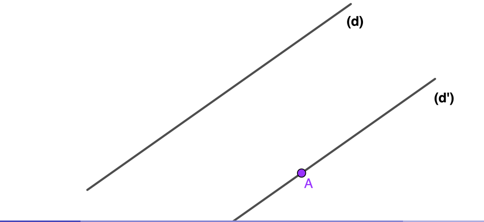
Remarque

Deux droites confondues (d) et (d') sont appelées aussi parallèles : $(d) \parallel (d')$



Propriété 3

Par un point donné, il passe une droite et une seule parallèles à une droite donnée.



Exercice 6

E, BF et G sont 3 points non alignés.

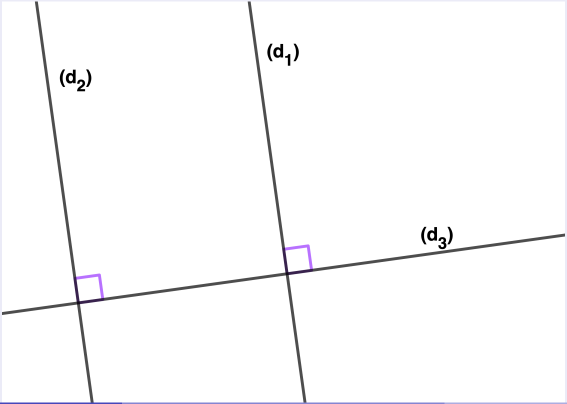
1. Tracer la droite (d_1) parallèle à (FG) et passant par E.
2. Tracer la droite (d_2) parallèle à (EG) et passant par F.
3. Tracer la droite (d_3) parallèle à (EF) et passant par G.

Propriété 4

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Exemple

On a : $(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$
Alors : $(d_1) \parallel (d_2)$



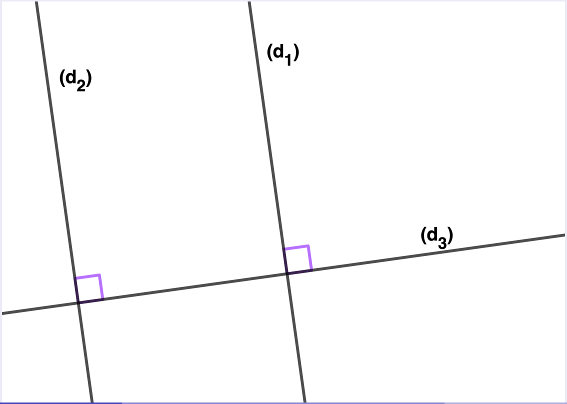
Propriété 5

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Exemple

On a : $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_1)$

Alors : $(d_3) \perp (d_2)$

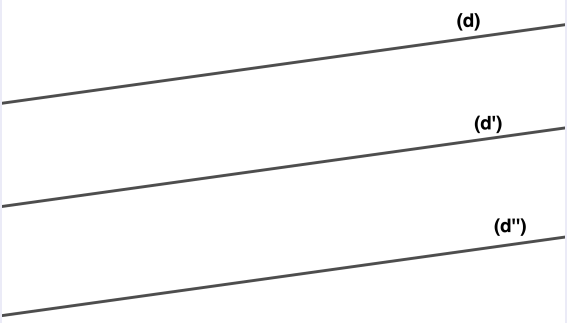


Propriété 6

Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Exemple

On a : $(d) \parallel (d')$ et $(d') \parallel (d'')$
Alors : $(d) \parallel (d'')$



Exercice 7

1. 1. Tracer une droite (EF).
   2. Tracer la droite (D), perpendiculaire à la droite (EF) et passant par E.
   3. Tracer la droite (Δ), perpendiculaire à la droite (EF) et passant par F.
2. Montrer que : $(D) \parallel (\Delta)$.

Exercice 8

1. 1. Tracer deux droites (D_1) et (D_2) sécantes en un point M.
   2. Placer un point N sur la droite (D_2) et tracer la parallèle (D_3) à la droite (D_1) et passant par N.
   3. Placer un point P sur la droite (D_2) et tracer la parallèle (D_4) à la droite (D_1) et passant par P.
2. Montrer que (D_3) et (D_4) sont parallèles.

Exercice 9

1.
   1. Tracer une droite (D).
   2. Placer un point M n'appartenant pas à (D).
   3. Tracer la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (D) et passant par M.
   4. Tracer la droite (Δ') parallèle à la droite (D) et passant par M.
2. Montrer que (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires.

Exercice 10

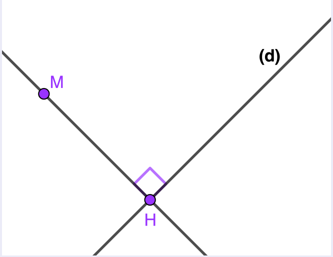
E, F, G et H sont quatre points non alignés.

1. Tracer le point I l'intersection des droites (EG) et (FH).
2. Montrer que les points I, E et G sont alignés.
3. Montrer que les points I, F et H sont alignés.

7. Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite

Définition

Un point H est appelé projeté orthogonal d'un point M sur une droite (d) si $H \in (d)$ et $(HM) \perp (d)$.



Remarque

La distance d'un point M à (d) est la plus petite distance de M à n'import quel point de (d) : $MH < MH_1$; $MH < MH_2$