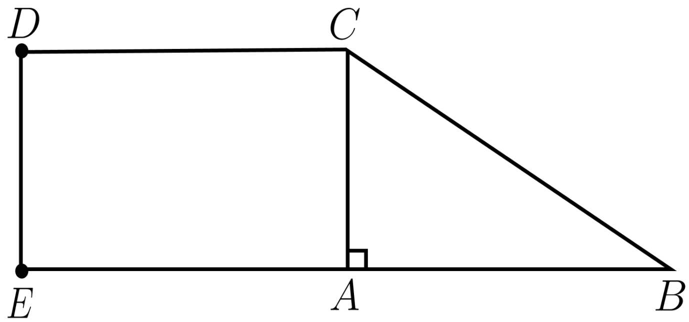
## Correction de l'exercice 1

1. Construction de D :

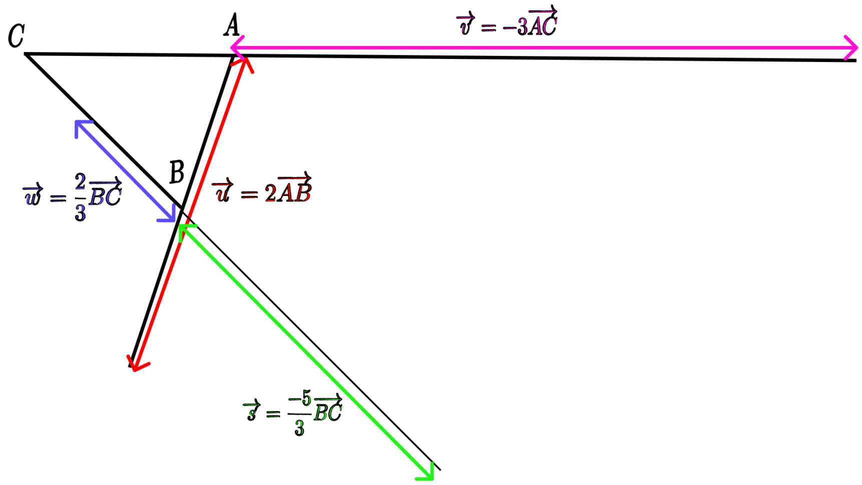



   On a $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

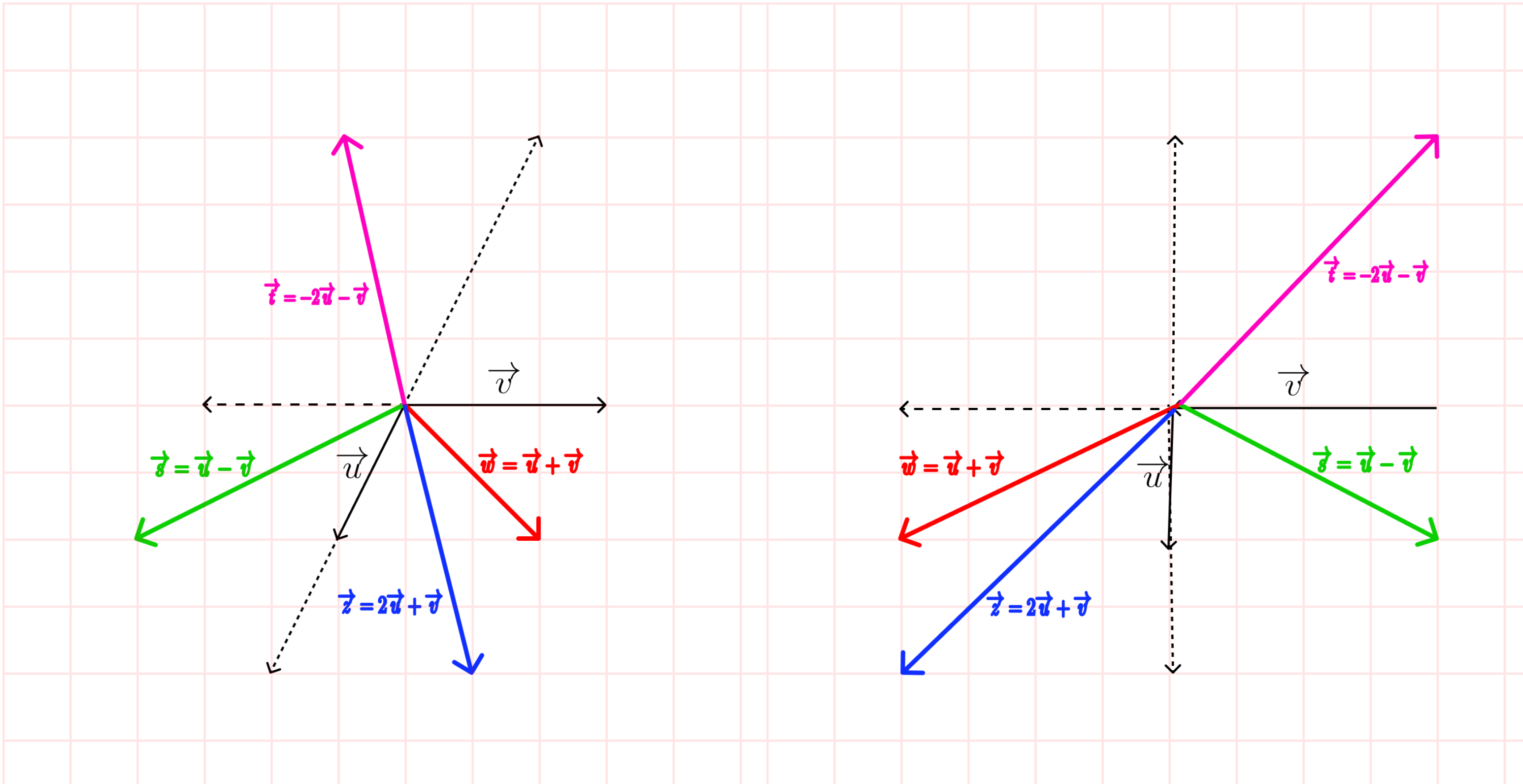
2. Construction de E (Voir la figure ci-dessus) :
3. On a $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AC}$, donc $ACDE$ est un parallélogramme.
   De plus, $(AB) \perp (AC)$ et $(AB) \parallel (DC)$.
   Or, dans le parallélogramme $ACDE$, on a $(DC) \parallel (EA)$.
   Ainsi, $(EA)$ est perpendiculaire à $(AC)$.
   Le parallélogramme $ACDE$ ayant un angle droit, c'est donc un rectangle.

## Correction de l'exercice 2

## Correction de l'exercice 3



## Correction de l'exercice 4



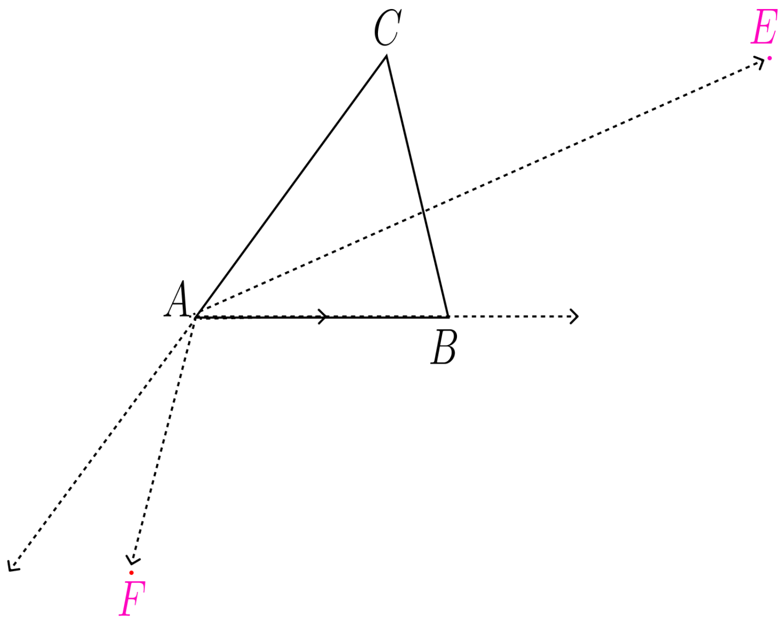

## Correction de l'exercice 5

1. Montrons que : $\overrightarrow{AE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AE} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{2}(-\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \\
&= -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \left(-\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right)\overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} \\
&= \overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}\right) \\
&= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AC}) \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}
\end{aligned}$$

2. Construction des points E et F




3. Montrons que $B$ est le milieu de $[EF]$.

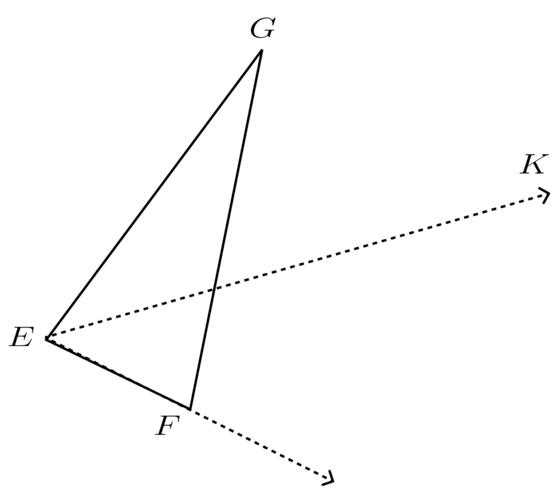
$$\begin{aligned}\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}\\ &= -2\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\\ &= -2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}\\ &= \overrightarrow{0}\end{aligned}$$

   Donc B est le milieu de [EF].

## Correction de l'exercice 6

On considère trois points non alignés $E$, $F$ et $G$.

1. Construction de K :



2. Montrons que $\overrightarrow{GK} = 2\overrightarrow{EF}$.

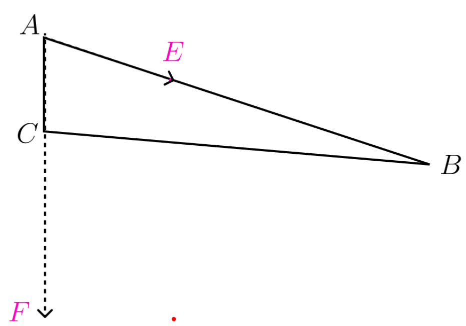
$$\text{On a :} \quad \overrightarrow{GK} = \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EK} = -\overrightarrow{EG} + (\overrightarrow{EG} + 2\overrightarrow{EF}) = 2\overrightarrow{EF}.$$

3. On peut conclure que les vecteurs $\overrightarrow{GK}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.

### Correction de l'exercice 7

Soit $ABC$ un triangle.

1. Construction des points E et F :




2. Calculons $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{FB}$.

$$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC},$$
$$\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}.$$

On remarque que :

$$\overrightarrow{FB} = -3\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = -3\overrightarrow{EC}.$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{FB}$ sont colinéaires.