Exercice 1

Soit f une fonction numérique définie par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

1. déterminer D_f
2. Montrer que f est majore sur $\mathbb{R}$
3. Montrer que f est majore sur $\mathbb{R}$
4. Conclure

Exercice 2

Soit f est une fonction numérique définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$$

1. Déterminer D_f
2. Montrer que f est minorée par 1
3. Montrer que f est majorée par $\frac{7}{3}$

Exercice 3

Soit f une fonction numérique définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2+3}{x^2+1}$$

1. Déterminer D_f
2. (a) Démontrer que f est majorée par 3
   (b) Est ce que 3 est un valeur maximale de f ?
3. (a) Démontrer que f est minorée par 2
   (b) Est ce que 2 est un valeur minimale de f ?

Exercice 4

Soit f est une fonction numérique définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$$

1. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})\ x^2+2x+2>0$
2. Déterminer D_f
3. (a) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})\ f(x) \geq 1$
   (b) En déduire que 1 est le minimum absolue de f.
4. (a) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})\ f(x) < 2$
   (b) Est-ce que 2 est une valeur maximale de f ?

Exercice 5

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer les éléments caractéristiques, dresser le tableau de variations et tracer la courbe représentative dans un repère orthonormé.

- $f(x) = 4 + x^2 - \frac{1}{2}x$.
- $g(x) = -2x^2 - 4x - 2$.
- $h(x) = \frac{x-2}{3x+1}$.
- $k(x) = \frac{5x+9}{x}$.

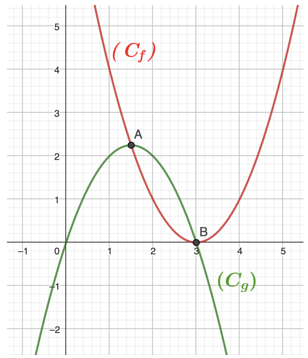
Exercice 6

Pour chacune des fonctions ci-dessous, dresser le tableau de variations et tracer la courbe représentative dans un repère orthonormé.

- $f(x) = \sqrt{x-4}$.
- $g(x) = \sqrt{x+3}$.
- $h(x) = -\frac{1}{2}x^3$.
- $k(x) = 2x^3$.

Exercice 7

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par ses courbes ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :
   - $f(x) = 1$.
   - $g(x) = 0$.
   - $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
   - $f(x) < 1$.
   - $g(x) \geq 0$.
   - $f(x) > g(x)$.
   - $f(x) \leq g(x)$.

Exercice 8

Considérons la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$

1. Déterminer D_f, puis étudier la parité de la fonction f.
2. Vérifier que pour tous a et b de $]0;+\infty[$:

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{ab-9}{3ab}$$

3. Déduire les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $[3;+\infty[$ et $]0;3]$.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f, puis déduire ses valeurs extrêmes (maximum et minimum).

Exercice 9

Le tableau suivant représente le tableau de variations d'une fonction numérique définie sur l'intervalle $[-4;+\infty[$

x	-4		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	-3	↗	2	↘	0	↗	$\frac{5}{2}$	↘	

Déterminer : $f([-4;0])$,

Exercice 10

Écrire f comme une composition de deux fonctions u et v (c'est-à-dire $f = v \circ u$) dans chaque cas :

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}$
2. $f(x) = (x^2+1)^2$
3. $f(x) = \frac{2x^2}{x^2+8}$
4. $f(x) = (3-2x^2)^3$

Exercice 11

Soient f et g les deux fonctions numériques de la variable réelle x définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

1. Déterminer D_f et D_g.
2. Déterminer $D_{g\circ f}$ puis calculer $g \circ f(x)$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f et de la fonction g.
4. Déduire le tableau de variations de la fonction $g \circ f$.

Exercice 12

Soit la fonction h définie par :

$$h(x) = \frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$$

1. Déterminer D_h.
2. Montrer que pour tout $x \in D_h$:

$$\frac{1}{2} \leq h(x) \leq 1$$

3. Soient f et g définies par :

$$f(x) = x+1, \quad g(x) = \frac{x+3}{x-1}$$

4. Donner le tableau de variations de f et g.
5. Vérifier que $h(x) = (g \circ f)(x)$.
6. En utilisant les variations de f et g, étudier les variations de h sur $]-\infty, 2]$ et $[2, +\infty[$.

Exercice 13

On considère les fonctions numériques :

$$f(x) = x^2 - x, \quad g(x) = \sqrt{x+2}, \quad h(x) = \sqrt{x^2-x+2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Vérifier que $f(2) = g(2)$.
3. Représenter f et g dans un repère orthonormé.
4. Déterminer l'image de l'intervalle $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ par f.
5. Donner le tableau de variations de f.
6. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $h(x) = g(f(x))$.
7. En utilisant les variations de f et g, déterminer les variations de h.