

Limite d'une suite numérique

1. Suites de référence de limite $+\infty$

Propriété 1.1

Les suites (n^p) où p est un réel strictement positif ($p > 0$) tendent vers $+\infty$ lorsque n tend vers $+\infty$. On écrit : $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^p = +\infty$ pour tout $p > 0$.

Remarque : Limite de kU_n

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ et k est un nombre réel non nul :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} kU_n = +\infty$ si $k > 0$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} kU_n = -\infty$ si $k < 0$.

Exercice 1.1 : Calculer la limite de la suite (U_n) dans chacun des cas suivants :

$$U_n = 5\sqrt{n} \quad ; \quad U_n = 3n^7 \quad ; \quad U_n = -6n^4 \quad ; \quad U_n = -\frac{4}{5}\sqrt{n}$$

Correction :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5\sqrt{n} = +\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^7 = +\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -6n^4 = -\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{4}{5}\sqrt{n} = -\infty$.

Remarque : Limite d'une suite polynomiale

La limite d'une suite de la forme $U_n = P(n)$ (où P est un polynôme) est la limite de son **terme de plus haut degré** lorsque $n \rightarrow +\infty$.

Exemple 1.1 : Calculer la limite de la suite (U_n) dans chacun des cas suivants :

$$U_n = 3n^2 - 13n + 1 \quad ; \quad U_n = -7n^3 + n - 3 \quad ; \quad U_n = \frac{-n^3 + n - 3}{4n^3 + n + 12}$$

Correction :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 - 13n + 1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 = +\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^3 + n - 3 = \lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^3 = -\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n^3 + n - 3}{4n^3 + n + 12} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n^3}{4n^3} = -\frac{1}{4}$.

Exercice 1.2 : Déterminer la limite de la suite (U_n) dans chacun des cas suivants :

- $U_n = 2 - 6\sqrt{n}$
- $U_n = -5n^3 + 2n - 6$
- $U_n = 3n^2 - 4n + 5$
- $U_n = \frac{-3n^5 + 11n^2 - 4}{5n^2 + n - 8}$
- $U_n = \frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{3n^2 + 2n - 1}$

Correction :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 - 6\sqrt{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -6\sqrt{n} = -\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5n^3 + 2n - 6 = \lim_{n \rightarrow +\infty} -5n^3 = -\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 - 4n + 5 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 = +\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n^5 + 11n^2 - 4}{5n^2 + n - 8} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n^5}{5n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{3}{5}n^3 = -\infty$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{3n^2 + 2n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3}{3n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{3}n = +\infty$.