

# Les nombres en écriture fractionnaire : Comparaisons et Opérations

Ayoub Aissaoui

14 octobre 2024

# Table des matières

## 1. Écriture fractionnaire d'un nombre

## 2. Égalité de fractions

## 3. Comparaison de fractions

### 3.1 fractions de même dénominateur

### 3.2 Fractions de dénominateurs différentes

## 4. Opérations sur les nombres en écritures fractionnaire

### 4.1 additionner (ou soustraire) deux fractions ayant le même dénominateur

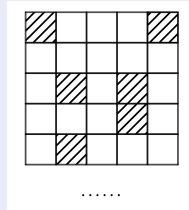
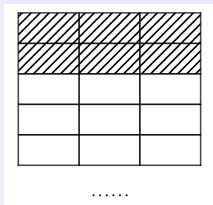
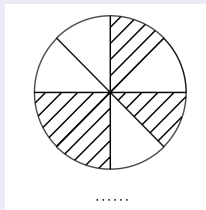
### 4.2 additionner (ou soustraire) deux fractions ayant des dénominateurs différentes

## 5. Multiplication

# 1. Écriture fractionnaire d'un nombre

## Activité

Exprimer par une fraction la partie hachurée de chaque figure :



## Définition

$a$  et  $b$  deux nombres décimaux avec  $b \neq 0$ .

$\frac{a}{b}$  est une écriture fractionnaire d'un nombre.  $a$  représente **le numérateur** et  $b$  **le dénominateur**.

$\frac{a}{b}$  est le quotient de  $a$  par  $b$  où  $\frac{a}{b} = a \div b$

## Remarques

- ▷ Le quotient de deux entiers est une fraction.
- ▷ La division par 0 est impossible.

## Exemples

①  $\frac{7}{2}$  est une écriture fractionnaire ainsi ; c'est aussi une fraction et

$$\frac{7}{2} = 7 \div 2 = 3,5$$

②  $\frac{3,5}{0,4}$  est une écriture fractionnaire mais n'est pas une fraction et

$$\frac{3,5}{0,4} = 3,5 \div 0,4 = 8,75$$

## Remarques

- ▷ Tous les entiers sont des fractions.

Par exemple : 5 est une fraction car :  $5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \dots$

- ▷ Tous les décimaux sont des fractions.

Par exemple : 4,5 et 0,241 sont des fractions, car :  $4,5 = \frac{45}{10}$

et  $0,241 = \frac{241}{1000}$

## 2. Égalité de fractions

### Activité

Relier par un trait les figures dont les proportions de surface hachurée sont égales, puis déduire les égalités de fractions correspondantes.



$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$



$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$



$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

## Règle 1

On ne change pas une fraction lorsqu'on multiplie (ou on divise ) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement dit  $a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres décimaux avec  $b \neq 0$  et  $k \neq 0$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

## Exemples

$$\begin{aligned} \triangleright \quad \frac{20}{35} &= \frac{5 \times 4}{5 \times 7} = \frac{4}{7} \\ \triangleright \quad \frac{24}{16} &= \frac{24 \div 8}{16 \div 8} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

## Exercice 1

Compléter les égalités suivantes :

$$\triangleright \frac{4}{5} = \frac{16}{\dots}$$

$$\triangleright \frac{18}{27} = \frac{\dots}{3}$$

$$\triangleright \frac{12}{28} = \frac{\dots}{7}$$

$$\triangleright \frac{9}{63} = \frac{1}{\dots}$$

$$\triangleright \frac{5}{9} = \frac{15}{\dots}$$



## Définition

Simplifier une fraction c'est l'écrire avec de plus petits numérateur et dénominateur entiers possibles.

On dit alors qu'elle est **irréductible**.

## Exemple

$$\frac{42}{56} = \frac{21 \times 2}{28 \times 2} = \frac{21}{28} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$  est une fraction irréductible.

## Exercice 2

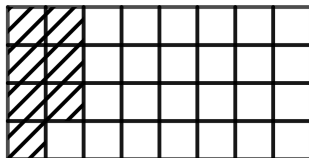
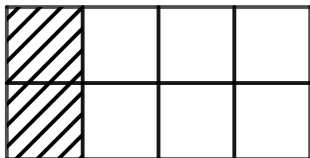
Simplifier le plus possible les fractions suivantes :

$$\triangleright \frac{25}{100}$$

$$\triangleright \frac{21}{49}$$

### 3. Comparaison de fractions

#### Activité 3



- 1 Exprimer par une fraction la partie hachurée de chaque figure.
- 2 A l'aide du graphique, comparer ces deux fractions.

## Correction

- ❶ La fraction qui représente la partie hachurée de la première figure est :  
 $\frac{2}{8}$
- La fraction qui représente la partie hachurée de la deuxième figure est :  
 $\frac{7}{32}$
- ❷ En observant le graphique, on peut déduire que la partie hachurée de la première figure  $\left(\frac{2}{8}\right)$  est plus grande que celle de la deuxième figure  $\left(\frac{7}{32}\right)$ .

### 3.1. Fractions de dénominateurs différentes

#### Propriété

Si deux nombres en écritures fractionnaires ont le même dénominateur, le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

#### Exemple

Comparons  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{2}{5}$

On a les deux fractions  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{2}{5}$  ont le même dénominateur 5, et comme  $7 > 2$  alors  $\frac{7}{5} > \frac{2}{5}$

## 3.2. Fractions de dénominateurs différentes

### Propriété

Pour comparer deux nombres en écritures fractionnaires de dénominateurs différentes, on commence par les mettre au même dénominateur puis on compare leurs numérateurs.

## Exemples

- ▷ Comparaisons  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{8}$

Mettons les deux fractions  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{8}$  au même dénominateur.

$$\text{On a : } \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}.$$

Alors la comparaison de  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{8}$  revient à comparer  $\frac{2}{8}$  et  $\frac{3}{8}$

Et comme  $2 < 3$ , donc  $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$  alors  $\frac{1}{4} < \frac{3}{8}$

- ▷ Comparaisons  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{7}{5}$

Mettons les deux fractions  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{7}{5}$  au même dénominateur.

$$\text{On a : } \frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15} \text{ et } \frac{7}{5} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{21}{15}$$

Alors la comparaison de  $\frac{4}{3}$  et  $\frac{7}{5}$  revient à comparer  $\frac{20}{15}$  et  $\frac{21}{15}$

Et comme  $20 < 21$ , donc  $\frac{20}{15} < \frac{21}{15}$  alors  $\frac{4}{3} < \frac{7}{5}$

### Exercice 3

Comparer les fractions suivants :

▷  $\frac{15}{78}$  et  $\frac{17}{78}$

▷  $\frac{5}{27}$  et  $\frac{7}{54}$

▷  $\frac{6}{7}$  et  $\frac{8}{9}$

▷  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{2}{9}$



## 4. Operations sur les nombres en écritures fractionnaire

### 4.1. additionner (ou soustraire) deux fractions ayant le même dénominateur

#### Activité

Kenza a acheté une tablette de chocolate noir de 18 carrés.

Kenza en a mangé 5 carrés et Othmane 7 carrés.

- ① ① Quelle fraction de la tablette Kenza a-t-elle mangé ?
- ② ② Quelle fraction de la tablette Othmane a-t-il mangé ?
- ② ① Quelle fraction de la tablette ont-ils mangée à eux deux ?
- ② ② Quelle est la fraction qui reste ?

## Correction

- ① ① Kenza a mangé 5 carrés sur une tablette de 18 carrés. La fraction correspondante est donc :  $\frac{5}{18}$
- ② ② Othmane a mangé 7 carrés sur une tablette de 18 carrés. La fraction correspondante est :  $\frac{7}{18}$
- ② ① Ils ont mangé ensemble un total de  $5 + 7 = 12$  carrés sur 18. La fraction totale est donc :  $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$
- ② ② Il restait  $18 - 12 = 6$  carrés sur 18, donc la fraction restante est :  $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

## Règle 2

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur :

- On additionne (ou on soustrait ) les numérateurs.
- On conserve le dénominateur commun.

**Autrement dit :**  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres décimaux avec  $c \neq 0$ .

On a :  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$  et  $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

## Exemples

Calculons et simplifions si possible :

$$\triangleright \frac{7}{11} + \frac{3}{11} = \frac{7+3}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\triangleright \frac{8}{11} - \frac{3}{11} = \frac{8-3}{11} = \frac{5}{11} = \frac{5}{5 \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$\triangleright \frac{3,8}{7} - \frac{1,7}{7} = \frac{3,8-1,7}{7} = \frac{2,1}{7} = \frac{2,1 \times 10}{7 \times 10} = \frac{21}{70} = \frac{21 \div 7}{70 \div 7} = \frac{3}{10}$$

#### 4.2. additionner (ou soustraire) deux fractions ayant des dénominateurs différentes

### Activité 6

Othmane a acheté une tablette au chocolat noir de 18 carrés.

Othmane a mangé  $\frac{1}{3}$  de la tablette et Kenza  $\frac{11}{18}$  de la tablette.

- 1 Quelle fraction de la tablette ont-ils mangée à eux deux ?
- 2 Quelle fraction de la tablette reste-t-il ?

## Correction

- ❶ Othmane a mangé  $\frac{1}{3}$  de la tablette, et Kenza a mangé  $\frac{11}{18}$  de la tablette.  
Il faut d'abord exprimer les deux fractions avec un dénominateur commun.  
Le plus petit commun multiple de 3 et 18 est 18. Donc :  $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}$   
Maintenant, on peut additionner les deux fractions :  $\frac{6}{18} + \frac{11}{18} = \frac{17}{18}$   
Ils ont donc mangé ensemble  $\frac{17}{18}$  de la tablette.
- ❷ La fraction qui reste est :  $1 - \frac{17}{18} = \frac{18}{18} - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$   
Il reste donc  $\frac{1}{18}$  de la tablette.

## Règle 6

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres en écritures fractionnaires qui ont des dénominateurs différentes :

- On commence par les écrire avec le même dénominateur.
- On additionne (ou on soustrait) les numérateurs en conservant le dénominateur commun.

## Exemples

$$\triangleright \frac{1}{3} + \frac{5}{2} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{2+15}{6} = \frac{17}{6}$$

$$\triangleright \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{12-5}{20} = \frac{7}{20}$$

$$\triangleright \frac{8}{5} + \frac{4}{15} = \frac{8 \times 3}{5 \times 3} + \frac{4}{15} = \frac{24}{15} + \frac{4}{15} = \frac{24+4}{15} = \frac{28}{15}$$

## Exercice 4

Calculer :

$$\triangleright A = \frac{3}{4} + \frac{7}{4}$$

$$\triangleright B = \frac{6}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\triangleright C = \frac{13}{2} + \frac{5}{8}$$

$$\triangleright D = \frac{4}{9} - \frac{2}{81}$$

$$\triangleright E = \frac{6}{7} + \frac{3}{4}$$

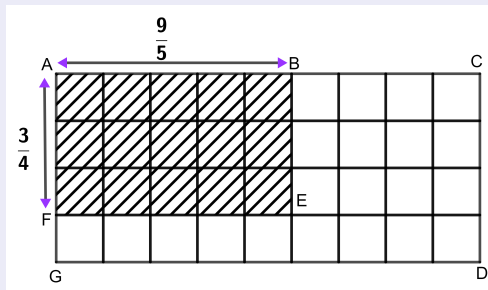
$$\triangleright F = \frac{5}{3} - \frac{1}{11}$$

## 5. Multiplication

### Activité

$ACDG$  est un rectangle

- 1 Exprimer l'aire du rectangle  $ABEF$  à l'aide de ses dimensions.
- 2 S'aider de la figure pour exprimer l'aire de ce rectangle à l'aide d'une fraction.
- 3 En déduire que :  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{36}$





## Correction

## Règle

Pour calculer le produit de deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit :

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  des nombres décimaux ( $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ ), On a :  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

## Exemples

$$\triangleright \frac{2}{7} + \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{7 \times 11} = \frac{10}{77}$$

$$\triangleright \frac{5,2}{3,4} \times \frac{2}{3} = \frac{5,2 \times 2}{3,5 \times 3} = \frac{10,4}{10,5}$$

$$\triangleright \frac{7}{5} \times 4 = \frac{7 \times 4}{5} = \frac{28}{5}$$