

TODO

Generell

1. Alle Bildunterschriften mit einem Punkt am Ende, ggF mit Quellen versehen, einheitlich formatieren (z.B. newline zwischen **Links:** und **Rechts:**)
2. Alle Bildunterschriften mit Kurzbezeichnungen (eckige Klammern) versehen
3. Referenzen in Reginas Teil prüfen (siehe auch Anmerkungen mit %TODO:)
4. Bilder in Reginas Teil richtig skalieren
5. Bilder in Kapitel 2.3 ggF trennen, zusammenführen, ggF mehr text etc (siehe auch Anmerkungen mit %TODO:) - insbesondere alle Abbildungen 9-22
6. Alle 'Abb.' durch 'Abbildung' ersetzen, die **nicht** in Klammern stehen
7. Alle 'Abbildung' durch 'Abb.' ersetzen, die in Klammern stehen

René

- 1.

Vivi

- 1.

Fortgeschrittenenpraktikum

Optische Fouriertransformation

Vivien Sleziona *

Regina Schauer †

René Vollmer ‡

Betreut durch
Kai Morgener §

August 2015

[Zusammenfassung]

Die Fourier-Analytik und insbesondere die Fouriertransformation sind auf vielen modernen Anwendungen kaum noch weg zu denken. Sie ist essentieller Bestandteil vieler Bildverarbeitungsalgorithmen [1] und -kompressionsverfahren wie JPEG [2], sie wird genutzt um Bildinformationen Computeralgorithmen zugänglich zu machen [3] und in vielen anderen Bereichen der Signalverarbeitung.

In diesem Versuch wird mit einfachen optischen Mitteln eine Fouriertransformation an Bildern durchgeführt, die Fouriertransformierte manipuliert und rücktransformiert werden. Dabei wird dem Leser ein intuitives Verständnis für die Funktionsweise und Bedeutung von Fouriertransformationen vermittelt.

*vivi.s@arcor.de

†regina.schauer@web.de

‡rene.vollmer@studium.uni-hamburg.de

§kmogene@physnet.uni-hamburg.de

Inhaltsverzeichnis

1 Theoretische Grundlagen	1
1.1 Mathematische Grundlagen	1
1.2 Optik	2
2 Experimentelle Durchführung	4
2.1 Einkopplung	4
2.2 Lichtsensor	6
2.3 Abbildung und Fourierbild	7
3 Auswertung	17
3.1 Lichtsensor	17
3.2 Erzeugung von Beugungsbildern von verschiedenen Gittern	17
3.3 Erzeugung von Beugungsbildern von Punkten	19
3.4 Erzeugung von Beugungsbildern von Buchstaben und Zahlen	21
3.5 Erzeugung von Beugungsbildern des Fourierhauses	22
3.6 Optische Filterung des Fourierhauses durch eine Schneide	22
3.7 Optische Filterung durch Hochpass-, Tiefpass- und Breitbandfilter	22
3.8 Schlierenverfahren durch Verwendung eines Halbebenenfilters	23
4 Fazit	25
Literatur	A
Abbildungsverzeichnis	B
5 Anhang	D

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Mathematische Grundlagen

Die kontinuierliche Fourier-Transformation (kurz FT) ist definiert als

$$G(s) = F\{g(x)\} := \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot e^{-2\pi ixs} dx \quad (1)$$

wobei $g(x) \in L^1(\mathbb{R})$ eine absolut integrierbare, außer an endlich vielen Stellen stetige Funktion in einer Variable ist. Die transformierte dieser Funktion wird häufig mit dem gleichen Buchstaben wie die nicht transformierte, jedoch groß geschrieben bezeichnet.

Die Rücktransformation (auch *inverse Fourier-Transformation*, kurz iFT) ist definiert als

$$g(x) = F^{-1}\{G(s)\} := \int_{-\infty}^{+\infty} G(s) \cdot e^{+2\pi ixs} ds \quad (2)$$

Anschaulich entspricht eine FT einer Zerlegung einer Funktion in periodische Funktionen einer bestimmten Wellenlänge und Amplitude. Die transformierte Funktion bildet anschließend die Amplituden gegen die Frequenz ab. So würde eine einfache periodische Sinus-Funktion unter FT zu einer delta-Verteilung.

Diese beiden Abbildungen besitzt einige besondere Eigenschaften, die sie für die Informationsverarbeitung interessant machen. Die wichtigsten sollen hier kurz skizziert werden:

1. Zweifache Anwendung

$$F\{F\{g(x)\}\} = F\{G(s)\} = g(-x) \quad (3)$$

Beweisskizze: Vorzeichenumkehr $x \rightarrow -x$ in 2 entspricht der FT von $G(s)$ und $F\{G(s)\} = F\{F\{F^{-1}\{G(s)\}\}\} = F\{F\{g(x)\}\}$.

2. Linearität

$$F\{a \cdot g(x) + b \cdot h(x)\} = a \cdot F\{g(x)\} + b \cdot F\{h(x)\} \quad (4)$$

Beweisskizze: Dank der Eigenschaften von $g(x)$ kann das Integral der Fourier-Transformation in Teilintegrale geteilt und lineare Faktoren heraus gezogen werden.

3. Ähnlichkeit

$$F\{g(a \cdot x)\} = {}^{1/a} \cdot F\{g(x/a)\} = {}^{1/a} \cdot G(s/a) \quad (5)$$

Beweisskizze: Substitution von $y = a \cdot x$ als Integrationsvariable.

4. Verschiebung

$$F\{g(x - a)\} = e^{-2\pi ixa} \cdot F\{g(x)\} = e^{-2\pi ixa} \cdot G(s) \quad (6)$$

Beweisskizze: Variablensubstitution $x - a \rightarrow x$.

5. Faltung

$$F\{g(x) \circ h(x)\} = F\{g(x)\} \cdot F\{h(x)\} = G(x) \cdot H(x) \quad (7)$$

Mit der Definition der Faltung als

$$g(x) \circ h(x) := \int g(x) \cdot h(x-a) da \quad (8)$$

Beweisskizze: Nutze $F\{\int g(a) \circ h(x-a) da\} = \int g(a) \cdot F\{h(x)\} da$ und anschließendes Vertauschen der Integrationen über a und x aus Faltung und FT.

Einige dieser Eigenschaften können direkt im Versuch gesehen werden, siehe Abschnitt 3.

1.2 Optik

Die geometrische Optik ist der Teilbereich der Optik, wo Lichtwellen durch idealisierte Strahlen angenähert werden um den Weg des Lichtes zu (re)konstruieren. Sämtliche Schlussfolgerungen basieren auf diesen vier Axiomen:

1. Axiom: In homogenem Material verlaufen Lichtstrahlen gerade.
2. Axiom: An der Grenze zwischen zwei homogenen und isotropen Materialien wird das Licht nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und nach dem Brechungsgesetz gebrochen.
3. Axiom: Zeit- bzw. Strahlenumkehr, die Richtung eines Lichtstrahles ist belanglos.
4. Axiom: Die Lichtstrahlen beeinflussen sich nicht gegenseitig.

Durch die spezielle Geometrische Form von Sammellinsen ergibt sich ein Brechungswinkel in Abhängigkeit vom Abstand zum Mittelpunkt, der effektiv Strahlen bündeln oder kollimieren kann. Die Brennweite f gibt den Abstand an, in dem sich eine punktförmige Lichtquelle befinden muss, um von der Linse kollimiert zu werden. Gleichzeitig ist sie auch die Entfernung in der ein kollimierter Strahl hinter einer Linse gebündelt wird (siehe auch drittes Axiom).

Neben den Effekten der geometrischen Optik gibt es noch Effekte, die sich nicht durch dieses einfache Modell beschreiben lassen. Hierzu zählt die Streuung. Diese kann nach dem Huygensschen Prinzip[4] beschrieben und mittels der Beschreibung durch die Frauenhoferbeugung[5][6, Kap. 2] vereinfacht werden. Die wesentliche Erkenntnis hieraus ist, dass ein Lichtstrahl der durch ein Objekt mit einem oder mehreren Spalten, deren Öffnungsbreite in der Größenordnung der Wellenlänge liegt, läuft gestreut, das heißt aufgeweitet, wird. Dieser Strahl wird anschließend auf Grund von Laufzeitunterschieden mit sich selber interferieren. Dabei ist das auf einem, in einem zur Spaltweite großem Abstand befindlichen, Schirm entstehende Muster von der Spaltweite und -anzahl abhängig. Dabei gilt: Je feiner das Spaltmuster, desto größer ist der Abstand zwischen den Interferenzmaxima.

Effektiv wird das Licht also in Teilstrahlen aufgeteilt, deren Winkel abhängig von der Amplitudenstruktur des Objektes ist. Je weiter man sich nun von dem Objekt entfernt, desto größer wird das Verhältnis zwischen Winkel- und räumlichen Informationen. In der Unendlichkeit gibt der Ort eines Maximums nur noch Informationen über die Größenordnung der Struktur, nicht mehr über dessen Position. Dies entspricht dem anschaulichen Bild der FT.

Es kann nun gezeigt werden, dass die besondere Beschaffenheit einer Sammellinse, die sich genau in Brennweite zu dem Objekt und einem Schirm befindet, dafür sorgt, dass dieser Zustand nicht erst in der Unendlichkeit, sondern auf dem Schirm auftritt. Dies ist in Abbildung 1 am Beispiel eines einfachen Spaltes illustriert. Eine weitere Linse kann das Bild zurück transformieren und man erhält eine Abbildung des Objektes. Dies entspricht der iFT.

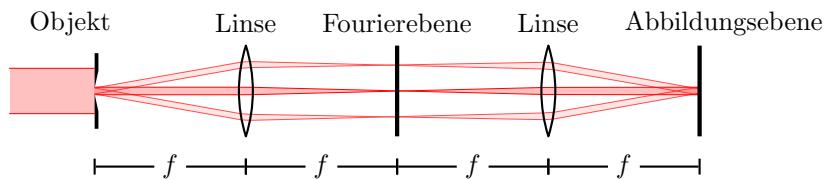


Abbildung 1: Ein kollimierter Laserstrahl von links trifft auf ein Objekt (hier einen Spalt) und wird gestreut. Hier sind beispielhaft drei Strahlenverläufe eingezeichnet. Diese könnten als 1., 0. und -1. Intensitätsmaximum der Streuung interpretiert werden. Man erkennt, dass durch das Objekt die Intensitätsverteilung in der Fourierebene beeinflusst wird. Eine zweite Linse transformiert diese wieder zurück und erzeugt so eine Abbildung des Objektes.

Eine mathematische Herleitung dieser, hier nur anschaulich erläuterten Effekte, ist beispielsweise im Begleitheft zu diesen Versuchen oder in [6, Kap. 2.3] zu finden.

2 Experimentelle Durchführung

Der Versuch der optischen Fouriertransformation besteht aus drei Versuchsteilen. Zunächst wurde die Einkopplung des Laserstrahls im Faserkopplungsaufbau optimiert und die Effizienz der Einkopplung und der Faser mithilfe einer Photodiode gemessen.

Hierzu wurde eine Photodiode mit einem ausgewählten Widerstand so aufgebaut, dass die Lichtleistung über ein Oszilloskop gemessen werden konnte.

Im letzten Versuchsteil wurde als optischer Pfad hinter dem Auskoppler der sogenannte 4f-Aufbau aufgebaut und optimiert. Mit einer Kamera wurden die Bilder mehrerer Objekte und deren Abbildungen in der Fourierebene aufgenommen. Für manche Objekte wurde zusätzlich zu einer Abbildung in der Fourierebene eine Reihe an Aufnahmen in der Abbildungsebene gemacht, wobei in die Fourierebene verschiedene Filter eingesetzt wurden.

2.1 Einkopplung

In diesem Abschnitt wurde die recht zeitaufwändige Justage der Lasereinheit durchgeführt, mit dem Ziel, den Laserstrahl in eine Glasfaser einzukoppeln. Der Vorteil einer Faser ist, dass der anschließende Aufbau zur Durchführung der Fouriermessungen an beliebig anderer Stelle im Labor errichtet werden kann. Der Faserkopplungsaufbau (siehe Abbildung 2) befand sich in bereits aufgebauten Zustand auf einer eigenen Platte und wurde lediglich optimiert. Für die Durchführung des Versuchs wurde ein temperaturgesteuerter cw-Diodenlaser¹ mit einer Wellenlänge von 660 nm verwendet.

Zur Regulierung der Intensität wurde die Eigenschaft der Polarisation des Lichts ausgenutzt, welche anschaulich als *Schwingungsebene* einer Lichtwelle beschrieben werden kann. Der Laserstrahl durchläuft eine $\lambda/2$ -Platte; dabei handelt es sich um eine doppelbrechende Platte, die den beiden entstehenden Teilwellen einen Gangunterschied erteilt, der gleich der Hälfte der Bezugswellenlänge λ ist. In Diagonalstellung wird die Polarisation des Lichts gedreht. Letzterer Effekt wurde hier genutzt, da so in Kombination mit dem Strahlteiler hinter der $\lambda/2$ -Platte die Menge des anschließend verwendeten Lichts wie folgt reguliert werden konnte. Der Strahlteiler ist für eine der beiden Polarisationsebenen durchlässig, für die Andere reflektierend. Durch Drehung der $\lambda/2$ -Platte wurde die Polarisation des Lichts beeinflusst. So konnte beeinflusst werden, wie hoch der Anteil des Lichts mit der Polarisation ist, welche durch den Strahlteiler zur Glasfaser gelenkt wurde. Auch direkt vor der Fasereinkopplung spielt die Polarisation eine Rolle, da die lichtleitende Faser für eine bestimmte Polarisation die höchste Effizienz aufweist. Aus diesem Grund befindet sich im Aufbau eine weitere $\lambda/2$ -Platte unmittelbar vor der Fasereinkopplung.

Zur Optimierung der Einkopplung des Lichts in die Faser wurde ein Laserpointer an dem noch freien Ende der Faser angebracht und vor dem Einkoppler mit Hilfe der Spiegel eine optimale Überlagerung der beiden Signale eingestellt. So wurde das Axiom der Strahlenumkehr der geometrischen Optik genutzt, um den Laserstrahl unter dem korrekten Winkel und Ort einzukoppeln. Da jedoch die Laserstrahlen eine räumliche Ausdehnung haben und aufgrund der relativ hohen Lichtintensitätsdichten die Überlagerung nur schwer

¹Modell LD: Mitsubishi ML101J27 mit einer maximalen Ausgangsleitung von 35 mW. Betrieben wurde der Laser mit 90,3 mA bei 18°C.

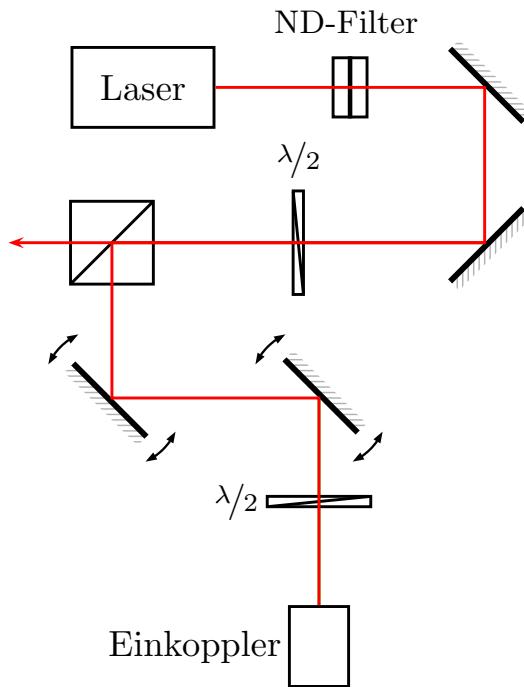


Abbildung 2: Schematischer Strahlungsaufbau zwischen Laser und Fasereinkopplung. Nach dem Verlassen des Lasers wird die Lichtintensität aus Sicherheitsgründen mit Hilfe eines ND-Filters reduziert. Mit Hilfe der darauf folgenden Spiegel wurde der Strahlenverlauf feinjustiert. Der Strahlteiler dient dazu, dass je zwei Versuchsaufbauten Licht erhalten. Mit Hilfe der sich davor befindlichen $\lambda/2$ - Platte die Intensität des Laserstrahls so eingestellt werden, dass beide Versuchsaufbauten ausreichend Lichtleistung erhalten. Der zweite Strahl nach dem Strahlteiler wird nicht weiter betrachtet.

zu erkennen ist, wurde anschließend die Intensität des aus der Faser austretenden Lichtes beobachtet, um dessen Leistung anhand der Feinjustierung über die Spiegel weiter zu optimieren. Dies erfolgte zunächst mit dem bloßen Auge und anschließend mit einem Powermeter, welches an ein Oszilloskop angeschlossen wurde, um schnelle Änderungen der gemessenen Lichtleistung besser sichtbar zu machen. Nachdem hierfür ein Optimum auf dem Oszilloskop möglichst genau eingestellt wurde, wurde die Faser unter Beobachtung des Signals auf dem Oszilloskop verbogen und mit Hilfe eines Heißluftföhns erhitzt, und gleichzeitig die $\lambda/2$ -Platte vor der Einkopplung in ihrer Halterung gedreht. Steht die $\lambda/2$ -Platte optimal, so ist die Polarisation erreicht, für welche die Glasfaser die höchste Transmission aufweist. Dies zeigt sich daran, dass das beobachtbare Signal auf dem Oszilloskop unter Verbiegen und Erhitzen die geringsten Schwankungen aufweist. Bei dem hier gefundenen Optimum der Fasereinkopplung wurde mit einem Powermeter vor der Einkopplung eine Spannung von 420 mV gemessen und hinter der Auskopplung eine Spannung von 244 mV. Dies entspricht einer Effizienz von 42%.

2.2 Lichtsensor

Für die Optimierung der Einkopplungsleistung wurde ein Powermeter benutzt. Dieses wurde an ein digitales Oszilloskop angeschlossen, um schnelle Änderungen zu visualisieren und so den Optimierungsvorgang, insbesondere das *Walken*, zu erleichtern. Da diese Powermeter mit recht hohen Anschaffungskosten einher gehen, wurde in diesem Versuchsteil versucht, eine Leistungsmessung des Laserlichtes mit einer Photodiode zu messen.

Die verwendete Photodiode² produziert laut Datenblatt einen Strom von 0,18-0,21 mA pro Milliwatt eingestrahlter Lichtleistung bei 436 nm Wellenlänge. Da Strom nicht direkt gemessen werden kann, wird ein Widerstand parallel geschaltet und der Spannungsabfall über diesen nach $U = R \cdot I$ mit einem Oszilloskop gemessen. Wenn man für 1 mW Lichtleistung einen Spannungsabfall von 100 mV erreichen möchte, würde man einen $U/I = 100 \text{ mV}/0,2 \text{ mA} = 500 \Omega$ Widerstand verwenden. Da dies jedoch ein sehr kleiner Messbereich ist, wurden 4 V pro Milliwatt angesetzt und entsprechend ein $20 \text{ k}\Omega$ Widerstand verwendet.

Bei sehr schwachen Lichteinfall (Deckenlampe, Fenster aus der Ferne, ...) konnte auf dem Oszilloskop eine Schwankung in der Spannung festgestellt werden. Bei hohen Lichtleistungen fallen diese Schwankungen sehr klein aus. Für andere Widerstandswerte, z.B. 10 oder $100 \text{ k}\Omega$, erhält man nahezu identische Werte um 440 mV. Da dies in etwa der Bandlücke eines PN-Überganges entspricht, liegt die Vermutung nahe, dass dies eine Sättigungserscheinung ist.

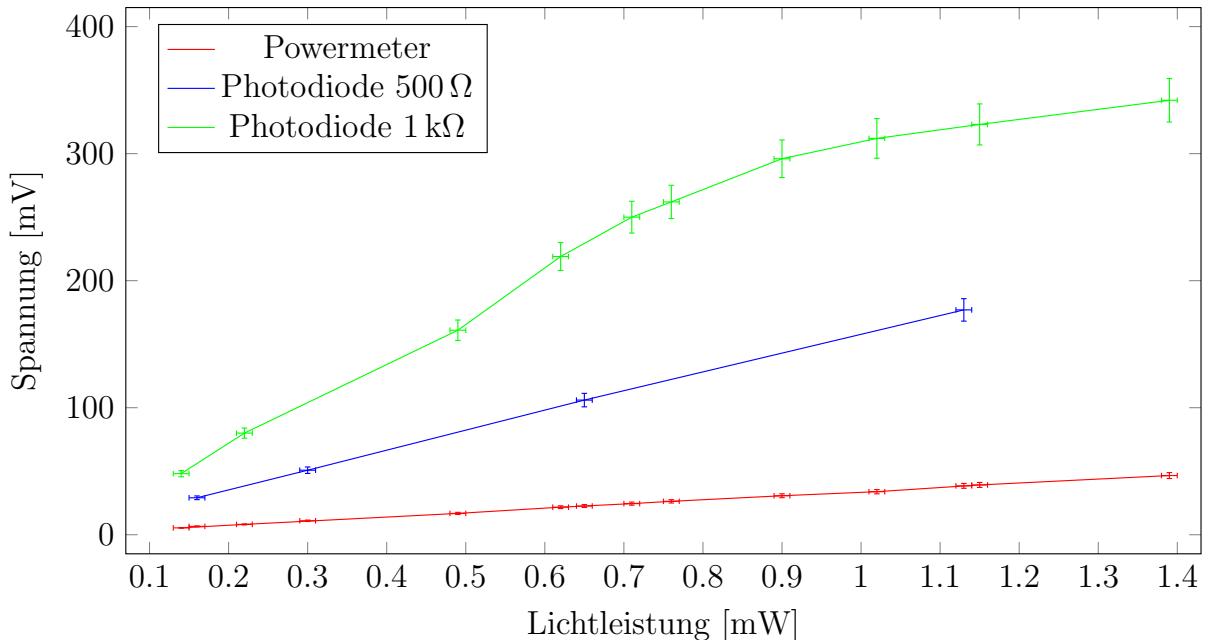


Abbildung 3: Spannungen gemessen über je einen zu einer Photodiode parallel geschalteten Widerstand mit 500 und 1000Ω . Zusätzlich ist der Verlauf der Spannung eines Powermeters aufgetragen.

Daher wurde der Aufbau mit kleineren Widerstandswerten von 500 und 1000Ω getestet.

²Modell OSD15-5T von CENTRONIC[7]

Die gemessenen Spannungen sowie die dazu vom Powermeter abgelesenen Werte für die Lichtleistung sind in Abbildung 3 aufgetragen.

Es ist für $1\text{ k}\Omega$ eine Sättigung ab etwa $0,9\text{ mW}$ erkennbar, die Variante mit $500\text{ }\Omega$ weist im gesamten Messbereich ein sehr lineares Verhalten auf. Die Fehlerbalken in der x-Achse wurden zu $0,01\text{ mW}$ gewählt, da das Powermeter nur zwei Nachkommastellen anzeigt. Der Fehler in der y-Achse wurde auf etwa 5% gewählt.

2.3 Abbildung und Fourierbild

Im letzten Versuchsteil wurde der Laserstrahl am anderen Ende der Glasfaser ausgekoppelt und auf einen optischen Pfad gesandt, um Abbildungen von Objekten und deren Fourierspektren, sowie die Veränderung der Abbildung bei Manipulation des Fourierspektrums zu beobachten. Hierfür wurde hinter dem Faserauskoppler der Aufbau aus Abbildung 4 realisiert.

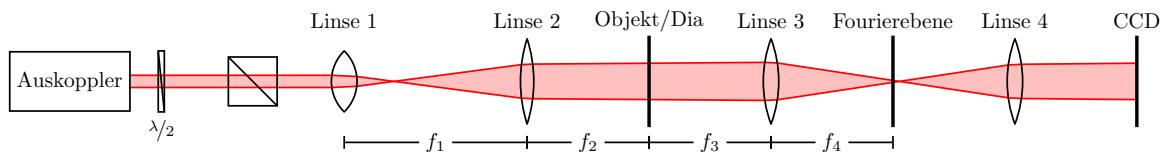


Abbildung 4: Schematische Skizze des 4f-Aufbaus. Der Laserstrahl passiert nach Verlassen des Auskopplers eine $\lambda/2$ -Platte und anschließend einen Strahlteiler. Der zweite Teil des Strahls, welcher vom Strahlteiler abgelenkt wird, trifft auf eine Strahlblockierung und wird nicht weiter verwendet. Zwischen Linse 2 und 3 befindet sich die Halterung für das Objekt/Dia, in der Fourierebene wird entweder eine zweite Kamera oder ein Filter positioniert. Die CCD Kamera am Ende des Strahlengangs befindet sich in der Abbildungsebene des Aufbaus.

In diesem, sogenannten 4f-Aufbau, passierte der Laserstrahl nach der Reflektion am ersten Spiegel eine $\lambda/2$ -Platte und dahinter einen Strahlteiler. Mithilfe des Strahlteilers wurde eine eindeutige Polarisierung sicher gestellt, während mit dem Plättchen die Lichtmenge der durchlässigen Polarisation eingestellt werden konnte.

Um die abzubildenden Objekte vollständig ausleuchten zu können, wurde der Laserstrahl in diesem Aufbau mit Hilfe der ersten beiden Linsen aufgeweitet und wieder kollimiert. Im Brennpunkt der dritten Linse befand sich ein Objektträger in der Gegenstandsebene. In diesem wurden die abzubildenden Objekte angebracht. Die Fourierebene befindet sich im Brennpunkt der Linsen 3 und 4. Nach der vierten Linse wird der Strahl erneut kollimiert und trifft auf die CCD Kamera, Kamera 1. Hier wird das Objekt möglichst originalgetreu abgebildet. Um Aufnahmen der Fourierspektren zu erhalten, wurde bei Bedarf eine zweite Kamera, Kamera 2, in der Fourierebene montiert.

Verwendet wurden hierbei Linsen der Brennweiten wie folgt: Linse 1 mit $f_1 = 20\text{ mm}$, Linse 2 mit $f_2 = 200\text{ mm}$, Linse 3 und 4 mit $f_3 = f_4 = 100\text{ mm}$. Direkt hinter der Auskopplung wurde zusätzlich ein Spiegel, optimiert für Wellenlängen zwischen 400-700 nm,

in den 4f-Aufbau aufgenommen, um den Verlauf des Laserstrahls im optischen Pfad besser feinjustieren zu können. Leider wurde die Strahlqualität durch diesen stark beeinträchtigt, so dass zusätzlich ein Pinhole zwischen Linse 1 und 2 notwendig war, um eine gaußähnliche Strahlmode zu erhalten.

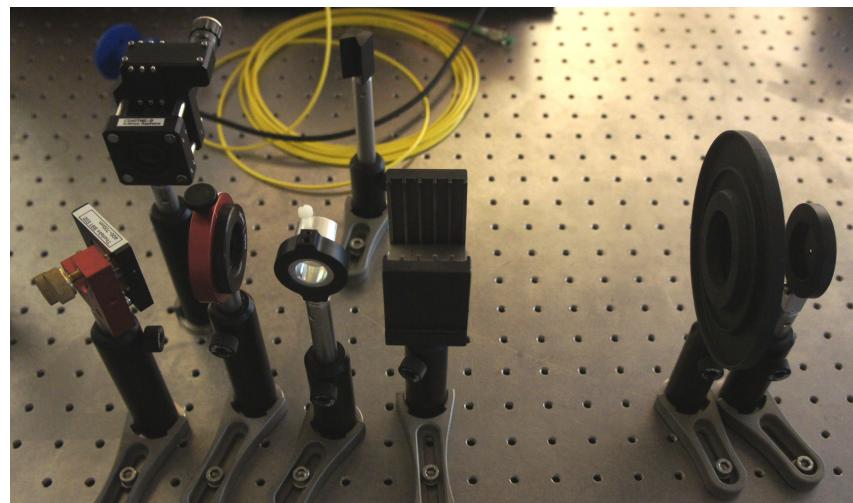


Abbildung 5: Vorderer Teil des realisierten 4f-Aufbaus. Am rechten Bildrand ist das Pinhole hinter Linse 1 zu sehen.

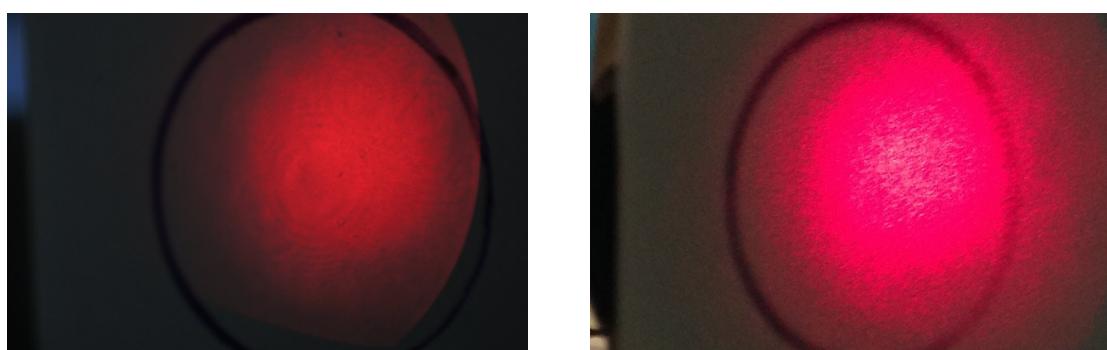


Abbildung 6: **Links:** Mode des Laserstrahls am Ende des optischen Pfades vor Einbau des Pinholes.
Rechts: Mode des Laserstrahls am Ende des optischen Pfades nach Einbau des Pinholes.

Nachdem der 4f-Aufbau montiert und der Verlauf des Laserstrahls im optischen Pfad optimiert war, wurden nacheinander die Objekte 1 bis 5 (siehe Abbildung 7) in Form von Dias in dem Objektträger montiert.

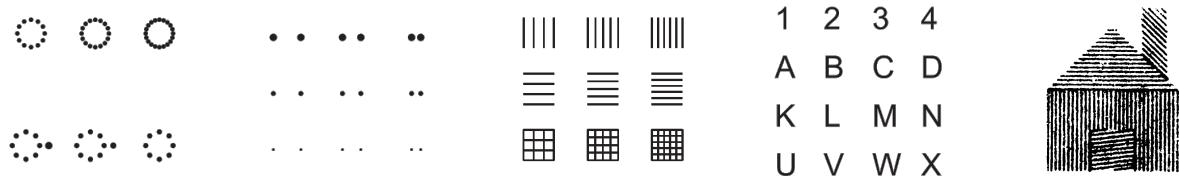


Abbildung 7: Darstellung der zur Messung verwendeten Diamotive. Im Text werden diese Objekt mit Objekt 1 bis 5, von links nach rechts, bezeichnet..

Anhand der Dias wurden zunächst sowohl Kamera 1, als auch Kamera 2 nachjustiert, bis ein möglichst scharfes Bild auf dem über das Programm *uc480 Viewer-DCC1545M-ID* angeschlossenen Bildschirm zu erkennen war. Mit den beiden Kameras wurden nacheinander für jedes der Objekte Aufnahmen in der Abbildungsebene und zugehörig zu jeder Einstellung auch in der Fourierebene gemacht (Siehe Abbildungen 8-14).



Abbildung 8: Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 1.

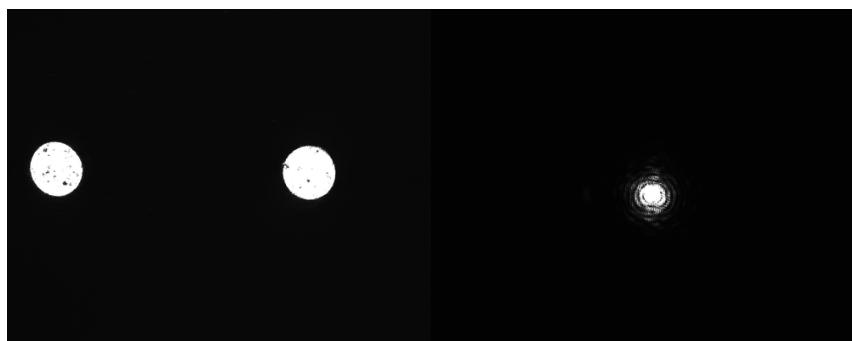


Abbildung 9: Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 2

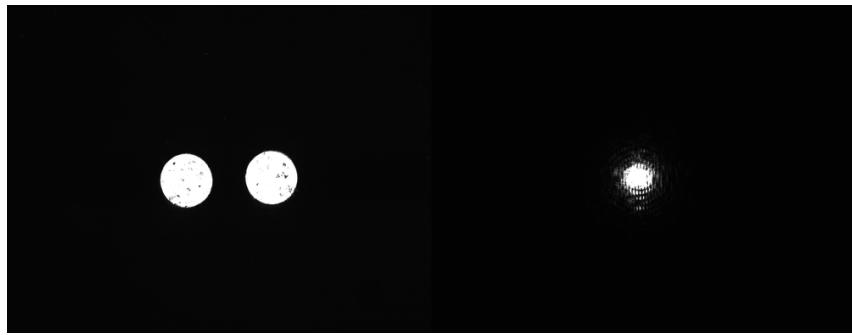


Abbildung 10: Beispiel einer anderen Abbildung (links) und entsprechendes Fourierspektrum (rechts) für Objekt 2

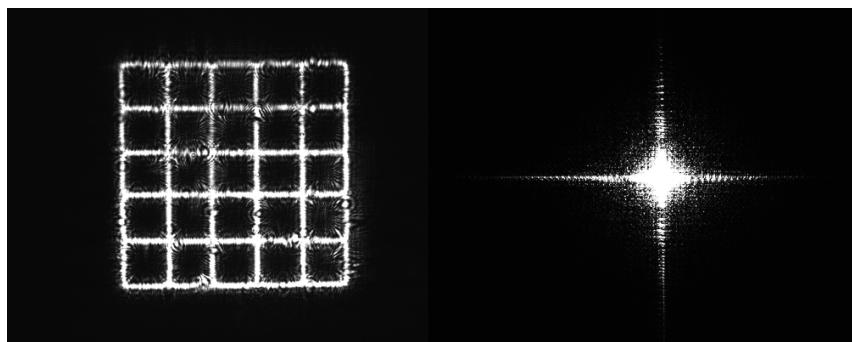


Abbildung 11: Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 3



Abbildung 12: Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 4

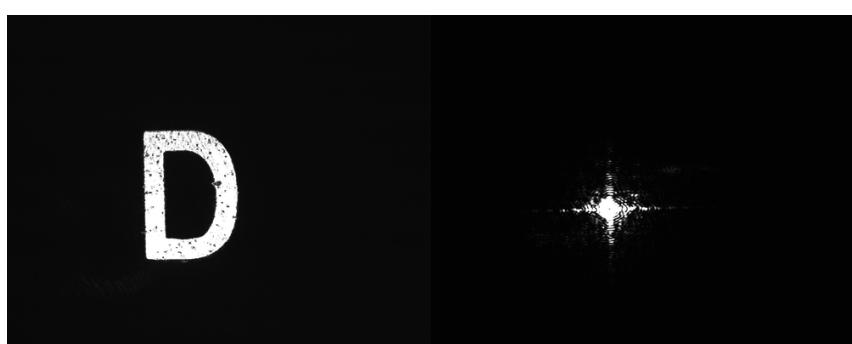


Abbildung 13: Beispiel einer weiteren Abbildung (links) und entsprechendes Fourierspektrum (rechts) für Objekt 4

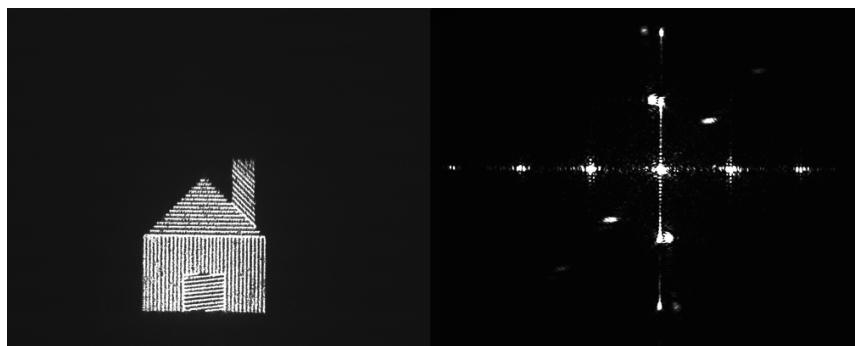


Abbildung 14: Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 5

Wie die Abbildungen 8 bis 14 zeigen, konnte hier beobachtet werden, dass die aus der Theorie zu erwartenden Fourierspektren mit Kamera 2 in der Fourierebene tatsächlich sichtbar gemacht werden konnten. Zudem wurden für die Objekte 4 und 5 verschiedene Filter in die Fourierebene gestellt und Aufnahmen der Kamera 1 in der Abbildungsebene gemacht. Für Objekt 4 wurde hierzu ein Tiefpass und mehrere Breitbandfilter verwendet. Für Objekt 5 wurde ein Halbebenenfilter horizontal, vertikal und diagonal in die Fourierebene gehalten.



Abbildung 15: **Links:** Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene.

Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1B in der Fourierebene



Abbildung 16: **Links:** Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene.

Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1C in der Fourierebene



Abbildung 17: links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1D in der Fourierebene

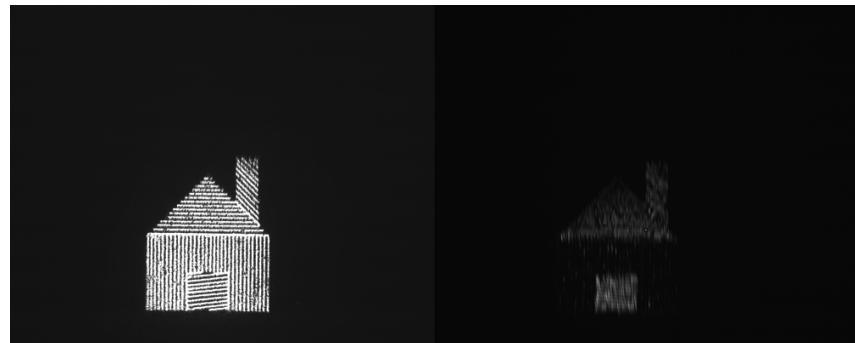


Abbildung 18: links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit vertikalem Halbebenenfilter in der Fourierebene

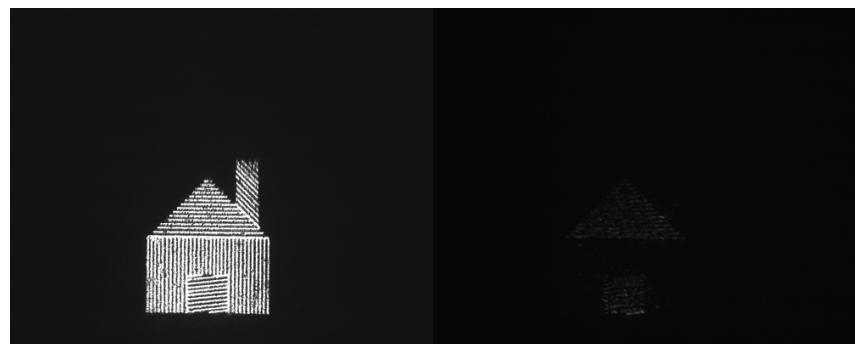


Abbildung 19: links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit vertikalem und diagonalem Halbebenenfilter in der Fourierebene

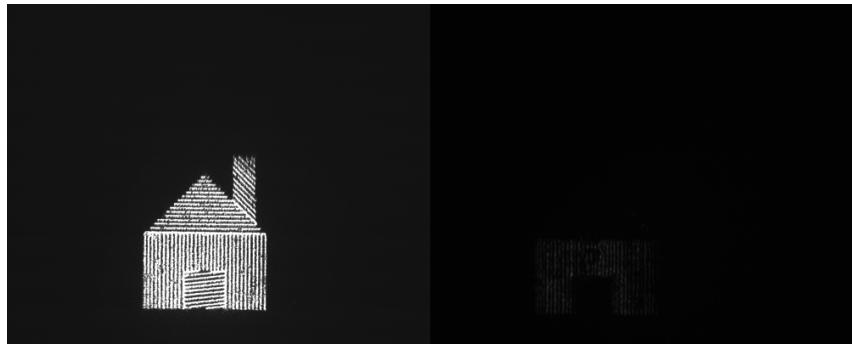


Abbildung 20: **Links:** Beispieldurchführung von Objekt 4 aus der Abbildungsebene.
Rechts: Durchführung des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit horizontalem Halbebenenfilter in der Fourierebene.

Als Nächstes wurde die Abbildung eines Fingerabdrucks auf einem Glasplättchen zunächst ohne Filter aufgenommen. Hierbei war in der Abbildungsebene relativ wenig zu erkennen (siehe Abbildung 21, links). Anschließend wurde die Abbildung mit einem in der Fourierebene befindlichen Hochpass- und einem Halbebenenfilter aufgenommen. Zudem wird mit Kamera 2 das Fourierspektrum des Fingerabdrucks photographiert. Zu beobachten war hier, dass die Konturen des Fingerabdrucks in der Abbildung mit Hilfe der Filter deutlich besser erkennbar gemacht werden konnten (vgl Abbildung 21, rechts).

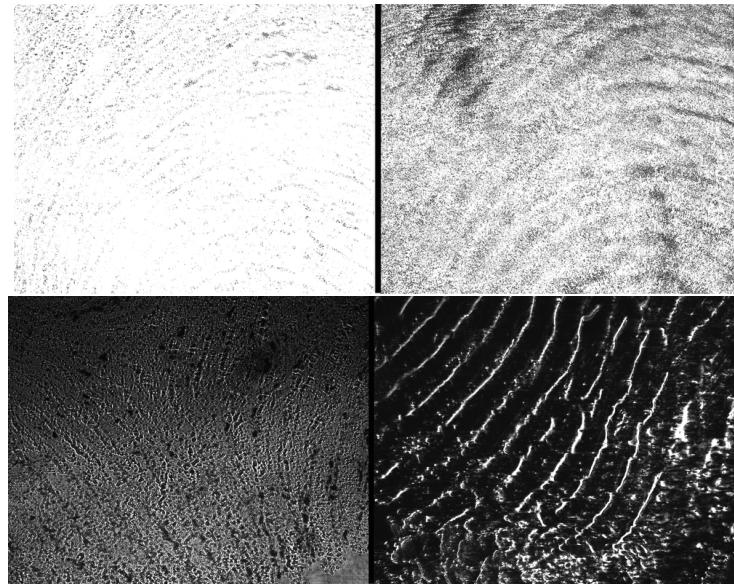


Abbildung 21: **Links:** Aufnahmen des Fingerabdrucks aus der Abbildungsebene.
Rechts: Aufnahmen des Fingerabdrucks aus der Abbildungsebene mit Hochpassfilter in der Fourierebene.

Als Letztes wurde ein Teelicht auf die Position des Objektträgers gestellt und ein Halbebenenfilter in der Fourierebene installiert. Mit Kamera 1 wurden mehrere Abbildungen aufgenommen, um die Strömungsbewegungen oberhalb der Flamme beobachten zu können. Zum Vergleich wurde zudem eine Aufnahme mit Halbebenenfilter, jedoch ohne Teelicht gemacht (siehe Abb. 22). Auf dieser Beispielaufnahme sind deutliche Verzerrungen des Lichts aufgrund der Luftströmungen über der Flamme des Teelichts zu erkennen.

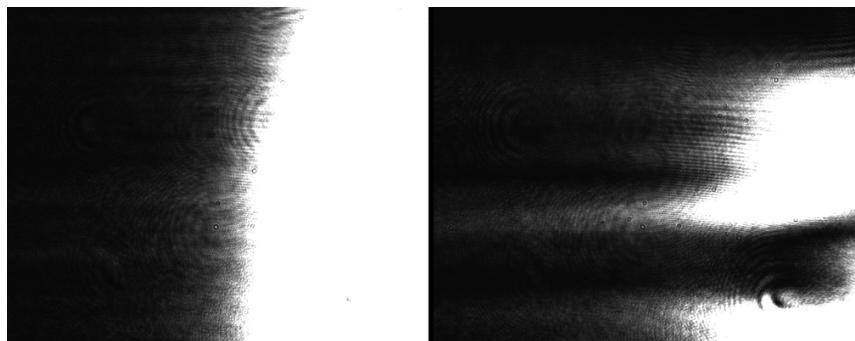


Abbildung 22: **Links:** Aufnahme aus der Abbildungsebene mit Halbebenenfilter in der Fourierebene.
Rechts: Eine Zweite Aufnahme mit Halbebenenfilter in der Fourierebene und Teelicht an der Position des Objektträgers.

3 Auswertung

3.1 Lichtsensor

Um aus dem Spannungsabfall über den zu der Photodiode parallel geschalteten Widerstand eine Lichtleistung bestimmen zu können ist ein lineares Verhalten von Vorteil. So kann direkt aus der Spannung mittels eines Faktors die Leistung berechnet werden. Mit einem Widerstand von $1\text{ k}\Omega$ ist ein lineares Verhalten nur im Bereich bis etwa $0,7\text{ mW}$ zu beobachten. Darüber hinaus sättigt die Spannung. Vermutlich ließe sich mit einer Wertetabelle (erstellt mit Hilfe des kommerziellen Powermeters) auch weit über diesen Bereich hinaus sinnvoll die Lichtleistung berechnen.

Für den 500Ω Widerstand ist bis zur maximal vermessenen Lichtleistung P_L von etwa $1,1\text{ mW}$ keine Sättigung festzustellen (vgl. Abb. 3). Für den vorgesehenen Verwendungszweck empfiehlt sich daher die Verwendung eines Widerstandswertes in der Nähe von 500Ω . Mit Hilfe der Software *QtiPlot* wurde eine Lineare Regression mit der Formel $U = a \cdot P_L + b$ über die aufgenommenen Datenpunkte ausgeführt. Daraus ergeben sich die Werte $b = (5, 2346 \pm 1, 1515)\text{mW}$ und $a = 152, 6614 \pm 1, 7095\text{W/v}$. Die Standardabweichung liegt bei $1, 28$.

Das beobachtet Verhalten lässt sich sehr gut erklären, indem man einen PN-Übergang in der Photodiode mit einer Bandlücke von etwa 500 mV annimmt. Für eine feste Frequenz kann die Lichtleistung direkt in die Anzahl der Photonen N_{Ph} umgerechnet werden: $N_{Ph} = P_L/E_{Ph}$, wobei $E_{Ph} = \hbar\omega_{Ph}$ die Energie pro Photon ist. Jedes dieser Photonen treibt mit einer Wahrscheinlichkeit, entsprechend der Quanteneffizienz des Überganges für die Frequenz der Photonen ω_{Ph} , genau einen elektronischen Übergang. So führt eine bestimmte Leistung zu einer bestimmten Anzahl angeregter Elektronen. Dies entspricht bei kompletter Besetzungsinversion der Zustände einem konstantem Strom und somit Spannungsabfall über den Widerstand. Sobald dieser Widerstand jedoch so groß gewählt wird, dass der Spannungsabfall in etwa dem Bandlückenpotential entspricht, wird die Besetzungsinversion aufgehoben. Dadurch sinkt die Quanteneffizienz und folglich der Stromfluss. Folglich sinkt die abgefallene Spannung über den Widerstand. Dies erklärt das lineare Verhalten bei kleinen Widerständen beziehungsweise Lichtleistungen und das Sättigungsverhalten ab etwa 250 mV .

3.2 Erzeugung von Beugungsbildern von verschiedenen Gittern

In diesem Versuchsteil wurden in der Abbildungsebene vertikale und Kreuzgitter im 4f-Aufbau mit einer größtmöglichen Schärfe erzeugt (Abb. 23 a), 24 a). Da das Licht im vertikalen Gitter nur in der vertikalen Richtung gebeugt wird, bilden sich die Intensitätsschwankungen in der Fourierebene ausschließlich in horizontaler Richtung aus. Somit wurde dort eine senkrecht zu dem Gitter stehende Punktreihe aus Interferenzmaxi- und -minima (Abb. 23) beobachtet werden, vergleich Abbildung 23.

Bei einem Kreuzgitter findet die Beugung folglich in horizontaler und vertikaler Richtung statt, welches einer Kreuzform in der Fourierebene entspricht. Unser erster Versuch ergab in der Fourierebene die in Abbildung 24 c) dargestellt kreuzförmige Anordnung, die jedoch nicht ein einzelnes Kreuz, sondern mehrere Kreuze mit einem bestimmten Abstand

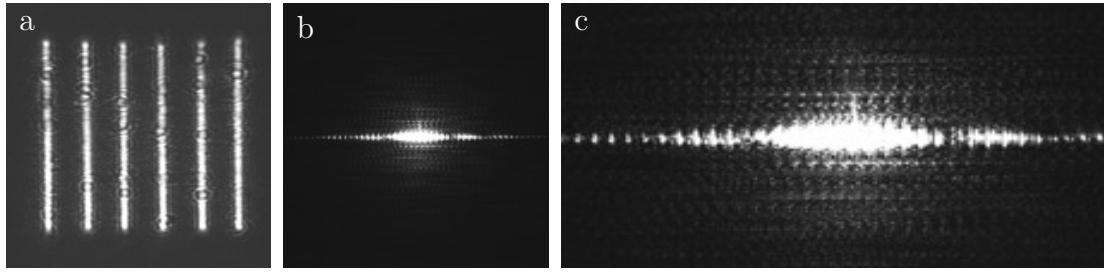


Abbildung 23: Vertikales Gitter (a) und das dazugehörige Beugungsbild (b), welches das Fourierspektrum darstellt. Das Fourierspektrum weist erneut Beugungsbilder als eine Unterstruktur auf (c).

voneinander darstellte. Da das Verschiebungstheorem der Fouriertransformation besagt (siehe 1.1. Verschiebung), dass die unterschiedliche Position der einzelnen Spalte keinen Einfluss auf das Beugungsbild hat, solange sich das Objekt im Lichtstrahl befindet und somit vollständig ausgeleuchtet ist, konnte dieses Fourierspektrum nicht nur durch ein einziges Kreuzgitter erzeugt worden sein.

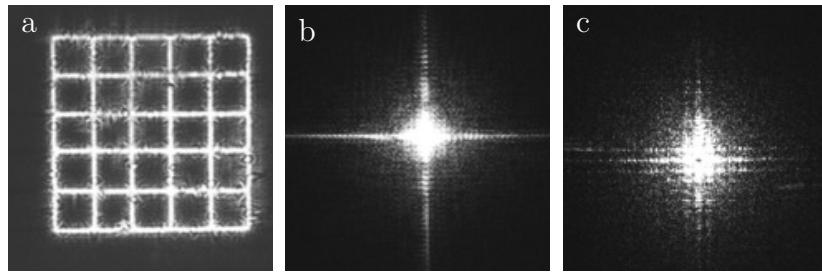


Abbildung 24: Kreuzgitter (a) und das dazugehörige Beugungsbild (b), das das Fourierspektrum darstellt. Eine Überlagerung von mehreren Fourierspektren (c).

Da wir in der Objektebene ein Dia als Quelle unserer Abbildungen verwendet haben und dieses Dia wie in Abb. 8dargestellt (Objekt 3) in der untersten Reihe drei verschiedene Kreuzgitter und darüber weitere horizontale und vertikale Gitter aufwies, wurden diese ebenfalls angestrahlt und lieferten die zusätzlichen Kreuze. Um diese zu unterbinden, wurden die anderen Objekte, auch bei den nachfolgenden verwendeten Objekten, mit schwarzen Klebeband überklebt. Durch diese Modifizierung der Dias konnte das erwartete einzige Kreuz erzeugt werden (Abb. 23 b).

Sowohl bei dem vertikalen Gitter als auch bei dem Kreuzgitter ist in der Fourierebene im Zentrum der Beugungsbilder eine maximale Intensität zu erkennen. Dieses Maximum entsteht durch das Kreuzen der mittleren horizontalen oder im Kreuzgitter der vertikalen und horizontalen Beugungsbilder. Dabei ist bei jedem weiteren Kreuzpunkt erneut eine erhöhte Intensität zu erkennen, die aber nach außen hin abnimmt. Diese lässt sich ebenfalls bei einem Doppelspalt beobachten, wobei das Intensitätsmaximum nullter Ordnung am stärksten ist und die Maxima höherer Ordnungen immer schwächer werden ($\sin(x)/x$). Dabei nimmt die Intensität im Zentrum mit zunehmenden kleiner werdenden Gitterkonstanten zu. Weiterhin wiesen alle Intensitätsmaxima eine Unterstruktur auf. Diese Unterstrukturen entstehen durch die Interferenz der Haupt- und Nebenmaxima aller Spalte des Gitters. Somit entsteht im Gegensatz zu einem Doppelspalt das Beugungsbild eines Gitter aus

Vielfachinterferenzen. Diese Eigenschaft entspricht der mathematischen geforderten Linearität. Denn das Beugungsbild eines Gitters kann somit durch das aufsummieren der einzelnen Beugungsbilder des Einzelpaltes erzeugt werden (siehe 1.1. Linearität).

3.3 Erzeugung von Beugungsbildern von Punkten

Bei der optischen Fouriertransformation gilt für Punkte wie bereits für Gittern erläutert die Linearität, so dass das erzeugte Beugungsbild in der Fourierebene sich aus der Summe der Beugungsbilder der einzelnen Punkte ergibt. Das Beugungsbild eines Punktes besteht aus konzentrischen Ringen, dessen Breite und Intensität nach außen abnehmen. Durch das Verschiebungstheorem der Fouriertransformation ist gegeben, dass sich das Beugungsbild der beiden Punkte an einer Position befinden, trotz der unterschiedlichen Position der Punkte. Bei zwei Punkten ergibt sich somit erneut eine Vielfachinterferenz analog zum Gitter, welches erneut durch Unterstrukturen in den konzentrischen Ringen erkennbar wird (Abb. 25 b, d). Mit zunehmenden Abstand zwischen den Punkten werden die Unterstrukturen feiner. Dieses entspricht dem Ähnlichkeitstheorem (siehe 1.1. Ähnlichkeit), so dass mit zunehmenden Abständen der Punkte sich die Beugungsmaxima annähern, bzw. die Abstände zwischen diesen kleiner werden. Für ein Gitter bedeutet dieses, je größer die Gitterkonstante ist, d.h. je größer der Abstand zwischen den Spalten ist, desto kleiner wird der Abstand zwischen den einzelnen Maxima und Minima.

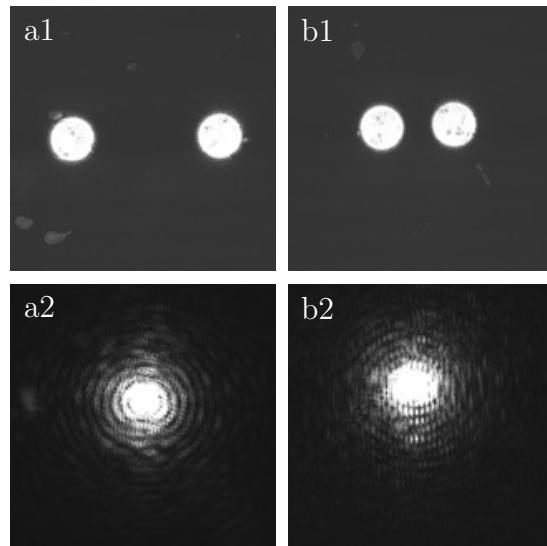


Abbildung 25: Punktpaare mit unterschiedlichen Abständen zueinander (a1, b1) und die dazugehörigen Beugungsbilder in der Fourierebene (a2, b2).

Bei den geringsten Abstand sind im Beugungsbild neben den konzentrischen Formen auch vertikale Gitter zu erkennen (Abb. 25 b2). Diese Gitterform stellen die bereits erwähnten Unterstrukturen der Beugungsbilder dar. Zwei Punkte ergeben in der Fourierebene als Unterstruktur eine Linienstruktur senkrecht zur Verbindungsgeraden der beiden Punkte. Diese ergeben sich somit ebenfalls bei zwei Punkten mit höheren Abstand, sind aber wegen des kleinen Abstand zwischen den Spalten des vertikalen Gitters in der Fourierebene schlecht zu erkennen, da sich die Fouriertransformierte reziprok verhält (Ähnlichkeitstheorem). Bei kleinere Abstand zwischen den Punkten, vergrößert sich der

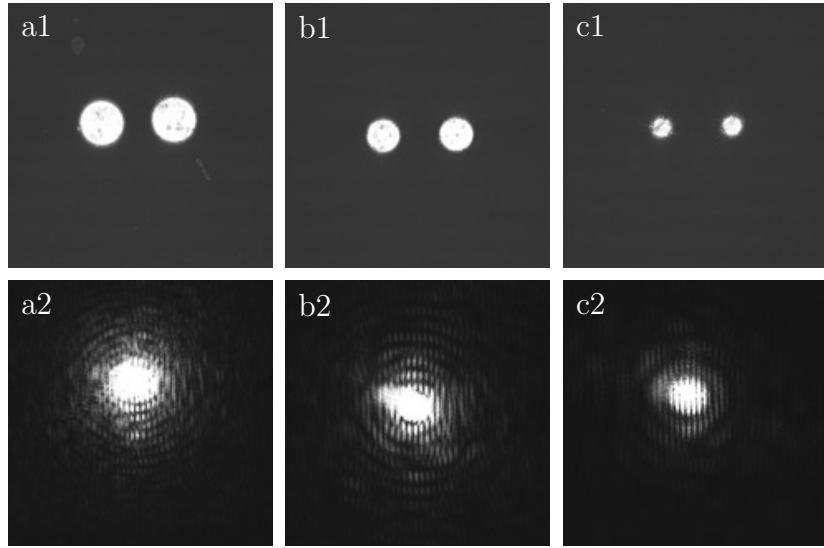


Abbildung 26: Punktpaare mit gleichen Abständen und unterschiedlicher Größe (a1, b1, c1) und die dazugehörigen Beugungsbilder in der Fourierebene (a2, b2, c2).

Abstand der Spalten im vertikalen Gitter, und ist dadurch erkennbar. Diese Unterstrukturen sind noch ausgeprägter bei gleichbleibenden Abstand und kleinerer Größe der Punkte zu erkennen (Abb. 26 b2, c2). Die Intensitätsmaxima sind bei den kleineren Punkten durch ihren größeren Abstand zueinander kleiner ausgeprägt als bei den größeren Punkten. Somit weist das Hauptmotiv des Beugungsbildes eine geringe Intensität auf, wodurch die Unterstruktur einfacher zu erkennen ist. Auch bei dem Beugungsbild eines Punktringes (Abb. 27) sind Unterstrukturen in der Fourierebene zu erkennen, die sich durch die Anordnung der acht Punkte ergeben. Zwei Punkte weisen eine senkrechte Linienstruktur zur Verbindungsgeraden auf, so dass sich bei acht Punkten vier Linienstrukturen (horizontal, vertikal, beide Diagonale) ergeben. Wenn sich diese Strukturen kreuzen, ergeben sich acht Schnittpunkte und somit eine Unterstruktur, die wie Achtecke aussehen (Abb. 28).

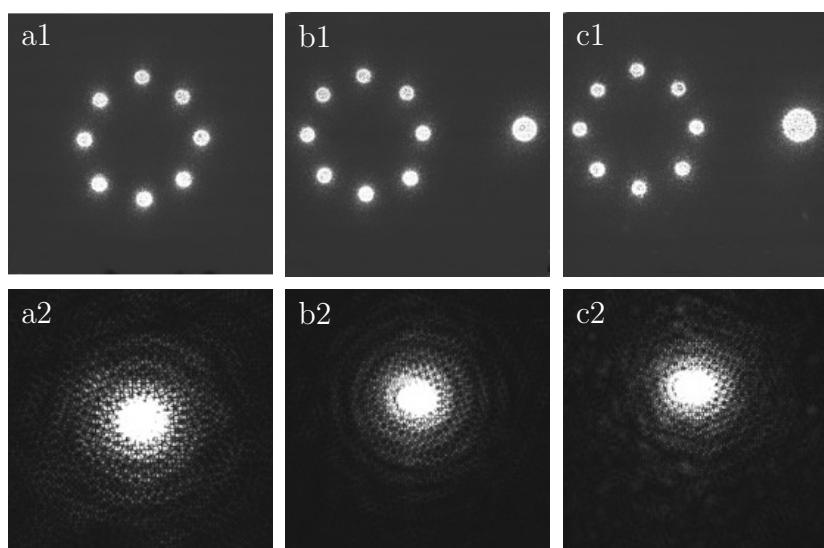


Abbildung 27: Punktringe (a1) und Punktringe mit zusätzlichem Punkt in unterschiedlicher Größe (b1, c1) und die dazugehörigen Beugungsbilder in der Fourierebene (a2-c2).

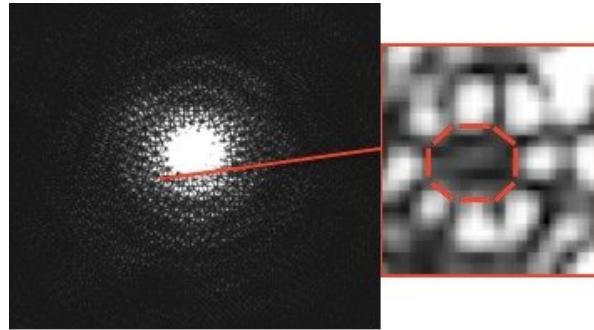


Abbildung 28: Ausschnitt aus dem Beugungsbild des Punktringes, welche die Unterstruktur eines Achtecks zeigt.

Bei einem Punktkreis mit einem zusätzlichen Punkt ist das Beugungsbild nicht mehr symmetrisch und die Asymmetrie nimmt mit größer werdenden Punkt zu (Abb. 26 b, c).

3.4 Erzeugung von Beugungsbilder von Buchstaben und Zahlen

Der Buchstabe D besteht aus sowohl horizontalen, vertikalen Linien und runden Elementen (Abb. 29 a1). Das Beugungsbild ergibt sich somit aus der Summe der Beugungsbilder dieser verschiedenen Formen. Die horizontalen Linien bilden ein Fourierspektrum in der Horizontalen und die vertikalen Linien in der Vertikalen mit den jeweiligen Maxima und Minima und Unterstrukturen (Abb. 29 a2). Die runde Form erzeugt in dem Beugungsbild konzentrische Ringe mit abnehmender Intensität, entsprechend dem Beugungsbild von Punkten. Da der Buchstabe D durch horizontale und vertikale Linien dominiert wird, ist auch das Beugungsbild stark davon geprägt, so dass die konzentrischen Ringe durch eine geringere Intensität auch schlechter zu erkennen sind.

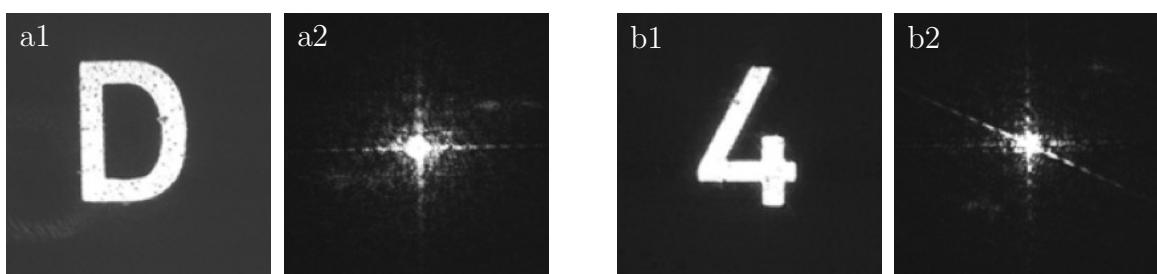


Abbildung 29: Buchstabe D (a1) und Zahl 4 (b1) und die dazugehörigen Beugungsbilder in der Fourierebene (a2 und b2).

Die Zahl 4 besteht lediglich aus Linien, wobei neben horizontalen und vertikalen Linien ebenfalls diagonale Linien vorhanden sind (Abb. 29 b1). Da das erzeugten Beugungsbild eines Gitters eine senkrecht auf dem Gitter stehende Punktereiche aus Interferenzmaxima und -minima darstellt, ist zusätzlich zu der horizontalen und vertikalen Richtung ein Fourierspektrum in der Diagonalen senkrecht zur der Diagonale der Objektebene anzufinden (Abb. 29 b2).

3.5 Erzeugung von Beugungsbildern des Fourierhauses

Das Fourierhaus ist ein Haus, welches aus Gittern mit gleichen Gitterkonstanten und unterschiedlicher Ausrichtungen der Gitter besteht (Abb. 30 a1). Die verschiedenen Gitter entsprechen verschiedenen Bauelementen im Haus. Die Wand besteht aus einem vertikalen Gitter, das Dach aus einem horizontalen Gitter und die Tür und der Schornstein werden aus diagonalen Gittern in entgegen gerichteten Richtung erstellt. Die Fouriertransformation dieses Fourierhauses ergibt das in Abbildung 30a2 dargestellte Beugungsbild. Die vier verschiedenen Orientierung der Gitter sind in der Fourierebene ebenfalls durch vier verschiedene Orientierungen dargestellt, die jeweils senkrecht auf der Objektebene stehen. Da die Gitterkonstante des Fourierhauses im Vergleich zu den in Abbildung 23 und 24 gezeigten Gittern sehr viel kleiner ist, sind die Abstände zwischen den Maxima im Fourierspektrum deutlich größer (siehe 1.1. Ähnlichkeit) und die Intensität im Zentrum erhöht.

3.6 Optische Filterung des Fourierhauses durch eine Schneide

Für eine optische Filterung wurden verschiedene Filter in der Fourierebene des 4f-Aufbaus eingesetzt (siehe Abb.4). Zuerst wurde das Fourierhaus durch Filter manipuliert. Durch die Verwendung einer Schneide, die bestimmte Frequenzbereiche durch das Abdecken der Frequenzspektren durch lichtundurchlässigen Material herausfiltert, konnten verschiedene Bauelemente jeweils heraus gefiltert werden. Durch zwei Schneiden wurden in dem Fourierebene das Beugungsbild so abgedeckt, dass lediglich das vertikale Fourierspektrum des Daches und das diagonale Fourierspektrum der Tür übrig blieben (Abb. ?? b1). Somit waren in der Abbildungsebene nur die näherungsweise horizontalen Linien des Daches und der Tür sichtbar (Abb. ?? b2). Analog wurden durch das Abdecken mit dem Filter erreicht, dass nur das horizontale Fourierspektrum sichtbar war und somit nur vertikale Linien (Wand) in der Abbildungsebene sichtbar wurden (Abb. ?? c1, c2). Als letztes wurde, durch das Blockieren des diagonalen Fourierspektrums, lediglich der Schornstein ausgeblendet (Abb. ?? d1, d2).

3.7 Optische Filterung durch Hochpass-, Tiefpass- und Breitbandfilter

Als Erstes wird ein Breitbandfilter bei der Zahl vier eingesetzt. Da der Breitbandfilter sowohl kleinere und größere Frequenzen herausfiltert und somit nur eine bestimmtes Frequenzintervall durchlässt, werden die Flächen unterdrückt und Ränder als Doppellinien dargestellt. Beim Breitbandfilter C (Abb c) konnte dieser Effekt am besten beobachtet werden (Abb. 31 b). Bei den Breitbandfilter B und A ist die Filterwirkung so stark, dass nur ein sehr kleiner Frequenzintervall durchgelassen wird und dadurch die Zahl vier kaum noch zu erkennen ist (Abb. 31c, d).

Durch die Verwendung eines Tiefpassfilters wurden die niedrigen Frequenzen durchgelassen und somit die hohen Frequenzen herausgefiltert. Diese bewirken eine niedrigere Auflösung des Bildes, da die Flächen unterdrückt werden, welches in der Abbildung 31 b dargestellt ist bei der Zahl 4 und dem Buchstaben D dargestellt ist. Da diese beiden Objekte keine innere Flächenstrukturen wie Gitter aufweisen, ist dieser Effekt nicht zu

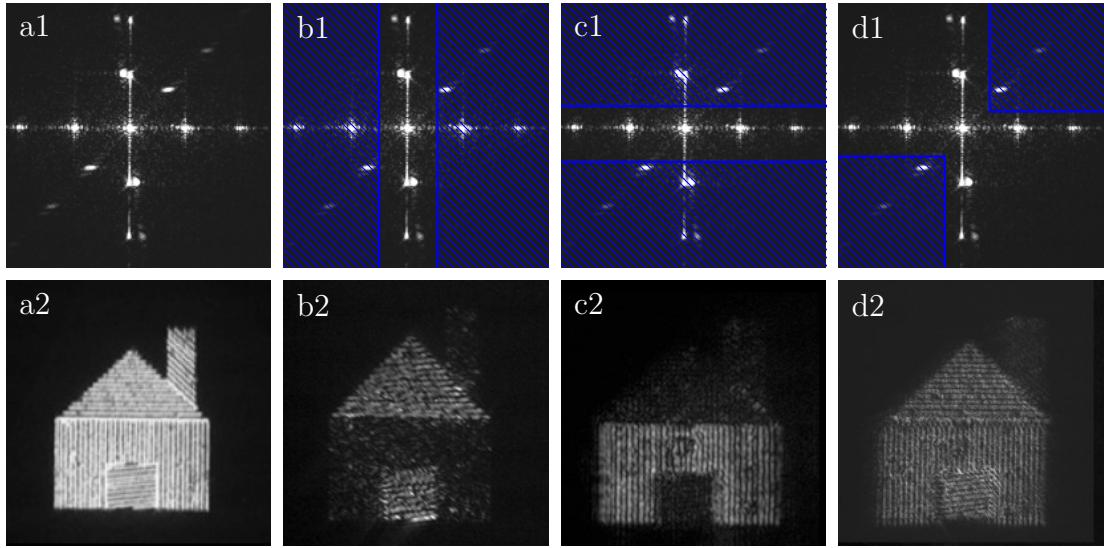


Abbildung 30: Durch zwei Schneiden (blau schraffiert) werden verschiedene Teile der Fourierspektren in der Fourierebene herausgefiltert (oben), welches in der Abbildungsebene zum Verschwinden einzelner Teile führt (unten).

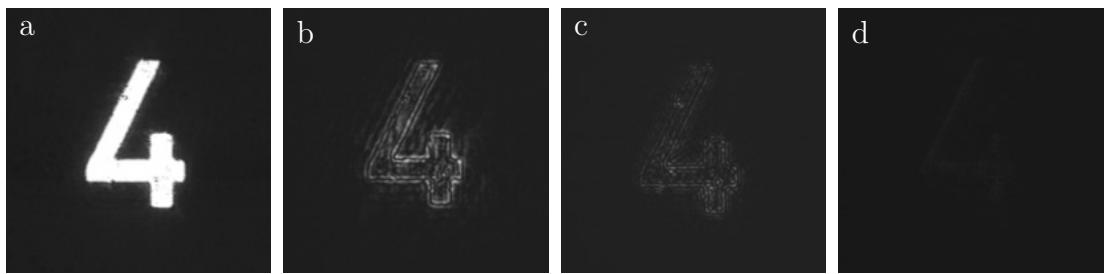


Abbildung 31: Die Zahl vier in der Abbildungsebene ohne Filter (a) und mit dem Breitbandfilter C (b), B (c) und A (d) gefilterte Bilder der Zahl vier.

erkennen. Im Gegenteil dazu wurden bei einem Fingerabdruck ein Hochpassfilter eingesetzt, der die niedrigen Frequenzen herausgefiltert, welches zu einer Heraushebung der Kanten führte (Abb. 32 b). In der Bildverarbeitung werden die Filter eingesetzt und tragen deshalb dort folgende Bezeichnungen: Tiefpass = Weichzeichner und Hochpassfilter = Kantenerkennung.

3.8 Schlierenverfahren durch Verwendung eines Halbebenenfilters

Mit Hilfe eines Halbebenenfilters (Schneide) wurden die durch eine brennende Kerze erzeugten Schlieren dargestellt (Abb. 34). Als Schlieren werden Bereiche bezeichnet, die sich von ihrer Umgebung in der Dichte bzw. im Brechungsindex unterscheiden, welche in unseren Versuch die durch die Kerze erzeugten Luftströmungen darstellten. Bei diesem Versuchsaufbau wurde das Prinzip genutzt, dass parallele Strahlenbündel beim Durchgang durch ein inhomogenes Dichtefeld unterschiedlich stark abgelenkt werden. Durch die eingesetzte Schneide, wurden die Anteile des gebrochenen Lichts ausgeblendet, so dass richtungsabhängige Brechzahl- bzw. Dichtegradienten auf dem Projektionsschirm

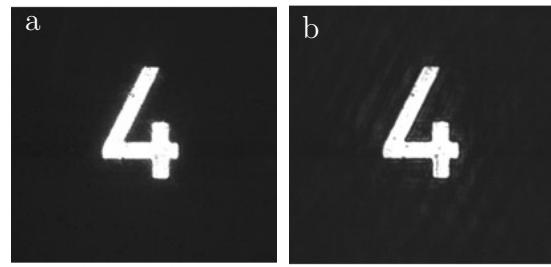


Abbildung 32: Die Zahl vier in der Abbildungsebene (a) und mit dem Tiefpassfilter (b) gefilterte Abbildung der Zahl vier.

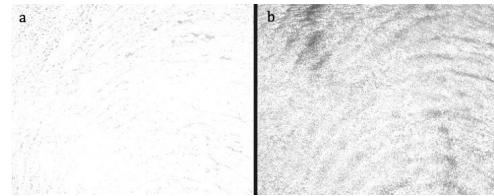


Abbildung 33: Fingerabdruck ohne (a) und mit einem Tiefpassfilter (b)

sichtbar wurden. Dabei ist die Intensitätsverteilung im Bild proportional zum Quadrat der Phasenverschiebung durch das Objekt. Somit ermöglicht es dieses Verfahren, eine Phasenverschiebung sichtbar zu machen.

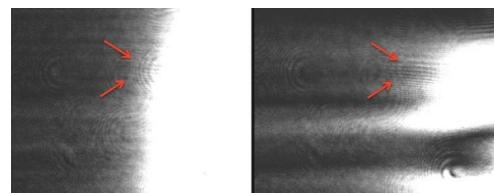


Abbildung 34: Durch Schlierenverfahren sichtbar gemachte Luftströmungen (durch Pfeile markiert).

4 Fazit

Durch diesen Versuch werden die theoretischen mathematischen Grundlagen der Fouriertransformation anhand anschaulicher Experimente nachvollziehbar. Dabei ist der Vergleich der Eigenschaften der Linse und dem entsprechenden Aufbau mit den geforderten. Eigenschaften einer Funktion (Linearität, Ähnlichkeit, Verschiebung, Faltung) für eine Fouriertransformation für das Verständnis sehr nützlich. Insbesondere wird dies durch die Verwendung von verschiedenen Filtern und die daraus folgende Manipulation der Bilder vermittelt.

Der selbständige Aufbau, der die Optimierung des Diodenlasers als auch des Strahlengangs umfasste, veranschaulichte deutlich die Herausforderungen des Versuchs und somit die Herausforderungen beim Experimentieren und somit der Umgang mit der Ausrüstung in der Optomechanik. Dabei ist viel Geduld, z.B. bei der Einkopplung erforderlich, sowie auch Kreativität, was uns anhand des Baus der Photodiode zur Messung der Effizienz des Lasers verdeutlicht wurde. Weiterhin zeigte das Justieren des Strahlengangs, dass bereits kleinste Veränderungen einen enormen Einfluss auf die Auflösung der Abbildung haben können. Die entstehenden Unterschiede können anhand unserer Abbildungen des Fourierhauses gezeigt werden, die an zwei unterschiedlichen Tagen erzeugt wurden (Abb.19 vgl. Abb. 20). Die Wirkung der Filter auf die Abbildungen erhöhte ebenfalls das Verständnis für Effekte, wie Weichzeichner oder Kantenerkennung in der digitalen Bildverarbeitung. Da Filterungen ebenfalls in der Akustik verwendet werden, um z.B. Rauschen herauszufiltern oder zur Kompression von Daten (jpeg, mp3), wurde somit die breite Anwendung der Fouriertransformation anhand des Versuchs der optischen Fouriertransformation verdeutlicht.

Literatur

- [1] R. L. Easton, *Fourier methods in imaging*. Chichester: Wiley, 2010.
- [2] „JPEG,” Aug. 2015, Page Version ID: 677928895. [Online]. Verfügbar unter: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=JPEG&oldid=677928895>
- [3] Prof. Dr. Norbert Link, „Vorlesungsscript: Diskrete Fouriertransformation - Informationsgewinnung (Computer Vision).” [Online]. Verfügbar unter: <http://www.home.hs-karlsruhe.de/~laas0002/Skripte/>
- [4] „Huygenssches Prinzip – Wikipedia.” [Online]. Verfügbar unter: https://de.wikipedia.org/wiki/Huygenssches_Prinzip
- [5] „Beugungsintegral,” Feb. 2015, Page Version ID: 138644725. [Online]. Verfügbar unter: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Beugungsintegral&oldid=138644725>
- [6] W. Stössel, *Fourieroptik: eine Einführung ; mit 47 Übungsaufgaben und Lösungen*. Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer, 1993.
- [7] Farnell.com, „OSD15-5T - CENTRONIC - FOTO DETEKTOR 5NA.” [Online]. Verfügbar unter: <http://de.farnell.com/centronic/osd15-5t/foto-detektor-5na/dp/548730?ost=548730>

Abbildungsverzeichnis

1	Illustration: Inverse und Fouriertransformation an Linsen	3
2	Schematischer Aufbau Lasereinheit	5
3	Vermessung einer Photodiode	6
4	Schematische Skizze des 4f-Aufbaus	7
5	Vorderer Teil des 4f-Aufbaus	8
6	Links: Mode des Laserstrahls am Ende des optischen Pfades vor Einbau des Pinholes. Rechts: Mode des Laserstrahls am Ende des optischen Pfades nach Einbau des Pinholes.	8
7	Die zur Messung verwendeten Diamotive	9
8	Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 1. .	9
9	Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 2 .	9
10	Beispiel einer anderen Abbildung (links) und entsprechendes Fourierspektrum (rechts) für Objekt 2	10
11	Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 3 .	10
12	Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 4 .	10
13	Beispiel einer weiteren Abbildung (links) und entsprechendes Fourierspektrum (rechts) für Objekt 4	10
14	Beispiel von Abbildung (links) und Fourierspektrum (rechts) für Objekt 5 .	11
15	Links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1B in der Fourierebene	12
16	Links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1C in der Fourierebene	12
17	links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit Filter 1D in der Fourierebene	13
18	links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit vertikalem Halbebenenfilter in der Fourierebene	13
19	links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit vertikalem und diagonalem Halbebenenfilter in der Fourierebene	13
20	Links: Beispielaufnahme von Objekt 4 aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahme des gleichen Objekts aus der Abbildungsebene mit horizontalem Halbebenenfilter in der Fourierebene.	14
21	Links: Aufnahmen des Fingerabdrucks aus der Abbildungsebene. Rechts: Aufnahmen des Fingerabdrucks aus der Abbildungsebene mit Hochpassfilter in der Fourierebene.	15
22	Schlieren	16
23	Gitter mit Fourierspektrum	18
24	Kreuzgitter mit Fourierspektrum	18
25	Punktpaare unterschiedlicher Abstände und Fourierspektren	19

26	Punktpaare gleicher Abstände und Fourierspektren	20
27	Punktringe mit Fourierspektren	20
28	Beugungsbild der Punktringe mit vergrößertem Ausschnitt	21
29	Ziffern mit Fourierspektren	21
30	Fourierhaus mit verschiedenen Filtern	23
31	Zahl 4 mit Breitbandfiltern	23
32	Zahl 4 mit Tiefpassfilter	24
33	Abbildung Fingerabdruck mit Tiefpassfilter	24
34	Durch Schlierenverfahren sichtbar gemachte Luftströmungen	24

5 Anhang