

TODO

René

1. ...

2. ...

Vivi

1. @ René: allgemein zu deinen Graphen: Die Beschriftung ist so halt nicht richtig, weil du z.B. "Hallwiderstand" und dann \ddot{U} daneben schreibst.... Dann schreib doch "Hallspannung" rein, dann stimmt das auch, immerhin bestimmen wir ja den Hallwiderstand auch erst noch in der Auswertung und messen ihr den Spannungsabfall, oder nicht?

2. ...

Fortgeschrittenenpraktikum

Quantenhalleffekt

Vivien Slezi^{ona} *

René Vollmer[†]

Betreut durch

Nils Gayer[‡]

September 2015

[Zusammenfassung]

Der Quanten-Hall-Effekt wurde 1980 von K. von Klitzing, G. Dorda sowie M. Pepper entdeckt. Er unterscheidet sich vom klassischen Hall-Effekt, da hier der Wert des Hallwiderstands R_H nicht linear mit steigendem Magnetfeld zunimmt, sondern Plateaus der Werte

$$R_H = \frac{1}{\nu} \cdot 25812,8 \Omega = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} \quad (1)$$

ausbildet und sich dabei unabhängig von der Probe verhält. Dabei ist ν ein Füllfaktor, h das Plancksche Wirkungsquantum und e die Elementarladung. Voraussetzung für den Quanten-Hall-Effekt sind ein starkes Magnetfeld, sehr tiefe Temperaturen, sowie ein näherungsweise zweidimensionales Elektronengas im Inneren der Probe, in welchem der Effekt beobachtet wird. Im Jahr 1985 erhielt Klitzing für die Untersuchung des Quanten-Hall-Effekts den Nobelpreis.

Im vorliegenden Versuchsprotokoll werden die theoretischen Grundlagen, die Durchführung sowie die Befunde und Schlussfolgerungen des Experiments zum Quanten-Hall-Effekt dargestellt. Im Experiment wurde der elektronische Ladungstransport in einem 2DEG im Rahmen des Quanten-Hall-Effekts untersucht, wobei die Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit in Abhängigkeit veränderlicher Variablen im Versuchsaufbau bestimmt wurden. Zudem wurde der Einfluss der Magnetfeldorientierung analysiert.

*vivi.s@arcor.de

†rene.vollmer@studium.uni-hamburg.de

‡ngayer@physnet.uni-hamburg.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
2	Experimentelle Durchführung und Beobachtungen	2
2.1	Gleichstrommessungen	3
2.2	Wechselstrommessung	5
2.3	Winkelabhängigkeit	7
2.4	Temperaturabhängigkeit	8
2.5	Gatespannungsabhängigkeit	9
3	Auswertung	10
3.1	Gleichstrommessungen	10
3.1.1	Näherung über die Hall-Spannung	10
3.1.2	Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation	10
3.2	Wechselstrommessung	12
3.2.1	Näherung über die Hall-Spannung	12
3.2.2	Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation	12
3.3	Vergleich Gleich- und Wechselstrommessung	14
3.4	Winkelabhängigkeit	15
3.5	Temperaturabhängigkeit	16
3.6	Gatespannungsabhängigkeit	17
4	Fazit	18
	Literatur	A
	Abbildungsverzeichnis	B
5	Anhang	C

1 Theoretische Grundlagen

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} = \rho \cdot \vec{j} \quad (2)$$

$$n_s = \frac{I}{e} \cdot \left(\frac{dU_{Hall}}{dB} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\mu = \frac{1}{n_s e} \frac{I}{U_{xx}} \frac{L}{W} \quad (4)$$

Plattenkondensator der Fläche A: $N_s = n_s \cdot A$

$$N_s = C \cdot U_{Gate} \quad (5)$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 A}{d} \quad (6)$$

Aus 5 und 6 ergibt sich:

$$n_s = \frac{\epsilon \epsilon_0}{d} (U_{Gate} - U_{th}) \quad (7)$$

mit der Einsatzspannung U_{th}

2 Experimentelle Durchführung und Beobachtungen

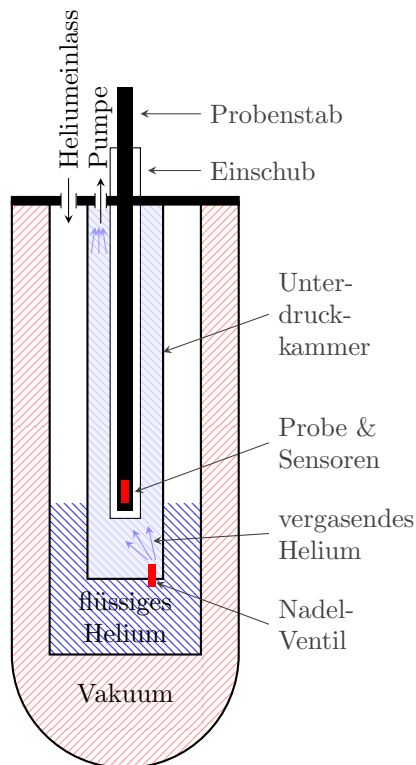


Abbildung 1: Schematische Zeichnung des im Text beschriebenen Kryostaten.

Der Versuchsaufbau besteht aus einem im Boden eingelassenen Kryostaten und einer sich in einem Rack befindlichen Steuerungs- und Messelektronik, welche mit Hilfe eines Computers gesteuert bzw. ausgelesen wird und deren Messdaten aufgezeichnet werden können. Der Kryostat ist ein Vakuumschlauch mit einer heliumgefüllten Kammer im Inneren. Darin befindet sich eine Kammer, in der wiederum ein Probeneinschub ist. Mit einer Pumpe wird der Druck in dieser Kammer auf wenigen Millibar gehalten. Durch die Verdunstungskälte kann die Innentemperatur, und so effektiv auch die Probentemperatur auf etwa 1,5 K gehalten werden. Dieser Aufbau ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Durch einige Sensoren und eine Heizung kann die Temperatur anschließend sehr genau geregelt werden. Um die beiden Effekte letztendlich beobachten zu können, sind sehr hohe Magnetfelder von Nöten, hierfür werden zwei supraleitende Magnetspulen genutzt.

Vor dem Versuch wurde der Tank über den Heliumeinlass an der Oberseite mit flüssigem Helium gefüllt. Die Probe wurde an der Spitze des Probenstabes montiert und in den Probeneinschub eingeführt. Anschließend wurde die den Einschub umgebende Kammer mehrfach mit Hilfe eines Nadelventils mit Helium geflutet und anschließend wieder abgepumpt, um Luftreste zu entfernen und Vereisungen an Probe und Nadelventil zu vermeiden. Anschließend wurde bei laufender Pumpe eine Einstellung für die Heliumzufuhr (Nadelventil) gesucht, sodass sich in der Kammer der gewünschte Unterdruck und somit die sehr tiefen Temperaturen einstellen.

Im Nachfolgenden werden in den ersten beiden Abschnitten zwei unterschiedliche Messmethoden erprobt und in den Anschließendenden werden Winkel, Temperatur und Elektronendichte verändert und die Folgen auf den Quanten-Hall Effekt und die Shubnikov-de Haas Oszillationen untersucht.

2.1 Gleichstrommessungen

In diesem Versuchsabschnitt wurden die beiden zu untersuchenden Effekte gemessen, während an der Probe ein Gleichstrom anlag. Hierzu wurde gleichzeitig der Spannungsabfall über die Länge und über die Breite der Probe anhand der Software erfasst. An die Probe wurde in x-Richtung ein konstanter Gleichstrom von $1\text{ }\mu\text{A}$ angelegt. Um eine stabile Temperatur zu erhalten, wurde die Kammer auf 2 K geheizt. Jetzt wurde das Magnetfeld auf -7,7 T gefahren. Dies dauert rund sieben Minuten, da es sich um supraleitende Spulen handelt und das Anlegen eines Stroms eine Gegeninduktion verursacht. Sobald das Magnetfeld aufgebaut war, wurde die Hallspannung U_H sowie die Längsspannung U_{xx} aufgezeichnet, während das Magnetfeld mit etwa 1 T/min auf 7,7 T gefahren wurde. Mit Hilfe der Formel (2) wurden aus diesen Werten die Widerstandswerte berechnet.

Die berechneten Widerstände sind in Abbildung 2 zu sehen, die einer analogen Messung im Bereich von -2 bis $+2\text{ T}$ bei einer konstanten Erhöhung von $0,2\text{ T/min}$ sind in Abbildung 3 aufgetragen.

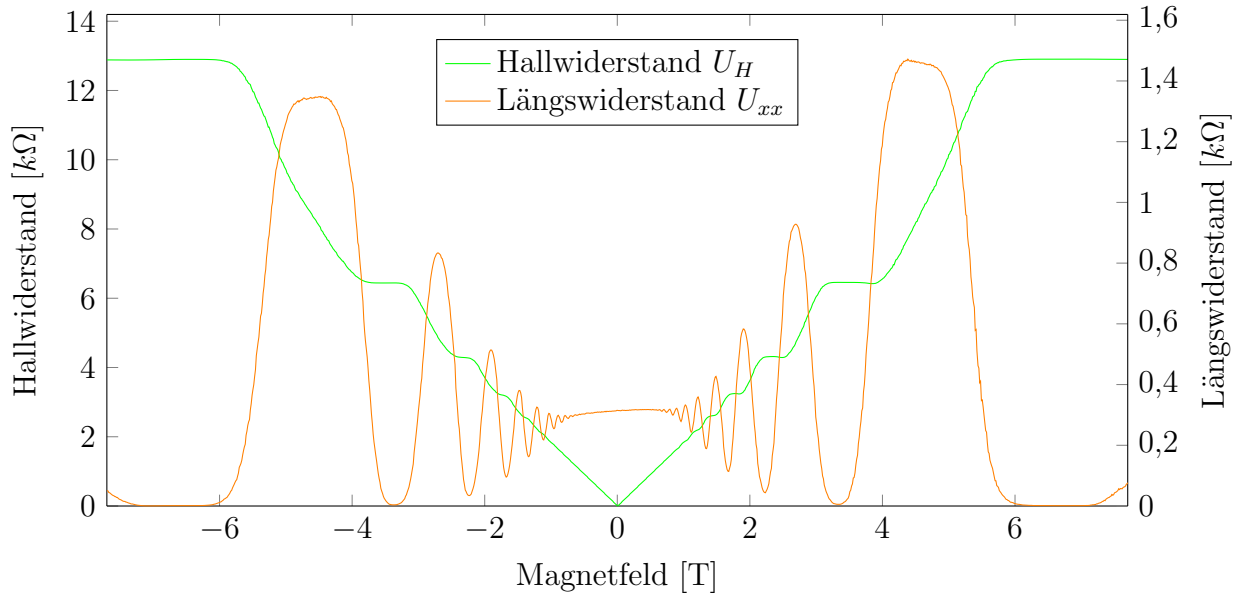


Abbildung 2: Plot des gemessenen Hall-Widerstand und Shubnikov-de Haas Oszillationen eines mit Gleichstrom durchflossenen 2DES.

Es sind deutlich die Plateaus des Hall- und die Oszillation des Shubnikov-de Haas-Widerstandes zu erkennen.

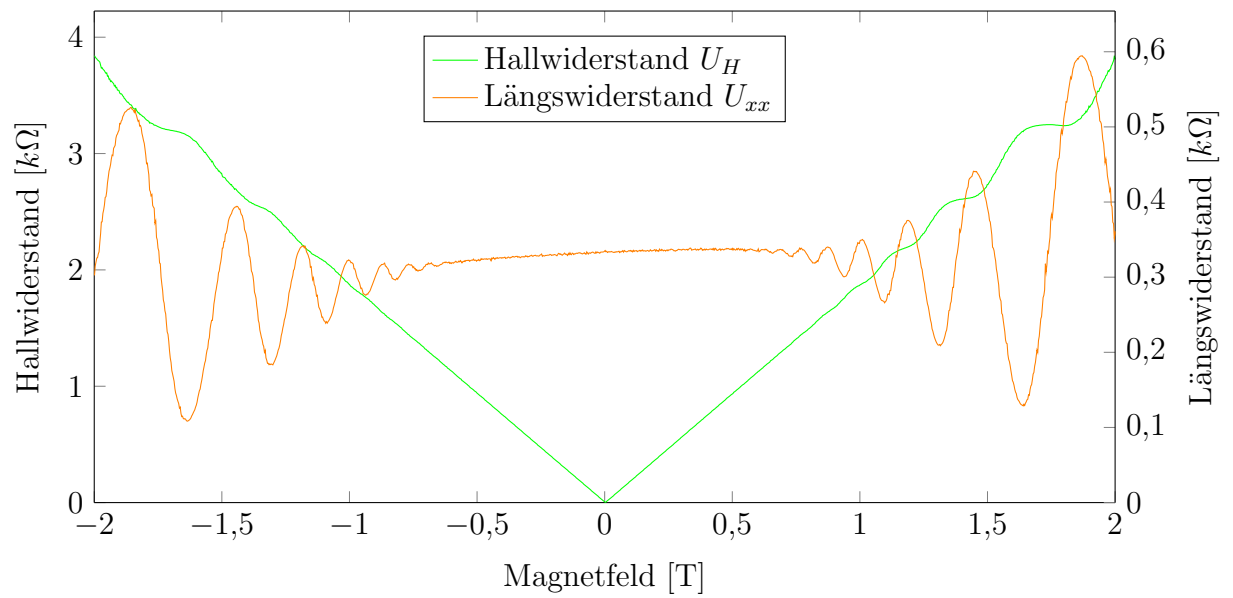


Abbildung 3: Hall-Widerstand und Shubnikov-de Haas Oszillationen eines mit Gleichstrom durchflossenen 2DES.

2.2 Wechselstrommessung

Im folgendem Abschnitt wurden die Messungen des vorigen Versuchsteils im Wesentlichen wiederholt, mit dem Unterschied, dass anstatt eines Gleichstroms ein Wechselstrom angelegt wurde. Um einen Wechselstrom erzeugen zu können, wurden sogenannte Lock-in Verstärker genutzt. Ein Lock-in Verstärker enthält einen Funktionsgenerator, welcher anhand einer einstellbaren Frequenz eine sinusförmige Wechselspannung mit $U_{RMS} = 1\text{ V}$ ausgibt. Um den Strom unabhängig von dem Widerstand des Hall-Streifens zu halten, musste ein hinreichend großer Widerstand in Reihe geschaltet werden. Da der Eigenwiderstand des Hall-Streifens bei einigen Megaohm lag, wurde ein $9,95\text{ M}\Omega$ Widerstand verwendet. So kann in guter Näherung angenommen werden, dass der Strom allein durch den zusätzlich angelegten Vorwiderstand zu $I = U/R = 1\text{ V}/9,95\text{ M}\Omega = 0,995\text{ }\mu\text{A}$ bestimmt wurde. Bei der Durchführung der Wechselstrommessung fiel auf, dass die Plateaus im Graphen der Hallspannung deutlich ausgeprägter ausfielen, als für die Gleichstrommessung. Analog dazu waren hier schmalere Peaks in der Shubnikov-de Haas-Oszillation zu erkennen. Erneut konnte die Formel (2) genutzt werden, um den Widerstand aus dem Spannungsabfall zu erhalten.

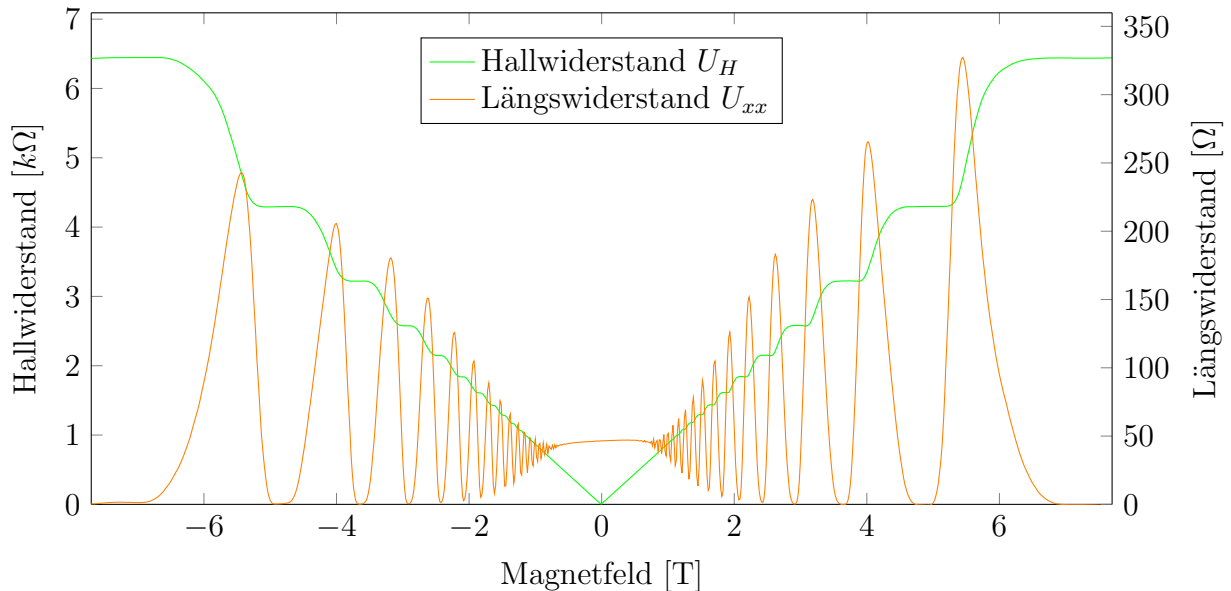


Abbildung 4: Hall-Widerstand und Shubnikov-de Haas Oszillationen eines mit Wechselstrom durchflossenen 2DES.

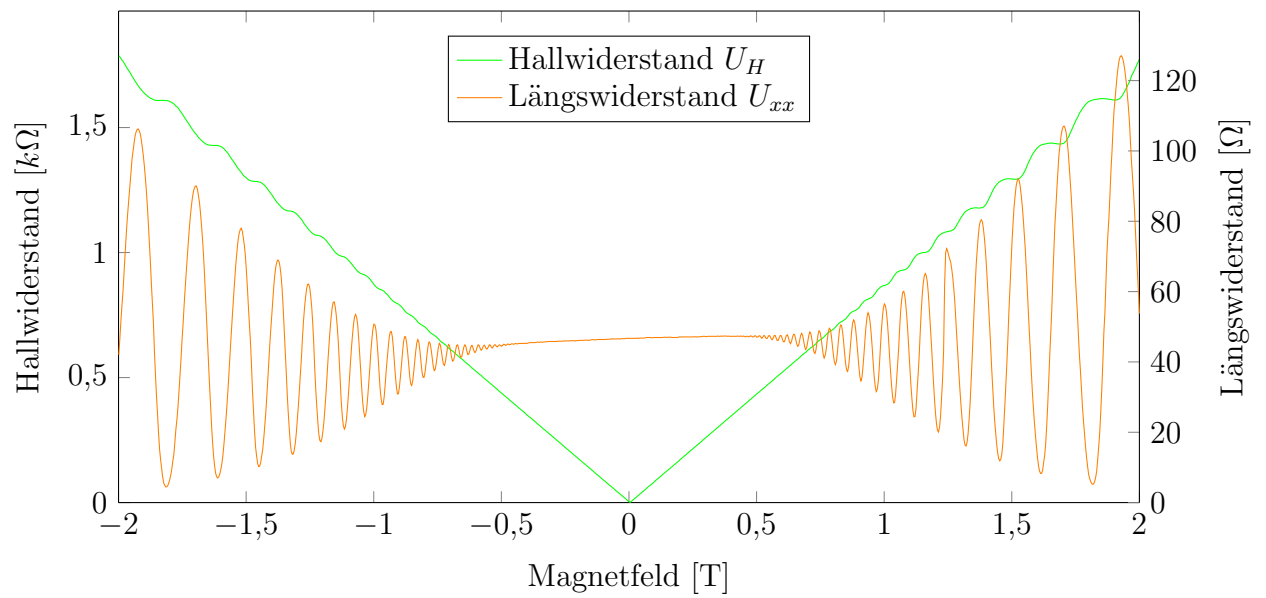


Abbildung 5: Hall-Widerstand und Shubnikov-de Haas Oszillationen eines mit Gleichstrom durchflossenen 2DES.

2.3 Winkelabhängigkeit

In diesem Versuchsteil wurde die Abhängigkeit des Quanten-Hall-Effekts, sowie des Shubnikov-de Haas-Effekts vom Einfallswinkel des Magnetfeldes auf die Probe untersucht. Hierzu wurde ausgenutzt, dass sich der Probenstab im Einschub drehen ließ, ohne sich dabei aus der Fixierung zu lösen. Mit Hilfe einer Winkelscheibe auf der Abdeckung des Kryostaten und einer Markierung am Probenstab, wurde nun eine Messreihe bestehend aus mehreren Messungen für verschiedene Winkeleinstellungen der Probe zum Magnetfeld durchgeführt. Für den Winkel wurden hierbei in 10° -Schritten Werte zwischen 260° und 10° gewählt, sodass insgesamt eine Drehung von 90° ausgeführt wurde. Dabei lag eine Temperatur von 2 K an der Probe an und für jede Messung wurde das Magnetfeld analog zu den ersten Messungen von $+7,7$ bis $-7,7$ T gefahren, mit der maximalen Geschwindigkeit von 1 T/min . Aufgrund der deutlicheren Hall-Plateaus in den Graphen wurde für diese Messreihe weiterhin die Wechselstromquelle des vorangegangenen Versuchsteils genutzt.

Anhand der Messungen war zu erkennen, dass beide betrachteten Effekte immer weniger ausgeprägt waren und schließlich verschwanden, je weiter die Probe aus der Nullposition ausgelenkt wurde.

2.4 Temperaturabhängigkeit

Im Folgenden sollte nun die Temperaturabhängigkeit des Quanten-Hall- und des Shubnikov-de Haas-Effekts überprüft werden. Ziel dabei war es, die Grenztemperatur zu finden, bis zu welcher die beiden Effekte noch zu beobachten sind. Dazu wurden Messungen für unterschiedliche Temperaturwerte an der Probe aufgenommen. Begonnen wurde dabei bei der Ausgangstemperatur von 2 K und es wurden in unregelmäßigen Intervallen Temperaturen bis hin zu 40 K gewählt. Für jede Messung wurde analog zu den vorangegangenen Versuchsteilen das Magnetfeld mit einer Geschwindigkeit von 1 T/min hochgefahren, diesmal von jeweils 0 bis 7,7 T. Auch hier wurde aufgrund der deutlicheren Hall-Plateaus in den Graphen weiterhin die Wechselstromquelle genutzt.

Wie aus den Graphen ersichtlich, liegt die gesuchte Grenztemperatur, bis zu welcher der Quanten-Hall- und der Shubnikov-de Haas-Effekt noch zu beobachten sind, bei etwa 15 K.

2.5 Gatespannungsabhängigkeit

Im letzten Versuchsabschnitt wurde der Einfluss einer Gatespannung auf die beiden zu untersuchenden Effekte beleuchtet, mit dem Ziel, aus den dadurch erfassten Daten, den Abstand des 2DEG in der Probe zur Gateelektrode zu bestimmen. Generell kann das Anlegen einer Gatespannung den Bandverlauf in der Probe verändern. Die Position der Gateelektrode an der Probe ist aus Abbildung ersichtlich. Für die folgenden Messungen wurden in Schritten von 50 mV Gatespannungen von -200 bis 200 mV gewählt. Dabei wurde eine Temperatur von 2 K an der Probe eingestellt und analog zu den obigen Versuchsteilen aufgrund der deutlicheren Hall-Plateaus in den Graphen die Wechselstromquelle genutzt.



3 Auswertung

Im Folgenden sind die Auswertungen der in den jeweiligen Versuchsteilen aufgenommenen Messdaten zu finden.

3.1 Gleichstrommessungen

Anhand der Messdaten aus der Gleichstrommessung, abgebildet in Graphik 2 und 3, wurde die Dichte der Ladungsträger im 2DEG, sowie deren Beweglichkeit bestimmt.

3.1.1 Näherung über die Hall-Spannung

Zunächst wurde die Steigung der Hall-Spannung mittels linearer Regression aus dem klassischen Bereich der Messdaten zwischen -2 T und 2 T anhand der Formel $U_{Hall} = a \cdot B$ bestimmt:

$$a = \frac{dU_{Hall}}{dB} = (1869,29 \pm 1,10) \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}^2/\text{s} \quad (8)$$

Hieraus ließ sich mit der Formel (3) und dem bekannten Strom von $I = 100 \text{ nA}$ die Ladungsträgerdichte des 2DEG berechnen:

$$n_s = \frac{I}{e} (dU_{Hall}/dB)^{-1} = (33.435,1 \pm 19,7) \cdot 10^{10} \cdot 1/\text{cm}^2 \quad (9)$$

Mit den Bekannten Maßen der Probe wurde anschließend die Beweglichkeit der Ladungsträger bestimmt. Dies erfolgte anhand der Formel

$$\mu = \frac{1}{n_s e} \frac{I}{U_{xx}} \frac{L}{W} \quad (10)$$

und mit den Probenmaßen von $L = 600 \mu\text{m}$ für die Länge und $B = 100 \mu\text{m}$ für die Breite.

$$\mu = \text{cm}^2/\text{Vs} \quad (11)$$

3.1.2 Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation

Eine Alternative Möglichkeit, die Ladungsträgerdichte zu berechnen, erfolgt über die Shubnikov-de Haas-Oszillation. Hierzu wurde die Längsspannung über der Probe gegen $1/B$ aufgetragen und jedem Minimum der Oszillation ein Füllfaktor ν zugeordnet. Dies ist in Abbildung 6 zu sehen.

Mit der Steigung der Geraden von $A = \dots$ ließ sich analog zur Näherung über die Hallspannung mit Gleichung die Ladungsträgerdichte bestimmen:

$$n_s = 1/\text{cm}^2 \quad (12)$$

So ergibt sich aus Gleichung für die Beweglichkeit:

$$\mu = \text{cm}^2/\text{Vs} \quad (13)$$

$$\nu = A \cdot 1/B = (13.1462 \pm 0.0190) T \cdot 1/B \quad (14)$$

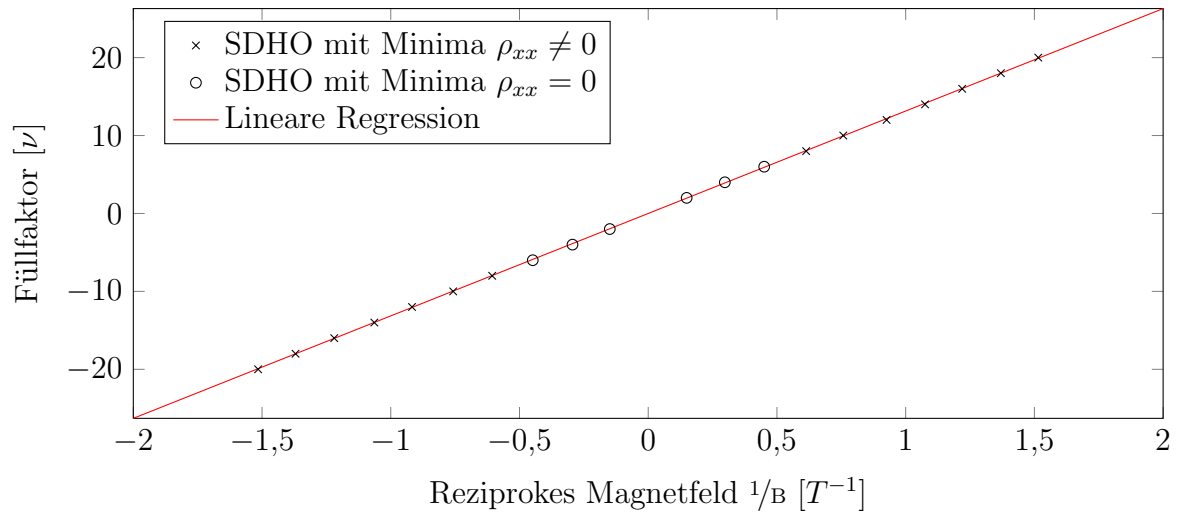


Abbildung 6: Auswertung Füllfaktor Gleichstrommessung.

In den Graphen 2 und 3 fiel eine leichte Asymmetrie der Messkurven auf. Da sich dies in allen folgenden Messungen ebenfalls bemerkbar machte, wurde hier auf einen Fehler an der Probe selbst geschlossen. So ist es zum Beispiel möglich, dass die Kontakte an der Probe zur Messung der Längs- und Hallspannungen unterschiedlich gut an der Probe selbst oder den Messkontakten anliegen.

3.2 Wechselstrommessung

Analog zur Auswertung der Gleichstrommessung wurde auch für die aufgenommenen Messdaten der Wechselstrommessung, abgebildet in Graphik 4 und 5, die Dichte der Ladungsträger im 2DEG, sowie deren Beweglichkeit bestimmt.

3.2.1 Näherung über die Hall-Spannung

Wie in der Auswertung der Gleichstrommessung wurden auch hier die beiden physikalischen Größen zunächst über die Steigung des klassischen Teils der Hallspannung zwischen -2 T und 2 T bestimmt. Dabei ergab sich aufgrund des großen Vorwiderstands ein kleinerer Spannungsabfall relativ zur Spannungsquelle und somit über

$$\frac{dU_{Hall}}{dB} = (164,61 \pm 0,07) \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}^2/\text{s} \quad (15)$$

ein geringerer Strom bei der Wechselstrommessung von $I = 99,5 \text{ nA}$. Analog zur Auswertung der Gleichstrommessdaten ergaben sich hier für die gesuchten Größen folgende Werte:

$$n_s = (377.787,5 \pm 161,1) \cdot 10^{10} \cdot 1/\text{cm}^2 \quad (16)$$

$$\mu = \text{cm}^2/\text{Vs} \quad (17)$$

3.2.2 Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation

Ebenfalls analog zur Gleichstrommessung wurden die gesuchten physikalischen Größen alternativ über die Shubnikov-de Haas-Oszillation berechnet. Dies ist in Abbildung 7 zu sehen. Es ergibt sich eine Steigung der Geraden von $b = \dots$ und daraus analog zum vorherigen Versuchsteil die physikalischen Größen:

$$n_s = 1/\text{cm}^2 \quad (18)$$

und

$$\mu = \text{cm}^2/\text{Vs} \quad (19)$$

$$\nu = A \cdot 1/B = (28.908 \pm 0.035)T \cdot 1/B \quad (20)$$

Es wurde ein Offset von $\nu = 5$ benutzt.

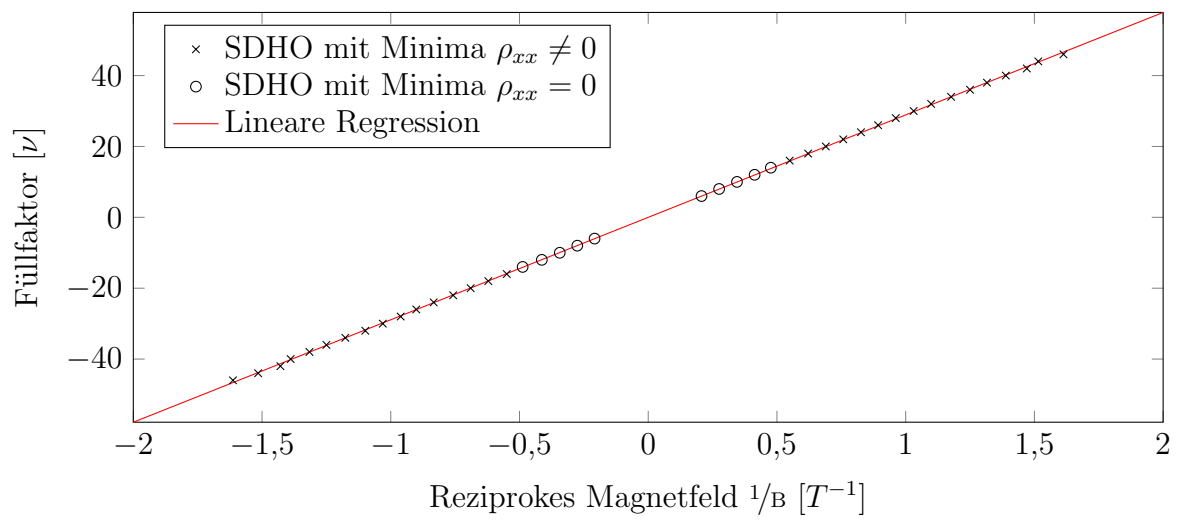


Abbildung 7: Auswertung Füllfaktor Wechselstrommessung.

3.3 Vergleich Gleich- und Wechselstrommessung

... Ein Vergleich der Messdaten der Gleich- und Wechselstrommessungen zeigt, dass sich die Kurven der Graphen hier deutlich in ihrer Amplitude unterscheiden. Dies lässt vermuten, dass sich der Wert der Ladungsträgerdichte in der Probe zwischen den beiden Messreihen verändert haben muss... ? (Doch noch Temperaturschwankung...?)

3.4 Winkelabhängigkeit

Anhand der aufgenommenen Messdaten des Versuchsteils zur Winkelabhängigkeit wurde nun die Abhängigkeit des Quanten-Hall-Effekts, sowie des Shubnikov-de Haas-Effekts vom Einfallswinkel des Magnetfeldes auf die Probe analysiert. Dazu wurden in Abbildung die Magnetfeldwerte der Minima in Abhängigkeit des Winkels zur Probennormalen aufgetragen. In der Graphik ist gut zu erkennen, dass die Shubnikov-de Haas-Oszillationen, sowie die Quanten-Hall-Plateaus innerhalb eines Winkels von 110° noch recht gut zu erkennen sind und ab einer Auslenkung von 120° aus der senkrechten Position der Probe zu den Magnetfeldlinien verschwinden. Erklärt werden kann diese Beobachtung mit der Tatsache, dass ab dieser Auslenkung keine Hallspannung mehr über die Breite der Probe induziert wird, die Voraussetzung selbst für den klassischen Halleffekt nicht mehr erfüllt ist.

3.5 Temperaturabhängigkeit

Wie zu den Messdaten der Gleich- und Wechselstrommessungen wurden die Ladungsträgerdichten und -beweglichkeiten hier für alle verschiedenen aufgenommenen Temperaturwerte von 2 K bis 40 K bestimmt. Hierzu wurde die Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation gewählt. In der Abbildung sind die Shubnikov-de Haas-Oszillationen zu verschiedenen Temperaturen abgebildet. Hierbei ist deutlich zu erkennen, wie die Oszillation mit steigender Temperatur abschwächt. Die Temperatur, ab welcher der Effekt nicht mehr zu erkennen ist, liegt offenbar bei ca. 15 K. Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit wurden wie in den obigen Versuchsteilen berechnet und die Ergebnisse zu den verschiedenen Temperaturen in folgender Tabelle dargestellt. Diese Temperaturabhängigkeit der beiden physikalischen Größen wurde in den folgenden beiden Graphen noch einmal veranschaulicht, indem die Werte der Größen gegen die Temperatur aufgetragen wurden. Daraus ist zu erkennen, dass die Ladungsträgerdichte ab einer Temperatur von

3.6 Gatespannungsabhängigkeit

Um anhand der Messdaten zur Gatespannung den Abstand des 2DEG zur Probenoberfläche zu bestimmen, wurde zunächst angenommen, dass das 2DEG und das verwendete Titan-Gate einen Plattenkondensator bilden. Die beiden Schichten von GaAs und AlGaAs dazwischen bilden hierfür ein nichtleitendes Dielektrikum. Durch das Anlegen der Gatespannung wurde die Ladungsträgerdichte im 2DEG verändert. In einem Plattenkondensator der Fläche A ist die Anzahl der Ladungsträger $N_s = n_s \cdot A$ gegeben durch die Gleichung 5. Damit ergibt sich der Abstand d der Kondensatorplatten und somit der Abstand des 2DEG zur Probenoberfläche aus der Gleichung 6.

Dabei kann $\epsilon \approx 12$ angenommen werden, da die verwendete Probe im wesentlichen AlGaAs mit einem Aluminiumanteil von 33 % enthält. Anhand der beiden Gleichungen und der Einsatzspannung U_{th} kann nun die Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte von der Gatespannung angegeben werden durch Gleichung 7:

$$n_s = \frac{\epsilon \epsilon_0}{d} (U_{Gate} - U_{th}) \quad (21)$$

Dieser Zusammenhang wurde in der Abbildung dargestellt, indem die bestimmten Ladungsträgerdichten gegen die angelegten Gatespannungen aufgetragen wurden. Die Ladungsträgerdichten wurden dabei analog zu den obigen Versuchsteilen aus der Näherung über die Shubnikov-de Haas-Oszillation bestimmt und es ergaben sich folgende Werte: Der Abstand d des 2DEG zur Probenoberfläche wurde mittels linearer Regression bestimmt. Dafür ergab sich ein Wert von $d = \dots$

4 Fazit

Die Ergebnisse, die wir in diesem Versuchs erzielt haben, sind sehr zufriedenstellend. In den aufgenommenen Messkurven sind die Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Längswiderstandes und die Plateaus des Hallwiderstands, trotz der leichten Asymmetrie durch einen vermuteten Fehler an der Probe, gut zu erkennen.

Literatur

Abbildungsverzeichnis

1	Schematischer Aufbau des Kryostaten	2
2	Gleichstrommessung im maximalen Magnetfeldbereich	3
3	Höher aufgelöste Gleichstrommessung in Magnetfeldteilbereich	4
4	Wechselstrommessung im maximalen Magnetfeldbereich	5
5	Höher aufgelöste Gleichstrommessung in Magnetfeldteilbereich	6
6	Auswertung Füllfaktor Gleichstrommessung	11
7	Auswertung Füllfaktor Wechselstrommessung	13

5 Anhang