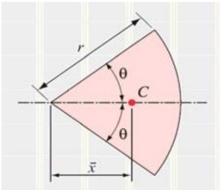
Instituto de Computação - UFF **Prova de Reposição - 31/Jan/2022**
Introdução a Métodos Numéricos - Prof. Milton Brown **- 100 minutos**

---

1) Um cliente bancário possui senha numérica de dez dígitos decimais que dá acesso à conta de seus investimentos. Por segurança, o banco sugere que os clientes devam armazenar tal senha codificada por meio de dígitos binários (*bits* ≡ *binary digits*). Se todos os dígitos da senha decimal forem distintos e cada um deles for codificado na base 2 (individualmente), determine a quantidade de *bits* que os clientes precisarão utilizar.

2) A localização de $\bar{x}$ do centróide de um setor circular (como esboçado na figura, meramente ilustrativa) obtém-se através de $\bar{x} = \frac{2r\,sen\theta}{3\theta}$. Determine o valor do ângulo θ (graus), com duas casas decimais de precisão, considerando que $\bar{x} = \frac{r}{2}$.



3) Considere o sistema **Ax = b** abaixo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Aplicando-se o método da Eliminação de Gauss ao sistema, através da fatoração **LDU** de **A**, afirma-se:

I. Os valores dos elementos de **L**, obtidos na fase de eliminação de variáveis, são todos iguais a 1/2;
II. O determinante de **A** é obtido pelo produto de todos os elementos pertencentes à diagonal de **D**;
III. Os elementos $\mathbf{U}_{ij}$ são iguais a $\mathbf{L}_{ji}$, $\forall\, i \neq j$.

Pede-se avaliar, <u>justificadamente</u>, como verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) cada uma das afirmativas.

4) O sistema ao lado deve ser resolvido através do Método de Newton. Partindo-se de $x_1^{(0)} = 1{,}0$ e $x_2^{(0)} = 0{,}5$, pede-se determinar $x_1^{(1)}$ e $x_2^{(1)}$.

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = 2 \\ e^{x_1 - 1} + x_2^3 = 2 \end{cases}$$

5)

x	2	3	4	5	6	7
f(x)	0,13	0,19	0,27	0,38	0,51	0,67

Para interpolar valores na tabela, pede-se determinar:

I) Com o polinômio linear, o valor aproximado para f(5,2);
II) Usando-se os 3 últimos pontos da tabela, o polinômio quadrático na forma de Newton;

6) Considere a função $\varphi(x) = ae^{x^2} + bx^3$ a ser ajustada através do Método dos Mínimos Quadrados aos pontos da tabela a seguir:

x	-1	0	1
y	0	1	2

Pede-se determinar:

I) O parâmetro a;
II) O parâmetro b.

7) Deseja-se calcular a área delimitada por f(x) = x^2 e g(x) = x + 6. Pede-se obter com a Regra dos Trapézios repetida 5 vezes o valor desta área.

8) Pela Regra dos Trapézios Repetida, obter o valor aproximado de $I = \int_0^2 \frac{1}{x+4}\,dx$, com erro inferior a 10^{-5}, adotando o menor número de subdivisões do intervalo de integração necessário ao referido cálculo.

9) Um carro de corrida leva 79 segundos para percorrer uma determinada pista. A velocidade *v* (m/s) do carro na pista, registrada por sensores dispostos em certos pontos do percurso, encontra-se na tabela a seguir.

***t* (s)**	0	0,5	1	1,5	48	48,5	49	59	69	79
v (m/s)	62	74	73,5	60,5	49,5	42,5	39	44,5	58	61,5

Pede-se determinar o valor que melhor representa a distância percorrida (km) pelo carro na pista.

10) Pede-se obter um valor aproximado para a solução da equação $\frac{dy}{dt} = y - t^2 + 1$, em $y(0{,}4)$. Adote o método de Euler Modificado, com $y(0) = 0{,}5$ e o passo de integração igual a 0,2.