Atenção:

Este **Teste 1** apresenta 5 questões, cada uma valendo 2 pontos. O aluno deverá apresentar as soluções das questões formuladas, com todos os cálculos realizados, em um arquivo (formato pdf) que deve ser incluído na atividade **Envio das Soluções_T1_H1** da sala virtual da disciplina no **Google Classroom**. O aluno deve estar atento ao tempo estabelecido para a execução do **Teste** e respectivo **Envio das Soluções**.

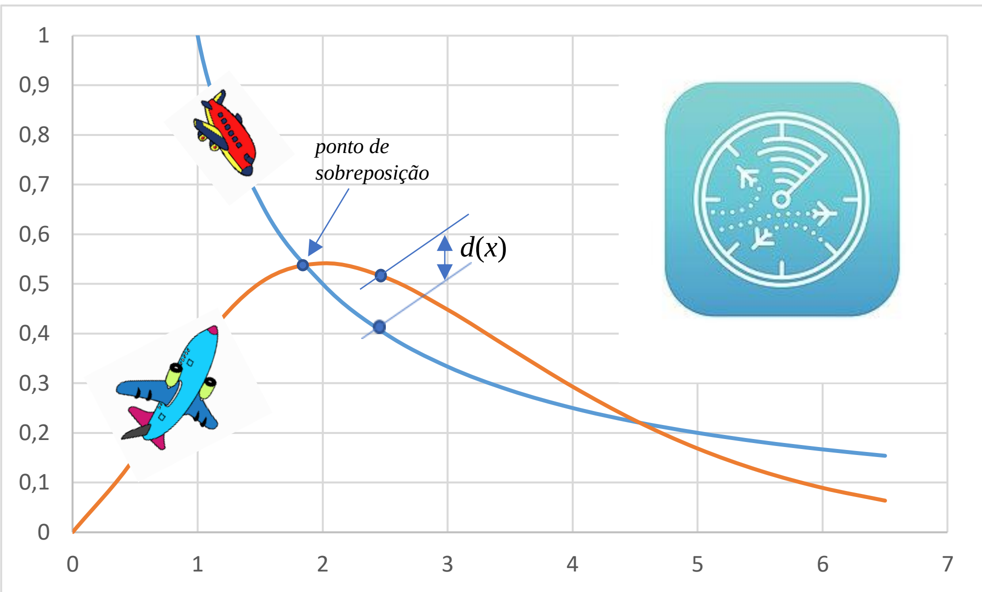
Questão 1

Sobre o número $(2021)_{dez}$ que representa o ano em curso, responda:

a) Para ser escrito na base *dois* quantos dígitos são necessários?
b) Quais são o primeiro e o último dígitos de sua representação binária?
c) A partir de 2021, quantos anos deverão transcorrer até que um dígito adicional seja necessário para escrever o nº binário que represente o ano?

Questão 2

Na tela de um radar, está sendo observado o movimento de dois aviões de pequeno porte que seguem as trajetórias descritas pelas funções $f_1(x) = \frac{1}{x}$ e $f_2(x) = x^2 e^{-x}$, como mostra o esboço da figura.



Pede-se determinar, através de um **método numérico**, adotando 3 casas decimais de precisão:

a) as coordenadas (x,y) do ponto na tela do radar em que os aviõezinhos se sobrepõem pela 1ª vez;
b) o valor máximo da distância vertical $d(x)$ entre os aviõezinhos no intervalo [2; 4].

Questão 3

Deseja-se resolver o sistema $Ax = b$ apresentado a seguir através dos métodos iterativos de Gauss-Jacobi (G-J) e Gauss-Seidel (G-S), adotando o valor inicial $x^{(0)} = 0$.

$$\begin{bmatrix} 24 & 4 & 0 & 0 & 6 \\ 4 & 12 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 7 \\ 7 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pede-se:

a) Verificar se o processo de G-J apresenta condições suficientes para a convergência;

b) Com o processo iterativo de G-S, obter os seguintes valores da primeira e segunda iterações, $x_2^{(1)}$ e $x_5^{(2)}$;

c) Verificar se 3 iterações do processo de G-S são suficientes para se obter o valor da solução com duas casas decimais de precisão ($tol = 0{,}5 \times 10^{-2}$).

Questão 4

Como trote de ingresso na Universidade, quatro calouras são encarregadas de arrecadar moedas, comprar frutas e fazer uma salada, a ser consumida em festa de boas-vindas. Cada aluna gastou o total correspondente ao que arrecadou. As calouras foram juntas ao mercado e realizaram as seguintes compras:

- Irene pagou R$2,00 para trazer 2 bananas e 3 laranjas;
- Joana gastou R$2,20 em 12 maçãs e 2 laranjas;
- Carla levou 3 maçãs, 12 bananas e 1 laranja que saíram a R$3,80;
- Roberta trouxe 3 laranjas e 3 peras que custaram R$1,65.

Pede-se:

a) Aplicando-se o método da **Eliminação de Gauss** para encontrar o valor do preço unitário de cada fruta usada na salada, obtenha os elementos $L(4,1)$, $D(3,3)$ e $U(2,3)$ resultantes da fatoração da matriz de coeficientes do sistema linear que representa o problema.

b) Qual a fruta de menor valor unitário?

c) Se Carla tivesse arrecadado R$4,00, quantas peras no máximo poderia acrescentar ao lote de frutas que comprou?

d) Se uma outra aluna se juntasse às calouras e pretendesse comprar uma dúzia de bananas, quanto precisaria ter arrecadado?

Questão 5

Uma das formas de se obter as raízes complexas da equação $z^3 - 2z - 5 = 0$ consiste em se substituir $z = a + jb$ (sendo j a unidade imaginária) nesta equação e, nela tomando-se a parte real $f_1(a,b)$ e imaginária $f_2(a,b)$, formar e resolver o sistema:

$$\begin{cases} f_1(a,b) = 0 \\ f_2(a,b) = 0 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} a^{(0)} \\ b^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1{,}000 \\ +1{,}000 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, usando como solução inicial os valores de $a^{(0)}$ e $b^{(0)}$ indicados, pede-se obter:

a) $f_1(a,b)$ e $f_2(a,b)$;

b) a solução do sistema, com 3 casas decimais de precisão ($tol = 0{,}5\times10^{-3}$);

c) todas as raízes da equação.

FIM