**Instituto de Computação - UFF Prova de Reposição - 31/Jan/2022**

**Introdução a Métodos Numéricos 🕑 - 100 minutos**

**Prof. Milton Brown**

**1)** Um cliente bancário possui senha numérica de dez dígitos decimais que dá acesso à conta de seus investimentos. Por segurança, o banco sugere que os clientes devam armazenar tal senha codificada por meio de dígitos binários (*bits* ≡ *binary digits*). Se todos os dígitos da senha decimal forem distintos e cada um deles for codificado na base 2 (individualmente), determine a quantidade de *bits* que os clientes precisarão utilizar.

Para a senha com todos os dígitos distintos (não importa a ordem),

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

o cliente precisará da seguinte qtde. de bits

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |

total = **1** × 2 + **2** × 2 + **3** × 4 + **4** × 2 = **26**

**2)** A localização de do centróide de um setor circular (como mostra a figura, meramente ilustrativa) obtém-se através de . O valor de (graus) para o qual pertence ao intervalo:

Adotando o Método de Newton e θ = 1 rad:

f´(x) = 2(θcosθ-senθ)/3θ2

x(k+1)=x(k)-[f(x(k))/ f´(x(k))]

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 1,30372 | 1,275894 | 1,275698 |
| f(x) | 0,060981 | -0,00677 | -4,7E-05 | -2,4E-09 |
| f´(x) | -0,20078 | -0,24337 | -0,23998 | -0,23996 |
| dx | 0,30372 | -0,02783 | -0,0002 | -9,9E-09 |

θ = 1,2757 rad = **73,09 graus**

**3)** Considere o sistema **Ax = b** abaixo:

|  |  |
| --- | --- |
| **b** = | 2 |
| - 1 |
| 7 |
| 5 |
| 4 |
| 3 |

|  |  |
| --- | --- |
| **x** = | x1 |
| x2 |
| x3 |
| x4 |
| x5 |
| x6 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A** = | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | 2 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 2 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 2 |

Aplicando-se o método da Eliminação de Gauss ao sistema, com a fatoração da matriz de coeficientes (**A** = **L**×**D**×**U**), afirma-se:

1. Os valores dos elementos não nulos de **L** são todos iguais a 1/2; 🡺F
2. O determinante de **A** é obtido pelo produto de todos os elementos pertencentes à diagonal de **D**; 🡺V
3. Os elementos **U**ij= **L**ji, **∀**i≠j. 🡺V

**4)** Considere o sistema ao lado, a ser resolvido através do Método de Newton. Partindo-se de x1(0) = 1,0 e x2(0) = 0,5, pede-se determinar x1(1) e x2(1).



Jacob

2x1 2x2

e(x1 -1) 3x22

🡺iteração 0.

Jacob

2. 1.

1. 0.75

função f

x12 + x22 – 2 = - 0,75

e(x1 -1) + x23 – 2 = -0,875

delta x

-0,625

2

solução x1 = 0,375; x2 = 2,5

**5)** Considere a tabela a seguir.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **f(x)** | 0,13 | 0,19 | 0,27 | 0,38 | 0,51 | 0,67 |

Sobre o problema de interpolação de valores na tabela, as seguintes afirmativas foram feitas:

1. Com uma função polinomial linear, encontra-se para f(5,2)?
2. Para interpolação quadrática, usando-se os 3 últimos pontos da tabela, obtém-se um polinômio interpolante na forma de Newton

p1(x) = f(x0) + d1(x-x0) = 0,38 + (0,51-0,38)(x-5)

p1(5,2) = 0,38 + 0,13(5,2-5) = **0,406;**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x0 | 5 | 0,38 |  |  |
| x1 | 6 | 0,51 | **0,13** |  |
| x2 | 7 | 0,67 | 0,16 | **0,015** |
|  |  | 5,2 |  |  |
|  |  | p1 = | **0,406** |  |

**II)**

**p2(x) =** f(x0) + d1(x-x0) + d2(x-x0) (x-x1) =

= 0,38 + 0,13(x-5) + 0,015(x-5)(x-6)

**6)** Considere a função  a ser ajustada através do Método dos Mínimos Quadrados aos pontos da tabela a seguir:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | -1 | 0 | 1 |
| *y* | 0 | 1 | 2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2e2 + 1 | 0 | a | = | 1 + 2e |
| 0 | 2 | b | 2 |

b = 1;

a = (1 +2e)/(1 + 2e2)

**7)** Deseja-se obter a área delimitada pelas funções f(x)= x2 e   
g(x) = x + 6. Para o problema em questão, afirma-se que:

1. Com a Regra dos Trapézios, repetida 5 vezes

As duas curvas se interceptam nos seguintes pontos:

f(x)= g(x) ==> x2 = x + 6 ==> x2 – x – 6 = 0 🡺 x1 = - 2 e x2 = 3

 Analiticamente I = 125/6

Pela Regra dos Trapézios (ITR sobre 5 intervalos), h=1:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | f(x) | ITR |
| -2 | 0 | 0 |
| -1 | 4 | 8 |
| 0 | 6 | 12 |
| 1 | 6 | 12 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 0 | 0 |
|  | soma= | 40 |
|  | **ITR=** | **20** |

**8)** Pela Regra dos Trapézios Repetida, para se obter o valor de , com erro inferior a 10-5, o no de subdivisões do intervalo de integração deve ser pelo menos:

h=2/m 🡺 f(x) = (x+4)-1 🡺f’(x) = - (x+4)-2 🡺 f’’(x) = 2(x+4)-3  
M2|x=0 = 2/43 = 1/32

(m h3 M2/12) < 10-5 🡺 m > 45,6 🡺 **m = 46**

**9)** Um carro de corrida leva 79 segundos para percorrer uma determinada pista. A velocidade *v* (m/seg) do carro na pista, registrada por sensores dispostos em certos pontos do percurso, consta da tabela a seguir.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***t*  (s)** | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 48 | 48,5 | 49 | 59 | 69 | 79 |
| **v (m/s)** | 62 | 74 | 73,5 | 60,5 | 49,5 | 42,5 | 39 | 44,5 | 58 | 61,5 |

O valor que melhor representa a distância percorrida (km) pelo carro na pista é:

Pela Regra dos Trapézios:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | f(x) |  |
| 0 | 62 |  |
| 0,5 | 74 | 34 |
| 1 | 73,5 | 36,875 |
| 1,5 | 60,5 | 33,5 |
| 48 | 49,5 | 2557,5 |
| 48,5 | 42,5 | 23 |
| 49 | 39 | 20,375 |
| 59 | 44,5 | 417,5 |
| 69 | 58 | 512,5 |
| 79 | 61,5 | 597,5 |
| vmédia= | 56,5 |  |
|  |  |  |
|  | ITR= | **4.232,75** |

**10)** Use o método de Euler Modificado para obter um valor aproximado para a solução de em . Adote e o passo de integração igual a 0,2.

🡺 🡺

🡺

🡺

**2) Para conferir**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **L** = | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1/2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -2/3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -3/4 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -4/5 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -5/6 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **D =** | 2 |  |  |  |  |  |
|  | 3/2 |  |  |  |  |
|  |  | 4/3 |  |  |  |
|  |  |  | 5/4 |  |  |
|  |  |  |  | 6/5 |  |
|  |  |  |  |  | 7/6 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **U** = | 1 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | -2/3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | -3/4 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | -4/5 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -5/6 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |