**Instituto de Computação - UFF Gabarito T2 − 24/Jan/2022**

**Métodos Numéricos − Turma H1 − Prof. Milton Brown 🕑 − 100 minutos**

**Questão 1**

Forma

Descrição gerada automaticamente com confiança média

Desenho de uma pessoa

Descrição gerada automaticamente com confiança médiaSEM FUNDO - Imagens sem background: Bolas em PNGSEM FUNDO - Imagens sem background: Bolas em PNGSEM FUNDO - Imagens sem background: Bolas em PNGDiagrama

Descrição gerada automaticamente

*θ0*

**Gilmar**, goleiro do time de futebol **Abacaxi**, bate tiro de meta em direção ao gol do time adversário **Beterraba**, defendido pelo goleiro **Felix**, chocando-se a bola com a trave superior, como mostra a Figura (meramente ilustrativa). A bola viaja segundo uma trajetória parabólica descrita por:

equação da trajetória da bola

sendo que *x* e *y* correspondem a distâncias horizontais/verticais, respectivamente; – ângulo da direção (em relação à horizontal) dada à bola pelo chute em **A**; – velocidade inicial da bola no ponto **A**; **10** m/s2.

Admita que **Gilmar** realize o chute a uma distância de **100** m (horizontalmente) da trave do gol de **Felix**. O travessão fica (oficialmente) a uma altura de **2,44** m do chão. Como mostra a Figura, **Felix** estava “adiantado”, isto é, próximo à marca do pênalti, a **12** m da linha das suas traves. Estima-se que neste ponto a bola passe sobre a cabeça de **Felix** a uma altura de **4** m do chão. Com os dados fornecidos, que indicam pontos da trajetória da bola chutada por **Gilmar**, os parâmetros e podem ser determinados, construindo-se um polinômio interpolador quadrático que descreva a trajetória da bola e então compará-lo à curva descrita pela equação da trajetória da bola. Outros valores importantes também podem ser obtidos, como a altura máxima da bola e a que distância de ***A*** isto ocorre. Assim sendo, escolha a opção correta.

**trave**

**B**

*v0*

2,44 m

4 m

12 m

100 m

**A**

**Gilmar**

Solução por interpolação, através do Método de Newton:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x** | **f(x)** | **D1** | **D2** |
| x0 | 0 | 0 |  |  |
| x1 | 88 | 4 | 0,0454545 |  |
| x2 | 100 | 2,44 | -0,13 | -0,00175455 |

p2(x) = f(x0) + D1(*x* - *x*0) + D2(*x* - *x*0)(*x* – *x*1) = 0 + 0,0454545(*x* - 0) + (-0,00175455)(*x* - 0)(*x* – 88)

p2(x) = (0,0454545 + 0,00175455 \* 88)*x* - 0,00175455x2 = 0,1998549*x* - 0,00175455*x*2

Comparando com a curva da equação:

🡺 🡺

🡺 🡺 m/s

km/h ≅ **196** km/h

Solução para conferir:

**🡺Usando a função fsolve do Scilab para resolver o sistema**

[0,1972557 rad; 54,438634 m/s]

**Questão 2**

Uma função conhecida apenas por pontos pode ser representada analiticamente por um polinômio, o que permite, por exemplo, a obtenção facilitada de valores aproximados para suas derivadas. Assim sendo, considere a função tabelada a seguir.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1,9 | 2,1 | 2,4 |
|  | 1,3961 | 1,5432 | 1,7349 |

Deseja-se obter o polinômio ajustado pelo **Método dos Mínimos Quadrados** aos pontos da tabela e com ele obter e . Considere as seguintes afirmações:



A =

3. 6.4 13.78

6.4 13.78 29.944

13.78 29.944 65.6578

b =

4.6742

10.05707

21.838457

alfa =

-0.77142

1.5075

-0.193

p =

- 0.77142 + 1.5075z - 0.193z²

p(2)

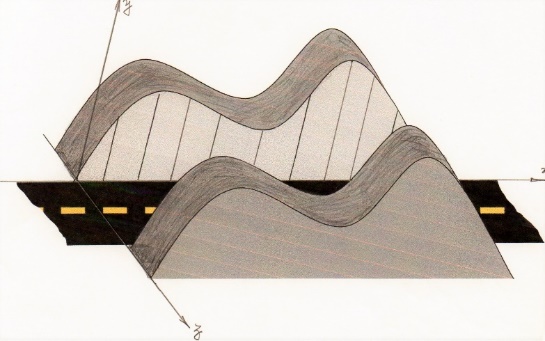
ans =

**1.4715800**

p´(2) = alfa(2)+2\*alfa(3)\*x = 1.5075 + 2\*(-0.193)(2) = **0.7355**

p´´(2) = 2\*(-0.1930) = **- 0.386**

**Questão 3**

Um trecho de estrada foi construído através de um corte em um morrote, como ilustra a figura (meramente ilustrativa). Para simplificar, considere que o leito desta estrada seja plano e retangular, de largura m e comprimento m. A seção reta (transversal) do corte não se altera na direção da largura, sendo definida por cotas verticais (expressas em metros), medidas a cada 10 m, conforme registrado na tabela e ilustrado na figura.

*y*

*x*

100

Pede-se determinar, usando a Regra 1/3 de Simpson Repetida, quantos caminhões (com capacidade cada um de 20 metros cúbicos) são necessários para fazer a retirada do material resultante do corte para a construção da estrada.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Y | 0 | 4,0 | 6,0 | 5,0 | 4,0 | 3,5 | 5,0 | 8,0 | 7,0 | 6,0 | 0 |

ISR1/3 = (10/3)\*(0 + 4\*4 + 2\*6 + 4\*5 + 2\*4 + 4\*3,5 + 2\*5 + 4\*8 + 2\*7 + 4\*6 + 0) = 10\*150/3 = 500 volume = 500\*25 = 12.500 m3

no. de caminhões = 12.500/20 = 625

**Questão 4**

Deseja-se obter, através de uma solução numérica, a integral . Assim sendo, as seguintes afirmações foram feitas:

1. Pela Regra dos Trapézios sem repetição;
2. Com a Regra 3/8 de Simpson sem repetição
3. Os erros cometidos em (I) e (II).

🡺

🡺 🡺

🡺 🡺 🡺

Conferindo:

**Questão 5**

Deseja-se obter a solução numérica de , adotando e a condição inicial . Assim, determine:

1. O valor obtido para , em , pelo Método de Euler;
2. O erro cometido com o Método de Euler para a obtenção de , em ;
3. O valor obtido para , em , pelo Método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

**Método de Euler**

yi+1 = yi + f(xi,yi)×h 🡺 yi+1 = yi + 3×h 🡺 y1 = 9 + 3×2 = 15 🡺 y2 = 15 + 3×2 = 21 🡺 y3 = 21 + 3×2 = 27

**Solução analítica**

y(x) = 3x + C 🡺 Y(1) = 3 + C = 9 🡺 C = 6 🡺 y(x) = 3x + 6 🡺 y(7) = 3×7 + 6 = 27 🡺 o erro é zero;

**RK4**

As estimativas geradas serão idênticas às do método de Euler.

**Euler ---- y = 27; erro zero; RK4 ----- y = 27**

**FIM**