

# INVESTIGAÇÃO DE GRAUS DE VULNERABILIDADE DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO PARA FINS DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO

A. A. AUGUSTO, J. C. STACCHINI DE SOUZA, M. B. DO COUTTO FILHO

*Pós-Graduação em Computação, Universidade Federal Fluminense*  
*Rua Passo da Pátria, 156 – Bloco E, sala 350 - CEP 24210-240, Niterói, RJ*  
*E-mails: [abel@ic.uff.br](mailto:abel@ic.uff.br) [julio@ic.uff.br](mailto:julio@ic.uff.br) [mbrown@ic.uff.br](mailto:mbrown@ic.uff.br)*

**Resumo**— A observabilidade de um sistema constitui condição necessária para sua supervisão e controlabilidade. Observabilidade está intimamente associada à forma com a qual medições são realizadas sobre o sistema. O planejamento da medição, portanto, determina a qualidade da observação do estado do sistema e o alcance das ações de controles a serem tomadas, caso o sistema opere de forma inadequada. Para sistemas nos quais a perda de medidas é altamente provável, a obtenção de níveis de criticalidade é de grande importância. Em sistemas de potência, a perda de medidas pode ocorrer por diversos motivos como: rejeição de medidas consideradas suspeitas pela função Estimador de Estado, falha generalizada de medidores, ocorrência de desastres naturais e ataques cibernéticos coordenados, etc.. Os níveis de criticalidade de um sistema de medição podem estar associados à ocorrência de  $k$ -tuplas críticas de diferentes cardinalidades em um sistema de medição. Este trabalho tem como objetivo a investigação de estratégias para determinação de  $k$ -tuplas críticas em sistemas de potência. Diferentes abordagens do problema serão mostradas e um método para identificação de  $k$ -tuplas críticas de cardinalidade 3 será apresentada. Resultados de Simulações com o sistema teste IEEE14 barras serão apresentados e discutidos.

**Abstract**— System observability is a necessary condition for system controllability and supervisory ability. Observability is closely related to the way the measurements are taken in the system. Therefore, the meter planning determines the quality of the observation of the system state and the level of controllability of the system. The knowledge of the levels of measurement criticality is very important, mainly when probability of loss of measurement is not low. In Power System Networks, measurement losses can occur for many reasons such as: rejection of suspected measurements by the state estimator, generalized measurement system failure, natural disasters and cyber-attacks. The criticality levels can be related to the occurrence of critical  $k$ -tuples of different cardinalities in a measurement system. This work intends to investigate strategies for the computation of critical  $k$ -tuples in power networks. Different aspects of the problem and approaches are shown and a method for computation of critical  $k$ -tuples with cardinality less than 3 is presented. The results of simulations with the IEEE 14 Bus Test System are presented in order to validate the methodology.

**Keywords**— Data Debugging, Observability Analysis, Power System State Estimation.

## 1 Introdução

Os Sistemas de Gerenciamento de Energia (SGE) atuais são fortemente dependentes da função Estimação de Estado (EE), cuja finalidade é realizar a filtragem das incertezas do estado da rede e consequentemente, validação das medições em tempo-real. A EE é realizada considerando-se premissas sobre a rede elétrica o sistema de medição, sendo uma dessas premissas a redundância do sistema de medição (Monticelli 1999; Abur, 2004).

A Análise de Observabilidade é a etapa do processo de estimação na qual é verificado se nível de redundância é suficiente para a obtenção do estado estimado. Caso seja possível a filtragem do estado, diz-se que o sistema é observável. Se observável, é possível obter uma estimativa confiável do estado da rede, usualmente feita por meio de o estimador de mínimos quadrados ponderados (Abur, 2004). A qualidade do estado estimado está intrinsecamente associada à qualidade da observação, isto é, a forma com a qual o sistema de medição foi planejado.

O estudo da criticalidade de sistemas de medição tem atraído atenção de pesquisadores (Do Coutto Filho, 1990), especialmente pelo impacto desta no processamento de erros grosseiros via EE. É sabido que erros em medidas ou conjuntos críticos não são possíveis de serem identificados e até detectados (Do Coutto Filho, 2007; Clements, 1986), sendo a identificação destas classes de medidas de extrema importância para a confiabilidade da EE. Uma medida é denominada crítica caso sua remoção do sistema de medição torna a rede elétrica não observável. De forma análoga, conceitua-se conjunto crítico o conjunto de

medidas cuja remoção de uma delas torna todas as outras do conjunto críticas. Estes conceitos podem ser generalizados, o que leva ao conceito de tupla crítica.

Uma tupla crítica de ordem  $k$  (Clements, 1986) é definida como o conjunto de  $k$  medidas que se removidas, ocasionam a não observabilidade do sistema. Desta forma, as medidas críticas constituem tuplas críticas de ordem 1 enquanto que pares de medidas provenientes de conjuntos críticos constituem tuplas críticas de ordem 2.

Atualmente as técnicas de determinação de tuplas críticas em um sistema de potência podem ser classificadas em duas abordagens. A abordagem topológica (Abur, 2004; Clements, 1980; Korres, 1991), é baseada em resultados da teoria dos grafos. Os algoritmos em geral empregam árvores geradoras mínimas, apresentam forte caráter combinatório, sendo custosos do ponto de vista tanto da implementação quanto do esforço computacional, porém independem das rotinas usuais de Estimação de Estado.

A abordagem numérica (Do Coutto Filho, 2007; London Jr., 2007; Clements, 1986; Sou, 2012) emprega a Análise de Observabilidade e dos Resíduos Normalizados durante o processo de formação das tuplas críticas. Em (Clements, 1986) é investigada a formação das tuplas críticas a partir das colunas linearmente dependentes da matriz de covariância dos resíduos. Em (London Jr., 2007) as tuplas críticas são obtidas a partir de medidas equivalentes, resultantes de fatoração das permutações da matriz Jacobiano de Observação. Estes métodos, tal como os baseados em teoria dos grafos, apresentam forte caráter combinatório. Recentemente, em (Sou, 2012), foram

propostos dois métodos: um de natureza topológica, que obtém soluções sub-ótimas aplicando algoritmos de mínimo corte; e o um de natureza numérica, onde a obtenção de tuplas críticas é tratada como um problema de programação inteira mista. Estes métodos, de forma similar aos anteriormente mencionados, apresentam grande esforço computacional.

Este trabalho tem por finalidade a investigação de algoritmos para identificação de tuplas críticas de cardinalidade superior a dois. Diferentes aspectos do problema serão apresentados e um algoritmo para obtenção de triplas críticas apresentados. Resultados de simulações com o sistema IEEE14 barras serão discutidos.

## 2 Fundamentos de Estimação de Estado

Esta seção apresenta os aspectos básicos da EE. Tal entendimento se faz necessário para o entendimento e elaboração de metodologias para cálculo de tuplas críticas.

### 2.1 Estimação de Estado Linear

A função EE tem a finalidade de processar, em tempo-real, informações sobre a rede, de forma a se obter estimativas confiáveis do estado da rede, que serão utilizadas em outras análises. A função EE processa periodicamente informações sobre os estados dos elementos da rede e um conjunto redundante de medidas, de forma a obter o estado de operação mais provável do sistema. Assumindo-se o pleno conhecimento dos parâmetros da rede e de sua topologia, a relação entre as medidas e o estado do sistema, para problemas de natureza estrutural (Simões-Costa, 1990) pode ser definida pelo modelo linear:

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (1)$$

onde  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{z}$  são os vetores de estado e de medidas, de dimensões  $(n \times 1)$  e  $(m \times 1)$ , respectivamente;  $\mathbf{H}$  é uma matriz  $(m \times n)$  que relaciona as medidas com os componentes do vetor de estado (equações de fluxo de potência); o vetor  $\mathbf{v}$  representa um ruído Gaussiano de média zero e matriz de covariância diagonal  $\mathbf{R}$ . Os componentes do vetor de estado são as magnitudes e ângulos das tensões nodais. O vetor de medidas é formado por fluxos e injeções de potência ativa/reativa, além de magnitudes de tensão.

A EE pode ser resolvida através do método dos mínimos quadrados ponderados (MQP):

$$J(\mathbf{x}) = [\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}] \quad (2)$$

O estado  $\hat{\mathbf{x}}$  que minimiza  $J(\mathbf{x})$  pode ser obtido de forma indireta resolvendo o sistema linear:

$$\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}] = 0 \quad (3)$$

Cuja solução analítica é dada por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{z} \quad (4)$$

onde  $\mathbf{K} = \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}$  e  $\Sigma = [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1}$  é a matriz de Ganho

Observa-se em (4) que, caso  $\Sigma$  não exista ( $\Sigma^{-1}$  seja singular), o sistema é não observável, sendo impossível determinar o estado da rede através da EE. Nos casos em que a rede seja observável, e o estado da rede obtido, o vetor de resíduos  $\mathbf{r}$ , definido como sendo a diferença entre  $\mathbf{z}$  e as correspondentes quantidades filtradas  $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}$ , é normalizado e submetido ao seguinte teste de validação:

$$r_N(i) = |z - \hat{z}| / \sigma_E(i) \leq \text{limite} \quad (5)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} - \mathbf{H}[\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \quad (6)$$

sendo  $\sigma_E(i) = \sqrt{E(i,i)}$  o desvio-padrão da  $i$ -ésima componente do vetor-resíduo e  $\mathbf{E}$  a matriz de covariância dos resíduos normalizados. Violações em (5) indicam uma anormalidade no processo de EE.

### 2.2 Medidas Críticas e Conjuntos Críticos

A confiabilidade dos resultados da estimação de estado está, em parte, associada ao nível de redundância do sistema de medição. Quanto maior a criticalidade do sistema de medição, maior a incerteza no estado estimado menor a capacidade de validação de medidas por parte da EE.

A depurabilidade da EE é perdida quando ocorrem medidas ou conjuntos críticos no sistema de medição. De acordo com (Do Coutto Filho, 2007; Clements, 1986), as medidas críticas manifestam-se na EE como resíduos de estimação nulos, e colunas nulas na matriz de covariância dos resíduos. Consequentemente, a EE é incapaz de detectar erros grosseiros ocorridos em medidas críticas. As medidas críticas podem ser identificadas na EE através das seguintes propriedades:

$$r(i) = z_i - \hat{z}_i = 0 \quad (7)$$

$$e_i = 0, \quad \mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n] \quad (8)$$

Onde  $\mathbf{e}_i$  é a  $i$ -ésima coluna da matriz de covariância dos resíduos  $\mathbf{E}$ .

Os conjuntos críticos se manifestam na EE através de resíduos normalizados idênticos e colunas colineares da matriz de covariância dos resíduos. Desta forma, a EE pode detectar erros em tais medidas, porém não pode identificar as medidas incorretas. Portanto, um par  $i, j$  de medidas pertence a um conjunto crítico se:

$$\rho_{ij} = \frac{r_N(i)}{r_N(j)} = 1 \quad (9)$$

$$\gamma_{ij} = \frac{|E(i,j)|}{\sqrt{E(i,i)}\sqrt{E(j,j)}} = 1 \quad (10)$$

Em (Do Coutto Filho, 2007) é apresentado um método de identificação e enumeração de medidas e conjuntos críticos baseada nas relações (9) e (10). O método tem caráter numérico, de fácil implementação e baixo custo computacional.

Esta seção abordou os fundamentos da estimação de estado em sistemas de potência. Na seção seguinte será formalmente apresentada o conceito de conjunto de medidas críticas e diferentes abordagens para o tratamento do problema.

### 3 Cálculo de conjunto de medidas críticas

De acordo com (Clements, 1986), define-se como conjunto de medidas críticas o conjunto de medidas cuja remoção torne a rede não observável. Para que a rede seja observável, é necessário que a matriz de Ganho  $\Sigma$  seja não singular. A singularidade de está diretamente associada ao posto da matriz Jacobiano de Observação  $H$ . Desconsiderando-se o ruído Gaussiano da expressão (1), o vetor estado da rede só poderá ser mapeado no espaço vetorial das medidas, se e somente se as colunas de  $H$  gerarem o espaço vetorial onde o vetor estado da rede se encontra. Para um sistema redundante  $m > n$ , tem-se consequentemente, que o sistema é observável se e somente se:

$$\text{pos}(H) = n \quad (11)$$

Seja  $H(i, :)$  a  $i$ -ésima linha de  $H$ , que corresponde a  $i$ -ésima medida. O conjunto  $\Lambda$  de medidas é uma tupla crítica de cardinalidade  $k$  se e somente se:

$$\text{pos}(H(\bar{\Lambda}, :)) < n, \quad H(\bar{\Lambda}, :)(m-k) \times n \quad (12)$$

onde  $\bar{\Lambda}$  é o conjunto de medidas complementar a  $\Lambda$ ,

$$\text{tal que } H = \begin{bmatrix} H(\bar{\Lambda}, :) \\ H(\Lambda, :) \end{bmatrix}.$$

O problema de encontrar os conjuntos de medidas críticas em um sistema de medição pode ser definido da forma:

$$\begin{aligned} \min |\Lambda| \\ \text{s.a} \\ \text{pos}(H(\bar{\Lambda}, :)) < n \end{aligned} \quad (13)$$

onde  $|\Lambda|$  é a cardinalidade do conjunto  $\Lambda$ .

O cálculo das tuplas críticas de um sistema de medição é, em sua essência, como mostra a formulação (13), um problema de enumeração de conjuntos, tendo consequentemente, caráter combinatório. A partir de propriedades algébricas e topológicas do conjunto de medidas e da EE, é o caráter combinatório torna-se computacionalmente tratável.

Partindo-se da expressão (1), se a rede for observável, é possível o particionamento da matriz

Jacobiano de medição  $H$  na forma dada pela expressão (14).

$$H = \begin{bmatrix} H(I, :)(n \times n) \\ H(\bar{I}, :)(m-n) \times n \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde  $H(I, :)$  é um conjunto linearmente independente de vetores e  $H(\bar{I}, :)(m-n) \times n$  um conjunto linearmente dependente.

Uma vez que  $\text{pos}(H(I, :)) = n$ , a remoção de  $H(\bar{I}, :)$  e de qualquer uma das linhas de  $H(I, :)$  torna o sistema não observável. Portanto, pode-se concluir que a limitante superior para a cardinalidade máxima das tuplas críticas é  $m - n + 1$ . Ou seja, se o sistema de medição possui tuplas críticas, a cardinalidade delas não poderá ser superior a  $m - n + 1$ . Outras importantes afirmações são:

- 1) Todas as Medidas pertencentes a uma tupla de cardinalidade  $k$  não podem pertencer a tuplas de cardinalidade  $j \neq k$ .
- 2) Uma mesma medida pode pertencer a diferentes tuplas, de diferentes cardinalidades.
- 3) A eliminação de uma medida pertencente a um conjunto de tuplas de cardinalidade  $k$  leva à redução da cardinalidade das tuplas a ela associada.

A afirmação 1) se baseia na própria definição de tupla crítica. A cardinalidade da tupla por definição, será sempre  $\min(j, k)$ . Portanto, se  $j < k$ , então a tupla crítica é de ordem  $j$ , se  $j > k$ , então a tupla crítica é de ordem  $k$ , havendo  $j - k$  medidas redundantes. A afirmação 2) provém do fato de que uma tupla crítica de ordem  $k$  ser um conjunto de  $k$  vetores linearmente dependentes. De posse disto, existem  $p \leq k - 1$  vetores linearmente independentes na tupla crítica. Portanto, uma tupla crítica é formada por vetores-base de um espaço vetorial de dimensão  $p$  e por vetores pertencentes a este espaço vetorial.

Como a base de um espaço vetorial não é única, uma medida pertencente a uma tupla de ordem  $k$  pode vir pertencer a outras tuplas também. Por fim, a afirmação 3) é também consequência da dependência linear entre as medidas da tupla crítica. Assume-se nestas afirmações que o sistema de medição permanece fixo durante a contagem das tuplas críticas.

A estrutura topológica da matriz Jacobiano de observação  $H$  pode ser interpretada como a matriz de incidência de um Pseudo-hipergrafo não orientado. Um Hipergrafo é uma extensão dos grafos convencionais em que uma aresta pode conectar um ou mais nós, como

mostra a Fig. 1. Por inspeção de  $H$ , observa-se que as medidas de injeção podem ser representadas como vértices ligando diferentes nós da rede, representado as variáveis de estado.

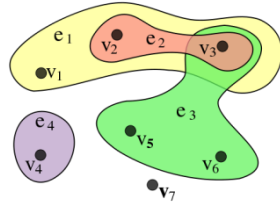


Fig. 1 - Representação visual de um Hipergrafo

Um Pseudografo (ou Multigrafo) é também uma extensão dos grafos convencionais, nos quais é permitido: mais do que apenas uma aresta conectando dois nós ou uma aresta auto-conectando um nó, como mostrado na Fig. 2.

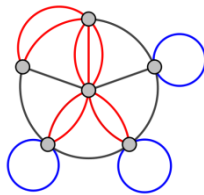


Fig. 2 – Representação visual de um Pseudografo

Considerando-se um grafo convencional, o problema de enumeração de conjunto de medidas críticas é análogo ao problema de corte mínimo de grafos. Tal similaridade é explorada em (Sou, 2012). Entretanto, em função da descrição incompleta do grafo de medição, a aplicação de heurísticas para problemas de corte mínimo na enumeração de tuplas críticas gera soluções subótimas, como mencionado em (Sou, 2012).

A partir de (15), é possível obter por meio da eliminação Gaussiana, uma matriz equivalente  $H'$  da forma:

$$H' = \begin{bmatrix} U_{n \times n} \\ N_{(m-n) \times n} \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde  $U$  é a matriz identidade  $N$  é matriz nula.

As linhas de  $H(I, :)$  que, ao longo processo de eliminação Gaussiana, tornam a  $j$ -ésima linha de  $H(\bar{I}, :)$  nula, juntamente com a mesma, formam um conjunto linearmente dependente. Isto pode ser provado da seguinte forma:

A triangulação de Gauss para uma  $j$ -ésima linha de  $H(\bar{I}, :)$  corresponde à operação vetorial:

$$\sum_{r=1}^n \alpha_r l_r + l_j = 0 \quad (16)$$

As linhas de  $H(I, :)$  para as quais  $\alpha_r \neq 0$  são linearmente dependentes da linha  $l_j$  de  $H(\bar{I}, :)$  e constituem tuplas críticas de  $H$ . A aplicação da eliminação Gaussiana em  $H^T$  leva a resultados

similares, porém explicitando as tuplas críticas associadas a cada variável de estado. Esta estratégia foi em utilizada em (Do Coutto Filho, 2007) para determinação de conjuntos críticos em sistemas de medição. A dificuldade destas abordagens é a dependência das tuplas geradas da ordenação de linhas de  $H$ , de forma que, para obter todas as tuplas seriam necessárias sucessivas reordenações e fatorações de  $H$ , o que tornaria o método proibitivo para a enumeração das tuplas críticas, como observado em (London Jr., 2007). Entretanto, a triangulação de  $H$  tem como vantagem a obtenção de tuplas críticas de qualquer ordem, além de fornecer importantes informações sobre o problema.

Esta seção apresentou aspectos básicos referentes ao problema de cálculo de ktuplas. Foi apresentada uma formulação para o problema, propriedades e abordagens de solução. A investigação aprofundada deste tema permite o desenvolvimento de algoritmos que atenuem o caráter combinatório do problema, facilitando sua solução. Na próxima seção será apresentada a metodologia proposta para o cálculo de tuplas críticas de ordem igual a 3.

#### 4 Metodologia Proposta

Com base no exposto em seções anteriores, é possível o desenvolvimento de procedimentos de cálculo de tuplas críticas. Nesta seção, será proposto um algoritmo para o cálculo de tuplas críticas de cardinalidade inferior a 4.

##### 4.1 – Algoritmo para Identificação de Trios Críticos

Na seção 3 foram apresentados desdobramentos importantes da dependência linear entre as medidas pertencentes a uma tupla crítica. Uma importante constatação, que será a base do algoritmo proposto, é que a remoção de  $p < k$  medidas, todas pertencentes uma tupla crítica de cardinalidade  $k$ , reduz a cardinalidade desta tupla a  $k - p$ . Portanto, se uma medida  $j$  pertence a uma ou mais tuplas críticas; a cardinalidade de cada tupla crítica, ao qual a medida  $j$  pertence, será reduzida de uma unidade, na ausência da medida  $j$ .

A afirmação anterior implica na possibilidade de calcular as triplas críticas a partir de conjuntos críticos. O procedimento, em tese, pode ser estendido para a formação de tuplas de qualquer ordem, porém o método proposto neste trabalho aplica-se apenas a tuplas de ordem não superior a 3. O processo proposto de enumeração de triplas críticas é dado pelo Algoritmo 1:

No Algoritmo 1,  $z_i$  representa a  $i$ -ésima medida do conjunto de medição;  $K_m$  representa o conjunto de medidas críticas de cardinalidade  $m$ ;  $C_{red}$  o conjunto de medidas redundantes, isto é, as medidas que não participam de nenhuma das tuplas críticas já identificadas;  $cred_i$  a  $i$ -ésima medida do conjunto  $C_{red}$ ;  $C_{meds}$  e  $C_{conjs}$  os conjuntos de medidas críticas e os conjunto de pares críticos, respectivamente; e  $card(C_{red})$  representa o número de medidas redundantes.

O algoritmo proposto emprega a EE de forma acessória para o cálculo as triplas críticas, sendo uma rotina externa à estimação de estado. Observa-se também, que o método proposto depende da formação de conjuntos críticos, que por sua vez fornecerão as duplas críticas. O custo computacional do método está em grande parte relacionado às sucessivas execuções da EE e à obtenção dos conjuntos críticos. Em (Do Coutto Filho, 2007) é proposto um método numérico para o cálculo de medidas e conjunto críticos. Este método, que identifica as medidas e conjuntos críticos a partir dos resíduos normalizados, será utilizado neste trabalho.

#### Algoritmo 1

- (i) Executar a EE
- (ii) Obter  $C_{meds}$
- (iii) Obter  $C_{conjs}$
- (iv)  $K_1 \leftarrow \{z_i/z_i \in C_{meds}\}$
- (v)  $K_2 \leftarrow \{(z_i, z_j)/(z_i, z_j) \in C_{conjs}\}$
- (vi)  $K_3 \leftarrow \{\emptyset\}$
- (vii)  $Cred \leftarrow \{z_i/z_i \notin K_1 \cup K_2\}$
- (viii)  $n \leftarrow card(C_{red})$
- (ix)  $\forall i = 1, n$ 
  - (ix.a) Remover  $cred_i \in C_{red}$
  - (ix.b) Executar a EE desconsiderando a medida  $cred_i$
  - (ix.c) Obter  $C_{conjs}'$
  - (ix.d)  $K_2' \leftarrow \{(z_k, z_j)/(z_k, z_j) \in C_{conjs}'\}$
  - (ix.e)  $K_3' \leftarrow \{(z_k, z_j, cred_i)/(z_k, z_j) \in K_2 - K_2'\}$
  - (ix.f)  $K_3 \leftarrow K_3 \cup \{K_3' \cup \{cred_i\}\}$
  - (ix.g)  $cred \leftarrow \{z_i/z_i \notin K_1 \cup K_2 \cup K_3\}$

O método proposto dispensa a necessidade de reordenação da matriz Jacobiano, a obtenção de árvores geradoras mínimas ou testes de dependência linear entre as colunas da matriz de covariância dos resíduos, tratando o aspecto combinatório do problema de forma inteligente.

Desta forma, o Algoritmo 1 consegue identificar todas as triplas críticas de um conjunto de medição a um custo computacional relativamente baixo. Observa-se que o algoritmo pode ser facilmente paralelizável, que pode lhe garantir escalabilidade, caso aplicado para identificação de tuplas de maior ordem.

#### 4.2 – Representação de Conjuntos de Medidas

Pode se observar que o método realiza diversas operações de conjunto, requerendo, portanto, uma estrutura de dados eficiente para o armazenamento e operação de conjuntos. Matematicamente, um conjunto pode ser visto como uma lista de dados. Portanto a representação dos conjuntos por matrizes é natural.

Os conjunto crítico ( $C_{conj}$ ), o conjunto de medidas redundantes ( $C_{red}$ ), e o conjunto de medidas críticas ( $C_{med}$ ) podem ser representados por uma lista linear

$L_{(1 \times n)}$  onde  $n$  neste caso é o número de elementos na lista, como mostra a Fig. 3.

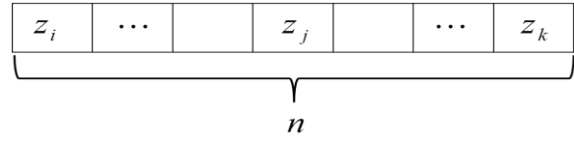


Fig. 3 – Representação computacional de um conjunto de medidas.

Se uma tupla crítica de cardinalidade  $k$  pode ser representada por um vetor linha  $v_{(1 \times k)}$ , um conjunto de medidas críticas de cardinalidade  $k$  pode ser representado por uma matriz  $V_{(m \times k)}$  onde  $m$  é o número de tuplas críticas de cardinalidade  $k$ , como mostrado na Fig. 4.

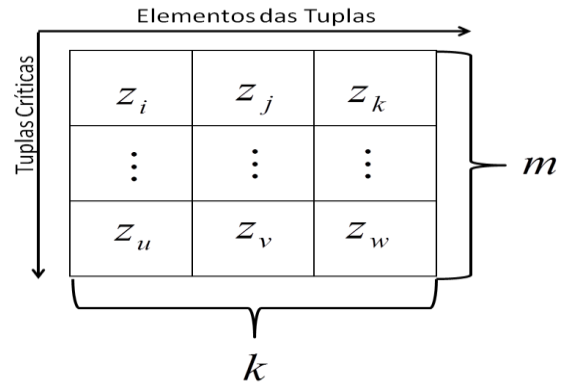


Fig. 4 – Representação computacional de um conjunto de triplas críticas.

Esta seção apresentou uma metodologia para o cálculo de triplas críticas em um sistema de medição. O método proposto obtém os trios críticos a partir dos conjuntos críticos identificado em uma rotina de análise entendida da observabilidade. Na próxima seção, simulação serão apresentadas de modo a validar o método proposto.

## 5 Simulações e Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados das simulações realizadas para dois sistemas testes, de forma a avaliar o desempenho do método proposto na seção 4.1.

### 5.1 Descrição da Simulação

Foram utilizados nos testes um sistema de 6 barras, apresentado em (London Jr., 2007) e o sistema IEEE 14 barras, utilizado como padrão em estudos em estimação de estado. Foram gerados 3 casos, cujos resultados são apresentados neste trabalho. Foi empregado o algoritmo apresentado em (Do Coutto Filho, 2007) para obtenção de conjuntos e medidas críticas.

#### 5.2 Caso 1: Sistema 6 barras.

Para validação da metodologia, foi empregado o sistema de 6 barras, 9 medidas, com o plano de

medição apresentado na Fig. 5, extraído de (London Jr., 2007).

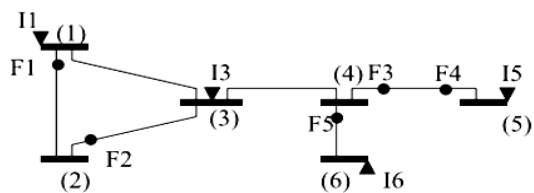


Fig. 5 – Sistema Teste 6 barras  
Os conjuntos de medidas críticas de cardinalidade até 3 são apresentados na

Tab. 1.

Tab. 1 – Tuplas críticas identificadas (k até 3).

Medidas	Cardinalidade		
	k=1	k=2	k=3
P1-2		2,3	
P2-3		2,4	
P4-5			1
P5-4			1
P4-6		1	
P1		3,4	
P3	1		
P5			1
P6		1	

A tabela indica, para cada cardinalidade, as medidas associadas e à tupla crítica e o número da tupla crítica. Observou-se, neste caso, que a metodologia identificou exatamente os mesmos conjuntos apresentados em (London Jr., 2007), o que valida a metodologia proposta. É importante ressaltar que, diferentemente de (London Jr., 2007), em que os conjuntos críticos são obtidos a partir da observação das tuplas críticas; as tuplas de maior ordem são formadas a partir da observação de conjuntos críticos, o que torna o processo enumeração menos combinatório do que em (London Jr., 2007).

## 5.2 Caso 2: Sistema IEEE 14 barras.

Neste caso foi empregado o sistema teste IEEE 14 barras, com o plano de medição apresentado na

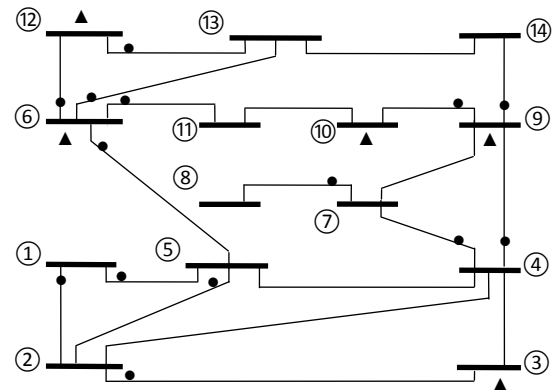


Fig. 6 – Sistema Teste do Caso 02

Por inspeção, observa-se que sistema possui uma única tripla crítica, formada pelas medidas {P6-5, P6-11, P10}. A Tab. 2 apresenta as tuplas críticas identificadas pela metodologia para este cenário. O trio trítico correspondente ao trio crítico enunciado está destacando em vermelho:

Tab. 2 – Tuplas críticas observadas no Caso 02.

Medidas	Cardinalidade		
	k=1	k=2	k=3
P1-2		1	2,5,6
P1-5		1	1,3,4
P2-3		6,7	4,6,9,12,14,17,18,19,20,33,36,39
P5-2			1,2,3,4,5,6
P4-7		3,4	18,24,25,26,38,39,40
P4-9			20,21,24,27,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40
P6-5			7,9,10,11,12,14,15,16
P6-11			7,8,9,10,11,13
P6-12			
P6-13			
P7-8	1		
P9-10			17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31
P9-14		2,4	19,27,28,29,35,36,37
P11-10			
P12-13			
P3		5,6	3,5,11,13,15,22,25,28,30,34,37,40
P6			8,10,12,13,14,15,16
P9		2,3	17,21,22,23,32,33,34
P10		5,7	1,2,7,8,16,23,26,29,31,32,35,38
P12			

Fig. 6. O plano possui 19 medidores sendo 14 medidas de fluxo potência ativa e 5 medidas de injeção .

Neste caso foi verificado também que a metodologia identifica corretamente o trio crítico visualizado por inspeção, além de 39 trios críticos



adicionais. A medida de injeção P12 foi assinalada como redundante, segundo a metodologia.

Com o aumento da dimensão do sistema, não foi verificado aumento expressivo do tempo de processamento. Este resultado permite inferir que o algoritmo é válido para diferentes instâncias do problema.

### 5.3 Caso 3: Sistema IEEE 14 barras.

O cenário do Caso 3 possui 18 medidas e o plano de medição apresentado na Fig. 7. Este sistema também foi extraído de (London Jr., 2007).

Neste caso, são conhecidas as medidas críticas, os conjuntos críticos (e consequentemente, as duplas críticas) e apenas um dos trios críticos. A Tab. 3 apresenta as medidas, conjuntos críticos e os trios críticos identificados pelo método proposto.

A metodologia proposta identificou os mesmos conjuntos apresentados em (London Jr., 2007). Adicionalmente, foram identificados outros 47 trios críticos, além do trio apresentado. Os 48 trios foram identificados em apenas um processamento, evidenciando a eficiência do método.

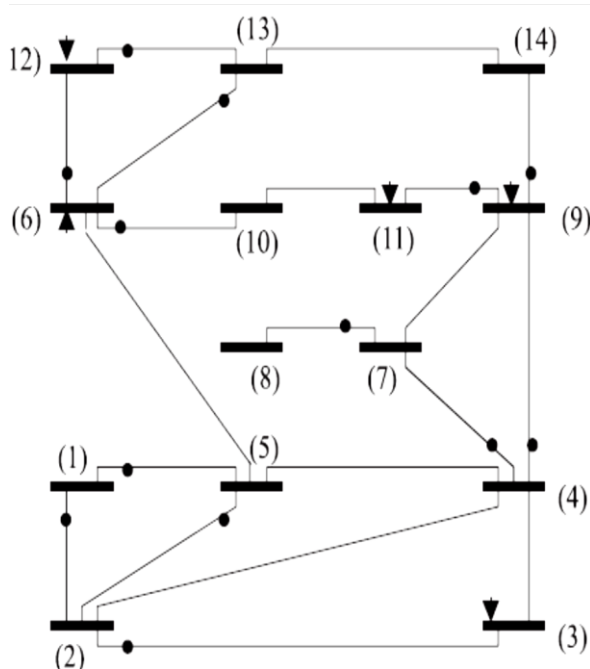


Fig. 7 – Sistema Teste Caso 03

### 5.4 Comentários

Os três casos mostram que a metodologia foi capaz de identificar as tuplas críticas nos três casos apresentados. As tuplas identificadas correspondem as tuplas identificadas em outros métodos e as obtidas por inspeção. Para os Casos 02 e 03, foi simulada a remoção dos 39(47) trios críticos adicionais identificados, e para todos os trios suspeitos removidos, o sistema perde a observabilidade, confirmando a veracidade dos trios críticos obtidos.

Com base nos resultados apresentados, observa-se que a criticidade de um sistema está associada com a distribuição das tuplas críticas pelo sistema. O plano de medição do Caso 03 tem redundância maior do que o plano de medição do Caso 02 e consequentemente, apresenta maior número de trios críticos. Foi realizado um teste com o sistema com redundância máxima e não foram identificados tuplas críticas de cardinalidade inferior a 4.

O método proposto pode ser generalizado para cardinalidades maiores. De uma forma geral, as tuplas de ordem  $k$  podem ser, em tese, obtidas através da metodologia proposta, removendo-se do conjunto de medidas redundantes  $k - 2$  medidas. Esta remoção, mesmo de forma sequencial, tem, entretanto, um caráter combinatório desconhecido, que deve ser compreendido para que a generalização seja possível.

Tab. 3 – Tuplas críticas observadas no Caso 03.

Medidas	Cardinalidade		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
P1-2		1	25,27,29,32,33
P1-5		1	24,26,28,30,31
P2-3		5,9,10,11	5,11,17,22,31,33,35,40
P5-2			24,25,26,27,28,29,30,31,32,33
P4-7		2,3	1,2,3,4,5,6,34,35,36,37,38,45
P4-9			1,7,13,14,15,16,17,18,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48
P6-5			
P6-11		7,10,12,14	2,8,13,19,26,27,36,41,46
P6-12			
P6-13			
P7-8	1		
P9-10			1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23
P9-14		2,4	7,8,9,10,11,12,44,45,46,47,48
P11-10			
P12-13			
P3		6,9,12,13	3,9,14,20,30,32,37,42,47
P6		5,6,7,8	4,10,16,21,24,25,38,43,48
P9		3,4	15,19,20,21,22,23,39,40,41,42,43
P10		8,11,13,14	6,12,18,23,28,29,34,39,44
P12			

## 6 Conclusões

Neste trabalho foi estudada a ocorrência de conjuntos de medidas críticas em sistemas de medição e investigado um método para identificação desta classe de medidas. Foi proposta uma metodologia capaz de

identificar conjuntos de cardinalidade até 3. A metodologia foi testada em redes elétricas diferentes e para diferentes planos de medição. Os resultados foram comparados com os obtidos em outros trabalhos. A metodologia proposta foi capaz de identificar corretamente as tuplas crítica nos casos selecionados, o que valida o método enumeração. A partir dos resultados, é possível observar uma relação entre o nível de criticalidade do sistema e a ocorrência de tuplas críticas. A partir de características expostas na seção 3 foi possível elaborar uma metodologia enumeração simples e eficiente, que não necessita da EE ou faz uso da mesma de forma acessória. Conclui-se, portanto, que a metodologia proposta tem potencial para ser aplicada em situações reais de planejamento de sistemas de medição ou determinação de níveis de criticalidade da rede.

## 7 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros propões os seguintes assuntos:

- 1) Generalização da Metodologia proposta para cardinalidade superiores
- 2) Investigação de propriedades algébricas, numéricas e combinatórias das tuplas críticas
- 3) Tratamento topológico do problema, através da adaptação de técnicas existentes para grafos convencionais para o caso de Pseudografos, Hipergrafos Pseudo-Hipergrafos.
- 4) Investigação da aplicação de Metaheurísticas rápidas para o problema, em razão da sua natureza combinatória.
- 5) Aproveitamento da dependência linear entre as medidas de uma tupla crítica, através de algoritmos de fatoração de matrizes ou reduções matriciais (Ex: Fatorações, Eliminação de Kron, e uso da matriz de Gramm de Medição)

## Referências Bibliográficas

- Abur, A. and Expósito, A. G. (2004). Power System State Estimation: Theory and Implementation. Marcel Decker.
- Clements, K.A., Krumpholz, G.R., and Davis, P.W. (1980). Power System state estimation residual analysis: an algorithm using network topology, IEEE transactions on Power Apparatus and Systems, v.PAS-99, no.4, p. 1534-1542.
- Clements, K.A., Davis, P.W. (1986). Multiple bad data detectability and identification: A geometric approach, IEEE Transactions on Power Delivery, v.PWRD-1, no.3, p. 355-360.
- Do Coutto Filho, M. B., Leite da Silva, A. M., and Falcão, D. M. (1990). Bibliography on power system state estimation (1968–1989), IEEE Trans. Power Syst., Vol. 5, pp. 950–961.
- Do Coutto Filho, M.B., Stacchini de Souza, J.C. and Schilling, M. Th.. (2007). Handling Critical Data and Observability. Electric Power Components and Systems,, v. 35, p. 553–573.
- Korres, G.N., Contaxis, G.C. (1991): Identification and updating of minimally dependent sets of measurements in state estimation, IEEE Transactions on Power Systems, vol.6, no.3, pp.999-1005, Aug 1991
- London Jr, J.B.A., Alberto, L.F.C, and Bretas, N.G. (2007). Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes, IET Gener. Transm. Distrib., Vol. 1. No.1, p. 39-45.
- Monticelli, A. (1999). State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach. Kluwer Academic Press.
- Simões-Costa, A., Piazza, T. S., and Mandel, A (1990): Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation, IEEE Trans. Power Syst., Vol. 5, pp. 941–949.
- Sou, K. C., Sandberg, H., Johansson, K. H. (2012): Computing Critical k-Tuples in Power Networks, IEEE Transactions on Power Systems, vol.PP, no.99, pp.1-10.



