

Differentiaalvergelijkingen

Lessenpakket 2015 - 2016

Uitkomsten – Extra oefenmateriaal – Hoofdstuk 7

nico.scheerlinck@cs.kuleuven.be

1. (a)

(b)

$$(c) \mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2}{t^2} & \frac{2}{t} \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

2. (a)

(b)

$$(c) \mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{1-t} & -\frac{t}{1-t} \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

3. kritisch punt is (asymptotisch) onstabiel, ongeacht de waarde van α .

4.

- 5.
- $\alpha < 0$: spiraal, asymptotisch stabiel;
 - $\alpha = 0$: knoop (improper node), asymptotisch stabiel;
 - $0 < \alpha < 1$: knoop, asymptotisch stabiel;
 - $\alpha = 1$: oneindig veel kritische punten, asymptotisch stabiel;
 - $\alpha > 1$: zadelpunt, asymptotisch onstabiel.

6. de gegeven matrix heeft een dubbele eigenwaarde (met dimensie van de eigenruimte gelijk aan 1); oplossingsmethode werd in deze cursus niet gezien/besproken. Je kan eventueel de oefening eens maken voor een andere matrix (zonder dubbele eigenwaarde).

$$7. \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} (t+1) e^t \\ \sin(2t) e^t \\ -\cos(2t) e^t \end{pmatrix}$$

$$8. \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} e^{-t} (-3 \sin t + \cos t) \\ e^{-t} (-\sin t + \cos t) \\ e^{-2t} (-10 \sin t + 2 \cos t) \\ e^{-2t} (-6 \sin t - 4 \cos t) \end{pmatrix}$$

9.

10. (a) $y(t) = \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{12}e^{2t} + \frac{1}{4}e^{-2t}$

$$z(t) = \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t}$$

(b) $y(t) = 2e^t$

$$z(t) = 3e^{-t}$$

(c) $y(t) = e^t - \frac{1}{3}e^{-3t} - \frac{2}{3}$

$$z(t) = \frac{3}{2}e^t + \frac{1}{6}e^{-3t} - \frac{2}{3}$$

(d) $y(t) = e^{-t}(2 \cos t - \sin t)$

$$z(t) = e^{-t}(1 - \cos t + 3 \sin t)$$

(e) $y(t) = 1 - e^{-t}$

$$z(t) = e^{-t}$$

(f) $x(t) = 1 - e^{-t} + e^{-2t}$

$$y(t) = -1 + e^{-t}$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} + 2e^{-t} - \frac{3}{2}e^{-2t}$$

(g) $x(t) = 2A \cos t + 2B \sin t$

$$y(t) = A(-2 \cos t - \sin t) + B(-2 \sin t + \cos t) + Ce^t$$

$$z(t) = A \cos t + B \sin t + Ce^t$$

11. (a) stabiel voor $(0 < \lambda < 1)$ & $(\forall \mu \in \mathbb{R})$

(b) niet stabiel $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

(c) stabiel voor $(\lambda < -2)$ & $(\mu < 2\lambda)$

(d) stabiel voor $(-1 < \lambda < \frac{1}{2})$ & $(\mu < 0)$