Een sessie met Matlab

Serge Goossens

14 oktober 1996

1 Opstarten

Dit begint uiteraard met het aanzetten van de PC. Normaal verschijnt dan het Windows hoofdmenu. Daaruit kan je rechtstreeks Matlab selecteren door tweemaal snel te klikken met de muis op het 'ikoontje' van Matlab. Je krijgt dan een nieuw scherm met de Matlab prompt.

>>

2 Elementaire Matlab

Matlab heeft een help commando:

>> help

Dit commando kan je helpen tijdens een Matlab-

Je kan ook hulp opvragen bij een specifiek commando

>> help exp

Toekenningen van variabelen: de matrix a

>> a = [1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9]

a =

1 2 3 4 5 6 7 8 9

de vector x:

>> x = [-1/3 4.5 pi]

x =

-0.3333 4.5000 3.1416

De uitvoer komt op het scherm in verschillende formaten:

>> format long
>> x
x =

3.1416

Het commando

>> help format

-0.3333

geeft nog meer mogelijkheden.

Indien je een ; na een commando intikt, wordt het resultaat niet getoond.

4.5000

>> x;

Indien je geen toekenning gebruikt, krijgt de variabele ans het resultaat.

>> [1 2 3]

ans =

1 2 3

3 Enkele bewerkingen op matrices en vectoren

Een ' betekent een transpose.

>> x,

ans =

-0.3333 4.5000

3.1416

Vermenigvuldigen met een getal:

Bewerkingen met matrices en vectoren of elementen ervan:

4 Bewerkingen op matrices

De inverse matrix:

18.0914 40.0162 65.0826

```
>> inv(a)
  ans =
    -0.6667
                         1.0000
             -1.3333
     -0.6667
             3.6667
                       -2.0000
     1.0000
             -2.0000
                        1.0000
  >> x
  x =
    -0.3333
               4.5000
                         3.1416
  >> z = x + [10 10 10]
  z =
     9.6667
             14.5000 13.1416
x is een rijvector van lengte 3.
  >> a*x'
  ans =
```

```
Stelsel oplossen: gegeven: a en b, gevraagd: x
zodat \ ax = b.
    >> x = a \setminus b
    x =
       -2.6362
       10.4390
       -6.1917
    >> a*x -b
    ans =
      1.0e-014 *
        0.0278
        0.1776
        0.4441
  De 2-norm van a:
    >> norm(a)
    ans =
       17.4125
  De oneindignorm van a:
    >> norm(a,'inf')
    ans =
        25
  Het conditiegetal:
    >> cond(a)
    ans =
       88.4483
    >> norm(a)*norm(inv(a))
    ans =
       88.4483
```

5 Genereren van matrices

Genereren van een hilbertmatrix:

>> h = hilb(3)

h =

| 1.0000 | 0.5000 | 0.3333 |
|--------|--------|--------|
| 0.5000 | 0.3333 | 0.2500 |
| 0.3333 | 0.2500 | 0.2000 |

Genereren van een inverse hilbertmatrix:

>> g = invhilb(3)

g =

>> h*g

ans =

| 1.0000 | 0.0000 | -0.0000 |
|--------|---------|---------|
| 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 |
| 0.0000 | -0.0000 | 1.0000 |

Genereren van een eenheidsmatrix:

$$>> e = eye(2)$$

e =

0 1

Genereren van een 3×2 matrix met eentjes op de diagonaal:

$$>> e = eye(3,2)$$

e =

Genereren van matrices met willekeurige elementen:

a =

>> b = rand(3,1)

b =

0.6135 0.2749 0.8807

Orthogonalisatie van de kolommen van een matrix met willekeurige elementen:

u =

| 0.5956 | -0.6540 | -0.4665 |
|--------|---------|---------|
| 0.6146 | 0.7449 | -0.2596 |
| 0.5173 | -0 1321 | 0.8456 |

ans =

1.0e-015 *

Allemaal eentjes:

ans =

Allemaal nullen:

ans =

Genereren van een diagonaalmatrix:

$$>> sing = [0.0001 0.02 1.0]$$

sing =

d =

Een matrix maken met gekend conditiegetal:

>> a = u*d*v'

a =

| -0.3190 | 0.2569 | -0.2237 | |
|----------------|------------|--------------|----|
| -0.1930 | 0.1342 | -0.1112 | |
| 0.5967 | -0.4550 | 0.3898 | |
| | | | |
| >> norm(a) | | | |
| | | | |
| ans = | | | |
| | | | |
| 1.0000 | | | |
| - 4 > | | | |
| >> cond(a) | | | |
| | | | |
| ans = | | | |
| 1.0000e+00 | . 1 | | |
| 1.0000e+00 | 14 | | |
| >> x = a\b | | | |
| , y w a (p | | | |
| x = | | | |
| | | | |
| 1.0e+003 * | (| | |
| | | | |
| 1.3844 | | | |
| 7.3592 | | | |
| 6.4739 | | | |
| | | | |
| erturhaties as | nhrengen . | on een matri | ·· |

Perturbaties aanbrengen op een matrix:

```
>> ap = a + rand(3)*norm(a)*1.e-10
ap =
   -0.3190
              0.2569
                       -0.2237
   -0.1930
              0.1342
                       -0.1112
   0.5967
             -0.4550
                         0.3898
>> xp = ap b
xp =
  1.0e+003 *
    1.3844
   7.3592
    6.4739
>> norm(x-xp)/norm(x)
ans =
 1.1920e-006
```

De hoeveelheid rekenwerk bepalen

Matlab telt automatisch hoeveel floating-point bewerkingen uitgevoerd zijn tijdens de Matlab-sessie. Dit aantal wordt opgevraagd door de instructie flops. De teller kan op 0 gezet worden door de instructie flops(0).

Een schatting voor 1/cond(a) wordt berekend door het commando rcond(a). Dit commando vraagt veel minder rekenwerk dan cond(a).

rcond(a) is een schatting voor 1/cond(a).

```
>> flops(0)
>> cond(a)
ans =
     8.579580886410574e+16
>> flops
ans =
   203
>> flops(0)
>> 1/rcond(a)
ans =
     4.863887597560134e+17
>> flops
ans =
    71
```

Manipuleren van matrices

 \Rightarrow a = [hilb(3) eye(3,2) ; 1 2 3 4 5]

Samenvoegen van matrices:

```
1.0000
          0.5000
                     0.3333
                               1.0000
                                               0
          0.3333
0.5000
                     0.2500
                                    0
                                          1.0000
0.3333
          0.2500
                     0.2000
                                    0
                                               0
1.0000
          2.0000
                     3.0000
                               4.0000
                                          5.0000
```

```
Selecteren van rijen en kolommen:
  >> a(2,:)
  ans =
      0.5000
                 0.3333
                           0.2500
                                                 1.0000
                                           0
  >> a(:,4)
  ans =
       1
```

0

Verwisselen van kolommen:

```
>> a( : , [ 1 4 ]) = a( : , [ 4 1 ])
a =
    1.0000
              0.5000
                        0.3333
                                   1.0000
              0.3333
                        0.2500
                                   0.5000
                                             1.0000
         0
```

0.2000

3.0000

0.3333

1.0000

0

0

5.0000

4.0000 Gebruik van lussen:

0

0.2500

2.0000

```
>> for i= 1:3,
   b(i) = i^3
  end
```

b =

1

b =

1 8

b =

1 8 27

Vermits na het bevel in de for-lus geen ';' stond, werd b telkens gedrukt.

```
>> for i = 1:3,
    b(i) = i^3;
  end
>> b
b =
```

Je kan ook gebruik maken van while:

27

```
>> i=10;
>> while(i>0),
a(i)=i;
i=i-1;
end
```

8 Berekening van een Kleinste 10 kwadratenbenadering Som

```
Gegeven: a \in \mathbb{R}^{m \times n}, d \in \mathbb{R}^m en gevraagd: x \in \mathbb{R}^n.

>> a = rand(6,4); b = rand(6,1);
>> x = a\b;
>> res = b - a*x;
>> norm(res)

ans =

0.5463

>> res'*a

ans =

1.0e-015 *

-0.1101 -0.1570 -0.2668 -0.1648
```

Het residu staat duidelijk orthogonaal op de kolomruimte van a.

9 Werken met bestanden

Wil je een afdruk van (het vervolg van) je sessie op het bestand met naam filename, druk dan diary filename. Bemerk dat wat je op het scherm krijgt verloren gaat. De enige manier op dit bij te houden, is dit commando te gebruiken. Het commando save filename bewaart al je variabelen in het bestand filename.mat. Deze kan je in een later terug opladen door het commando load filename.

Het commando who geeft alle bestaande variabelen. Met clear vernietig je alle variabelen.

10 Programmeren in Matlab

Soms kan het handig zijn een programma in Matlab te maken zodat je niet iedere keer alle commando's opnieuw moet intikken. Dit kan je doen met de zogenaamde *m-files*. Dit zijn bestanden van het formaat *.m die een aantal Matlab commando's bevatten. Onder Matlab kan je de editor oproepen om zo een bestand aan te maken.

Een voorbeeld.

We hebben het bestand vb.m aangemaakt met de volgende inhoud.

```
% een voorbeeld voor m-file
%
a = diag([1:n]); % n is op voorhand ingegeven
p = rand(n);
a = p*a*inv(p);
eig(a)
```

Alle karakters achter een % worden geïnterpreteerd als commentaar. Wat doet dit programmaatje eigenlijk? Indien we eerste de variabele n definiëren en daarna de naam van het bestand intikken, wordt het programma uitgevoerd.

```
>> n=5;
>> vb
ans =
1.0000
4.0000
3.0000
5.0000
2.0000
```

11 Functies in Matlab

Matlab beschikt over een aantal ingebouwde functies, waaronder de meeste elementaire wiskundige functies, zoals bv. de cosinusfunctie.

```
>> for i=1:11,
a(i)=(i-1)*pi/10;
end
>> a
  Columns 1 through 7
         0
               0.3142
                         0.6283
                                    0.9425
                                               1.2566
                                                          1.57
  Columns 8 through 11
    2.1991
               2.5133
                         2.8274
                                    3.1416
```

>> cos(a)

```
ans =
```

```
Columns 1 through 7

1.0000    0.9511    0.8090    0.5878    0.3090    0.0000    -0.3090

Columns 8 through 11

-0.5878    -0.8090    -0.9511    -1.0000
```

Uiteraard is het mogelijk om zelf functies te definiëren door deze te implementeren in een m-file. De functie cg is geimplementeerd in cg.m en voert het toegevoegde-gradiënten algoritme uit.

```
function [x, error, iter, flag] = cg(A, x, b, M, max_it, tol)
   [x, error, iter, flag] = cg(A, x, b, M, max_it, tol)
\mbox{\ensuremath{\mbox{\%}}} cg.m solves the symmetric positive definite linear system Ax=b
\% using the Conjugate Gradient method with preconditioning.
% input
                    REAL symmetric positive definite matrix
           A
%
                    REAL initial guess vector
           х
%
                    REAL right hand side vector
           b
% M
% ma
% tc
%
% output x
                    REAL preconditioner matrix
                    INTEGER maximum number of iterations
          max_it
           tol
                    REAL error tolerance
                    REAL solution vector
%
                    REAL error norm
           error
%
                    INTEGER number of iterations performed
           iter
%
                    INTEGER: 0 = solution found to tolerance
          flag
                              1 = no convergence given max_it
  flag = 0;
                                               % initialization
  iter = 0;
  bnrm2 = norm(b);
  if (bnrm2 == 0.0), bnrm2 = 1.0; end
  r = b - A*x;
  error = norm( r ) / bnrm2;
  if ( error < tol ) return, end
  for iter = 1:max_it
                                               % begin iteration
     z = M \setminus r;
     rho = (r'*z);
     if ( iter > 1 ),
                                               % direction vector
        beta = rho / rho_1;
         p = z + beta*p;
     else
        p = z;
     end
     q = A*p;
     alpha = rho / (p'*q);
```

De lijnen commentaar (dit zijn de lijnen die beginnen met %) verschijnen wanneer je uitleg vraagt over die functie met het help commando (het is dus nuttig je functies op deze manier te documenteren).

>> help cg

```
[x, error, iter, flag] = cg(A, x, b, M, max_it, tol)
```

cg.m solves the symmetric positive definite linear system Ax=b using the Conjugate Gradient method with preconditioning.

```
input
        A
                 REAL symmetric positive definite matrix
        x
                 REAL initial guess vector
        b
                 REAL right hand side vector
        M
                 REAL preconditioner matrix
                 INTEGER maximum number of iterations
        max_it
                 REAL error tolerance
        tol
                 REAL solution vector
output x
        error
                 REAL error norm
        iter
                 INTEGER number of iterations performed
        flag
                 INTEGER: 0 = solution found to tolerance
                          1 = no convergence given max_it
```

Zoals aangegeven in de hoofding van de functie

```
function [x, error, iter, flag] = cg(A, x, b, M, max_it, tol)
```

zijn de invoerparameters A, x, b, M, max_it en tol en de uitvoer bestaat uit x, error, iter, flag. Een voorbeeld:

>> A=makefish(3)

A =

| 4 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| -1 | 4 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | 4 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 4 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | 0 | -1 | 4 | -1 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | 4 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 4 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | 4 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | 4 |

```
>> exact=rand(9,1)
exact =
   0.95441490269937
   0.85126966836456
   0.28931620311426
   0.53742574133790
   0.51443466614673
   0.10343392803494
   0.41402848317010
   0.57671663983572
   0.87656571896587
>> b=A*exact
b =
   2.42896420109503
   1.64691290149787
   0.20256121605754
   0.26682491333542
  -0.01110731298621
  -1.26658087608711
   0.54197155150677
   0.50183769106019
   2.82611230799282
>> x=zeros(9,1)
x =
     0
     0
     0
     0
     0
     0
     0
     0
     0
>> M = eye(9)
M =
                 0
                       0
                             0
                                    0
                                          0
     0
                 0
                       0
                              0
                                    0
                                          0
                                                0
                                                      0
     0
                              0
                                                      0
           0
                 1
                       0
                                    0
                                          0
                                                0
     0
           0
                 0
                             0
                                    0
                                          0
                                                0
                                                      0
                       1
     0
           0
                 0
                       0
                                    0
                                          0
                                                0
                                                      0
                             1
     0
           0
                 0
                       0
                             0
                                    1
                                          0
                                                0
                                                      0
     0
                 0
                                    0
                                                0
                                                      0
           0
                       0
                              0
                                          1
     0
           0
                 0
                                          0
                                                      0
                       0
                              0
                                    0
                                                1
                       0
                                    0
```

>> [x, error, iter, flag] = cg(A, x, b, M, 9, 1.0e-15)

```
x =
   0.95441490269937
   0.85126966836456
   0.28931620311426
   0.53742574133790
   0.51443466614673
   0.10343392803494
   0.41402848317010
   0.57671663983572
   0.87656571896587
error =
     6.012734133162594e-17
iter =
     5
flag =
     0
>> x-exact
ans =
   1.0e-15 *
   0.11102230246252
   0.33306690738755
   0.11102230246252
   0.22204460492503
   0.11102230246252
   0.15265566588596
   0.16653345369377
   0.22204460492503
   0.11102230246252
>> A\b-x
ans =
   1.0e-15 *
  -0.22204460492503
  -0.44408920985006
  -0.11102230246252
  -0.33306690738755
  -0.11102230246252
  -0.11102230246252
  -0.11102230246252
  -0.22204460492503
   0.11102230246252
```

>> A\b-exact

ans =

1.0e-15 *

-0.11102230246252
-0.11102230246252
0
-0.11102230246252
0
0.04163336342344
0.05551115123126
0
0.22204460492503

12 Stoppen

Met het commando:

>> quit

verlaat je het programma. Alle gegevens behalve de bestanden gaan verloren.