NMB - Oefenzitting 6: Kleinste-kwadratenbenadering (deel 2)

Hendrik Speleers

Opgave 1. In deze oefening onderzoeken we verschillende discrete kkb's voor de functie

$$f(x) = \int_1^x \frac{e^{-t}}{t} dt$$

waarbij $x > 0$ een positief reëel getal is (x mag kleiner zijn dan 1).

a) Om $f(x)$ te evalueren kan je gebruik maken van de ingebouwde Matlab-functie `expint`. Hoe doe je dit?

b) Kan vanaf een bepaalde benaderingsgraad het residu in elk punt (theoretisch) nul worden? Leg uit. Wat betekent dit?

c) Vergelijk verschillende benaderingen voor $f(x)$ op het interval $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ met gewichtsfunctie $w(x) \equiv 1$ en een vast aantal abscissen N. Gebruik deze benaderingen om de integraal

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx$$

te berekenen met 6 juiste beduidende cijfers. Leg uit hoe je te werk gaat en geef de waarde van de integraal.

d) Op dezelfde manier kan je ook de afgeleide $f'(x)$ op $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ benaderen. Leg uit hoe je te werk gaat. Vergelijk je resultaat met de exacte waarde

$$f'(x) = \frac{e^{-x}}{x}.$$

Geef voor een bepaalde graad n en aantal abscissen N de maximale relatieve fout op $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$. Vergelijk dit met de fout bij numerieke integratie. Wat is nauwkeuriger?

Opgave 2. Het bestand `abinbev.mat` geeft de dagelijkse evolutie weer van het aandeel van brouwerij AB Inbev over de periode van 24 november 2009 tot en met 23 november 2010 zoals het genoteerd werd op de Euronext beurs. Uitgezet is de prijs per stuk in Euro. Merk op dat niet voor elke dag een waarde beschikbaar is (dag 1 komt overeen met 24 november 2009).

Gebruik veeltermextrapolatie d.m.v. kleinste-kwadratenbenadering om de waarde van het aandeel te voorspellen op 3 december 2010 (10 dagen na de laatste notering). Wat gebeurt er op langere termijn met het aandeel?

Heb je veel vertrouwen in je eigen voorspelling? Leg uit.

Opgave 3. Zoek een veeltermbenadering voor de functie bgsin(x) voor $x \in [0, 1]$. Probeer enkele gewichtsfuncties en eventueel verschillende liggingen van de meetpunten om je benadering zo nauwkeurig mogelijk te maken. Vergelijk je resultaten met een benadering van de vorm:

$$\frac{\pi}{2} - \sqrt{1-x}(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots)$$

Geef aan hoe je te werk gaat. Welke benadering geeft het beste resultaat?