Prova Suplementar - GAAL

02 de Julho de 2019

Caso tenha perdido alguma prova, faça somente as questões referentes à prova perdida.

Caso tenha perdido mais de uma prova ou deseje substituir uma prova, escolha uma das provas abaixo e faça somente ela.

Quem fizer questões de mais de uma prova terá sua prova **anulada**.

Em todas as questões abaixo, sempre que encontrar uma solução você deve mostrar que ela é, de fato, uma solução.

Primeira Prova

Questão 1. *Considere a matriz* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ *e faça o que se pede:*

a) Resolva o sistema linear homogêneo $AX = 0$.

b) Exiba uma solução particular do sistema linear homogêneo $AX = 0$.

c) Dada a matriz coluna $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ *encontre uma matriz* B *tal que* X_1 *seja solução do sistema* $AX = B$.

d) Encontre, sem fazer contas, outra solução qualquer do sistema $AX = B$ *e mostre que ela é solução.*

Questão 2. *Sejam* $A, B, P \in M_n(\mathbb{R})$ *matrizes reais quadradas* $n \times n$ *tais que* $A = PBP^{-1}$. *Mostre que* A *é inversível se, e somente se,* B *é inversível (dica: Uma matriz* T *é inversível se, e somente se,* $\det T \neq 0$*).*

Segunda Prova

Questão 1. *Considere os planos*

$$\pi_1 = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = \lambda(1,1,1) + \mu(1,-1,1),\ \text{com } \lambda \text{ e } \mu \in \mathbb{R}\}$$

$$\pi_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + 7z = 0\}.$$

a) Calcule a interseção desses planos.

b) Exiba um conjunto de geradores l.i. dessa interseção.

Questão 2. *a) Explique em palavras o que é um conjunto de vetores l.d. e l.i.*

b) Explique em palavras o que significa um subespaço ser gerado por uma coleção de vetores e o que é um conjunto de geradores para um subespaço.

c) Verifique se o conjunto $\{(1,4,2),(1,1,1),(2,-1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ *é l.d. ou l.i. e se é ou não um conjunto de geradores de* $\mathbb{R}^3$*. Faça o mesmo para o conjunto* $\{(1,-1),(4,3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

Terceira Prova

Questão 1. *Dada a equação*

$$x^2 - 6xy - 7y^2 + 10x + 2y + 9 = 0$$

faça o que se pede:

a) Reescreva equação acima em forma matricial.

b) Encontre os autovalores e autovetores associados à parte de grau 2 da equação acima.

c) Identifique a matriz de rotação associada a essa equação.

d) Faça a mudança de coordenadas que diagonaliza a forma matricial obtida no item (a).

e) Identifique a translação associada a essa equação.

f) Faça uma translação de forma que a equação obtida no item (d) esteja na forma padrão.

g) Identifique qual a cônica descrita pela equação.

h) Faça um esboço dessa cônica.

Questão 2. *a) Explique, em palavras, o que os autovetores e autovalores de uma matriz quadrada nos dizem sobre a matrix.*

b) Calcule os autovetores e autovalores da matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

c) Considere $C = \{v \in \mathbb{R}^2 \mid \|v\| = 1\}$*, ou seja,* C *é o círculo de raio 1 centrado na origem. Esboce a imagem de* C *quando aplicamos a matriz* A *acima a cada um de seus pontos.*