

PRIMEIRA PROVA - GAAL

Em todas as questões abaixo, sempre que encontrar uma solução você deve mostrar que ela é, de fato, uma solução.

Questão 1. Considere o sistema linear

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e faça o que se pede:

- a) Exiba a matriz aumentada desse sistema.
- b) Exiba a matriz escalonada desse sistema.
- c) Calcule o conjunto solução desse sistema.
- d) Exiba uma solução do sistema, e verifique que ela é, de fato, uma solução.

Questão 2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 7 & -7 \end{pmatrix}$ e faça o que se pede:

- a) Resolva o sistema linear homogêneo $AX = 0$.
- b) Dada a matriz coluna $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ encontre uma matriz B tal que X_1 seja solução do sistema $AX = B$.
- c) Encontre, sem fazer contas, outra solução qualquer do sistema $AX = B$ e mostre que ela é solução.

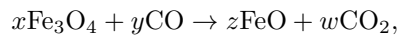
Questão 3. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$, faça o que se pede:

- a) Calcule A^{-1} .
- b) Calcule $A^{-1}B$.
- c) Exiba o conjunto solução do sistema linear $AX = B$.

Questão 4. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, faça o que se pede:

- a) Calcule AB e BA e compare os resultados obtidos.
- b) Escolha A ou B . Você seria capaz de encontrar uma matriz C que comute com a matriz que você escolheu (por exemplo, se você escolher a matriz A , uma matriz C tal que $AC = CA$)? Explique seu raciocínio.

Questão Bônus. Considere a reação



em que $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ são coeficientes de balanceamento, e faça o que se pede:

- a) Escreva as equações que relacionam as quantidades de cada substância na reação - uma equação para o ferro, uma equação para o oxigênio e uma equação para o carbono (por exemplo, como temos $3x$ átomos de ferro do lado esquerdo e z átomos de ferro do lado direito, isso nos dá a equação $3x = z$).
- b) Use as equações que obtidas no item anterior para montar um sistema linear homogêneo.
- c) Resolva o sistema obtido no item anterior.
- d) Escolha uma solução não-trivial do sistema e verifique que ela é um balanceamento da reação.
- e) Conclua descrevendo um procedimento sistemático para balanceamento de reações.