

## Terceira Prova - GAAL

27 de Junho de 2019

Em todas as questões abaixo deixe sempre explícito o seu raciocínio, não apenas a resposta correta.

**Questão 1.** *Os conjuntos abaixo são bases de  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$ . Para cada um deles, diga se essa base é ortonormal ou não. Caso seja, prove. Caso não seja, use o processo de Gram-Schmidt para obter uma base ortonormal a partir dela.*

- a)  $\{(1, 0, 0), (0, 4, 0), (0, 0, 9)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ ;
- b)  $\{\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -2, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ ;
- c)  $\{(1, 1), (2, 3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$ .

**Questão 2.** *Dados a equação  $E : \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ , o vetor  $T = (4, 5)$  e o ângulo  $\theta = 30^\circ$ , faça o que se pede:*

- a) *Identifique se a cônica descrita pela equação (E) é uma parábola, elipse ou hipérbole.*
- b) *Faça a mudança de variáveis  $(x_1, y_1) = (x, y) - T$  e re-escreva a equação (E) nessas novas variáveis, obtendo uma equação  $(E_1)$ .*
- c) *Faça a mudança de variáveis  $(x_2, y_2) = R_\theta(x_1, y_1)$  e re-escreva a equação  $(E_1)$  nessas novas variáveis, obtendo uma equação  $(E_2)$ .*
- d) *Faça um esboço das cônicas descritas pelas equações (E),  $(E_1)$  e  $(E_2)$ .*

**Questão 3.** *Dada a equação*

$$13x^2 + 10xy - 22x + 13y^2 + 58y + 37 = 0$$

*faça o que se pede:*

- a) *Reescreva equação acima em forma matricial.*
- b) *Encontre os autovalores e autovetores associados à parte de grau 2 da equação acima.*
- c) *Identifique a matriz de rotação associada a essa equação.*
- d) *Faça a mudança de coordenadas que diagonaliza a forma matricial obtida no item (a).*
- e) *Identifique a translação associada a essa equação.*
- f) *Faça uma translação de forma que a equação obtida no item (d) esteja na forma padrão.*
- g) *Identifique qual a cônica descrita pela equação.*
- h) *Faça um esboço dessa cônica.*