

## Terceira Prova - GAAL

27 de Junho de 2019

Em todas as questões abaixo deixe sempre explícito o seu raciocínio, não apenas a resposta correta.

**Questão 1.** Os conjuntos abaixo são bases de  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$ . Para cada um deles, diga se essa base é ortonormal ou não. Caso seja, prove. Caso não seja, use o processo de Gram-Schmidt para obter uma base ortonormal a partir dela.

- a)  $\{(1, 0, 0), (0, 4, 0), (0, 0, 9)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ ;
- b)  $\{\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -2, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ ;
- c)  $\{(1, 1), (2, 3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$ .

**Questão 2.** Dados a equação  $E : x^2 + 9y^2 = 9$ , o vetor  $T = (4, 5)$  e o ângulo  $\theta = 30^\circ$ , faça o que se pede:

- a) Identifique se a cônica descrita pela equação  $(E)$  é uma parábola, elipse ou hipérbole.
- b) Faça a mudança de variáveis  $(x_1, y_1) = (x, y) - T$  e re-escreva a equação  $(E)$  nessas novas variáveis, obtendo uma equação  $(E_1)$ .
- c) Faça a mudança de variáveis  $(x_2, y_2) = R_\theta(x_1, y_1)$  e re-escreva a equação  $(E_1)$  nessas novas variáveis, obtendo uma equação  $(E_2)$  (dica:  $\sin 30^\circ = 1/2$  e  $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ ).
- d) Faça um esboço das cônicas descritas pelas equações  $(E)$ ,  $(E_1)$  e  $(E_2)$ .

**Questão 3.** Dada a equação

$$13x^2 + 10xy - 22x + 13y^2 + 58y + 37 = 0$$

faça o que se pede:

- a) Reescreva equação acima em forma matricial.
- b) Encontre os autovalores e autovetores associados à parte de grau 2 da equação acima.
- c) Identifique a matriz de rotação associada a essa equação.
- d) Faça a mudança de coordenadas que diagonaliza a forma matricial obtida no item (a).
- e) Identifique a translação associada a essa equação.
- f) Faça uma translação de forma que a equação obtida no item (d) esteja na forma padrão.
- g) Identifique qual a cônica descrita pela equação.
- h) Faça um esboço dessa cônica.