Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Азарцова Полина Валерьевна

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

1 Цель работы

Изучение и построение модели линейного гармонического осциллятора с помощью языка программирования Modelica.

2 Задание

1. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.
4. Ответить на вопросы к лабораторной работе.

3 Выполнение лабораторной работы

Вариант 51.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

x — переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.) t — время w — частота γ — затухание

Интервал: $t \in [0; 59]$ (шаг 0.05).

Начальные условия: $x_0 = 1.7, y_0 = -0.2$

Ниже представлен скриншот кода программы на языке программирования Modelica. (рис 1. @fig:001)

```
model lab4

/*Для первого случая:*/
parameter Real w = sqrt(1.7); //w - частота для первого случая
parameter Real g = 0.0; //g - затухание для первого случая

/*Для второго случая:
parameter Real w = sqrt(1.7); //w - частота для первого случая
parameter Real g = 1.7; //g - затухание для первого случая*/

/*Для третьего случая:
parameter Real w = sqrt(1.7); //w - частота для первого случая
parameter Real g = 2; //g - затухание для первого случая*/

parameter Real x0 = 1.7;
parameter Real y0 = -0.2;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real result;
algorithm
  result := 0; //для первого и второго случаев
//result := 0.7*cos(2.7*t); //для третьего случая
end f;

equation

der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y - f(time);

end lab4;
```

Рис. 3.1: Код программы

1. Уравнение гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 1.7x = f(t)$$

где
$w = \sqrt{1.7}$
$\gamma = 0.0$
$f(t) = 0.0$

Ниже представлен график для первого случая. (рис 2. @fig:001)

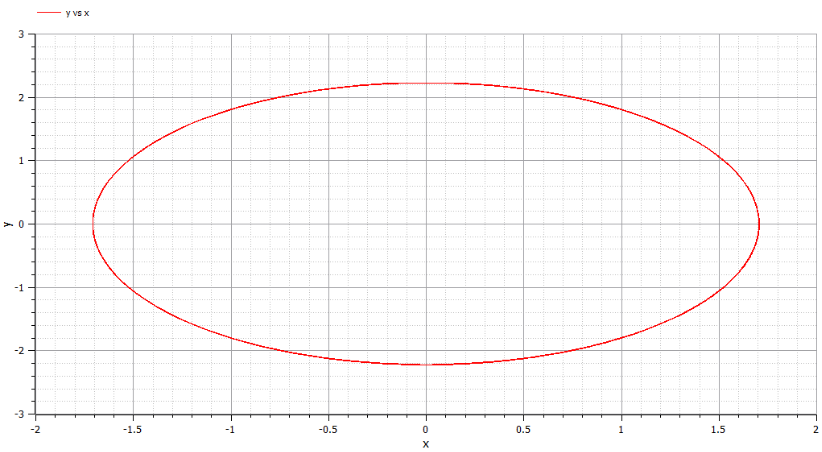

Рис. 3.2: График для 1 случая

2. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 1.7\dot{x} + 1.7x = 0$$

где
$w = \sqrt{1.7}$
$\gamma = 1.7$
$f(t) = 0.0$

Ниже представлен график для второго случая. (рис 3. @fig:001)

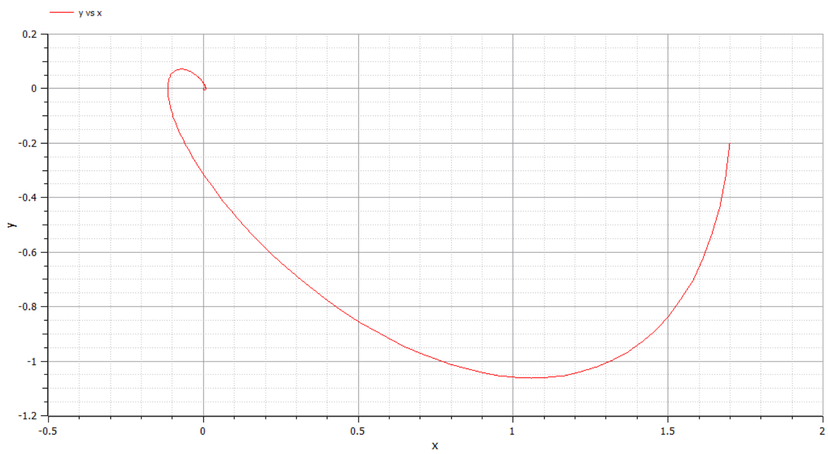

Рис. 3.3: График для 2 случая

3. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 1.7x = 0.7cos(2.7t)$$

где
$w = \sqrt{1.7}$
$\gamma = 2.0$
$f(t) = 0.7cos(2.7t)$
Ниже представлен код программы для третьего случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 5. @fig:001)

Код программы для третьего случая

Ниже представлен график для третьего случая. (рис 4. @fig:001)

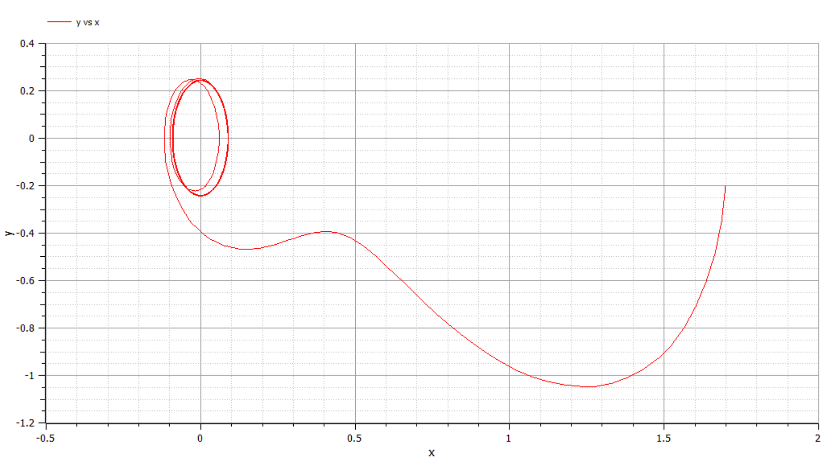

Рис. 3.4: График для 3 случая

4 Ответы на вопросы:

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний

Простейшая модель гармонических колебаний имеет следующий вид:

$$x = x_m cos(\omega t + \phi_0)$$

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор - система, совершающая колебания, показатели которой периодически повторяются во времени.

3. Запишите модель математического маятника

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{L} sin\alpha = 0$$

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Пусть у нас есть дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

Для перехода к системе уравнений первого порядка сделаем замену (это метод Ранге-Кутты):

$$y = \dot{x}$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \dot{x} \\ \dot{y} = -w_0^2 x \end{cases}$$

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет — это то, как величины, описывающие состояние системы, зависят друг от друга. Фазовая траектория — кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последовательные моменты времени в течение всего времени эволюции.

5 Выводы

Ознакомилась с моделью линейного гармонического осциллятора, построив его фазовые портреты.