

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

Кафедра радиотехники и систем управления

ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ

Учебно-методическое пособие
по курсу
Нелинейные преобразования и прием радиосигналов

Составитель *A. A. Григорьев*

МОСКВА
МФТИ
2021

УДК 621.396.6(075)

ББК 32.841.я73

Г83

Р е ц е н з е н т :

Кандидат технических наук *А. Л. Ларин*

Григорьев, Александр Алексеевич

Г83 Шумы в электронных схемах : учебно-методическое пособие / сост. А.А. Григорьев. – Москва: МФТИ, 2021. – 44 с.

Цель работы состоит в приобретении практических навыков анализа шумов в электронных схемах с опорой на представления и методы из корреляционно-спектральной теории случайных процессов.

Предназначено для студентов третьего курса ФРКТ, обучающихся по программе курса *Нелинейные преобразования и прием радиосигналов*.

УДК 621.396.6.(075)

ББК 32.841.я73

- © Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», 2021
- © Григорьев А. А., составление, 2021

Содержание

1. Предмет исследования	4
2. Корреляции и спектральные плотности	4
3. Линейные преобразования шумов	9
4. Сложение шумов	14
5. Коэффициент шума	16
6. Задание	19
6.1. Приступая к работе	19
6.2. Термический шум (Джонсона)	20
6.2.1. Первое знакомство	20
6.2.2. Сложение шумов	22
6.2.3. Шум в делителе напряжения	23
6.3. Дробовой шум (Шоттки)	25
6.4. Фильтрация шумов	27
6.5. Шумящие фильтры	31
6.5.1. Полосовой LC -фильтр	32
6.5.2. Полосовой RC -фильтр	33
6.5.3. LC -фильтр низких частот	35
6.6. Шумы в усилителе на биполярном транзисторе	37
6.7. Шумы в усилителе на полевом транзисторе	41

Шумы в электронных схемах

1. Предмет исследования

В любой электронной схеме присутствуют шумы – случайные флуктуации напряжений и токов. При уровнях сигналов в единицы милливольт и выше шумы малозаметны и их можно игнорировать. Но когда уровни сигналов снижаются до микровольт, шумы начинают проявляться со всей отчетливостью – малые полезные сигналы «тонут» в шумах.

Шум принципиально отличается от обычного детерминированного сигнала всего в одном отношении – его значение в каждый данный момент есть величина случайная. Это отличие делает, тем не менее, традиционные методы анализа сигналов малопригодными для шумов.

Как и всякая случайная величина, шум обладает и вполне детерминированными характеристиками, такими как среднее значение или дисперсия (средняя мощность). На них и сосредотачиваются при обсуждении шумов. Среднее значение шума интереса не представляет, поскольку оно всегда равно нулю. А вот средняя мощность приобретает первостепенное значение как основная экспериментально наблюдаемая детерминированная характеристика шума. Простое обобщение представления о средней мощности приводит к понятию о *функции корреляции* – базовой категории корреляционной теории шумов. Эта теория и дает набор понятий и методов, используемых при анализе шумовых свойств электронных схем.

Цель данной работы состоит в том, чтобы, ознакомившись с положениями корреляционной теории, приобрести опыт их применения к анализу шумов в простых схемах.

2. Корреляции и спектральные плотности

Временная форма (осциллограмма) типичной реализации шума показана на рис. 1. Это функция времени, значение $n(u)$ которой в каждой точке u есть случайная величина n , распределенная с некоторой плотностью вероятностей $p(n)$.

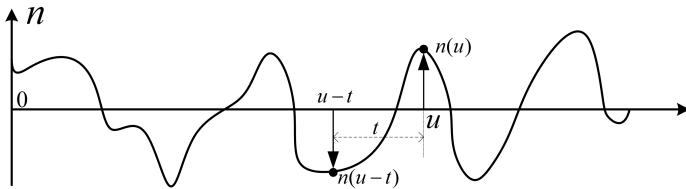


Рис. 1. Реализация шума и выборочные значения

С позиций теории вероятностей, средняя мощность шума (его дисперсия) – это математическое ожидание квадрата случайной величины n по плотности вероятностей $p(n)$:

$$\sigma^2 = E[n^2] = \int n^2 p(n) d n.$$

Шум стационарен, если его дисперсия во все моменты u одинакова.

Мощность стационарного шума можно измерять экспериментально, не зная плотности вероятностей $p(n)$. Для этого следует взять большой набор (*ансамбль*) выборочных значений $n(u_i)$ в разные моменты времени u_i , $i = [1, N]$ и вычислить средний квадрат выборки:

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n^2(u_i).$$

Предельные теоремы теории вероятностей дают основание полагать, что при $N \rightarrow \infty$ эмпирическое среднее σ_N^2 сходится к математическому ожиданию σ^2 . Суммирование по ансамблю выборочных значений можно заменить интегрированием по времени:

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n^2(u) du \simeq \frac{1}{N \Delta u} \sum_{i=1}^N n^2(u_i) \Delta u.$$

Представление о том, что при больших N, T эмпирические средние σ_N^2, σ_T^2 принимают детерминированное значение, равное средней мощности шума σ^2 , – это краеугольный камень корреляционной теории.

Представление это существенно опирается на свойство стационарности шума: вычислять средние по выборкам, взятым в разные моменты времени, имеет смысл только в том случае, когда вероятностные свойства этих выборок одинаковы – не меняются со временем.

Одного только требования стационарности на самом деле недостаточно. Известны модели стационарных случайных процессов, для которых средние по времени оказываются случайными величинами и не совпадают со статистическими средними. Чтобы исключить такие вырожденные ситуации, выделяют класс эргодических стационарных процессов. Все реально наблюдаемые шумы относятся к этому классу.

Средняя мощность $P = \sigma^2$ и эффективное значение (уровень) $\sigma = \sqrt{P}$ – это основные экспериментально наблюдаемые характеристики шума. Первое, чем следует озабочиться при оснащении лаборатории по изучению шумов, – это средства измерения средней мощности.

Для того чтобы подключить важные для практики спектральные представления, одной только средней мощности не хватает. Приходится вводить функции корреляции.

Функция **корреляции** шума – это простое обобщение понятия о его средней мощности: усреднению подвергаются не квадраты $n^2(u)$ выборочных значений, а произведения $n(u)n(u-t)$ пар выборок, взятых со сдвигом t по времени (см. рис. 1):

$$n^2(t) = \langle n, n \rangle(t) = E[n(u)n(u-t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(u)n(u-t)du.$$

Для стационарного эргодического шума значение корреляции можно вычислять либо как математическое ожидание произведения выборок по плотности их совместного распределения, либо усреднением по времени.

Легко понять, что корреляция – это четная функция времени:

$$n^2(t) = n^2(-t).$$

Для функции корреляции шума $n(t)$ мы используем как скобочное обозначение $\langle n, n \rangle(t)$, так и более лаконичное обозначение $n^2(t)$ с символическим квадратом, присутствие которого

попросту отличает обозначение шума $n(t)$ от обозначения его корреляции $n^2(t)$, указывая на квадратичность последней.

При $t = 0$ корреляция сводится к средней мощности. Поэтому значение корреляции в точке нуль дает среднюю мощность шума: $n^2(t)|_{t=0} = \sigma^2$. Значение же функции корреляции в точке t характеризует связь (коррелированность) случайных значений шума в точках u и $u - t$, сдвинутых по времени на t . Если эти значения не связаны (не коррелированы), то $n^2(t) = 0$.

Междуд коррелированными случайными величинами x и y действительно имеется линейная связь: значение y можно представить суммой $y = \alpha x + n$ пропорциональной компоненты αx и шумовой добавки n , некоррелированной с x . Уровень $\alpha = E[yx]/E[x^2]$ линейного вклада x в y (коэффициент корреляции) однозначно определяется условием некоррелированности: $E[nx] = 0$. При этом оказывается выполненным следующее равенство для дисперсий: $\sigma_y^2 = \alpha^2 \sigma_x^2 + \sigma_n^2$.

При оценивании средних значений усреднением по времени важно, чтобы время усреднения значительно превышало характерное время корреляции шума. В противном случае все участующие в усреднении выборочные значения окажутся сильно связанными между собой.

Как только шумов становится несколько, приходится рассматривать взаимные корреляции между их парами n_1, n_2 :

$$\langle n_1, n_2 \rangle (t) = E [n_1(u)n_2(u - t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n_1(u)n_2(u - t)du.$$

В расчет берется значение одного шума в момент u , и второго – в момент $u - t$. Порядок шумов существенен:

$$\langle n_1, n_2 \rangle (t) = \langle n_2, n_1 \rangle (-t).$$

Шумы n_1, n_2 **некоррелированы**, если их взаимная корреляция равна нулю: $\langle n_1, n_2 \rangle (t) \equiv 0$.

Некоррелированность шумов, порождаемых разными физическими механизмами, – это общее правило в электронике. Поэтому все шумы считаются некоррелированными по умолчанию.

Спектральные представления вводятся как и обычно, через преобразование Фурье. Ключевая для теории шумов сущность – **спектральная плотность** шума $n^2(f)$ – это не более как фурье-образ (спектр) его корреляции:

$$\frac{n^2(f)}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} n^2(t) e^{-j2\pi ft} dt = 2 \int_0^{\infty} n^2(t) \cos(2\pi ft) dt.$$

Будучи фурье-образом вещественной четной функции корреляции, *двухсторонняя* спектральная плотность $n^2(f)/2$, $f \in (-\infty, \infty)$, также вещественна и четна. Пользуясь четностью, ее приводят к положительной полуоси частот, рассматривая вдвое большую *одностороннюю* плотность $n^2(f)$, определенную на положительной полуоси $f \in [0, \infty)$.

Корреляция восстанавливается по спектральной плотности обратным фурье-преобразованием:

$$n^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n^2(f)}{2} e^{+j2\pi ft} df = \int_0^{\infty} n^2(f) \cos(2\pi ft) df.$$

В частности, средняя мощность шума, равная значению его корреляции в нуле, оказывается равной площасти под кривой спектральной плотности:

$$\sigma^2 = n^2(t) |_{t=0} = \int_0^{\infty} n^2(f) df.$$

Видно, что спектральная плотность описывает закон распределения мощности шума по частотам. Доля этой мощности, сосредоточенная в полосе Δf в окрестности f_0 , составляет $n^2(f_0)\Delta f$.

При освоении корреляционной теории шумов важно понять, что речь в ней идет вовсе не о шумах, а об их корреляциях и спектральных плотностях, которые представляют шум во временной и частотной областях, рис. 2. В этих представлениях от шума не остается ничего случайного – корреляция и спектральная плотность это вполне детерминированные функции.

Для шума со значениями в вольтах $[V]$ корреляция измеряется в единицах мощности $[V^2]$, а спектральная плотность – в единицах мощности на герц полосы $\left[\frac{V^2}{F}\right] = [V^2 T]$, или, что тоже самое, в единицах энергии.

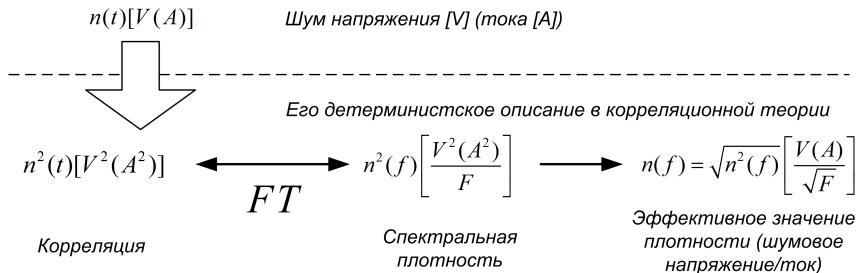


Рис. 2. Шум и его корреляционное описание

В инженерной практике повсеместно используют эффективные значения плотности шума, определяемые как корень квадратный из его спектральной плотности: $n(f) = \sqrt{n^2(f)}$. Для шумов напряжения (тока) эффективные плотности приобретают размерности вольт [V] (ампер [A]) на корень из герца: $\left[\frac{V(A)}{\sqrt{F}} \right]$.

Вместо использования однозначных по смыслу, но слишком длинных терминов типа «**эффективное значение спектральной плотности напряжения (тока)**» с неизбежностью начинают вести речь просто о «**шумовых напряжениях (токах)**», что и служит основным источником недопонимания. Важно один раз и навсегда уяснить, что шумовое напряжение (в вольтах на корень из герца) имеет весьма отдаленное отношение к напряжению шума (в вольтах). Напряжение шума – это случайная функция времени, а шумовое напряжение – детерминированная функция частоты, равная корню из спектральной плотности. Будучи корнем из плотности, шумовое напряжение в принципе не может быть отрицательным. Положение усугубляется еще и тем, что термин «**эффективное напряжение шума**», означающий корень квадратный из его средней мощности, сокращают до просто «**напряжения шума**». Более уместен в этом контексте термин «**уровень шума**».

3. Линейные преобразования шумов

Корреляционное описание шума $n(t)$ функцией корреляции $n^2(t)$ и спектральной плотностью $n^2(f)$ было бы бесполезной

игрушкой, если бы не его роль в линейной фильтрации шумов. Фундаментальные результаты Винера–Хинчина позволяют по известному корреляционному описанию шума на входе фильтра с заданными характеристиками эффективно найти корреляционное описание шума на его выходе.

Напомним основные сведения из теории линейной обработки сигналов. Как известно, всякая линейная инвариантная во времени система вполне характеризуется импульсной реакцией $h(t)$ – откликом на δ -воздействие $\delta(t)$ на входе.

При известной импульсной реакции $h(t)$ отклик $y(t)$ на произвольный входной сигнал $x(t)$ определяется сверткой, рис. 3:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t-u) du.$$

В самом деле, для линейной системы выполняется принцип суперпозиции. Поэтому отклик на сумму δ -импульсов $\delta(t-u)$ с весами $x(u)$ обязан быть суммой реакций $h(t-u)$ на каждый из этих импульсов с теми же весами.

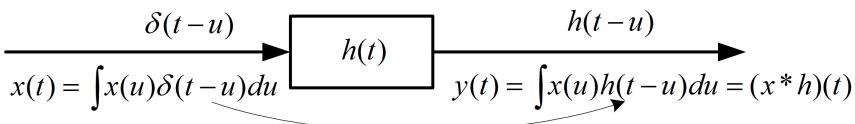


Рис. 3. Описание линейной фильтрации во временной области

Согласно теореме о свертке из теории Фурье свертке функций $x(t)$, $h(t)$ со спектрами $x(f)$, $h(f)$:

$$x(t) \leftrightarrow x(f); \quad h(t) \leftrightarrow h(f) = K(jf)$$

в частотной области отвечает произведение спектров:

$$(x * h)(t) \leftrightarrow x(f)h(f) = K(jf)x(f).$$

Это дает эквивалентное описание линейной обработки в частотной области: спектр отклика определяется умножением спектра входного сигнала на комплексный коэффициент передачи системы, равный фурье-образу ее импульсной реакции, рис. 4.

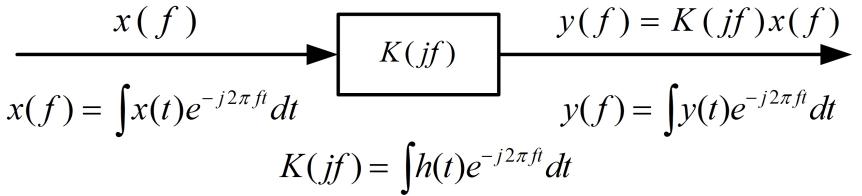


Рис. 4. Описание линейной фильтрации в частотной области

Однако шумы характеризуются отнюдь не временными формами $n(t)$, а корреляциями $\langle n, n \rangle(t)$. Чтобы перейти к обсуждению фильтрации шумов, нужно решить вопрос о законе преобразования при фильтрации корреляций

$$\langle x, x \rangle(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)x(u-t) du.$$

Найдем корреляцию сигнала $y(t) = (x * h)(t)$, полученного при прохождении сигнала $x(t)$ через фильтр с импульсной реакцией $h(t)$. Получим

$$\langle y, y \rangle(t) = \langle (x * h), (x * h) \rangle(t) = (\langle x, x \rangle * \langle h, h \rangle)(t).$$

Здесь было использовано вытекающее из определений свертки и корреляции тождество (см. [1], с. 28, 52):

$$\langle (a * b), (c * d) \rangle = (\langle a, c \rangle * \langle b, d \rangle), \quad (1)$$

которое выражает факт равенства корреляции сверток свертке корреляций.

Таким образом, корреляция $\langle y, y \rangle(t)$ сигнала на выходе фильтра оказывается сверткой – результатом прохождения корреляции $\langle x, x \rangle(t)$ на входе через виртуальный фильтр с импульсной реакцией $\langle h, h \rangle(t)$, равной автокорреляции $h(t)$.

Чтобы перенести этот результат в частотную область, достаточно вспомнить, что спектр корреляции $\langle x, x \rangle(t)$ сигнала $x(t)$ равен квадрату модуля его спектра $x(f)$:

$$\langle x, x \rangle(t) \leftrightarrow |x(f)|^2.$$

Тогда получается, что спектр корреляции преобразуется умножением на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи:

$$|y(f)|^2 = |K(jf)|^2 |x(f)|^2.$$

Возможность обсуждать преобразование корреляций при линейной обработке напрямую, **не обращаясь к временным формам сигналов**, и составляет фундамент корреляционной теории фильтрации шумов. Результаты Винера–Хинчина просто распространяют эту возможность на случай, когда входной и выходной сигналы становятся шумами, временные формы которых мало предсказуемы, а корреляции хорошо определены.

Итак, пусть на входе фильтра с импульсной реакцией $h(t)$ и коэффициентом передачи $K(jf)$ присутствует шум $x(t)$ с корреляцией $x^2(t)$ и спектральной плотностью $x^2(f)$. Тогда во временной области корреляция $y^2(t)$ шума $y(t)$ на выходе может быть найдена как результат прохождения корреляции $x^2(t)$ через виртуальный фильтр с импульсной реакцией $\langle h, h \rangle(t)$:

$$y^2(t) = (x^2 * \langle h, h \rangle)(t).$$

В частотной области этому отвечает умножение спектральной плотности шума на входе на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи:

$$y^2(f) = |K(jf)|^2 x^2(f).$$

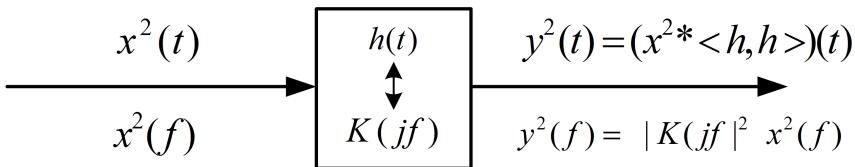


Рис. 5. Преобразование корреляции и спектральной плотности шума при фильтрации

Связь между эффективными значениями спектральных плотностей $y(f) = \sqrt{y^2(f)}$, $x(f) = \sqrt{x^2(f)}$ (шумовыми характеристиками) выглядит более привычно:

$$y(f) = |K(jf)|x(f).$$

Это напоминает закон $y(f) = K(jf)x(f)$ преобразования спектров сигналов. Отличие в том, что шумовые характеристики преобразуются через модуль коэффициента передачи, то есть для

шумов значение имеет только *амплитудно-частотная характеристика* (АЧХ) $|K(jf)|$. Форма *фазочастотной характеристики* (*ФЧХ*) $\arg(K(jf))$ безразлична.

Мощность шума на выходе фильтра – это интеграл от его спектральной плотности:

$$\sigma_y^2 = y^2(t)|_{t=0} = \int_0^\infty |K(jf)|^2 x^2(f) df.$$

Шум называют **белым**, если его спектральная плотность постоянна в полосе частот фильтра: $x^2(f) = N_0$. Мощность такого шума оценивают как произведение спектральной плотности N_0 на квадрат коэффициента передачи фильтра K_0 и его шумовую полосу F_n :

$$\sigma_y^2 = N_0 \int_0^\infty |K(jf)|^2 df = N_0 K_0^2 \int_0^\infty \left| \frac{K(jf)}{K_0} \right|^2 df = N_0 K_0^2 F_n.$$

Шумовая полоса F_n – это просто площадь под кривой квадрата модуля коэффициента передачи $K(jf)/K_0$, нормированного на единичное значение модуля в максимуме.

Пара важных частных случаев. Пусть $K(jf) = K$ не зависит от частоты. Тогда

$$y^2(f) = K^2 x^2(f); \quad y(f) = Kx(f).$$

Получается, что шумовые напряжения $x(f)$ проходят через идеальный усилитель так же, как и обычные сигналы. И это несмотря на полное различие их природы.

Сопротивление резистора R можно рассматривать как размernый коэффициент передачи $K = R$ тока $i(t)$ в напряжение $e(t)$: $e = Ri$. Это дает следующие формы закона Ома для спектральных плотностей и шумовых напряжений/токов:

$$e^2(f) = R^2 i^2(f), \quad e(f) = Ri(f).$$

Получается, что для шумовых напряжений и токов выполняется также и обычный закон Ома.

Если в роли сопротивления выступает комплексный импеданс Z , то спектральные плотности преобразуются через квадрат его модуля: $e^2(f) = |Z|^2 i^2(f)$, а шумовые характеристики – через модуль: $e(f) = |Z|i(f)$. К примеру: $e(f) = \omega L i(f)$ или $e(f) = \frac{1}{\omega C} i(f)$.

4. Сложение шумов

В реальной электронной схеме может присутствовать большое число источников шума $e_i(t)$, $i = [1, N]$, обусловленных различными физическими механизмами. Возникает задача нахождения корреляционного описания шума $n(t)$, созданного совместным действием всей совокупности источников в выделенном узле схемы, к примеру, на ее выходе n , рис. 6.

Выключим (обнулим) мысленно все источники, кроме одного e_i , и найдем комплексный коэффициент передачи $K_i(jf)$ от этого источника до выхода n . Проделав это для всех источников, получим набор $K_i(jf)$, $i = [1, N]$ коэффициентов передачи. Фурье-образы этих коэффициентов дадут набор импульсных реакций $h_i(t)$, $i = [1, N]$, определяющих прохождение сигналов от источников e_i до выхода n .

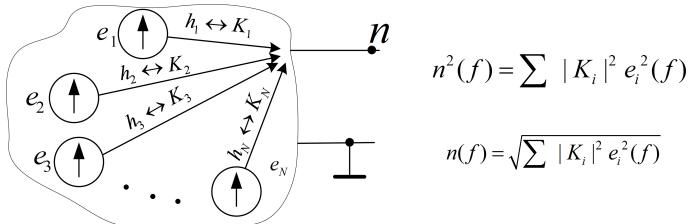


Рис. 6. Сложение шумов

Вклад отдельного источника e_i в выходной шум задается сверткой $(e_i * h_i)(t)$. По принципу суперпозиции шум на выходе есть сумма этих вкладов:

$$n(t) = \sum_{i=1}^N (e_i * h_i)(t).$$

Найдем корреляцию выходного шума:

$$\begin{aligned} n^2(t) &= \langle n, n \rangle (t) = \left\langle \sum_{i=1}^N (e_i * h_i), \sum_{k=1}^N (e_k * h_k) \right\rangle (t) = \\ &= \sum_{i,k=1}^N \langle (e_i * h_i), (e_k * h_k) \rangle (t) = \sum_{i,k=1}^N (\langle e_i, e_k \rangle * \langle h_i, h_k \rangle)(t). \end{aligned}$$

На первом этапе мы воспользовались линейностью корреляций, а на втором – тождеством (1) на с. 11.

Пусть все источники попарно некоррелированы. Тогда все взаимные корреляции $\langle e_i, e_k \rangle$, $i \neq k$ обращаются в нуль. Это дает:

$$n^2(t) = \sum_{i=1}^N (\langle e_i, e_i \rangle * \langle h_i, h_i \rangle)(t) = \sum_{i=1}^N (e_i^2 * \langle h_i, h_i \rangle)(t).$$

Корреляция выходного шума представлена как сумма результатов фильтрации корреляций источников $e_i^2(t)$ виртуальными фильтрами с импульсными реакциями $\langle h_i, h_i \rangle(t)$.

Переход в частотную область дает более внятный результат:

$$n^2(f) = \sum_{i=1}^N n_i^2(f) = \sum_{i=1}^N |K_i(f)|^2 e_i^2(f).$$

Спектральная плотность шума, созданного на выходе совокупностью источников, равна сумме вкладов, вносимых каждым из них. Это **закон суммирования** спектральных плотностей некоррелированных источников. Вклад $n_i^2(f)$ данного источника есть произведение его спектральной плотности $e_i^2(f)$ на квадрат модуля $|K_i(f)|^2$ коэффициента передачи от источника до выхода.

В приложениях предпочтуют пользоваться не спектральными плотностями, а шумовыми напряжениями и токами. Это обусловлено тем, что для шумовых характеристик выполняется закон Ома: $e(f) = |Z|i(f)$. Кроме того, шумовые характеристики естественным образом пересчитываются через всевозможные коэффициенты передачи K : $n(f) = |K|e(f)$. Все это делает их незаменимыми при расчете электронных схем. Неприятная особенность шумовых характеристик состоит в том, что их категорически **нельзя складывать**. Шумовые напряжения/токи суммируются по закону «корня из суммы квадратов»:

$$n(f) = \sqrt{\sum_i n_i^2(f)}; \quad n_i(f) = |K_i(f)|e_i(f),$$

что заметно усложняет вычисления.

5. Коэффициент шума

Коэффициент шума – это основная характеристика шумовых свойств усилительных устройств. Он характеризует степень ухудшения отношения сигнал/шум при усилении.

Начнем с **отношения сигнал/шум**. Пусть на выходе источника присутствует сумма сигнала $E_s(t)$ и шума $e(t)$, рис. 7. Предположим, что спектр сигнала сосредоточен в полосе ширины F в окрестности f_0 , а его мощность составляет P_s .

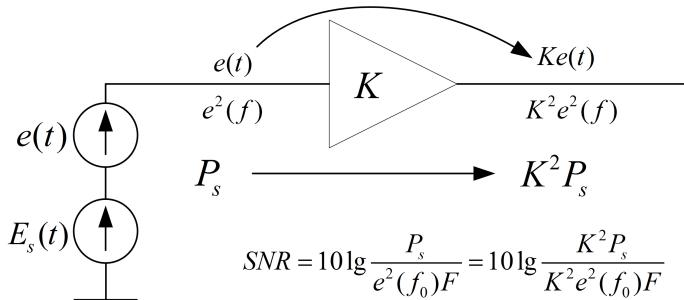


Рис. 7. Отношение сигнал/шум

Отношение сигнал/шум (*signal to noise ratio*) – это отношение в децибелах мощности сигнала к средней мощности шума в полосе, занимаемой спектром сигнала:

$$SNR(\text{dB}) = 10 \lg \frac{P_s}{\int_F e^2(f) df} \simeq 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F}.$$

Интеграл от спектральной плотности шума в пределах полосы сигнала F заменен произведением плотности на полосу, поскольку шум считается «достаточно белым» в этой полосе.

Теоретически мощности сигнала и шума можно измерять, поочередно выключая источники. На практике же почти всегда оказывается, что сигнал выключить можно, а шум нельзя. К примеру, шум может быть порожден приемной антенной. Тогда отдельно измеряют мощность шума $e^2(f_0)F$ и мощность смеси сигнала с шумом: $P = P_s + e^2(f_0)F$. Мощность сигнала в отсутствие шума вычисляют как разность измеренных величин: $P_s = P - e^2(f_0)F$.

Если смесь сигнала с шумом усиливается в K раз идеальным усилителем, то отношение сигнал/шум, измеренное на выходе, совпадает с отношением сигнал/шум на входе, рис. 7, поскольку сигнал и шум усиливаются одинаково.

Пусть теперь усилитель неидеален и в нем присутствуют внутренние источники шума $e_i(t)$. Тогда спектральная плотность шума на выходе усилителя окажется суммой шумового вклада источника сигнала и вкладов всех прочих источников шума:

$$n^2(f) = |K(jf)|^2 e^2(f) + \sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f).$$

Здесь K и K_i – коэффициенты передачи от входа и от внутренних шумовых источников до выхода.

Приведем спектральную плотность выходного шума ко входу усилителя, разделив ее на квадрат модуля коэффициента передачи сигнала $K(jf)$. Найдем

$$e_n^2(f) = \frac{n^2(f)}{|K(jf)|^2} = e^2(f) + \frac{\sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f)}{|K(jf)|^2}.$$

Коэффициент шума усилителя $K_n(f)$ – это отношение в децибелах приведенной ко входу плотности выходного шума к плотности шума источника:

$$K_n(f) = 10 \lg \frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 20 \lg \frac{e_n(f)}{e(f)} = 10 \lg \left(1 + \frac{\sum_i |K_i(jf)|^2 e_i^2(f)}{|K(jf)|^2 e^2(f)} \right).$$

Пусть все внутренние источники шума в усилителе равны нулю: $e_i^2(f) \equiv 0$. Тогда коэффициент шума составляет 0 dB. Это нешумящий усилитель. Если же какие-то источники шума внутри усилителя имеются, то $K_n > 0$ dB. Покажем, что значение K_n характеризует снижение отношения сигнал/шум при усилении.

В самом деле, пусть на входе присутствует источник сигнала с мощностью P_s в полосе F . Отношение сигнал/шум источника составляет:

$$SNR_s = 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F}.$$

Для отношения же сигнал/шум по отношению к шуму, приведенному ко входу усилителя, найдем

$$SNR_n = 10 \lg \frac{P_s}{e_n^2(f_0)F}.$$

То же отношение сигнал/шум будет и на выходе усилителя, поскольку как сигнал, так и приведенный ко входу шум пересчитываются на выход одинаково, через коэффициент $K(jf)$.

Имеем

$$SNR_n = 10 \lg \frac{P_s}{e_n^2(f_0)F} = 10 \lg \frac{P_s}{e^2(f_0)F} \frac{e^2(f_0)}{e_n^2(f_0)} = SNR_s - K_n.$$

Таким образом, отношение сигнал/шум на выходе усилителя действительно меньше отношения сигнал/шум источника ровно на K_n .

Общепринятый прием приведения шумов к источнику сигнала имеет глубокий практический смысл. Дело в том, что на выходе усилителя шум источника невозможно выделить и измерить. Для этого пришлось бы «выключить» все внутренние источники шума, сделав усилитель нешумящим. На входе же источник присутствует как таковой. Остается привести к нему шум с выхода, поделив его плотность на квадрат коэффициента передачи, который также легко измеряется.

Как правило, шум источника $e(t)$ – это шум Джонсона, обусловленный диссипацией электромагнитной энергии в его эквивалентном омическом сопротивлении R . Спектральная плотность шума такого источника определяется его температурой T : $e^2(f) = 4kTR$, где k – постоянная Больцмана. Тогда тот факт, что приведенный ко входу шум $e_n^2(f)$ превышает шум источника ($e_n^2(f) > 4kTR$), интерпретируют как кажущееся повышение температуры источника: $e_n^2(f) = 4kR(T + T_n)$. Это приводит к определению **шумовой температуры** усилителя T_n :

$$\frac{e_n^2}{e^2} = \frac{T + T_n}{T} = 1 + \frac{T_n}{T} \quad \rightarrow \quad T_n = T \left(\frac{e_n^2}{e^2} - 1 \right).$$

Шумовая температура усилителя T_n и его коэффициент шума K_n тесно связаны:

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2}{e^2} = 10 \lg \left(1 + \frac{T_n}{T} \right).$$

Оба эти параметра зависят от частоты – шум на выходе усилителя вовсе не обязан быть белым, да и коэффициент передачи усилителя, через который выходной шум проводится ко входу, частотно-зависим.

6. Задание

6.1. Приступая к работе

Исследования проводятся в режиме AC MicroCap (меню Analysis/AC). Для анализа шумовых свойств той или иной электронной схемы программе необходимо указать имя узла источника (поле Noise Input диалога Limits) и имя выходного узла (поле Noise Output).

Программа строит линеаризованную модель предъявленной схемы с учетом всех имеющихся в ней источников шумовых напряжений и токов и вычисляет спектральную плотность $n^2(f)$ шума в выходном узле. Результат этого вычисления доступен для анализа в виде встроенной функции $onoise(f) = \sqrt{n^2(f)} = n(f)$, которая описывает частотную зависимость эффективного значения спектральной плотности напряжения (*шумового напряжения в вольтах на корень из герца*).

Кроме того, программа вычисляет комплексный коэффициент передачи $K(jf)$ от источника до выхода и приводит найденную спектральную плотность выходного шума ко входу делением на квадрат модуля этого коэффициента: $e_n^2(f) = n^2(f)/|K(jf)|^2$. Частотная зависимость эффективного значения пересчитанной ко входу спектральной плотности доступна для анализа в виде функции $inoise(f) = \sqrt{e_n^2(f)} = e_n(f)$.

К узлу Noise Input исследуемой схемы может быть подключен источник напряжения или тока. В первом случае вычисляемый коэффициент передачи $K(jf)$ безразмерен (отношение двух напряжений) и пересчитанный на вход шум оказывается шумовым напряжением (*в вольтах на корень из герца*). Если же ко входу подключен источник тока, коэффициент передачи приобретает размерность сопротивления (*вольт на ампер*), а пересчитанный ко входу шум $inoise(f)$ оказывается шумовым током (*в амперах на корень из герца*).

При построении графиков функции $onoise(f)$, $inoise(f)$ можно использовать как сами по себе, так и в составе алгебраических выражений или в качестве аргументов других функций. Часто используется график

$$\text{sqrt}(SD(onoise ** 2)) = \left(\int_0^F onoise^2(f) df \right)^{1/2},$$

который дает зависимость уровня (эффективного значения) выходного шума в полосе $[0, F]$ от ширины этой полосы F .

При построении сразу нескольких графиков следует иметь в виду, что ссылаться на *onoise*, *inoise* должны **либо все** графики, **либо ни один**. Смешение не допускается, поскольку для анализа шумовых свойств и обычных частотных характеристик MicroCap применяет разные методы. Отменить вывод ненужного или запрещенного в данном режиме графика можно стиранием номера в поле *P* таблицы описания графиков диалога *Limits*.

6.2. Тепловой шум (Джонсона)

6.2.1. Первое знакомство

На выводах любого резистора R присутствует тепловой шум, обусловленный хаотическим движением носителей.

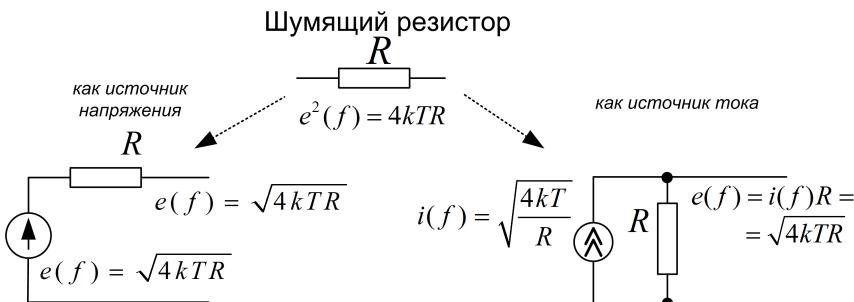


Рис. 8. Модели шумящего резистора

Шумящий резистор можно описать как источник шумового напряжения $e(f)$ со спектральной плотностью $e^2(f) = 4kTR$ или как источник шумового тока $i(f)$ со спектральной плотностью

$$i^2(f) = \frac{e^2(f)}{R^2} = \frac{4kT}{R}.$$

Здесь $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, а T – температура в градусах Кельвина. По умолчанию в MicroCap эта температура составляет 27°C или 300°K .

Плотность теплового шума постоянна в освоенном диапазоне частот, так что этот шум всегда рассматривают как белый. Для

резистора $R = 1\text{ k}$ шумовое напряжение $e(f) = \sqrt{4kTR}$ составляет около 4 nV на корень из герца, а шумовой ток $i(f) = \sqrt{4kT/R}$ – около 4 pA на корень из герца.

В тексте заданий приняты два соглашения:

1. Если требуется: «установить $\{E_s/ne\}$ », то в поле Noise Input диалога Limits надлежит установить имя узла E_s (*выбрать из списка*), а в поле Noise Output – имя узла ne (*набрать вручную*).
 2. Если требуется: «варьировать $R[1k, 7k|2k]$ », то следует заказать варьирование (диалог Stepping) параметра R (*из списка*) от From = 1k до To = 7k с шагом Step Value = 2k в линейном режиме (Linear). Запись $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$ задает варьирование R от 1k до 16k с множителем Step Value = 2 в режиме Log. Не забыть поставить переключатель Step It в положение Yes.
-

ЗАДАНИЕ 1.1 (файл model1_1)

1. Исследовать модель резистора как источника шумового напряжения. Для этого установить $\{E_s/ne\}$. Посмотреть графики шумовых напряжений на выходе и входе. (Они одинаковы, поскольку коэффициент передачи от входа до выхода равен единице.) Варьируя резистор $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$, изучить зависимость шумового напряжения от R . Убедиться в том, что шум растет как \sqrt{R} .

2. Подключить график корня из интеграла от спектральной плотности, поставив номер в поле P , и измерить эффективное напряжение (уровень) шума σ на выводах резисторов $R[1k, 16k|\text{Log } 2]$ и $R[1k, 1000k|\text{Log } 10]$ в полосе $F = 1\text{ MHz}$:

$$\sigma = \sqrt{\int_0^F n_e^2(f) df}.$$

3. Перейти к модели источника тока: $\{Is/ni\}$. Варьируя $R1[1k, 16k|\text{Log } 2]$, проверить, что с увеличением $R1$ шумовое напряжение растет как \sqrt{R} , а ток падает как $1/\sqrt{R}$.

Остановимся, чтобы осмыслить происходящее. То, что измеряется нами как шумовое напряжение e в нановольтах, на самом деле есть эффективное значение $e(f) = \sqrt{e^2(f)}$ спектральной плотности $e^2(f)$ шума, имеющее размерность нановольт на корень из герца. Чтобы измерить его в реальном эксперименте, следовало бы подключить к резистору фильтр с полосой Δf в окрестности f_0 и измерить среднюю мощность шума $P = e^2(f_0)\Delta f$ на его выходе. Тогда измеряемое нами шумовое напряжение можно будет оценить как $e(f_0) = \sqrt{P/\Delta f}$.

При первом знакомстве с формулой $4kTR$ для спектральной плотности теплового шума создается впечатление, что безумно большой резистор R шумит ужасно сильно. Все совершенно иначе. В электронных схемах резисторы с малым сопротивлением выступают в роли почти идеальных источников напряжения, а с большим – скорее в роли почти идеальных источников тока. При большом сопротивлении резистор дает исчезающе малый шумовой ток $\sqrt{\frac{4kT}{R}}$, а при малом – малое напряжение $\sqrt{4kTR}$. Так что вклад как слишком малых, так и слишком больших сопротивлений в общий баланс мощности шумов в схеме оказывается малозаметным.

6.2.2. Сложение шумов

При последовательном соединении двух шумящих резисторов R_1, R_2 их шумовые напряжения складываются по закону корня из суммы квадратов:

$$e(f) = \sqrt{4kTR_1 + 4kTR_2} = \sqrt{4kT(R_1 + R_2)}.$$

Поэтому последовательное соединение шумит так же, как один резистор с сопротивлением $R_1 + R_2$

При параллельном соединении складываются шумовые токи:

$$i(f) = \sqrt{\frac{4kT}{R_1} + \frac{4kT}{R_2}} = \sqrt{4kT\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \sqrt{\frac{4kT}{R_1 \parallel R_2}}.$$

Так что параллельное соединение двух резисторов шумит как один резистор с сопротивлением $R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

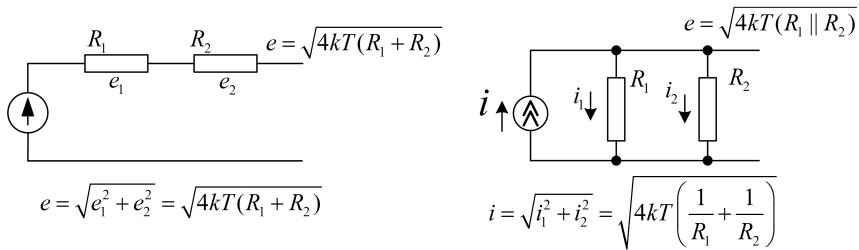


Рис. 9. Сложение тепловых шумов

ЗАДАНИЕ 1.2 (файл model1_2)

1. Изучить шумы в схеме с последовательным соединением резисторов: $\{Es/ne\}$. Проверить закон сложения шумовых напряжений, варьируя $R_1[0, 1k|1k]$, $R_2[0, 2k|2k]$. (Для ориентировки: $\sqrt{2} \simeq 1.4$, $\sqrt{3} \simeq 1.7$.)

2. Перейти к схеме с параллельным соединением: $\{Is/nI\}$. По графику i_{noise} проверить закон сложения шумовых токов, варьируя $R_3[1k, 100k|99k]$, $R_4[2k, 100k|98k]$.

Сложение шумовых характеристик по закону корня из суммы квадратов ($c = \sqrt{a^2 + b^2}$) эффективно маскирует слабый шум. К примеру, если $a = 1$, а $b = 0.1$, то c составляет всего лишь 1.005, что сильно уступает обычной сумме $a + b = 1.1$.

6.2.3. Шум в делителе напряжения

Шум на выходе n делителя напряжения на рис. 10 – это сумма шумов тепловых шумов e , и резисторов R_s , R :

$$n = \alpha e + \beta u; \quad \alpha = \frac{R}{R_s + R}; \quad \beta = \frac{R_s}{R_s + R}.$$

Поэтому шумовое напряжение в узле n составляет

$$n(f) = \sqrt{\alpha^2 e^2 + \beta^2 u^2} = \sqrt{\alpha^2 4kT R_s + \beta^2 4kT R} = \sqrt{4kT \frac{R_s R}{R_s + R}}.$$

Это вполне естественный результат – на выходе делителя наблюдается шум его выходного сопротивления $R_s || R$.

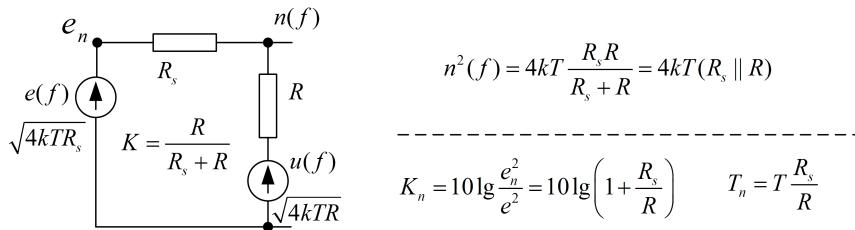


Рис. 10. Шумящий делитель напряжения

Приведем шум с выхода делителя к его входу делением спектральной плотности $n^2(f)$ выходного шума на квадрат коэффициента передачи $K = R/(R_s + R)$. Для плотности приведенного шума $e_n^2(f)$ найдем

$$e_n^2(f) = \frac{n^2(f)}{K^2} = 4kT \frac{R_s R}{R_s + R} \frac{(R_s + R)^2}{R^2} = 4kT R_s \left(1 + \frac{R_s}{R}\right).$$

Плотность приведенного шума превышает плотность $4kTR_s$ шума источника в $1 + R_s/R$ раз, что и определяет коэффициент шума делителя:

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 10 \lg \left(1 + \frac{R_s}{R}\right).$$

Факт превышения приведенной ко входу спектральной плотности над плотностью источника объясняют виртуальным повышением температуры источника на T_n :

$$e_n^2(f) = 4kT R_s \left(1 + \frac{R_s}{R}\right) = 4kR_s(T + T_n),$$

откуда и следует формула для шумовой температуры делителя напряжения: $T_n = T \frac{R_s}{R}$.

ЗАДАНИЕ 1.3 (файл model1_3)

1. Установить $\{e/n\}$. Измерить шумовое напряжение в узле n . Изучая зависимость приведенного ко входу напряжения e_n от $R[2k, 32k|\text{Log } 2]$, построить графики зависимости от R коэффициента шума K_n делителя и шумовой температуры T_n .

$$K_n = 10 \lg \frac{e_n^2}{4kTR_s}; \quad T_n = T \left(\frac{e_n^2}{4kTR_s} - 1 \right).$$

Для вычислений по этим формулам удобно пользоваться простым excel-калькулятором в файле calc.xls.

2. Исключить в схеме резистор R и установить вместо него нешумящий резистор H . (Нешумящий резистор реализован как управляемый током источник напряжения. Коэффициент пересчета тока в напряжение задается в поле Value источника и определяет его сопротивление в омах). Измерить шумовое напряжение в узле n . Убедиться в том, что делитель с нешумящим резистором не ухудшает отношение сигнал/шум: ($K_n = T_n = 0$).

Уже при коэффициенте ослабления сигнала, равном 2, коэффициент шума делителя составляет 3 dB. Это очень серьезное ухудшение отношения сигнал/шум. Значения коэффициентов шума хороших малошумящих усилителей измеряются в долях dB. Присутствие делителей в схемах малошумящих усилительных каскадов крайне нежелательно.

6.3. Дробовой шум (Шоттки)

Дробовой шум (шум Шоттки) – это шум дождя по крыше. Он возникает, когда поток носителей преодолевает потенциальный барьер. Тогда оказывается, что число носителей, прошедших через барьер за установленное время, то есть ток в цепи, содержит случайную компоненту. В электронных схемах этот шум чаще всего бывает вызван прохождением тока через $p-n$ -переход (полупроводниковый диод).

Спектральная плотность дробового шума определяется постоянной составляющей протекающего по барьеру тока I_0 и выражается формулой Шоттки: $i^2(f) = 2qI_0$, где $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ – заряд электрона. Так, при $I_0 = 1 \text{ mA}$ эффективное значение спектральной плотности дробового тока составляет $i(f) = \sqrt{2qI_0} = 17.9 \text{ pA}$ на корень из герца, то есть что-то около 18 pA. С увеличением I_0 шумовой ток растет как $\sqrt{I_0}$.

Дробовой ток диода, рис. 11, не так просто наблюдать. Дело в том, что встроенный в диод источник шумового тока оказывается шунтированным малым дифференциальным сопротивлением $p-n$ -перехода $r_d = U_T/I_0$, $U_T = \frac{kT}{q} \simeq 25 \text{ mV}$, так что шумовой

ток замыкается внутри диода на сопротивление r_d . Чтобы «вызволить» шумовой ток из внутреннего плены, нужно подключить параллельно диоду сопротивление, значительно меньшее r_d . Но тогда ток будет протекать по этому сопротивлению, не создавая заметного напряжения на нем.

Резистор r_d не связан с диссипацией электромагнитной энергии – это просто производная от напряжения на диоде по току через него. Поэтому теплового шума он не порождает.

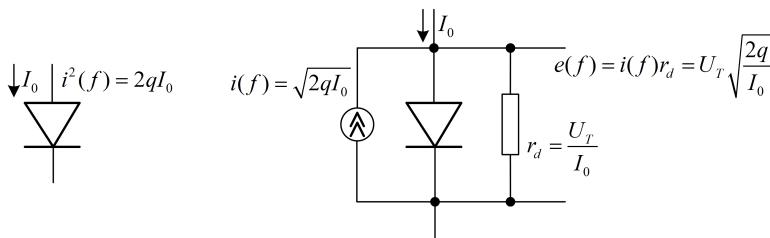


Рис. 11. Дробовой шум диода

Протекая по сопротивлению $p-n$ -перехода r_d шумовой ток создает на диоде шумовое напряжение

$$e(f) = i(f)r_d = \sqrt{2qI_0} \frac{U_T}{I_0} = \sqrt{4qU_T \frac{U_T}{2I_0}} = \sqrt{4kT \frac{U_T}{2I_0}},$$

которое убывает с ростом I_0 как $1/\sqrt{I_0}$.

Шумовое напряжение становится большим в области малых токов I_0 , там, где сопротивление диода велико. Это явление используют для реализации источников шума. В схемах таких источников применяют зенеровский диод (стабилитрон) в режиме пробоя при малом значении тока.

ЗАДАНИЕ 2 (файл model2)

1. Схема для измерения дробового тока проста: постоянная составляющая тока через диод задается источником тока I_0 , шумовой же ток диода замыкается через «бесконечную» емкость на нулевое сопротивление преобразователя тока в напряжение H . Коэффициент преобразования выбран равным 1, так что 1 pA тока отвечает 1 pV напряжения на выходе.

Установить $\{I_0/s\}$. Наблюдая шум в узле s , изучить зависимость дробового тока от I_0 в области микротоков $I_0[1u, 1m|\text{Log } 10]$ и в области умеренных токов $I_0[1m, 32m|\text{Log } 2]$. Проверить выполнение закона $\sqrt{I_0}$. Повторить измерения для режима пробоя диода, перевернув его «вверх ногами». Измерить напряжение пробоя диода.

2. Схема для исследования шумового напряжения на диоде похожа. Только теперь выход e снимается непосредственно с диода. Источник гармонического сигнала E_s используется при измерении коэффициента передачи K от входа E_s до выхода e .

Установить $\{Es/e\}$. Измерить значения дифференциального сопротивления диода r_d при значениях $I_1[1u, 1m|\text{Log } 10]$. Для этого установить $C_2 = 1$ («бесконечная» емкость) и, наблюдая график $K = v(e)/v(Es)$, оценивать коэффициент передачи $K = r_d/(R_1 + r_d)$. Целесообразно сохранять значения K малыми, добиваясь этого увеличением R_1 . Тогда значения r_d можно будет оценивать просто как $r_d \simeq KR_1$.

3. Установить нулевое значение емкости C_2 с тем, чтобы исключить протекание шумового тока диода по цепи R_1 . Измерить уровни шумового напряжения $e(f)$ для значений $I_1[1u, 10m|\text{Log } 10]$. По результатам измерений проверить выполнение равенства $e(f) = i(f)r_d$ при $I_1[1u, 10m|\text{Log } 10]$.

4. Установить диод в режим пробоя и исследовать уровни шумового напряжения на нем в области микротоков ($I_1 < 100 \text{ nA}$). Выяснить, насколько высокое значение шумового напряжения можно получить снижением тока I_1 при сохранении полосы шума не хуже 100 kHz ? Каким окажется при этом уровень шума σ ?

6.4. Фильтрация шумов

Спектральная плотность $n^2(f)$ шума на выходе фильтра – это произведение плотности $e^2(f)$ шума на входе на квадрат модуля комплексного коэффициента передачи фильтра:

$$n^2(f) = |K(jf)|^2 e^2(f).$$

Мощность $P = \sigma^2$ шума на выходе, равная квадрату его уровня σ , – это интеграл от спектральной плотности:

$$P = \int_0^\infty |K(jf)|^2 e^2(f) df.$$

Если шум на входе белый, то его плотность постоянна: $e^2(f) = N_0$ (для резистора $N_0 = 4kTR$). Мощность такого шума на выходе фильтра можно найти, умножая плотность N_0 на квадрат модуля коэффициента передачи фильтра в максимуме K_0 и на шумовую полосу фильтра F_n :

$$P = N_0 K_0^2 \int_0^\infty \left| \frac{K(jf)}{K_0} \right|^2 df = N_0 K_0^2 F_n.$$

Для интегрирующей цепи на рис. 12а с коэффициентом передачи $K(jf) = \frac{1}{1+jf/f_h}$, ($K_0 = 1$), шумовая полоса составляет:

$$F_n = \int_0^\infty \frac{df}{1 + (f/f_h)^2} = f_h \int_0^\infty \frac{dx}{1 + x^2} = f_h \arctg(x) \Big|_0^\infty = \frac{\pi}{2} f_h.$$

Это в $\pi/2$ раз шире верхней частоты f_h интегрирующей цепи по уровню $1/\sqrt{2} = -3 dB$.

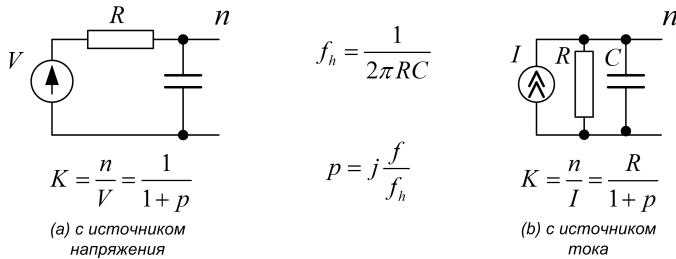


Рис. 12. Интегрирующие цепи

Если источником входного шума является шум резистора с плотностью $4kTR$, то мощность шума на выходе интегрирующей цепи составляет

$$P = u^2 = 4kTRF_n = 4kTR \frac{\pi}{2} \frac{1}{2\pi RC} = \frac{kT}{C}.$$

Это отвечает равенству средней запасенной в конденсаторе энергии средней энергии на степень свободы при термодинамическом равновесии: $\frac{Cu^2}{2} = \frac{kT}{2}$.

Отличие интегрирующей цепи с источником тока, рис. 12б, только в том, что коэффициент передачи размерный со значением $K_0 = R$ в нуле. Мощность шума на выходе этой цепи оказывается той же:

$$P = i^2(f)R^2F_n = \frac{4kT}{R}R^2F_n = 4kTRF_n = \frac{kT}{C}.$$

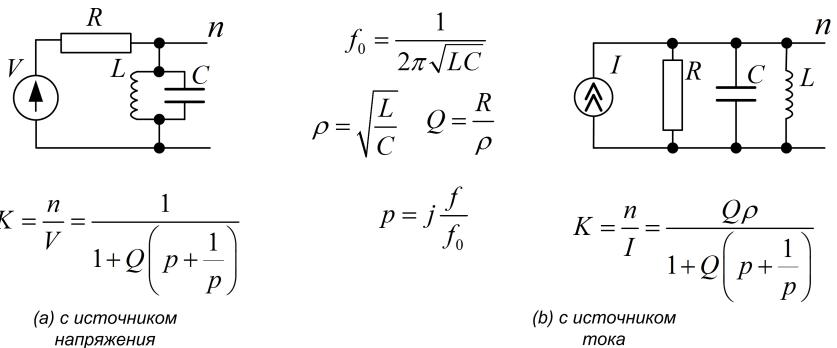


Рис. 13. Полосовые фильтры на параллельном контуре

Для полосового фильтра на рис. 13а шумовую полосу найдем, воспользовавшись линейным приближением для обобщенной расстройки $a(f)$ в окрестности резонанса

$$a(f) = Q \left(p + \frac{1}{p} \right) = jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \simeq j2Q \frac{\Delta f}{f_0}; \quad f = f_0 + \Delta f.$$

Положив $\Delta f = v$ и приняв, что интегралы по частотам, лежащим выше и ниже f_0 , совпадают, найдем

$$F_n = 2 \int_0^\infty \frac{dv}{1 + |a(v)|^2} = 2 \int_0^\infty \frac{dv}{1 + 4Q^2 \frac{v^2}{f_0^2}} = \frac{\pi f_0}{2 Q}.$$

Это в $\pi/2$ раз шире двухсторонней полосы контура f_0/Q по уровню $1/\sqrt{2}$. Забавно, что полученная здесь приближенным методом формула для шумовой полосы на самом деле точна.

Как видно из рис. 13б, коэффициент передачи фильтра с источником тока отличается только множителем $Q\rho$, который имеет смысл сопротивления контура на резонансной частоте. Оценим мощность шума на выходе этого фильтра:

$$u^2 = i^2(Q\rho)^2 F_n = \frac{4kT}{R}(Q\rho)^2 \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{Q} = \frac{kT}{C}.$$

Последнее равенство каждый может проверить самостоятельно. В порядке несложного упражнения можете также убедиться в том, что средний квадрат шумового тока в индуктивности $i = n/\rho$ составляет $i^2 = \frac{kT}{L}$, что согласуется с условием: $\frac{Li^2}{2} = \frac{kT}{2}$.

ЗАДАНИЕ 3 (файл model3)

3.1. Установить $\{V1/n1\}$ (интегрирующая цепь)

- * По графику $v(n1)/v(V1)$ оценить граничную частоту f_h .
- * Переключиться на шумовые графики. Измерить шумовое напряжение n_1 в полосе пропускания и уровень σ шума на выходе. Проверить, что $\sigma = n_1\sqrt{F_n} = \sqrt{kT/C}$, где $F_n = \frac{\pi}{2}f_h$.
 - * Варьировать $R_1[2k, 16k|4k]$. Снять зависимость шумового напряжения n_1 от R_1 . Почему уровень σ шума на выходе не зависит от R_1 ?
 - * Варьировать $C_1[0.8n, 2.4n|0.4n]$. Теперь не изменяется n_1 , но изменяется σ . Снять зависимость уровня шума σ от емкости.

3.2. Установить $\{V2/n2\}$ (полосовой LC-фильтр)

- * По графику $v(n2)/v(V2)$ оценить резонансную частоту f_0 и полосу Δf по уровню 0,7. Оценить добротность $Q = f_0/\Delta f$.
 - * Переключиться на шумовые графики. Измерить шумовое напряжение n_2 в точке f_0 и уровень σ шума на выходе. (Шум резистора 6.3к составляет около 10 нВ). Проверить, что $\sigma = n_2\sqrt{F_n} = \sqrt{kT/C}$, где $F_n = \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{Q}$.
 - * Варьировать $R_2[2.3k, 10.3k|4k]$. Снять зависимость шумового напряжения $n_2(f_0)$ от R_2 . Почему уровень шума σ не зависит от R_2 ?

* Варьировать $C_2[0.75n, 1.75n|0.5n]$. При изменении емкости меняется частота резонанса, но шумовое напряжение n_2 на этой частоте остается неизменным. Снять зависимость от емкости уровня σ шума на выходе.

* Варьировать $L_2[1m, 3m|1m]$. Убедиться в том, что при изменении индуктивности сохраняются как шумовое напряжение на частоте резонанса, так и уровень σ на выходе. Почему уровень шума на выходе зависит от емкости, но не зависит от индуктивности?

3.3. Установить $\{V3/n3\}$. (LC -фильтр нижних частот)

$$K(p) = \frac{1}{p^2 + 2\delta p + 1}, p = \frac{jf}{f_0}; f_0 = 100\text{ }k, \rho = 1260, Q = \frac{1}{2\delta} = 5.$$

* Измерить шумовое напряжение n_3 в максимуме при f_0 и на частоте $f_0/10$. Как измеренные значения соотносятся с шумовым напряжением 2 нВ резистора 250 Ом? Измерить уровень σ шума на выходе. Оценить шумовую полосу F_n и провести формулу: $F_n = \frac{\pi f_0}{2Q}$.

* Варьируя $R_3[100, 400|150]$, $C_3[0.75n, 1.75n|0.5n]$ и $L_3[1m, 3m|1m]$, фиксировать зависимости $n_3(f_0)$, $n_3(f_0/10)$ и σ от изменяемых параметров.

3.4. Установить $\{V4/n4\}$. (LC -фильтр верхних частот $K(p) = \frac{p^2}{p^2 + 2\delta p + 1}$ с параметрами пункта 3)

* Измерить шумовое напряжение n_4 в максимуме при f_0 и на частоте $10f_0$. Как измеренные значения соотносятся с шумовым напряжением 2 нВ резистора 250 Ом? Измерить уровень σ шума на выходе в полосе 1 МГц.

* Варьируя $R_4[100, 400|150]$, $C_4[0.75n, 1.75n|0.5n]$ и $L_4[1m, 3m|1m]$, фиксировать зависимости $n_4(f_0)$, $n_4(10f_0)$ и σ от изменяемых параметров.

6.5. Шумящие фильтры

В исследуемых здесь фильтрах шум на выходе – это результат сложения шума источника сигнала с шумом дополнительного внутреннего источника. Частотная зависимость плотности шума на выходе при этом уже не повторяет форму квадрата модуля коэффициента передачи. Поэтому коэффициент шума оказывается отличным от нуля и зависящим от частоты.

6.5.1. Полосовой LC-фильтр

В представленных на рис. 14 обозначениях коэффициенты передачи K_1, K_2 от источников e_1, e_2 до выхода n имеют вид:

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{1/2}{1 + a(f)} = \frac{1/2}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}; \quad K_2 = \frac{n}{e_2} = \frac{1/2 + a(f)}{1 + a(f)}.$$

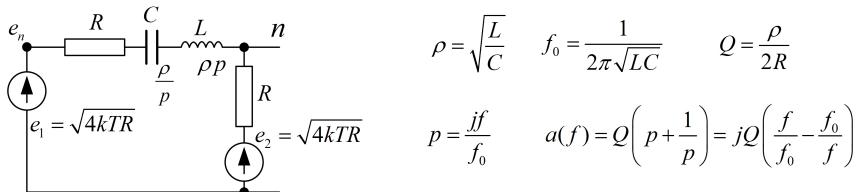


Рис. 14. Полосовой LC фильтр

Шумовое напряжение в узле n есть сумма шумов, создаваемых одним и другим резисторами:

$$n(f) = \sqrt{4kTR|K_1|^2 + 4kTR|K_2|^2} = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{1/2 + |a|^2}{1 + |a|^2}}.$$

Приведенное ко входу шумовое напряжение составляет

$$e_n(f) = \frac{n(f)}{|K_1|} = \sqrt{4kTR} \sqrt{(2 + 4|a|^2)},$$

что дает следующее выражение для коэффициента шума:

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 20 \lg \sqrt{(2 + 4|a|^2)} = 10 \lg \left(2 + 4Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 \right).$$

На частоте резонанса сопротивление последовательной LC-цепи становится нулевым. Тогда шум на выходе определяется параллельным соединением двух резисторов R . Вдали от резонанса высокий импеданс LC-цепи «изолирует» второй резистор от первого. Шум на выходе при этом увеличивается до шума e_2 одного резистора R . Коэффициент же передачи максимальен на резонансной частоте и быстро падает при уходе от

нее. Поэтому коэффициент шума минимален в точке резонанса, оказываясь равным здесь коэффициенту шума делителя напряжения, и быстро растет при удалении от резонанса.

ЗАДАНИЕ 4.1 (файл model4)

Установить $\{n1/V1\}$: фильтр 1 с параметрами:

$$f_0 = 100 \text{ kHz}, \rho = 1260, Q = 3.$$

* Подключив график $v(n1)/v(V1)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициент передачи при резонансе. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе $n1$. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 210Ω составляет 1.7 nV). Зафиксировать уровни шумового напряжения на частотах $f_0, f_0/10$. Проверить закон суммирования шумовых напряжений, вносимых резисторами R_{s1} и R_1 . Для этого, заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением $H1$, измерять вклад оставшегося резистора на частотах $f_0, f_0/10$.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах $f_0, f_0/10$.

6.5.2. Полосовой RC-фильтр

В обозначениях на рис. 15 для коэффициентов передачи K_1, K_2 найдем

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{1}{3 + a(f)}; \quad K_2 = \frac{n}{e_2} = \frac{2 + 1/p}{3 + a(f)};$$

Шумовое напряжение в узле n приводится к виду

$$n(f) = \sqrt{4kTR|K_1|^2 + 4kTR|K_2|^2} = \sqrt{4kTR} \frac{\sqrt{5 + 1/p^2}}{|3 + a|}.$$

Откуда для приведенного ко входу напряжения e_n и коэффициента шума K_n находим

$$e_n(f) = \frac{n(f)}{|K_1|} = \sqrt{4kTR}\sqrt{5 + 1/|p|^2},$$

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 20 \lg \sqrt{5 + 1/|p|^2} = 10 \lg \left(5 + \left(\frac{f_0}{f} \right)^2 \right).$$

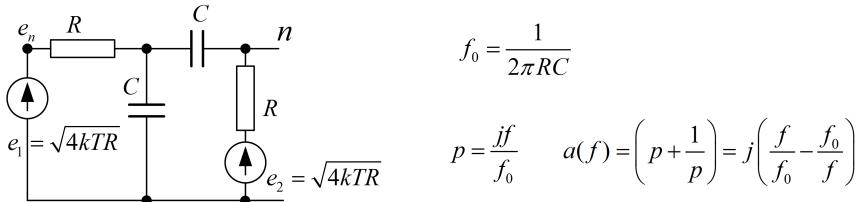


Рис. 15. Полосовой RC фильтр

На низких частотах емкостной импеданс велик и шум на выходе – это шум e_2 одного резистора R . На высоких частотах малый импеданс емкостей эффективно «закорачивает» выход, делая выходной шум малым. Коэффициент передачи имеет максимум на частоте f_0 . Спад коэффициента передачи на низких частотах при постоянстве уровня шума на выходе обеспечивает резкий рост коэффициента шума.

ЗАДАНИЕ 4.2(файл model4)

Установить $\{n2/V2\}$: фильтр 2 с $f_0 = 50 kHz$.

* Подключив график $v(n2)/v(V1)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициент передачи при резонансе. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе n2. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 3к составляет около 7 нВ). Измерить уровень шумового напряжения на частотах f_0 , $10f_0$. Заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением H1, оценить вклад

ды шумов резисторов R_{s2} и R_2 в шумовое напряжение на частотах f_0 , $10f_0$ и в уровень шума на выходе.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах f_0 , $f_0/10$, $f_0/100$.

6.5.3. LC-фильтр нижних частот

В обозначениях рис. 16 коэффициент передачи K_1 от источника e_1 до n имеет вид

$$K_1 = \frac{n}{e_1} = \frac{\gamma + \alpha p}{p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma}.$$

Это фильтр нижних частот с коэффициентом передачи $K_1(0) = \frac{\gamma}{1+\gamma} = \frac{r}{r+R}$ на нулевой частоте, нулевой передачей в бесконечности и выбросом при $f = f_0$, то есть при $p = j\frac{f}{f_0} = j$. Значение коэффициента передачи в максимуме составляет

$$|K_1(f_0)| = \sqrt{\frac{\gamma^2 + \alpha^2}{\gamma^2 + 4\delta^2}}.$$

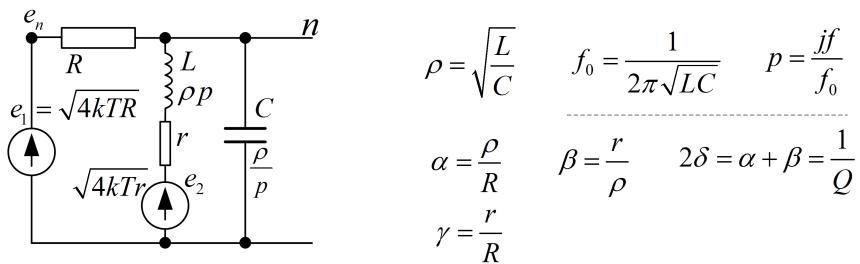


Рис. 16. LC-фильтр нижних частот

Коэффициент передачи K_2 от источника e_2 до выхода n также задает фильтр нижних частот:

$$K_2 = \frac{1}{p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma}; \quad |K_2(0)| = \frac{R}{r + R}, \quad |K_2(f_0)| = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + 4\delta^2}}.$$

Шумовое напряжение в узле n – это результат сложения шумов резисторов R, r :

$$n(f) = \sqrt{4kT} \sqrt{|K_1|^2 R + |K_2|^2 r} = \sqrt{4kTR} \frac{\sqrt{\gamma + \gamma^2 + \alpha^2|p|^2}}{|p^2 + 2\delta p + 1 + \gamma|}.$$

Приведенное ко входу шумовое напряжение определяется делением на $|K_1|$:

$$e_n(f) = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{\gamma + \gamma^2 + \alpha^2 p^2}{\gamma^2 + \alpha^2 |p|^2}} = \sqrt{4kTR} \sqrt{1 + \left(\frac{r}{R} + \frac{\rho^2}{rR} |p|^2\right)^{-1}},$$

что дает следующее выражение для коэффициента шума:

$$K_n = 20 \lg \frac{e_n(f)}{\sqrt{4kTR}} = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{r}{R} + \frac{\rho^2}{rR} f^2 \right)^{-1} \right].$$

На низких частотах индуктивный импеданс мал, а емкостный велик. При этом шум на выходе создается параллельным соединением $r||R$ и отличен от нуля. С учетом малости коэффициента передачи это приводит к высокому уровню коэффициента шума. На высоких частотах большой индуктивный импеданс эффективно «отключает» резистор r . Получается обычная интегрирующая RC -цепь с нулевым коэффициентом шума. Таким образом, в фильтре на параллельном контуре с омическим сопротивлением индуктивности r обнаруживается рост коэффициента шума на частотах ниже резонанса.

ЗАДАНИЕ 4.3(файл model4)

Установить {n3/V3}: фильтр 3 с параметрами:

$$f_0 = 100 \text{ } k; \rho = 1.26 \text{ } k; \alpha = \beta = \delta = 0.17; Q = 3; \gamma = 0.028; \frac{\rho^2}{rR} = 1.$$

* Подключив график $v(n3)/v(V3)$, снять АЧХ фильтра. Измерить резонансную частоту f_0 , полосу по уровню 0,7 и коэффициенты передачи на резонансной и нулевой частотах. Убедиться в совпадении результатов с теорией.

* Проанализировать график шумового напряжения на выходе п3. Объяснить его форму (шумовое напряжение резистора в 210 Ом составляет около 1.7 нВ). Измерить уровни шумового напряжения на частотах f_0 , $f_0/100$. Заменяя поочередно первый и второй резисторы нешумящим сопротивлением $H1$, оценить вклады шумов резисторов R_{s3} и R_3 в шумовое напряжение на частотах f_0 , $f_0/100$ и в уровень шума на выходе.

* По графику приведенного ко входу шума оценить значения коэффициента шума на частотах f_0 , $10f_0$, $f_0/100$.

6.6. Шумы в усилителе на биполярном транзисторе

Шумовая эквивалентная схема усилителя на биполярном транзисторе показана на рис. 17. Основной вклад в баланс шумов транзистора вносит цепь базы. Источниками шумов в ней являются тепловой шум объемного сопротивления базы $u = \sqrt{4kT r_b}$ и дробовой шум $p-n$ -перехода база-эмиттер $i = \sqrt{2qI_b}$. Совокупное действие этих факторов создает шумовой базовый ток i_b , который, после усиления в h_{21} раз, и дает основную компоненту шумового коллекторного тока i_c . Шумы, созданные дробовым током коллекторного перехода ($\sqrt{2qI_c}$) и сопротивлением нагрузки ($\sqrt{4kT/R_c}$), обычно мало заметны.

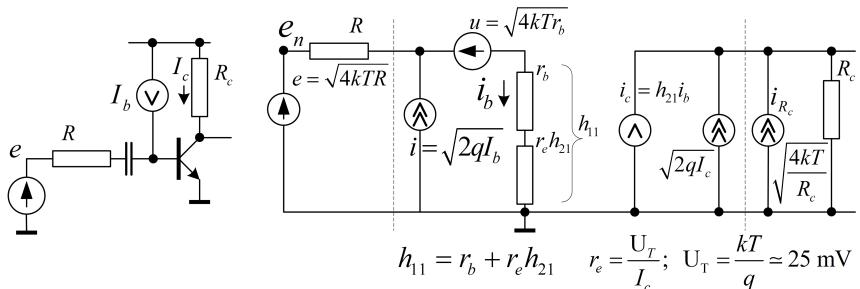


Рис. 17. Шумовая схема усилителя

При больших сопротивлениях источника сигнала ($R \rightarrow \infty$) весь дробовой ток базы i протекает по переходу база-эмиттер. Шумовой коллекторный ток достигает при этом наибольшего значения

$$i_c = h_{21}i_b = h_{21}i = \sqrt{2qI_b h_{21}^2} = \sqrt{2qI_c h_{21}},$$

которое в $\sqrt{h_{21}}$ раз превышает дробовую компоненту коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$.

При $R \rightarrow 0$ дробовой ток базы замыкается на нулевое сопротивление источника. Шумовой базовый ток создается при этом только шумовым напряжением u объемного сопротивления базы: $i_b \simeq \sqrt{4kTr_b}/(r_e h_{21})$. Усиление этого тока дает шумовой коллекторный ток:

$$i_c = h_{21}i_b = \sqrt{\frac{4kTr_b}{r_e^2}} = \sqrt{\frac{4(U_T q)r_b}{U_T^2/I_c^2}} = \sqrt{2qI_c} \sqrt{\frac{2r_b I_c}{U_T}},$$

где $U_T = \frac{kT}{q} \simeq 25 \text{ мВ}$ – тепловой потенциал, а $r_e = \frac{U_T}{I_c}$. В этом режиме вклад тока базы в шум тока коллектора оказывается сравнимым с дробовой составляющей коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$.

С увеличением R вклад шума объемного сопротивления базы снижается, а вклад дробового шума тока базы возрастает.

Вклад i_{R_c} теплового шума сопротивления нагрузки R_c сильно уступает дробовой составляющей коллекторного тока $\sqrt{2qI_c}$:

$$i_{R_c} = \sqrt{\frac{4kT}{R_c}} = \sqrt{\frac{4U_T q}{R_c} \frac{I_c}{I_c}} = \sqrt{2qI_c} \sqrt{\frac{2U_T}{I_c R_c}}.$$

Согласно этой оценке, вклад теплового шума оказывается сравнимым с $\sqrt{2qI_c}$, только когда постоянная составляющая $I_c R_c$ напряжения на сопротивлении нагрузки составляет порядка $2U_T = 50 \text{ мВ}$. Обычно она намного больше.

Коэффициент шума усилителя на биполярном транзисторе сильно зависит от величины сопротивления источника сигнала R . Обратимся к рис. 17. Ток базы i_b определяется совместным действием трех факторов – источника e , напряжения u и тока i :

$$i_b = \frac{e}{R + h_{11}} + \frac{u}{R + h_{11}} + i \frac{R}{R + h_{11}}.$$

Спектральную плотность этого шума найдем как взвешенную сумму плотностей трех источников с весами, равными квадратам коэффициентов передачи:

$$i_b^2(f) = \frac{e^2(f) + u^2(f) + R^2 i^2(f)}{(R + h_{11})^2}.$$

Приведем эту плотность ко входу e_n , поделив ее на квадрат коэффициента передачи $K = \frac{1}{R+h_{11}}$ от входа e_n до тока базы i_b :

$$e_n^2 = \frac{i_b^2}{K^2} = e^2 + u^2 + R^2 i^2 = 4kTR + u^2 + R^2 i^2 = 4kR(T + T_n).$$

Для шумовой температуры усилителя это дает:

$$T_n = \frac{1}{4k} \left(\frac{u^2}{R} + i^2 R \right).$$

Минимум шумовой температуры, а вместе с ней и коэффициента шума $K_n = 10 \lg(1 + T_n/T)$ достигается при

$$R = R_n = \sqrt{\frac{u^2}{i^2}} = \sqrt{\frac{4kTrb}{2qI_b}} = r_b \sqrt{\frac{2U_T}{I_b r_b}}.$$

Величину R_n , равную отношению шумового напряжения к шумовому току, называют **шумовым сопротивлением** усилителя. Оптимум по коэффициенту шума достигается, когда сопротивление источника равно шумовому сопротивлению.

Шумовое сопротивление усилителя на биполярном транзисторе растет с уменьшением режимного тока I_c . При обычных токах коллектора в единицы mA оно находится где-то в области сотен Ω . Поэтому малошумящие усилители на биполярных транзисторах обычно работают в области микротоков.

ЗАДАНИЕ 5(файл model5)

Согласовать с преподавателем начальное значение коллекторного тока транзистора из диапазона $I_c = [50 \mu A, 2 mA]$ и объемное сопротивление базы $r_b = [25, 200 \Omega]$.

1. В схеме измерения шумового коллекторного тока транзистора источник I_1 задает начальный ток базы. Управляемый источник H_s моделирует нешумящее сопротивление источника сигнала. Шумовой коллекторный ток преобразуется в измеряемое напряжение i управляемым источником H с единичным коэффициентом передачи: $1 \text{ pV}/1 \text{ pA}$.

* Установить $\{E_1/i\}$. Задать начальный ток коллектора $I_c = 1 \text{ mA}$, установив $I_1 = 13.5 \mu A$. По графику $v(i)/i(E1)$ оценить значение коэффициента передачи тока h_{21} .

* Обнулить объемное сопротивление базы транзистора $Q1$ (параметр RB). Снять зависимость шумового тока коллектора $i(f)$ от сопротивления источника, варьируя $H_s[10, 1000k|\text{Log } 10]$. Обнулить сопротивление источника ($H_s = 0$). Снять зависимость шумового тока от объемного сопротивления базы, варьируя $RB[0, 100|25]$. (При $I_c = 1 \text{ mA}$ дробовой ток коллекторного перехода $\sqrt{2qI_c}$ составляет примерно 18 pA .)

* Повторить измерения при токе $I_c = 0.1 \text{ mA}$ ($I_1 = 1.83 \text{ uA}$). Сравнить и объяснить результаты всех измерений.

2. Перейти к схеме анализа коэффициента шума усилителя.

* Установить заданное значение $r_b(RB)$ транзистора $Q2$. Установить заданное значение I_c выбором резистора R_b . Выбрать резистор R_c так, чтобы падение напряжения I_cR_c на нем составляло около 5 V .

* Установить $\{E_2/n\}$. Изучая зависимость коэффициента шума усилителя от сопротивления источника сигнала R , найти значение $R = R_n$, при котором этот коэффициент принимает минимальное значение. Получить оценки минимального значения коэффициента шума K_n , шумовой температуры T_n и шумового сопротивления R_n усилителя.

Коэффициент шума вычислять по измеренному приведенному ко входу шумовому напряжению $e_n(f)$ (график *inoise*), пользуясь *excel-калькулятором*. Поиск минимума потребует некоторых усилий. Стоит начать с варьирования R в логарифмическом режиме с тем, чтобы обнаружить примерное положение минимума. Затем его можно уточнить, применив линейное варьирование R в окрестности минимума.

* Установить сопротивление источника равным шумовому ($R = R_n$) и оценить уровень σ шума на выходе усилителя.

Наличие оптимума по сопротивлению R источника сигнала – это общее правило: коэффициент шума любого шумящего усилителя растет как в области малых, так и в области больших сопротивлений источника, принимая минимальное значение где-то посередине.

В самом деле, при малых R (почти короткое замыкание на выходе) источник порождает малое шумовое напряжение, а при

больших (почти холостой ход) – малый шумовой ток. В обоих случаях вклад шума источника в общий баланс шумов на выходе усилителя становится ничтожным, так что зависимость уровня шума на выходе от R практически исчезает.

С ростом сопротивления источника R коэффициент передачи от источника до выхода усилителя падает примерно как $1/R$. Плотность пересчитанного ко входу шума e_n^2 растет при этом квадратично как R^2 , в то время как плотность собственного шума источника $e^2 = 4kTR$ растет лишь линейно по R , так что отношение e_n^2/e^2 линейно нарастает с увеличением R , что и обеспечивает рост коэффициента шума.

В области малых сопротивлений усиление практически не зависит от R , так что плотность приведенного шума e_n^2 также оказывается почти постоянной. Собственный же шум источника $e^2 = 4kTR$ падает вместе с R . Этот спад и дает рост отношения e_n^2/e^2 как $1/R$ при $R \rightarrow 0$.

6.7. Шумы в усилителе на полевом транзисторе

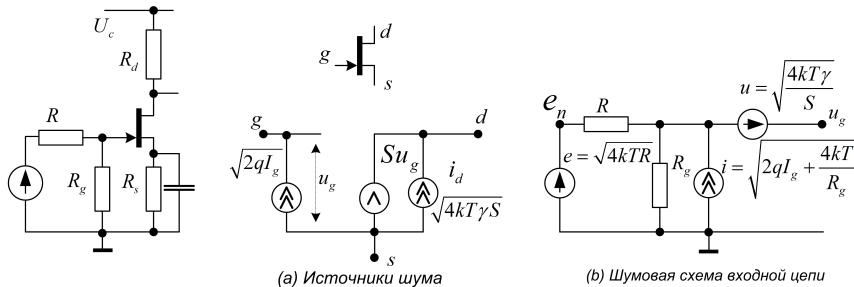


Рис. 18. Шумовые модели

Основной источник шума полевого транзистора, рис. 18а, – это тепловой шум канала со спектральной плотностью $i_d^2(f) = 4kT\gamma S$, где S – крутизна транзистора (mA/V), а γ – поправочный коэффициент, значение которого зависит от начального режима и составляет порядка 0.66. Канал транзистора шумит как резистор с небольшим сопротивлением $1/S \simeq 500 \Omega$.

На низких частотах к белому тепловому шуму канала добавляется фликкер-шум со спектральной плотностью $1/f$. На частотах ниже 1 kHz фликкер-шум заметно превалирует над тепловым шумом. Присутствует также дробовой шум затвора – шум обратно смещенного управляющего $p-n$ -перехода с плотностью $2qI_g$, где I_g – ток утечки затвора. Обычно он пренебрежимо мал по сравнению с тепловым шумом внешнего резистора R_g утечки затвора.

В схеме усилителя к шумовому току канала добавляется шумовой ток сопротивления нагрузки R_d с плотностью $\frac{4kT}{R_d}$. Этот шум меньше шума канала $4kT\gamma S$ примерно в коэффициент усиления $SR_d \gg 1$ раз, так что его можно игнорировать.

При анализе шумов в усилителе шум тока канала приводят ко входу делением его спектральной плотности на квадрат крутизны транзистора. В результате во входной цепи появляется источник шумового напряжения u со спектральной плотностью $u^2(f) = \frac{4kT\gamma}{S}$, рис. 18b. Кроме того, во входной цепи присутствует источник шумового тока i , который объединяет в себе тепловой шум сопротивления утечки R_g и дробовой ток затвора.

В схеме на рис. 18b напряжение u_g на затворе теперь уже нешумящего транзистора создается тремя факторами: напряжением u , источником e и током i . Спектральная плотность этого шума составляет

$$u_g^2(f) = u^2(f) + \alpha^2 e^2(f) + \alpha^2 i^2(f) R^2, \quad \alpha = \frac{R_g}{R_g + R}.$$

Приведем шум $u_g^2(f)$ ко входу e_n , поделив его на квадрат коэффициента передачи α , и найдем отношение плотности приведенного шума к шуму источника $e^2(f) = 4kTR$. Получим

$$\frac{e_n^2(f)}{e^2(f)} = 1 + \frac{1}{4kT} \left\{ i^2(f)R + \frac{u^2(f)}{R} \left(1 + \frac{R}{R_g} \right)^2 \right\}.$$

Минимизация этого выражения по R приводит к следующему выражению для шумового сопротивления усилителя (при нулевом значении тока утечки затвора I_g):

$$R_n = \sqrt{\frac{\gamma R_g}{S}} \left(1 + \frac{\gamma}{SR_g} \right)^{-1/2} \simeq \sqrt{\frac{\gamma R_g}{S}}.$$

ЗАДАНИЕ 6(файл model6)

Согласовать с преподавателем значение напряжения смещения из ряда $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$ и сопротивление утечки затвора $R_g[1, 50|1 \text{ Meg}]$.

1. Установить $\{V/i\}$ (схема исследования шумового тока).

* Установить заданное значение U_p . Оценить начальное значение тока канала I_d . По графику $v(i)/v(V)$, варьируя $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$, исследовать зависимость крутизны транзистора $S (\text{mA/V})$ от U_p . Вычислить сопротивление $1/S$ для заданного значения U_p .

* Снять зависимость шумового тока канала $i_d (\text{pA})$ от $U_p[0.2, 2|0.2 \text{ V}]$. Для заданного U_p вычислить значение

$$\gamma = \frac{i_d^2}{4kTS} = \frac{(i_d[\text{pA}])^2(1/S)[\text{kOm}]}{16.5}.$$

* Подключить резистор $R_g = 1 \text{ Meg}$. Снять зависимость i_d от нешумящего сопротивления источника $H[0, 2 \text{ Meg}|0.5 \text{ Meg}]$. Объяснить наблюдаемый уровень шумового тока при $H = 1 \text{ Meg}$.

2. Установить $\{Vs/n\}$ (схема исследования коэффициента шума).

* Задать начальный режим транзистора, установив $R_s = U_p/I_d$ и $R_d = 5[V]/I_d$. Исследовать зависимость коэффициента шума усилителя от сопротивления R источника сигнала. Оценить шумовое сопротивление R_n и минимальные значения коэффициенту шума K_n и шумовой температуры T_n . Проведить соотношение $R_n = \sqrt{\gamma R_g/S}$.

* При $R = R_n$ оценить уровень σ шума на выходе.

Литература

1. Григорьев А.А. Лекции по теории сигналов. — М.: МФТИ, 2013.
2. Воронов Е.В. Случайные сигналы и шумы. — М.: МФТИ, 2012.
3. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Том 2. — М.: Мир, 1993.

Учебное издание

ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ

Учебно-методическое пособие
по курсу
Нелинейные преобразования и прием радиосигналов

Составитель
Григорьев Александр Алексеевич

Редактор *И.А. Волкова*. Корректор *Н.Е. Кобзева*
Компьютерная верстка *Н.Е. Кобзева*

Подписано в печать 19.03.2021. Формат 60×84 1/16. Усл. печ. л. 2,75.
Уч.-изд. л. 2,1. Тираж 200 экз. Заказ №

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-58-22, E-mail: rio@mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: polygraph@mipt.ru