Условие:

4.111. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 0{,}50$ мкм расположен на расстоянии $a = 100$ см перед диафрагмой с круглым отверстием радиуса $r = 1{,}0$ мм. Найти расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии составляет $k = 3$.

Дано:

$\lambda = 0{,}5\cdot 10^{-6}$ м

$a = 1$ м

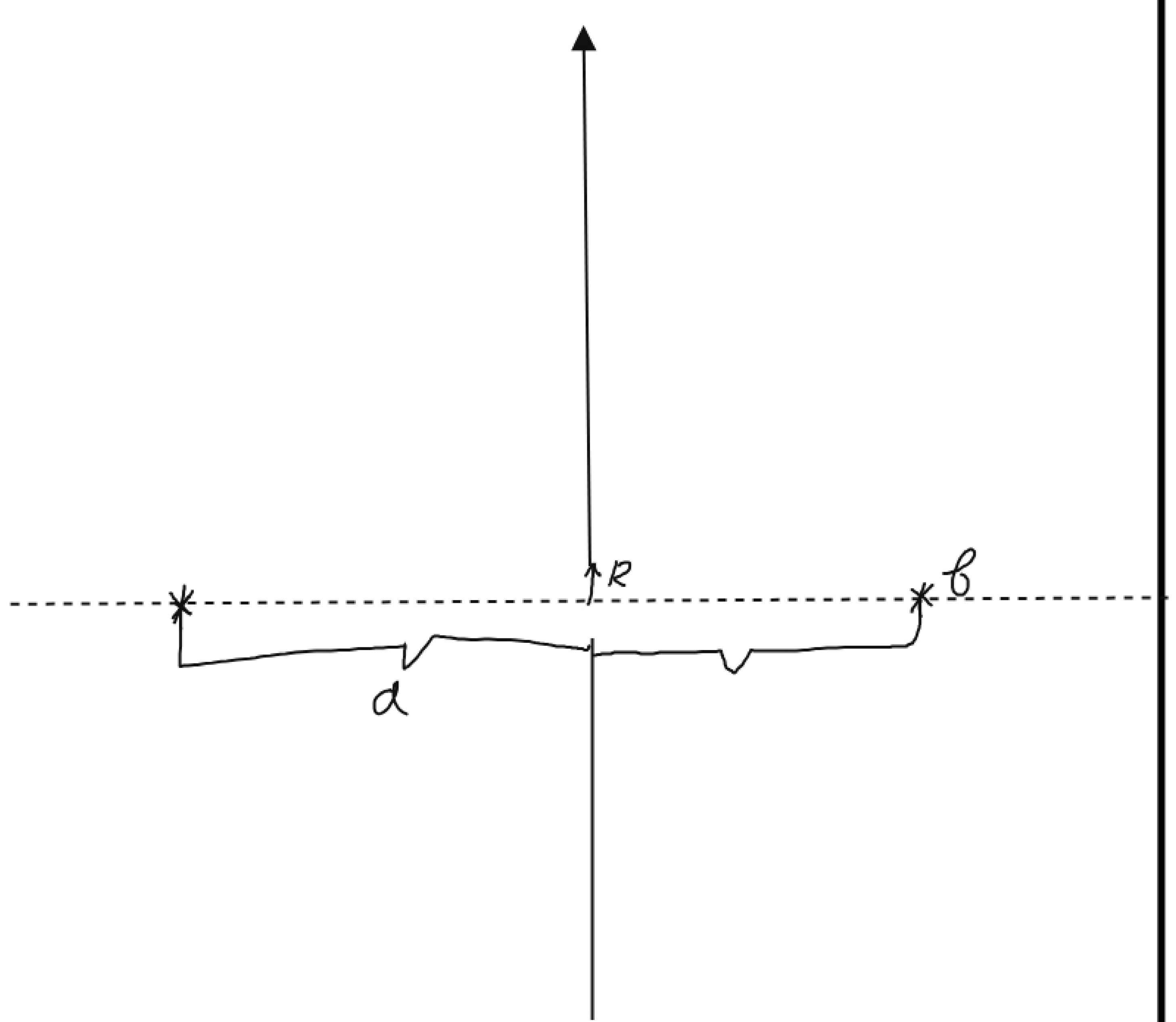
$r = 10^{-3}$ м

$k = 3$

$b - ?$

Найти:

Рисунок:



Решение:

Запишем формулу для радиуса k-ой зоны Френеля.

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}} = \sqrt{\frac{k\lambda a b}{a+b}}$$

$$r_k^2(a+b) = k\lambda a b$$

$$r_k^2 a = (k\lambda a - r_k^2)b$$

$$b = \frac{r_k^2 a}{k\lambda a - r_k^2} = \frac{(10^{-3})^2\cdot 1}{3\cdot 0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 1-(10^{-3})^2} = 2\text{ м}$$

Ответ: $b = 2$ м.

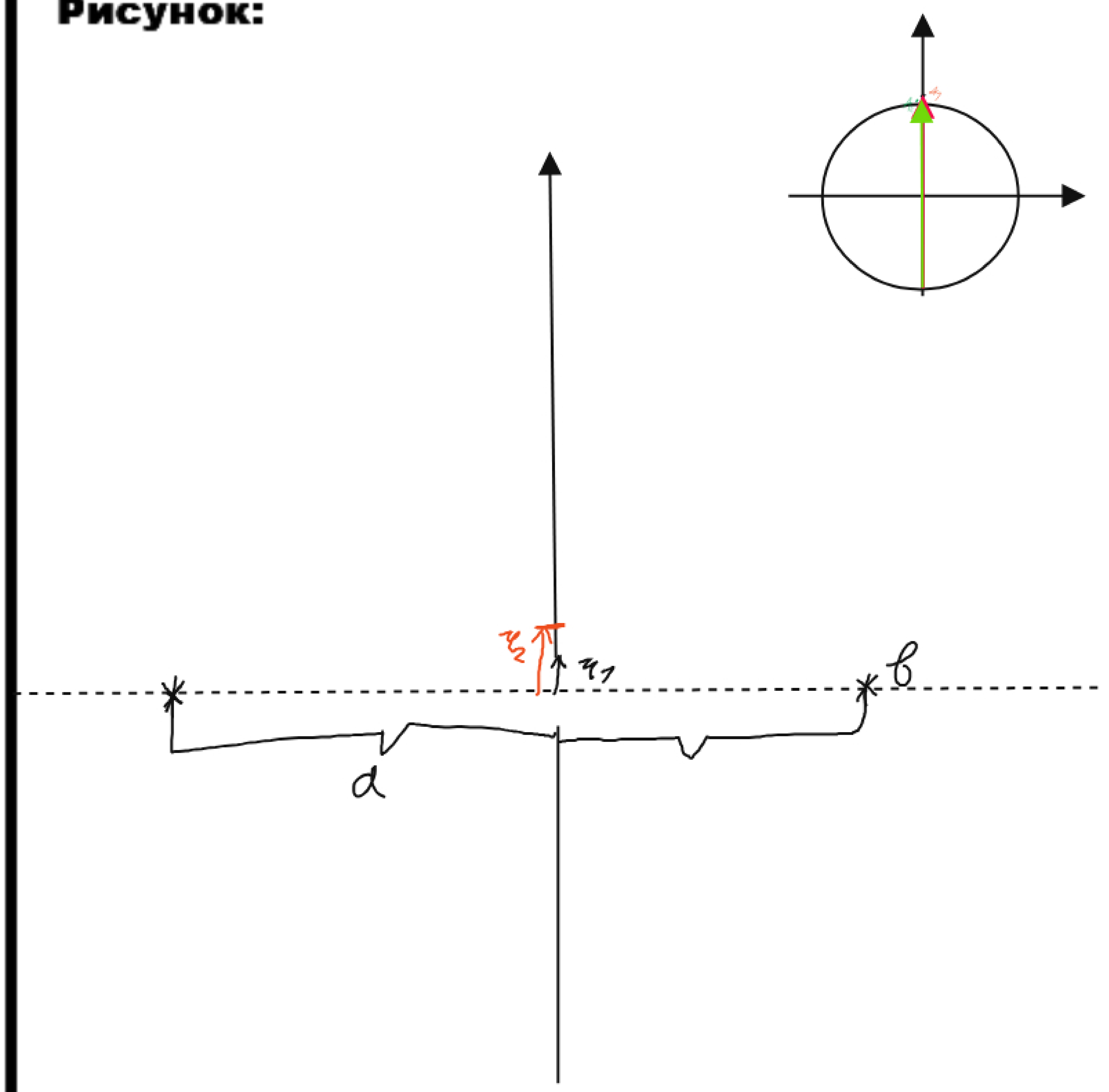
Условие:

4.112. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого r можно менять. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны $a = 100$ см и $b = 125$ см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при $r_1 = 1{,}00$ мм и следующий максимум – при $r_2 = 1{,}29$ мм.

Дано:

Найти:

Рисунок:



Решение:

Запишем формулы для к-той зоны Френеля.

$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda a b}{a+b}}$ → считаем, что максимум.

Если щель расширить до r_{k+1}, то получим min, а если до r_{k+2}, то опять получим максимум освещенности (соседние зоны в противофазе)

$r_1 = \sqrt{\frac{k\lambda a b}{a+b}}$

$r_2 = \sqrt{\frac{k\lambda a b}{a+b} + \frac{2\lambda a b}{a+b}}$

$r_1^2 = \frac{k\lambda a b}{a+b}$

$r_2^2 = \frac{k\lambda a b}{a+b} + \frac{2\lambda a b}{a+b}$

$r_2^2 - r_1^2 = \frac{2\lambda a b}{a+b}$

$\lambda = \frac{(r_2^2 - r_1^2)(a+b)}{2ab} = 0{,}6 \cdot 10^{-6}$ м

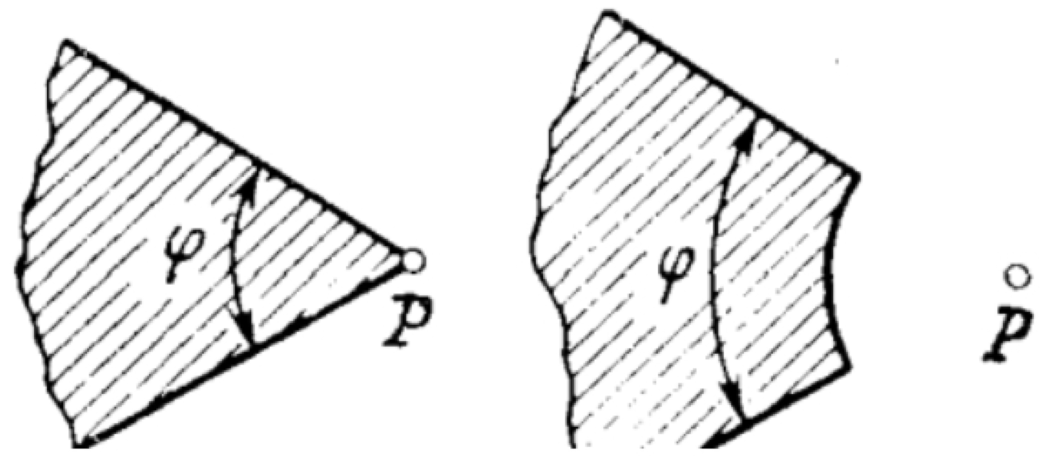
Ответ: $\lambda = 0{,}6$ мкм

Условие:

4.114. Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Какова интенсивность света I за экраном в точке, для которой отверстие:

а) равно первой зоне Френеля; внутренней половине первой зоны;

б) сделали равным первой зоне Френеля и затем закрыли его половину (по диаметру)?



Дано:

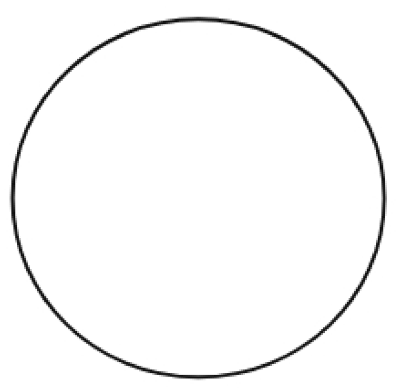
I_0

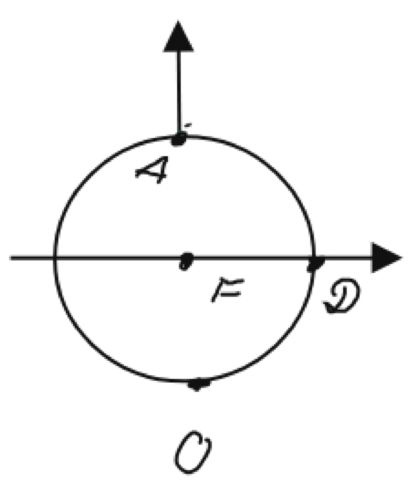
$I - ?$

Найти:

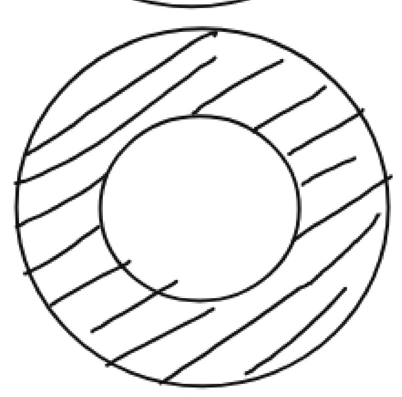
Рисунок:

а) 1)

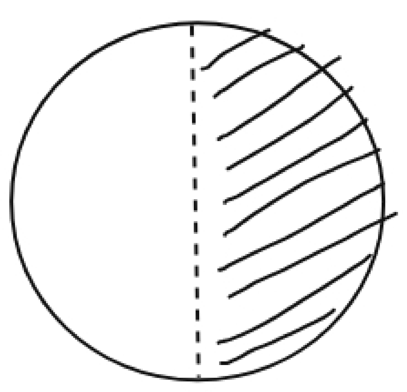




2)



б)



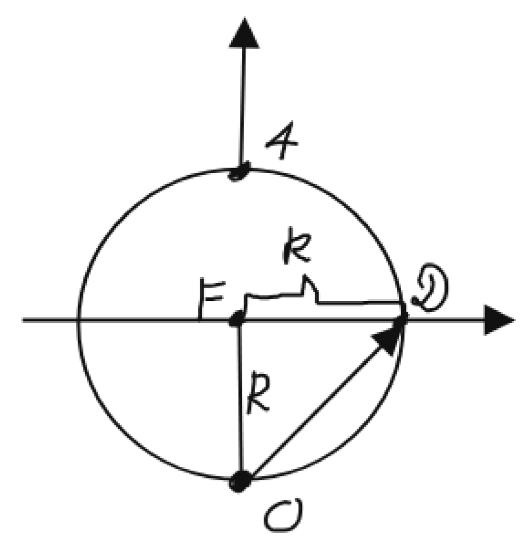
Решение:

а)

1) так как первая зона Френеля

$\bar{E}_x = 2\bar{OF} = 2\bar{E}_0 \Rightarrow \boxed{I = 4I_0}$

2)



OD – амплитуда от внутренней полузоны

по т. Пифагора

$OD^2 = R^2 + R^2$

$OD = R\sqrt{2}$

$\bar{OD} = \bar{E}_x \quad I = \frac{|E_x|^2}{2} \Rightarrow I = 2I_0$

$I_0 = \frac{|E_0|^2}{2} \quad \frac{|E_x|}{|E_0|} = \sqrt{2}$

б) закрыли половину зоны, в итоге амплитуда упадет в 2 раза, так как площадь зоны уменьшилась в 2 раза. Фаза будет сохранятся.

$\bar{E}_x = \frac{\bar{OA}}{2} = \bar{OF} \Rightarrow I = \frac{|E_x|^2}{2} = I_0$

Ответ: а) $4I_0$; $2I_0$; б) I_0

Условие:

4.116. Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на поверхности непрозрачных экранов, показанных на рис. 4.25. Найти зависимость от угла φ интенсивности I света в точке P:

а) расположенной за вершиной угла экрана (рис. 4.25 *а*);

б) для которой закругленный край экрана (рис. 4.25 *б*) совпадает с границей первой зоны Френеля.

Дано:

I_0

$I(\varphi)$ – ?

Найти:

Рисунок:

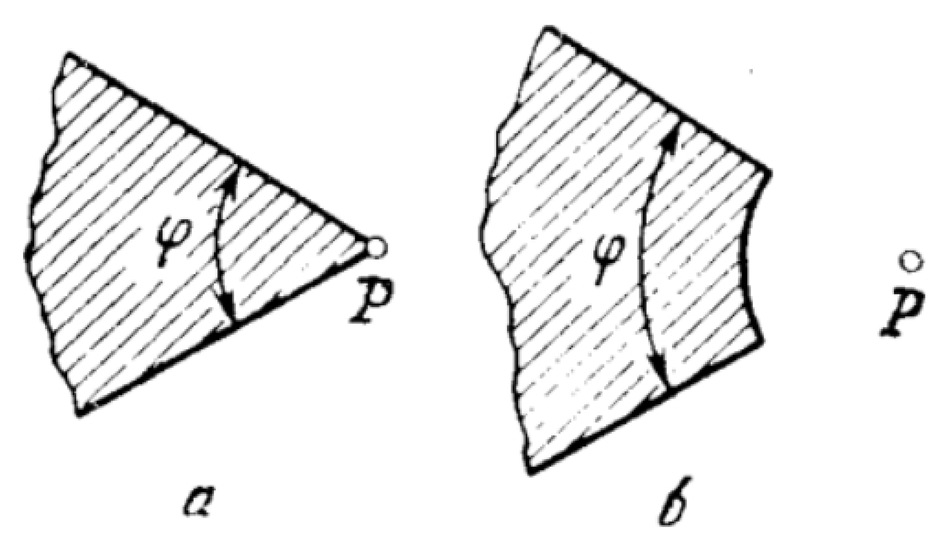
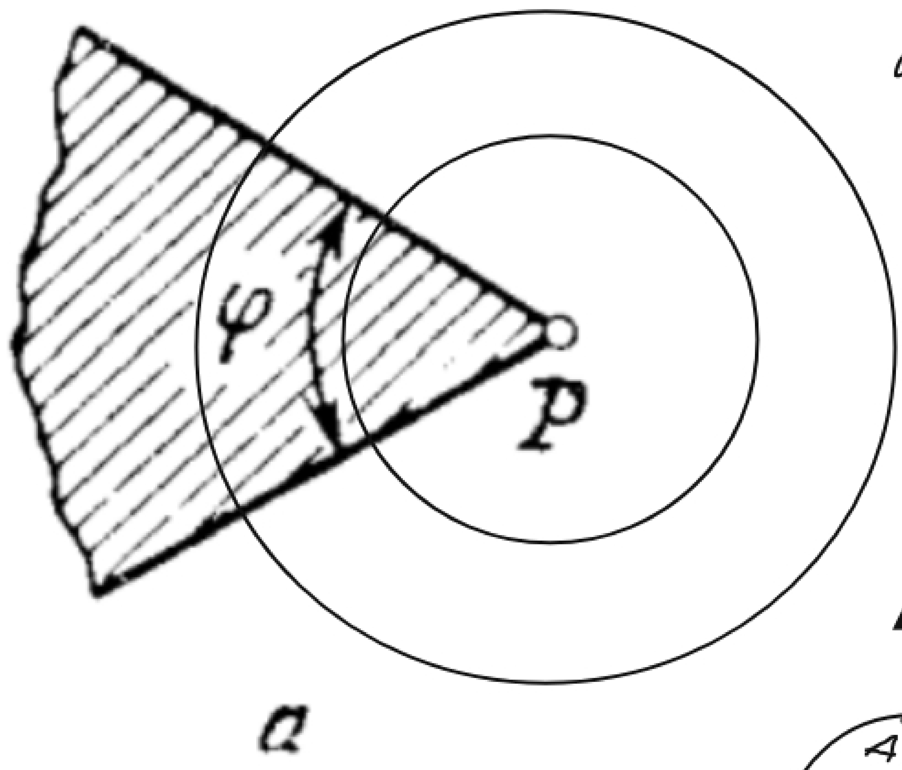


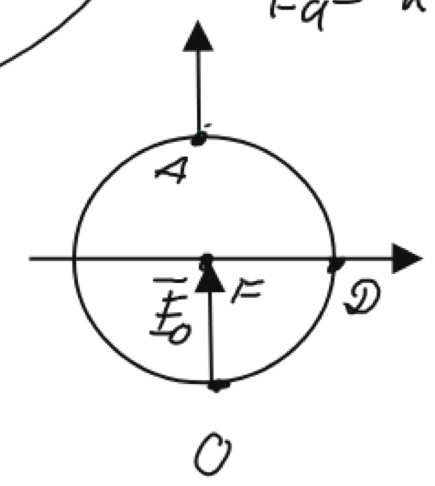
Рис. 4.25

Решение:



а) Экран закрывает части зон Френеля.
Так как для каждой зоны отношение открытой площади относительно всей площади зоны, значит направление итогового вектора освещенности не изменяет, но изменяется модуль, так как часть источников закрыли.

$\bar{E}_a = k\overline{OF} = k\bar{E}_0$ $\quad K = \dfrac{S_{откр}}{S_0}$ → площадь открытых частей зон; S_0 → площадь зон.



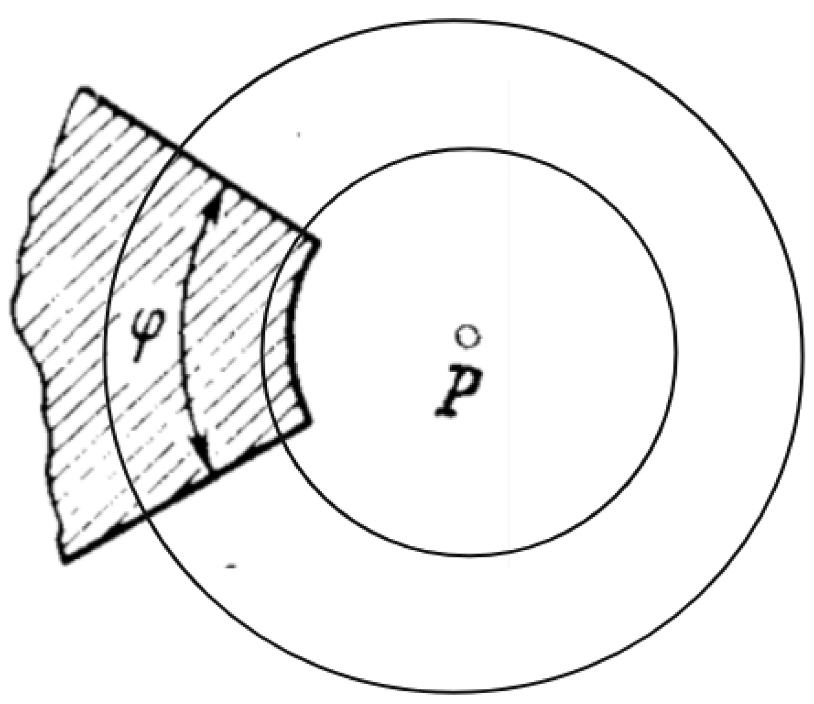
$S_{откр} = S_0 - \frac{\varphi}{2\pi}S_0 = \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)S_0$

$K = \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)$

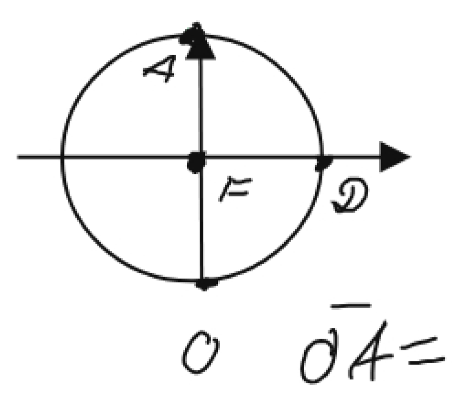
$\bar{E}_A = \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)\bar{E}_0$ $\quad I_0 = \frac{|E_0|^2}{2}$

$I_A = \frac{(E_A)^2}{2} = \left(\frac{2\pi - \varphi}{2\pi}\right)^2 I_0$

б)



Можно сказать, что то же самое, что и в первой части задачи, только добавили часть первой зоны, которая до этого была закрыта.
Найдем освещенность, приходящую от части первой зоны, которую открыли. Так как отношение площади открытой зоны и площади всей зоны постоянно => направление будет как у первой зоны Френеля, но будет меньше амплитуда.



$\overline{OA} = \bar{E}_1$

$\bar{E}_\Delta = K_\Delta \bar{E}_1 = 2K_\Delta \bar{E}_0$ $\quad K_\Delta = \frac{S_{откр}}{S_0} = \frac{\varphi}{2\pi}$

освещенность от открытой части первой зоны

$\bar{E}_\Delta = \frac{2\varphi}{2\pi}\bar{E}_0$

$\bar{E}_б = \bar{E}_A + \bar{E}_\Delta = \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)\bar{E}_0 + \frac{2\varphi}{2\pi}\bar{E}_0 = \left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right)\bar{E}_0$

$I_б = \frac{|\bar{E}_б|^2}{2} = \frac{\left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2 |E_0|^2}{2} = \left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2 I_0$

Ответ: $I_A = \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2 I_0$; $I_б = \left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right) I_0$