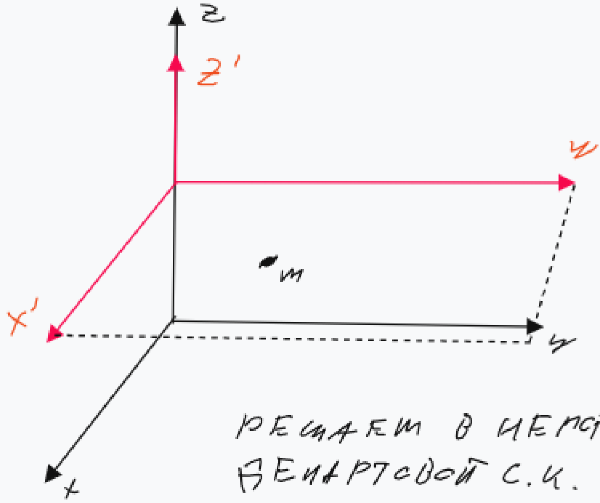
№2



Решаем в неподвижной декартовой С.К.

Тогда уравнение Лагранжа II-го рода имеет вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$$

$$T = \frac{m}{2}\left(\dot x^2 + \dot y^2 + \dot z^2\right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot q_1} = m\dot x;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot q_2} = m\dot y;\quad \frac{\partial T}{\partial \dot q_3} = m\dot z$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q_1} = m\ddot x;\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q_2} = m\ddot y;\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q_3} = m\ddot z$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_1} = \frac{\partial T}{\partial q_2} = \frac{\partial T}{\partial q_3} = 0$$

Уравнения Лагранжа II-го рода.

$$\begin{cases} m\ddot x = 0 \\ m\ddot y = 0 \\ m\ddot z = -ma\omega^2\cos\omega t \end{cases}$$

Связей нет ⇒ число обобщенных координат $= 3\cdot N = 3$

N – число материальных точек

$q_1 = x$

$q_2 = y$

$q_3 = z$

Расчет обобщенных сил

$$\delta A = Q_i\,\delta q_i$$

$0 = Q_1\,\delta x$

$0 = Q_2\,\delta y$

так как сил на плоскости нет.

$\delta A = (dT)_{x,y}$ → постоянные x и y

$T(t) \Rightarrow dT = \frac{\partial T}{\partial t}dt$

$$(dT)_{x,y} = \frac{m}{2}\,2\dot z\ddot z\,dt = m\ddot z\,\delta z = -m(a\omega^2\cos\omega t)\,\delta z$$

$z = a\cos\omega t$

$\dot z = -a\omega\sin\omega t$

$\ddot z = -a\omega^2\cos\omega t$

$$Q_3 = -m(a\omega^2\cos\omega t)$$

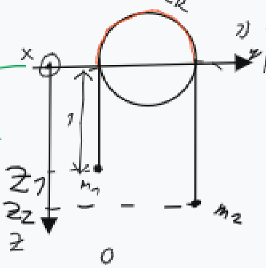
ДАНО

m_1

m_2

№3

РЕШЕНИЕ



ТУТ НОЛЬ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

1) НАЙДЕМ ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

$F = 1 \cdot N - L$

L — ЧИСЛО СВЯЗЕЙ

N — КОЛИЧЕСТВО М.Т., УЧАСТВУЮЩИХ В ДВИЖЕНИИ. (2)

1 — ТАК КАК ЗАДАЧА ОДНОМЕРНАЯ (СМ. ЗАМЕЧАНИЕ)

$L = 1$, ТАК КАК НЕРАСТЯЖИМОСТЬ НИТИ ЕСТЬ.

$F = 2 - 1 = 1$

! ЗАМЕЧАНИЕ: СЧИТАЮ ДВИЖЕНИЕ ШАРИКОВ ОДНОМЕРНЫМ. ПОТОМУ ЧТО ИНАЧЕ ГАДОСТЬ ПОЛУЧАЕТСЯ ТИПО ТАКОЙ:

Я ТАКОЕ ПО ВРЕМЕНИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАТЬ НЕ БУДУ 🥺🥺

$$\frac{\partial T}{\partial \dot q_1} = m_1 \dot x_1 + m_2 x_1 \frac{(z_1 \dot z_1 + x_1 \dot x_1 + y_1 \dot y_1 + y_2 \dot y_2 + x_2 \dot x_2)}{(\ell^2 - z_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - y_2^2 - x_2^2)}$$

БЕРЕМ ОДНУ ОБОБЩЕННУЮ КООРДИНАТУ ($q_1 = z_1$)

$$T = \frac{m_1}{2} \dot z_1^2 + \frac{m_2}{2} \dot z_2^2$$

$$T = \frac{m_1 + m_2}{2} \dot z_1^2$$

ЗАПИШЕМ СВЯЗЬ (ПОСТОЯНСТВО ДЛИНЫ НИТИ)

$$\ell = \ell_R + z_1 + z_2$$

$$\underbrace{\ell - \ell_R}_{=a} = z_1 + z_2$$

$$\text{const} = a = z_1 + z_2$$

$$0 = \dot z_1 + \dot z_2$$

$$\dot z_2 = -\dot z_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot q_1} = (m_1 + m_2) \dot z_1$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot q_1} = (m_1 + m_2) \ddot z_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_1} = 0$$

РАСЧЕТ ОБОБЩЕННОЙ СИЛЫ

$$Q_i = \sum_{k=1}^{2} F_3^k \frac{\partial z_k}{\partial q_i}$$

$$F_3^1 = m_1 g \qquad \frac{\partial z_1}{\partial z_1} = 1$$

$$F_3^2 = m_2 g \qquad \frac{\partial z_2}{\partial z_1} = -1$$

$$Q_1 = m_1 g - m_2 g = (m_1 - m_2) g$$

УРАВНЕНИЕ ЛАГРАНЖА II-ГО РОДА

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot q_1} - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1$$

$$(m_1 + m_2) \ddot z_1 = (m_1 - m_2) g$$