4.100. Две плоско-выпуклые тонкие стеклянные линзы соприкасаются своими сферическими поверхностями. Найти оптическую силу системы, если в отраженном свете с $\lambda = 0{,}60$ мкм диаметр пятого светлого кольца $d = 1{,}50$ мм.

ДАНО

$\Phi - ?$

$\lambda = 0{,}6 \cdot 10^{-6}$ м

$d_5 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м

РЕШЕНИЕ:

$d = d_1 + d_2$

$d = \dfrac{r^2}{2R_1} + \dfrac{r^2}{2R_2}$

СЛЕДУЕТ ОТСЮДА

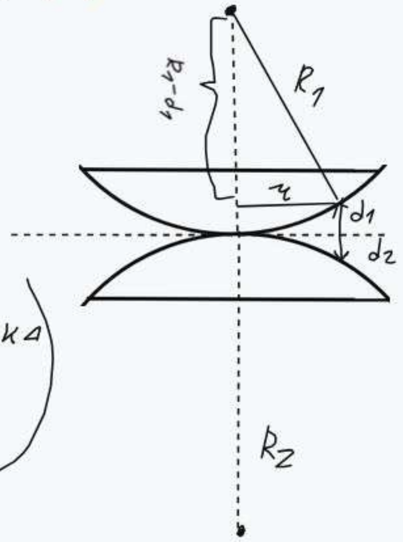
ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

$\cancel{R_1^2} = (R_1 - d_1)^2 + r^2 = R_1^2 - 2R_1 d_1 + d_1^2 + r^2 = \cancel{R_1^2} - 2R_1 d_1 + r^2$

$d_1 \ll R_1 \Downarrow$ ЗАБИВАЕМ НА d_1^2

$\Downarrow$ $r^2 = 2R_1 d_1$

$d_1 = \dfrac{r^2}{2R_1}$



СВЕТЛОЕ ПЯТНО $\Rightarrow \Delta = m\lambda$

(СЛЕДУЕТ ОТСЮДА: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos k\Delta$

k - ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

ПРИ $\Delta = m\lambda$ $\cos k\Delta = \cos 2\pi m = 1$)

$\Delta = 2d + \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{r^2}{R_1} + \dfrac{r^2}{R_2} + \dfrac{\lambda}{2} = m\lambda$

ТАК КАК ЕСТЬ ОТРАЖЕНИЕ ВОЗДУХ-СТЕКЛО

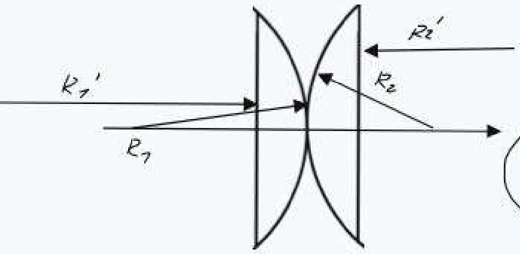
$r^2\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = (2m-1)\dfrac{\lambda}{2}$

ИЗ УСЛОВИЯ ЗНАЕМ ДИАМЕТР 5-ГО СВЕТЛОГО КОЛЬЦА

$\dfrac{d_5^2}{4}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = (2 \cdot 5 - 1)\dfrac{\lambda}{2}$

ГЕОМЕТРИЧЕСКИ - ОПТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ЗАДАЧИ:

Геометрически – оптическая часть задачи:



$$R_2' = +\frac{1}{\infty}$$

так как центр справа от поверхности

так как поверхность плоская

$$R_2 = +\frac{1}{R_2}$$

$$R_1' = -\frac{1}{\infty}$$

так как центр слева от поверхности линзы

так как поверхность плоская

$$R_1 = -\frac{1}{R_1}$$

Оптическая сила системы линз.

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n}\Phi_1\Phi_2$$

0, так как $d=0$ (линзы тонкие + в плотную)

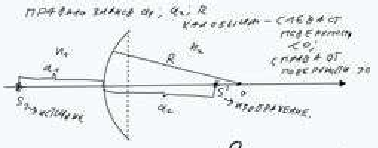
линза, среда

$$\Phi = (n - n_0)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

(Можно вывести 2 раза записав формулу сферической поверхности (для каждой пов. 1 линзы)

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$
)

правило знаков a_1, a_2, R как обычно – слева от поверхности <0, справа от поверхности >0



$$\Phi_1 = (n_{ст} - 1)\left(\frac{1}{\infty} - \left(-\frac{1}{R_1}\right)\right) = \frac{(n_{ст} - 1)}{R_1}$$

$$\Phi_2 = (n_{ст} - 1)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{(n_{ст} - 1)}{R_2}$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = (n_{ст} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

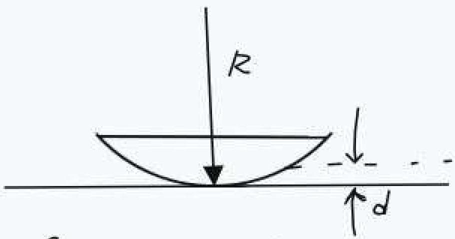
$$\frac{d_5^2}{4}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (2 \cdot 5 - 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{2(2 \cdot 5 - 1)\lambda}{d_5^2}$$

$$\Phi = \frac{2(n_{ст} - 1)(2 \cdot 5 - 1)\lambda}{d_5^2} = 2{,}4 \text{ дптр}$$

4.96. Плоско-выпуклая стеклянная линза выпуклой поверхностью соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R, длина волны света λ. Найти ширину Δr кольца Ньютона в зависимости от его радиуса r в области, где $\Delta r \ll r$.

ДАНО:
$n=1{,}5$
R
λ
Δr



$d=\dfrac{r^2}{2R}$ $\quad \Delta = 2d+\dfrac{\lambda}{2}$ $\qquad d'=\dfrac{r'}{2R}$ $\quad \Delta' = 2d'+\dfrac{\lambda}{2}$

(1) $\left(2d+\dfrac{\lambda}{2}\right)=(2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$ → ТЕМНОЕ КОЛЬЦО

(2) $\left(2d'+\dfrac{\lambda}{2}\right)=\dfrac{2m\lambda}{2}$ → СВЕТЛОЕ КОЛЬЦО

$\Delta r = r'-r$

(1)-(2): $2(d'-d)=\dfrac{\lambda}{2}$

$\dfrac{r'^2}{R}-\dfrac{r^2}{R}=\dfrac{\lambda}{2}$

$\dfrac{r'^2-r^2}{R}=\dfrac{(r'+r)\overset{\Delta r}{(r'-r)}}{R}=\dfrac{\lambda}{2}$

$r'+r=2r+\Delta r=2r$ → ПРЕМЕБРЕГАЕМ ПО СРАВНЕНИЮ С r

$\dfrac{2r\Delta r}{R}=\dfrac{\lambda}{2}$

$\boxed{\Delta r=\dfrac{\lambda R}{4r}}$

ОТВЕТ $\Delta r=\dfrac{\lambda R}{4r}$

4.97. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R = 40$ см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца $r = 2,5$ мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на $h = 5,0$ мкм. Каким стал радиус этого кольца?

Дано

$R = 0,4$ м

$n = 1,5$

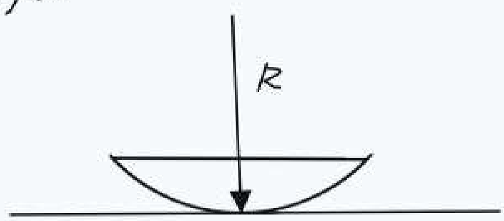
$r_k = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м

$h = 5,0 \cdot 10^{-6}$ м

РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим радиус кольца до поднятия линзы:

До:

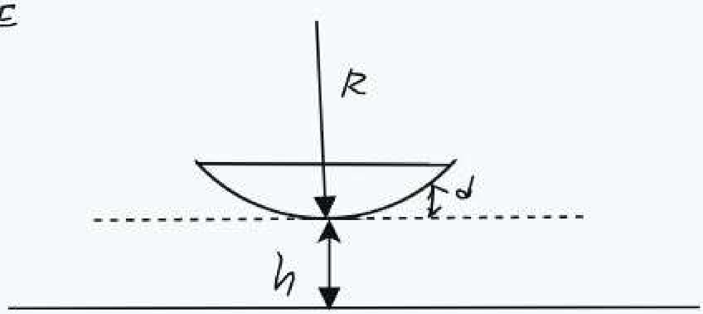


$r_k = \sqrt{k\lambda R}$ → если темное

$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$

После $d \to d + h = \frac{r^2}{2R} + h$

После:



$2\left(\frac{r^2}{2R} + h\right) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ → светлое

$r^2 + 2Rh = k\lambda R =$

или

$2\left(\frac{r^2}{2R} + h\right) + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ → темное

$r^2 + 2Rh = \underbrace{(2k-1)\frac{R\lambda}{2}}_{= r_k^2}$

Итого, какое бы ни было пятно имеем:

$r^2 + 2Rh = r_k^2$

$r = \sqrt{r_k^2 - 2Rh} = 1,5$ мм

Ответ: $r = 1,5$ мм.

4.98. На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса $r_0 = 3{,}0$ мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 150$ см. Найти радиус шестого светлого кольца в отраженном свете с $\lambda = 655$ нм.

Дано

$n = 1{,}5$

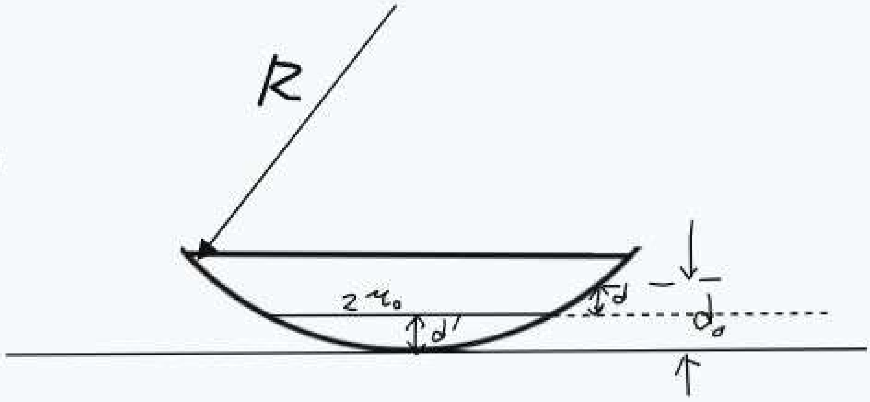
$r_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ м

$R = 1{,}5$ м

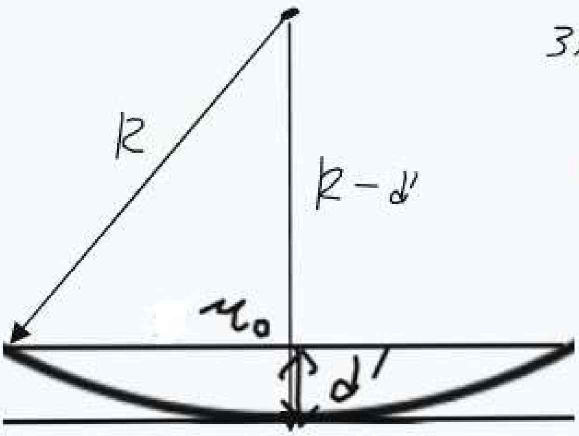
$\lambda = 655 \cdot 10^{-9}$ м

$m = 6$

РЕШЕНИЕ.



$$d = d_0 - d' \; ; \quad d_0 = \frac{r^2}{2R}$$



Запишем теорему Пифагора:

$$R^2 = r_0^2 + (R-d')^2$$

$$\cancel{R^2} = r_0^2 + \cancel{R^2} - 2Rd' + d'^2 \qquad R >> d',$$

можем забить на d'^2

$$r_0^2 = 2Rd'$$

$$d' = \frac{r_0^2}{2R}$$

$$d = d_0 - d' = \frac{r^2}{2R} - \frac{r_0^2}{2R}$$

Светлое кольцо =>

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$\frac{r^2 - r_0^2}{R} = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2} + r_0^2} = 3{,}8 \text{ мм}$$

Ответ: $r = 3{,}8$ мм

4.99. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R = 12{,}5$ см *прижата* к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1 = 1{,}00$ мм и $d_2 = 1{,}50$ мм. Найти длину волны света.

ДАНО

$R = 0{,}125$ М

$d_{10} = 10^{-3}$ М

$d_{15} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ М

λ - ?

РЕШЕНИЕ

$$\Delta_{10} = (2k_{10}+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta_{15} = (2k_{15}+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta_{10} = \frac{r_{10}^2 - r'^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta_{15} = \frac{r_{15}^2 - r'^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

$$(1)\quad \frac{r_{10}^2 - r'^2}{R} = k_{10}\lambda$$

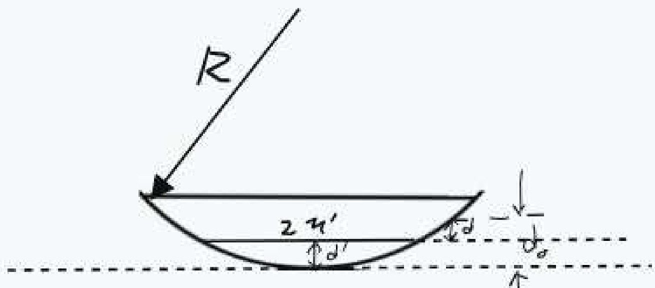
$$(2)\quad \frac{r_{15}^2 - r'^2}{R} = k_{15}\lambda$$

$$(2)-(1):\quad \frac{r_{15}^2 - r_{10}^2}{R} = (k_{15}-k_{10})\lambda$$

$$\frac{d_{15}^2 - d_{10}^2}{4R(k_{15}-k_{10})} = \lambda = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\text{ М}$$

ОТВЕТ: $\lambda = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ М

ЛИНЗА ПРИЖАТА =>
КАСАНИЕ С ПОВЕРХНОСТЬЮ
НЕ ТОЧКА, А КРУГ



$$d = d_0 - d' = \frac{r^2}{2R} - \frac{r'^2}{2R} = \frac{r^2 - r'^2}{2R}$$

4.101. Две соприкасающиеся тонкие симметричные стеклянные линзы — двояковыпуклая и двояковогнутая — образуют систему с оптической силой $\Phi = 0{,}50$ дптр. В свете с $\lambda = 0{,}61$ мкм, отраженном от этой системы, наблюдают кольца Ньютона. Определить:

а) радиус десятого темного кольца;

б) как изменится радиус этого кольца, если пространство между линзами заполнить водой.

ДАНО

$n = 1{,}5$

$\Phi = 0{,}5$ дптр

$\lambda = 0{,}61 \cdot 10^{-6}$ м

$n_0 = 4/3$

$r_{10} - ?$

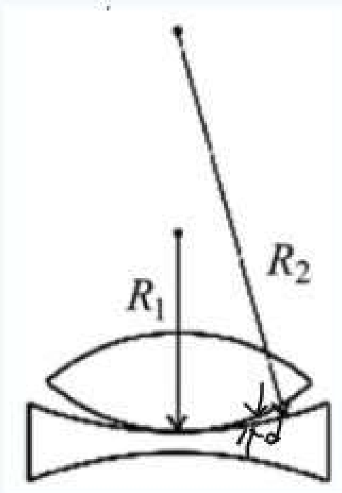
РЕШЕНИЕ:

$$d = d_1 - d_2$$

$$d_1 = \frac{r^2}{2R_1}$$

$$d_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

$$d = \frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$



НАЙДЕМ РАЗНОСТЬ ХОДА

$$\Delta = 2dn_0 + \frac{\lambda}{2}$$

→ ОТРАЖЕНИЕ ВОДА-СТЕКЛО

НАС СПРАШИВАЮТ ПРО ТЕМНОЕ КОЛЬЦО

$$2dn_0 + \frac{\lambda}{2} = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

$$2dn_0 = k\lambda$$

$$\frac{\cancel{2}\, r_{10}^2 n_0}{\cancel{2}}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 10\lambda$$

$$r_{10} = \sqrt{\frac{10\lambda}{n_0\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}} = \sqrt{\frac{10\lambda \cdot 2(n-1)}{n_0 \Phi}} = 3 \text{ мм}$$

ИЗ ПУНКТА а)

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{\Phi}{2(n-1)}$$

ОТВЕТ: $r_{10} = 3$ мм.