Aufgabe 2

2.1)

Boolesche Funktion f: B^4->B^6

f(x_3, x_2, x_1, x_0)=($y_5, y_4, y_3, y_2, y_1, y_0$),mit

$y_5 = x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$

$y_4 = (x_3 \wedge x_1) \vee (x_3 \wedge x_2)$

$y_3 = (x_3 \wedge x_0) \vee (x_3 \wedge x_1) \vee (x_3 \wedge x_2)$

$y_2 = (x_2 \wedge x_1 \wedge x_0) \vee x_3$

$y_1 = \{x_3 \vee x_2 \wedge x_1\}$

$y_0 = x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$

2.2)

Die Gültigkeitsbereiche für alle fi von yi

ON(f_0)= $\{0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100$
$1101, 1110, 1111\}$

ON(f_1)= $\{0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$

ON(f_2)= $\{0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$

ON(f_3)= $\{1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$

ON(f_4)= $\{1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$

ON(f_5)= $\{1111\}$

2.3)

			x_0	x_0, x_2	x_2
		0 (0)	1 (1)	1 (5)	1 (4)
	x_1	1 (2)	1 (3)	1 (7)	1 (6)
x_3	x_1	1 (10)	1 (11)	1 (15)	1 (14)
x_3		1 (8)	1 (9)	1 (13)	1 (12)

y_0=$\{x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0\}$

$l_0 = \{$
$\neg x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$\neg x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

l_1=$\{$
$\neg x_3 \wedge x_2 \wedge x_1,$
$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1,$
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1\}$

l_2=$\{x_2 \wedge x_1, x_3 \wedge \neg x_2, x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$
p_2=$\{x_2 \wedge x_1 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

l_3=$\{x_3\}$
p_3=$\{x_2 \wedge x_1, x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1\}$

f	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$x_2 \wedge x_1$	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$x_3 \wedge x_0$	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
$x_3 \wedge x_1$	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

x_3 Dominiert die Zeile $x_3 \wedge x_1$, $x_3 \wedge x_0$ und $x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$. Deshalb können wir diese beiden Zeilen auslassen. Außerdem hat x_3 in den Spalten 1000 und 1100 die einzige 1. Wir können also auch diese Spalten raus lassen.Zeile $x_2 \wedge x_1$ hat in Spalte 0110 als einziger eine 1 also kann auch diese Spalte gekürzt werden.$x_2 \wedge x_1$ Dominiert auch die Zeile $x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$.Übrig bleibt nur noch $x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$ als Rest. Daraus folgt folgendes Minimalpolynom für y_1. $y_1 = \{x_3 \vee x_2 \wedge x_1\}$

$l_0 = \{$
$\neg x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

$l_1 = \{$
$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1,$
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1\}$

$l_2 = \{x_2 \wedge x_1, x_3 \wedge \neg x_2, x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$
$p_2 = \{x_2 \wedge x_1 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

l_3=$\{x_3\}$
p_3=$\{x_2 \wedge x_1, x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1\}$

f	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	1	0	0	0	0	0	0	0	1
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$x_2 \wedge x_1$	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$x_3 \wedge x_0$	0	0	1	0	1	0	1	0	1
$x_3 \wedge x_1$	0	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	1	1	1	1	1	1	1

Durch Zeilendominanz bleiben nur x_3 und die $x_2 \wedge x_1$ übrig.
$y_2 = \{x_3 \vee x_2 \wedge x_1\}$

$l_0 = \{x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

$l_1 = \{x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1,$
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1\}$

$l_2 = \{x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$
$p_2 = \{x_3 \wedge x_1 \wedge x_0\}$
$p_3 = \{x_3 \wedge x_0, x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$

f	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$	0	0	1	0	0	0	1
$x_3 \wedge x_0$	1	0	1	0	1	0	1
$x_3 \wedge x_1$	0	1	1	0	0	1	1
$x_3 \wedge x_2$	0	0	1	1	1	1	1

Durch Spaltendominanz kommen wir auf.
$y_3 = \{x_3 \wedge x_0 \vee x_3 \wedge x_1 \vee x_3 \wedge x_2\}$

$l_0 = \{$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0,$
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

$l_1 = \{x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1, x_3 \wedge x_1 \wedge x_0, x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1, x_3 \wedge x_2 \wedge x_0, x_3 \wedge x_2 \wedge x_1\}$

$l_2 = \{x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$
$p_2 = \{x_3 \wedge x_1 \wedge x_0, x_3 \wedge x_2 \wedge x_0\}$
$p_3 = \{x_3 \wedge x_1, x_3 \wedge x_2\}$

f	1010	1011	1100	1101	1110	1111
$x_3 \wedge x_1 \wedge x_0$	0	1	0	0	0	1
$x_3 \wedge x_2 \wedge x_0$	0	0	0	1	0	1
$x_3 \wedge x_1$	1	1	0	0	1	1
$x_3 \wedge x_2$	0	1	1	1	1	1

Durch Spaltendominanz kommen wir auf $y_4 = \{x_3 \wedge x_1 \vee x_3 \wedge x_2\}$
Da y_5 sich nicht weiter vereinfachen lässt, ist das Minimalpolynom gleich der Normalform. $y_5 = \{x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0\}$

Aufgabe 3

3.1)
Partielle boolesche Funktion
f: D-> B^3, mit $D = \{010, 011, 101, 111\}$ und f(x_2, x_1, x_0) = (y_2, y_1, y_0) ergibt
$y_2 = \{\neg x_2 \wedge x_0 \vee \neg x_1\}$
$y_1 = \{\neg x_0 \vee x_2\}$
$y_0 = \{\neg x_2 \vee \neg x_1\}$

3.2)
Die Wahrheitsmenge der fi von yi
$ON(f_2) = \{0111, 101\}$
$ON(f_1) = \{010, 101, 111\}$
$ON(f_0) = \{010, 011, 101\}$
und deren Don't care Bereiche
$DC(f_2, f_1, f_0) = \{000, 001, 100, 110\}$

3.3)
y_2

		x_0	x_0, x_2	x_2
	* $_0$	* $_1$	1 $_5$	* $_4$
x_1	0 $_2$	1 $_3$	0 $_7$	* $_6$

$y_2 = \{\neg x_2 \wedge x_0 \vee \neg x_1\}$

y_1

		x_0	x_0, x_2	x_2
	* $_0$	* $_1$	1 $_5$	* $_4$
x_1	1 $_2$	0 $_3$	1 $_7$	* $_6$

$y_1 = \{\neg x_0 \vee x_2\}$

y_0

		x_0	x_0, x_2	x_2
	* $_0$	* $_1$	1 $_5$	* $_4$
x_1	1 $_2$	1 $_3$	0 $_7$	* $_6$

$y_0 = \{\neg x_2 \vee \neg x_1\}$