

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

COMPLÉXITÉ

---

# Deux réductions vers SAT

---

*Auteur:*

Michaël GILETA

Yohan ROUX

*Référent:*

Kévin PERROT

Vendredi 18 Octobre



# Réduction de KERNEL à SAT

## 1. Réduction

Soit  $s$  un sommet, avec pour tous  $s \in V$ , si  $s = 1 \Leftrightarrow s \in V'$ , sinon  $s = 0 \Leftrightarrow s \in V$ .

Soit  $(s', s'')$  un arc orienté de  $s'$  vers  $s''$

Pour un graph  $G=(V,E)$  avec :

$V$  : l'ensemble des sommets

$E$  : l'ensemble des arc orienté

On construit notre formule à partir de  $E$  puis de  $V$

$$(a) \bigwedge_{C_{ij} \in E} (\neg i \vee \neg j)$$

$$(b) \bigwedge_{j \in V} (\neg j \vee \bigvee_{C_{ij} \in E} (\neg i))$$

## 2. Minisat

# Réduction de SUDOKU à SAT

## 1. Modélisation de contrainte

Soit  $E = \{1..9\}$  ,  $E'=\{0,1,2\}$  ,  $E''=\{1,2,3\}$

Soit  $C_{i,j,k} \in E$

La case  $(i,j)$  contient la valeur  $k$

**Au moins une valeur par case**

$$\bigwedge_{i,j \in E} \bigvee_{k \in E} C_{ijk}$$

**Au moins une fois chaque chiffre sur chaque ligne**

$$\bigwedge_{i,k \in E} \bigvee_{j \in E} C_{ijk}$$

**Au moins une fois chaque chiffre sur chaque colonne**

$$\bigwedge_{j,k \in E} \bigvee_{i \in E} C_{ijk}$$

**Au moins une fois chaque chiffre dans chaque region**

$$\bigwedge_{\substack{i,j \in E' \\ k \in E}} \bigwedge_{i',j' \in E''} (C_{[(3*i)+i'][(3*j')+j']k})$$

**Au plus une valeur par case**

$$\bigwedge_{i,j \in E} \bigvee_{\substack{k,k' \in E, \\ k \neq k'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{ijk'})$$

**Au plus une fois chaque chiffre sur chaque ligne**

$$\bigwedge_{i,k \in E} \bigvee_{\substack{j,j' \in E, \\ j \neq j'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{ij'k})$$

**Au plus une fois chaque chiffre sur chaque colonne**

$$\bigwedge_{j,k \in E} \bigvee_{\substack{i,i' \in E, \\ i \neq i'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{i'jk})$$

**Au plus une fois chaque chiffre dans chaque region**

$$\bigwedge_{i,j,k \in E} \bigwedge_{\substack{i' \in E'', \\ j' \in E'', \\ i \neq i', \\ j \neq j'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{[(3*i)+i'][(3*j)+j']k})$$