

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

COMPLÉXITÉ

Deux réductions vers SAT

Auteur:

Michaël GILETA

Yohan ROUX

Référent:

Kévin PERROT

Vendredi 18 Octobre



Réduction de KERNEL à SAT

1. Réduction

Soit s un sommet, avec pour tous $s \in V$, si $s = 1 \Leftrightarrow s \in V'$, sinon $s = 0 \Leftrightarrow s \in V$.

Soit (s', s'') un arc orienté de s' vers s''

Pour un graph $G=(V,E)$ avec :

V : l'ensemble des sommets

E : l'ensemble des arc orienté

On construit notre formule à partir de E puis de V

$$(a) \bigwedge_{C_{ij} \in E} (\neg i \vee \neg j)$$

$$(b) \bigwedge_{j \in V} (\neg j \vee \bigvee_{C_{ij} \in E} (\neg i))$$

2. Minisat

Réduction de SUDOKU à SAT

1. Modélisation de contrainte

Soit $E = \{1..9\}$, $E'=\{0,1,2\}$, $E''=\{1,2,3\}$

Soit $C_{i,j,k} \in E$

La case (i,j) contient la valeur k

Au moins une valeur par case

$$\bigwedge_{i,j \in E} \bigvee_{k \in E} C_{ijk}$$

Au moins une fois chaque chiffre sur chaque ligne

$$\bigwedge_{i,k \in E} \bigvee_{j \in E} C_{ijk}$$

Au moins une fois chaque chiffre sur chaque colonne

$$\bigwedge_{j,k \in E} \bigvee_{i \in E} C_{ijk}$$

Au moins une fois chaque chiffre dans chaque region

$$\bigwedge_{i,j \in E'} \bigwedge_{i',j' \in E'', k \in E} (C_{[(3*i)+i'][(3*j')+j']k})$$

Au plus une valeur par case

$$\bigwedge_{i,j \in E} \bigvee_{\substack{k,k' \in E, \\ k \neq k'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{ijk'})$$

Au plus une fois chaque chiffre sur chaque ligne

$$\bigwedge_{i,k \in E} \bigvee_{\substack{j,j' \in E, \\ j \neq j'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{ij'k})$$

Au plus une fois chaque chiffre sur chaque colonne

$$\bigwedge_{j,k \in E} \bigvee_{\substack{i,i' \in E, \\ i \neq i'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{i'jk})$$

Au plus une fois chaque chiffre dans chaque region

$$\bigwedge_{i,j,k \in E} \bigwedge_{\substack{i' \in E'', \\ j \neq j', \\ i \neq i', \\ j \neq j'}} (\neg C_{ijk} \vee \neg C_{[(3*i)+i'][(3*j)+j']k})$$