

```
In [1]: import math as mt
from pylab import *
from scipy.stats import *
import numpy as np
import scipy.stats as sps
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

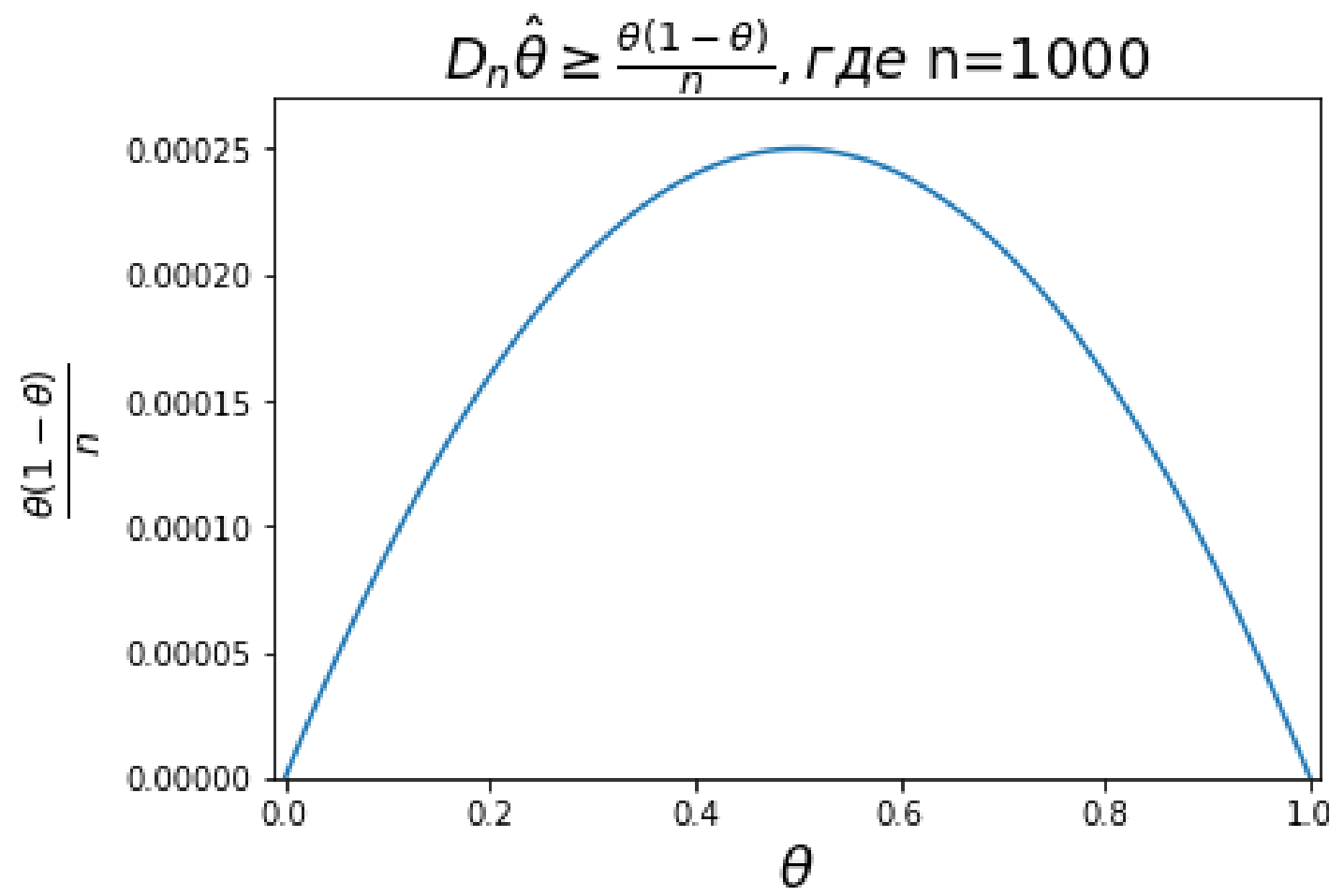
4. Сравнение оценок. Эффективные оценки. Задача 3.

Условие: Рассмотрим X_1, \dots, X_n из распределения Бернулли с параметром θ . По сетке значений $\theta \in [0, 1]$ с шагом 0.01 постройте график зависимостей нижней оценки дисперсии произвольной несмещенной оценки из неравенства Рао-Крамера от θ . Какой можно сделать вывод (напишите в комментариях)? Для каждого значения θ (для той же сетки) сгенерируйте выборку размера $n = 1000$ для параметра θ , посчитайте эффективную оценку θ и бутстрепную оценку дисперсии (параметрический бутстреп, количество бутстрепных выборок равно 500) этой эффективной оценки θ . Нарисуйте график зависимости полученных бутстрепных оценок от θ .

```
In [2]: #заданные константы
n = 1000
theta = np.arange(0, 1.01, 0.01)
K = 500 #Число бутстрепных выборок
```

```
In [3]: #Набор нижних оценок дисперсии несмещенной оценки из неравенства Рао-Крамера от theta.
low_est = np.zeros(len(theta))
low_est = (theta *(1 - theta)) / n

#Строим график зависимости нижней оценки дисперсии несмещенной
#оценки из неравенства Рао-Крамера от theta.
plt.plot(theta, low_est)
plt.ylim(0, 0.00027)
plt.xlim(-0.01,1.01)
plt.ylabel("$\\frac{\\theta(1-\\theta)}{n}$", fontsize = 18)
plt.xlabel("$\\theta$", fontsize = 18)
plt.title("$D_n \\hat{\\theta} \\geq \\frac{\\theta(1-\\theta)}{n}$, где $ n="+"".format(n), fontsize = 18)
plt.show()
```



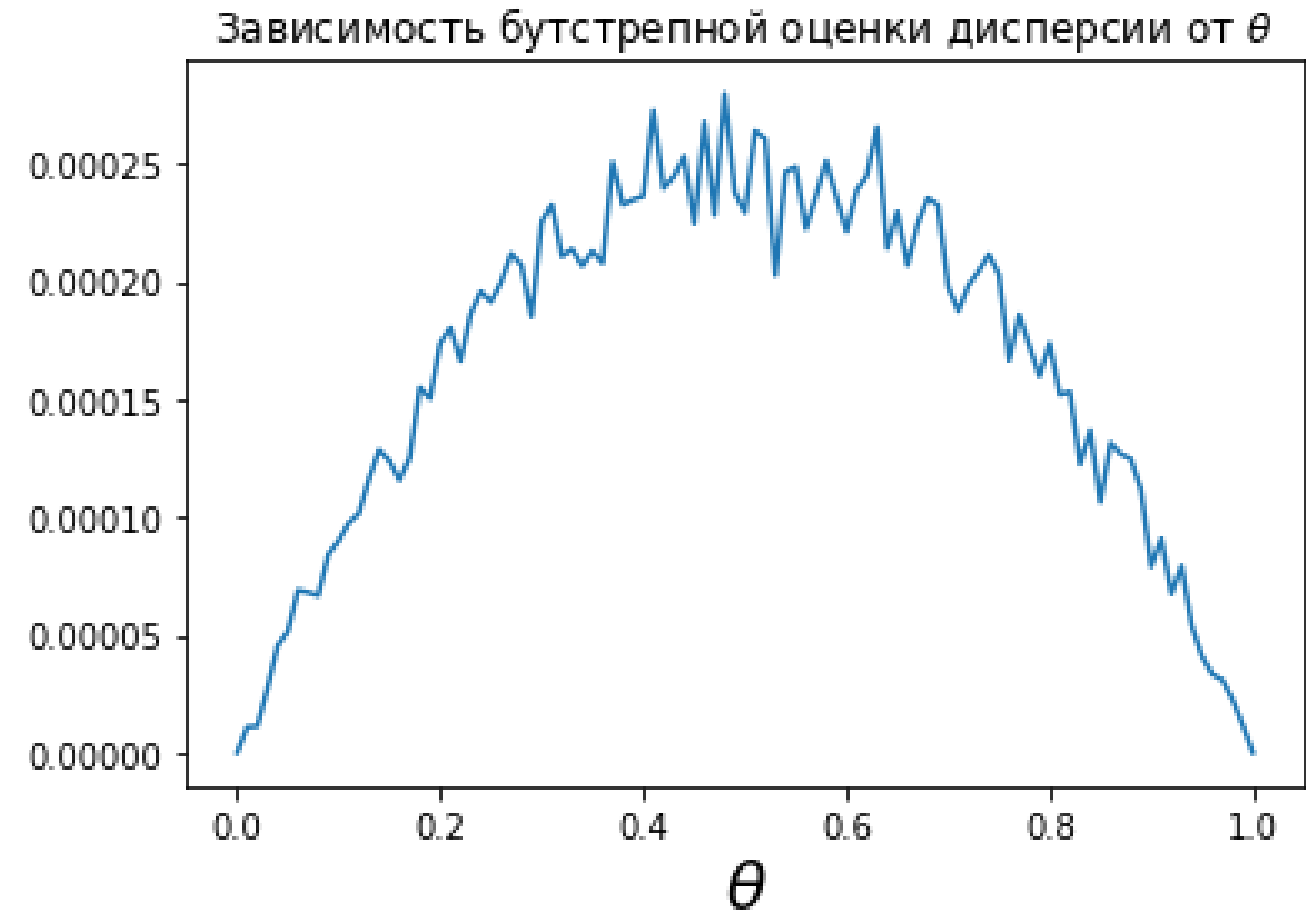
Сгенерируем выборки для параметра θ и посчитаем эффективную оценку θ и бутстрепную оценку дисперсии этой эффективной оценки θ .

```
In [4]: #набор бутстрепных оценок дисперсии
but_est = np.zeros(len(theta))
ef_est = np.zeros(len(theta))

for i in range(len(theta)):
    s = bernoulli.rvs(theta[i], size = n)
    ef_est = mean(s)

    #эффективная оценка параметра theta по бутстрепным выборкам
    but_ef_est = np.zeros(K)
    for j in range(K):
        s_but = bernoulli.rvs(ef_est, size = n)
        but_ef_est[j] = mean(s_but)
    but_est[i] = var(but_ef_est)

plt.plot(theta, but_est)
plt.xlabel("$\\theta$", fontsize=20)
plt.title("Зависимость бутстрепной оценки дисперсии от $\\theta$")
plt.show()
```



Построим график для сравнения нижней оценки дисперсии параметра θ с помощью неравенства Рао-Крамера и бутстрепной оценки дисперсии.

```
In [5]: plt.plot(theta, low_est, label="Нижняя оценка дисперсии из неравенства Рао-Крамера")
plt.plot(theta, but_est, label="Бутстрепная оценка дисперсии")
plt.ylim(0, 0.0003)
plt.xlim(-0.01,1.01)
plt.xlabel("$\\theta$", fontsize = 18)
plt.legend(fontsize=8, loc=0)
plt.show()
```

