In [1]:
```python
import numpy as np
import scipy.stats as st
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

3. Основные методы поиска оценок. Задача 3.

Условие: В банке каждую минуту подсчитывается баланс по сравнению с началом дня (6 часов утра). В полночь работники банка измеряют две величины: X^1 - максимальное значение баланса за день, X^2 - значение баланса в полночь. Считается, что величина $X = X^1 - X^2$ имеет распределение Вейбулла с функцией распределения $F(x) = 1 - \exp^{-x^\gamma}(x > 0)$, где $\gamma > 0$ - параметр формы. В течение 10 лет каждый день банк проводил измерение величины X, получив в результате выборку $X_1, \dots, X_{3652}$. В файле Weibull.csv находятся соответствующие измерения.

Оцените параметр формы методом максимального правдоподобия а) по первым 4 годам; б) по всей выборке. Оценку произведите по сетке (в логарифмической шкале). Известно, что $log_{10}\gamma \in [-2, 2]$. Выберите шаг равным 10^{-3}.

In [2]:
```python
#Считываем данные из файла Weibull.csv
data = []

file = open('Weibull.csv', 'r')
for str in file:
    for c in str.split():
        data.append(float(c))
file.close()
```

План решения:

1) Дифференцируем функцию распределения, находим плотность: $p(x) = \gamma \cdot x^{\gamma-1} e^{-x^\gamma}$

2) Функция правдоподобия: $f = \gamma^N \prod_{i=1}^N e^{-x_i^\gamma} \cdot x_i^{\gamma-1} = \gamma^N e^{-\sum_{i=1}^N x_i^\gamma} \prod_{i=1}^N x_i^{\gamma-1}$

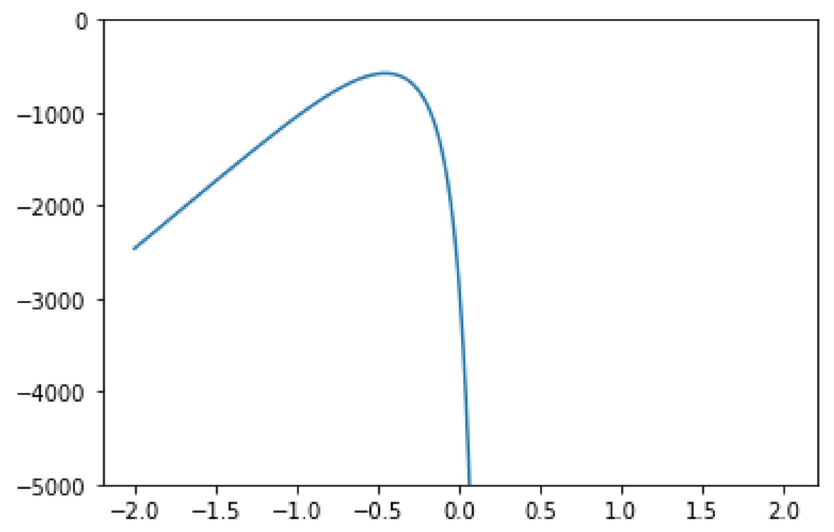
3) Десятичный логарифм от функции правдоподобия: $L = N \lg\gamma - (\sum_{i=1}^N x_i^\gamma) \lg(e) + (\gamma - 1) \cdot \sum_{i=1}^N \lg x_i$

Найдем по сетке значение $\lg\gamma$, в котором достигается максимум логарифмической функции правдоподобия.

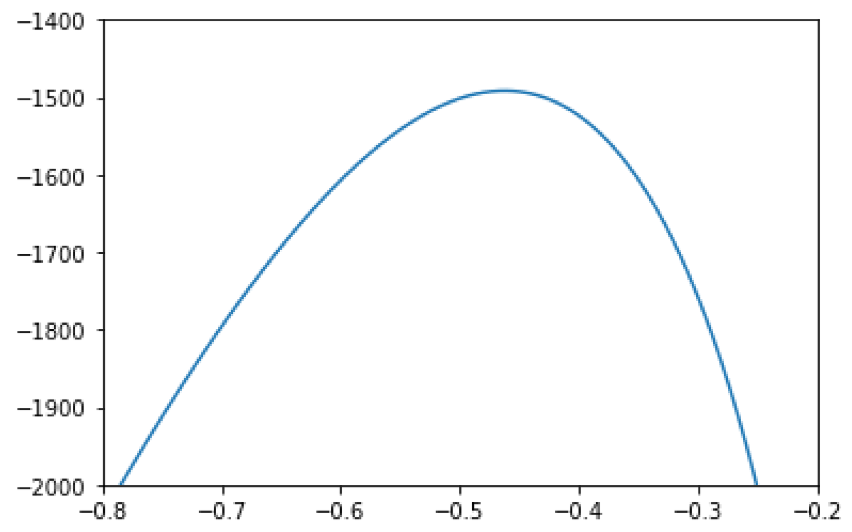
In [3]:
```python
#из условия известно, что десятичный логарифм параметра формы принадлежит
#интервалу [-2, 2] и шаг следует выбрать равным 0.001
lg_x = np.arange(-2, 2.001, 0.001)
x = 10**lg_x
```

In [4]:
```python
#Функция вычисления десятичнологарифмической функции правдоподобия
#n - количество элементов из выборки
def lgLikelihoodFunction(n):
    L = np.zeros(len(lg_x))
    for i in range(len(x)):
        for k in data[0:n]:
            if k == 0:
                k = 0.0001
            L[i] += lg_x[i] + (x[i] - 1) * np.log10(k) - (k ** x[i])*np.log10(np.e)
    return L
```

In [5]:
```python
#Оценим параметр формы по данным выборки за первые 4 года:
L = lgLikelihoodFunction(1461)

#Построим график
plt.plot(lg_x, L)
plt.ylim([-5000, 0])
plt.show()
```

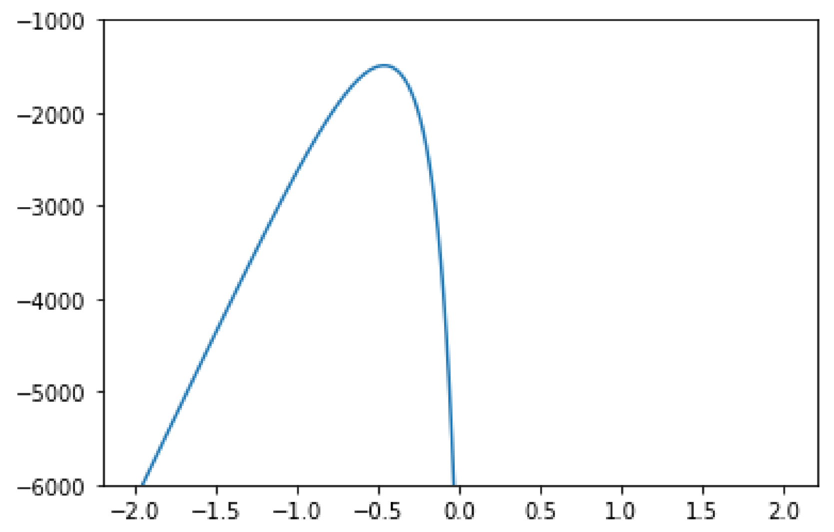


In [13]:
```python
plt.plot(lg_x, L)
plt.ylim([-2000, -1400])
plt.xlim([-0.800, -0.200])
plt.show()

arg_max_1 = lg_x[np.where(L == max(L))]
print("Значение максимума функции достигается в точке ", arg_max_1)
```

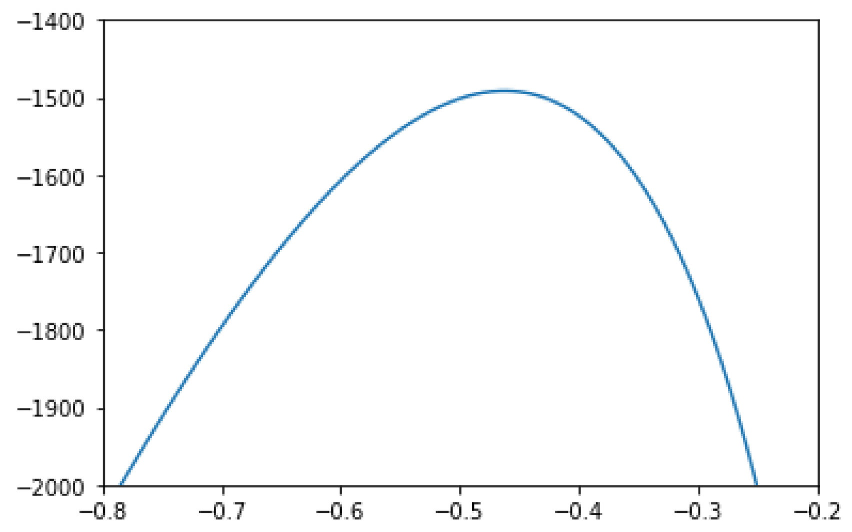



```
Значение максимума функции достигается в точке  [-0.462]
```

In [7]:
```python
#Оценим параметр формы по полной выборке за 10 лет
L = lgLikelihoodFunction(3652)

#Построим график
plt.plot(lg_x, L)
plt.ylim([-6000, -1000])
plt.show()
```



In [17]:
```python
plt.plot(lg_x, L)
plt.ylim([-2000, -1400])
plt.xlim([-0.800, -0.200])
plt.show()

arg_max_2 = lg_x[np.where(L == max(L))]
print("Значение максимума функции достигается в точке ", arg_max_2)
```




```
Значение максимума функции достигается в точке  [-0.462]
```

In [9]:
```python
print("Оценки параметра формы")
print("По первым 4 годам: ", 10**arg_max_1)
print("По всем 10 годам: ", 10**arg_max_2)
```

```
Оценки параметра формы
По первым 4 годам:  [0.35075187]
По всем 10 годам:  [0.34514374]
```

Вывод:

Оценка параметра формы получилась равной 0.351 при рассмотрении данных выборки за первые 4 года.
При рассмотрении полной выборки оценка равна 0.345.