INFO0501

ALGORITHMIQUE AVANCÉE

COURS 3

GRAPHES
ALGORITHMES ÉLÉMENTAIRES

UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

Pierre Delisle
Département de Mathématiques, Mécanique et Informatique
Septembre 2021

Plan de la séance

- Parcours en largeur
- Parcours en profondeur

- Bibliographie
  - T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein, "Algorithmique", 3e édition, Dunod, 2010

Parcours de graphe ?

- Sert de base à plusieurs algorithmes
- Permet d'étudier les propriétés du graphe
  - Le graphe est-il connexe ?
  - Le graphe est-il biparti ?
- On pourra aussi faire des traitements sur les sommets et les arcs/arêtes durant le parcours
- 2 types de parcours
  - Largeur
  - Profondeur

PARCOURS DE GRAPHES EN LARGEUR

Parcours en largeur

- Soit un graphe $G = (S,A)$ et un sommet origine s
- Emprunte les arêtes/arcs de G pour découvrir tous les sommets accessibles depuis s
- Calcule la distance (plus petit nombre d'arcs)
  - Entre s et chaque sommet accessible
- Construit un **arbre de parcours en largeur**
  - De racine s
  - Qui découvre tous les sommets situés à une distance k avant les sommets de distance $k + 1$
- Durant le parcours, chaque sommet devient successivement
  - Non Découvert
  - Découvert
  - Découvert et tous ses sommets adjacents ont été découverts
- Utilise une file pour gérer la découverte des sommets

FLASHBACK

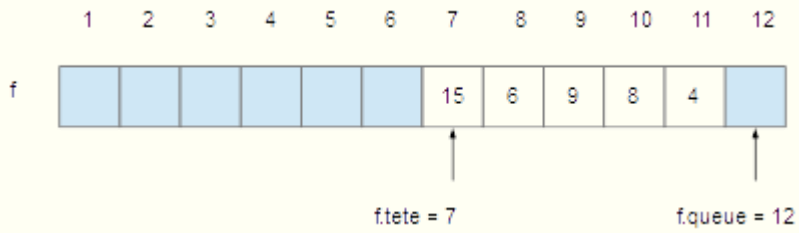
Files

Files

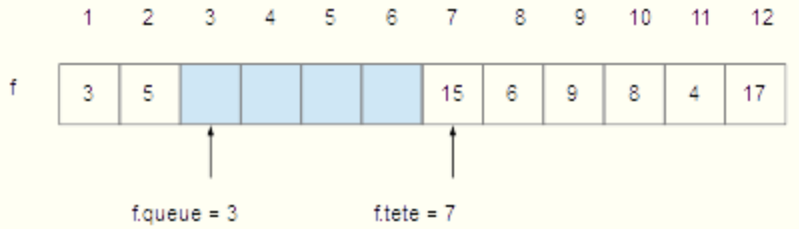
- Premier entré, premier sorti → FIFO
- Insérer → Enfiler
- Supprimer → Défiler
- Implémentation par tableau (circulaire)
  - Au plus n - 1 éléments → tableau f [1...n]
  - Attribut $f.queue$ qui indexe la queue
    - Enfiler : insertion en f[f.queue]
  - Attribut $f.tête$ qui indexe la tête
    - Défiler : suppression en f [f.tete]

Files

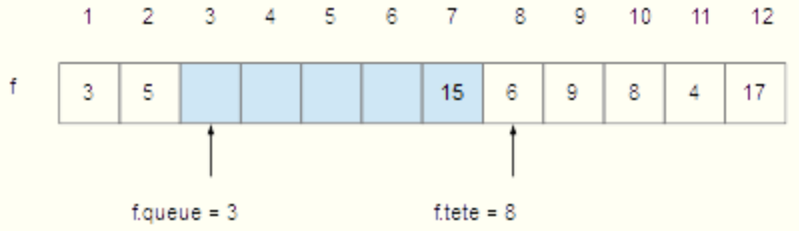
- File contenant 5 éléments



- Après enfilage des valeurs 17, 3 et 5



- Après défilage
  - Retourne la valeur 15
  - L'emplacement 7 n'est plus accessible



- ENFILER (f, x)
  - $\mathcal{O}(1)$
- DÉFILER (f)
  - $\mathcal{O}(1)$
- RECHERCHER ?

FIN DU FLASHBACK

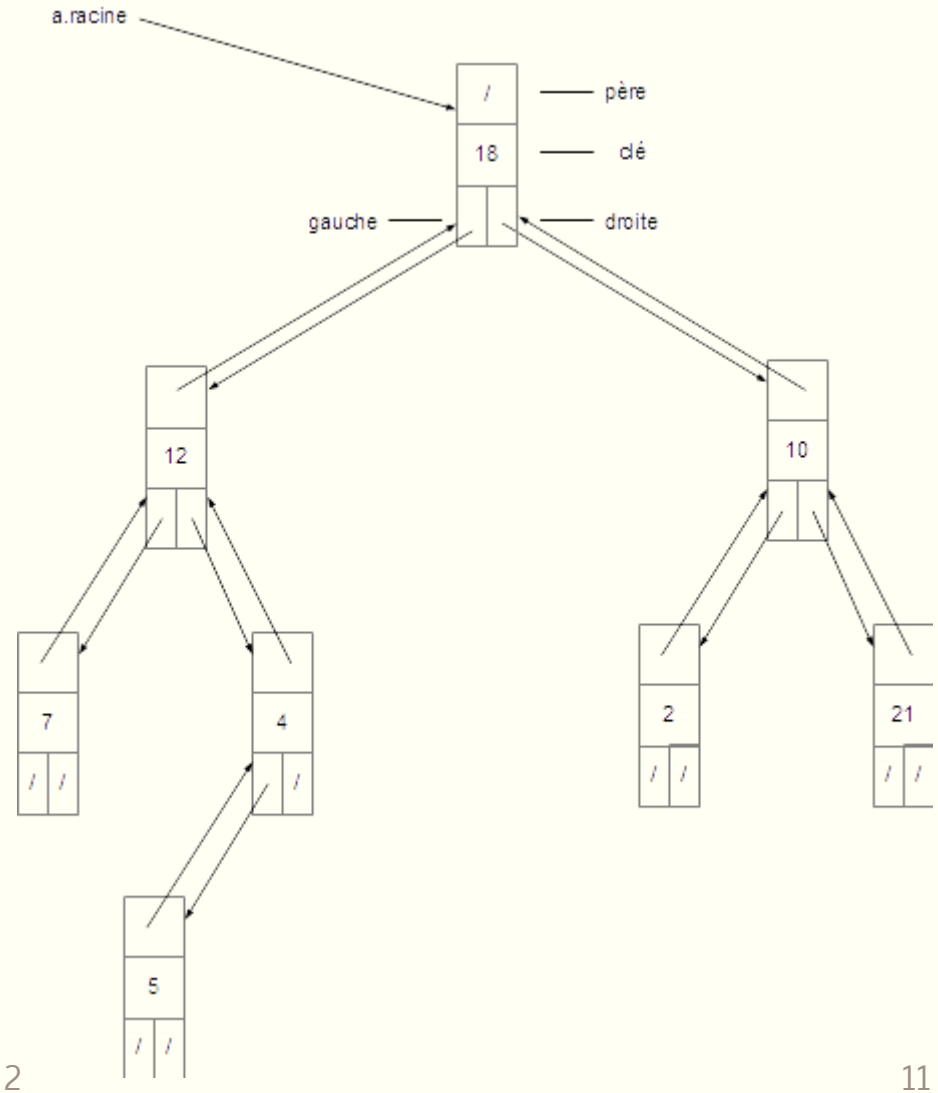
Files

FLASHBACK

Arbres

Arbres (binaires)

- Représentation chaînée
  - Chaque nœud/objet contient les attributs
    - *clé*
    - *père* → pointeur vers le père (NIL pour la racine)
    - *gauche* → pointeur vers le fils gauche
    - *droit* → pointeur vers le fils droit
  - racine → pointeur sur l'élément racine (NIL si arbre vide)
- Temps d'exécution ?
  - Dépend de l'ordre et de l'organisation des noeuds
  - Certaines propriétés doivent être respectées pour que les arbres puissent constituer un dictionnaire efficace
  - On verra ça un peu plus tard...



FIN DU FLASHBACK

Arbres

Parcours en largeur

- Exemple 1 : Parcours en largeur

Temps d'exécution du parcours en largeur

- Initialisation de S sommets
  - $\mathcal{O}(S)$
- Chaque sommet est enfilé une fois et défilé une fois
  - $\mathcal{O}(S)$
- Chaque liste d'adjacence est parcourue une fois (quand le sommet est défilé)
  - Somme des longueurs de toutes les listes → O(A)
- Total
  - $\mathcal{O}(S + A)$

PARCOURS DE GRAPHES EN PROFONDEUR

Parcours en profondeur

- On descend plus profondément dans le graphe chaque fois que c'est possible
  - On explore les arcs du sommet découvert le plus récemment
  - Si on trouve un sommet non découvert, on l'explore tout de suite même si on n'a pas exploré tous les autres arcs du sommet en cours
  - On revient en arrière plus tard pour explorer les arcs restants
- Construit une **forêt de parcours en profondeur**
- Le parcours en profondeur **date** chaque sommet
  - Date de début → découverte du sommet
  - Date de fin → toute la liste d'adjacence du sommet a été examinée
- Exemple 2
  - Parcours en profondeur

Temps d'exécution du parcours en profondeur

- Initialisation de S sommets
  - $\mathcal{O}(S)$
- Chaque liste d'adjacence est parcourue une fois
  - Somme des longueurs de toutes les listes → O(A)
- Total
  - $\mathcal{O}(S + A)$

Parcours en profondeur itératif

- Utilise une pile pour gérer la découverte des sommets

FLASHBACK

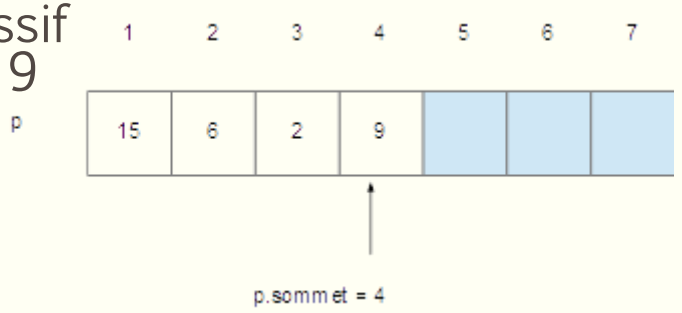
Piles

Piles

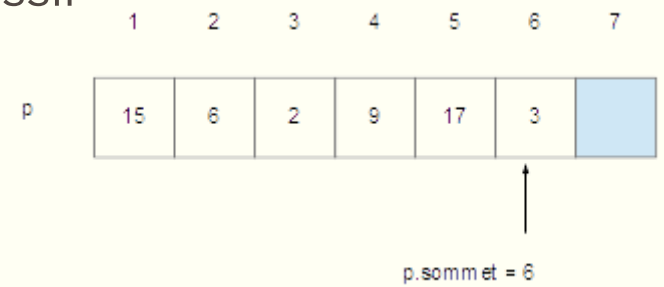
- Dernier entré, premier sorti → LIFO
- Insérer → Empiler
- Supprimer → Dépiler
- Implémentation par tableau
  - Au plus n éléments → tableau p [1...n]
  - Possède un attribut $p.sommet$ qui indexe l'élément le plus récemment inséré
  - $p[1]$ → élément situé à la base de la pile
  - $p[p.sommet]$ → élément situé au sommet de la pile

Piles

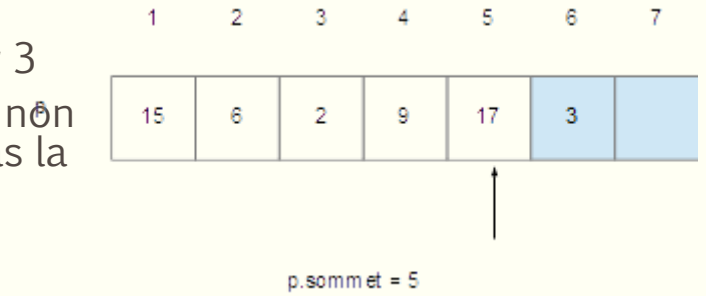
- Après empilage successif des valeurs 15, 6, 2 et 9



- Après empilage successif des valeurs 17 et 3



- Après un dépilage
  - On récupère la valeur 3
  - La case 6 est ensuite non définie, on ne peut pas la réutiliser



- EMPILER (p, x)
  - $\mathcal{O}(1)$
- DÉPILER (p)
  - $\mathcal{O}(1)$
- PILE-VIDE (p)
  - $\mathcal{O}(1)$
- RECHERCHER ?

Programmation ?

Java

- Piles
  - Classe Stack (legacy)
- Piles et Files
  - Interface Deque (ArrayDeque, LinkedList)
  - addFirst(..), addLast(..), removeFirst(), removeLast()
- Listes
  - Interface List (ArrayList, LinkedList)
- Tas/Files de priorité
  - Classe PriorityQueue

C++

- Piles
  - Template stack (containers : vector, deque, list)
  - push(..) (push_back), pop() (pop_back), …
- Files
  - Template queue (containers : deque, list)
  - push(..) (push_back), pop() (pop_front), …
- Listes
  - Template list (container : doubly linked list)
- Tas/Files de priorité
  - Template priority_queue (cont. : vector, deque)

FIN DU FLASHBACK

Piles

Parcours en profondeur itératif

- Exemple 3 : parcours en profondeur itératif en utilisant une pile – Version simple
  - La version itérative avec comportement identique à la version récursive est un peu plus complexe et sera – peut-être – vue en TD

PROCHAIN COURS

ARBRES COUVRANT DE POIDS MINIMUM