

Расчетно-графическая работа
по дисциплине математический анализ
Интеграл функции одной переменной
Модуль 2
Вариант № 6

Выполнили:
Сиразетдинов А. Н. Р3116
Шпинёва У. С. Р3116
Лучинкин К.
Преподаватель:
Возианова А. В.

Содержание

1	Задание 1. Интегральная сумма	3
1.1	Интегральная сумма	3
1.2	Последовательность интегральных сумм	4
1.2.1	Заключение	5

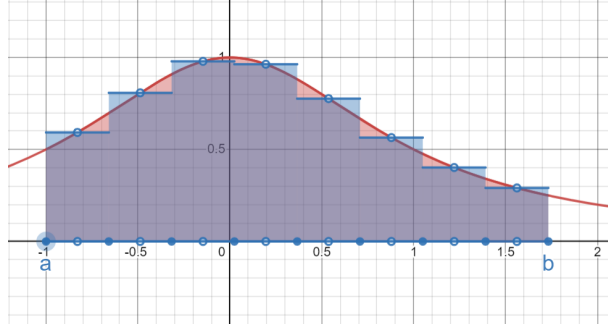
1 Задание 1. Интегральная сумма

1.1 Интегральная сумма

Задание

Исследуйте интегральную сумму функции $\frac{1}{1+x^2}$, заданной на отрезке $[-1; \sqrt{3}]$

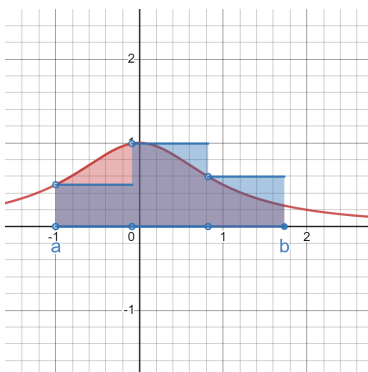
Интегральная сумма функции на заданном отрезке в виде ступенчатой фигуры



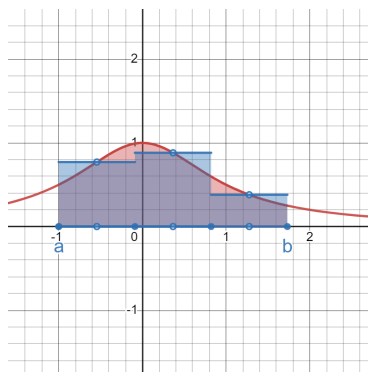
<https://www.desmos.com/calculator/w21pp71fpr>

Исследование ступенчатой фигуры

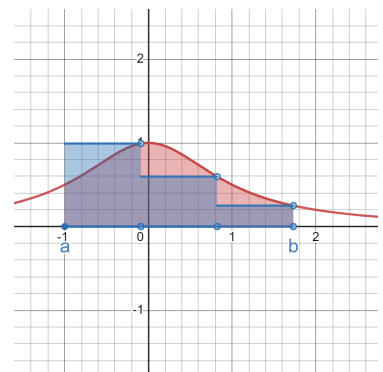
Рассмотрим разбиение на 3, 8 и 50 ступеней:



Крайнее левое положение точек

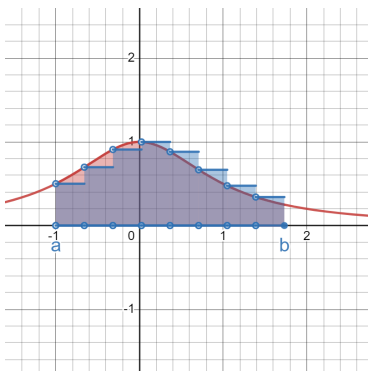


Промежуточное положение точек

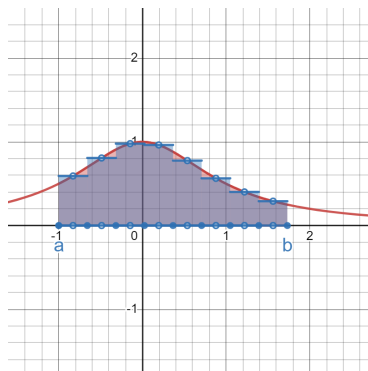


Крайнее правое положение точек

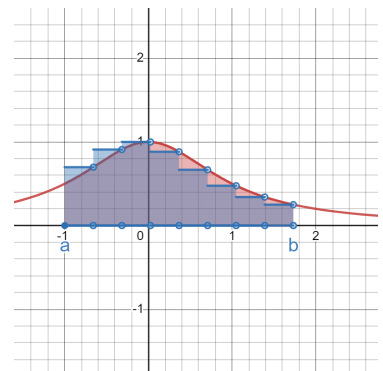
Рис. 1: Разбиение на 3 ступени



Крайнее левое положение точек

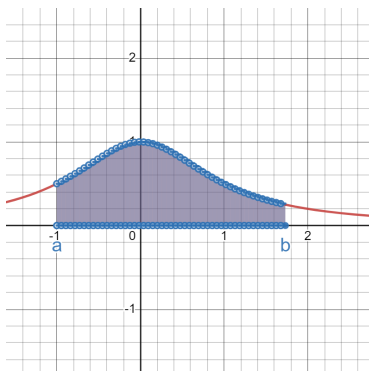


Промежуточное положение точек

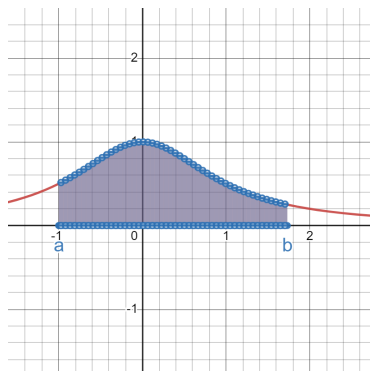


Крайнее правое положение точек

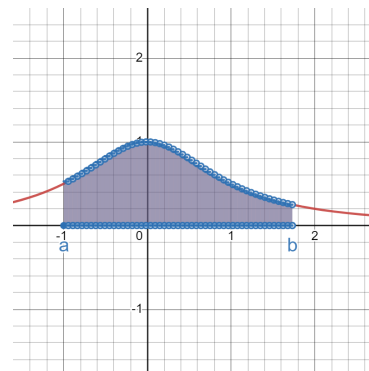
Рис. 2: Разбиение на 8 ступеней



Крайнее левое положение точек



Промежуточное положение точек



Крайнее правое положение точек

Рис. 3: Разбиение на 50 ступеней

Закключение

В процессе выполнения первой части первого задания были построены ступенчатые фигуры по графику. Ступенчатая фигура тем точнее, чем мельче разбиение и чем ближе выбранные точки к серединам разбиений

1.2 Последовательность интегральных сумм

Интегральная сумма

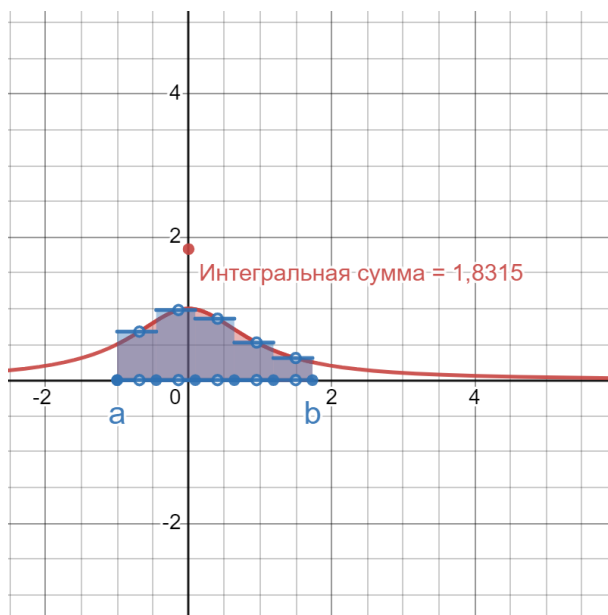
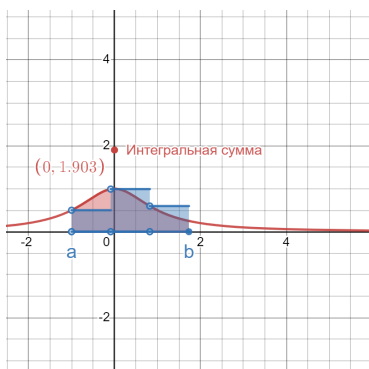
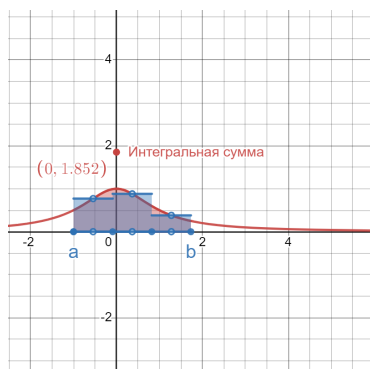


Рис. 4: Подсчет интегральной суммы

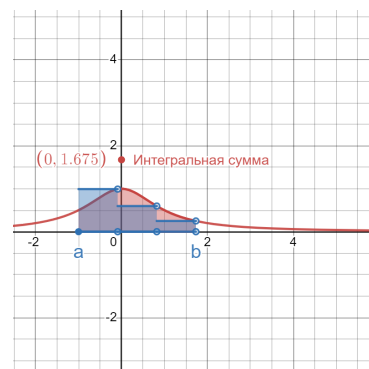
Исследование значения с ростом n при различных положениях точек



Крайнее левое положение точек

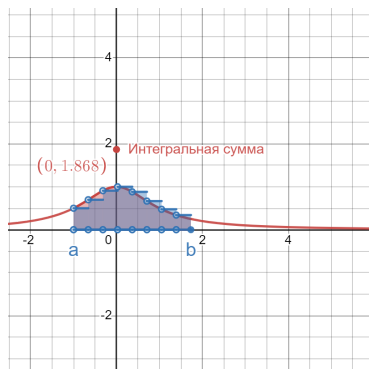


Промежуточное положение точек

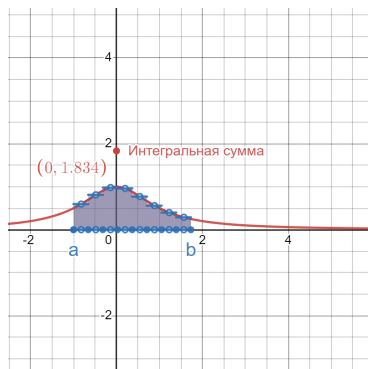


Крайнее правое положение точек

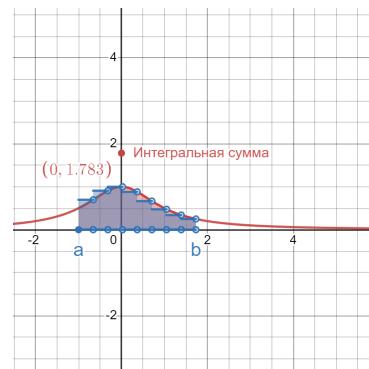
Рис. 5: Разбиение на 3 ступени



Крайнее левое положение точек

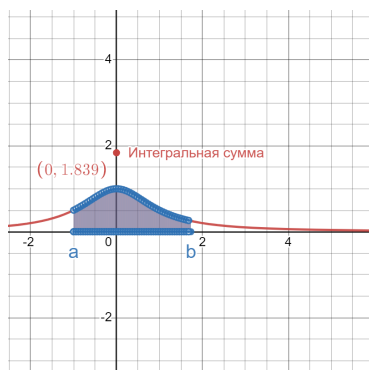


Промежуточное положение точек

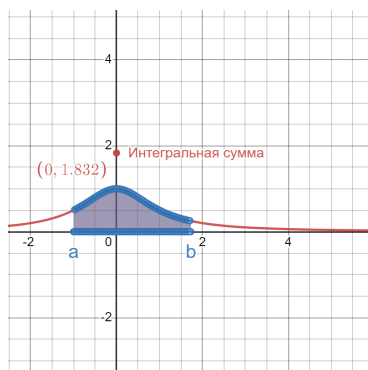


Крайнее правое положение точек

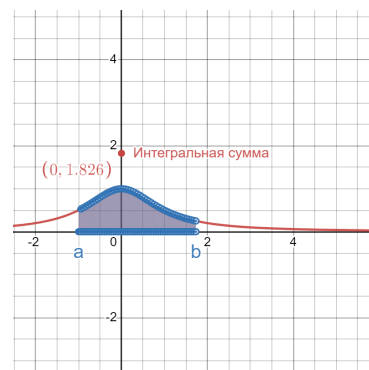
Рис. 6: Разбиение на 8 ступеней



Крайнее левое положение точек



Промежуточное положение точек



Крайнее правое положение точек

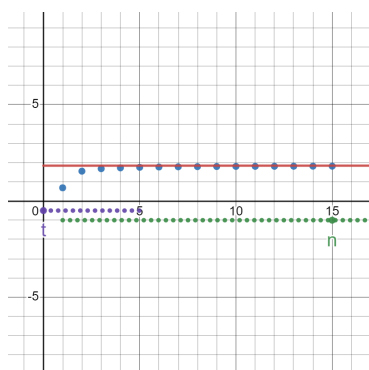
Рис. 7: Разбиение на 50 ступеней

Аналитическое вычисление интеграла

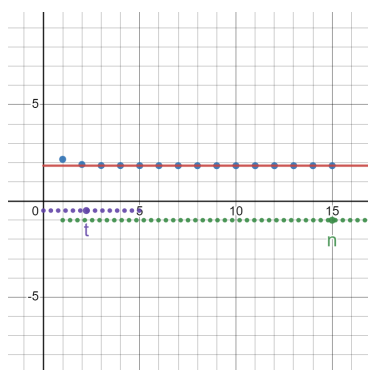
$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x \Big|_{-1}^{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\pi}{12} \approx 1,8326$$

Интегральная сумма тем точнее, чем мельче разбиение и чем ближе выбранные точки к серединам разбиений

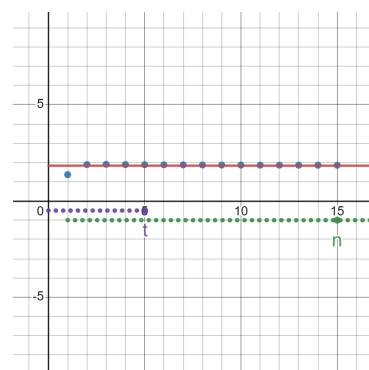
Последовательность интегральных сумм



Крайнее левое положение точек



Промежуточное положение точек



Крайнее правое положение точек

Рис. 8: Зависимость от расположения точек
<https://www.desmos.com/calculator/zrwq9vbkto>

1.2.1 Заключение

В процессе выполнения части 2 задания 1 были сравнены значения интегральных сумм и аналитического исчисления. Можно сделать вывод, что вычисление определенного интеграла достаточно точное и его точность прямо пропорциональна количеству точек, которые мы выбираем и их близость к середине разбиений