

## Численные методы, Весна 2021 ВШЭ. Задание 7.<sup>a</sup>

### Задачи типа А.

1. **(15+15) [SquareWell]** Исследуйте задачу на собственные значения оператора Штурма-Лиувилля. Следуйте инструкциям в classroom. (15 баллов автопроверка + 15 баллов защита)
2. **(10 + 25) [ode\_ivp]** Реализуйте методы Эйлера и Рунге-Кутты 2 порядка для решения систем уравнений. Следуйте инструкциям в classroom. (10 баллов автопроверка + 25 баллов защита)

### Задачи типа Б.

Для задачи Коши ОДУ первого порядка

$$\dot{u} = f(t, u) \quad (1)$$

рассмотрим следующие конечно-разностные схемы

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{\tau} = \frac{3}{2}f_{n-1} - \frac{1}{2}f_{n-2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2}y_n - 2y_{n-1} + \frac{1}{2}y_{n-2} = \tau f_n \quad (3)$$

$$\frac{y_n + 4y_{n-1} - 5y_{n-2}}{6\tau} = \frac{2}{3}f_{n-1} + \frac{1}{3}f_{n-2} \quad (4)$$

1. **(10)** Найти порядок аппроксимации уравнения (1) разностной схемой (2), (3) или (4) (согласно указанию преподавателя).
2. **(5)** Определить, является ли нуль-устойчивой схема (2), (3) или (4) (согласно указанию преподавателя).
3. **(15)** Определить, является ли А-устойчивой схема (2), (3) или (4) (согласно указанию преподавателя).
4. **(15)** Рассмотрим задачу для Коши дифференциального уравнения на функцию  $u(t)$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{u}$$

с начальным условием  $u(t=0) = 1$  на интервале  $0 \leq t \leq 5$ .

Составить в явном виде расчетные формулы *неявного* методом Эйлера для данной задачи. Найти порядок аппроксимации схемы. Используя схему с постоянным шагом  $\tau = 0.1$ , построить численное решение. Сравнить с точным решением задачи Коши.

---

<sup>a</sup> Дополнительно указаны: (количество баллов за задачу)[имя задачи на nbgrader]