

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} p_n = -p_{n-1} + 6p_{n-2} \\ p_0 = 1, \quad p_1 = 2 \end{cases}$$

$$p_n = 2^n$$

$$2^n = -2^{n-1} + 6 \cdot 2^{n-2} \quad | : 2^n$$

$$1 = -\frac{1}{2} + \frac{6}{4}, \quad 2^2 = \frac{1}{2}$$

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{12}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow \lambda_1 = -3$$

$$x_2 = +\frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 2$$

$$p_n = C_1(-3)^n + C_2(2)^n$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ (-3)C_1 + 2C_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 1 \end{cases}$$

$$p_n = 2^n \Rightarrow p_{2021} = 2^{2021}$$

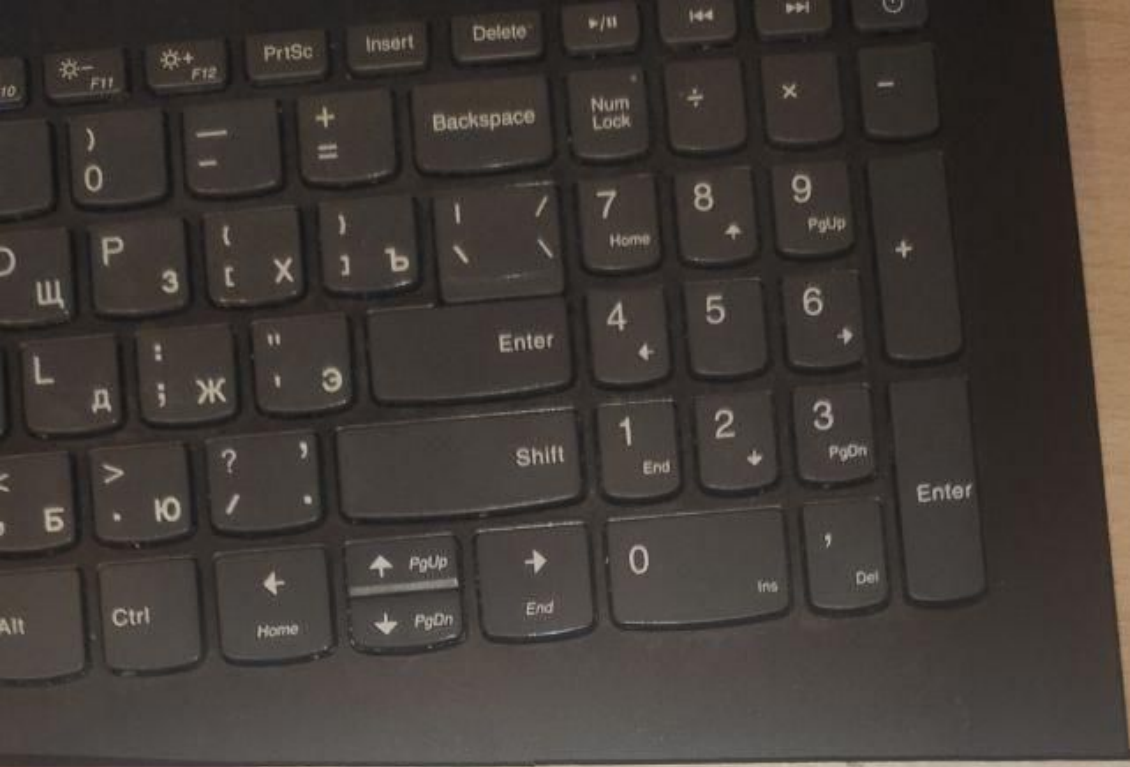
$$\textcircled{2} \quad p_1 = 2 + \epsilon \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ -3C_1 + 2C_2 = 2 + \epsilon \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 1 - C_2 \\ -3 + 3C_2 + 2C_2 = 2 + \epsilon \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} C_2 = 1 + \frac{\epsilon}{5} \\ C_1 = \frac{\epsilon}{5} \end{cases}$$

$$p_n = \frac{\epsilon}{5}(-3)^n + \left(1 + \frac{\epsilon}{5}\right)2^n$$

Получаем, что при больших n результат действия функции будет сильно отличаться.



Число $C_1 (-3)^n$, которое до этого
не было на p_n , теперь экспоненциаль-
но растет. Отличие при $C_1 = \frac{\epsilon}{5}$
будет существенным при ~~нек-м~~ n
начиная с нек-го n .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$k(\delta) = \frac{d\varepsilon}{d\delta}$$

$\delta > 0$

$\varepsilon(\delta)$ - наиб. собствен. знач. A .

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 10 \\ 8 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2 - 10\delta =$$

$$= \lambda^2 - 2\lambda + 1 - 10\delta$$

$$D = 4 - 4(1 - 10\delta) = 40\delta$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{10\delta}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{10\delta}}{2} = 1 \pm \sqrt{10\delta}$$

Наиб. собствен. знач. - $1 + \sqrt{10\delta}$

$$k(\delta) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{\delta}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2\delta}}$$

$$k(10) = \sqrt{\frac{5}{2 \cdot 10}} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$k(0,1) = \sqrt{\frac{5}{2 \cdot 0,1}} = \sqrt{25} = (5)$$