CH2 COMPORTEMENTS DE FONCTIONS

## I Derivation

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I' et f' sa fonction dérivée

| Fonction f | Dérivée f' |
|---|---|
| ax + b | a |
| $x^2$ | 2x |
| $X^3$ | $3x^2$ |
| $x^n$ | $n\,x^{n-1}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\frac{-1}{x^2}$ |
| $\frac{1}{x^n}$ | $\frac{-n}{x^{n+1}}$ |
| $\sqrt{x}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |

Ex: (4x-1)' = 4

Ex: $(x^5)' = 5x^4$

Ex: $(\frac{9}{x})' = -(\frac{9}{x^2})$

Soient u et v deux fonctions définies sur I

| Fonction | Dérivée |
|---|---|
| k x u | K x u' |
| u x v | u' x v + u x v' |
| $\frac{u}{v}$ | $\frac{u' v-uv^2}{v^2}$ |
| $\frac{1}{v}$ | $\frac{-v'}{v^2}$ |
| $u^n$ | $nx\,u' x\,u^{n-1}$ |

Exemples :

Calculer les dérivées des fonctios suivantes :

$F1(x) = 7x^5-4x^3+12x^2-9x+4$

## 2) Equation de la tangente à une courbe Cf en un point x =a

Exemple :

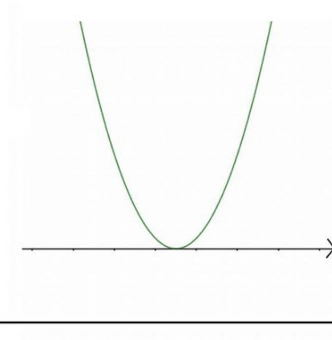
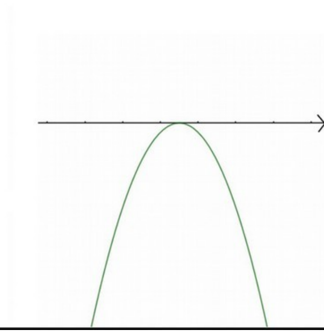
On considère la fonction f définie sur IR pour :

F(x)= $x^2 + 1$

Cf est la courbe représentative de f :

Tableau de valeur :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| F(x) | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 |

| **Signe de Δ** | **Δ = 0** |
|---|---|
| Solutions de $ax^2 + bx + c = 0$ | $x_0 = \frac{-b}{2a}$ |
| Forme factorisée de $f$ | $a(x - x_2)^2$ |
| Intersection de la parabole représentant $f$ avec l'axe des abscisses (si a>0) |  |
| Intersection de la parabole représentant $f$ avec l'axe des abscisses (si a<0) |  |

Définition : La tangente à Cf au point d'abscisse x=a

Est la droite passant par A (a ; f(a))

Et de coefficient directeur f'(a)

Son équation est **(T) : y = f'(a)(x-a)+f(a)**

Dans l'exemple :

L'équation de la tangente à Cf x = 1 c'est-à-dire : A (1, f (1)) est :

**(T) = y = f'(1)(x-1)+f(1)**

**F'(1) est le coefficient directeur de (T) à Cf en x = 1**

F'(x) = 2x

F'(1) = 2 x 1 = 2

F(1) = $1^2$+1=2

Donc (T) devient :

G=2(x-1) +2

G=2x-2+2

(T) = y = 2x

Exemple :

On considère la fonction g définie sur IR pour :

G(x) = $x^2$ - 3x + 2

A=1 ; b=-3, c=2

Cf est la courbe représentative de g : Le sommet S a pour abscise $xs=\frac{b}{2q}=\frac{-(-3)}{2}=1{,}5$

| x | -1 | 0 | 1 | 1 ,5 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F(x) | 6 | 2 | 0 | -2,25 | | | |

*G (-1) = $(-1)^2$ - 3x$(-1,5)^2$ - 3 x 1,5 + 2 = -2,25*

G(1) = $1^2$ -3x1 + 2 = 0

Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe Cg

Ex $x = 3$ (c'est-à-dire au point A(3 ; f(3))

(T) = $g = g'(3)(x-3) + g(3)$

$G(3) = 3^2 - 3x3 = 2 = 2$

$G'(x) = 2x-3$

$G'(3) = 2x3-3=3$

Donc le tangente $x=3$ à Cj est :

(T) : $y = 3 (x-3)+2$

$Y=3x-9 + 2$

(T) $y = 3x-7$

<u>**3)** Lien entre le sens de variation et la signe de la dérivée</u>

La fonction f est définie et dérivable sur R(ou R*…)

La fonction f est croissante si $f'(x) > o$

La fonction f est décroissante si $f'(x) < o$

La fonction f est constante si $f'(x) = o$

<u>Remarque :</u> Lorsque la fonction n'est pas constante $f(x) = k$

Ex : $f(x) = x^2 + 2$

$F'(x) = o$ sert à débrancher les extrémums de la fonction f