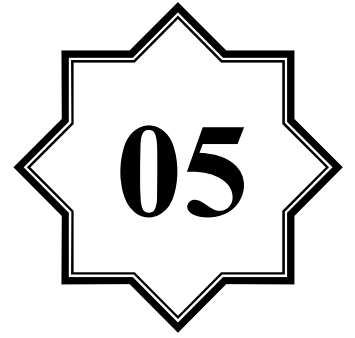


# عصر نظري و تمارين

من التطورات الرتبة ٥

تطور جملة ميكانيكية



الشعب : علوم تجريبية  
رياضيات ، تقني رياضي

\*\*\*\*\*

[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)

السنة الدراسية : 2015/2014

# 08

## المحتوى المفاهيمي :

### سلسلة تمارين-1 (مستوى 02)

#### التمرين (1) :

- قمر اصطناعي (S) كتلته m يدور حول الأرض وفق مسار دائري على ارتفاع h عن سطحها ، دوره T .
- 1- حدد المرجع الذي تتم فيه دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي ؟ عرفه و ما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع والتي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ؟
  - 2- اشرح لماذا لا يسقط القمر الاصطناعي على الأرض رغم خضوعه إلى قوة تجذبه باتجاه الأرض .
  - 3- أثبت أن قيمة الجاذبية على ارتفاع h من سطح الأرض يعبر عنها بالعلاقة :

$$g = \frac{G.M}{(R + h)^2}$$

- 4- أثبت أنه يعبر عن الجاذبية g في مدار القمر الاصطناعي بدلالة الجاذبية g<sub>0</sub> على سطح الأرض بالعلاقة :

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

- 5- عبر عن الطاقة الإجمالية للجملة ( قمر اصطناعي ، أرض ) ، بدلالة : كتلة القمر الاصطناعي m و سرعته v

#### الأجوبة :

- 1- المرجع الذي تتم فيه دراسة حركة القمر الاصطناعي هو المرجع المركزي الأرضي ( الجيومركزي ) .  
تعريفه :

هو مرجع مبدأ معلمه منطبق على مركز الأرض و محاوره الثلاث تتجه نحو ثلاث نجوم جد بعيدة نعتبرها ثابتة بالنسبة لمركز الأرض .

- يسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في هذا المرجع ، بعدما يفترض أنه غاليلي .

$$\text{3- إثبات } \underline{g = \frac{G.M}{(R + h)^2}}$$

- يخضع القمر الاصطناعي إلى قوة الجذب العام  $\vec{F}$  كما ذكرنا سابقا ، هذه القوة تمثل أيضا قوة الثقل  $\vec{P}$  ، أي :  
 $P = F$

و حيث أن :  $P = mg$  ،  $F = G \frac{mM}{r^2}$  ، يكون :

$$m g = G \frac{m.M}{r^2} \rightarrow g = \frac{GM}{r^2} \rightarrow g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

و هي عبارة الجاذبية على الارتفاع  $h$  من سطح الأرض .

$$\text{4- إثبات } \underline{g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}}$$

لدينا سابقا :

$$g = \frac{G.M}{(R + h)^2}$$

حيث  $h$  هو الارتفاع عن سطح الأرض ، و على سطح الأرض ، أين  $h = 0$  ، يمكن كتابة :

$$g_0 = \frac{G.M}{R^2}$$

حيث  $g_0$  هي قيمة الجاذبية على سطح الأرض .

- بقسمة عبارة  $g$  على  $g_0$  طرف إلى طرف نجد :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\frac{G.M}{(R + h)^2}}{\frac{G.M}{R^2}} = \frac{G.M}{(R + h)^2} \cdot \frac{R^2}{G.M} = \frac{R^2}{(R + h)^2} \rightarrow g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

5- عبارة الطاقة الإجمالية للجملة ( قمر اصطناعي ، أرض ) بدلالة  $R$  ،  $M$  ،  $G$  ،  $h$  ،  $v$  ،  $m$  :

$$E = E_C + E_{PP}$$

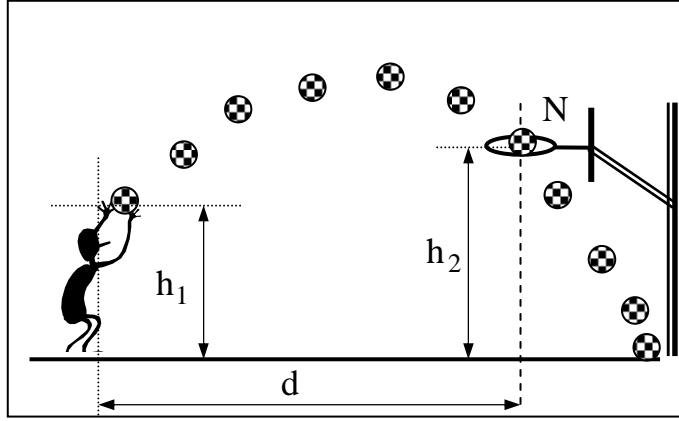
$$E = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

و جدنا سابقا ، على الارتفاع  $h$  من سطح الأرض :  $g = \frac{GM}{(R + h)^2}$  ، و منه يصبح :

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + m \frac{g.M}{(R + h)^2} h \rightarrow E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{m.g.M.h}{(R + h)^2}$$

**التمرين (2) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 42 على الموقع)**

في النقطة (o) من أرضية ملعب كرة السلة يوجد لاعب (A) يريد أن يقذف كرة بسرعة ابتدائية  $v_0$  يصنع شعاعها مع الأفق الزاوية  $\alpha = 45^\circ$  باتجاه السلة التي نعتبرها حلقة دائرية مركزها (N) ، و موجودة على ارتفاع  $h_2 = 3 \text{ m}$  من سطح الأرض ، عندما تغادر الكرة يد اللاعب في نقطة (M) من الملعب يكون مركز عطالتها (الكرة) على ارتفاع  $h_1 = 2 \text{ m}$  من سطح الأرض (الشكل) . نعتبر أن الهدف يسجل عندما يمر مركز الكرة بمركز السلة .

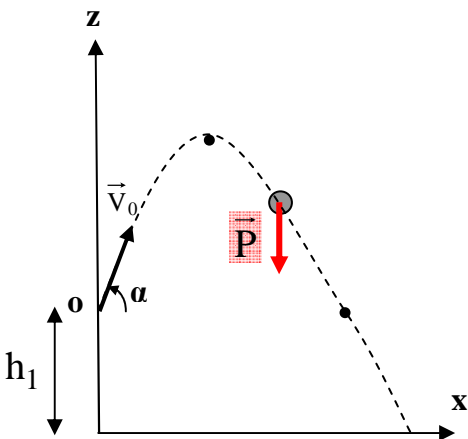


1- باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة قذف اللاعب للكرة ، و مبدأ الإحداثيات عند النقطة (o) موضع اللاعب (A) على أرضية الملعب ، بحيث يكون المحور (ox) منطبق على الأرض و متجه نحو الشاقول المار من مركز السلة ، والمحور (oy) يكون عمودي على أرضية الملعب و متجه نحو الأعلى . نعتبر  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .  
أ- أدرس طبيعة حركة الكرة في الملعب .

ب- أكتب المعادلات الزمنية للحركة و كذا معادلة المسار مبينا طبيعته .  
2- إذا كان اللاعب (A) متوقف لحظة قذفه للكرة ، و هو يبعد عن الشاقول المار من مركز السلة بمقدار  $d = 11 \text{ m}$  .

أ- بأي سرعة ابتدائية  $v_0$  يجب أن يقذف اللاعب الكرة حتى يسجل الهدف .  
ب- ما هي المدة الزمنية التي تستغرقها الكرة منذ لحظة قذفها من طرف اللاعب إلى غاية دخولها السلة .  
ج- أحسب سرعة الكرة لحظة مرورها بمركز السلة و كذا الزاوية  $\beta$  التي يصنعها مع الأفق .  
3- بإهمال نصف قطر الكرة أمام أبعاد أرضية الملعب ، أوجد موقع سقوط الكرة على الأرض ، بالنسبة إلى اللاعب (A) .

4- نفرض أن اللاعب (B) من الفريق المنافس يقف بين اللاعب (A) و السلة وذلك على بعد  $d' = 1 \text{ m}$  من اللاعب (A) ويحاول اعتراض مسار الكرة بالقفز شاقوليا رافعا يديه إلى الأعلى حيث تبلغ أطراف أصابعه الارتفاع  $h_3 = 3.5 \text{ m}$  ، فإذا قذف اللاعب (A) الكرة بنفس السرعة السابقة  $v_0$  .  
فهل يتمكن من تسجيل الهدف هذه المرة . اشرح .

**الأجوبة :**

- 1- أ- دراسة طبيعة الحركة :  
- الجملة المدروسة : كرة (S) .  
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .  
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل  $\vec{P}$  .  
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -P = m a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -m g = m a_z \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

إذن :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oz هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

ب- المعادلات الزمنية و معادلة المسار :

- نكامل طرفين عبارة التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_z = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha = -g(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -g t + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \\ z = h_1 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos \alpha (0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_1 = -\frac{1}{2} g (0)^2 + v_0 \sin \alpha (0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_1 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + h_1 \end{cases}$$

من المعادلة  $x = f(t)$  :  $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$  بالتعويض في  $z(t)$  :

$$z = -\frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right) + h_1$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h_1$$

2- قيمة  $v_0$  حتى يسجل الهدف :

- مركز السلة يبعد عن سطح الأرض بقدر  $h_2 = 3 \text{ m}$  و يبعد أفقيا على المحور (oy) بمقدار  $d = 11 \text{ m}$  ، فهذا يعني أن احداثي مركزها N تكون كما يلي :

$$(x_N = 11 \text{ m} , z_N = 3 \text{ m})$$

بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$z_N = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_N^2 + \tan \alpha x + h_1$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_N^2 = \tan \alpha x + h_1 - z_N$$

$$g \cdot x_N^2 = 2v_0^2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha \cdot x + h_1 - z_N)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_N^2}{2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha \cdot x_N + h_1 - z_N)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 11^2}{2 \cos^2 45^\circ ((\tan 45^\circ \cdot 11) + 2 - 3)}} = 11.16 \text{ m/s}$$

ب- المدة الزمنية المستغرقة حتى بلوغ مركز السلة :

لدينا :  $x_N = 11 \text{ m}$  ، بالتعويض في  $x(t)$  :

$$11 = 11.16 \cos \alpha t_N \rightarrow t_N = \frac{11}{11.16 \cdot \cos 45^\circ} = 1.30 \text{ s}$$

ج- سرعة الكرة لحظة مرورها بمركز السلة N :

$$v_N = \sqrt{v_{xN}^2 + v_{zN}^2}$$

لدينا :  $t_N = 1.30 \text{ s}$  بالتعويض في  $\vec{v}(t)$  نجد :

$$\vec{v}_N \begin{cases} v_{xN} = 11.16 \cdot \cos 45^\circ = 8.49 \text{ m/s} \\ v_{zN} = (-10 \cdot 1.30) + (11.16 \cdot \sin 45^\circ) = -4.51 \text{ m/s} \end{cases}$$

إذن :

$$v_N = \sqrt{(8.49)^2 + (-4.51)^2} \approx 9.57 \text{ m/s}$$

الزاوية التي يصنعها

3- إمكانية تسجيل الهدف :

اللاعب (B) يبعد عن اللاعب (A) الموجود في مبدأ المعلم بمقدار  $d' = 1 \text{ m}$  ، هذا يعني أن فاصلة النقطة (B) التي تنتمي إلى المحور (ox) و الموافقة للموضع الموجود على أرضية الملعب و الذي قفز منه اللاعب (B) هي  $x_B = d' = 1 \text{ m}$

اللاعب (B) تبلغ أطراف أصابعه علو لا يتعدى  $h_3 = 3.2 \text{ m}$  ، و منه إذا مرت الكرة فوق هذا العلو لا يمكن لهذا اللاعب أن يتصدى لها ، و بالتالي يسجل الهدف ، بينما إذا مرت الكرة على علو يساوي أو أقل من هذا الارتفاع  $h_3 = 3 \text{ m}$  الذي تبلغه أصابع اللاعب (B) عند قفزه ، فإنه يمكنه أن يتصدى للكرة و بالتالي يمنع اللاعب (A) من تسجيل الهدف .

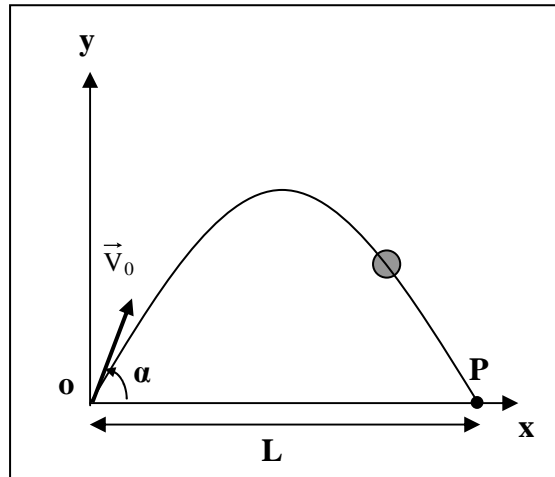
إذن لمعرفة إمكانية تسجيل الهدف أم لا ، نحسب علو الكرة عن الأرض في النقطة التي تنتمي إلى المحور (ox) و الموافقة للموضع الذي قفز منه اللاعب (B) .  
بتعويض  $x_B = 2.94 \text{ m}$  في معادلة المسار نجد :

$$z_B = -\frac{10}{2(11.16)^2 \cos^2 45^\circ} (1)^2 + (\tan 45^\circ \cdot 1) + 2 = 3.07 \text{ m}$$

- و هو علو الكرة عن الأرض في الموضع الذي قفز منه اللاعب B .  
- نلاحظ أن علو الكرة أقل من أقصى علو تبلغه أطراف أصابع اللاعب (B) ( $2.94 < 3.5$ ) ، نستنتج أن اللاعب (B) يمكنه أن يتصدى للكرة و بالتالي الهدف لا يسجل .

### التمرين (3) :

يراد لقذيفة مدفع إن تصل إلى هدف P يبعد عن نقطة القذف بمسافة  $L = 3 \text{ km}$  ، و ذلك عند قذفها من نقطة (O) من سطح الأرض بسرعة ابتدائية  $v_0 = 200 \text{ m/s}$  يصنع شعاعها الزاوية  $\alpha$  مع الأفق .



إذا علمت أن معادلة المسار القذيفة في المعلم المبين في الشكل يعبر عنها بالعلاقة :

$$y = \frac{-g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

1- عبر عن زاوية الرمي  $\alpha$  بدلالة  $g$  ،  $L$  ،  $v_0$  .

2- عرف المدى .

3- بين أن مدى القذيفة يكون أعظمي من أجل  $\alpha = 45^\circ$  عندما تكون سرعة القذف ثابتة .

4- ما هي قيمتي الزاوية  $\alpha$  التي يجب أن تصنعها ماسورة المدفع مع المستوي الأفقي حتى تسقط القذيفة في الموضع  $P$  .

يعطى :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  ،  $\sin 2\alpha = 2\cos\alpha.\sin\alpha$  ،  $\sin 50^\circ = 0.75$  .

### الأجوبة :

1 - عبارة  $\alpha$  بدلالة  $g$  ،  $L$  ،  $v_0$  :

عند الموضع لدينا  $x_P = L$  ،  $y_P = 0$  ، بالتعويض في معادلة المسار :

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} L^2 + \tan \alpha \cdot L \rightarrow \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} L^2 = \tan \alpha \cdot L$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} L = \tan \alpha \rightarrow g \cdot L = 2v_0^2 \cos^2 \alpha \cdot \tan \alpha$$

$$g \cdot L = 2v_0^2 \cos^2 \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \rightarrow g \cdot L = 2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$g \cdot L = v_0^2 (2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha)$$

نعلم أن :  $\sin 2\alpha = 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$  ، و منه يصبح :

$$g \cdot L = v_0^2 \sin 2\alpha \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{g \cdot L}{v_0^2}$$

2- تعريف المدى :

هو المسافة الأفقية بين موضع القذف و موضع اصطدام القذيفة بالمستوي الأفقي المار من موضع القذف .

3- إثبات أن المدى يكون أعظمي من أجل  $\alpha = 45^\circ$  عندما تكون سرعة القذف ثابتة :

من العبارة السابقة يمكن كتابة :

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

بالاعتماد على هذه العبارة ، يكون المدى أعظمي عندما يكون :

$$\sin 2\alpha \rightarrow 2\alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

4- قيمتي الزاوية  $\alpha$  :

مما سبق وجدنا :

$$\sin 2\alpha = \frac{g \cdot L}{v_0^2} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{10 \cdot 3000}{(200)^2} = 0.75$$

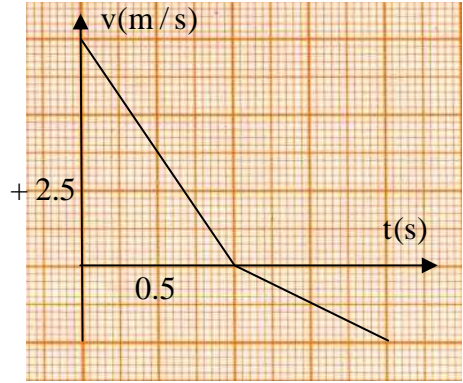
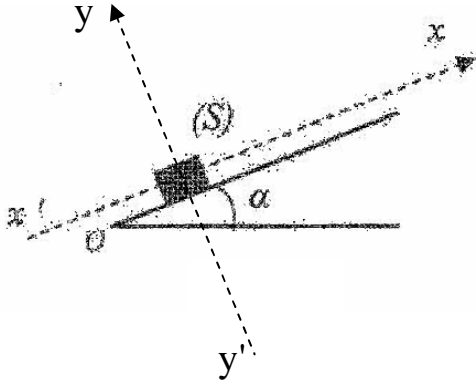
$$\sin 2\alpha = \sin 50^\circ \rightarrow \begin{cases} 2\alpha_1 = 50^\circ \\ 2\alpha_2 = 180 - 50 = 130^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 25^\circ \\ \alpha_2 = 65^\circ \end{cases}$$

نلاحظ :  $\alpha_1 + \alpha_2 = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$

**التمرين (4) :**

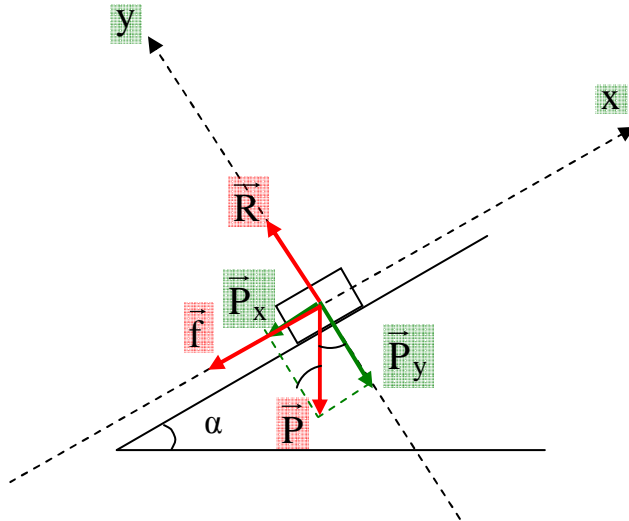
من أسفل مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية  $\alpha$  ، نقذف عند اللحظة  $t = 0$  جسم صلب (S) كتلته  $m = 200 \text{ g}$  بسرعة ابتدائية  $\vec{v}_0$  موازية للمستوي المائل ، عندما يقطع الجسم (S) مسافة  $d$  يغير جهة حركته باتجاه موضع القذف . نعتبر أن الجسم (S) أثناء حركته يخضع إلى تأثير قوة احتكاك  $\vec{f}$  شدتها ثابتة . يعطى  $g = 10 \text{ m/s}^2$  . المخطط المرفق يمثل تطور سرعة مركز عطالة الجسم (S) على المستوي خلال طوري الحركة .



- 1- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (S) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي ، أدرس طبيعة الحركة خلال طوري الحركة .
- 2- اعتمادا على مخطط الحركة ، أوجد :
  - أ- تسارع الحركة في كل طور .
  - ب- شدة قوة الاحتكاك .
  - ج- قيمة الزاوية  $\alpha$  التي يميل بها المستوي المائل على الأفق .
- كتلة الجسم B .

**الأجوبة :**

- 1- عبارة التسارع خلال طوري الحركة :
- الطور الأول (صعود المستوي المائل) :





- الجملة المعتبرة : الجسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

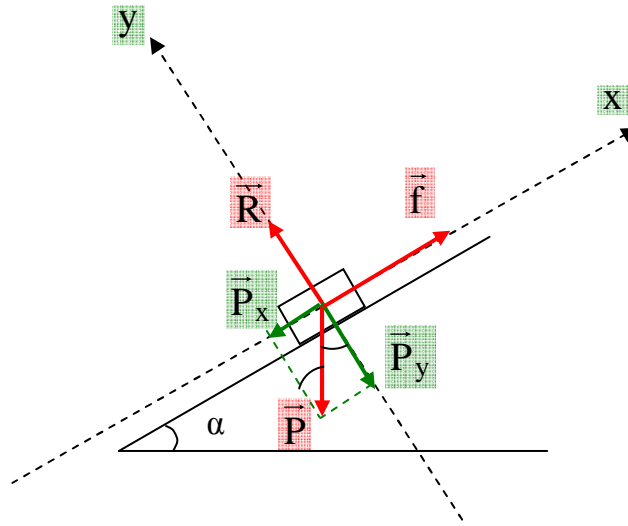
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (ox) :

$$-P \sin \alpha - f = m a_1$$

$$-m.g.\sin \alpha - f = m.a_1 \rightarrow a_1 = \frac{-m g \sin \alpha - f}{m}$$

• الطور الثاني (نزول المستوي المائل) :



• بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (ox) :

$$-P \sin \alpha + f = m a_2$$

$$-m.g.\sin \alpha + f = m.a_2 \rightarrow a_2 = \frac{-m g \sin \alpha + f}{m}$$

2- أ- تسارع الحركة في كل طور :  
اعتمادا على مخطط الحركة :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{3.2.5}{2.0.5} = -7.5 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{1.2.5}{2.0.5} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

ب- شدة قوة الاحتكاك :  
نطرح عبارة  $a_1$  من  $a_2$  فنجد :

$$a_2 - a_1 = \frac{-m g \sin \alpha + f}{m} - \frac{-m g \sin \alpha - f}{m}$$

$$a_2 - a_1 = \frac{-m g \sin \alpha + f + m g \sin \alpha + f}{m}$$

$$a_2 - a_1 = \frac{2f}{m} \rightarrow f = \frac{(a_2 - a_1)m}{2} .$$

$$f = \frac{(-2.5 - (-7.5)) \cdot 0.2}{2} = 0.5 \text{ N}$$

ج- قيمة الزاوية  $\alpha$  :

الطريقة-1 :

من عبارة تسارع الحركة في الطور الأول :

$$a_1 = \frac{-m g \sin \alpha - f}{m}$$

$$a_1 \cdot m = -m \cdot g \cdot \sin \alpha - f$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = -f - a_1 m \rightarrow \sin \alpha = \frac{-f - a_1 m}{m \cdot g}$$

$$\sin \alpha = \frac{(-0.5) - ((-7.5) \cdot 0.2)}{0.2 \cdot 10} = 0.5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

الطريقة-2 :

من عبارة تسارع الحركة في الطور الثاني :

$$a_2 = \frac{-m g \sin \alpha + f}{m}$$

$$a_2 \cdot m = -m \cdot g \cdot \sin \alpha + f$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = f - a_2 m \rightarrow \sin \alpha = \frac{f - a_2 m}{m \cdot g}$$

$$\sin \alpha = \frac{(0.5) - ((-2.5) \cdot 0.2)}{0.2 \cdot 10} = 0.5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

## تمارين مقترحة

### التمرين (5): ( بكالوريا 2009 – رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 05 على الموقع)

ينتمي القمر الاصطناعي جيوف أ (Giove – A) إلى برنامج غاليليو الأوروبي لتحديد الموقع المكمل للبرنامج الأمريكي GPS . نعتبر القمر الاصطناعي جيوف أ (Giove – A) ذي الكتلة  $m = 700 \text{ kg}$  نقطيا ونفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط .

يدور القمر جيوف أ (Giove – A) بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه (o) على ارتفاع  $h = 23.6 \cdot 10^3 \text{ km}$  من سطح الأرض .

1/ في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي ؟ وما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع و التي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ؟

2/ أوجد عبارة تسارع (Giove – A) و عين قيمته .

3/ أحسب سرعة القمر (Giove – A) على مداره .

4/ عرف الدور T ثم عين قيمته بالنسبة للقمر (Giove – A) .

5/ أحسب الطاقة الإجمالية للجملة ( Giove – A ) ، أرض ) .

المعطيات :

ثابت الجذب العام :  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

كتلة الأرض :  $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

نصف قطر الأرض :  $R_T = 6.38 \cdot 10^3 \text{ km}$  .

### أجوبة مختصرة :

1) تتم دراسة حركة القمر الاصطناعي في معلم جيومركزي (مركزي أرضي) ، - الفرضية المتعلقة بهذا المرجع و التي تسمح بتطبيق قانون نيوتن الثاني هي : أن يكون المعلم الجيومركزي غاليليا ، و حتى يتحقق ذلك يجب أن يكون دور حركة القمر الاصطناعي صغير جدا مقارنة مع دور حركة الأرض حول الشمس .

$$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R+h)}} = 3.65 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (3) \quad a_G = \frac{G.M_T}{(R+h)^2} = 0.44 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

4) تعريفه ← الدور هو الزمن اللازم لانجاز دورة واحدة من طرف القمر الاصطناعي حول الأرض ،

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi (R+h)}{v} = 5.16 \cdot 10^4 \text{ s} = 14.33 \text{ h} \quad \leftarrow \text{قيمته}$$

5) باعتبار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية و بإهمال الطاقة الحركية الدورانية للأرض يكون :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = 1.19 \cdot 10^{10} \text{ J} \quad , \quad \text{حيث : } g = a_G = 0.44 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{G.M_T}{r^2} \quad \text{يمكن أيضا استنتاج العلاقة التالية :}$$

### التمرين (6): ( بكالوريا 2010 – رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 11 على الموقع)

لدراسة حركة سقوط جسم صلب (S) كتلته  $m$  شاقوليا في الهواء ، استعملت كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية :

t(ms)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
v(m.s <sup>-1</sup> )	0	0.60	0.90	1.02	1.08	1.10	1.12	1.13	1.14	1.14

1- أ/ ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة v بدلالة الزمن :  $v = f(t)$  .  
 السلم :  $1 \text{ cm} \rightarrow 0.1 \text{ s}$  ،  $1 \text{ cm} \rightarrow 0.20 \text{ m/s}^{-1}$  .

ب/ عين قيمة السرعة الحدية  $v_{\text{lim}}$  .

ج/ كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم ؟  
 د/ احسب تسارع حركة (S) في اللحظة  $t = 0$  .

2/ تعطى المعادلة التفاضلية لحركة (S) بالعلاقة :  $\frac{dv}{dt} + Av = C(1 - \frac{\rho V}{m})$  ، حيث  $\rho$  الكتلة الحجمية للهواء ،  
 V حجم (S) .

أ/ مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة (S) .

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة (S) بدلالة السرعة v و ذلك في حالة السرعات الصغيرة .

و بين أن :  $A = \frac{k}{m}$  و  $C = g$  حيث : k ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك .

ج/ استنتج قيمة دافعة أرخميدس و قيمة الثابت k .

تعطى :  $m = 19 \text{ g}$  ،  $g = 9.8 \text{ N.kg}^{-1}$  .

### أجوبة مختصرة :

1- ب)  $v_{\text{lim}} = 1.14 \text{ m/s}$  .

ج- للحصول على حركة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم يجب أن يكون الجسم خفيف و ذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية (الشكل لا يكون انسيابي كي يجعل قوة الاحتكاك معتبرة ، كما يجب أن يكون ذو كثافة عالية) .

د)  $a_0 = 8.77 \text{ m/s}^2$  .

2- ب)  $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g(1 - \frac{\rho V}{m})$  ،  $A = \frac{k}{m}$  ،  $C = g$  .

ج)  $k = \frac{mg - \Pi}{v_{\text{lim}}} = 0.15$  ،  $\Pi = 1.96 \cdot 10^{-2} \text{ N}$  .

### التمرين (7) : ( بكالوريا 2011 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 26 على الموقع)

يدور كوكب القمر حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه هو مركز الأرض ، و نصف قطره  $r = 384 \cdot 10^3 \text{ km}$  و دوره  $T_L = 25.5 \text{ jour}$  .

1- أ- ما هو المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر ؟

ب- احسب قيمة السرعة v لحركة مركز عطالة القمر .

2- المركبة الفضائية أبولو (Apollo) التي حملت رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968 ، حلت في مدار دائري حول القمر على ارتفاع ثابت  $h_A = 110 \text{ km}$  .

أ- ذكر بنص القانون الثالث لكبلر .

ب- اوجد عبارة دور المركبة  $T_A$  بدلالة  $h_A$  و نصف قطر القمر  $R_L$  و كتلته  $M_L$  ، و ثابت الجذب العام G . احسب قيمته العددية .

3- استنتج مما تقدم نصف القطر  $r_s$  للمدار الجيومستقر لقمر اصطناعي أرضي .  
المعطيات :  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$  ، كتلة القمر :  $M_L = 7.34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  ،

نصف قطر القمر :  $R_L = 1.74 \cdot 10^3 \text{ km}$  ، النسبة  $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$  ، حيث  $M_T$  كتلة الأرض .

4- يوجد تشابه واضح بين النظامين الكوكبي و الذري ، إلا أنه لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن على النظام الذري . بين محدودية قوانين نيوتن .

### أجوبة مختصرة :

1- أ) المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر هو المرجع الجيومركزي (المركزي الأرضي) .

ب)  $v = \frac{2\pi r}{T} = 1.10 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  .

2- أ) " مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن مركز الشمس "

ب)  $T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_L + h_A)^3}{G.M_L}} = 7141.77 \text{ s} = 1.98 \text{ h}$

3)  $M_T = 81.3 M_L$  يكون  $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$  : علما أن :  $r^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2} = 4.22 \cdot 10^7 \text{ m} = 4.22 \cdot 10^4 \text{ km}$

### التمرين (8) : ( بكالوريا 2012 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 27 على الموقع)

يتصور العلماء في الرحلات المستقبلية نحو كوكب المريخ M وضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب ، مثلا على القمر فوبوس (P) .

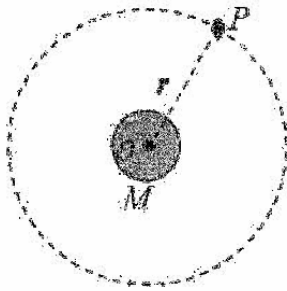
المعطيات : - ثابت التجاذب الكوني :  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$  .

- المسافة بين المريخ M و القمر P :  $r = 9.38 \cdot 10^3 \text{ km}$  .

- كتلة المريخ :  $m_M = 6.44 \cdot 10^{23} \text{ kg}$  و كتلة Phobos :  $m_P$  .

- دور حركة دوران المريخ M حول نفسه :  $T_M = 24 \text{ h } 37 \text{ min } 22 \text{ s}$  .

نفرض أن هذه الأجسام كروية الشكل و كتلتها موزعة بانتظام على حجومها و أن حركة هذا القمر دائرية و تنسب إلى مرجع غاليلي مبدؤه O مركز كوكب المريخ (الشكل-3) .



الشكل -3

1- مثل على (الشكل-3) القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر فوبوس P .

2- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة .

ب- استنتج عبارة سرعة دوران القمر P حول المريخ .

3- جد عبارة دور حركة القمر  $T_P$  حول المريخ بدلالة المقادير  $r$  ،  $G$  ،  $m_M$  .

4- اذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة :

$$\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21 \cdot 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3} , \text{ ثم استنتج قيمة } T_P$$

5- أين يجب وضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ ؟ ما قيمة  $T_S$  دور المحطة في مدارها حينئذ .

### أجوبة مختصرة :

(1) بتحليل العلاقة الشعاعية الناتجة عن تطبيق القانون الثاني لنيوتن وفق المحاور المماسي ، نجد :

$$0 = m_P a_t \rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = C^{te}$$

(2- أ) بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة تكون طبيعة حركة مركز عطالة القمر P حول المريخ دائرية منتظمة .

$$(ب) \quad v = \sqrt{\frac{G m_M}{r}} \quad (3) \quad T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 r^3}{G m_M}}$$

(4) " إن مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع البعد المتوسط للكوكب عن الشمس " ،

$$\frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4 \pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.44 \cdot 10^{23}} \quad 9.21 \cdot 10^{-13}$$

$$- \text{ قيمة } T_P : T_P = \sqrt{9.21 \cdot 10^{-13} r^3} = 2.76 \cdot 10^4 \text{ s} = 7.66 \text{ h} = 7 \text{ h} , 39 \text{ min}$$

5- موضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ :

لكي يكون قمر اصطناعي (S) ثابتا بالنسبة لمحطة في المريخ يجب أن يتواجد مركز المريخ في مستوي المسار الذي يكون عمودي على محور دوران المريخ و يكون القمر الاصطناعي في المستوي الاستوائي للمريخ .

- قيمة الدور  $T_S$  :

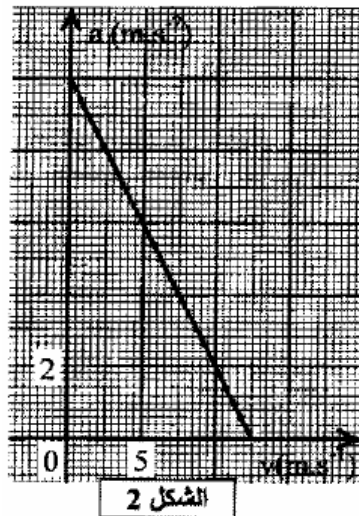
$$T_S = T_M = 24 \text{ h} , 37 \text{ mi} , 22 \text{ s}$$

### التمرين (9) : ( بكالوريا 2009 - علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 06 على الموقع)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه  $m = 100 \text{ kg}$  سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية .

يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل  $f = k v$  ( تهمل دافعة أرخميدس ) .

يمثل البيان الشكل-2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v)



- 1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A v + B$  . حيث أن  $A$  ،  $B$  ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما .
- 2- عين بيانيا قيمتي :  
- شدة مجال الجاذبية الأرضية ( $g$ ) ، السرعة الحدية للمظلي ( $v_\ell$ ) .
- 3- تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار ( $\frac{k}{m}$ ) ، حدد وحدة هذا المقدار . و أحسب قيمته من البيان .
- 4- أحسب قيمة  $k$  .
- 5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني  $0 \leq t \leq 7$  s

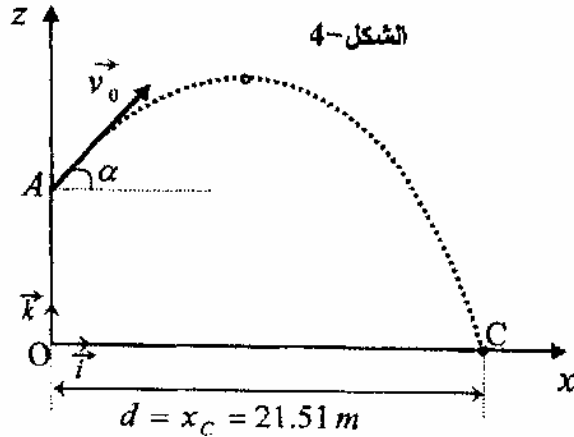
### التمرين (10): ( بكالوريا 2012 - علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 15 على الموقع)

خلال منافسة رمي الجلة في الألعاب الأولمبية ببكين ، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة  $d = 21.51$  m اعتمادا على الفيلم المسجل لعملية الرمي و لأجل معرفة السرعة  $v_0$  التي قذفت بها الجلة ، تم استخراج بعض المعطيات أثناء لحظة الرمي :

قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع  $h_A = 2.00$  m بالنسبة لسطح الأرض و بالسرعة  $\vec{v}_0$  التي تصنع الزاوية  $\alpha = 45^\circ$  مع الخط الأفقي (الشكل-4) .

ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد و المتجانس ( $\vec{o}, \vec{i}, \vec{k}$ ) و نختار اللحظة الابتدائية  $t = 0$  هي اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A .

نهمل احتكاكات الجلة مع الهواء و دافعة أرخميدس بالنسبة لقوة ثقل الجلة .



- 1- جد المعادلتين  $x = f(t)$  و  $z = h(t)$  المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار ، ثم استنتج معادلة مسار الجلة  $z = g(x)$  بدلالة المقادير  $h_A$  ،  $\alpha$  ،  $g$  و  $v_0$  .
  - 2- جد معادلة السرعة الابتدائية  $v_0$  بدلالة  $h_A$  ،  $\alpha$  ،  $g$  و  $d$  ، ثم احسب قيمتها .
  - 3- جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء .
- تعطى :  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  .**

### أجوبة مختصرة :

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h_A \quad , \quad z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + h_A \quad , \quad x = v_0 \cos \alpha t \quad (1)$$

$$t_C = \frac{d}{v_0 \cos \alpha} = 2.2 \text{ s} \quad (3) \quad , \quad v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d^2}{2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha \cdot d + h_A)}} = 13.89 \text{ m/s} \quad (2)$$

### التمرين (11) : (بكالوريا 2008 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 04 على الموقع)

في مقابلة لكرة القدم ، خرجت الكرة إلى التماس ، و لإعادتها إلى الميدان ، يقوم أحد اللاعبين برميها من خط التماس بكلتا يديه لتمريرها فوق رأسه .

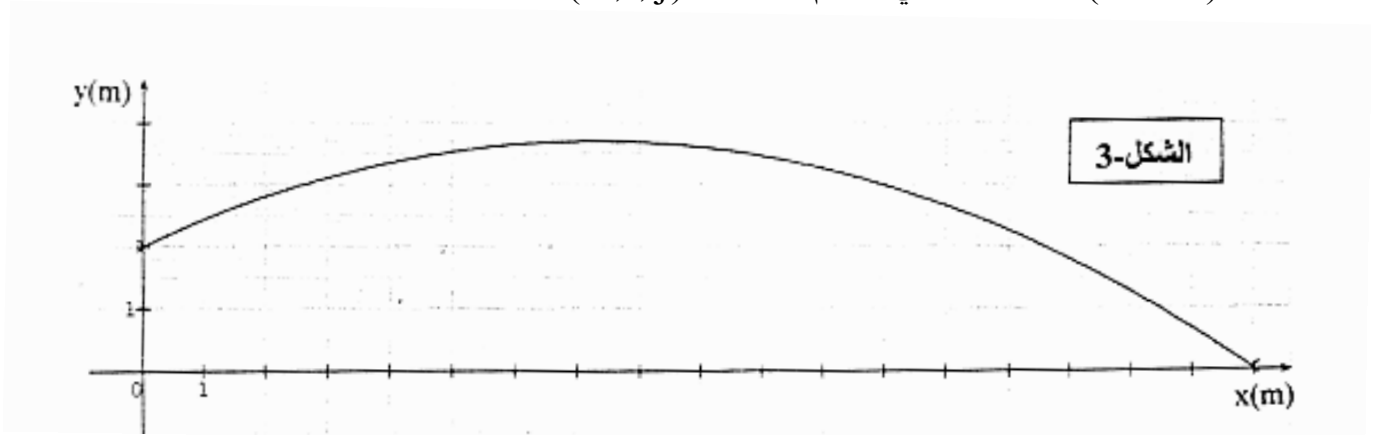
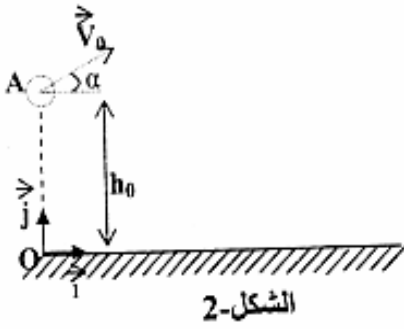
لدراسة حركة الكرة ، نهمل تأثير الهواء و ننمذج الكرة بنقطة مادية .

في اللحظة (t = 0) تغادر الكرة يدي اللاعب في النقطة A تقع على ارتفاع  $h_0 = 2 \text{ m}$  من سطح الأرض بسرعة (  $\vec{v}_0$  ) يصنع حاملها مع الأفق و إلى الأعلى زاوية  $\alpha = 25^\circ$  (الشكل-2) . تمر الكرة فوق رأس الخصم ، الذي طول قامته  $h = 1.80 \text{ m}$  و الواقف على بعد 12 m من اللاعب الذي يرمي الكرة .

1- بين أن معادلة مسار الكرة في المعلم (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) هي :

$$y = \left( -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2 + x \tan \alpha + y_0$$

2- يمثل البيان (الشكل-3) مسار الكرة في المعلم المذكور (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) .



باستغلال المنحنى البياني أجب عما يلي :

أ) على أي ارتفاع ( $h_2$ ) من رأس الخصم تمر الكرة ؟

ب) ما قيمة السرعة الابتدائية ( $v_0$ ) التي أعطيت للكرة لحظة مغادرتها يدي اللاعب ؟

ج) حدد الموضع M للكرة في اللحظة (t = 1.17 s) . وما قيمة سرعتها عندئذ ؟

د) أحسب الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها (اصطدامها) بالأرض .

المعطيات :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  ،  $\sin \alpha = 0.4226$  ،  $\cos \alpha = 0.9063$  ،  $\tan \alpha = 0.4663$  .

### أجوبة مختصرة :

$$v_0 = 13.8 \text{ m/s} \quad (\text{ب} , \quad h_2 = 1.2 \text{ m} \quad (2- \text{أ} , \quad y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + h_0 \quad (1$$

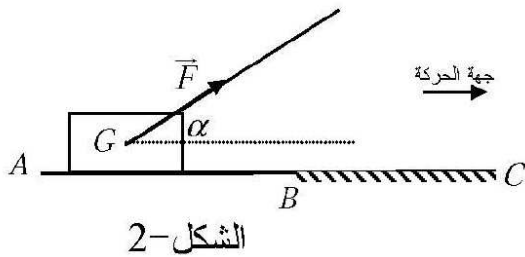
$$t_P = 1.44 \text{ s} \quad (\text{د} , \quad v_M = 13.8 \text{ m/s} , \quad (x_M = 14.6 \text{ m} , \quad y_M = 2 \text{ m}) \quad (\text{ج})$$



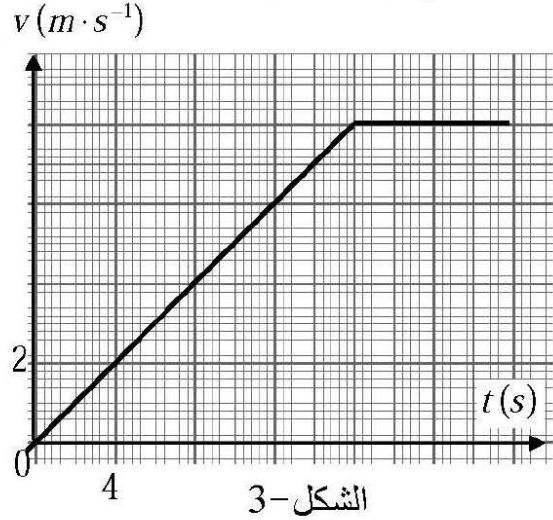
**التمرين (12):** ( بكالوريا 2013 - علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 17 على الموقع)

يجر حمزة صندوقا كتلته:  $m=10\text{ kg}$  على طريق مستقيم أفقي  $(AC)$ ، مركز عطالته  $G$  بقوة  $\vec{F}$  ثابتة حاملها يصنع زاوية:  $\alpha=30^\circ$  مع المستوى الأفقي، حيث الجزء  $(AB)$  أملس، والجزء  $(BC)$  خشن (الشكل-2).

التمثيل البياني (الشكل-3) يمثل تغيرات سرعة  $G$  بدلالة الزمن  $t$ .



الشكل-2



الشكل-3

- 1- أ- استنتج بيانيا طبيعة الحركة والتسارع لـ  $G$  لكل مرحلة.  
ب- استنتج المسافة المقطوعة  $AC$ .
- 2- أ- اكتب نص القانون الثاني لنيوتن.  
ب- جدّ عبارة شدة قوة الجر  $\vec{F}$ ، ثمّ احسبها.  
ج- جدّ عبارة شدة قوة الاحتكاك  $\vec{f}$ ، ثمّ احسبها.  
د- فسّر لماذا يمكن للسرعة أن تصبح ثابتة في المرحلة الأخيرة.

**أجوبة مختصرة :**

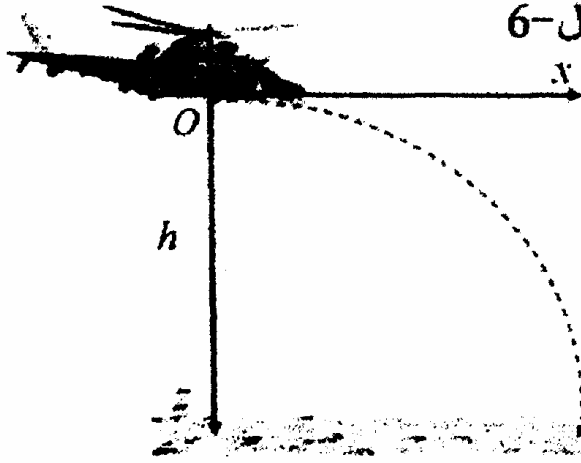
- 1- أ) الطور الأول : حركة مستقيمة متسارعة بانتظام ،  $a_1 = 0.5\text{ m/s}^2$  ، الطور الثاني : حركة مستقيمة منتظمة  $a_2 = 0$  ( ب )  $AC = 128\text{ m}$  ، 2- أ) نص قانون نيوتن الثاني : في مرجع غاليلي المجموع الشعاعي للقوة الخارجية المؤثرة على مركز عطالة جملة ميكانيكية في لحظة ما ، مساوي لجداء لكتلة هذه الجملة في شعاع تسارعها عند هذه اللحظة ، ( ب )  $F = \frac{m \cdot a_1}{\cos \alpha} = 5.77\text{ N}$  ، ( ج )  $f = F \cdot \cos \alpha = 5\text{ N}$ .

**التمرين (13):** ( بكالوريا 2012 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 16 على الموقع)

في فبراير 2012 ، هبت عاصفة ثلجية على شمال شرق الجزائر ، فاستعملت الطائرات المروحية للجيش الوطني الشعبي لإيصال المساعدات للمتضررين خاصة في المناطق الجبلية منها .

أولا :

تطير المروحية على ارتفاع ثابت  $h$  من سطح الأرض بسرعة أفقية ثابتة قيمتها  $v_0 = 50 \text{ m.s}^{-1}$ .  
يترك صندوق مواد غذائية مركز عطالته  $G$  يسقط في اللحظة  $t = 0$  انطلاقاً من النقطة  $O$  مبدأ الإحداثيات  
و السرعة الابتدائية الأفقية  $\vec{v}_0$  ليرتطم بسطح الأرض في النقطة  $M$  (الشكل-6).



الشكل-6

ندرس حركة  $G$  في المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

المرتبط بسطح الأرض الذي نعتبره غاليليا ، نهمل أبعاد الصندوق و تؤثر عليه قوة وحيدة هي قوة ثقله .

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد :

أ- المعادلتين الزميتين  $x(t)$  و  $z(t)$  .

ب- معادلة المسار  $z(x)$  .

ج- إحداثيتي نقطة السقوط  $M$  .

د- الزمن اللازم لوصول الصندوق إلى الأرض .

ثانياً :

لكي لا تتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الأرض ، تم

ربط الصندوق بمظلة تمكنه من النزول شاقولياً ببطء . تبقى

المروحية على نفس الارتفاع  $h$  السابق في النقطة  $O$  ، ليرتك

الصندوق يسقط شاقولياً دون سرعة ابتدائية في اللحظة  $t = 0$  (الشكل-7) . يخضع الصندوق لقوة احتكاك الهواء نعبر

عنها بالعلاقة  $\vec{f} = -100 \times \vec{v}$  .

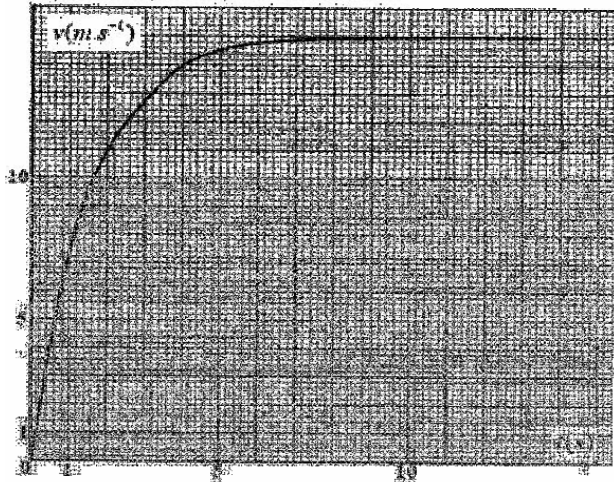
حيث :  $\vec{v}$  يمثل شعاع سرعة الصندوق في اللحظة  $t$  مع إهمال دافعة أرخميدس خلال السقوط .

1- جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة الصندوق .

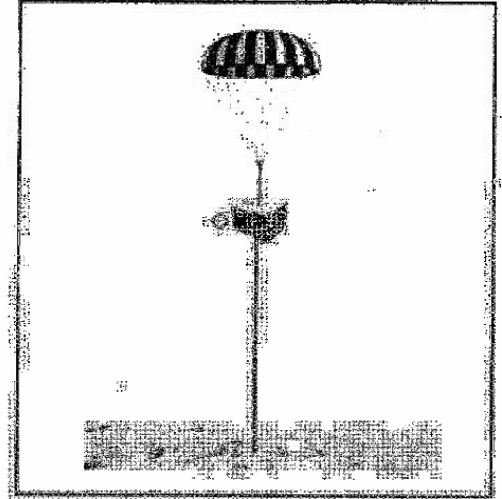
2- يمثل (الشكل-8) تطور  $v$  سرعة مركز عطالة الصندوق بدلالة الزمن  $t$  .

أ- جد السرعة الحدية  $v_\ell$  .

ب- حدد قيمتي السرعة و التسارع في اللحظتين :  $t = 0 \text{ s}$  و  $t = 10 \text{ s}$  .



الشكل-8



الشكل-7

يعطى :  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  ،  $h = 405 \text{ m}$  ، كتلة الصندوق و المظلة  $m = 150 \text{ kg}$  .

**أجوبة مختصرة :****أولا :**

$$z_M = 405 \text{ m} , x_M = \sqrt{\frac{2 h v_0^2}{g}} = 454 \text{ m} \quad (1-1) \quad \left( \begin{array}{l} \text{ب) } z = \frac{1}{2} g t^2 , x = v_0 t \\ \text{ج) } z = \frac{g}{2 v_0^2} x^2 \end{array} \right.$$

**ثانيا :**

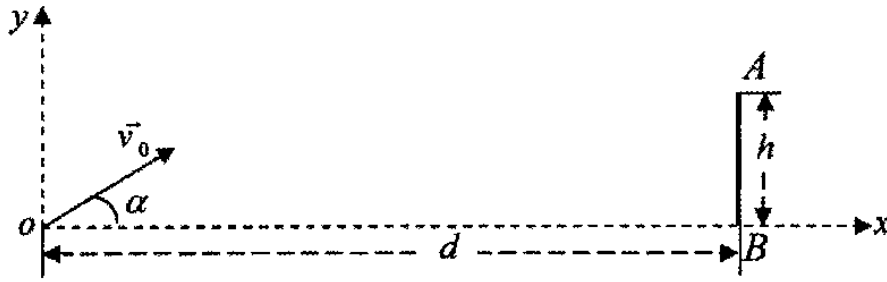
$$v_\ell = 15 \text{ m/s} \quad (2-1) \quad \frac{dv}{dt} = g - \frac{2}{3} v$$

$$(2-1) \quad t = 10 \text{ s} \rightarrow v = 15 \text{ m/s} , t = 0 \rightarrow v = 0$$

$$t = 0 \rightarrow \tan \alpha = 0 \rightarrow a = 0 , t = 0 \rightarrow \tan \alpha = 9.85 \rightarrow a = 9.8$$

**التمرين (14): ( بكالوريا 2010 – علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 23 على الموقع)**

تؤخذ  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ، مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس مهملتان .  
 لتنفيذ مخالفة خلال مباراة في كرة القدم ، وضع اللاعب الكرة في النقطة O مكان وقوع الخطأ (نعتبر الكرة نقطية)  
 على بعد  $d = 25 \text{ m}$  من خط المرمى ، حيث ارتفاع العارضة الأفقية  $h = AB = 2.44 \text{ m}$  .  
 يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية  $\vec{v}_0$  يصنع حاملها مع الأفق زاوية  $\alpha = 30^\circ$  (الشكل-3) .

**الشكل-3**

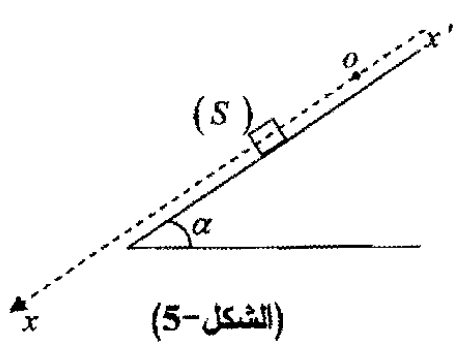
- 1/ أدرس طبيعة حركة الكرة في المعلم  $(\vec{ox}, \vec{oy})$  بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف ، استنتج معادلة المسار  $y = f(x)$
- 2/ كم يجب أن تكون قيمة  $v_0$  حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية (النقطة A) ؟ ما هي المدة الزمنية المستغرقة ؟ و ما هي قيمة سرعتها عند (النقطة A) ؟
- 3/ كم يجب أن تكون قيمة  $v_0$  حتى يسجل الهدف مماسيا لخط المرمى (النقطة B) ؟

**أجوبة مختصرة :**

- (1) - مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$$\blacksquare \text{ معادلة المسار : } y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

$$(2) \quad v_0 = 17 \text{ m/s} \quad (3 , v_A = 17.25 \text{ m/s} , t_A = 1.55 \text{ s} , v_0 = 18.6 \text{ m/s}$$

**التمرين (15): ( بكالوريا 2010 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 24 على الموقع)**

ينزلق جسم صلب (S) كتلته  $m = 100 \text{ g}$  على طول مستو مائل عن الأفق بزاوية  $\alpha = 20^\circ$  وفق المحور  $\overrightarrow{xx'}$  (الشكل-5).  
قمنا بالتصوير المتعاقب بكاميرا رقمية (Webcam)، و علوج شريط الفيديو برمجية "Aviméca" بجهاز الإعلام الآلي و حصلنا على النتائج التالية :

t(s)	0.00	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12
v(m.s <sup>-1</sup> )	v <sub>0</sub>	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32

- 1/ أرسم البيان  $v = f(t)$ .
- 2/ باعتماد على البيان :  
أ/ بين طبيعة حركة (S) و استنتج القيمة التجريبية للتسارع a .  
ب/ استنتج قيمة السرعة  $v_0$  في اللحظة  $t = 0$  .  
ج/ احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين :  $t_1 = 0.04 \text{ s}$  و  $t_2 = 0.08 \text{ s}$  .
- 3/ بفرض أن الاحتكاكات مهملة :  
أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية للتسارع  $a_0$  ثم أحسب قيمته .  
ب/ قارن بين  $a_0$  و a . كيف تبرر الاختلاف ؟
- 4/ أوجد شدة القوة  $\vec{f}$  النمذجة للاحتكاكات على طول المستوي المائل .  
يعطى :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ،  $\sin 20^\circ = 0.34$  .

**أجوبة مختصرة :**

- 2- أ) البيان  $v = f(t)$  عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل  $v = at + b$  و حيث أن السرعة تتزايد ، فالحركة إذن مستقيمة متغيرة بانتظام ،  $a = 2 \text{ m/s}^2$  .  
ب) بتمديد المنحنى البياني نجد :  $v_0 = 0.08 \text{ m/s}$  (جـ) ،  $d = S = 8.10^{-3} \text{ m}$  .  
3)  $a_0 = g \sin \alpha = 3.4 \text{ m/s}^2$  ، نلاحظ أن  $a_0 > a$  ، و هذا راجع إلى إهمال قوى الاحتكاك في الدارسة النظرية و التي لا تهمل في الدارسة التجريبية التي نتج عنها الجدول السابق .  
4)  $f = m (g \sin \alpha - a) = 0.14 \text{ N}$

**التمرين (16): ( بكالوريا 2011 - علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 25 على الموقع)**

- أثناء حصة الأعمال التطبيقية ، اقترح الأستاذ على تلامذته دراسة سقوط كرية مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية  $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$  و نمذجة السقوط بطريقة رقمية .
- المعطيات :** كتلة الكرية  $m = 3 \text{ g}$  ، نصف قطرها  $r = 1.5 \text{ cm}$  ، الكتلة الحجمية للهواء  $\rho_{\text{air}} = 1.5 \text{ kg.m}^{-3}$  .
- حجم الكرة :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  ، قوة الاحتكاك  $f = k v^2$  ،  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  .

المطلوب :

1- مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرة خلال مراحل السقوط .

2- باختيار مرجع دراسة مناسب نعتبره غاليليا ، و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة . اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة .

3- سمحت كاميرا رقمية بمتابعة حركة الكرة و عولج شريط الصور الملتقطة ببرمجية مكنتنا من الحصول على البيانيين  $v = f(t)$  و  $a = h(t)$  .

أ- أي المنحنيين يمثل تطور التسارع  $a(t)$  بدلالة الزمن ؟ علل .

ب- حدد بيانيا السرعة الحدية  $v_\ell$  .

ج- علما أن :  $v_\ell = \sqrt{\frac{g}{k} (m - \rho_{\text{air}} V)}$  . أحسب قيمة معامل الاحتكاك  $k$  .

أجوبة مختصرة :

1- تمثيل القوى الخارجية خلال مراحل السقوط :

مرحلة الانطلاق	المرحلة الانتقالية	مرحلة النظام الدائم
$\Sigma \vec{F} \neq \vec{0}$	$\Sigma \vec{F} \neq \vec{0}$	$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

$$m \frac{dV}{dt} + k v^2 = g (m - \rho_{\text{air}} V) \quad (2)$$

3- أ) بما أن الكرة تركت عند اللحظة  $t = 0$  بدون سرعة ابتدائية أي  $(t = 0 \rightarrow v = 0)$  يكون البيان (1) موافق لتطور السرعة و البيان (2) موافق لتطور التسارع .

$$k = \frac{g}{v_\ell^2} (m - \rho_{\text{air}} V) = 4.56 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s} \quad (\text{ج} , \quad v_\ell = 8 \text{ m/s})$$

**التمرين (17):** ( بكالوريا 2013 - علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 28 على الموقع)

تسقط حبة برد كروية الشكل، قطرها:  $D = 3 \text{ cm}$ ، كتلتها:  $m = 13 \text{ g}$ ، دون سرعة ابتدائية في اللحظة:

$t = 0$  من نقطة  $O$  ترتفع بـ  $1500 \text{ m}$  عن سطح الأرض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي  $(Oz)$  .



أولاً: نفرض أن حبة البرد تسقط سقوطاً حراً.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جدّ المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع  $G$  مركز عطالتها.

2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض.

ثانياً: في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لقوة ثقلها  $\vec{P}$  إلى قوة دافعة أرخميدس  $\vec{\Pi}$  وقوة احتكاك  $\vec{f}$  المتناسبة طرداً مع مربع السرعة، حيث:  $f = kv^2$ .

1- بالتحليل البُعدي حدّد وحدة المعامل  $k$  في النظام الدولي للوحدات.

2- اكتب عبارة قوة دافعة أرخميدس، ثمّ احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل. ماذا تستنتج؟

3- بإهمال قوة دافعة أرخميدس  $\vec{\Pi}$ :

أ- جدّ المعادلة التفاضلية للحركة،

ثمّ بيّن أنه يمكن كتابتها على

$$\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^2 \quad \text{الشكل:}$$

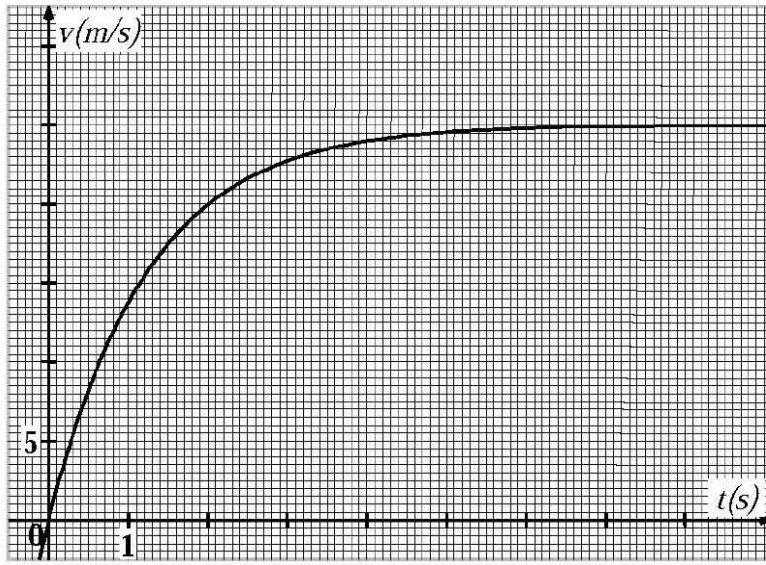
ب- استنتج العبارة الحرفية

للسرعة الحدية  $v_\ell$  التي تبلغها

حبة البرد.

ج- جدّ بيانياً قيمة  $v_\ell$  السرعة

الحدية، ثمّ استنتج قيمة  $k$ .



الشكل-4

د- قارن بين سرعتين التي تم حسابهما في السؤالين (أولاً-2) و (ثانياً-3-ج). ماذا تستنتج؟

المعطيات: حجم الكرة:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، الكتلة الحجمية للهواء:  $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ،  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**أجوبة مختصرة :**

$$\text{أولاً : (1) } v = gt \quad (2) \quad x = \frac{1}{2}gt^2 \quad , \quad v = 171.5 \text{ m/s}$$

ثانياً :

$$(1) \text{ وحدة } k \text{ هي : kg/s} \quad (2) \quad \Pi = \frac{\rho \cdot \pi \cdot D^3 \cdot g}{6} = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ N} \quad , \quad \text{دافعة أرخميدس مهمة أمام قوة الثقل.}$$

$$(3-أ) \quad A = g \quad , \quad B = \frac{k}{m} \quad (ب) \quad v_\ell = \sqrt{\frac{g \cdot m}{k}} \quad (ج) \quad v_\ell = 25 \text{ m/s} \quad , \quad k = 2.0 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$$

(د) نستنتج أن تأثير الهواء معتبر على سرعة المتحرك في السقوط الحقيقي .

**التمرين (18) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 21 على الموقع)**

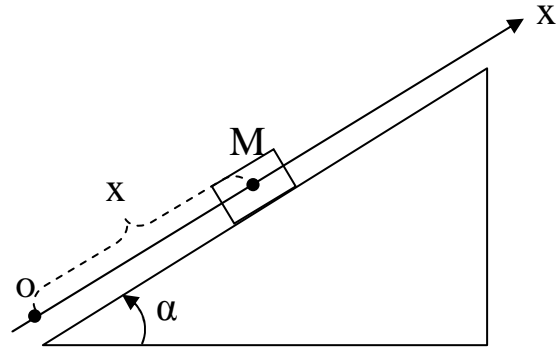
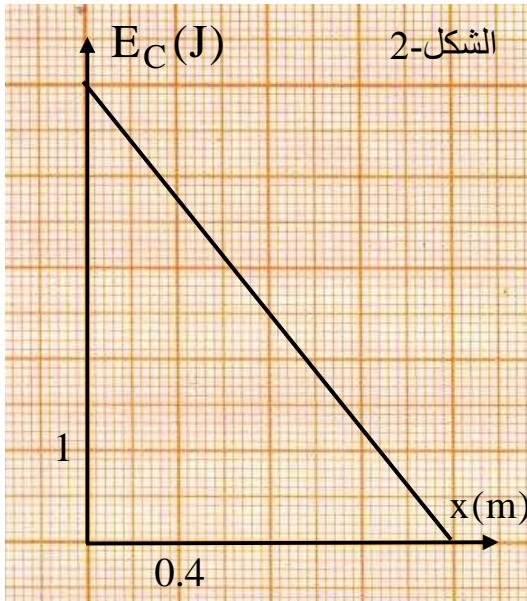
عند اللحظة  $t = 0$  و من نقطة (o) نعتبرها مبدأ الاحداثيات ، نقذف جسما نقطيا (S) كتلته  $m = 400 \text{ g}$  بسرعة ابتدائية  $v_0$  ، فينسحب على مستوي مائل عن الأفق بزاوية  $\alpha = 30^\circ$  (الشكل-1) ، يخضع الجسم (S) أثناء حركته إلى قوى الاحتكاك تكافئ قوة  $\vec{f}$  ثابتة الشدة معاكسة لجهة الحركة . يعطى :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

1- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) بين اللحظة  $t = 0$  و لحظة مروره من موضع كيفي M تكون عنده الفاصلة  $x$  ، و الطاقة الحركية  $E_C$  ، اثبت أن :

$$E_C = - (m.g.\sin\alpha + f) x + E_{C0}$$

حيث :  $E_{C0}$  هي الطاقة الحركية لحظة قذف (S) .

2- نقيس  $E_C$  عند أوضاع مختلفة فاصلتها  $x$  فنحصل على المنحنى البياني  $E_C = f(x)$  كما في (الشكل-2) .



أ- أكتب العلاقة الرياضية بين  $E_C$  و  $x$  .

ب- بمطابقة هذه العلاقة الرياضية بالعلاقة النظرية السابقة ، استنتج قيمة السرعة الابتدائية  $v_0$  و شدة قوة الاحتكاك  $f$  .

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) ثم أحسب قيمة تسارعه .

4- أكتب المعادلات الزمنية للحركة  $v(t)$  ،  $x(t)$  .

**أجوبة مختصرة :**

2- أ)  $E_C = Ax + B$  ، حيث  $A = -.5$  هو ميل المنحنى (المستقيم) ،  $B = 5$  قيمة  $E_C$  من أجل  $x = 0$  .

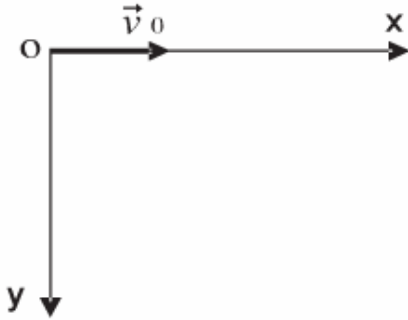
ب)  $v_0 = \sqrt{\frac{2B}{m}} = 5 \text{ m/s}$  ،  $f = -A - m.g.\sin\alpha = 0.5 \text{ N}$  .

3)  $a = \frac{-m.g.\sin\alpha - f}{m} = -6.25 \text{ m/s}^2$  ، طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

4)  $v = at + v_0$  ،  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$  .

**التمرين (19) :** (الحل المفصل : تمرين مقترح 32 على الموقع)

تدفع كرة كتلتها  $m$  نعتبرها نقطة مادية مركز عطالتها  $G$  على طاولة أفقية ، عند وصولها حافة الطاولة تندفع في الهواء بسرعة أفقية  $\vec{v}_0$  .



نعتبر مبدأ الفواصل  $O$  و الأزمنة  $t=0$  لحظة تحرر الكرة من الطاولة .

1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة الكرة ؟

2- اعتمادا على القانون الثاني لنيوتن :

أ- عين طبيعة مسقط حركة الكرة وفق المحورين  $(ox)$  و  $(oy)$  .

ب- أوجد المعادلتين الزمئيتين للحركة  $x(t)$  ،  $y(t)$  ، ثم استنتج معادلة المسار .

3- تم التصوير المتعاقب خلال مجالات زمنية نفسها  $\tau = 40 \text{ ms}$  لحركة الكرة عند تحررها من الطاولة ، عولجت الصور ببرمجية مناسبة و تحصلنا على النتائج التالية :

t (ms)	0	40	80	120	160	200
x (m)	0	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
y (m)	0	0.008	0.032	0.072	0.128	0.200

أ- أرسم المنحنى البياني لكل من  $x(t)$  و  $y(x^2)$  .

ب- استنتج من البيانيين السابقين :

• قيمة السرعة الابتدائية  $v_0$  .

• قيمة الجاذبية  $g$  .

**أجوبة مختصرة :**

1) المرجع المناسب لدراسة الحركة ، هو المرجع السطحي الأرضي نعتبره غاليلي (مرجع المخبر) .

2- أ) - مسقط حركة الكرة على المحور  $ox$  هي حركة مستقيمة منتظمة .  
- مسقط حركة الكرة على المحور  $oy$  هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

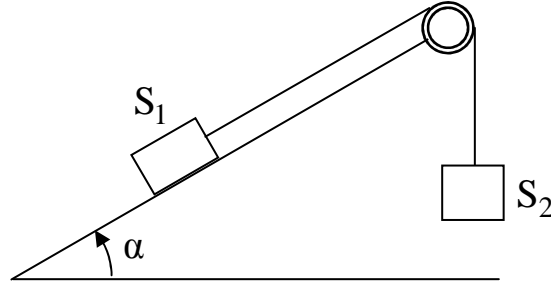
$$y = \frac{1}{2} g t^2 , x = v_0 t$$

3- أ) اعتمادا على المنحنى  $x(t)$  و بالمطابقة بين العلاقتين البيانية و النظرية نجد :  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  ، و من المنحنى  $y(x^2)$  و بنفس الطريقة نجد :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

**التمرين (20) :** (الحل المفصل : تمرين مقترح 33 على الموقع)

لتكن الجملة الميكانيكية المبينة في الشكل المقابل ، و المتكونة من بكرة مهملة الكتلة ، خيط عديم الإمتطاط و مهمل الكتلة أيضا ، جسمين صليبين  $(S_1)$  ،  $(S_2)$  نعتبرهما نقطيين ، كتلتها  $m_1 = 600 \text{ g}$  ،  $m_2 = 400 \text{ g}$  على الترتيب . في اللحظة  $t = 0$  و من نقطة  $O$  نعتبرها مبدأ للفواصل ينطلق الجسم  $(S_2)$  من السكون و يجر معه الجسم  $(S_1)$  الذي يتحرك على مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية  $\alpha = 30^\circ$  .





- 1- مثل القوى المؤثرة على كل من  $(S_1)$  ،  $(S_2)$  .
- 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن تسارع كل من  $(S_1)$  ،  $(S_2)$  يعطى بالعلاقة التالية :
 
$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g$$
- 3- عند اللحظة  $t_1 = 0.5 \text{ s}$  يقطع الجسم  $(S_2)$  مسافة شاقولية  $x_1$  و تكون عنده الطاقة الحركية هي  $E_{C1}$  . أحسب  $x_1$  ثم  $E_{C1}$  .
- 4- أ- كيف تصبح حركة الجسم  $S_2$  بعد انقطاع الخيط في اللحظة  $t_1$  .  
 ب- أحسب لحظة وصول الجسم  $(S_2)$  إلى الأرض علما أنه في اللحظة  $t_1$  كان على ارتفاع  $h = 0.875 \text{ m}$  من سطح الأرض .  
 يعطى :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

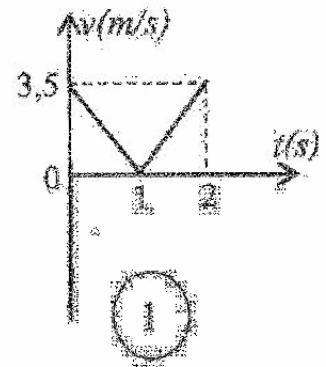
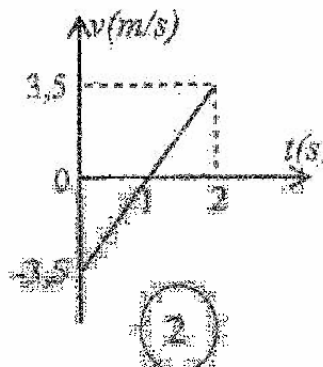
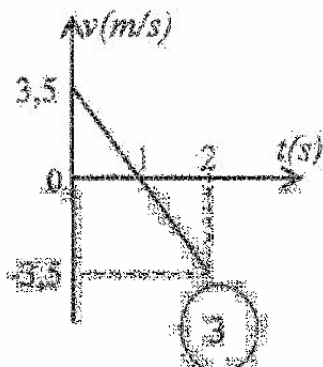
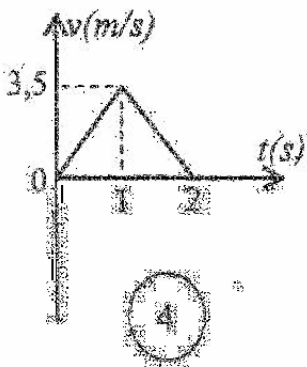
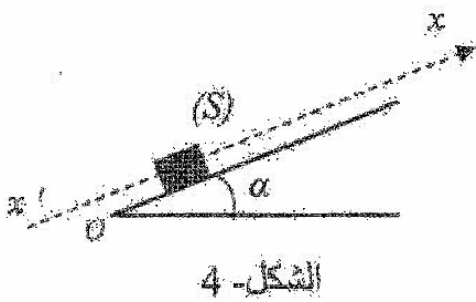
### أجوبة مختصرة :

- 3)  $x_1 = 0.125 \text{ m}$  ،  $E_{C1} = 0.05 \text{ J}$  .
- 4- أ) بعد انقطاع الخيط تصبح عبارة التسارع :  $a = g$  و منه الحركة تصبح مستقيمة متغيرة بانتظام ،  
 ب)  $t = 0.37 \text{ s}$  .

### التمرين (21) : ( بكالوريا 2012 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 39 على الموقع)

- 1- لغرض حساب زاوية الميل  $\alpha$  لمستوي يميل على الأفق . قام فوج من التلاميذ بقذف جسم صلب  $(S)$  كتلته  $m = 1 \text{ kg}$  في اللحظة  $t = 0$  من النقطة  $O$  بسرعة  $\vec{v}_0$  نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم لمستو أملس (الشكل-4) .

باستعمال تجهيز مناسب تمكن التلاميذ من دراسة حركة مركز عطالة  $(S)$  و الحصول على أحد مخططات السرعة  $v = f(t)$  التالية :



- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، ادرس حركة الجسم (S) بعد لحظة قذفه من O .  
 ب- من بين المخططات الأربعة (1) ، (2) ، (3) ، (4) ، ما هو المخطط الموافق لحركة الجسم (S) برر .  
 ج- احسب قيمة الزاوية  $\alpha$  .  
 د- احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين :  $t = 0$  و  $t = 2s$  .  
 2- في الحقيقة يخضع الجسم أثناء انزلاقه على المستوي المائل إلى قوة احتكاك شدتها ثابتة  $f$  .  
 أ- أحص و مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) .  
 ب- ادرس حركة مركز عطالة (S) ، ثم استنتج العبارة الحرفية لتسارع حركته .  
 ج- احسب قيمة التسارع من أجل  $f = 1.8 \text{ N}$  .  
 تعطى :  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  .

### أجوبة مختصرة :

- 1- أ)  $a_x = -g \sin \alpha$  ، نلاحظ أن التسارع ثابت و كذلك  $a_x < 0$  (  $g \sin \alpha < 0$  ) ، و كون أن  $v_x > 0$  في  $\vec{v}$  في جهة المحور (ox) يكون :  $a_x \cdot v_x < 0$  ، و بما أن المسار مستقيم تكون حركة مركز عطالة الجسم (S) أثناء صعوده في المستوي المائل مستقيمة متباطئة بانتظام .  
 ب) - عند وصل الجسم (S) إلى أعلى المستوي المائل أين تنعدم سرعته يعود إلى أسفل المستوي المائل بحركة مستقيمة متسارعة بانتظام (القوة المؤثرة ثابتة) ، يمكن القول أن حركة الجسم (S) على المستوي المائل لها طورين :  
 طور I (صعود) : تكون فيه الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .  
 طور II (نزول) : تكون فيه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام حيث  $v < 0$  (الحركة عكس المحور) ،  $a_G < 0$  ،  $(\vec{P}_x)$  جهتها معاكسة لجهة المحور) و إذا أخذنا بعين الاعتبار أن ميل المنحنى  $v = f(t)$  يمثل ميل المماس فإن هذه المعلومات تطابق البيان (3) ولا تطابق البيانات الأخرى .  
 ج)  $\alpha = 21^\circ$  ،  $\sin \alpha = 0.36$  .  
 د)  $d = S_1 + S_2 = 3.5 \text{ m}$  .  
 2- أ) - يخضع الجسم (S) إلى القوى الخارجية التالية : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  .  
 ب)  $a = -g \sin \alpha - \frac{f}{m}$  ،  $g$  ،  $\alpha$  ،  $m$  ،  $f$  ثوابت ، لذلك فإن قيمة التسارع ثابتة ، و كون أن المسار مستقيم ، تكون حركة مركز عطالة الجسم (S) مستقيمة متغيرة بانتظام .  
 ج)  $a = -5.3 \text{ m/s}^2$

