

عروض نظرية و تمارين

التطورات الرتبة ٥

دراسة ظواهر كهربائية



الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

www.sites.google.com/site/faresfergani

السنة الدراسية : 2015/2014

المحتوى المفاهيمي : 05

سلسلة تمارين-2 (مستوى 03)

التمرين (1) :

نشكل الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12 \text{ V}$ ، قاطعة K ، ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها $L = 1.2 \text{ H}$ و مقاومتها الداخلية r ثم نغلق القاطعة .

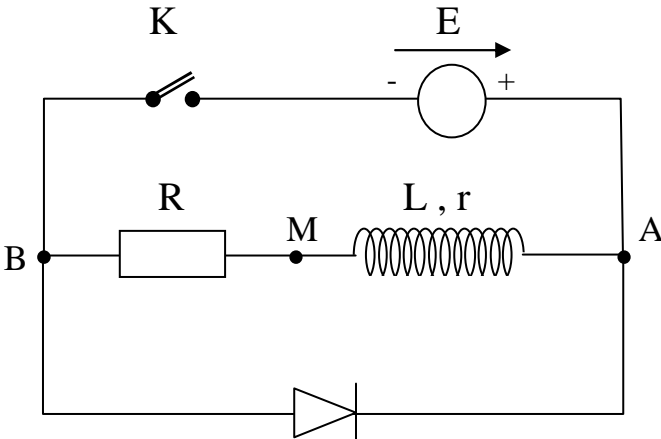
1- إذا علمت أنه في لحظة $t = 17.5 \text{ ms}$ يكون $u_{AM} = 8 \text{ V}$ ، أوجد عند هذه اللحظة :

أ- التوتر u_{MB} بين طرفي الناقل الأومي .

ب- شدة التيار المار بالدارة .

ج- طاقة الوشيعة .

3- نعيد التجربة السابقة ثلاث مرات باستعمال نفس مولد التوتر مع وشائع لها نفس المقاومة الداخلية و تختلف في قيم الذاتية و نواقل أومية ذات مقاومات مختلفة كما في الجدول التالي :



	التجربة 1	التجربة 2	التجربة 3
$L(\text{mH})$	30	20	40
$R(\Omega)$	290	190	190

يبين (الشكل-5) المنحنيات البيانية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة الزمن t بالنسبة للتجارب الثلاث .

أنسب كل تجربة بالمنحنى البياني الموافق لها مع التعليل .

الأجوبة :

1- عند اللحظة $t = 17.5 \text{ ms}$:

$$t = 17.5 \text{ ms} \rightarrow u_{AM} = 8 \text{ V}$$

أ- إيجاد قيمة u_{MB} :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_{AM} + u_{MB}$$

عند اللحظة $t = 17.5 \text{ ms}$ يكون :

$$E = (u_{AM})_{t=17.5} + (u_{MB})_{t=17.5}$$

$$(u_{MB})_{t=17.5} = E - (u_{AM})_{t=17.5}$$

$$(u_{MB})_{t=17.5} = 12 - 8 = 4 \text{ V}$$

ب- شدة التيار المار في الدارة :

لدينا :

$$u_{MB} = R i$$

عند اللحظة $t = 17.5 \text{ ms}$ يكون :

$$(u_{MB})_{t=17.5} = R.(i)_{t=17.5} \rightarrow (i)_{t=17.5} = \frac{(u_{MB})_{t=17.5}}{R}$$

$$(i)_{t=17.5} = \frac{4}{100} = 0.04 \text{ A}$$

ج- طاقة الوشعية :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2$$

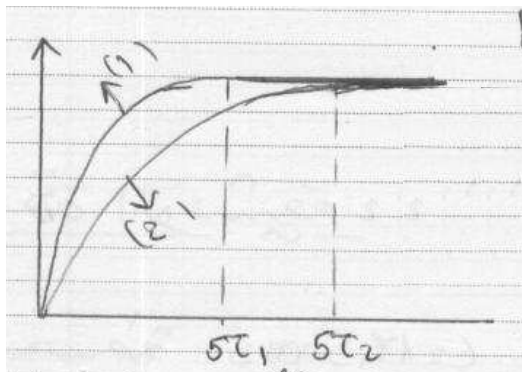
عند اللحظة $t = 17.5 \text{ ms}$ يكون :

$$E_{(L)t=17.5} = \frac{1}{2} L (i)_{t=17.5}^2$$

$$E_{(L)t=17.5} = \frac{1}{2} \cdot 1.2 (0.04)^2 = 9.6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

2- المنحنى الموافق لكل تجربة :

- التجربتين الموافقتين للمنحنيين (1) ، (2) لهما نفس شدة التيار الأعظمية ، و بما أن $I_0 = \frac{E}{R+r}$ و E ، r ،



نفسهما في التجارب الثلاث ، تكون I_0 متعلقة ب R فقط ، و عليه التجربتين الموافقتين للمنحنيين (1) ، (2) تكونان لهما نفس المقاومة ، و هذا محقق في التجربتين (2) ، (3) ، أي المنحنيين (1) ، (2) يوافقان التجربتين (2) ، (3) من دون ترتيب ، في حين يوافق المنحنى (3) التجربة (1) من دون شك .

- من المنحنيين (1) ، (2) نلاحظ أن $5\tau_1 < 5\tau_2$ ، و بالتالي $\tau_1 < \tau_2$ ،

و حيث أن $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، و R ، r نفسهما في التجربتين الموافقتين

للمنحنيين (1) ، (2) تكون τ إذن متعلق بالذاتية فقط ، حيث تزداد قيمة τ كلما ازدادت قيمة الذاتية L و العكس صحيح .

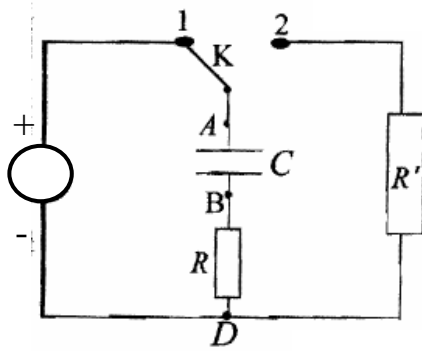
نلاحظ أن قيمة L في التجربة (3) تكون أكبر من التجربة (2) و عليه τ في التجربة (3) يكون أكبر ، أي يوافق τ الخاص بالمنحنى (2) و هو τ_2 . إذن :

المنحنى (1) ← التجربة (2)

المنحنى (2) ← التجربة (3)

المنحنى (3) ← التجربة (1)

التمرين (2) :



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز

▪ مكثفة سعتها (C) غير مشحونة .

▪ ناقلين أو ميين مقاومتهما R ، R' .

▪ مولد ذي توتر ثابت (E) .

▪ بادلة (k) ، أسلاك توصيل .

1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_C(t)$ الممثل في الشكل التالي :

أ- ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 14 \text{ s}$ من غلقها ؟

ب- اعتمادا على البيان أوجد :

▪ قيمة ثابت الزمن τ ، مع شرح الطريقة المتبعة .

▪ القوة المحركة الكهربائية للمولد E .

ج- عندما تشحن المكثفة كلياً تخزن طاقة $(E_C = 0.49 \text{ mJ})$.

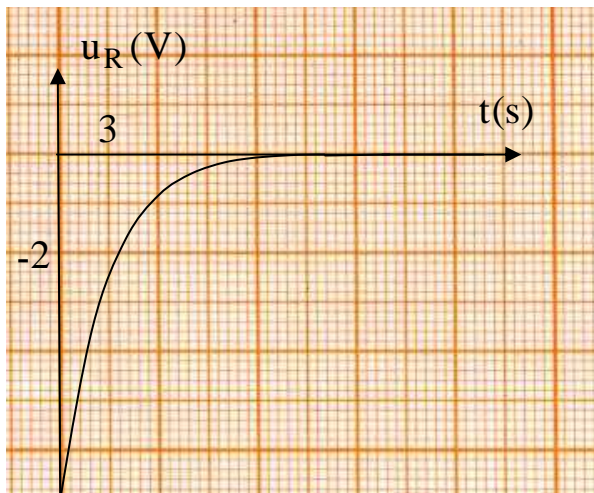
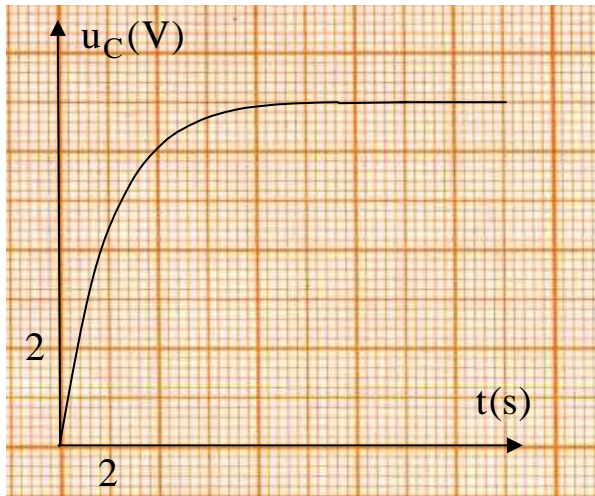
استنتج سعة المكثفة (C) ، وكذا المقاومة R .

د- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$$

حيث τ_1 ، A هما ثابتين يطلب كتابة عبارتهما .

هـ- أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 .



2- نضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_R(t)$ الممثل في الشكل التالي :

أ- أوجد من البيان قيمة τ_2 ثم استنتج قيمة R' .

ب- اعتمادا على المنحنى $u_R(t)$ السابق مثل بشكل كيفي المنحنيين

$u_C(t)$ ، $i(t)$ الممثلين لتغيرات شدة التيار المار بالدائرة و التوتر

بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن . اشرح .

الأجوبة :

1- أ- قيمة شدة التيار بعد 14s من غلق القاطعة :

بعد $\Delta t = 14 \text{ s}$ من غلق القاطعة ، تبلغ الدارة النظام الدائم و عندها تكون شدة التيار معدومة .
ب- قيمة τ :

$$t = \tau \rightarrow u_C = 0.63 u_{C_{\max}} = 0.63 (3.5 \cdot 2) = 4.4 \text{ V}$$

(بالقسمة على السلم نجد : 2.2 cm)

بالاسقاط نجد : $\tau_1 = 2 \text{ s}$.- قيمة E :

من البيان :

$$E = u_{C_{\max}} = (3.5 \cdot 2) = 7 \text{ V}$$

ج- سعة المكثفة C :

عندما تشحن المكثفة كلياً تكون طاقتها أعظمية و عليه يكون :

$$E_{(C)0} = 0.49 \text{ mJ}$$

و لدينا :

$$E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2 \rightarrow C = \frac{2 \cdot E_{(C)0}}{E^2}$$

$$C = \frac{2 \cdot 0.49 \cdot 10^{-3}}{(7)^2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

- قيمة R :

$$\tau_1 = RC \rightarrow R = \frac{\tau_1}{C}$$

$$R = \frac{2}{2 \cdot 10^{-5}} = 10^5 \Omega$$

د- كتابة المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BD}$$

$$E = u_C + Ri$$

$$E = u_C + R \frac{dq}{dt}$$

$$E = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة : $\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$ نجد :

$$\tau_1 = RC$$

$$A = E$$

هـ- وحدة τ من المعادلة التفاضلية :
مما سبق يمكن كتابة :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E \rightarrow [\tau] \frac{[U]}{[T]} + [U] = [U]$$

(لأن وحدة E هي الفولط) .

$$[\tau] \frac{[U]}{[T]} = [U] - [U] \rightarrow [\tau] \frac{[U]}{[T]} = [U]$$

(لأن وحدة الفرق في مقدار فيزيائي هي نفسها وحدة المقدار الفيزيائي ، مثلا : $5V - 2V = 3V$) .

$$[\tau] = \frac{[U].[T]}{[U]} \rightarrow [\tau] = [T] = s$$

2- أ- قيمة τ_2 :

$$t = \tau \rightarrow u_R = - 0.37 u_{Cmax} = - 0.37 (3.5 \cdot 2) = 2.6$$

(بالقسمة على السلم نجد : 1.3 cm) .

بالاسقاط في : $\tau_2 = 3 s$.

- قيمة R' :

في دارة التفريغ يكون :

$$\tau_2 = (R + R')C$$

(أن الناقلين الأوميين في دارة التفريغ موصولين على التسلسل)

$$(R + R') = \frac{\tau_2}{C} \rightarrow R' = \frac{\tau_2}{C} - R$$

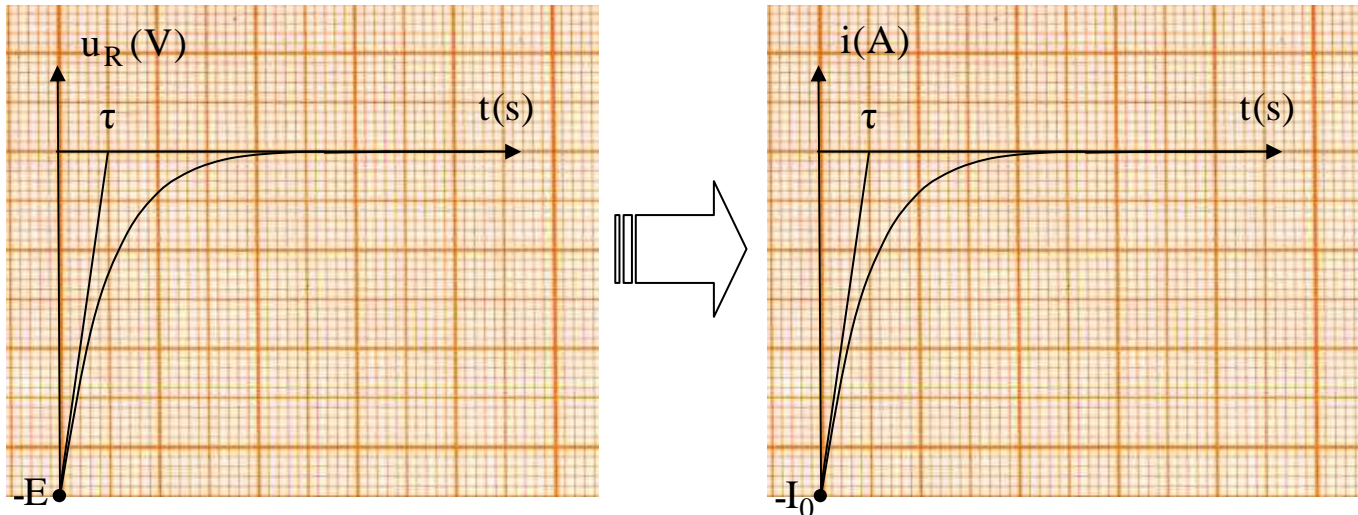
$$R' = \frac{3}{2 \cdot 10^{-5}} - 10^5 = 5 \cdot 10^4 \Omega$$

ب- المنحنى $i(t)$:

لدينا :

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \rightarrow i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$$

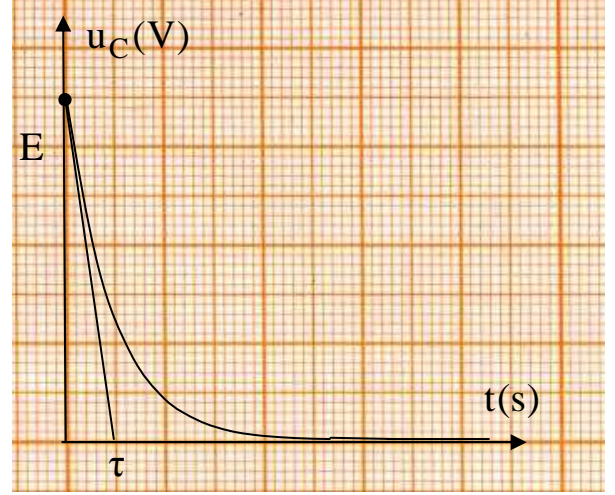
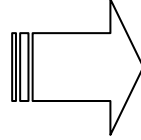
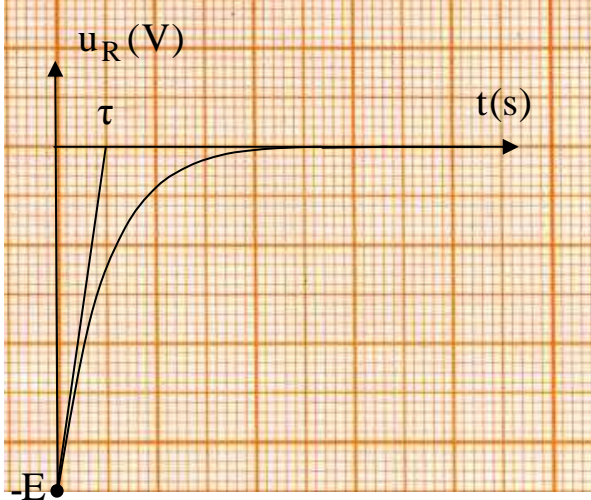
نستنتج أن شكل تطور المنحنى $i(t)$ هو نفسه شكل تطور المنحنى $u_R(t)$ و عليه يكون :



- المنحنى $u_R(t)$:

حسب قانون جمع التوترات (عند التفريغ) :

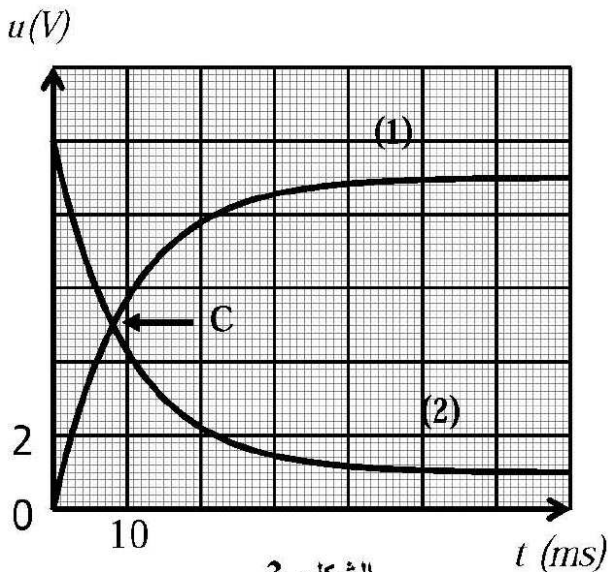
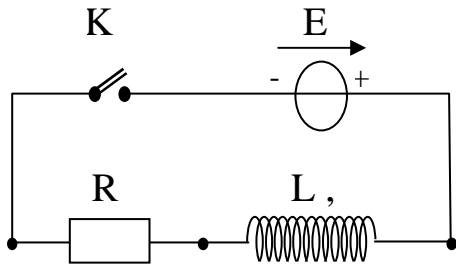
$$u_R + u_C = 0 \rightarrow u_C(t) = -u_R(t)$$

نستنتج أن المنحنى $u_C(t)$ يكون متناظر مع المنحنى $u_R(t)$ وفق محور الأزمنة كما يلي :

ملاحظة :

عمليا نحصل على المنحنى $u_C(t)$ من المنحنى $u_R(t)$ أو العكس ، بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي بالضغط على الزر INV .

التمرين (3) :



الشكل-3

تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-2) :

- مولد ذي توتر ثابت E .- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r .- ناقل أومي مقاومته $R = 90 \Omega$.- قاطعة K .

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ و الناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

1- أ- بين كيف يمكن ربط راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟

ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$ فنشاهد على الشاشة البيانيين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ (الشكل) .
- انسب كل منحنى للتوتر الموافق له . مع التعليل .

2- أ- أثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل :

$$\frac{di(t)}{dt} + A i(t) = B$$

ب- أعط عبارة كل من A و B بدلالة E و L و r و R .

ج- تحقق من أن العبارة $i(t) = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

د- احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

هـ- احسب قيم كل من E و r و τ و L .

و- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيجة .

أ- بين أن ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة : $\tau = \frac{t_c}{\ln(\frac{2R}{R-r})}$ ، ثم احسب قيمته ، حيث : t_c الزمن الموافق لتقاطع

المنحنيين ، علما أن التوتر بين طرفي الوشيجة يعطى بالعلاقة : $u_b(t) = \frac{E}{R+r} (r + R e^{-\frac{t}{\tau}})$.

الاجوبة :

1-أ- المنحنى الموافق لكل توتر :

لدينا :

$$t = 0 \rightarrow i = 0 \rightarrow u_R = R.i = 0$$

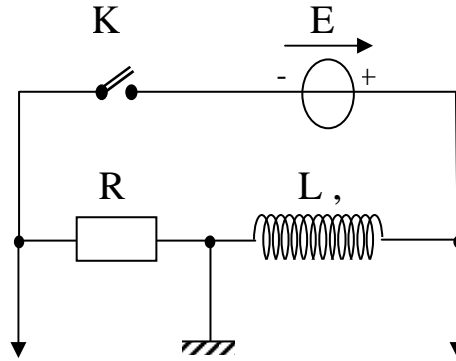
و هذا يتوافق مع المنحنى (1) ، إذن :

المنحنى (1) ← التوتر $u_R(t)$

المنحنى (2) ← التوتر $u_b(t)$

ب- كيفية وصل الدارة براسم الاهتزاز المهبطي للحصول على المنحنيين $u_R(t)$ ، $u_b(t)$:

- نصل الدارة براسم الاهتزاز المهبطي كما في الشكل التالي :



و للحصول على $u_R > 0$ كما مبين في المنحنى $u_R(t)$ ، نضغط على الزر INV في المدخل Y_1 .

2-أ- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r.i + R.i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r)i = E \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(R + r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

بالمطابقة مع المعادلة المعطاة $\frac{di(t)}{dt} + A i(t) = B$ نجد :

$$A = \frac{R+r}{L}, \quad B = \frac{E}{L}$$

ج- التحقق من الحل :

$$i = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{B}{A} (0 - (-Ae^{-At})) = Be^{-At}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية المعطاة $\frac{di(t)}{dt} + A i(t) = B$ نجد :

$$Be^{-At} + A \cdot \frac{B}{A} (1 - e^{-At}) = B$$

$$Be^{-At} + B - Be^{-At} = B \rightarrow B = B$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

د- • شدة التيار في النظام الدائم :
لدينا :

$$u_R = R \cdot i$$

و في النظام الدائم أين يكون : $i = I_0$

$$u_{R(\infty)} = R \cdot I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{R(\infty)}}{R}$$

من البيان $u_{R(\infty)} = 9 \text{ V}$ و منه :

$$I_0 = \frac{9}{90} = 0.1 \text{ A}$$

• قيمة E :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

من البيان :

$$t = 0 \rightarrow u_b = 0, \quad u_R = 10 \rightarrow E = 0 + 10 = 10 \text{ V}$$

أو :

$$t = \infty \rightarrow u_b = 1 \text{ V}, \quad u_R = 9 \text{ V} \rightarrow E = 1 + 9 = 10 \text{ V}$$

• قيمة r :

طريقة-1 :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri$$

في النظام الدائم أين يكون $i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ يكون :

$$u_{b(\infty)} = r.I_0 \rightarrow r = \frac{u_{b(\infty)}}{I_0}$$

من البيان : $u_{b(\infty)} = 1V$ و منه :

$$r = \frac{1}{0.1} = 10 \Omega$$

طريقة-2 :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow (R+r) = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$$

$$r = \frac{10}{0.1} - 90 = 10 \Omega$$

● قيمة τ :

$$t = \tau \rightarrow u_R = 0.63 u_{R_{\max}} = 0.63 \cdot 9 = 5.67 V$$

(بالقسمة على السلم نجد 2.8 cm).

بالإسقاط نجد : $\tau = 10 ms$.

● قيمة L :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r)$$

$$L = 0.01 (90 + 10) = 1 H$$

$$3- \text{إثبات } \tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

$$\bullet u_R(t) = R.i$$

و حيث أنه عنك غلق القاطعة يكون : $i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$ ، يمكن كتابة :

$$u_R = \frac{ER}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

و لدينا :

$$\bullet u_b(t) = \frac{E}{R+r} (r + R e^{-\frac{t}{\tau}})$$

عند النقطة C أين يتقاطع المنحنى $u_b(t)$ مع المنحنى $u_R(t)$ يكون : $u_b = u_R$ و منه :

$$\begin{aligned} \frac{E}{R+r} (r + R e^{-t_c/\tau}) &= \frac{ER}{R+r} (1 - e^{-t_c/\tau}) \\ \frac{Er}{R+r} + \frac{ER}{R+r} e^{-t_c/\tau} &= \frac{ER}{R+r} 1 - \frac{ER}{R+r} e^{-t_c/\tau} \\ \frac{ER}{R+r} e^{-t_c/\tau} + \frac{ER}{R+r} e^{-t_c/\tau} &= \frac{ER}{R+r} - \frac{Er}{R+r} \end{aligned}$$

$$\frac{2ER}{R+r} e^{-t_C/\tau} = \frac{E(R-r)}{R+r}$$

$$2R e^{-t_C/\tau} = R-r \rightarrow e^{-t_C/\tau} = \frac{R-r}{2R}$$

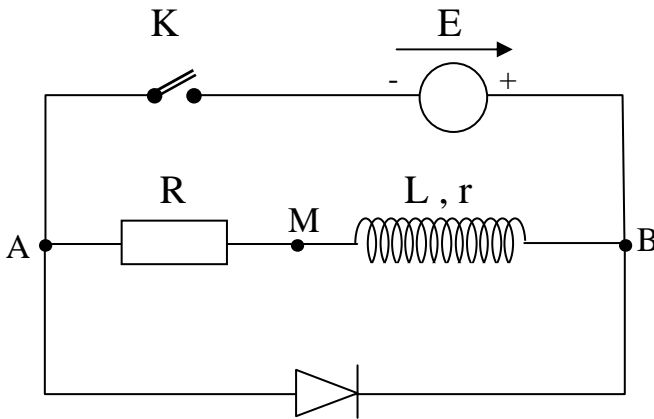
$$-\frac{t_C}{\tau} = \ln \frac{R-r}{2R} \rightarrow \frac{t_C}{\tau} = -\ln \frac{R-r}{2R}$$

$$\frac{t_C}{\tau} = \ln \frac{2R}{R-r} \rightarrow \tau = \frac{t_C}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

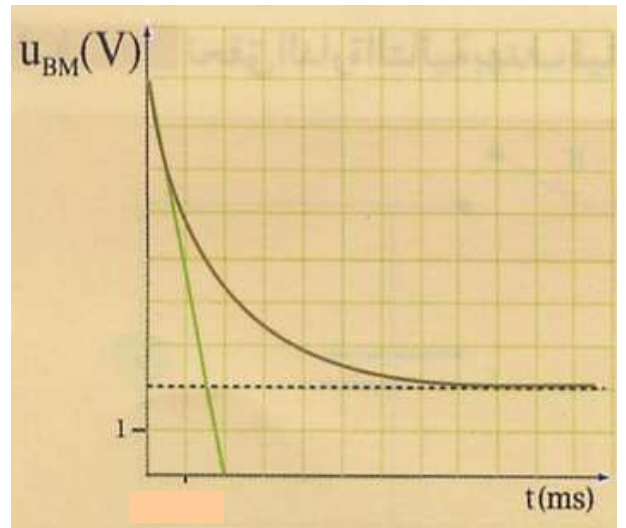
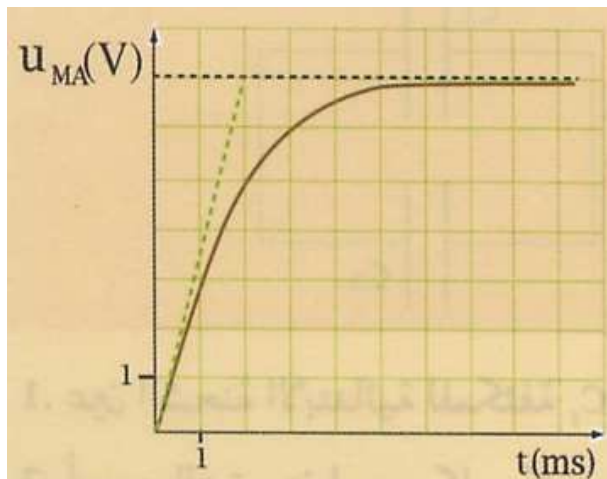
- حساب قيمة τ :

$$\tau = \frac{0.8}{\ln\left(\frac{2.90}{90-10}\right)} \approx 0.01 = 10 \text{ ms}$$

التمرين (4) :



دائرة كهربائية تظم على التسلسل مولد توتر مستمر مثالي قوته المحركة الكهربائي $E = 10 \text{ V}$. ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة $(L, r = 10\Omega)$.
نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ و نتابع تغيرات التوتر u_{MA} بين طرفي المقاومة و التوتر u_{BM} بين طرفي الوشيعة بواسطة راسم اهتزاز و الذي يظهر على شاشته البيانيين التاليين .



• أحسب R, L من دون الإستعانة بثابت الزمن τ .

الأجوبة :

حساب L ، R :
لدينا :

$$u_{BM} = L \frac{di}{dt} + r i$$

$$u_{MA} = R i$$

و في النظام الدائم يكون :

$$u_{BM0} = r I_0 \dots\dots\dots (1)$$

$$u_{MA0} = R I_0 \dots\dots\dots (2)$$

بقسمة (1) على (2) :

$$\frac{u_{BM0}}{u_{MA0}} = \frac{r}{R} \rightarrow R = r \frac{u_{MA0}}{u_{BM0}} \rightarrow R = 10 \cdot \frac{7}{2} = 35 \Omega$$

قيمة L :
لدينا :

$$u_{BM} = L \frac{di}{dt} + r i$$

عند اللحظة $t = 0$ يكون :

$$(u_{BM})_{t=0} = L \left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} + r i_{(t=0)}$$

من البيان $u_{MA}(t)$ لدينا :

$$t = 0 \rightarrow u_{MA} = 0$$

و حيث أن $u_{MA} = R i$ يكون :

$$i_{(t=0)} = \frac{(u_{MA})_{t=0}}{R} = \frac{0}{35} = 0$$

ومنه يصبح لدينا :

$$(u_{BM})_{t=0} = L \left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} \rightarrow L = \frac{(u_{BM})_{t=0}}{\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0}} \dots\dots\dots (1)$$

نحسب : $(u_{BM})_{t=0}$ ، $\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0}$.

$$\square \quad (u_{BM})_{t=0}$$

من البيان $u_{BM} = f(t)$ يكون : $(u_{BM})_{t=0} = 9V$.

$$\square \quad \left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0}$$

باعتبار $\tan \alpha$ ميل البيان $u_{MA} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يكون :

$$(\tan \alpha)_{t=0} = \left(\frac{du_{MA}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{7 - 0}{2 \cdot 10^{-3} - 0} = 3500$$

و من البيان :

$$(\tan \alpha)_{t=0} = \frac{7 - 0}{2 \cdot 10^{-3} - 0} = 3500$$

إذن :

$$\left(\frac{du_{MA}}{dt}\right)_{t=0} = 3500$$

و لدينا نظريا :

$$u_{MA} = R i \rightarrow \frac{du_{MA}}{dt} = R \frac{di}{dt}$$

و عند اللحظة $t = 0$ يكون :

$$\left(\frac{du_{MA}}{dt}\right)_{t=0} = R \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} \rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1}{R} \left(\frac{du_{MA}}{dt}\right)_{t=0}$$

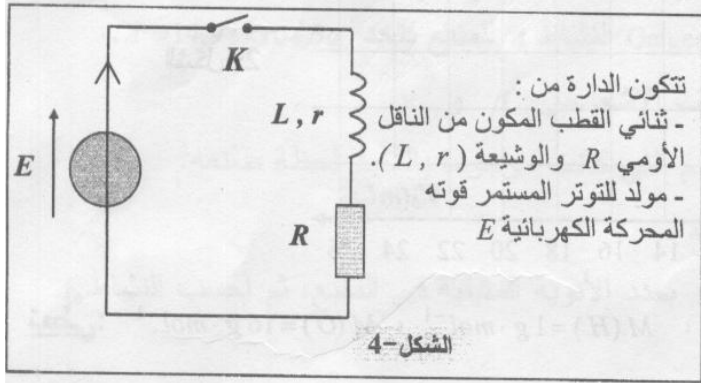
$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1}{35} \cdot 3500 = 100$$

بالتعويض في عبارة $L (1)$:

$$L = \frac{9}{100} = 0.09 \text{ H}$$

تمارين مقترحة

التمرين (5) : (بكالوريا 2012 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 34 على الموقع)



لدراسة تطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في ثنائي القطب RL بدلالة الزمن ، و تأثير المقدارين R و L على هذا التطور ، نركب الدارة الكهربائية (الشكل-4) .

1- نتابع تطور التوتر الكهربائي u_R بين طرفي الناقل الأومي R باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .
 أ- أعد رسم الدارة على ورقة الإجابة ثم بين عليها كيفية ربط راسم اهتزاز المهبطي .

ب- متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$ مكنتنا من متابعة تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة . فسر ذلك

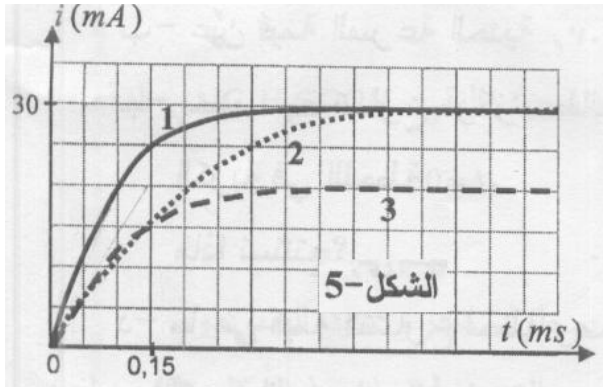
2- نغلق القاطعة :

أ- جد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .

ب- علما أن حل هذه المعادلة من الشكل : $i(t) = A (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ جد عبارتي A و τ . ماذا يمثلان ؟

3- ننجز ثلاث تجارب مختلفة باستعمال وشيعة مقاومتها r ثابتة تقريبا و ذاتيتها L قابلة للتغير و نواقل أومية مختلفة .
 يبين (الشكل-5) المنحنيات البيانية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة الزمن t بالنسبة للتجارب الثلاث و يمثل الجدول المرفق قيم L و R المستعملة في كل تجربة :

	التجربة 1	التجربة 2	التجربة 3
L(mH)	30	20	40
R (Ω)	290	190	190

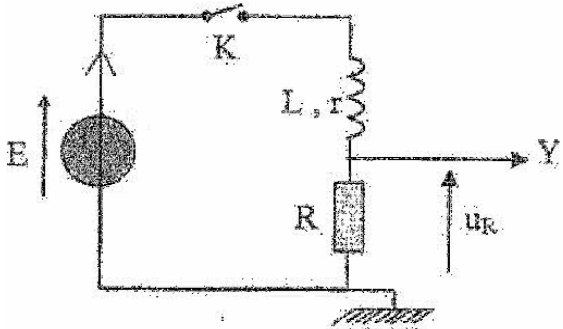


أ- أنسب كل تجربة بالمنحنى البياني الموافق لها .

ب- جد قيمة المقاومة r .

أجوبة مختصرة :

1- أ) تمثيل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي :

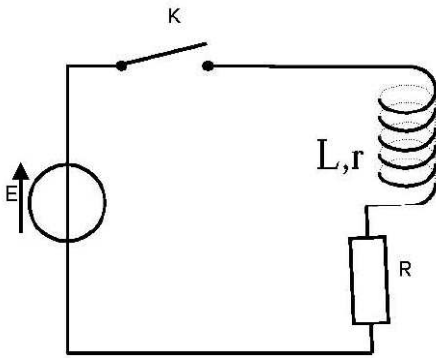


ب) من قانون أوم يمكن كتابة : $i = \frac{1}{R} u_R$ ، و بما أن $\frac{1}{R}$ ثابت

فإن التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي يتناسب طرديا مع شدة التيار المار i المار بالدارة هذا ما يجعل شكل تغيرات تطور التوتر u_R نفسه شكل تغيرات تطور شدة التيار i و بالتالي يمكن القول أن متابعة تطور التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي تمكن من متابعة تطور شدة التيار المار بالدارة .

- 2- (أ) $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$ (ب) $A = \frac{E}{R+r}$ ، يمثل A شدة التيار الأعظمية ($A = I_0$) ، يمثل τ ثابت الزمن المميز للدارة RL المدروسة .
- (3) التجربة (1) ← المنحنى (3) ، التجربة (2) ← المنحنى (1) ، التجربة (3) ← المنحنى (2)

التمرين (6) : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 33 على الموقع)



الشكل-2

بهدف تحديد مميزات وشيعة ، نحقق دارة كهربائية (الشكل-2) ، حيث : $R = 90 \Omega$ ، نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$.

1- بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة تعطى بالشكل :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L} u_R = \frac{RE}{L}$$

2- تحقق أن العبارة : $u_R(t) = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$ ، هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، حيث A و B ثابتان يطلب تعيينهما .

3- باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على (الشكل-3) .

أ- اعد رسم الدارة ، ثم وضع عليها كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة المنحنيين (1) و (2) (الشكل-3) .

ب- أنسب لكل عنصر كهربائي من الدارة المنحنى الموافق له مع التعليل .

ج- استنتج القوة المحركة الكهربائية للمولد E ، و مقاومة الوشيعة r .

4- اعتمادا على نقطة تقاطع المنحنيين (1) ، (2) :

أ- بين أن ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة : $\tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$ ، ثم احسب قيمته ، حيث : t_c الزمن الموافق لتقاطع المنحنيين ، علما أن التوتر بين طرفي الوشيعة يعطى بالعلاقة :

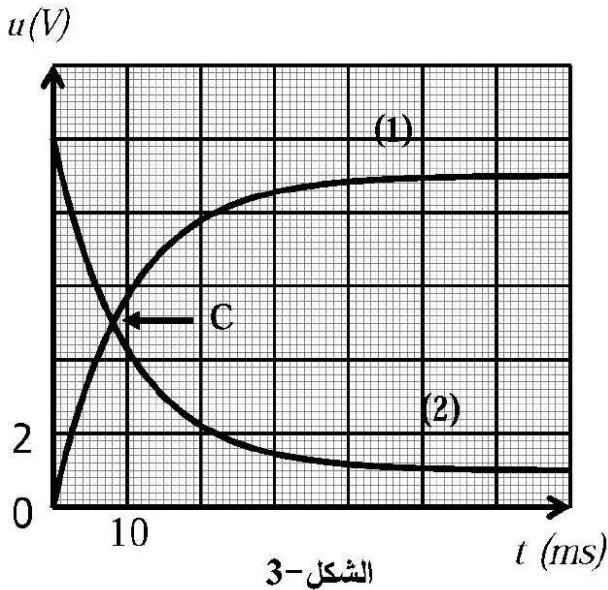
$$u_b(t) = \frac{E}{R+r} (r + R e^{-\frac{t}{\tau}})$$

ب- احسب ذاتية الوشيعة L .

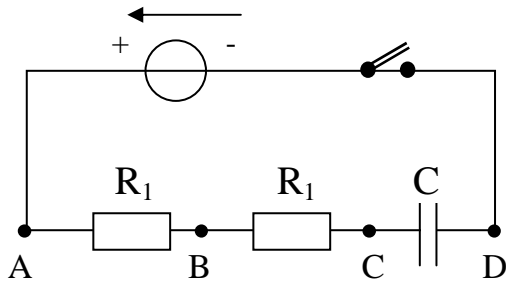
أجوبة مختصرة :

(2) $A = \frac{R+r}{L}$ ، $B = \frac{ER}{L}$ ، 3- ب) المنحنى (1) يوافق الناقل الأومي ، المنحنى (2) يوافق الوشيعة .

ج) $E = u_b(t=0) + u_R(t=0) = 10 \text{ V}$ أو : $E = u_b(t=\infty) + u_R(t=\infty) = 10 \text{ V}$ ، $r = 10 \Omega$ ، 4- أ) $\tau = 8 \text{ ms}$ ، ب) $L = 1 \text{ H}$.

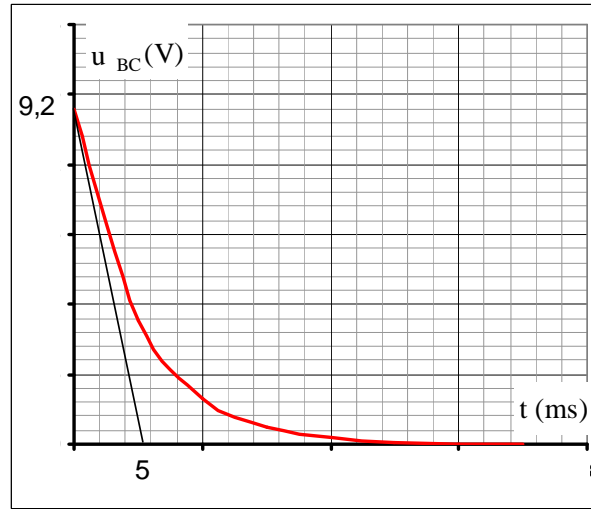
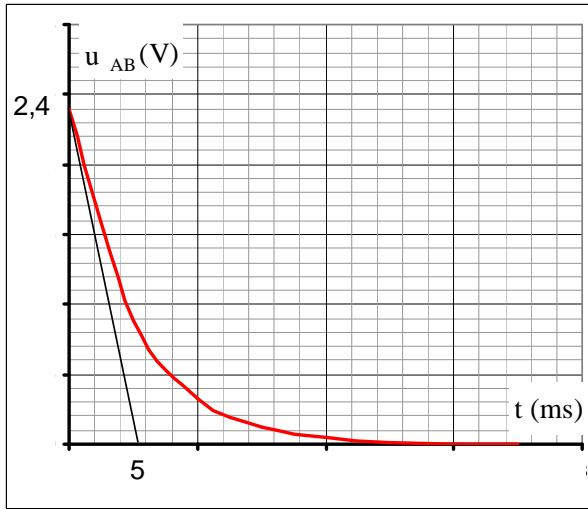


الشكل-3

التمرين (7) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 28 على الموقع)

بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5 \Omega$ و مقاومة الثاني R_2 مجهولة ، مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي أعطت البيانيين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$ المقابلين :



1- بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانيين السابقين .

2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $u_{CD} = f(t)$ حيث u_{CD} التوتر بين طرفي المكثفة مبينا حلها دون برهان .

3- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

• شدة التيار المار في الدارة .

• التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .

• التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 .

4- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

5- اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين أوجد : E ، I_0 ، R_2 ، C . حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المارة بالدارة .

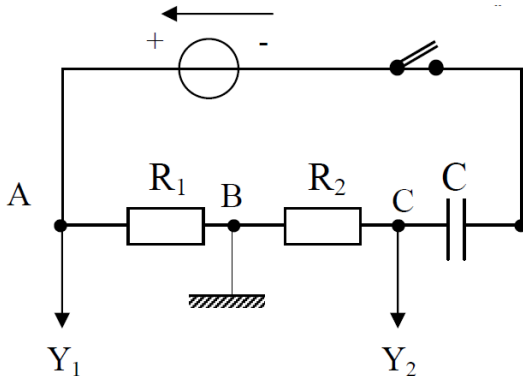
أجوبة مختصرة :

(1) كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي :

$$(2) \quad \frac{du_{CD}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_{CD} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها :

$$u_{CD} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \right)$$

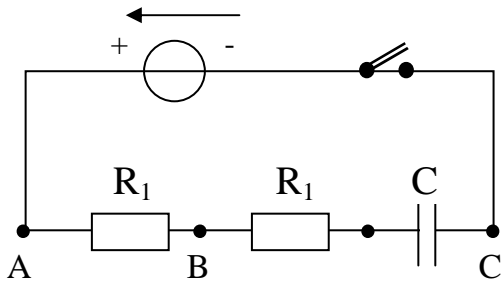


$$u_{BC} = \frac{E R_2}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}, u_{AB} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \quad i = \frac{E}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \quad (3)$$

$$I_0 = \frac{u_{AB0}}{R_1} = 0.48 \text{ A}, E = 12 \text{ V} \quad (5), t = (R_1 + R_2) C = \tau \quad (4)$$

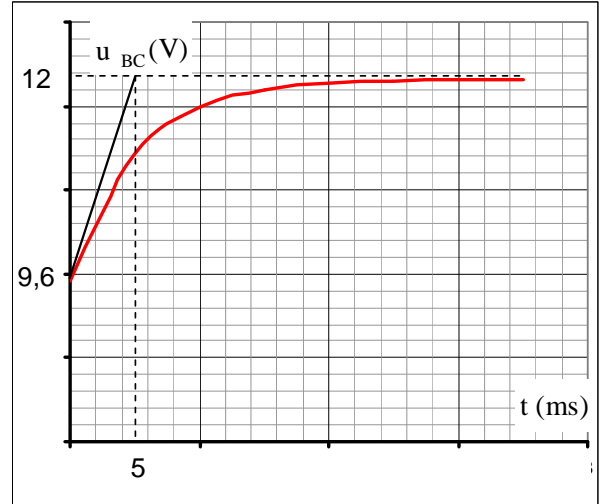
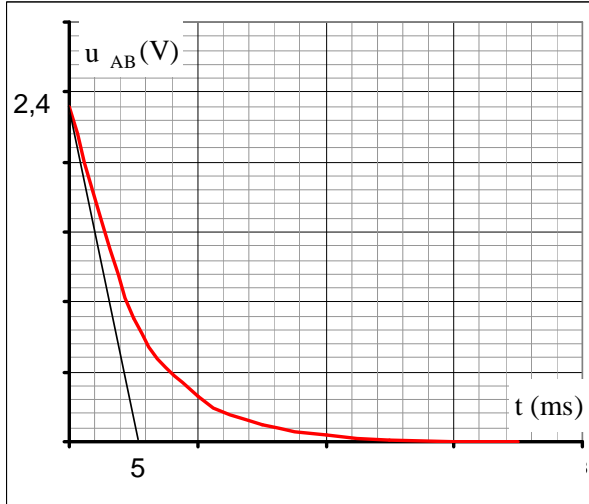
$$C = \frac{\tau}{(R_1 + R_2)} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 200 \mu\text{F}, R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1 = 20 \Omega \text{ أو } R_2 = \frac{u_{BC0}}{I_0} = 20 \Omega$$

التمرين (8) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 35 على الموقع)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين ، مقاومة الأول R_1 ومقاومة الثاني R_2 مجهولة ، مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 من جهة و التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 والمكثفة معا من جهة أخرى ، و بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي و برمجيات خاصة أعطت البيانيين $u_{BC} = g(t)$ ، $u_{AB} = f(t)$:

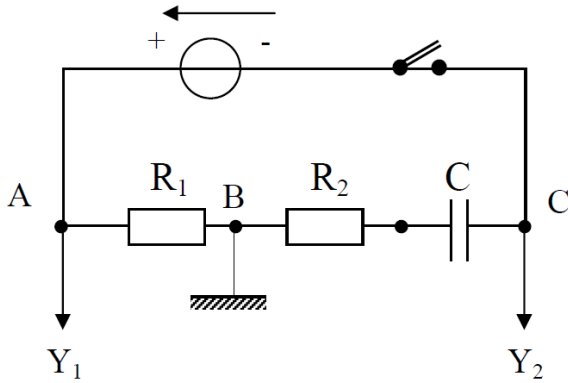


- 1- بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانيين السابقين .
- 2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $q = f(t)$ حيث q شحنة المكثفة .
- 3- حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q = A(1 - e^{-t/B})$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B و ما هو مدلوله الفيزيائي .
- 4- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :
 - شدة التيار المار في الدارة .
 - التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .
 - التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 والمكثفة معا .
- ثم عبر عن u_{AB} ، u_{BC} عند اللحظة $t = 0$ و اللحظة $t = \infty$ (النظام الدائم) .
- 5- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{BC} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور المستقيم المقارب $u_{BC} = E$.

6- إذا علمت أن شدة التيار الأعظمية المارة في الدارة هي $I_0 = 048A$ أوجد : E ، R_1 ، R_2 ، C .

أجوبة مختصرة :

(1) كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة :



$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q = \frac{E}{(R_1 + R_2)} \quad (2)$$

(3) $A = EC$ ، $B = (R_1 + R_2)C$ ، يمثل B ثابت الزمن τ و المدلول الفيزيائي لهذا الثابت هو أنه يمثل الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة 63% .

$$i = \frac{E}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \quad (4)$$

$$u_{AB} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

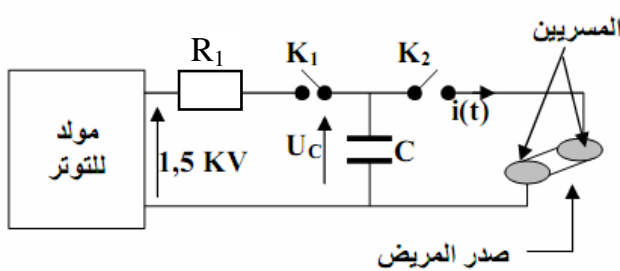
$$t = 0 \rightarrow u_{AB} = u_{AB} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} , \quad t = \infty \rightarrow u_{AB} = u_{AB} = 0$$

$$u_{BC} = E - \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} , \quad t = 0 \rightarrow u_{BC} = \frac{E R_2}{R_1 + R_2} , \quad t = \infty \rightarrow u_{BC} = 0$$

$$t = (R_1 + R_2)C = \tau \quad (5)$$

$$C = \frac{\tau}{(R_1 + R_2)} = 2.10^{-4} F , \quad R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1 = 20 \Omega , \quad R_1 = \frac{u_{AB0}}{I_0} = 5 \Omega , \quad E = 12 V \quad (6)$$

التمرين (9) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 36 على الموقع)



يمثل تمثيل جهاز الصدمات القلبية الذي يستعمل في الحالات الطبية الاستعجالية بالشكل المبسط التالي :

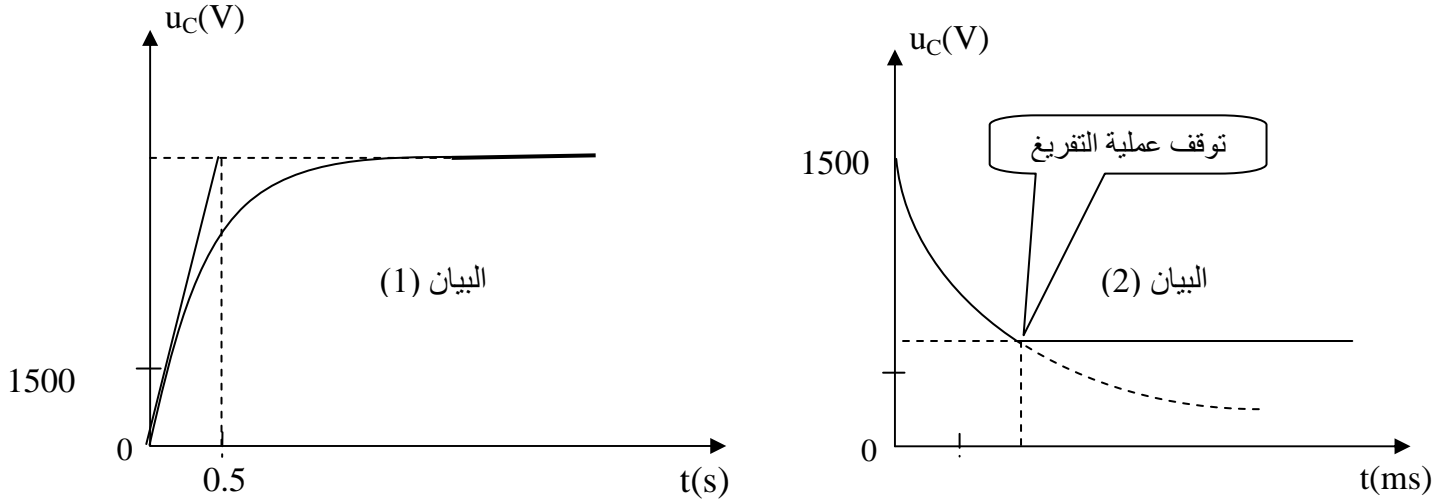
- مولد التوتر ذو قوة محرك كهربائية $E = 1500 V$.

- سعة المكثفة $C = 470 \mu f$.

- مقاومة الناقل الأومي (دارة الشحن) R_1 .

- صدر المريض نعتبره ناقل أومي (دارة التفريغ) مقاومته $R = 50 \Omega$.

1- نشغل الجهاز بغلق القاطعة K_1 (مفتوحة) فتشحن المكثفة C . المنحنيين (1) ، (2) التاليين يمثلان تغيرات التوتر u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن عند الشحن و التفريغ على الترتيب .



أ- اعتمادا على البيان (1) أوجد قيمة ثابت الزمن τ ، R_1 .

ب- عين قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .

د- بفرض أن المكثفة تشحن كليا عندما يصبح التوتر بين طرفيها 97% من التوتر الأعظمي . ما هو الزمن Δt اللازم لشحن هذه المكثفة .

2- في اللحظة t_0 تغلق القاطعة K_2 (K_1 مفتوحة) فتفرغ المكثفة بإرسال صدمات كهربائية بوضع المسريين على صدر المريض بحيث تنتهي عملية التفريغ بمجرد استهلاك الطاقة اللازمة للجهاز و المقدرة بـ 400 joule ، عندما تقدم المكثفة هذه الطاقة تتوقف عملية التفريغ .

أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_C التوتر بين طرفي المكثفة في دارة التفريغ (صدر المريض) .

ب- حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_C(t) = A e^{-t/\tau'}$ عين قيم τ' ، A .

ج- أحسب الشدة الأعظمية لتيار التفريغ .

د- أكتب عبارة الطاقة التي تحررها المكثفة و التي تقدم للجهاز بدلالة $E_{(C)0}$ (طاقة المكثفة الأعظمية) ، C ، $u_C(t)$.

هـ- أوجد قيمة التوتر u_C لحظة توقف عملية التفريغ و ما هي قيمة اللحظة الموافقة .

أجوبة مختصرة :

$$1- \text{ أ) } \tau = 0.5 \text{ s} , R_1 = \frac{\tau}{C} = 1063.8 \Omega , \text{ ب) } E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2 = 528.75 \text{ J}$$

$$\text{ج) } \Delta t = -\tau \ln 0.03 = 1.75$$

$$2- \text{ أ) } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC} , \text{ ب) } \tau' = R_2 C = 2.35 \cdot 10^{-2} \text{ s} , A = 1500 \text{ V}$$

$$\text{ج) دارة التفريغ تحتوي على المكثفة و المقاومة } R_2 \text{ (صدر المريض) فقط لذا يكون : } I_0 = \frac{E}{R_2} = 30 \text{ A}$$

د) عند اللحظة t_0 (بداية التفريغ) تكون طاقة المكثفة أعظمية $E_{(C)0}$ و عند اللحظة t تكون طاقة المكثفة $E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$ و منه فالطاقة المحررة $E'_{(C)}$ و التي تمثل الفرق بين الطاقتين يعبر عنها بالعلاقة :

$$E'_{(C)} = E_{(C)0} - \frac{1}{2} C u_C^2 , \text{ هـ) } u_C = \frac{2(E_{(C)0} - E_{(C)})}{C} = 740 \text{ V}$$