

عمر بنظري و تمارين

التطورات الرتبية

تطور جملة ميكانيكية

05

الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

www.sites.google.com/site/faresfergani

السنة الدراسية : 2014/2015

09

المحتوى المفاهيمي :

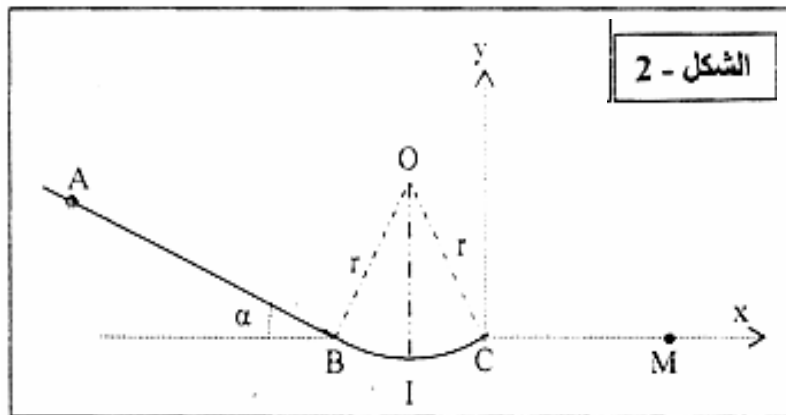
سلسلة تمارين-2 (مستوى 03)

التمرين (1) : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 35 على الموقع)

ملاحظة : نهمل تأثير الهواء و كل الاحتكاكات .

يترك جسم نقطي (S) ، دون سرعة ابتدائية من النقطة A لينزل وفق خط الميل الأعظم AB لمستوى مائل يصنع مع الأفق زاوية $\alpha = 30^\circ$. المسافة (AB = L) .

يتصل AB مماسيا في النقطة B بمسلك دائري (BC) مركزه (O) و نصف قطره (r) بحيث تكون النقاط A ، B ، C ، O ضمن نفس المستوي الشاقولي و النقطتان B ، C على نفس المستوي الأفقي (الشكل-2) .



يعطى : كتلة الجسم (S) $m = 0.2 \text{ kg}$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $L = 5 \text{ m}$ ، $r = 2 \text{ m}$.

1- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g ، α ثم أحسب قيمتها .

2- حدد خصائص شعاع السرعة للجسم (S) في النقطة C .

- 3- أ) أوجد بدلالة m ، g ، α عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) خلال انزلاقه على المستوي المائل . أحسب قيمتها .
- ب) لتكن I أخفض نقطة من المسار الدائري (BC) . يمر الجسم (S) بالنقطة I بالسرعة $v_1 = 7.37 \text{ m/s}$. أحسب شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) عند النقطة I .
- 4- عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C يغادر المسار (BC) ليقفز في الهواء .
- أ) أوجد في المعلم $(\vec{C_x}, \vec{C_y})$ المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S) . نأخذ مبدأ الأزمنة ($t = 0$) لحظة مغادرة الجسم النقطة C .
- ب) يسقط الجسم (S) على المستوي الأفقي المار بالنقطتين B ، C في النقطة M . أحسب المسافة CM .

أجوبة مختصرة :

$$1) v_B = \sqrt{2 g AB \sin \alpha} = 7.07 \text{ m/s}$$

- 2) الجهة ← نحو الأعلى ، الحامل ← يعمل الزاوية α مع المحور (ox) حيث α هي زاوية المستوي المائل ، الشدة ← $v_C = v_B = 7.07 \text{ m/s}$

$$3- \text{ أ) } R = m g \cos \alpha = 1.72 \text{ N} \text{ ، ب) } R = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right) = 7.43 \text{ N}$$

$$4- \text{ أ) } y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x \text{ ، ب) } CM = x_M = \frac{2 v_0^2 \cos^2 \alpha \cdot \tan \alpha}{g} = 4.3 \text{ m}$$

التمرين (2) : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 22 على الموقع)

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هويجنز سنة 1690 " .. في البداية كنت أظن أن قوة الاحتكاك في مائع (غاز أو سائل) تتناسب طرذا مع السرعة ، و لكن التجارب التي حققتها في باريس ، بينت لي أن قوة الاحتكاك ، يمكن أيضا أن تتناسب طرذا مع مربع السرعة . و هذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كان عليه ، يصطدم بكمية مادة من المائع تساوي مرتين و لها سرعة ضعف ما كانت لها "

1- يشير النص إلى فرضيتي هويجنز حول قوة الاحتكاك في الموائع ، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقين :

$$f = k v \dots\dots\dots (1)$$

$$f = k' v^2 \dots\dots\dots (2)$$

حيث : f قوة الاحتكاك ، v سرعة مركز عطالة المتحرك ، k ، k' ثابتان موجبان .

أرفق بكل علاقة التعبير المناسب من النص عن كل

فرضية .

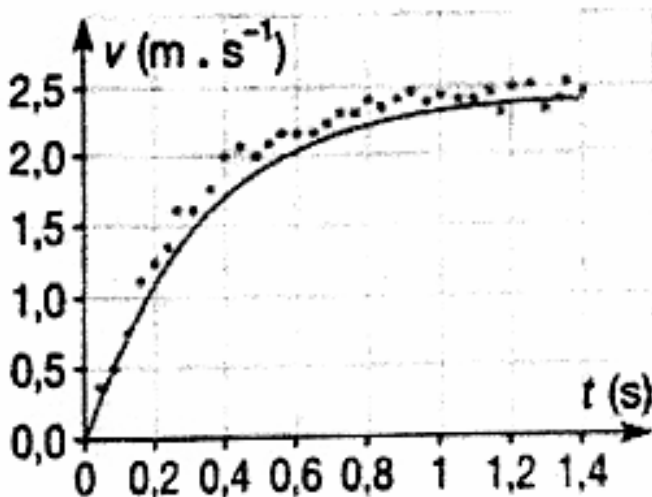
2- للتأكد من صحة الفرضيتين ، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء ، سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة ، في لحظات زمنية معينة (الشكل-1) .

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، و اعتماد الفرضية المعبر عنها بالعلاقة $(f = k v)$ ، أكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة :

- (ρ_0) الكتلة الحجمية للهواء .

- (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة .

- (m) كتلة البالونة .



- (g) تسارع الجاذبية الأرضية .

- (k) ثابت التناسب .

(ب) بين أن المعادلة التفاضلية يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + B v = A$ حيث A و B ثابتان .

(ج) اعتمادا على البيان (الشكل-1) . ناقش تطور السرعة (v) و استنتج قيمتها الحدية (v_m) . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة خلال هذا التطور ؟

(د) أحسب قيمتي A و B .

(3) رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمتي A و B (المنحنى الممثل بالخط المستمر في الشكل-1) . ناقش صحة الفرضية الأولى .

يعطى : $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ، $\rho_0 = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$ ، $\rho = 4.1 \text{ kg.m}^{-3}$.

أجوبة مختصرة :

- (1) ▪ العلاقة $f = k v$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع السرعة " .
 ▪ العلاقة $f = k v^2$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع مربع السرعة " ،

$$B = \frac{k}{m} \text{ ، } A = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \text{ ، } \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \quad (2-أ)$$

(ج) مناقشة تطور السرعة :

- في اللحظة $t = 0$ تكون السرعة معدومة و بعدها تتطور السرعة تدريجيا إلى أن تبلغ قيمة حدية $v_m = 2.5 \text{ m/s}$.
 - بالنسبة لحركة مركز عطالة البالونة يمكن تمييز ثلاث مراحل :

المرحلة الأولى ($t = 0 \rightarrow t = 0.2 \text{ s}$) :

في هذه المرحلة البيان $v = f(t)$ يكون تقريبا عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل : $v = \alpha t$ ، هذا يعني أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة متغيرة متسارعة بانتظام .

المرحلة الثانية ($t = 0.2 \text{ s} \rightarrow t = 1.2 \text{ s}$) :

في هذه المرحلة يكون البيان $v = f(t)$ عبارة عن خط منحنى و يمكن القول أن حركة البالونة في هذه المرحلة متسارعة من دون انتظام .

المرحلة الثالثة ($t > 1.2 \text{ s}$) :

في هذه المرحلة تبلغ البالونة سرعة حدية ثابتة و نقول أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة منتظمة .
 د- قيمتي A و B :

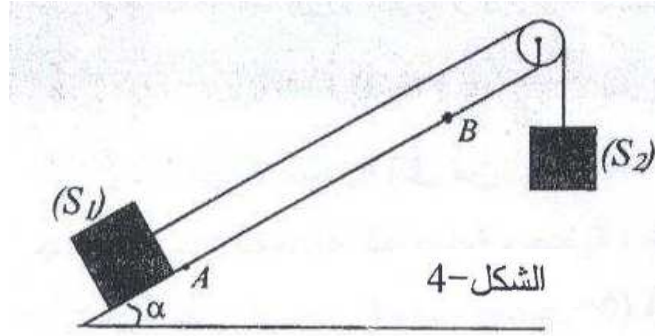
$$A = 6.70 \text{ ، } B = 2.68$$

(3) نلاحظ أن البيان المرسوم من أجل الفرضية الأولى (سحابة النقط) يكون منطبق مع البيان الحقيقي إلا من أجل القيم الصغيرة للسرعة ($0 < v < 1 \text{ m/s}$) ، مما يدل على أن الفرضية الأولى صحيحة في هذا المجال من السرعة ، و بعدها تختل الفرضية إذ أن البيانيين لا ينطبقان في هذا المجال الذي يكون فيه $v > 1 \text{ m/s}$.

التمرين (3) : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 38 على الموقع)

يجر جسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 600 \text{ g}$ ، بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملية الكتلة ، عربة (S_1) كتلتها $m_1 = 800 \text{ g}$ تتحرك على مستو يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$. في وجود قوى احتكاك \vec{f} شدتها ثابتة و لا تتعلق بسرعة العربة .

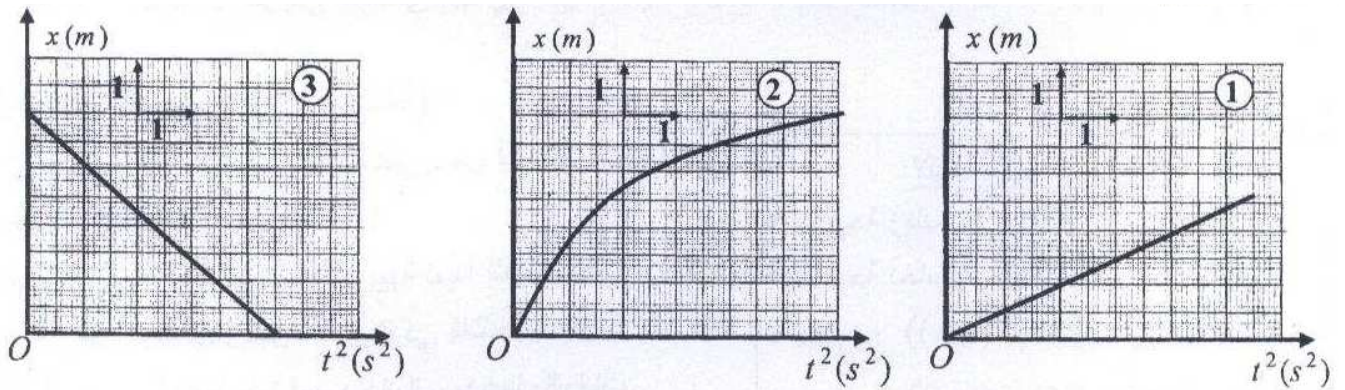
في اللحظة $t = 0 \text{ s}$ تنطلق العربة من النقطة A دون سرعة ابتدائية ، فتقطع مسافة $AB = x$ ، كما موضح في (الشكل-4) . نأخذ كمبدأ للفواصل النقطة A .



- 1- أعد رسم (الشكل-4) ، أحص و مثل عليه القوى الخارجية المؤثرة على كل من (S1) و (S2) .
 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S1) و (S2) .

أ- بين أن المعادلة التفاضلية للفصلة x تعطى بالعلاقة : $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$

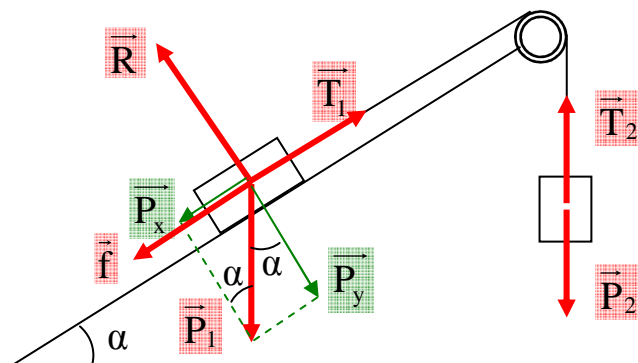
- ب- استنتج طبيعة حركة الجسم (S1) .
 ج- باستغلال الشروط الابتدائية أوجد حلا للمعادلة التفاضلية .
 3- من أجل قيم مختلفة لـ x كررنا التجربة السابقة عدة مرات فتحصلنا على منحنى بياني يلخص طبيعة حركة الجسم (S1) .



- أ- من بين البيانات الثلاثة (1) ، (2) و (3) ما هو البيان الذي يتفق مع الدراسة النظرية السابقة ؟ علل .
 ب- احسب من البيان قيمة التسارع a .
 ج- استنتج قيمة كل من قوة الاحتكاك f و توتر الخيط T . علما أن : $g = 9.80 \text{ m.s}^{-2}$.

أجوبة مختصرة :

1) تمثيل القوى :



$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2} \quad (2-أ)$$

- طبيعة الحركة :

العبارة السابقة تمثل تسارع حركة كل من الجسمين S_1 ، S_2 و هي تتعلق بمقادير كلها ثابتة مما يدل على أن تسارع الحركة ثابت ، و كون أن مسار كل من الجسمين (S1) ، (S2) مستقيم فإن حركة كل منهما مستقيمة متغيرة بانتظام

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2} \right) t^2 \quad (\text{ج})$$

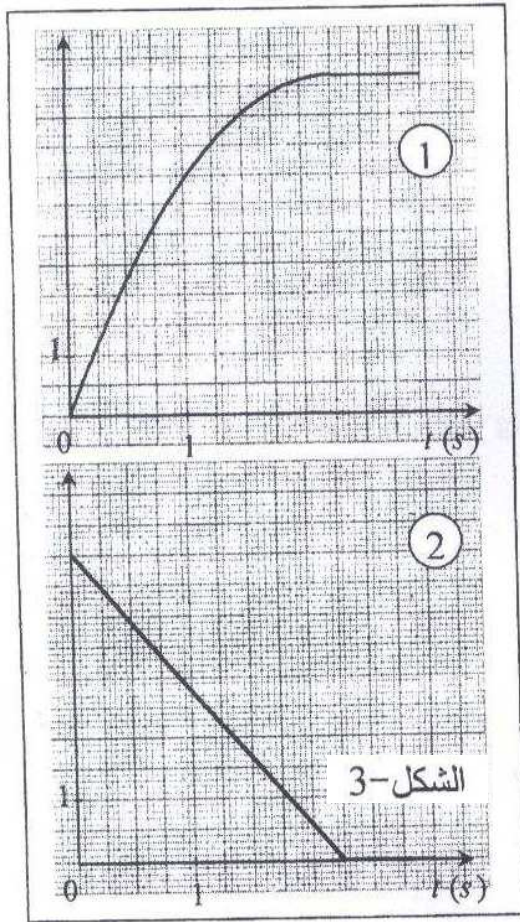
3- أ) من الدراسة النظرية السابقة وجدنا المعادلة المعبرة عن تغيرات x بدلالة الزمن من الشكل : $x = k t^2$ حيث k هو ثابت التناسب ، نستنتج من ذلك أن الفاصلة x تتناسب طرديا مع مربع اللحظة الزمنية t و هذا ينطبق على البيان (1) .

ب) $a = 1 \text{ m/s}^2$.

ج) قيمة قوة الاحتكاك : $f = (m_1 - m_1 \sin \alpha) g - (m_1 + m_2) a = 0.56 \text{ N}$

قيمة التوتر T : $T = m_1 a = 5.28 \text{ N}$ أو $- m_1 g \sin \alpha - f + T = m_1 a = 5.28 \text{ N}$ $T_2 = m_2 (g - a) = 5.28 \text{ N}$

التمرين (4) : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 37 على الموقع)



عامل في أحد المخازن ، يدفع صندوقا كتلته $m = 20 \text{ kg}$ ، على مستوي أفقي إلى أن تبلغ سرعته حدا معيناً ، ثم يتركه لحاله ، في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة .

اعتباراً من هذه اللحظة ، يتحرك G مركز عتالة الصندوق على مسار مستقيم حتى اللحظة t_1 ، و فوق المحور (O, \vec{i}) . التطور الزمني لكل من الفاصلة $x(t)$ و السرعة $v(t)$ لمركز العتالة G ، المبيين بالمنحنيين (الشكل-3) . نستخدم وحدات النظام الدولي SI .

1- أ- تعرف على المنحنى البياني الممثل للفاصلة $x(t)$ و المنحنى البياني الممثل للسرعة $v(t)$.

ب- حدد بيانياً قيمة اللحظة t_1 . ماذا يحدث للصندوق عندئذ ؟

2- أرسم مخطط التسارع $a_G(t)$ للنقطة G .

3- أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الصندوق أثناء الحركة .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عتالة الصندوق ، أوجد شدة قوة الاحتكاك المؤثرة عليه .

4- أ- اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة على المحور (O, \vec{i}) ،

و استنتج المعادلة الزمنية $x(t)$ للحركة .

ب- استنتج بيانياً المسافة التي يقطعها مركز عتالة الصندوق بطريقتين مختلفتين .

أجوبة مختصرة :

1- أ) بما أن للصندوق سرعة معينة عند اللحظة $t = 0$ فهذا يتطابق مع البيان (2) عكس البيان (1) إذن :

البيان (2) ← السرعة v ، البيان (1) ← الفاصلة x .

ب) $t_1 = 2.25 \text{ s}$ ، (2) يكون عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، 3- ب) $f = - m a = 44.4 \text{ N}$.

4- أ) $\frac{dv}{dt} = - \frac{f}{m}$ ، $x = - 1.11 t^2 + 5 t$.

ب) طريقة-1 : (من البيان (1) $x(t)$) : $d = \Delta x = x_1 - x_0 = 5.6 \text{ m}$

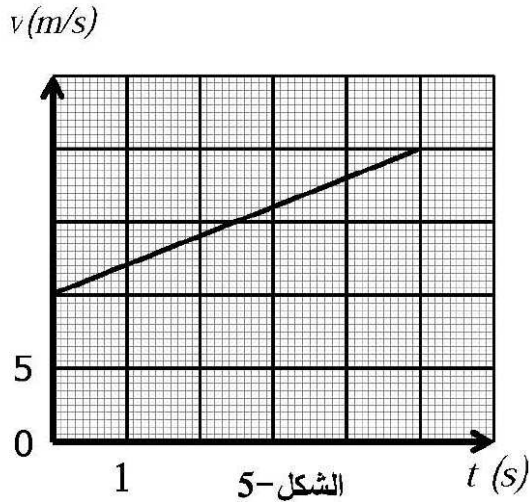
طريقة-2 : (من البيان (2) $v(t)$) : $d = S = \frac{v \times t}{2} = 5.6 \text{ m}$

التمرين (5): (بكالوريا 2013 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 40 على الموقع)

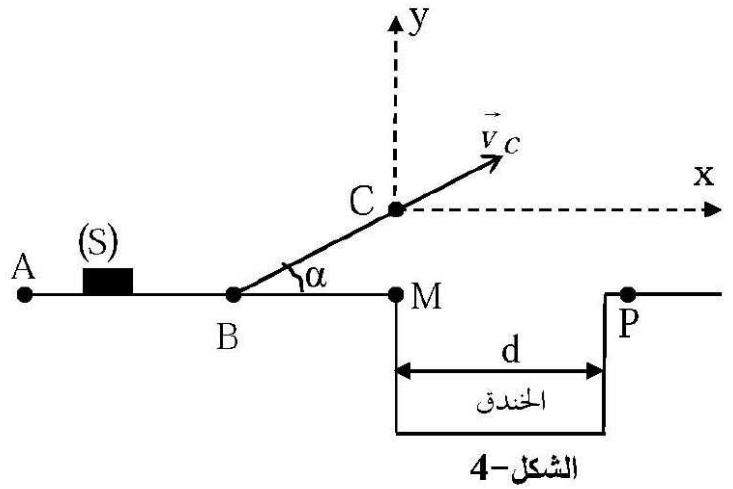
يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. إن التغلب على هذه التحديات يتطلب التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

يتكون مسلك المجازفة من قطعة مستقيم أفقية AB ، وأخرى BC تميل عن الأفق بزاوية: $\alpha = 10^\circ$ ، وخندق عرضه d (الشكل-4). نمذج الجملة (الدراج + الدراجة) بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته: $m = 170\text{kg}$.
تعطى: $g = 10\text{m/s}^2$.

1- تمر الجملة (S) بالنقطة A في اللحظة: $t = 0\text{ s}$ بسرعة: $v_A = 10\text{m/s}$ ، وفي اللحظة: $t_1 = 5\text{ s}$ تمر من النقطة B بالسرعة v_B . (الشكل-5) يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة بدلالة الزمن.



الشكل-5



الشكل-4

اعتمادا على البيان: أ- حدّد طبيعة الحركة ، ثم استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S) .

ب- احسب المسافة المقطوعة AB .

2- تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك \vec{F} ، وقوة احتكاك شدتها: $f = 500\text{N}$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جدّ شدة القوة \vec{F} حتى تبقى للجملة (S) نفس قيمة التسارع في الجزء AB .

3- تصل الجملة (S) إلى النقطة C بسرعة: $v_C = 25\text{m/s}$ وتغادرها لتسقط في النقطة P .

اعتمادا على البيان: أ- حدّد طبيعة الحركة ، ثم استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S).

ب- احسب المسافة المقطوعة AB .

2- تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك \vec{F} ، وقوة احتكاك شدتها: $f = 500N$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جدّ شدة القوة \vec{F} حتى تبقى للجملة (S) نفس قيمة التسارع في الجزء AB .

3- تصل الجملة (S) إلى النقطة C بسرعة: $v_c = 25m/s$ وتغادرها لتسقط في النقطة P .

أ- باعتبار لحظة المغادرة مبدأ للأزمنة، ادرس حركة مركز عطالة الجملة (S) في المعلم (Cx, Cy) ثم جدّ معادلة مسارها.

ب- هل يجتاز الدراج الخندق أم لا ؟ برّر إجابتك، علما أن: $d = 40 m$ و $BC = 56,3 m$.

أجوبة مختصرة :

1- أ) طبيعة الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام ، $a = 2 m/s^2$ ،

ب) $AB = 75 m$ ، $F = m(a + g \cdot \sin \alpha) + f = 1135.2N$ (2 ، 3- أ) $y = \frac{-g}{2 v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 \tan \alpha$

ب) $MP = 47 m < d$ ، إذن الدراج يجتاز الخندق .

التمرين (6): (بكالوريا 2008 – رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 36 على الموقع)

ورد في مطوية أمن الطرق الجدول التالي:

| سرعة السيارة $v(km.h^{-1})$ | 50 | 80 | 90 | 100 | 110 |
|--------------------------------------|----|----|----|-----|-----|
| مسافة الاستجابة $d_1(m)$ | 14 | 22 | 25 | 28 | 31 |
| المسافة الموافقة لمدة الكبح $d_2(m)$ | 14 | 35 | 45 | 55 | 67 |

عندما يهّم (يريد) سائق سيارة تسير بسرعة (\bar{v}) بالتوقف، فإن السيارة تقطع مسافة (d_1) خلال مدة (τ_1) قبل أن يضغط السائق على المكابح [تُعرف (τ_1) بـ زمن استجابة السائق]. وتقطع السيارة مسافة (d_2) خلال مدة (τ_2) زمن مدة الكبح. تسمى (D) مسافة التوقف وتساوي مجموع المسافتين (d_2, d_1) : $D = d_1 + d_2$. أثناء عملية الكبح لا يؤثر المحرك على السيارة.

نقوم بدراسة حركة G (مركز عطالة سيارة كتلتها M) على طريق مستقيمة أفقية في مرجع أرضي، نعتبره غاليليا.

1- خلال مدة الاستجابة τ_1 ، نعتبر المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على السيارة معدوما .
أ/ ما هي طبيعة حركة مركز عطالة السيارة؟

ب/ استنادا إلى قياسات الجدول أحسب قيم النسب $\frac{d_1}{v}$. ما ذا نستنتج؟

ج/ احسب قيمة المدة τ_1 (مقدرة بالثانية)، من أجل كل قيمة لـ d_1 في الجدول.

2-أ/ نمذج - خلال عملية الكبح - الأفعال المؤثرة على السيارة بقوى تطبق على مركز عطالتها. نعتبر القوى (قوة الكبح وقوى الاحتكاكات ومقاومة الهواء) المؤثرة على السيارة مكافئة لقوة واحدة \vec{F}_G ثابتة في القيمة، وجهتها عكس جهة شعاع السرعة.

ب/ لتكن v قيمة سرعة مركز عطالة السيارة في بداية الكبح. أوجد العلاقة الحرفية بين v^2 و d_2 بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة.

ج/ باستعمال الجدول السابق، ارسم المنحنى البياني $v^2 = g(d_2)$.

د/ باستغلال البيان، استنتج قيمة \vec{F}_G .

التمرين (7) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 29 على الموقع)

- نعتبر أن توزع كتلتي الأرض (T) و القمر الإصطناعي (S) ذو تناظر مركزي كروي .
- ينتقل القمر الإصطناعي في مدار دائري حول الأرض ذات نصف القطر R .
1- أرسم شكلا لمدار القمر في مرجع جيو مركزي و مثل قوة التجاذب التي تؤثر بها الأرض على القمر الإصطناعي .

2- يعطى حقل التجاذب الأرض في نقطة M من الفضاء بالعلاقة : $g = G \frac{M}{r^2}$.

حيث : M هي كتلة الأرض ، G : ثابت الجذب العام و المقدر بـ $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$ ، r : بعد النقطة M من مركز الأرض .

حدد عبارة g بدلالة g_0 (حقل التجاذب على سطح الأرض) و R نصف قطر الأرض و r .
3- أ- طبق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في المرجع الجيو مركزي المعتبر غاليليا و عبر عن تسارع مركز عطالة القمر بدلالة g_0 ، R ، r .

ب- لتكن v سرعة القمر على مداره . أعط خصائص شعاع سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي المتحرك بحركة دائرية منتظمة . معبرا عن شدته بدلالة : g_0 ، r ، R .

ج- عبر عن دور حركة القمر الاصطناعي T بدلالة π ، r ، R ، g_0 .

4- عرف منذ القدم أن $r = 60 R$ و أن دور القمر $T = 27j , 7h , 43 \text{ min}$. استطاع جان بيكار سنة 1670 بطريقة مثلثية من تحديد قيمة R و المساوية 6370 Km و في سنة 1686 استعمل اسحاق نيوتن هذه النتيجة من أجل تحديد قيمة g_0 ، عبر عن v بدلالة T ، r ثم أوجد قيمة g_0 المحددة من طرف اسحاق نيوتن .

5- قاس كافنديش سنة 1798 قيمة G بواسطة ميزان الفتل فحصل على $G = 6.670 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$. أحسب كتلة الأرض باستخدام المعطيات : $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، $R = 6370 \text{ Km}$.

أجوبة مختصرة :

$$a_G = g = g_0 \frac{R^2}{r^2} \quad (3-أ) , \quad g = g_0 \frac{R^2}{r^2} \quad (2)$$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}} \quad \text{ب) الحامل : مماسي للمسار الدائري ، الجهة : جهة الحركة ، الشدة :}$$

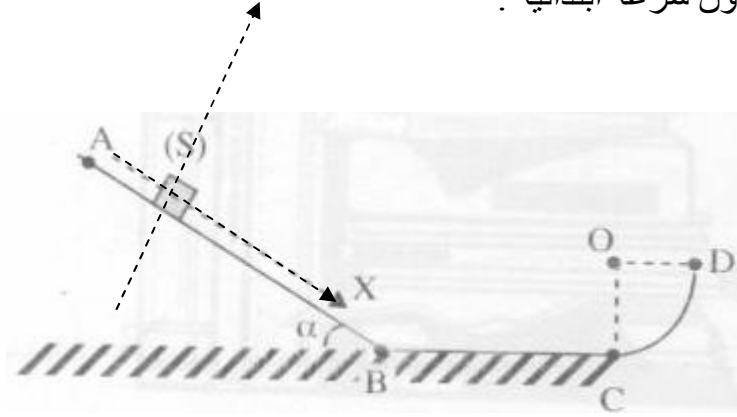
$$M = \frac{g_0 R^2}{G} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (5) , \quad g_0 = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 R^2} = 9.74 \text{ m/s}^2 \quad (4) , \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0 R^2}} \quad \text{ج-}$$

التمرين (8) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 30 على الموقع)

يتحرك جسم صلب (S) نعتبره نقطيا كتلته $m = 10 \text{ kg}$ ، انطلاقا من الموضع A مرورا بالمواضع B ، C ، D ، التي تقع في مستوي شاقولي (الشكل) حيث :

- (AB) مستوي مائل ، يميل عن المستوي الأفقي (BC) بزاوية α .
- (CD) ربع دائرة مركزها O و نصف قطرها $R = 8.75 \text{ m}$.

ينطلق (S) من الموضع A دون سرعة ابتدائية .



1- يخضع (S) على طول المسار (AB) إلى قوة احتكاك \vec{f} ، و عبارة تسارعه من الشكل :

$$a = 0.5 g - 2 \text{ (m.s}^{-2}\text{)}$$

أ- مثل القوى المطبقة على (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع B .
 ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، عين قيمتي كل من f ، α .

2- تهمل كل المقاومات في المسارين (BC) و (CD) : يصل (S) إلى الموضع D بسرعة $v_D = 15 \text{ m.s}^{-1}$.

أ- باعتبار الجملة (الجسم (S) + الأرض) ، مثل الحصلة الطاقوية بين A و B ثم بين B و C و كذلك بين C و D .
 ب- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين الموضعين C و D عين قيمتي سرعة مركز عطالة (S) عند الموضع C . نعتبر المستوي الأفقي المار من الموضع C مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

3- يغادر الجسم (S) الموضع D .

أ- ادرس طبيعة حركة (S) بعد مغادرة (S) الموضع D ، و أكتب المعادلتين $v(t)$ ، $z(t)$ ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة الجسم (S) الموضع D .

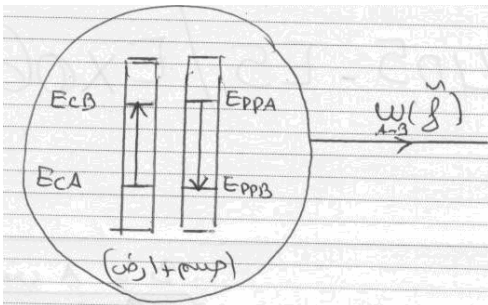
ب- بعد كم من الزمن يعود (S) إلى الموضع D .

أجوبة مختصرة :

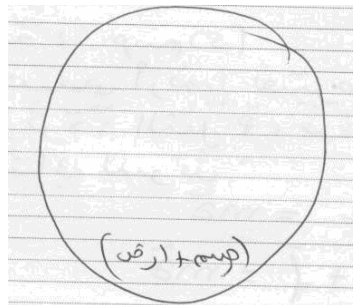
1- ب) $\alpha = 30^\circ$ ، $f = 2 \text{ m} = 20 \text{ N}$ ،

2- الحصلة الطاقوية :

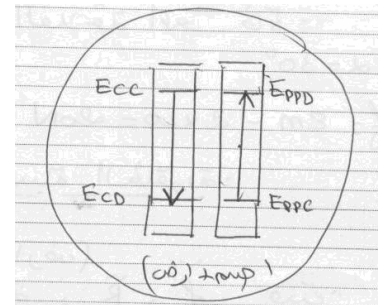
A → B



B → C



C → D



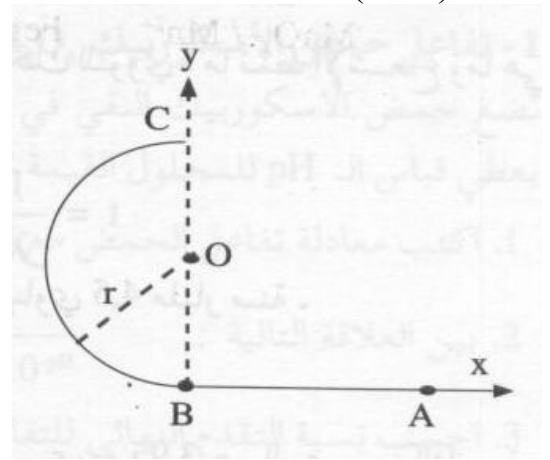
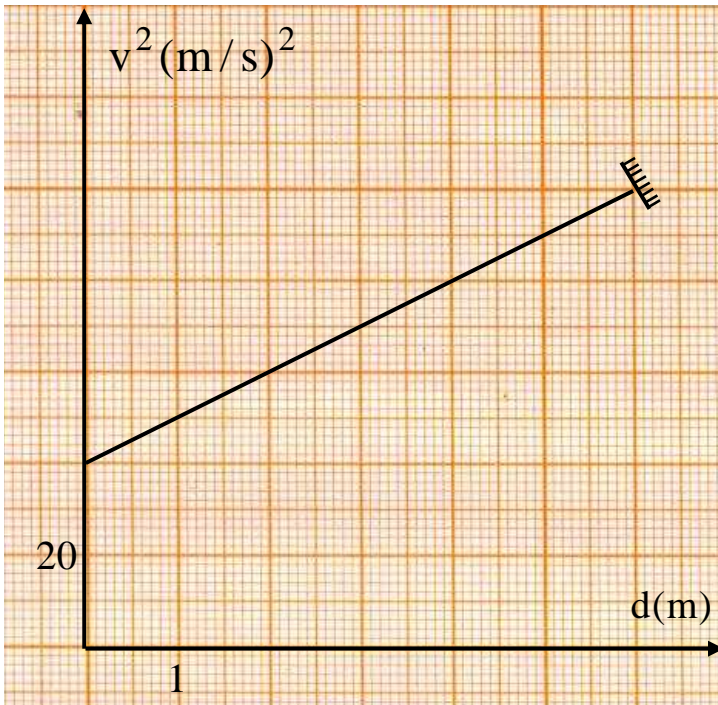
$$v_C = \sqrt{v_D^2 + 2gR} = 20 \text{ m/s} \quad (\text{ب})$$

$$a = -g \quad (\text{أ}) \leftarrow \text{طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام} , v_B = -gt + v_D , z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D t$$

$$t_D = \frac{2v_D}{g} = 3 \text{ s} \quad (\text{ب})$$

التمرين (9) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 34 على الموقع)

ينتقل جسم نقطي (S) كتلته $m = 5 \text{ kg}$ من موضع A بسرعة ابتدائية v_0 باتجاه موضع B وفق مسار أفقي مستقيم AB ، يخضع على طول هذا الجزء من المسار لقوة محرك أفقية \vec{F} وقوى احتكاك تكافئ قوة وحيدة ثابتة شدتها $f = 20 \text{ N}$ ، و عند مروره بالموضع B عند اللحظة $t = 6 \text{ s}$ يصادف مسار دائري نصف قطره $R = 2.1 \text{ m}$ (الشكل) .



يمثل البيان الموضح في الشكل التالي تغيرات مربع السرعة v^2 بدلالة المسافة المقطوعة d ، بين الموضع A و موضع K في M .

- 1- أكتب العلاقة الرياضية للبيان .
- 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) على المسار AB .
- 3- أوجد العلاقة النظرية التي تعبر عن v^2 بدلالة d .
- 4- بمقارنة العلاقتين السابقتين ، أوجد :

- قيمة v_0 ، سرعة الجسم النقطي (S) عند مروره بالموضع A .
- قيمة F شدة القوة المحركة .

5- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة الجسم + أرض ، أوجد قيمة السرعة v_C عند الموضع C .

نعتبر المستوي الأفقي AB مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية . يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

أجوبة مختصرة :

$$v^2 = A d + B \quad (\text{1}) \quad \text{حيث } A = 10 \text{ هو ميل المنحنى (المستقيم) ، } B = 40 \text{ قيمة } v^2 \text{ من أجل } d = 0 .$$

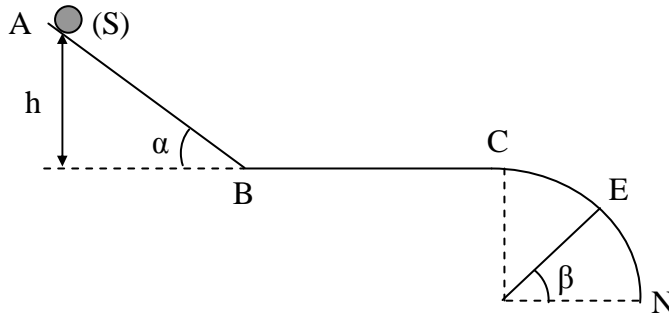
$$a = \frac{F - f}{m} \leftarrow \text{طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .} \quad (2)$$

$$v_B = 10 \text{ m/s} , F = \frac{Am + 2f}{2} = 4.5 \text{ N} \quad (4 , v^2 = \frac{2(F - f)}{m} d + v_0^2) \quad (3)$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 4g.R} = 4 \text{ m/s} \quad (5)$$

التمرين (10): (بكالوريا 2003 - علوم دقيقة) (الحل المفصل : تمرين مقترح 41 على الموقع)

ينزل جسم صلب (S) يمكن اعتباره نقطيا كتلته $m = 0.1 \text{ kg}$ ، على طريق ABCN (أنظر الشكل أدناه) .



- AB منحدر ، تقع (A) على ارتفاع " h " من المستوي الأفقي المار من (B) طوله $AB = 10 \text{ m}$.
- BC طريق أفقي طوله 22.75 m .
- CN طريق على شكل ربع دائرة مركزها (O) و نصف قطرها $R = 3 \text{ m}$ ، تقع على مستوي شاقولي . تهمل كل قوى الاحتكاك على هذا الجزء من المسار . يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 1- ينطلق الجسم (S) من النقطة (A) دون سرعة ابتدائية ليصل إلى (B) بسرعة $v_B = 10 \text{ m/s}$ ، بفرض قوى الاحتكاك مهملة:
 - أ- أوجد الارتفاع الذي هبط منه الجسم .
 - ب- ما هي طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) عند انتقاله من (A) إلى (B) ؟
 - ج- أحسب تسارع هذه الحركة إن وجد .
- 2- يواصل الجسم (S) حركته على الجزء (BC) في وجود قوة احتكاك شدتها ثابتة .
 - أ- أرسم القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S) على الجزء من هذا المسار ؟
 - ب- أحسب شدة قوة الاحتكاك إذا علمت أن السرعة في (C) هي $v_C = 3 \text{ m/s}$.
 - 3- يغادر الجسم (S) المسار الدائري في النقطة (M) حيث $\widehat{NoE} = \beta$.
 - أ- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) في النقطة M بدلالة β ، g ، r .
 - ب- أوجد قيمة الزاوية β .

أجوبة مختصرة :

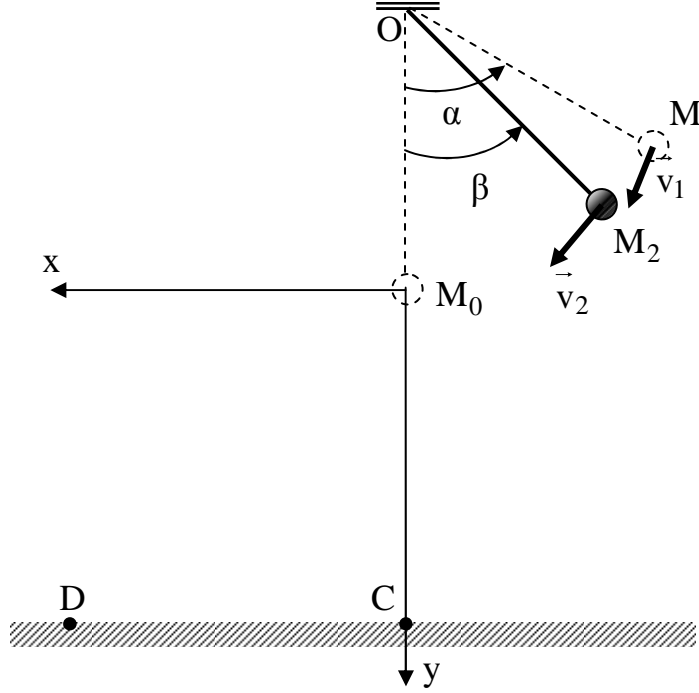
$$a = g \cdot \sin \alpha \leftarrow \text{طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام} , \quad (ج) \quad a = 5 \text{ m/s}^2 \quad (1- \text{أ}) \quad h = \frac{v_b^2}{2g} = 5 \text{ m} \quad (ب)$$

$$f = \frac{m(v_b^2 - v_C^2)}{2BC} = 0.2 \text{ N} \quad (ب) \quad (2- \text{أ}) \quad v_M = \sqrt{v_C^2 + 2gr(1 - \sin \beta)} \quad (3- \text{أ})$$

$$\text{ب) } \sin\beta = \frac{v_C^2 + 2gr}{3gr} = 0.77 \leftarrow \beta = 50^\circ$$

التمرين (11) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 43 على الموقع)

يتكون نواس بسيط من كرية نعتبرها نقطية كتلتها $m = 100 \text{ g}$ معلقة بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط ، طوله $\ell = 0.5 \text{ m}$ ، يزاح النواس عن وضع توازنه المستقر بزاوية $\alpha = 60^\circ$ ، ثم تدفع الكرية بسرعة $v_1 = 2 \text{ m/s}$ حاملها عمودي على الخيط و يقع في المستوي الشاقولي الذي يحتوي على (OM_0) (الشكل) .



1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرية) بين اللحظتين t_1 ، t_2 الموافقتين للوضعين (M_1) ، (M_2) أوجد عبارة سرعة الكرية v_2 عند الموضع M_2 يعبر عنها بالعلاقة التالية ثم أحسب قيمتها من أجل $\beta = 30^\circ$:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة شدة توتر الخيط T في الموضع M_2 بدلالة m ، g ، v_2 ، β ثم احسب T من أجل $\beta = 30^\circ$.

3- أحسب سرعة الكرية v_0 لحظة مرورها بوضع التوازن (M_0) .

4- في اللحظة التي تصل فيها الكرية إلى النقطة (M_0) ينقطع الخيط فتواصل الكرة حركتها و تسقط على الأرض عند النقطة (D) (الشكل) .

أ- أدرس طبيعة حركة الكرية بعد انقطاع الخيط في المعلم $(\overline{Ox}, \overline{Oy})$ و اكتب المعادلتين الزميتين $x(t)$ ، $y(t)$ ، ثم معادلة المسار $y(x)$ ، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة انقطاع الخيط عند الموضع M_0 .

ب- أحسب المسافة (CD) علما أن $M_0C = 1.25 \text{ m}$.

يعطى : $\cos 30^\circ = 0.86$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$.

أجوبة مختصرة :

$$T = m.g.\cos\beta + \frac{mv_A^2}{\ell} = 2.4 \text{ N} \quad (2 \quad , \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell (\cos\beta - \cos\alpha)} = 2.76 \text{ m/s} \quad (1$$

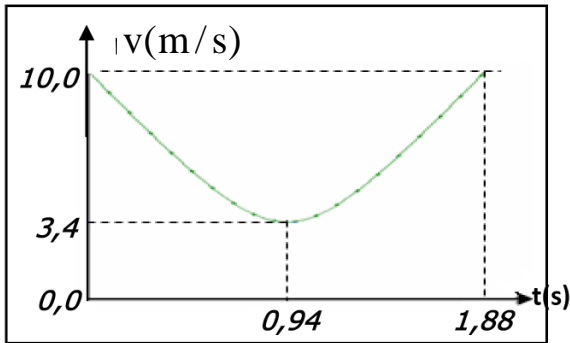
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell (1 - \cos 60^\circ)} = 3 \text{ m/s} \quad , \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell (\cos\beta - \cos\alpha)} \quad (3$$

4- أ) - مسقط حركة الكرة على المحور (ox) هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور (oy) هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

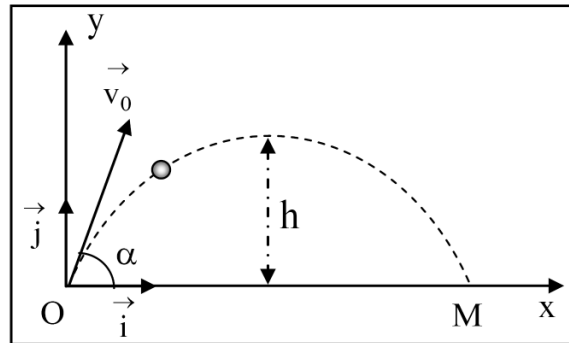
$$CD = 1.5 \text{ m} \quad (\text{ب} \quad , \quad y = \frac{g}{2v_0^2} g t^2 \quad , \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad , \quad x = v_0 t \quad , \quad v_y(t) = g.t \quad , \quad v_x(t) = v_0$$

التمرين (12) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 45 على الموقع)

نقذف جسم صلب (S) ، كتلته m و مركز عطالته G ، بسرعة ابتدائية v_0 يصنع شعاعها الزاوية α مع المحور ox كما مبين على (الشكل-1) . نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس .
يمثل (الشكل-2) تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن .



الشكل-02-



الشكل-01-

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) على المحورين ox ، oy .

2- أوجد من البيان :

أ- قيمة v_0 .

ب- قيمتي v_{0x} مركبة شعاع السرعة \vec{v}_0 على المحور ox .

3- استنتج قيمة كل من الزاوية α الذي قذف بها الجسم (S) و قيمة v_{0y} مركبة شعاع السرعة \vec{v}_0 على المحور oy .

4- مثل بشكل كيفي المنحنيين $v_x(t)$ ، $v_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \leq v_0 \leq 1.88 \text{ s})$.

5- استنتج من المنحنيين السابقين المسافة الأفقية OM و الذروة h .

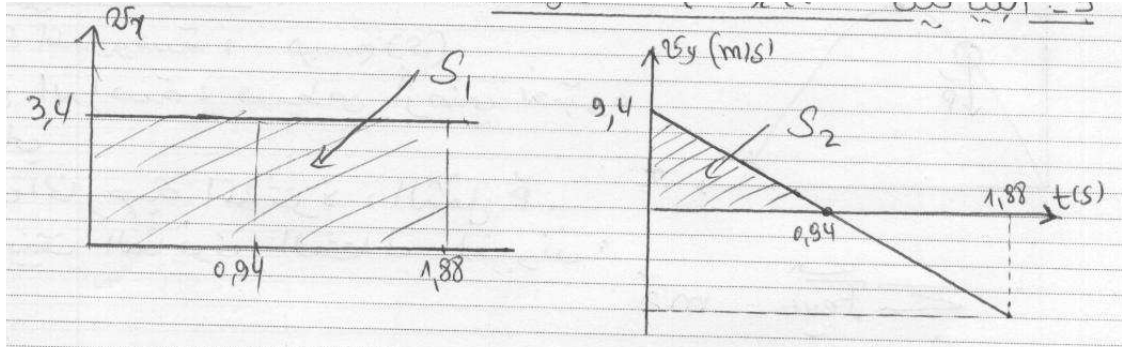
يعطى : $\sin 70^\circ = 0.94$ ، $\cos 70^\circ = 0.34$.

أجوبة مختصرة :

1) - مسقط حركة الكرة على المحور (ox) هي حركة مستقيمة منتظمة .

- مسقط حركة الكرة على المحور (oy) هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

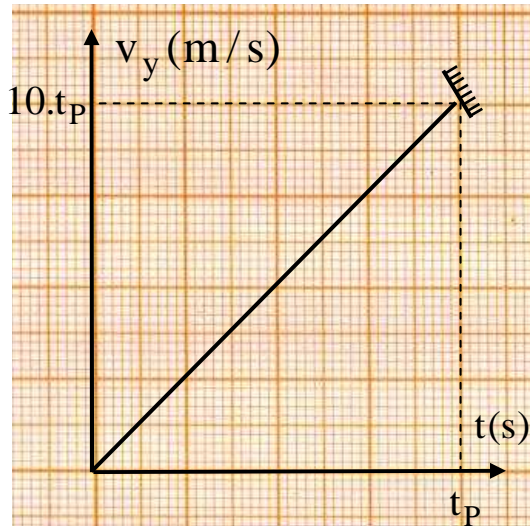
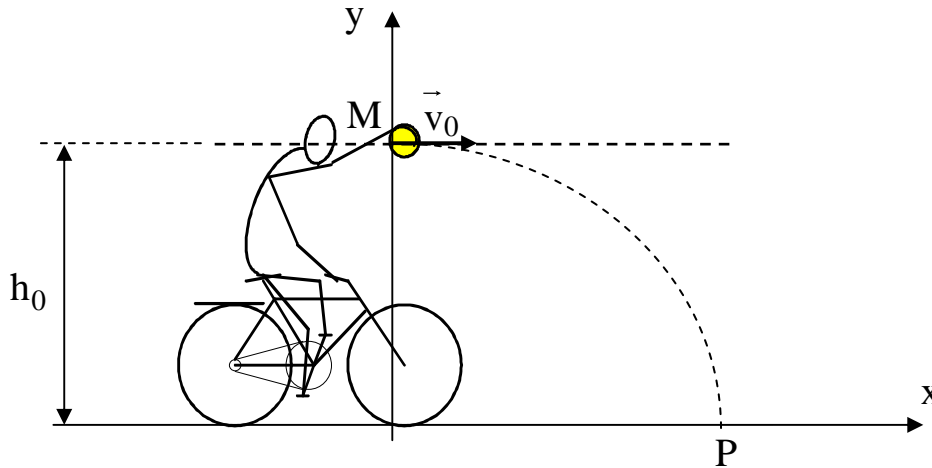
2- أ) $v_0 = 10 \text{ m/s}$ (ب) $v_{0x} = 10 \text{ m/s}$ (3) $\alpha = 37^\circ$. $v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 9.4 \text{ m/s}$.

(4) المنحنيين $v_x(t)$ ، $v_y(t)$:

$$h = 4.42 \text{ m} , OM = 6.40 \text{ m} \quad (5)$$

التمرين (13) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 44 على الموقع)

من موضع M ، ترك دراج كرة تنس كتلتها m تسقط في اللحظة $t = 0$ من نقطة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار $h_0 = 1.8 \text{ m}$ و هو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بسرعة $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$ ، بالنسبة لمرجع سطحي أرضي منسوب إليه معلم (O, \vec{i}, \vec{j}) متعامد و باعتبار مقاومة الهواء مهملة و $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



- 1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن . أدرس طبيعة حركة الكرة .
- 2- عين خصائص شعاع السرعة الابتدائية \vec{v}_0 للكرة .
- 3- أوجد المعادلات الزمنية للحركة ثم استنتج معادلة المسار $y = f(x)$
- 4- اعتمادا على المنحنى $v_y(t)$ المقابل أوجد لحظة وصول الكرة إلى الأرض في الموضع P .
- 5- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة + أرض) ، بين أن عبارة سرعة الكرة عند وصولها لسطح الأرض تعطى بالعبارة :

$$v_P = \sqrt{v_0^2 + 2 g \cdot h_0}$$

- نعتبر المستوي الأفقي المار من P مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

أجوبة مختصرة :

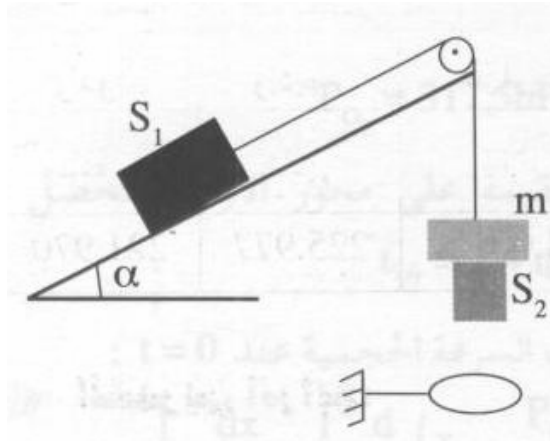
- (1) - مسقط حركة الكرة على المحور (ox) هي حركة مستقيمة منتظمة .
 - مسقط حركة الكرة على المحور (oy) هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .
 (2) نقطة التأثير : موضع ترك الكرة ، الجهة : جهة حركة الدراج ، الطويلة : سرعة الدراج $v_0 = 2 \text{ m/s}$.

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h_0 \quad , \quad y = -\frac{1}{2} g t^2 + h_0 \quad , \quad x = v_0(t) \quad , \quad v_y = -gt \quad , \quad v_x = v_0 \quad (3)$$

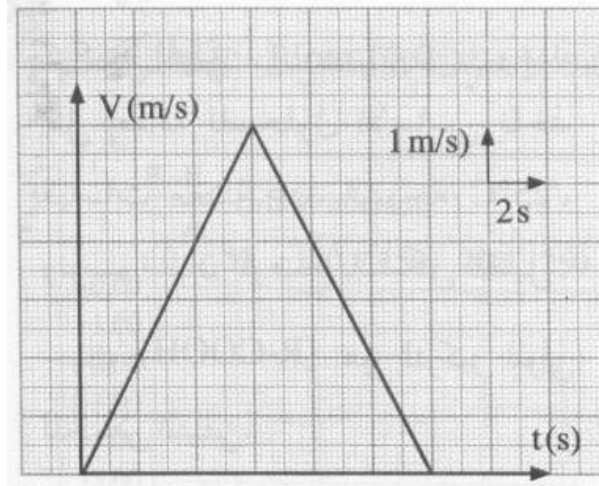
$$t_p = \sqrt{\frac{h_0}{5}} = 0.6 \text{ s} \quad (4)$$

التمرين (14) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 46 على الموقع)

ينزل جسم صلب (S_1) كتلته $m_1 = 1.1 \text{ kg}$ بدون احتكاك على مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ ، يربط هذا الجسم بخيط عديم الامتطاط و مهمل الكتلة ، يمر على محز بكرة مهملة الكتلة و تدور حول محورها الأفقي بدون احتكاك . يربط الطرف الثاني للخيط بجسم صلب S_2 كتلته m_2 يتحرك شاقوليا و يحمل كتلة إضافية مجنحة m كما مبين في الشكل المقابل :



تترك الجملة دون سرعة ابتدائية ، و عند مرور الجسم (S_2) عبر الحلقة تحجز هذه الأخيرة الكتلة m و تواصل الجملة حركتها من دون الكتلة m . البيان المرفق يمثل تغيرات السرعة اللحظية للجسم (S_1) بدلالة الزمن .



1- بالاعتماد على البيان أوجد في كل طور :

• طبيعة حركة الجسم (S_1) .

• تسارع الجسم (S_1) .

• المسافة الكلية التي يقطعها الجسم (S_1) .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية لتسارع الجسم (S_1) في كل طور .

3- بالاعتماد على الدراسة البيانية و النظرية أوجد كتلة كل من الجسم (S_2) و الكتلة الإضافية m .
يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

أجوبة مختصرة :

(1) الطور I ← الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام ، $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$ ، $d_1 = 18 \text{ m}$.

الطور II ← الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام ، $a_2 = -1 \text{ m/s}^2$ ، $d_2 = 18 \text{ m}$.

$$(2) \text{ الطور I } \leftarrow a_1 = \frac{(m_2 + m)g - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + m_2 + m_3} \quad \text{الطور II } \leftarrow a_1 = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$(3) \quad m = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \alpha - (m_1 + m_2)g}{a_1 - g} = 0.33 \text{ kgg} \quad , \quad m_2 = \frac{-m_1 g \sin \alpha - m_1 a_2}{a_2 - g} = 0.4 \text{ kg}$$