

# عبر عن نظريتي و تماريني

من التطورات الرتبية

تطور جملة ميكانيكية



الشعب : علوم تجريبية  
رياضيات ، تقني رياضي

\*\*\*\*\*

[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)

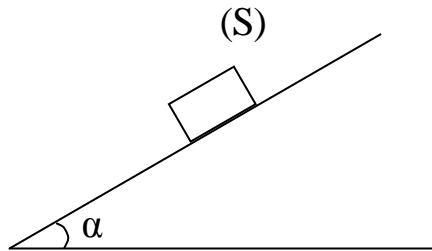
السنة الدراسية : 2015/2014

## المحتوى المفاهيمي : 06

### حركة مركز عتالة جسم على مستوى

#### التمرين (1) :

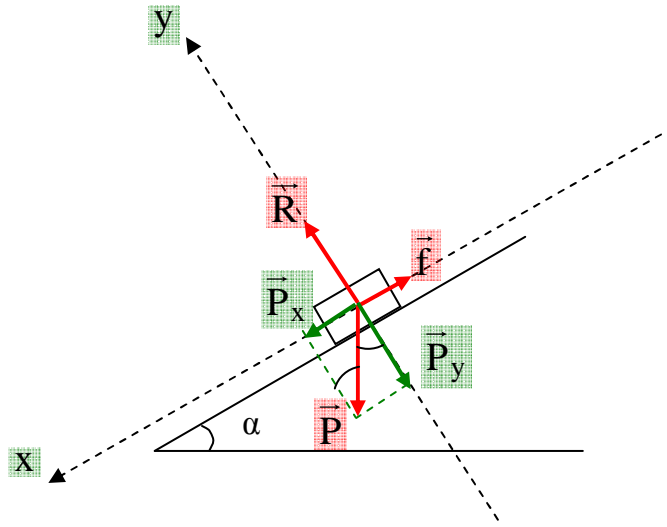
على مستوى مائل يميل على الأفق بزاوية  $\alpha$  ، نترك (بدون سرعة ابتدائية) عند اللحظة  $t = 0$  جسم صلب (S) كتلته  $m$  من موضع نعتبره مبدأ الأحداثيات ، نفرض أن قوى الاحتكاك تكافئ قوة ثابتة  $\vec{f}$  توازي المستوي و تعاكس جهة حركة الجسم (S) .



- 1- أدرس طبيعة الحركة في وجود الاحتكاك .
- 2- في غياب الاحتكاك ، أكتب المعادلات الزمنية للحركة ، مثل مخططات الحركة بشكل كيفي .
- 3- عبر عن قوة رد فعل المستوي المائل على الجسم (S) بدلالة  $\alpha$  ،  $g$  ،  $m$  .

## الاجوبة :

## 1- دراسة طبيعة الحركة :



- الجملة المعتبرة : الجسم A .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x + R_x + f_x = m_1 a_x \\ P_y + R_y + f_y = m_1 a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} P \sin \alpha + 0 - f = m a \\ - P \cos \alpha + R + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m g \sin \alpha - f = m a \quad \dots\dots\dots (1) \\ - m g \cos \alpha + R = 0 \quad \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

من العلاقة (1) يكون :

$$a = \frac{m g \sin \alpha - f}{m}$$

$$a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

$g$  ،  $\alpha$  ،  $m$  ،  $f$  ثوابت لذلك يكون  $a$  ثابت و كون أن مسار مركز عطالة الجسم (S) مستقيم تكون حركته على المستوي المائل مستقيمة متغيرة بانتظام .

2- المعادلات الزمنية و مخططات الحركة في غياب الاحتكاك :  
في غياب الإحتكاكات ( $f = 0$ ) ، تصبح عبارة التسارع كما يلي :

$$a = g.\sin\alpha$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v = g.\sin\alpha t + C_1$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

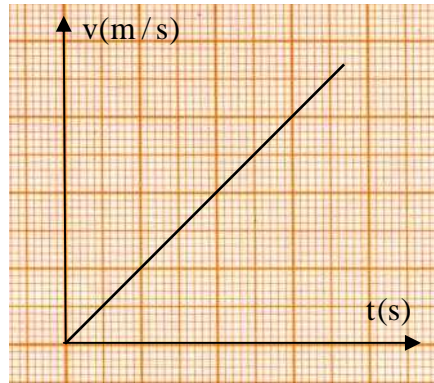
و منه يصبح :

$$v = g.\sin\alpha t$$

أو :

$$v = a t$$

بيانيا :



- نكامل طرفي  $v(t)$  بالنسبة للزمن نجد :

$$x = \frac{1}{2} g.\sin\alpha t^2 + C$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C = 0$$

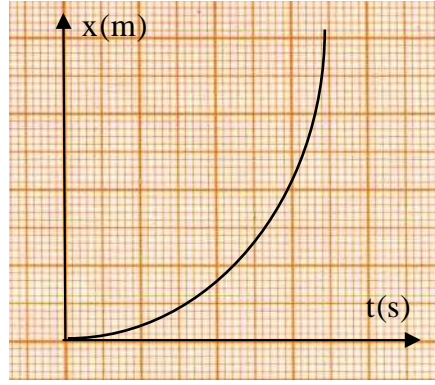
و منه يصبح :

$$x = \frac{1}{2} g.\sin\alpha t^2$$

أو :

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

بيانيا :

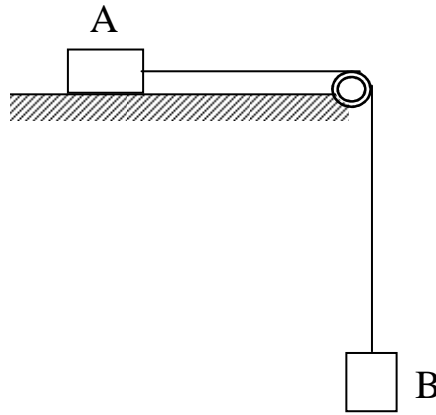


3- عبارة قوة رد فعل المستوي المائل على الجسم (S) :  
من العلاقة (2) السابقة يكون :

$$R = m g \cos \alpha$$

### التمرين (2) :

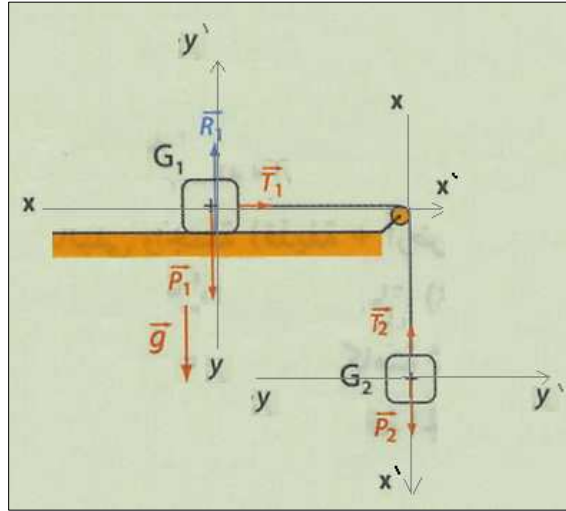
- يتحرك جسم (A) كتلته  $m_1$  و مركز عطالته  $G_1$  ابتداء من السكون على مستوي أفقي من دون احتكاك بتأثير السقوط الشاقولي لجسم (B) كتلته  $m_2$  و مركز عطالته  $G_2$ .
- الجسمان مربوطان بخيط مهمل الكتلة غير قابل للإمتطاط و يمر على بكرة ثابتة مهمل الكتلة بإمكانها الدوران دون احتكاك حول محور أفقي ثابت.



- 1- أدرس طبيعة حركة الجسمين (A) ، (B) .
- 2- أكتب عبارة شدة توتر الخيط .

## الأجوبة :

## 1- دراسة طبيعة حركة الجملة :



- كون الخيط غير قابل للإمتطاط و مهمل الكتلة و كون البكرة مهمة الكتلة أيضا يكون للجسمين (A) ، (B) نفس السرعة و التسارع في كل لحظة كما تكون شدة التوتر نفسها في كل نقاط الخيط أي :

$$a_1 = a_2 = a$$

$$T_1 = T_2 = T$$

- الجملة المدروسة : الجسم A .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}_1$  ، توتر الخيط  $\vec{T}_1$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x + R_x + T_{1x} = m_1 a_x \\ P_y + R_y + T_{1y} = m_1 a_y \\ 0 + 0 - T_1 = m_1 a_{1x} \\ - P_1 + R + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ - P_1 + R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 a \dots\dots\dots (1) \\ - m_1 g + R = 0 \dots\dots (2) \end{cases}$$

- الجملة المعتبرة : الجسم B .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}_2$  ، توتر الخيط  $\vec{T}_2$  .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

بتحليل العلاقة الشعاعية بالنسبة للمعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  :

$$\begin{cases} P_{2x} + T_{2x} = m_2 a_{2x} \\ P_{2y} + T_{2y} = m_2 a_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 - T_2 = m_2 a_{2x} \\ 0 - 0 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$m_2 g - T = m_2 a \dots\dots\dots (3)$$

بجمع العلاقتين (1) ، (3) طرف إلى طرف نجد :

$$T + m_2 g - T = m_1 a + m_2 a$$

$$m_2 g = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = a_1 = a_2$$

و عليه فإن كلا من تسارع مركز عطالة الجسم (A) و مركز عطالة الجسم (B) ثابت خلال الزمن , إذن مركزي عطالة الجسمين (A) ، (B) لهما حركة مستقيمة متسارعة بانتظام على المستوى الأفقي .

2- توتر الخيط :

من العلاقة (1) يكون :

$$T = m_1 a = m_1 \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

أو من العلاقة (3) :

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$m_2 g - m_2 a = T$$

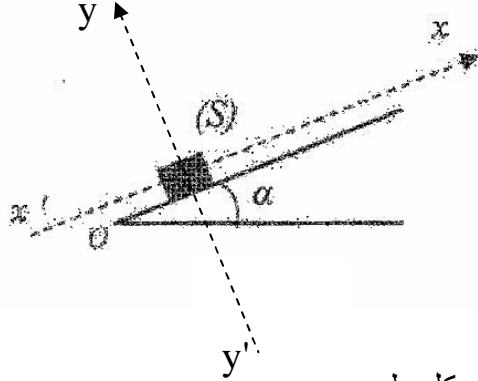
$$T = m_2 g - m_2 a$$

$$T = m_2 (g - a)$$

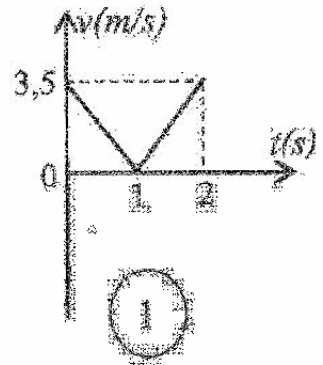
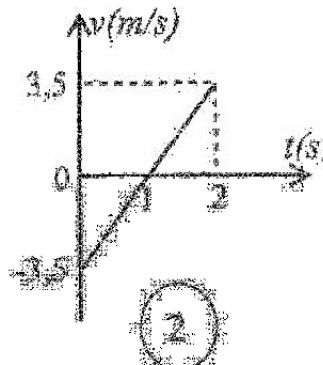
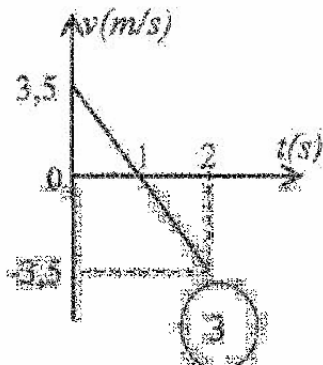
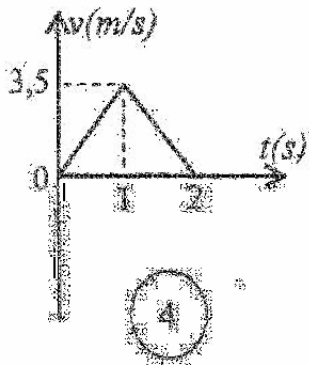
و كل من العلاقتين يؤدي إلى نفس النتيجة .

**التمرين (3) :**

قذف جسم صلب (S) كتلته  $m$  في اللحظة  $t = 0$  من النقطة O نعتبرها مبدأ الإحداثيات بسرعة  $\vec{v}_0$  نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم لمستوى أملس (الشكل). و عند قطعه مسافة  $d$  غير جهة حركته راجعا إلى الأسفل باتجاه موضع قذفه.



- 1- كم طور في هذه الحركة ، حدد حدود كل طور .
- 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، ادرس حركة مركز عطالة الجسم (S) أثناء صعوده المستوي المائل (الطور الأول) ، ثم اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة  $x(t)$  .
- 3- هل تتغير عبارة التسارع بعد تغيير جهة حركته ، اشرح .
- 4- أكتب المعادلتين الزمنيتين للحركة  $x(t)$  ،  $v(t)$  .
- 5- باستعمال تجهيز مناسب تمكن التلاميذ من دراسة حركة مركز عطالة (S) و الحصول على أحد مخططات السرعة  $v = f(t)$  التالية :

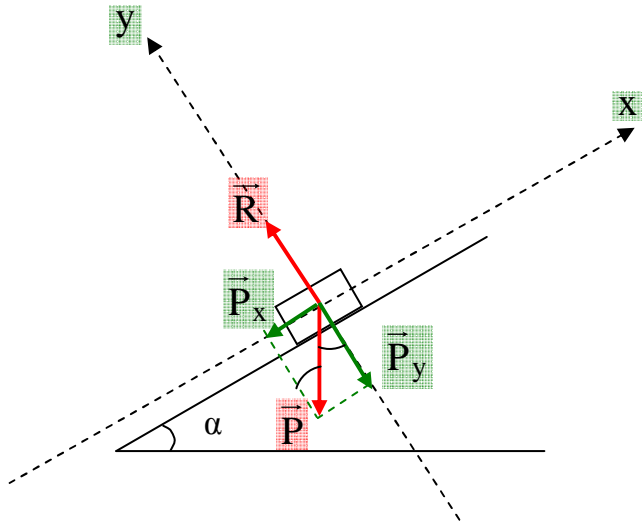


- من بين المخططات الأربعة (1) ، (2) ، (3) ، (4) ، ما هو المخطط الموافق لحركة الجسم (S) برر .
- 6- اعتمادا على المخطط المختار أوجد :
  - أ- تسارع الحركة .
  - ب- السرعة الابتدائية  $v_0$  التي قذف بها الجسم (S) على المستوي المائل .
  - ج- الزاوية  $\alpha$  التي يميل بها المستوي المائل على الأفق .
  - د- المسافة  $d$  الذي قطعها الجسم الصلب (S) قبل أن يغير جهة حركته ، يعطى :  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  ،  $\sin 21^\circ = 0.36$  .

**الاجوبة :**

- 1- تحديد أطوار الحركة :
  - الطور I : من لحظة قذف الجسم (S) إلى لحظة تغير جهة الحركة .
  - الطور II : من لحظة تغيير جهة حركته إلى لحظة عودته إلى موضع قذفه .

## 2- دراسة حركة مركز عطالة (S) أثناء صعوده المستوي المائل (الطور I) :



- الجملة المعتبرة : الجسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$- P \sin \alpha = m a \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$- P \cos \alpha + R + 0 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

من العلاقة (1) :

$$- m.g.\sin \alpha = m a$$

$$a = - g.\sin \alpha \rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = - g.\sin \alpha$$

$g$  ،  $\alpha$  ثوابت ، و منه يكون  $a$  ثابت ، و بما أن مسار حركة مركز عطالة (S) مستقيم ، تكون طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

4- المعادلتين الزميتين  $x(t)$  ،  $v_x(t)$  :  
لدينا سابقا :

$$a = - g.\sin \alpha$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v = ( - g.\sin \alpha ) t + C$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v_x = v_0$$

بالتعويض :

$$v_0 = - g.\sin \alpha (0) + C \rightarrow C = v_0$$

يصبح :

$$v = - g.\sin \alpha t + v_0$$

أو :

$$v = a t + v_0$$

حيث :  $a$  هو تسارع الحركة .  
- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$x = - \frac{1}{2} g.\sin \alpha t^2 + v_0 t + C'$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow C' = 0$$

يصبح :



$$x = -\frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2 + v_0 t$$

أو :

$$x = -\frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

5- المخطط المناسب للحركة :

- بما أنه خلال طوري الحركة :  $a = -g \cdot \sin \alpha$  ، يكون في كل من الطورين  $a < 0$  .

- في الطور I (صعود الجسم) تكون الحركة في جهة المحور (ox) أي  $v > 0$  ، أما في الطور الثاني تكون الحركة في الجهة المعاكسة للمحور (ox) ، أي :  $v < 0$  .  
بعبارة أخرى :

■ الطور I :  $a < 0$  (الميل سالب) ،  $v > 0$

■ الطور I :  $a < 0$  (الميل سالب) ،  $v > 0$

و هذا يوافق المخطط (3) .

6- أ- تسارع الحركة :

$$a = \tan \alpha = \frac{0 - 3.5}{1 - 0} = -3.5 \text{ m/s}^2$$

ب- السرعة الابتدائية  $v_0$  :

لدينا :

$$t = 0 \rightarrow v = v_0$$

و من المخطط :

$$t = 0 \rightarrow v = v_0$$

إذن :

$$v_0 = 3.5 \text{ m/s}$$

ج- الزاوية  $\alpha$  التي يميل بها المستوي المائل :

مما سبق :

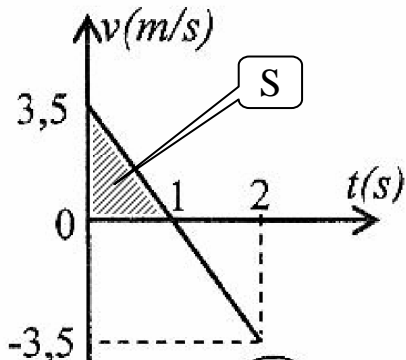
$$a = -g \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = -\frac{a}{g}$$

$$\sin \alpha = -\frac{-3.5}{9.8} = 0.36 \rightarrow \alpha = 21^\circ$$

د- لحظة تغيير جهة الحركة :

يغير الجسم (S) جهة حركته عندما تنعدم سرعته ، و من مخطط الحركة نلاحظ أن المتحرك تنعدم سرعته عند اللحظة  $t = 1 \text{ s}$  و هي لحظة تغيير جهة حركته .

هـ- المسافة d التي يقطعها الجسم (S) قبل أن يغير جهة حركته :

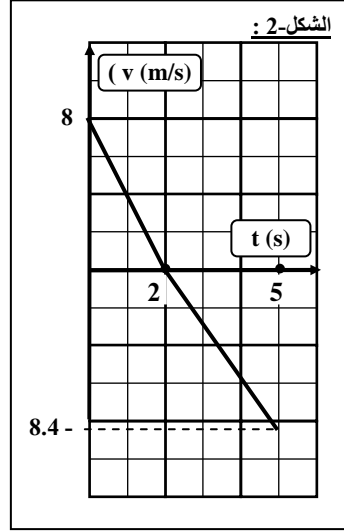
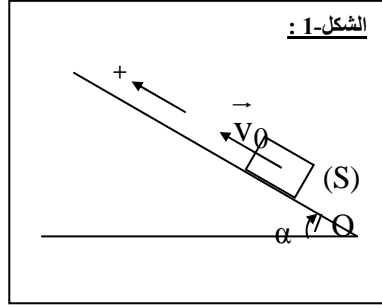


المسافة d تمثل المسافة التي يقطعها الجسم (S) بين لحظة قذفه  $t = 0$  و لحظة تغيير جهة حركته  $t = 1 \text{ s}$  ، و عليه يكون من المخطط  $v(t)$  :

$$d = S = \frac{3.5 \times 1}{2} = 0.75 \text{ m}$$

**التمرين (4) :** ( بكالوريا سبتمبر 2003 - علمي ) (\*\*) (الحل المفصل : تمرين مقترح 31 على الموقع)

يقذف جسم صلب (S) كتلته  $m = 900 \text{ g}$  من النقطة (O) نعتبرها مبدأ الإحداثيات بسرعة ابتدائية  $\vec{v}_0$  وفق خط الميل الأعظم لمستوي يميل عن المستوي الأفقي بزاوية  $\alpha = 20^\circ$  (الشكل-1) .  
يمثل البيان الموضح في (الشكل-2) مخطط السرعة لحركة الجسم (S) .



- 1- أ- حدد المجال الزمني لكل طور من طوري الحركة .  
ب- حدد طبيعة الحركة في كل طور .  
ج- استنتج تسارع الحركة في كل طور .
- 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أنه توجد قوة احتكاك ثابتة  $\vec{f}$  ، أحسب شدتها .
- 3- أكتب المعادلة الزمنية  $x(t)$  لحركة الجسم (S) في كل طور باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة القذف ، و مبدأ الفواصل عند النقطة (O) .  
يعطى :  $\sin 20^\circ = 0.34$  ، نعتبر  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

**الأجوبة :**

- 1- أ- المجال الزمني لكل طور :  
الطور I :  $(t = 0 \rightarrow t = 2 \text{ s})$  .  
الطور II :  $(t = 2 \text{ s} \rightarrow t = 5 \text{ s})$  .  
ب- طبيعة الحركة في كل طور :  
الطور I :  
المنحنى  $v(t)$  عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل  $v = at + b$  ، و حيث ان  $a < 0$  (الميل سالب) ،  $v > 0$  يكون  $a.v < 0$  و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متباطئة بانتظام .  
الطور II :  
المنحنى  $v(t)$  عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل  $v = at + b$  ، و حيث ان  $a < 0$  (الميل سالب) ،  $v < 0$  يكون  $a.v > 0$  و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متسارعة بانتظام .  
ج- تسارع الحركة في كل طور :  
الطور I :

$$a_1 = \frac{0 - 8}{2 - 0} = -4 \text{ m/s}^2$$

## الطور II :

$$a_2 = \frac{-8.4 - 0}{5 - 2} = -2.8 \text{ m/s}^2$$

2- إثبات أنه توجد قوة احتكاك :

لإثبات أنه توجد قوة احتكاك نبحث عن قيمة التسارع النظرية باعتبار الاحتكاك مهملاً ثم نقارنها بقيمة التسارع التجريبية (نعتبر الطور الأول) .

• الجملة المعتبرة : الجسم (S) .

• مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .

• القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد

الفعل  $\vec{R}$  .

• بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (ox) .

$$- P \sin \alpha = m \cdot a_1'$$

$$- m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot a_1' \rightarrow a_1' = - g \cdot \sin \alpha$$

$$a_1' = - 10 \cdot \sin 20 = - 3.4 \text{ m/s}^2$$

نلاحظ أن  $a_1' \neq a_1$  ، يدل ذلك على أن فرضية عدم وجود الاحتكاك خاطئة و بالتالي الاحتكاك موجود .

- شدة قوة الاحتكاك :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة جسم (S) مع الأخذ بعين الاعتبار شدة قوة الاحتكاك (نعتبر الطور I) :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (ox) .

$$- P \sin \alpha - f = m \cdot a_1$$

$$- m \cdot g \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a_1$$

$$- m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot a_1 = f \rightarrow f = - m(g \cdot \sin \alpha + a_1)$$

$$f = - 0.9(10 \cdot \sin 20 + (-4)) = 0.54 \text{ N}$$

3- المعادلات الزمنية  $x(t)$  في كل طور :

الطور I :

المنحنى  $v(t)$  معادلته من الشكل :

$$v = At + B$$

$$\bullet A = a_1 = -4$$

$$\bullet B = 8 \text{ (من المنحنى)}$$

و منه :

$$v = -4t + 8$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$x = -2t^2 + 8t + C_1$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

يصبح :

$$x = -2t^2 + 8t$$

الطور II :

المنحنى  $v(t)$  عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$v = A't + B'$$

$$A' = a_2 = -2.8$$

تصبح المعادلة كما يلي :

$$v = -2.8t + B'$$

من المنحنى  $v(t)$  :

$$t = 2s \rightarrow v = 0$$

بالتعويض نجد :

$$0 = -2.8(2) + B' \rightarrow B' = 5.6$$

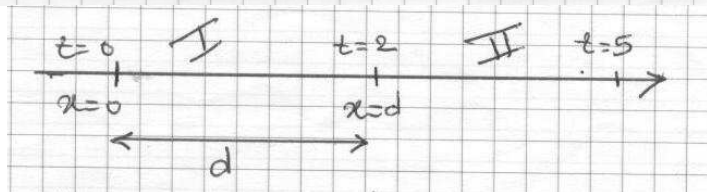
و منه تصبح معادلة السرعة كما يلي :

$$v = -2.8t + 5.6$$

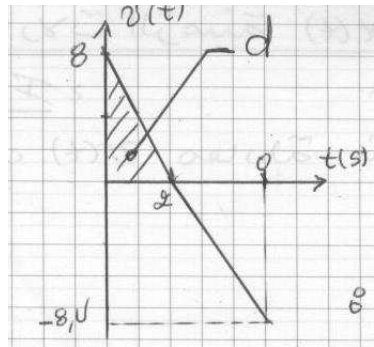
نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$x = -1.4t^2 + 5.6t + C_2$$

بما أن مبدأ الفواصل عند بداية الطور الأول تكون فاصلة مركز عطالة (S) عند اللحظة  $t = 2s$  (لحظة بداية الطور الثاني) مساوي للمسافة  $d$  التي قطعها مركز عطالة (S) في الطور الأول ، و يمكن توضيح ذلك كما يلي :



- نحسب  $d$  اعتمادا على المساحات من المنحنى  $v(t)$  كما يلي :



$$d = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ m}$$

إذن :

$$t = 2s \rightarrow x = 8 \text{ m}$$

بالتعويض في المعادلة  $v(t)$  نجد :

$$8 = -1.4 (2)^2 + 5.6 (2) + C_2$$

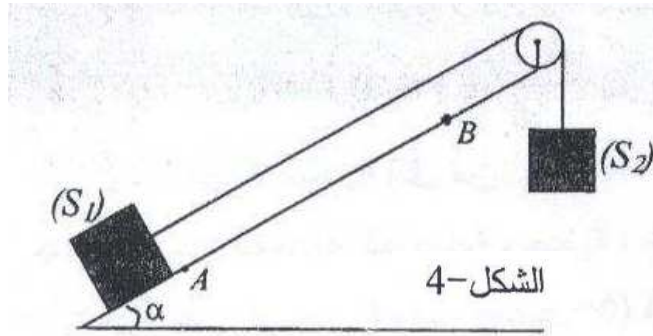
$$C_2 = 8 + (1.4 \cdot 2^2) - (5.6 \cdot 2) = 2.4$$

و منه تصبح المعادلة  $x(t)$  في الطور II كما يلي :

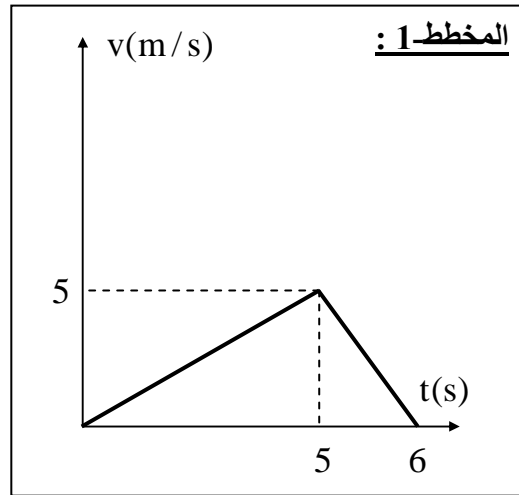
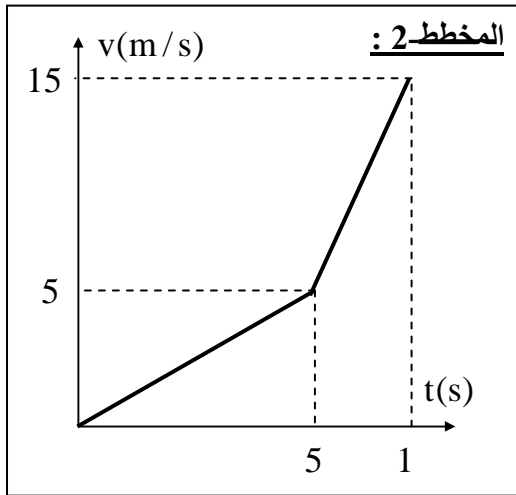
$$x = -1.4 t^2 + 5.6 t + 2.4$$

### التمرين (5):

يتصل جسم صلب ( $S_2$ ) كتلته  $m_2 = 300 \text{ g}$  ، بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهمل الكتلة ، بجسم صلب ( $S_1$ ) كتلته  $m_1$  يتحرك دون احتكاك على مستو يميل عل الأفق بزاوية  $\alpha = 30^\circ$  .



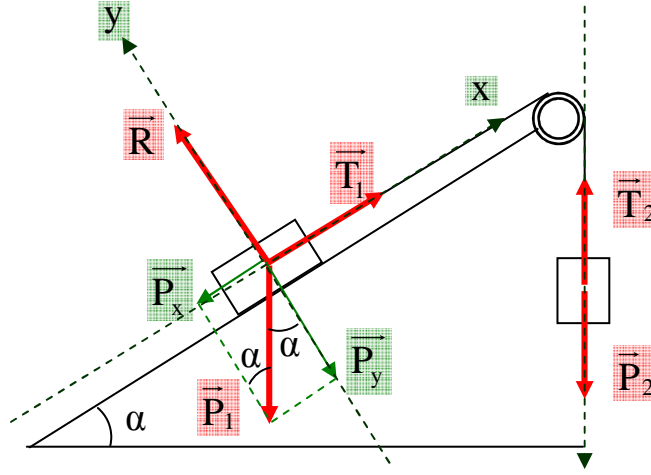
- 1- ما هي قيمة الكتلة  $m_1$  حتى يكون الجسم ( $S_1$ ) في حالة توازن .
- 2- نضيف للجسم ( $S_2$ ) قطعة كتلتها  $m_0$  ، فينطلق الجسم ( $S_1$ ) من السكون بدون سرعة ابتدائية من الموضع A ، باتجاه الموضع B ، وبعد 5 ثواني من بداية الحركة ينقطع الخيط الذي يربط الجسمين ، يمثل المخططان البيانيين التاليين (1) ، (2) تطور سرعتي مركزي عطالتي الجسمين ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) قبل و بعد انقطاع الخيط .



- أ- أنسب لكل جسم مخطط سرعته مع التبرير .
- ب- عبر عن تسارع مركزي عطالة الجسمين ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) قبل و بعد انقطاع الخيط .
- ج- أوجد اعتمادا على المخططين :
- تسارع الجسمين ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) قبل و بعد انقطاع الخيط .
- قيمة الجاذبية  $g$  .
- قيمة الكتلة  $m_0$  المضافة .

**الاجوبة :**

1- قيمة الكتلة  $m_2$  حتى يكون الجسم ( $S_1$ ) في حالة توازن :



- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي في كافة الدراسة .

- الجملة جسم ( $S_1$ ) :

- القوى الخارجية : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}_1$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في حالة التوازن  $\vec{a} = \vec{0}$  :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = \vec{0}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (ox) :

$$- P_1 \sin \alpha + T_1 = 0 \quad \text{..... (1)}$$

- الجملة جسم ( $S_2$ ) :

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}_2$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في حالة التوازن  $\vec{a} = \vec{0}$  :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$P_2 - T_2 = m_2 a \quad \text{..... (2)}$$

- بجمع العلاقتين (1) ، (2) مع الأخذ بعين الاعتبار  $T_2 = T_1$  :

$$- P_1 \sin \alpha + P_2 = 0$$

$$P_2 = P_1 \sin \alpha$$

$$m_2 g = m_1 g \cdot \sin \alpha$$

$$m_2 = m_1 \cdot \sin \alpha \rightarrow m_1 = \frac{m_2}{\sin \alpha}$$

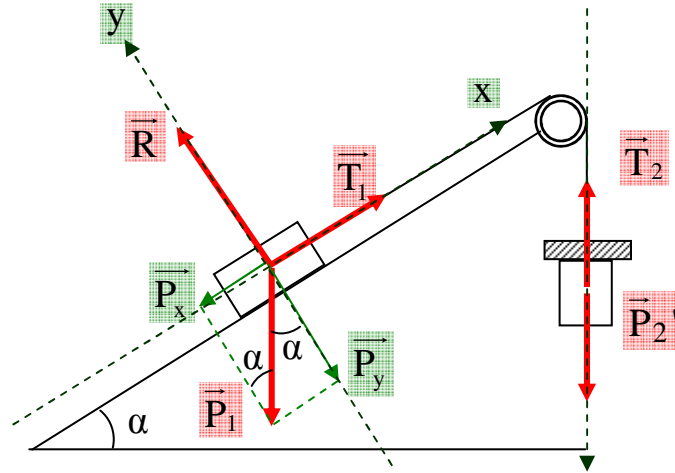
$$m_1 = \frac{0.3}{\sin 30^\circ} = 0.6 \text{ kg} = 600 \text{ g}$$

## 2- أ- المخطط الموافق لكل جسم :

بعد انقطاع الخيط تتناقص سرعة الجسم ( $S_1$ ) بسبب صعوده المستوي المائل نتيجة قوة الثقل المعاكسة لجهة حركته ، و هذا يتوقف مع المخطط-1 ، في حين يواصل الجسم ( $S_2$ ) حركته المستقيمة المتسارعة (سقوط حر هذه المرة) و هذا يتفق مع المخطط-2 .

ب- عبارتي تسارعي مركزي عطالة الجسمين ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) قبل و بعد انقطاع الخيط :

• قبل انقطاع الخيط :



- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي في كافة الدراسة .

- الجملة جسم ( $S_1$ ) :

- القوى الخارجية : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة رد الفعل  $\vec{R}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}_1$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_1 \vec{a}_G$$

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$- P_1 \sin \alpha + T_1 = m_1 a_x \dots\dots\dots (3)$$

- الجملة جسم ( $S_2$ ) :

- القوى الخارجية : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة التوتر  $\vec{T}_2$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_2 \vec{a}_G$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = (m_2 + m_0) \vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$P_2 - T_2 = (m_2 + m_0) a \dots\dots\dots (4)$$

بجمع العلاقتين (1) ، (2) مع الأخذ بعين الاعتبار  $T_2 = T_1$  :

$$- P_1 \sin \alpha + P_2 = (m_1 + m_2 + m_0) a$$

$$- m_1 g \sin \alpha + (m_2 + m_0) g = (m_1 + m_2 + m_0) a$$

إذن :

$$a = \frac{(m_2 + m_0 - m_1 \sin \alpha) g}{m_1 + m_2 + m_0} = a_1 = a_2$$

## ● بعد انقطاع الخيط :

بعد انقطاع الخيط تستنتج عبارة تسارع مركز العطالة أحد الجسمين من خلال حذف المقادير المتعلقة بالجسم الثاني في عبارة التسارع قبل انقطاع الخيط كما يلي :

$$a_1' = \frac{(0 - m_1 \sin \alpha)g}{m_1 + 0} \rightarrow a_1' = -g \sin \alpha$$

$$a_2' = \frac{(m_2 + m_0 - 0)g}{0 + m_2 + m_0} \rightarrow a_2' = g \rightarrow a_2' = \frac{(m_2 + m_0)g}{m_2 + m_0} \rightarrow a_2' = g$$

## - طبيعة الحركة :

$g$  ،  $m_1$  ،  $m_2$  ،  $\alpha$  ثوابت ، و كون أن مسار مركز عطالة ( $S_1$ ) مستقيم ، فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

ب- تسارع مركزي عطالة الجسمين ( $S_1$ ) ، ( $S_2$ ) قبل و بعد انقطاع الخيط :

من المخططين (1) ، (2) يكون :

- قبل انقطاع الخيط (الطور الأول) :

$$a_2 = a_2 = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5 - 0}{5 - 0} = 1 \text{ m/s}^2$$

- بعد انقطاع الخيط (الطور الثاني) :

$$a_1' = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{7 - 5} = -5 \text{ m/s}^2$$

$$a_2' = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 - 5}{7 - 5} = 10 \text{ m/s}^2 .$$

● قيمة الجاذبية  $g$  :

من عبارة  $a_1'$  تسارع مركز عطالة ( $S_1$ ) بعد انقطاع الخيط يكون :

$$g = a_2'$$

و لدينا سابقا :  $a_2' = 10 \text{ m/s}^2$  ، إذن :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

● قيمة الكتلة  $m_0$  المضافة :

من عبارة التسارع قبل انقطاع الخيط :

$$a = \frac{(m_2 + m_0 - m_1 \sin \alpha)g}{m_1 + m_2 + m_0}$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)g + m_0 g}{m_1 + m_2 + m_0}$$

$$(m_1 + m_2)a + m_0 a = (m_2 - m_1 \sin \alpha)g + m_0 g$$

$$(m_1 + m_2)a - (m_2 - m_1 \sin \alpha)g = m_0 g - m_0 a$$

$$(m_1 + m_2)a - (m_2 - m_1 \sin \alpha)g = m_0 (g - a) \rightarrow m_0 = \frac{(m_1 + m_2)a - (m_2 - m_1 \sin \alpha)g}{g - a}$$

$$m_0 = \frac{(0.6 + 0.3)1 - (0.3 - 0.6 \sin 30^\circ)10}{10 - 1} = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$