

عمر بنظري و تمارين

من التطورات الرتبة ٤

دراسة ظواهر كهربائية



الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

www.sites.google.com/site/faresfergani

السنة الدراسية : 2015/2014

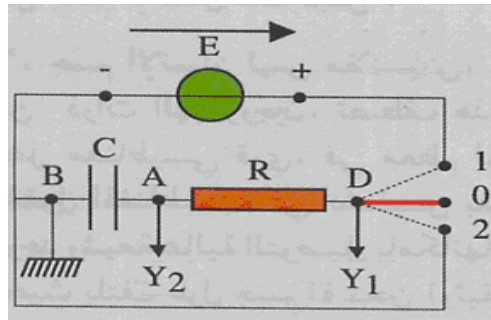
المحتوى المفاهيمي : 02

ثنائي القطب RC

تطور التوتر بين طرفي مكثفة

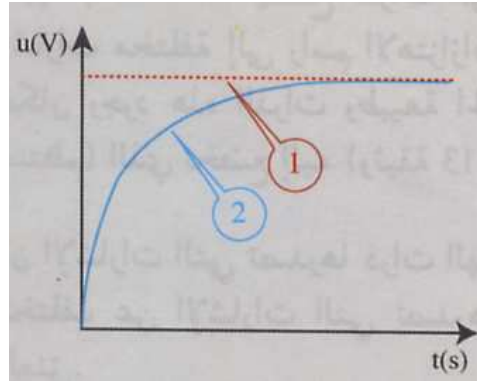
• الدراسة التجريبية :

نحقق الدارة المبينة في الشكل المقابل و المكونة من العناصر التالية : مولد توتر ثابت $E = 12 \text{ V}$ ، مكثفة سعتها $C = 15 \mu\text{F}$ ، ناقل أومي مقاومته $R = 10 \text{ k}\Omega$ ، راسم اهتزاز ذو ذاكرة ، بادلة .



- عند الشحن :

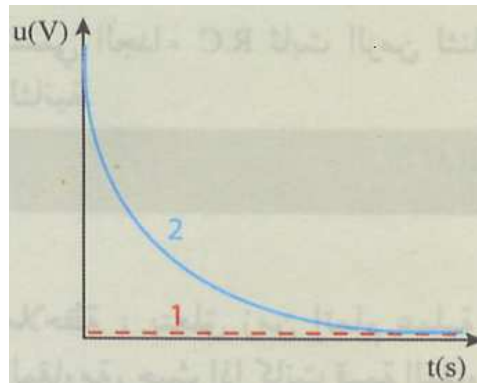
نضع البادلة في الوضع (1) ، يظهر على شاشة راسم الاهتزازات منحنين (1) و (2) كما في الشكل التالي :



- من تركيبة راسم الاهتزاز المهبطي ، المنحنيين الذين يظهران على شاشة راسم الاهتزاز ، أحدهما يمثل تطور التوتر u_{DB} بين طرفي المولد ، و الثاني يمثل تطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة .
- بما أن التوتر بين طرفي المولد ثابت (مولد توتر) ، من المؤكد أن المنحنى (1) يمثل تطور التوتر بين طرفي المولد u_{DB} ، و من ثم يمثل المنحنى (2) تطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة .
- من المنحنى (2) ، نلاحظ أن التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة يتطور تدريجيا خلال عملية الشحن حتى يصل إلى قيمة ثابتة و تساوي E عند نهاية عملية الشحن .
- تسمى المرحلة التي تتطور فيها قيمة التوتر u_{AB} بالنظام الانتقالي ، و المرحلة التي تثبت فيها قيمة التوتر بالنظام الدائم .

- عند التفريغ :

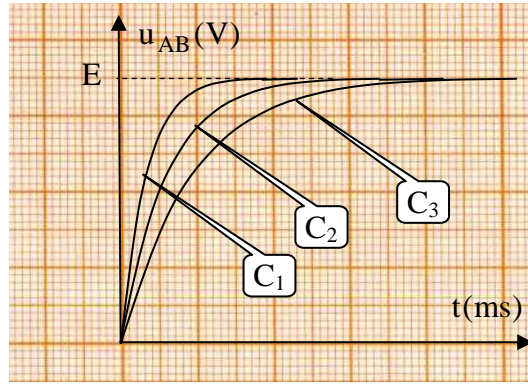
عندما ننقل البادلة إلى الوضع (2) يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين التاليين :



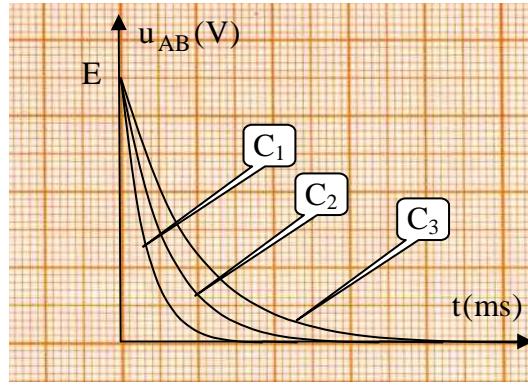
- يمثل المنحنى (1) التوتر u_{DB} بين طرفي المولد و هو منعدم لأن المولد خارج الدارة ، بينما يمثل المنحنى (2) التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة حيث يتناقص هذا التوتر تدريجيا خلال عملية التفريغ (نظام انتقالي) حتى يصل إلى قيمة تبقى معدومة عند نهاية عملية التفريغ (نظام دائم) .

• ثابت الزمن للدارة (R , C) :

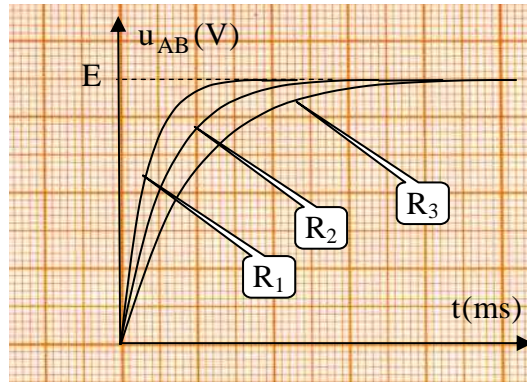
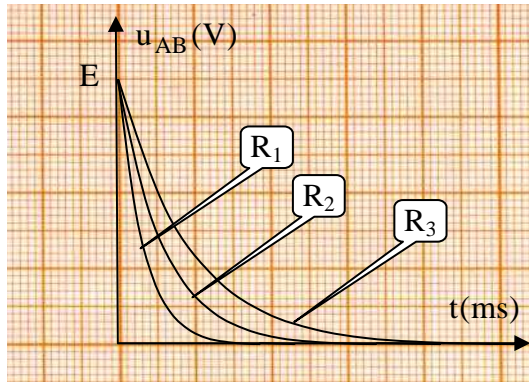
- عندما نعيد الدراسة التجريبية السابقة 3 مرات باستعمال نفس الناقل الأومي و مكثفات ذات ساعات مختلفة $C_1 = C$ ، $C_2 = 2C$ ، $C_3 = 3C$ ، ثم ندون المنحنيات المتحصل عليها بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي في شكل واحد نحصل على ما يلي :



- من المنحنيات المتحصل عليها نلاحظ أن زمن إتمام الشحن يزداد بازدياد سعة المكثفة ، و بالمثل فإن زمن إتمام التفريغ في حالة تفريغ المكثفة يزداد أيضا بازدياد سعة المكثفة ، لتكون المنحنيات كما يلي :



- عندما نعيد الدراسة التجريبية السابقة 3 مرات باستعمال نفس المكثفة و مقاومات مختلفة $R_1 = R$ ، $R_2 = 2R$ ، $R_3 = 3R$ ، نلاحظ أن زمن إتمام الشحن و التفريغ يزداد بازدياد المقاومة R ، و تكون المنحنيات التي تظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي كما يلي :

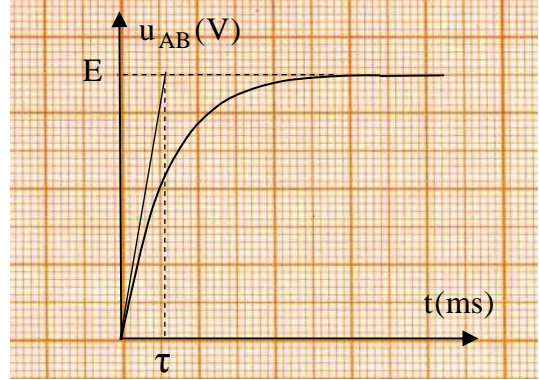
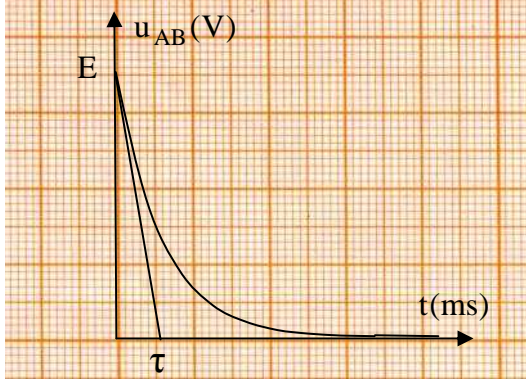


نتيجة :

- زمن إتمام الشحن و التفريغ يزداد بازدياد المقاومة و بازدياد سعة المكثفة ، فهو يزداد بازدياد المقدار $R.C$ - المقدار $R.C$ هو ثابت يميز الدارة (R,C) يدعى ثابت الزمن للدارة (R,C) يرمز له بـ τ ووحدته الثانية و نكتب :

$$\tau = R . C$$

- يمكن إثبات أن زمن الشحن و التفريغ ، أي زمن بلوغ النظام الدائم هو $t = 5\tau$ ، و بالتالي يمكن القول أن ثابت الزمن τ يمثل خمس (20%) من زمن اتمام الشحن أو التفريغ .
- نحصل على قيمة ثابت الزمن τ من البيان $u_{AB} = f(t)$ من خلال تقاطع مماس منحنى هذا البيان مع المستقيم المقارب $u_{AB} = E$ في حالة الشحن و مع محور الأزمنة في حالة التفريغ ، كما مبين في الشكل التالي :



• الدراسة النظرية :

■ المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة :

- عند الشحن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{DB} = u_{DA} + u_{AB}$$

$$E = R i + u_C$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} \rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

و منه يصبح :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

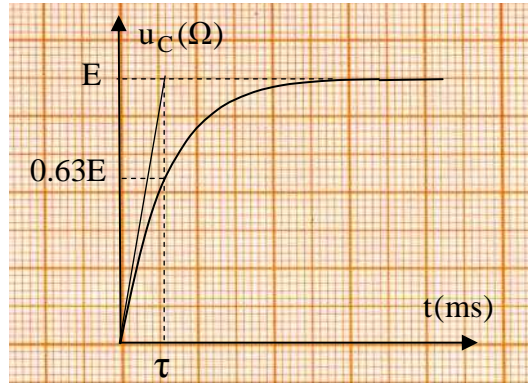
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ، حلها :

$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$$

حيث $\tau = RC$ هو ثابت الزمن للدارة RC .

- تحدد قيمة τ بيانيا باسقاط نقطة تقاطع مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع المستقيم المقارب $u_C = E$ على محور الأزمنة كما مبين في الشكل التالي :



■ عند التفريغ :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{DB} = u_{DA} + u_{AB}$$

$$0 = R i + u_C$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} \rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

و منه يصبح :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

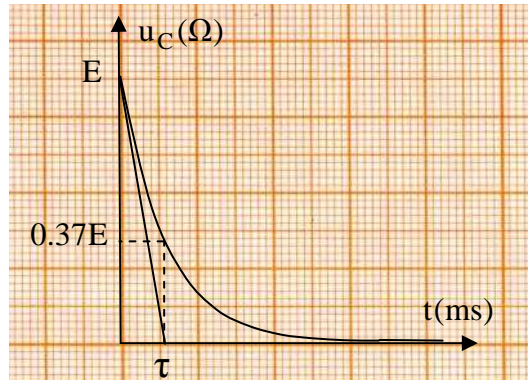
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ، حلها دون برهان كما يلي :

$$u_C = E e^{\frac{-1}{RC} t} = E e^{-t/\tau}$$

حيث $\tau = RC$ هو ثابت الزمن للدارة RC .

- تحدد قيمة τ بيانيا من خلال اللحظة التي يتقاطع فيها مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة كما مبين في الشكل التالي :



طاقة مكثفة

● الطاقة المخزنة في مكثفة :

■ العبارة العامة :

- عندما تشحن المكثفة تخزن في لحظة t من شحنها طاقة كهربائية يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

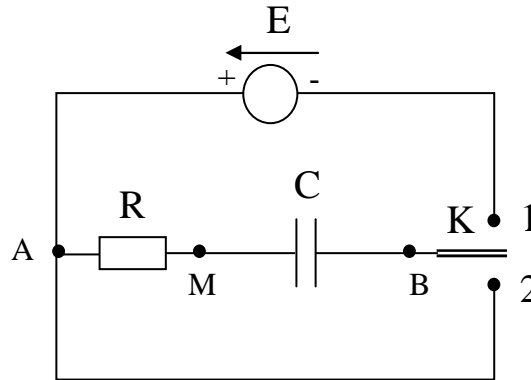
و من ثم يمكن كتابة العبارة التالية :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q u_C$$

حيث : u_C ، q هي التوتر و الشحنة عند اللحظة t .

التمرين (1) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R .



- 1- أكتب العبارات اللحظية للمقادير التالية في حالة الشحن و التفريغ ، مع رسم المنحنيات الموافقة بشكل كافي :
 - أ- شدة التيار الكهربائي المار في الدارة .
 - ب- شحنة المكثفة .
 - ج- التوتر بين طرفي الناقل الأومي .
 - د- طاقة المكثفة .
- 2- أكتب المعادلة التفاضلية في الحالات التالية عند الشحن و التفريغ .
 - أ- بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$ المار بالدارة .
 - ب- بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار بالدارة .
 - ج- بدلالة التوتر $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي .

الأجوبة :

1-أ- العبارة اللحظية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة :

عند الشحن :

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

عند الشحن لدينا :

$$u_C = E (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\frac{du_C}{dt} = E (0 - (-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t})) = \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

و منه تصبح عبارة شدة التيار :

$$i = C (\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} = I_0 e^{-t/\tau}$$

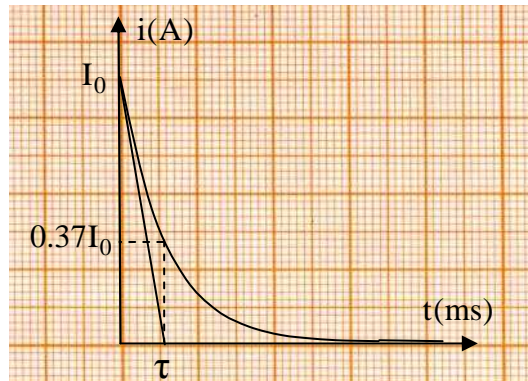
حيث $I_0 = \frac{E}{R}$ هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي .

بيانيا :

$$t = 0 \rightarrow i = I_0$$

$$t = \infty \rightarrow i = 0$$

و منه المنحنى $i(t)$ الممثل لتطور شدة التيار المار بالدائرة عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



عند التفريغ :

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

عند التفريغ لدينا :

$$u_C = E e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

و منه تصبح عبارة شدة التيار :

$$i = C \left(-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$$

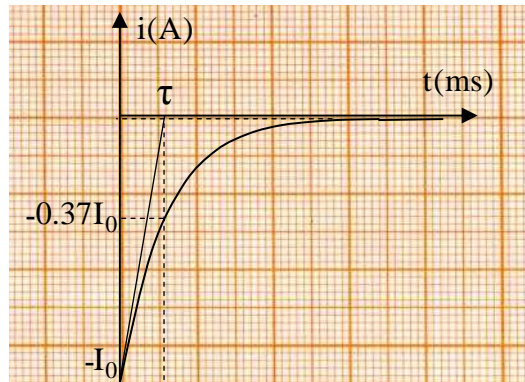
$$i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} = -I_0 e^{-t/\tau}$$

حيث $I_0 = \frac{E}{R}$ هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي .

$$t = 0 \rightarrow i = -I_0$$

$$t = \infty \rightarrow i = 0$$

و منه المنحنى $i(t)$ الممثل لتطور شدة التيار المار بالدائرة عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



ب- العبارة اللحظة شحنة المكثفة $q(t)$:
عند الشحن :
لدينا :

$$q = Cu_C$$

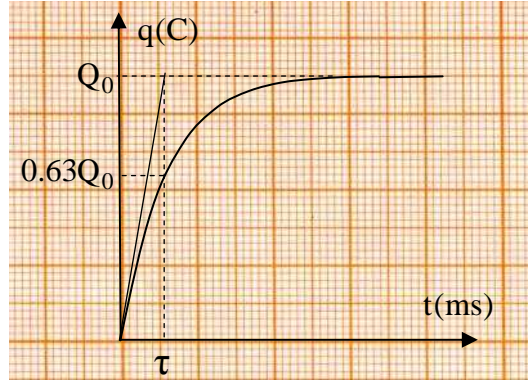
عند الشحن لدينا $u_C = E (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ ، بالتعويض نجد :

$$q = CE(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) = Q_0(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

حيث $Q_0 = CE$ هي شحنة المكثفة الأعظمية .
بيانيا :

- $t = 0 \rightarrow q = 0$
- $t = \infty \rightarrow q = Q_0$

و منه المنحنى $q(t)$ الممثل لتطور شحنة المكثفة عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



عند التفريغ :
لدينا :

$$q = Cu_C$$

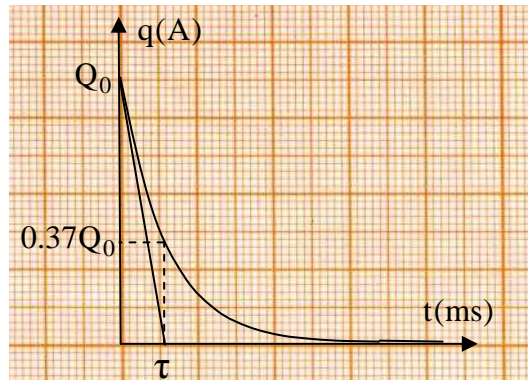
عند التفريغ لدينا $u_C = Ee^{-\frac{t}{RC}}$ ، بالتعويض نجد :

$$q = CEe^{-\frac{1}{RC}t} = Q_0e^{-\frac{1}{RC}t}$$

حيث $Q_0 = CE$ هي شحنة المكثفة الأعظمية :
بيانيا :

- $t = 0 \rightarrow q = Q_0$
- $t = \infty \rightarrow q = 0$

و منه المنحنى $q(t)$ الممثل لتطور شحنة المكثفة عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



ج- العبارة اللحظية للتوتر $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي :
 عند الشحن :
 لدينا :

$$u_R = R.i = R \frac{dq}{dt} = R \frac{d(C u_C)}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$$

عند الشحن لدينا :

$$u_C = E (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\frac{du_C}{dt} = E (0 - (-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t})) = \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

و منه تصبح عبارة $u_R(t)$:

$$u_R = RC (\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t})$$

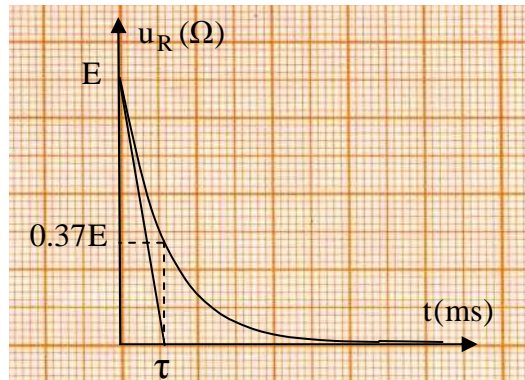
$$u_R = E e^{-\frac{1}{RC}t} = E e^{-t/\tau}$$

بيانيا :

$$t = 0 \rightarrow i = E$$

$$t = \infty \rightarrow i = 0$$

و منه المنحنى $u_R(t)$ الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



عند التفريغ :
 لدينا :

$$u_R = R.i = R \frac{dq}{dt} = R \frac{d(C u_C)}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$$

عند التفريغ لدينا :

$$u_C = E e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

و منه تصبح عبارة $u_R(t)$:

$$i = C \left(-\frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$$

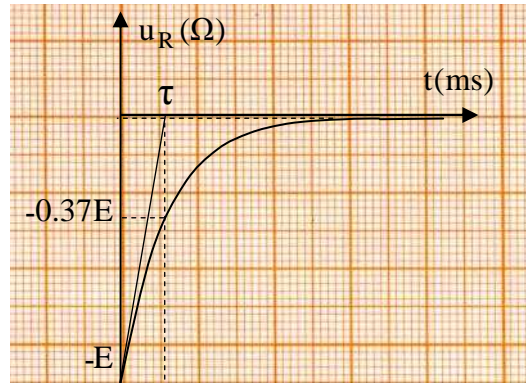
$$u_R = -E e^{-\frac{1}{RC}t} = -E e^{-t/\tau}$$

بيانيا :

$$\bullet t = 0 \rightarrow i = -I_0$$

$$\bullet t = \infty \rightarrow i = 0$$

و منه المنحنى $u_R(t)$ الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



د- العبارة اللحظة لطاقة المكثفة $E_{(C)}(t)$:
عند الشحن :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

عند شحن المكثفة لدينا :

$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$$

و منه تصبح عبارة الطاقة :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C (E (1 - e^{-t/\tau}))^2$$

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/\tau})^2 = E_{(C)0} (1 - e^{-t/\tau})^2$$

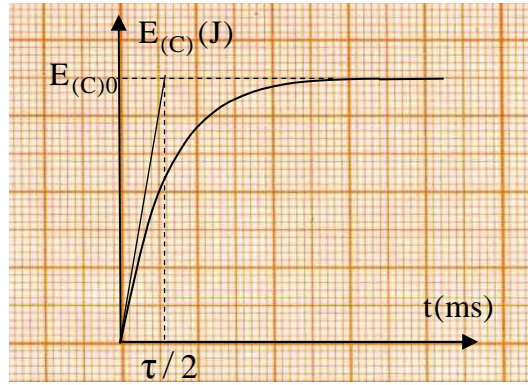
حيث $E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2$ هي طاقة المكثفة الأعظمية .

- بيانيا :

$$t = 0 \rightarrow E_{(C)} = 0$$

$$t = \infty \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0}$$

و منه المنحنى $E_{(C)}(t)$ الممثل لتطور طاقة المكثفة عند الشحن يكون كما يلي :



عند التفريغ :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

عند تفريغ المكثفة لدينا :

$$u_C = E e^{-t/\tau}$$

و منه تصبح عبارة الطاقة :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C (E e^{-t/\tau})^2$$

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 e^{-2t/\tau} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau}$$

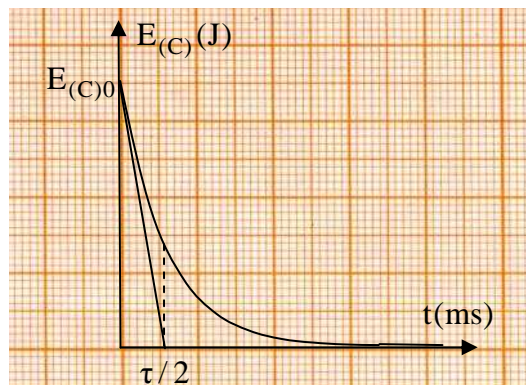
حيث $E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2$ هي طاقة المكثفة الأعظمية .

- بيانيا :

$$t = 0 \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0}$$

$$t = \infty \rightarrow E_{(C)} = 0$$

و منه المنحنى $E_{(C)}(t)$ الممثل لتطور طاقة المكثفة عند التفريغ يكون كما يلي :



2-أ. المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

- عند الشحن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = R i + u_C$$

$$E = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R}$$

■ عند التفريغ :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$0 = R i + u_C$$

$$0 = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$$

ب- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:

- عند الشحن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = R i + u_C$$

$$E = R i + \frac{q}{C}$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt}$$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

و نعلم أن : $\frac{dq}{dt} = i$ و منه يصبح :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0$$

■ عند التفريغ :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$0 = R i + u_C$$

$$0 = R i + \frac{q}{C}$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt}$$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

و بنفس الطريقة السابقة :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0$$

جـ- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$:

- عند الشحن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = u_R + u_C$$

$$E = u_R + \frac{q}{C}$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$0 = \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

و نعلم أن : $\frac{dq}{dt} = i$ و منه يصبح :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

لدينا :

$$u_R = R.i \rightarrow i = \frac{u_R}{R}$$

و منه يصبح :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$$

- عند التفريغ :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$0 = u_R + u_C$$

$$0 = u_R + \frac{q}{C}$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

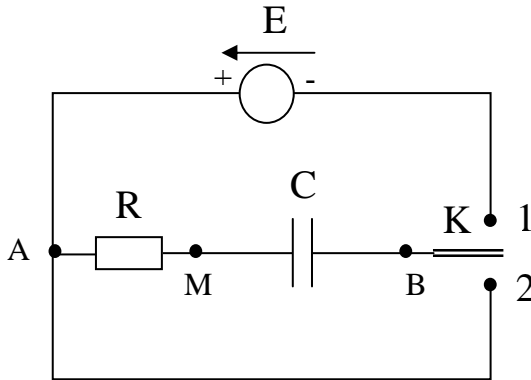
$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

و بنفس الطريقة السابقة نجد :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC}u_R = 0$$

التمرين (2) :

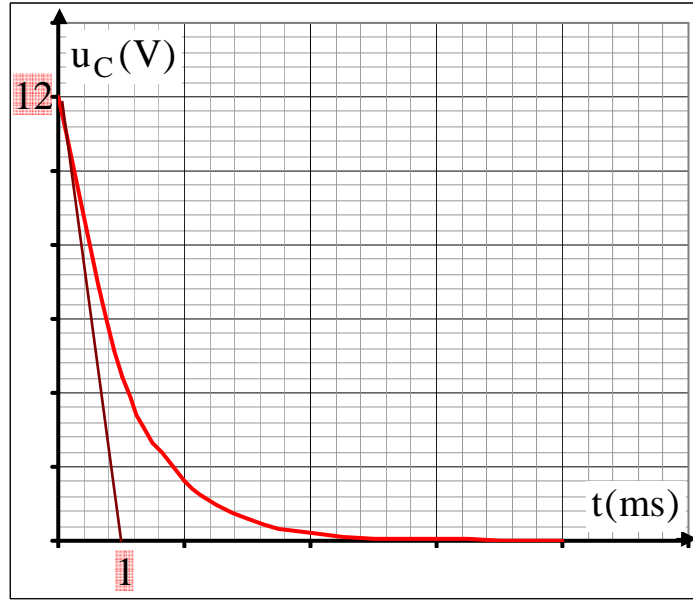
نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة مشحونة كلياً سعتها C ، ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.



• نضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية التفريغ .

1- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة ، مبينا حلها دون برهان .

2- الدراسة التجريبية لتطور التوتر بين طرفي المكثفة أعطت البيان التالي :



اعتمادا على البيان و الدراسة النظرية السابقة أوجد :

- القوة المحركة للمولد E .
- ثابت الزمن τ .
- سعة المكثفة C .
- شدة التيار الأعظمية I_0 .
- طاقة المكثفة عند اللحظة $t = 0$.

الاجوبة :

1- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$0 = R i + u_C$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ، حلها : $u_C = E e^{-t/\tau}$ حيث $\tau = RC$

2- قيمة E :

- من البيان :

$$t = 0 \rightarrow u_C = 12 \text{ V}$$

و من معادلة المنحنى : $u_C = E e^{-t/\tau}$ يكون :

$$t = 0 \rightarrow u_C = E$$

إذن : $E = 12 \text{ V}$.

■ قيمة τ :

من البيان مباشرة : $\tau = 1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$.

■ قيمة C :
لدينا :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5} \text{ F} = 10 \mu\text{F}$$

● قيمة I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

$$I_0 = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ A}$$

● طاقة المكثفة عند $t = 0$:

عند هذه اللحظة (بداية التفريغ) تكون طاقة المكثفة أعظمية ، و عليه :

● قيمة I_0 :

$$(E_{(C)})_{t=0} = E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2 \rightarrow (E_{(C)})_{t=0} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5} (12)^2 = 7.2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

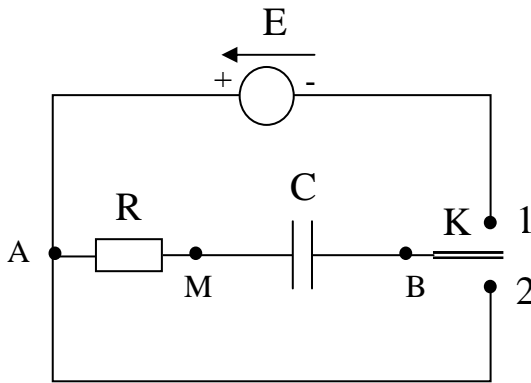
التمرين (3) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R .

1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .

أ- بين ماذا يحدث على المستوى المجهرى .

ب- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_C = f(t)$ بين طرفي المكثفة .



ج- بين أن العبارة $u_C = E (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ هو حل لهذه المعادلة .

د- مثل كيفيا تغيرات u_C بدلالة t ، مع تبين كيفية تحديد ثابت الزمن τ .

2- نضع البادلة في الوضع (2) :

أ- بين ماذا يحدث على المستوى المجهرى .

ب- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_C = f(t)$ بين طرفي المكثفة .

ج- حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل $u_C = E e^{-\frac{t}{A}}$ ، حيث A هو ثابت يطلب التعبير عنه .

د- ماذا يمثل A و ما هو مدلوله الفيزيائي ، و بين أنه بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .

الأجوبة :

1- أ- ما يحدث على المستوى المجهرى :

عندما نضع البادلة في الوضع (1) تشحن المكثفة و على المستوى المجهرى يعمل المولد على نقل الإلكترونات من اللبوس M إلى اللبوس B عبر دارة المولد ، حيث تتراكم الإلكترونات عند هذا اللبوس بسبب وجود العازل .

ب- المعادلة التفاضلية :
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = R i + u_C$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

و منه يصبح :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

ج- إثبات أن $u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$:
لدينا :

$$\bullet u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\bullet \frac{du_C}{dt} = E(0 - (-\frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t})) = \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC} (1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

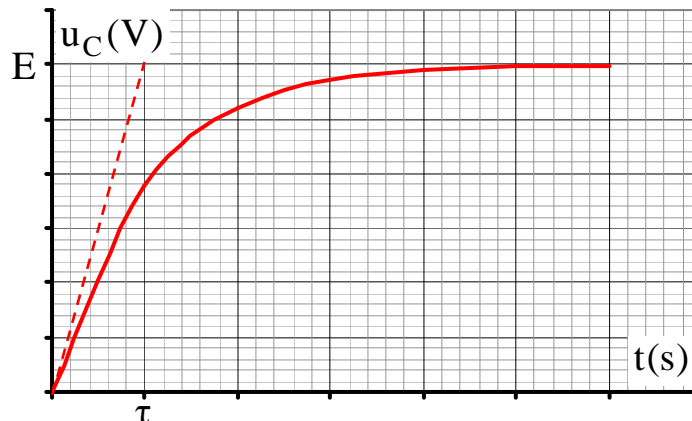
إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

د- البيان $u_C = f(t)$:

$$u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\bullet t = 0 \rightarrow u_C = 0$$

$$\bullet t = \infty \rightarrow u_C = E$$



2- أ- ما يحدث على المستوى المجهري :

عند وضع البادلة في الوضع (2) تتفرغ المكثفة و على المستوى المجهري تعود الإلكترونات المتراكمة عند اللبوس B و التي أتت من اللبوس M أثناء عملية الشحن ، إلى وضعها الأصلي عند اللبوس M عبر دائرة المقاومة .

ب- المعادلة التفاضلية بدلالة u_C :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$0 = Ri + u_C$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

و منه يصبح :

$$R \frac{d(C u_C)}{dt} + u_C = 0$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$$

ج - عبارة A :

لدينا :

$$\bullet u_C = E e^{-\frac{t}{A}}$$

$$\bullet \frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{A} e^{-\frac{t}{A}}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{E}{A} e^{-\frac{t}{A}} + \frac{1}{RC} \cdot E e^{-\frac{t}{A}} = 0$$

$$-\frac{E}{A} e^{-\frac{t}{A}} + \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{A}} = 0$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$\frac{E}{A} = \frac{E}{RC} \rightarrow A = RC$$

- إثبات أن τ متجانس مع الزمن :

$$\tau = RC \rightarrow [\tau] = [R][C]$$

$$\bullet u_R = R.I \rightarrow [U] = [R].[I] \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$\bullet u_C = \frac{q}{C} \rightarrow [U] = \frac{[Q]}{[C]} \rightarrow [C] = \frac{[Q]}{[U]}$$

و منه :

$$[\tau] = \frac{[U]}{[R]} \frac{[Q]}{[I]} = \frac{[Q]}{[I]}$$

و لدينا :

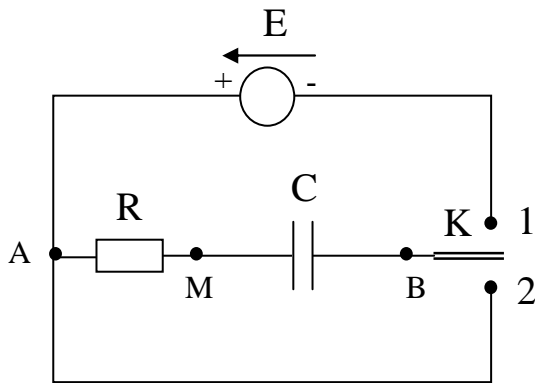
$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow [I] = \frac{[Q]}{[T]} \rightarrow [Q] = [I].[T]$$

و منه يصبح لدينا :

$$[\tau] = \frac{[I].[T]}{[I]} \rightarrow [\tau] = [T]$$

إذن τ متجانس مع الزمن .

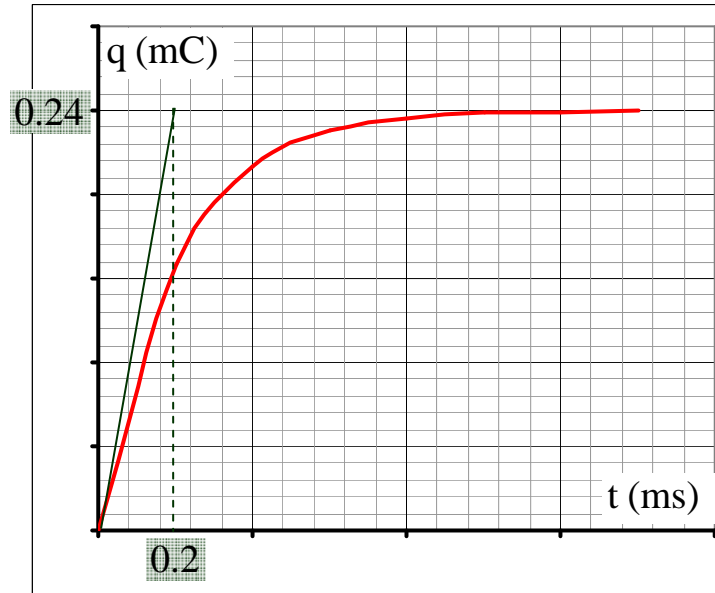
التمرين (4) :



نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 12 \text{ V}$ ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R .

1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .
أ- أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

ب- أثبت أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو $q = Q_0 (1 - e^{-t/\tau})$ حيث $\tau = RC$ ثابت الزمن و $Q_0 = EC$ هي شحنة المكثفة الأعظمية .
ج- المنحنى البياني التالي يمثل تغيرات شحنة المكثفة q بدلالة الزمن .



اعتمادا على هذا البيان أوجد سعة المكثفة C ، مقاومة الناقل الأومي R .

2- نضع البادلة في الوضع (2) :

أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q = f(t)$ ، مبينا حلها دون برهان .

ب- نعتبر المكثفة تفرغت من شحنتها تماما عندما تصبح شحنتها تساوي 1% من شحنتها الأعظمية ، عبر عن الزمن Δt اللازم لتفريغ المكثفة بدلالة ثابت الزمن τ ، ثم احسب قيمته .

الأجوبة :

1- أ- المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = Ri + \frac{q}{C}$$

$$E = R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

ب- إثبات أن $q = Q_0 (1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية :

$$q = Q_0 (1 - e^{-t/\tau}) = EC (1 - e^{-t/RC})$$

$$\frac{dq}{dt} = EC (0 - (-\frac{1}{RC} e^{-t/RC})) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{R} e^{-t/RC} + \frac{1}{RC} \cdot EC (1 - e^{-t/RC}) = \frac{E}{R}$$

$$\frac{E}{R} e^{-t/RC} + \frac{E}{R} (1 - e^{-t/RC}) = \frac{E}{R}$$

$$\frac{E}{R} e^{-t/RC} + \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-t/RC} = \frac{E}{R} \rightarrow \frac{E}{R} = \frac{E}{R}$$

ج- قيمة C :

- من البيان : $Q_0 = 0.24 \cdot 10^{-3} C$.
و لدينا :

$$Q_0 = EC \rightarrow C = \frac{Q_0}{E}$$

$$C = \frac{0.24 \cdot 10^{-3}}{12} = 2 \cdot 10^{-5} F$$

• قيمة R :

من البيان : $\tau = 0.2 \cdot 10^{-3} s$.

$$\tau = RC \rightarrow R = \frac{\tau}{C} \rightarrow R = \frac{0.2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-5}} = 10 \Omega$$

2- أ- المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AM} + u_{MB} = 0$$

$$Ri + \frac{q}{C} = 0$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها : $q = Q_0 e^{-t/\tau}$ حيث :

- $\tau = RC$
- $Q_0 = EC$

جـ- الزمن Δt اللازم لتفريغ المكثفة :

المكثفة تتفرغ من شحنتها تماما عندما تصبح شحنتها تساوي 1% من شحنتها الأعظمية (كما ذكر) ، أي :

$$q = \frac{1}{100} Q_0 \text{ ، بالتعويض في العبارة } q(t) :$$

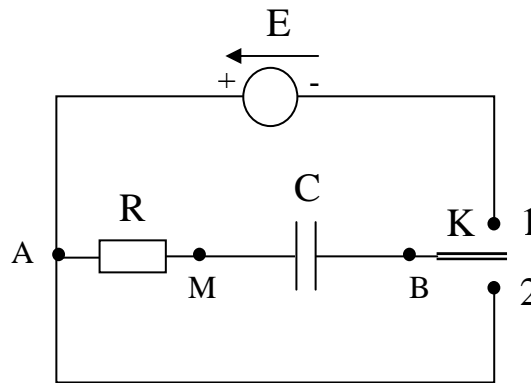
$$\frac{1}{100} Q_0 = Q_0 e^{-\Delta t/\tau} \rightarrow \frac{1}{100} = e^{-\Delta t/\tau} \rightarrow 10^{-2} = e^{-\Delta t/\tau}$$

$$\ln 10^{-2} = -\frac{\Delta t}{\tau} \rightarrow \Delta t = -\ln 10^{-2} \cdot \tau \rightarrow \Delta t \approx 5\tau$$

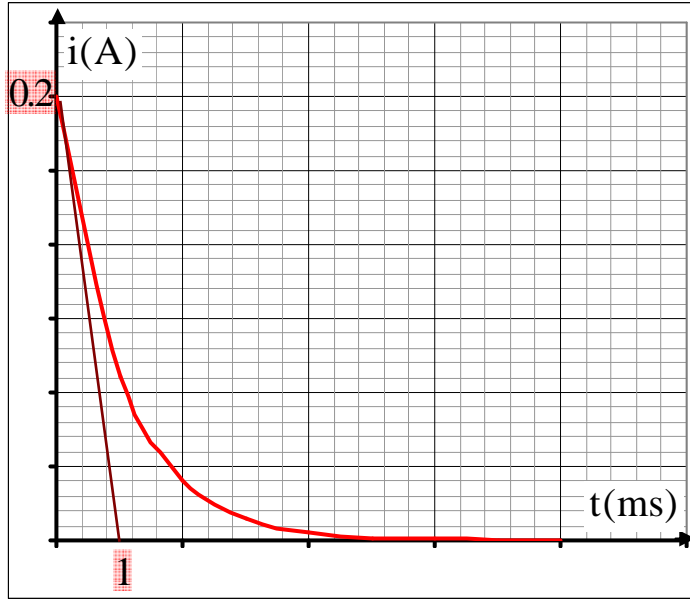
$$\Delta t = 5 \cdot 0.2 \text{ ms} = 1 \text{ ms}$$

التمرين (5) :

تتألف دائرة كهربائية من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة فارغة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته $R = 50 \Omega$ (الشكل) .



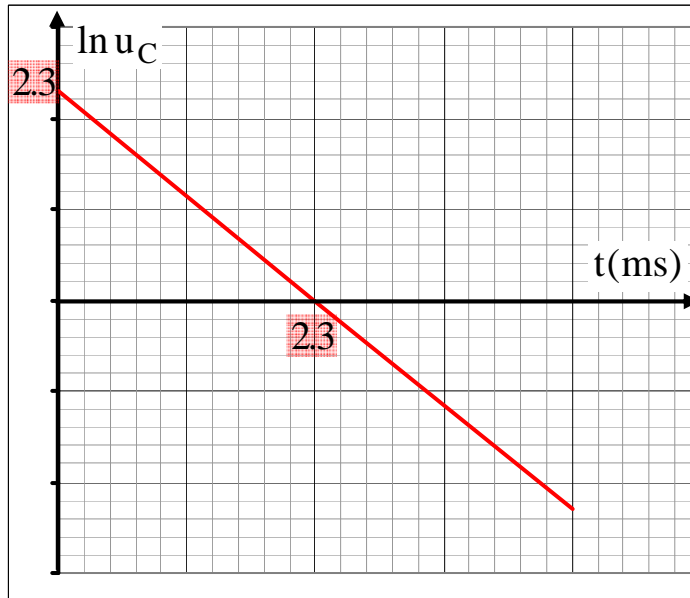
1- نضع البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة ، نتابع تطور شدة التيار المار بالدائرة خلال الزمن فنحصل على البيان الموضح في (الشكل-2) .



اعتمادا على البيان أوجد :

- شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .
- القوة المحركة الكهربائية للمولد .
- سعة المكثفة .

2- نضع البادلة في الوضع (2) ، يمثل البيان المقابل تغيرات اللوغاريتم النبيري للتوتر u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .



أ- أوجد العبارة النظرية بين $E, \tau, t, \ln u_C$.

ب- استنتج من البيان ثابت الزمن τ للدائرة و كذا سعة المكثفة C .

الأجوبة :

1- شدة التيار في النظام الدائم تكون معدومة .

- القوة المحركة الكهربائية للمولد :

$$I_0 = \frac{E}{R} \rightarrow E = RI_0$$

من البيان :

$$t = 0 \rightarrow i = I_0 = 0.2 \text{ A}$$

و منه :

$$E = 50 \cdot 0.2 = 10 \text{ V}$$

- سعة المكثفة :

من البيان :

$$\tau = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

و لدينا :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} \rightarrow C = \frac{10^{-3}}{50} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

2- أ- العبارة النظرية بين $\ln u_C$ و t ، τ ، E :

لدينا :

$$u_C = Ee^{-t/\tau}$$

$$\ln u_C = \ln(Ee^{-t/\tau})$$

$$\ln u_C = \ln E + \ln e^{-t/\tau}$$

$$\ln u_C = \ln E - \frac{t}{\tau}$$

$$\ln u_C = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

د- قيمة τ :

من البيان :

$$\ln u_C = at + b$$

حيث a هو ميل المنحنى (المستقيم) .
بالمطابقة مع العلاقة النظرية السابقة نجد :

$$\bullet -\frac{1}{\tau} = a \rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$$

$$\bullet \ln E = b \rightarrow E = e^b$$

من البيان :

$$\blacksquare a = \frac{0 - 2.3}{2.3 \cdot 10^{-3} - 0} = -1000$$

$$\blacksquare b = 2.3$$

إذن :

$$\blacksquare \tau = -\frac{1}{-1000} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\blacksquare E = e^{2.3} \approx 10 \text{ V}$$

تمارين مقترحة

التمرين (6) : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 01 على الموقع)

في حصة الأعمال المخبرية ، اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في (الشكل-2) لدراسة ثنائي القطب RC . تتكون الدارة من العناصر التالية :

- مولد توتر كهربائي ثابت $E = 12 \text{ V}$.

- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1.0 \mu\text{F}$.

- ناقل أومي مقاومته $R = 5 \cdot 10^3 \Omega$.

- بادلة .

1- نجعل البادلة في اللحظة $(t = 0)$ على الوضع (1) .

أ/ ماذا يحدث .

ب/ كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB}

ج/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية

$$RC \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$$

د- أعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة ، و بين باستعمال التحليل

البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI) .

هـ/ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1- ج) تقبل العبارة

$$u_{AB} = E(1 - e^{-t/\tau})$$

و/ أرسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$ و بين كيفية تحديد τ من البيان .

ي/ قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

2- بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

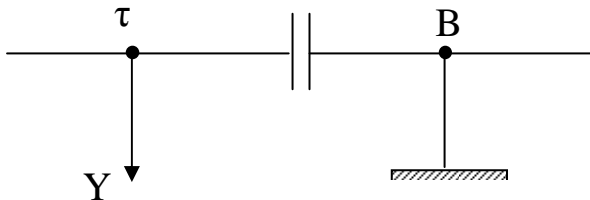
أ/ ماذا يحدث للمكثفة .

ب/ أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

أجوبة مختصرة :

1- أ) عند وضع البادلة في الوضع (1) تشحن المكثفة .

ب) لمشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي يمكن ربط ثنائي القطب براسم الإهتزاز المهبطي وفق الشكل التالي :



$$RC \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E \quad (\text{ج}) \quad \tau = RC$$

و) نسقط نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم المقارب

$u_{AB} = E$ على محور الأزمنة نجد قيمة τ .

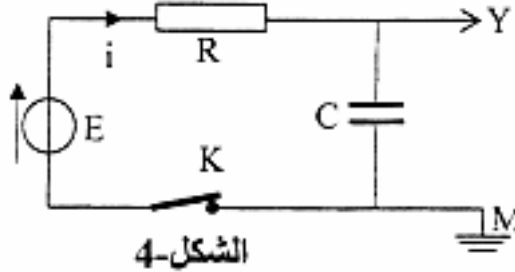
ي) قيمة u_{AB} عند اللحظة $t = 5\tau$ تساوي تقريبا قيمة E ،

و نستنتج من ذلك أن عملية الشحن تنتهي عند اللحظة $t = 5\tau$.

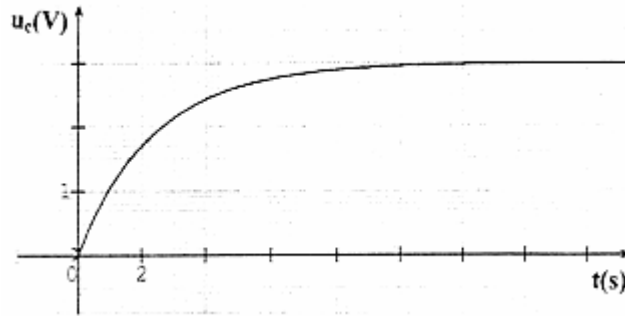
$$E_{0(C)} = \frac{1}{2} C E^2 = 7.2 \cdot 10^{-5} \text{ J} \quad (\text{ب})$$

التمرين (7) : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 02 على الموقع)

- قصد شحن مكثفة مفرغة ، سعتها (C) ، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :
- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3 \text{ V}$ مقاومته الداخلية مهملة .
 - ناقل أومي مقاومته $R = 10^4 \Omega$.
 - قاطعة K .



- لإظهار التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة . نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة (الشكل-4) .
- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_c(t)$ الممثل في الشكل-5



- 1- ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15 \text{ s}$ من غلقها ؟
- 2- أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ ، و بين أن له نفس وحدة قياس الزمن .
- 3- عين بيانيا قيمة τ و استنتج السعة (C) للمكثفة .
- 4- بعد غلق القاطعة (في اللحظة $t = 0$) :
أ/ اكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة .
ب/ اكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$.
ج/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_c(t)$ تعطى بالعبارة : $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$.
- 5- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة $u_c(t) = E (1 - e^{-t/A})$. استنتج العبارة الحرفية للثابت A ، و ما هو مدلوله الفيزيائي ؟

أجوبة مختصرة :

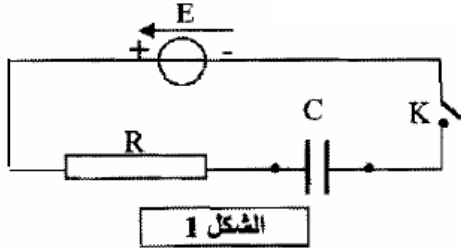
- 1) شدة التيار معدومة بعد $\Delta t = 15 \text{ s}$ ثانية ، $\tau = RC$ ،

$$4- \text{ أ) } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ (ب) } u_C(t) = \frac{q(t)}{C} \text{ (ج) } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

5) $A = RC$ ، المقدار A هو ثابت الزمن τ للدارة RC يمثل الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة 67% كما يمثل 20% من زمن إتمام الشحن .

التمرين (8) : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 04 على الموقع)

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل-1 من العناصر التالية موصولة على التسلسل :



- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6 \text{ V}$.
- مكثفة سعتها $C = 1.2 \mu\text{F}$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5 \text{ k}\Omega$.
- قاطعة K .
- نغلق القاطعة :

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط

$$\text{بين } u_C(t) , \frac{du_C(t)}{dt} , E , R , \text{ و } C .$$

2- تحقق من أن المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة : $u_C(t) = E (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ كحل لها .

3- حدد وحدة المقدار RC ، ما مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية ؟ اذكر اسمه .

4- أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

| t(ms) | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 |
|-------------------|---|---|----|----|----|
| $u_C \text{ (V)}$ | | | | | |

5- أرسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$.

6- أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة E , R , C ، ثم أوجد قيمتها في اللحظتين $(t = 0)$ و $(t = \infty)$.

7- أكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، أحسب قيمتها عندما $(t = \infty)$.

أجوبة مختصرة :

$$1) \frac{E}{RC} u_C = \frac{1}{RC} + \frac{di}{dt}$$

$$3) [RC] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \frac{[Q]}{[U]} = \frac{[Q]}{[I]} = \frac{[I][T]}{[I]} = [T] = s$$

بنسبة 63% كما يمثل 20% من زمن اتمام الشحن ، إسمه : ثابت الزمن

4- الجدول :

| t (ms) | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 |
|-------------------|---|------|------|------|------|
| $u_C \text{ (V)}$ | 0 | 3.79 | 5.19 | 5.70 | 5.89 |

$$(6) \quad i = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{عند اللحظة } t = 0 \leftarrow i = \frac{E}{R} = 1.2A \quad \text{عند اللحظة } t = \infty \leftarrow i = 0$$

$$(7) \quad E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/RC})^2 \quad \text{عند اللحظة } t = \infty \leftarrow E_{(C)} = 2.16 \cdot 10^{-5} J$$

التمرين (9) : (بكالوريا 2011 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 09 على الموقع)

مكثفة سعتها C شحنت كلياً تحت توتر ثابت $E = 6V$. من أجل معرفة سعتها C نقوم بتفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 4 k\Omega$.

1- أرسم مخطط دائرة التفريغ .

2- لمتابعة تطور التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولطمتر رقمي و مقياسية إلكترونية .
أ- كيف يتم ربط جهاز الفولطمتر في الدارة ؟
نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$ و نسجل نتائج المتابعة في الجدول التالي :

| t (ms) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| u_C (V) | 6.00 | 4.91 | 4.02 | 3.21 | 2.69 | 1.81 | 1.21 | 0.81 | 0.54 |

ب- أرسم المنحنى البياني الممثل للدالة $u_C = f(t)$ على ورقة ميليمترية .

ج- عين بيانياً قيمة ثابت الزمن τ .

د- احسب سعة المكثفة C .

3- أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$.

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_C(t) = A e^{-\alpha t}$ حلاً لها ، حيث α ، A ثابتان يطلب تعيينهما .

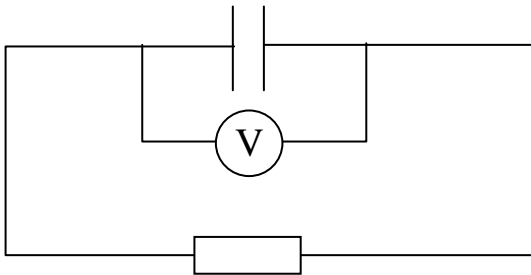
أجوبة مختصرة :

(1) مخطط دائرة التفريغ :

2- أ) يربط مقياس الفولط على التفرع مع المكثفة كما مبين في الشكل السابق .

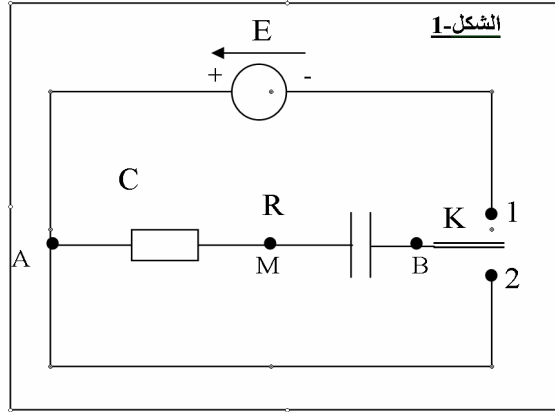
ج- $\tau = 50 \text{ ms}$ ، $C = \frac{\tau}{R} = 1.25 \cdot 10^{-5} F = 12.5 \mu F$.

3- أ) $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$ (ب) ، $\alpha = \frac{1}{RC}$ ، $A = E$.



التمرين (10) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 25 على الموقع)

لدراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نحقق الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و المتكونة على التسلسل من : مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 12 \text{ V}$ ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R .

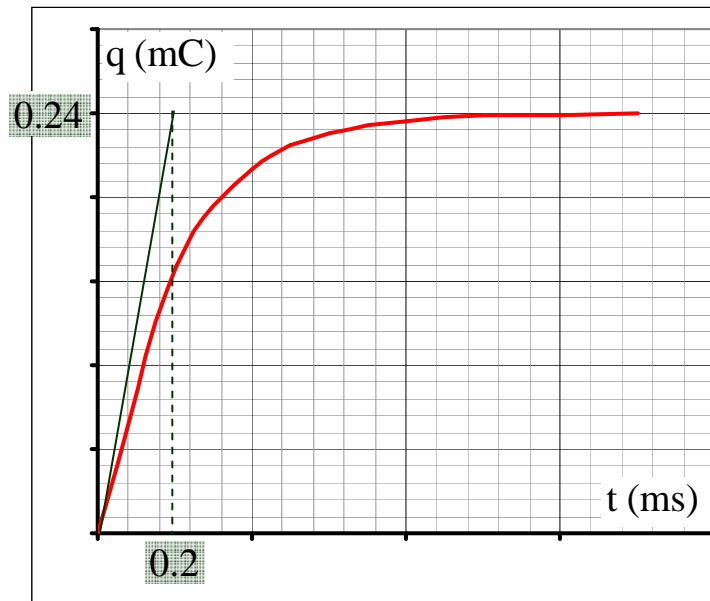


1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .

أ- أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

ب- حل هذه المعادلة التفاضلية هو $q = A + B e^{-\alpha t}$ ، حيث A و B ، α ثابت يطلب إيجاد عبارتهم .

ج- المنحنى البياني التالي يمثل تغيرات شحنة المكثفة q بدلالة الزمن .



اعتمادا على هذا البيان أوجد سعة المكثفة C .

2- نضع البادلة في الوضع (2) :

أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q = f(t)$.

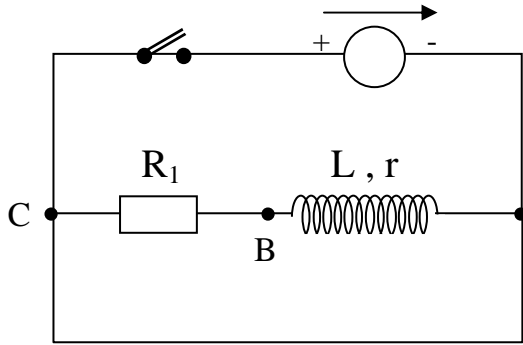
ب- أثبت أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $q = Q_0 e^{-t/\tau}$ حيث Q_0 هي شحنة المكثفة الأعظمية .

ج- عبر عن طاقة المكثفة E_C بدلالة الزمن t ، ثابت الزمن τ ، سعة المكثفة C ، شحنة المكثفة الأعظمية Q_0 ، ثم أحسب قيمتها عند بداية التفريغ .

أجوبة مختصرة :

$$C = \frac{Q_0}{E} = 2.10^{-5} \text{ F} \quad (\text{ج} , \quad B = -A = -EC , \quad A = EC , \quad \alpha = \frac{1}{RC} \quad (\text{ب} , \quad \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R} \quad (\text{أ} - 1$$

$$E_{(C)} = \frac{Q_0^2}{2C} = 1.44.10^{-3} \text{ J} , \quad E_{(C)} = \frac{Q_0^2}{2C} e^{-2t/\tau} \quad (\text{ج} , \quad \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0 \quad (\text{أ} - 2$$

التمرين (11) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 24 على الموقع)

بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية $r = 20 \Omega$ ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل المقابل .

1- نغلق القاطعة :

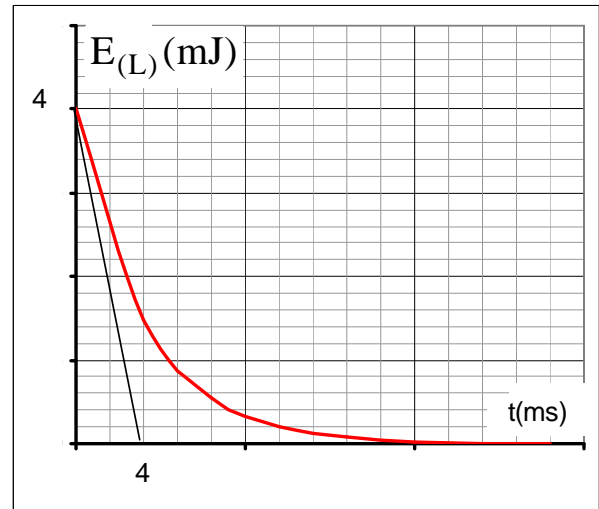
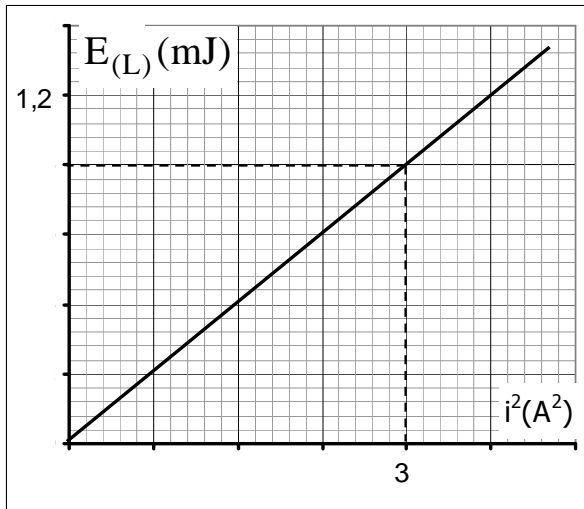
أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_R حيث u_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي .

ب- حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل $u_R = a(1 - e^{-bt})$ أوجد عبارتي a ، b .

ج- ما يمثل مقلوب b (أي $\frac{1}{b}$) ، و ما هو مدلوله الفيزيائي .

2- نفتح القاطعة :

الدراسة التجريبية لطاقة الوشيعة أعطت البيانيين التاليين :



أ- أكتب عبارة $E_{(L)}$ طاقة الوشيعة :

ب- أوجد اعتمادا على البيانيين قيم E ، R ، τ ، I_0 ، L .

أجوبة مختصرة :

$$a = \frac{ER}{R+r} , \quad b = \frac{R+r}{L} \quad (\text{ب} , \quad \frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L} \frac{du_R}{dt} = \frac{ER}{L} \quad (\text{أ} - 1$$

ج) يمثل مقلوب b ثابت الزمن و المدلول الفيزيائي لثابت الزمن هو أن ثابت الزمن يمثل الزمن اللازم لبلوغ شدة التيار قيمة مساوية لـ 63% من قيمتها الأعظمية .

$$\begin{aligned} \text{أ -2) } E_{(L)} &= \frac{1}{2} L i^2 \quad , \quad L = 0.8 \text{ H} \quad , \quad I_0 = \sqrt{\frac{2 E_{(L)0}}{L}} = 0.1 \text{ A} \quad , \quad \tau = 8.10^{-3} \text{ s} \\ E &= (R + r) I_0 = 10 \text{ V} \quad , \quad R = \frac{L}{\tau} - r = 80 \Omega \end{aligned}$$