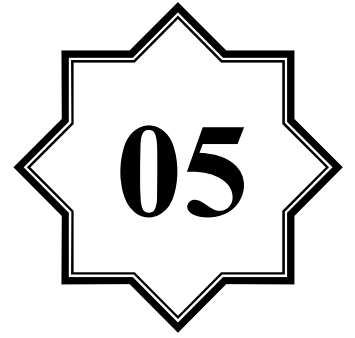


عمر بنظري و تمارين

التطورات الرتبية

تطور جملة ميكانيكية



الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

www.sites.google.com/site/faresfergani

السنة الدراسية : 2015/2014

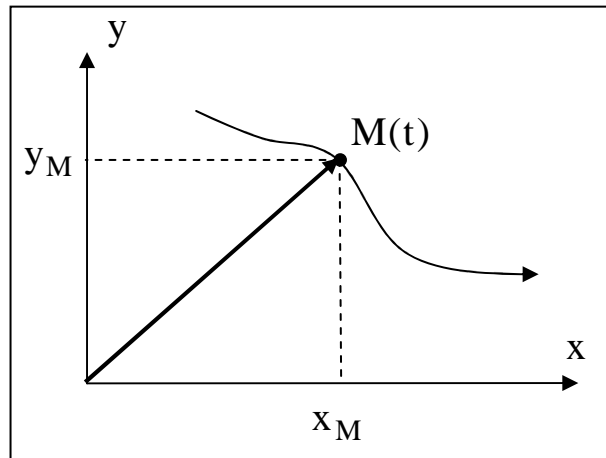
المحتوى المفاهيمي : 02

الدراسة العامة للحركة

شعاع التسارع و المعادلات الزمنية للحركة

• شعاع الموضع - الإحداثيات الكارتيزية:

- تجري دراسة الحركة في معالم ثابتة قد تكون هذه المعالم فضائية أو مستوية أو خطية ، و ذلك حسب ما تقتضيه نوع كل حركة .
- إذا اعتبرنا الدراسة في معلم مستوي كما في (الشكل) التالي :



فإن موضع المتحرك (M) في اللحظة الزمنية (t) يتعين بشعاع يسمى شعاع الموضع ، يرمز له بـ \vec{r} و هو يعطى بالعلاقة الشعاعية التالية :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

- تسمى المقادير الجبرية x ، y بالإحداثيات الديكارتية لشعاع الموضع \vec{r} .
- إذا كانت النقطة المادية (M) ثابتة تكون الإحداثيات الديكارتية x ، y مستقلة عن الزمن (ثابتة) .
- إذا كانت النقطة المادية (M) في حالة حركة تكون الإحداثيات الديكارتية x ، y دوال في الزمن (ذات المتغير t) .
- و تكتب في هذه الحالة الإحداثيات x ، y على شكل دوال ذات المتغير t كما يلي :

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \end{cases}$$

- تسمى هذه العلاقات الزمنية و التي تعبر عن الإحداثيات الكارتيذية بدلالة الزمن بالمعادلات الزمنية للحركة .
- المسار هو مجموعة النقط التي يشغلها المتحرك في كل لحظة ، و عند إيجاد علاقة تربط بين الإحداثيات الديكارتية للمتحرك نحصل على ما يسمى **معادلة المسار** ، نذكر بما يلي :
- معادلة مستقيم من الشكل : $y = ax + b$.
- معادلة قطع مكافئ : $y = ax^2 + b$.

● شعاع الانتقال :

- إذا انتقلت النقطة المادية من الموضع M_1 عند اللحظة t_1 أين يكون شعاع موضعها \vec{r}_1 إلى الموضع M_2 عند اللحظة t_2 أين يكون شعاع موضعها \vec{r}_2 فإنه يعبر عن هذا الانتقال بشعاع يدعى **شعاع الانتقال** $\vec{\Delta r}$ يساوي التغير في شعاع الموضع بين اللحظتين t_1 ، t_2 و يكون :

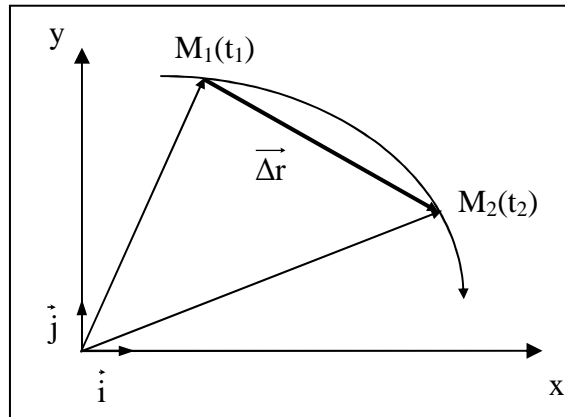
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{M_1M_2}$$

و إذا كان : $\vec{r}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ ، $\vec{r}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ يكون :

$$\vec{M_1M_2} = \vec{\Delta r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$

- تكون جهة شعاع الانتقال في نفس جهة الحركة كما موضح في (الشكل) .
- في حالة مسار مستقيم يكون شعاع الانتقال محمولا على المسار .

مثال :



● شعاع السرعة :

- شعاع السرعة المتوسطة الذي يرمز له بـ \vec{v}_m بين لحظتين t_1 ، t_2 هو النسبة بين شعاع الانتقال $\Delta \vec{r}$ بين هاتين اللحظتين و المجال الزمني $\Delta t = t_2 - t_1$ أي :

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

عندما يؤول Δt نحو الصفر ، ينتهي شعاع السرعة المتوسطة \vec{v}_m نحو شعاع يدعى شعاع السرعة اللحظية \vec{v} هو مشتق شعاع الموضع \vec{r} أي :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

و إذا كان : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ يكون :

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

أو :

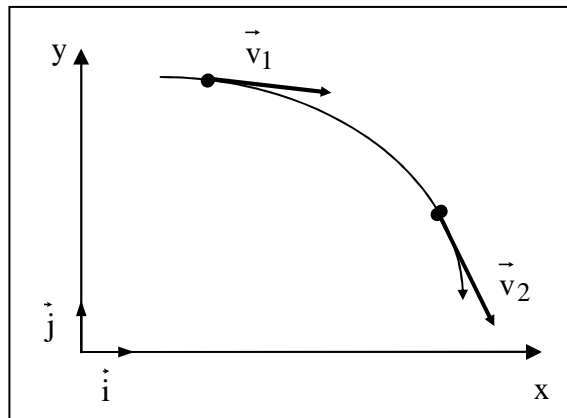
$$v_x = \frac{dx}{dt} , \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$

حيث :

- كما يكون :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

- يكون شعاع السرعة اللحظية مماسي للمسار في كل موضع عند كل لحظة و دوما في جهة الحركة (الشكل) ، و لا يكون أبدا شعاع السرعة عكس جهة الحركة .
- في حالة مسار مستقيم يكون شعاع السرعة محمول على المسار و يتميز بنفس الخصائص السابقة .



• شعاع التسارع :

- شعاع التسارع المتوسط الذي يرمز له بـ \vec{a}_m بين لحظتين t_1 ، t_2 هو النسبة بين شعاع تغير السرعة $\Delta \vec{v}$ بين هاتين اللحظتين و المجال الزمني $\Delta t = t_2 - t_1$ أي :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

عندما يؤول Δt نحو الصفر ، ينتهي شعاع التسارع المتوسط \vec{a}_m نحو شعاع يدعى شعاع التسارع اللحظي \vec{a} هو مشتق شعاع السرعة \vec{v} أي :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

و إذا كان : $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ يكون :

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j}$$

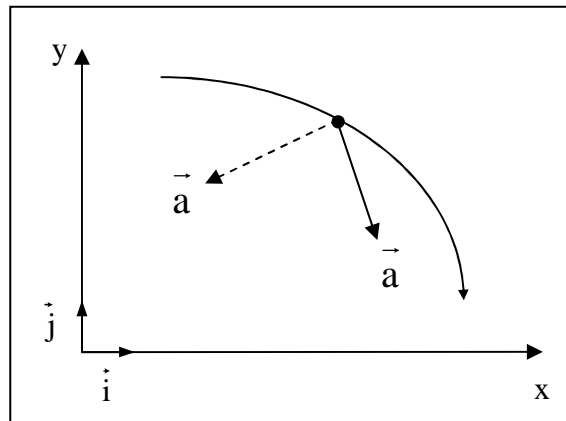
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

أو :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} , \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

حيث :

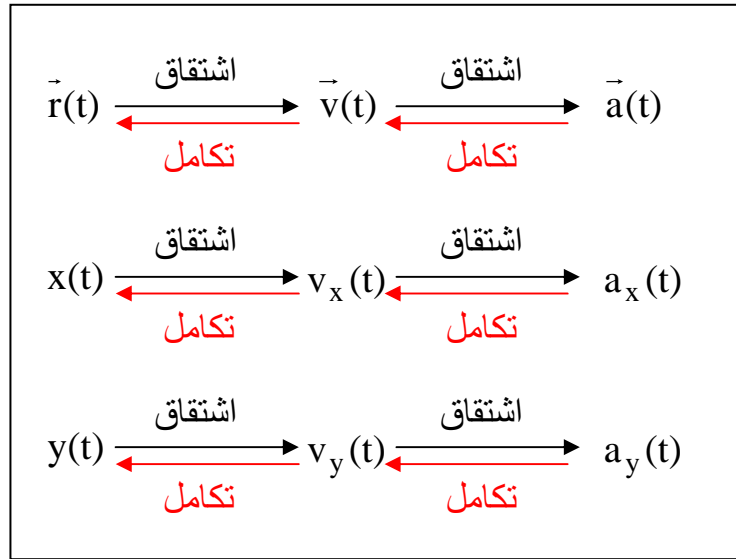
- يكون شعاع التسارع اللحظي متجه دوما نحو تقعر المسار في حالة مسار منحنى و محمول على المسار في حالة مسار مستقيم ، و ليس بالضرورة يكون في جهة الحركة (الشكل) .

**ملاحظة-1 :**

- وحدة السرعة هي : m/s ، و وحدة التسارع هي : m/s^2 .

ملاحظة-1 :

يمكن إبراز العلاقة بين الأشعة \vec{r} ، \vec{v} ، \vec{a} ، كما يلي :



تذكير بالتكامل (الدالة الأصلية) :

في درسنا هذا مطالبين بالدالة الأصلية (تكامل) للدالة من الشكل x^n فقط ، الجدول التالي يبين الدالة الأصلية لهذه الدالة مرفق بأمثلة .

الدالة	الدالة الاصلية
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
x^2	$\frac{1}{3}x^3 + C$
x	$\frac{1}{2}x^2 + C$
ax	$\frac{a}{2}x^2 + C$
a	$ax + C$
0	C

التمرين (1) :

1- جسم نقطي (S_1) كتلته m يتحرك في معلم مستوي (\vec{i}, \vec{j}, o) ، شعاع موضعه في كل لحظة يعبر عنه بالعلاقة:

$$\vec{r} = (t^3 + 0.5) \vec{i} + (2t^2) \vec{j}$$

حيث يقدر الزمن بالثانية و المسافة بالمتر .

■ عند اللحظة $t = 1$ s أوجد :

أ- البعد d للجسم النقطي (S_1) عن مبدأ المعلم (o) .

ب- سرعة الجسم النقطي (S_1) .

ج- تسارع الجسم النقطي (S_1) .

2- متحرك نقطي آخر (S_2) كتلته m يتحرك في معلم مستوي ، شعاع تسارعه في كل لحظة يعبر عنه بالعلاقة :

$$\vec{a} = (2t)\vec{i} + \vec{j}$$

- أكتب العبارة اللحظية (الزمنية) لكل من شعاع السرعة \vec{v} و شعاع الموضع \vec{r} علما أنه في اللحظة $t = 0$ يكون :

$$\vec{r}_0 = 2\vec{i} , \vec{v}_0 = 10\vec{i} + 2\vec{j}$$

الأجوبة :

1- عند اللحظة $t = 1$ s :

H- بعد الجسم النقطة (S_1) عن المبدأ :

يمثل هذا البعد (d) طول شعاع الموضع عند اللحظة $t = 1$ s أي :

$$d = \|\vec{r}\|_{(t=1)}$$

$$t = 1 \text{ s} \rightarrow \vec{r} = ((1)^3 + 0.5)\vec{i} + (2(1)^2)\vec{j} = 1.5\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$d = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2} = 2.5 \text{ m}$$

ب- سرعة الجسم النقطة (S_1) :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (3t^2)\vec{i} + (4t)\vec{j}$$

$$t = 1 \text{ s} \rightarrow \vec{v} = (3(1)^2)\vec{i} + (4(1))\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ m/s}$$

ج- تسارع الجسم النقطة (S_1) :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (6t)\vec{i} + (4)\vec{j}$$

$$t = 1 \text{ s} \rightarrow \vec{a} = (6.1)\vec{i} + (4)\vec{j} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(6)^2 + (4)^2} = 7.21 \text{ m/s}^2$$

2- العبارات اللحظية :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 2t \\ a_y = 1 \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = t^2 + C_1 \\ v_y = t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = 10 \\ v_y = 2 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 10 = (0)^2 + C_1 \rightarrow C_1 = 10 \\ 2 = (0) + C_2 \rightarrow C_2 = 2 \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = t^2 + 10 \\ v_y = t + 2 \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + 10t + C_1' \\ y = \frac{1}{2}t^2 + 2t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

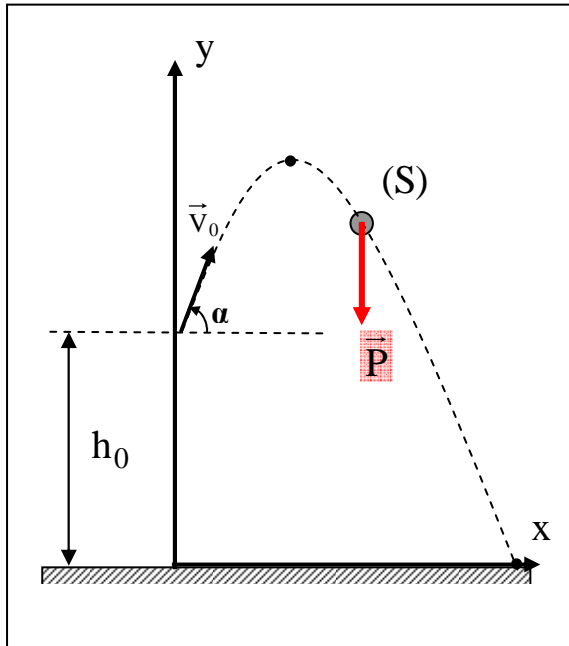
بالتعويض :

$$\begin{cases} 2 = \frac{1}{3}(0)^3 + 10(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 2 \\ 0 = \frac{1}{2}(0)^2 + 2(0) + C_2' \rightarrow C_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + 10t + 2 \\ y = \frac{1}{2}t^2 + 2t \end{cases}$$

التمرين (2) :



من نقطة M_0 تقع على ارتفاع h_0 من سطح الأرض نقذف عند اللحظة $t = 0$ كرة (S) كتلتها m بسرعة ابتدائية v_0 يصنع شعاعها الزاوية α مع الأفق، أثناء حركة الكرة تخضع إلى تأثير ثقلها فقط (الشكل).

- نعتبر العلاقة الشعاعية التالية :

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

▪ \vec{a} : شعاع التسارع اللحظي .

▪ \vec{P} : هي قوة الثقل .

نذكر أن : $P = m g$ حيث g هي الجاذبية الأرضية و m هي كتلة الكرة .

1- حل هذه العلاقة الشعاعية وفق المحاور ox ، oy و بين أن :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

2- أوجد العبارة اللحظية لكل من مركبتي شعاع السرعة $\vec{v}(t)$ و مركبتي شعاع الموضع $\vec{r}(t)$.

الأجوبة :1- تحليل العلاقة الشعاعية و استنتاج عبارة التسارع $\vec{a}(t)$:

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x = m a_x \\ P_y = m a_y \\ 0 = m a_x \\ -P = m a_y \\ 0 = m a_x \\ -m g = m a_y \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

2- عبارتي $\vec{r}(t)$ ، $\vec{v}(t)$:

لدينا سابقا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha = -g (0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -g t + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x=0 \\ y=h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

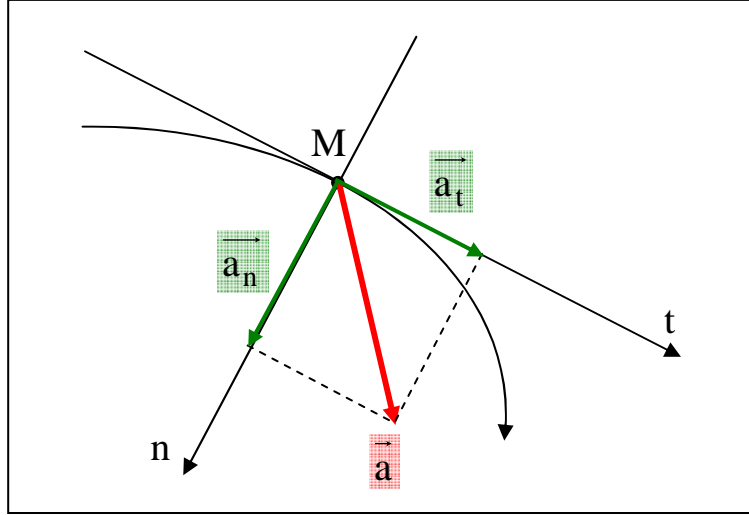
$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos \alpha (0) + C_1' \rightarrow C_1 = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g (0)^2 + v_0 \sin \alpha (0) + C_2' \rightarrow C_2 = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + h_0 \end{cases}$$

• مركبتا شعاع التسارع في معلم فريني :

- معلم فريني هو معلم مبدأ موضع المتحرك M في لحظة ما يتكون من محورين متعامدين أحدهما (ot) يكون مماسي للمسار في الموضع M جهته هي جهة الحركة و الآخر (on) ناظمي ، يتجه نحو مركز المسار (الشكل)



- يمكن تحليل شعاع التسارع عند الموضع M في اللحظة t ، الى مركبتين : مماسية \vec{a}_t ، وناظمية \vec{a}_n وفق المحورين المماسي و الناظمي ، كما مبين في (الشكل) التالي :
و نكتب :

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2}$$

حيث :

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

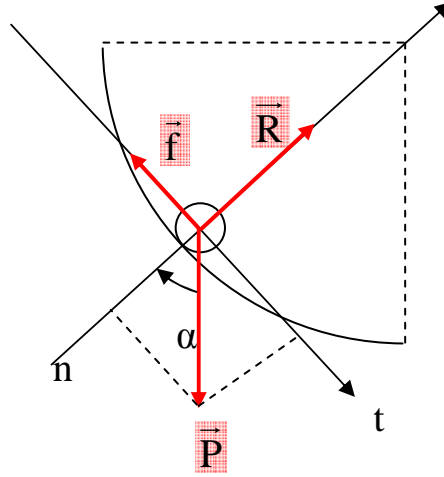
$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

- v : طول شعاع السرعة عند اللحظة t .
- r : نصف قطر المسار المنحني عند اللحظة t .
- كما يكون :

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

التمرين (3):

جسم نقطي (S) يتحرك على مسار دائري خاضع إلى تأثير القوى : الثقل \vec{P} ، قوة رد الفعل \vec{R} ، قوة الاحتكاك \vec{f} .



نعتبر العلاقة الشعاعية التالية :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}$$

حيث \vec{a} هو شعاع التسارع اللحظي .

- 1- حل العلاقة الشعاعية وفق محوري معلم فريني المماسي (ot) ، و الناطمي (on) .
- 2- أكتب عبارة التسارع المماسي a_t بدلالة α ، f ، g ، m .
- 3- عبر عن السرعة اللحظية للجسم (S) بدلالة α ، g ، m ، R ، r .

الأجوبة :

1- تحليل العلاقة الشعاعية في معلم فريني :

لدينا :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محوري معلم فريني نجد :

$$\begin{cases} P \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a_t & \dots\dots\dots (1) \\ -P \cdot \cos \alpha + R = m \cdot a_n & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2- عبارة التسارع المماسي a_n :

من العلاقة (1) لدينا :

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a_t \rightarrow a_t = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - f}{m}$$

3- عبارة سرعة الجسم (S) :

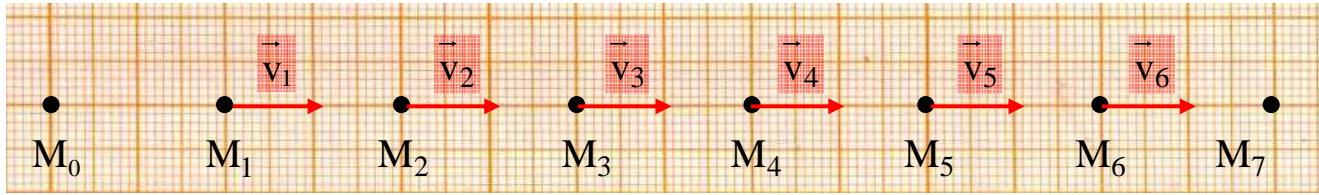
لدينا $P = m.g$ ، $a_n = \frac{v^2}{R}$ و منه يمكن كتابة العلاقة (2) كما يلي :

$$-m.g.\cos\alpha + R = m.\frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{r(-m.g.\cos\alpha + R)}{m}}$$

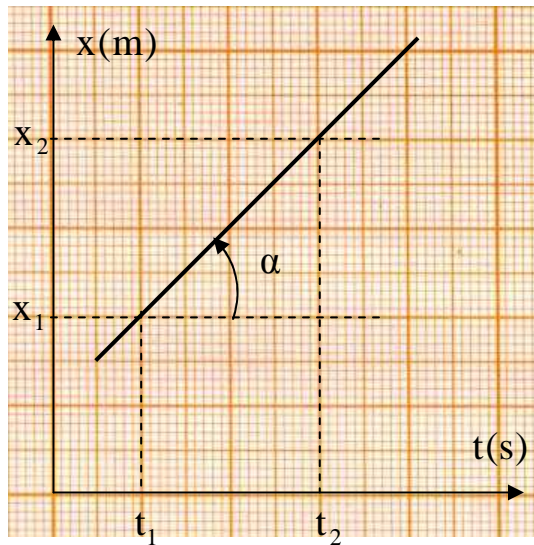
الدراسة الشعاعية و السانعة في مختلف الحركات

• الدراسة الشعاعية و البيانية في الحركة المستقيمة المنتظمة

- الحركة المستقيمة المنتظمة هي حركة مسارها مستقيم و سرعتها ثابتة ، حيث يقطع فيها المتحرك مسافات متساوية d خلال أزمنة متساوية τ .
- في الحركة المستقيمة المنتظمة لا يخضع المتحرك إلى أي قوة (مبدأ العطالة) أو يخضع إلى قوى مجموعها الشعاعي معدوم .
- في الحركة المستقيمة المنتظمة يكون شعاع السرعة ثابت في المنحى و الجهة و الطويلة . و عليه يكون شعاع تغير السرعة $\Delta \vec{v}$ معدوم .



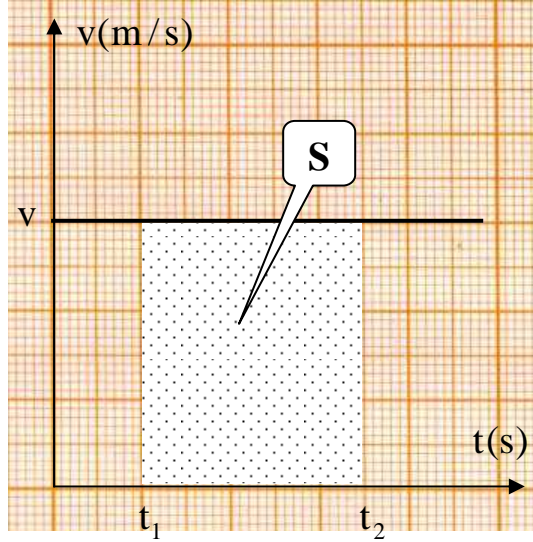
- مخطط المسافة $x = f(t)$ في الحركة المستقيمة المنتظمة عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل : $x = a t + b$ (a : ميل هذا المستقيم) ، كما مبين في (الشكل) التالي :



- تساوي سرعة المتحركة من مخطط المسافة ميل المستقيم أي :

$$v = \tan \alpha = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

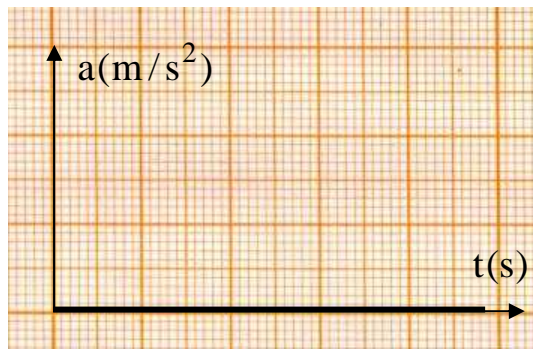
- مخطط السرعة $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة (ot) كما مبين في (الشكل) التالي :



- تساوي المسافة المقطوعة d ، من طرف متحرك بين لحظتين t_1 ، t_2 هندسيا من مخطط السرعة ، مساحة السطح (S) المحصور بين المنحنى $v = f(t)$ و محور الأزمنة و المستقيمين العموديين على المحور (ot) في اللحظتين t_1 ، t_2 (الشكل) أي :

$$d = S = v(t_2 - t_1)$$

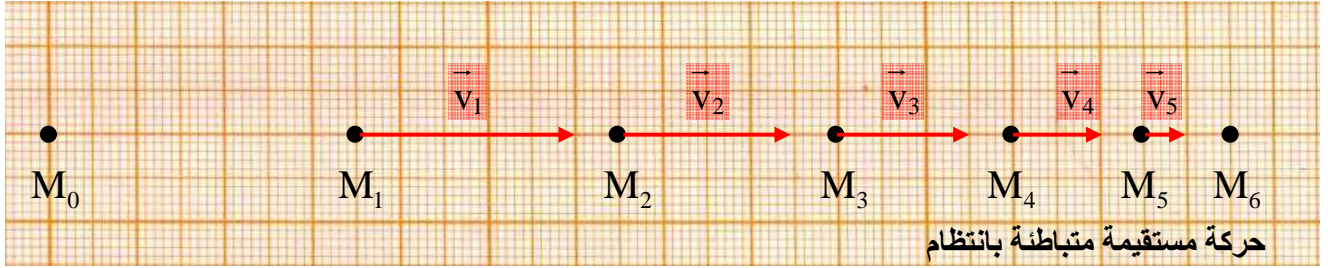
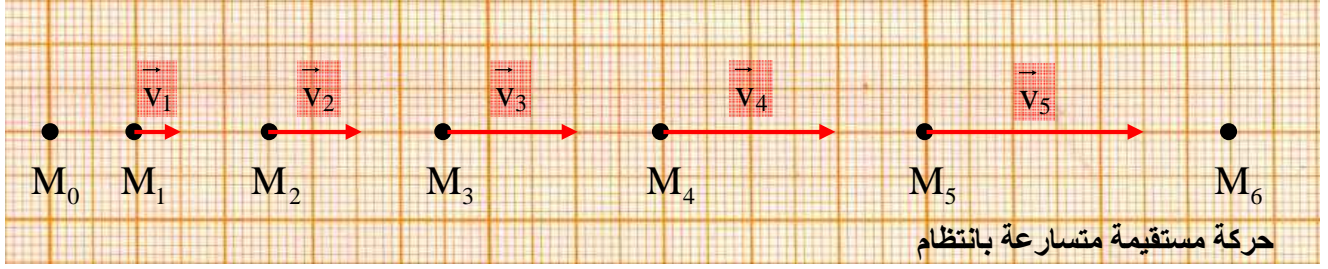
- مخطط التسارع $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم منطبق على محور الأزمنة (ot) كما مبين في (الشكل) التالي :



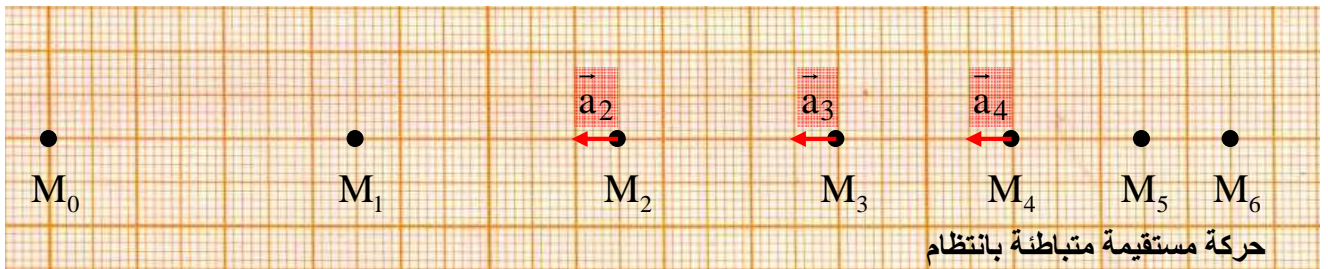
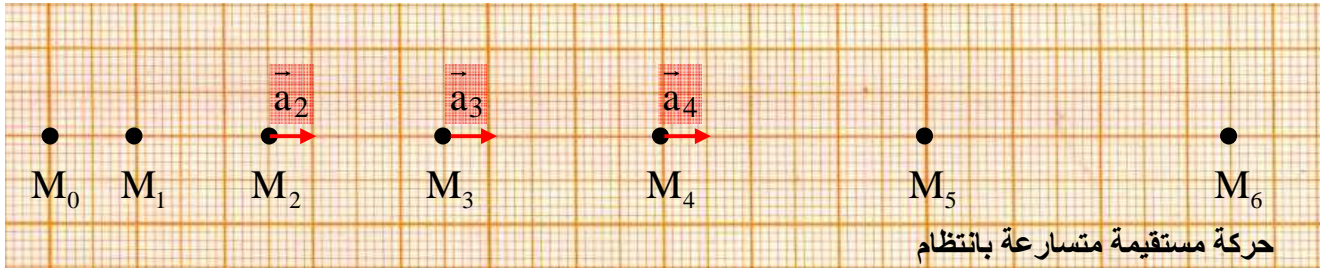
• الدراسة الشعاعية و البينانية في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

- عندما يخضع جسم متحرك إلى قوة \vec{F} ثابتة في المنحى و الجهة و الطويلة تكون حركة هذا الجسم مستقيمة متغيرة بانتظام ، فإذا كانت هذه القوة في جهة حركته تكون الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام أما إذا كانت في الجهة المعاكسة لجهة حركته تكون الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

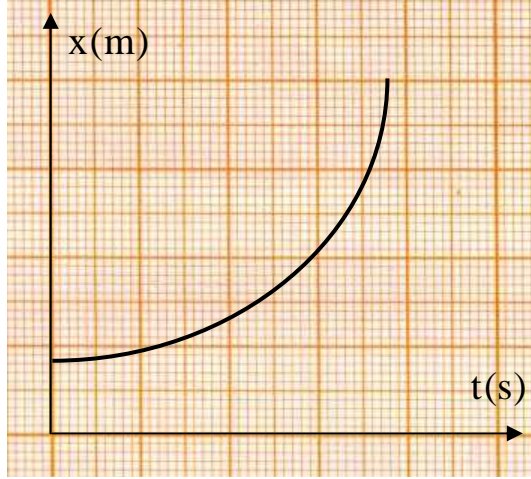
- في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يحافظ شعاع السرعة \vec{v} على منحاه و جهته و طويلته تتغير بانتظام حيث تتزايد بانتظام في حالة الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام و تتناقص بانتظام في حالة الحركة المستقيمة المتباطئة بانتظام .



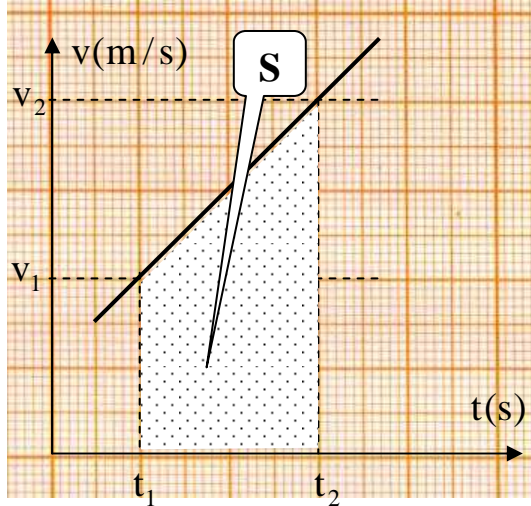
- في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يكون شعاع التسارع \vec{a} ثابت في المنحى و الجهة و الطويلة ، و يكون في جهة الحركة في حالة الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام و عكس جهة الحركة في حالة الحركة المستقيمة المتباطئة بانتظام .



- في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يكون مخطط المسافة $x = f(t)$ عبارة عن خط منحنى ، ففي الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام يكون مخطط المسافة $x = f(t)$ كما في (الشكل) التالي :



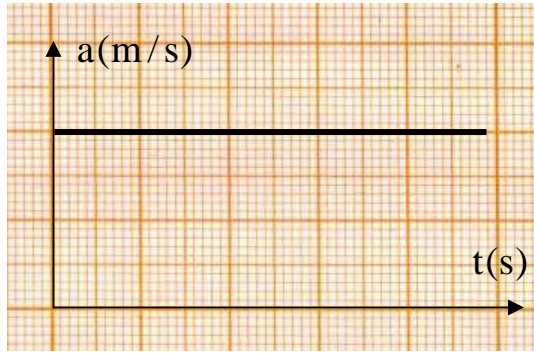
- مخطط السرعة $v = f(x)$ في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يكون عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :
 $v = a t + b$ ، و في الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام يكون مخطط السرعة كما مبين في (الشكل) التالي :



تساوي المسافة المقطوعة d من طرف متحرك بين لحظتين t_1 ، t_2 ، هندسياً من خلال مخطط السرعة ، مساحة السطح (S) (الشبه المنحرف مثلاً) المحصور بين المنحنى $v = f(t)$ و محور الأزمنة (ot) و المستقيمين العموديين على محور الأزمنة في اللحظتين t_1 ، t_2 ، أي :

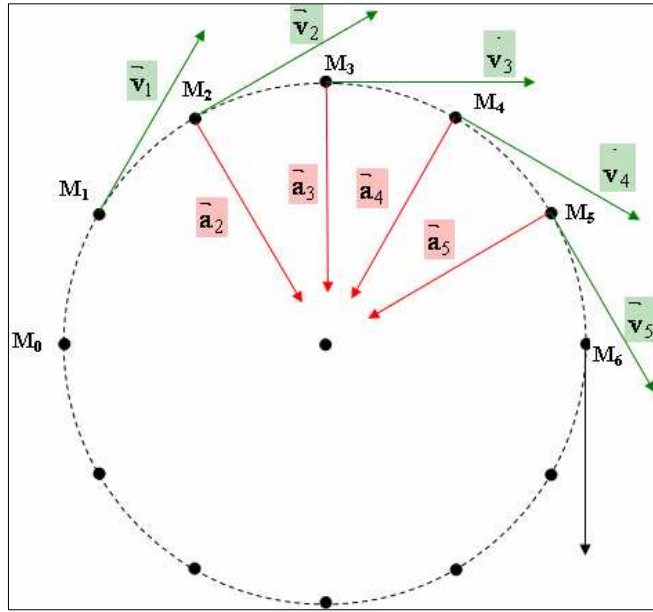
$$d = S = \frac{q_k + q_v}{2} \cdot l = \frac{(v_1 + v_2)(t_2 - t_1)}{2}$$

- في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يكون مخطط التسارع $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، و في الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام يكون مخطط تغير السرعة كما مبين في (الشكل) التالي :



• الدراسة الشعاعية في الحركة الدائرية المنتظمة

- نقول عن حركة جسم أنها دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائريا و سرعتها ثابتة .
- يحافظ شعاع السرعة \vec{v} في الحركة الدائرية المنتظمة على قيمته بينما منحاه يكون مماسي للمسار في كل لحظة (الشكل) .
- في الحركة الدائرية المنتظمة يكون شعاع التسارع \vec{a} ثابت في القيمة و متجه دوما نحو مركز للمسار (عمودي على شعاع السرعة) (الشكل) .



ملاحظة مهمة :

- يمكن تحديد طبيعة الحركة (مستقيمة منتظمة ، مستقيمة متغيرة بانتظام ، دائرية منتظمة ، بناءا على شعاع التسارع أو قيمته كما يلي :
- إذا كان شعاع التسارع معدوم تكون الحركة مستقيمة منتظمة .
- إذا كان شعاع التسارع \vec{a} ثابت تكون الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .
- إذا كانت قيمة التسارع a معدومة تكون الحركة مستقيمة منتظمة .
- إذا كانت قيمة التسارع a ثابتة ، تكون الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام أو دائرية منتظمة ، فإذا كان المسار مستقيم أو السرعة من الشكل $v = at + b$ تكون الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام ، أما إذا كان المسار دائريا و السرعة v ثابتة فالحركة دائرية منتظمة .

- تعتمد طبيعة الحركة (متسارعة أو متباطئة) على الجداء السلمي $\vec{a} \cdot \vec{v}$ حيث :
- إذا كان $(\vec{a} \cdot \vec{v} > 0)$ تكون الحركة متسارعة .
 - إذا كان $(\vec{a} \cdot \vec{v} < 0)$ تكون الحركة متباطئة .
 - إذا كان $(\vec{a} \cdot \vec{v} = 0)$ تكون الحركة منتظمة (مستقيمة منتظمة في الحركات المستقيمة أو دائرية منتظمة في الحركات المنحنية) .
- نذكر بأنه في معلم مستوي مثلا يكون :

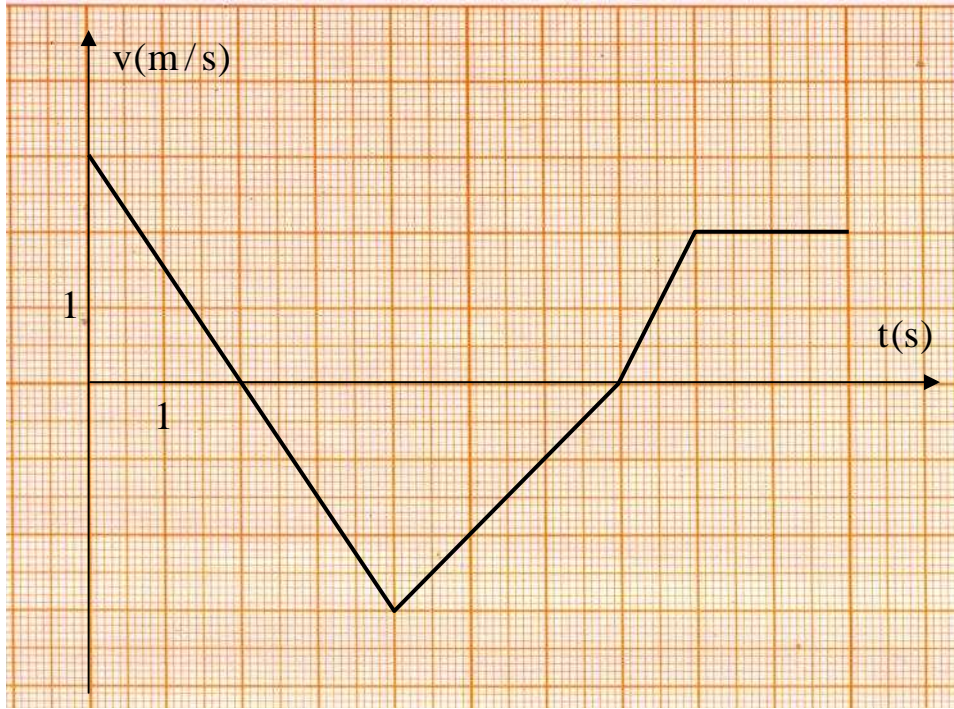
$$\vec{a} \cdot \vec{v} = a_x v_x + a_y v_y$$

و في معلم خطي يكون :

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = a_x v_x$$

التمرين (4) :

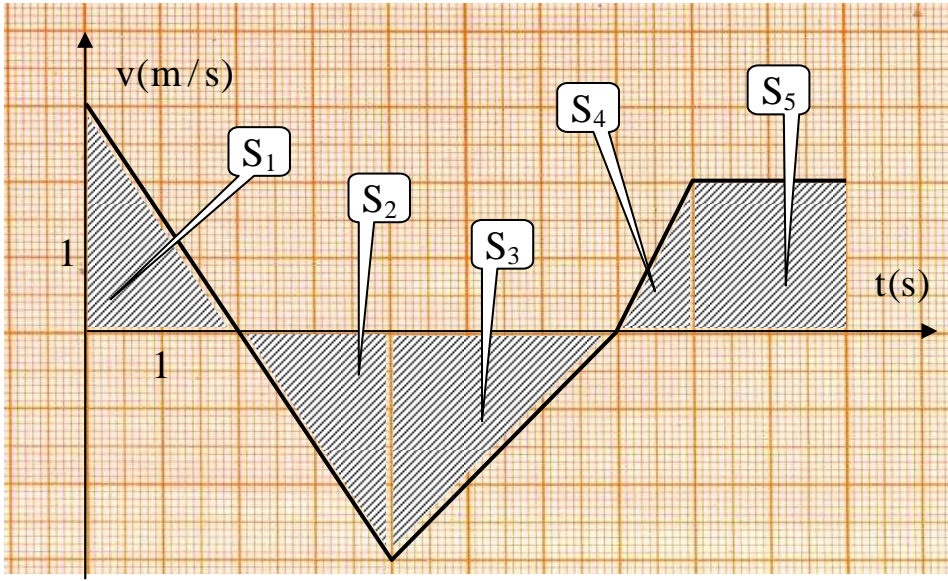
جسم صلب (S) يتحرك على محور موجه ox ، المخطط البياني التالي يمثل تغيرات سرعة مركز عتالة هذا الجسم بدلالة الزمن .



- 1- حدد في كل طور :
 - طبيعة الحركة .
 - قيمة التسارع .
 - المسافة المقطوعة .
- 2- أرسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات تسارع مركز عتالة الجسم (S) بدلالة الزمن t .

الأجوبة :

1- تحديد طبيعة الحركة ، قيمة التسارع ، المسافة المقطوعة ، في كل طور :

**الطور الأول :**

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، و حيث أن : $v > 0$ ، $a < 0$ (الميل سالب) يكون $a.v < 0$ ، و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متباطئة بانتظام .

$$\begin{aligned} \bullet a_1 &= \tan \alpha = -\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -1.5 \text{ m/s}^2 \\ \bullet d_1 &= S_1 = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ m} \end{aligned}$$

الطور الثاني :

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، و حيث أن : $v < 0$ ، $a < 0$ (الميل سالب) يكون $a.v > 0$ ، و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$\begin{aligned} \bullet a_2 &= \tan \alpha = -\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -1.5 \text{ m/s}^2 \\ \bullet d_2 &= S_2 = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ m} \end{aligned}$$

الطور الثالث :

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، و حيث أن : $v < 0$ ، $a > 0$ (الميل موجب) يكون $a.v < 0$ ، و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متباطئة بانتظام .

$$\begin{aligned} \bullet a_3 &= \tan \alpha = +\frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1} = 1 \text{ m/s}^2 \\ \bullet d_3 &= S_3 = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4.5 \text{ m} \end{aligned}$$

الطور الرابع :

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، و حيث أن : $v > 0$ ، $a > 0$ (الميل موجب) يكون $a.v > 0$ ، و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$a_4 = \tan \alpha = -\frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = S_4 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ m}$$

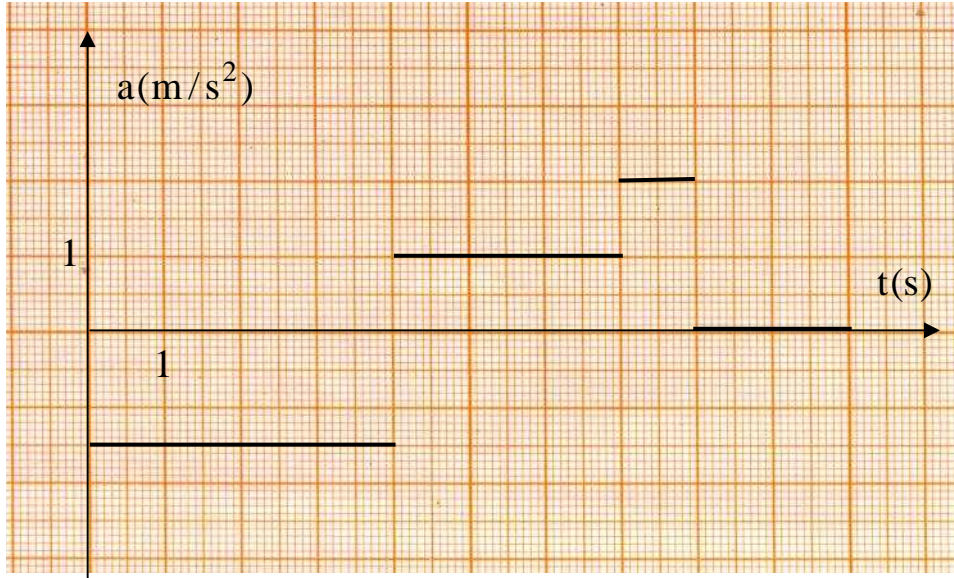
الطور الخامس :

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، و منه الحركة في هذا الطور مستقيمة منتظمة .

$$a_5 = 0$$

$$d_5 = S_5 = (2 \cdot 2) = 4 \text{ m}$$

2- المنحنى البياني $a(t)$:

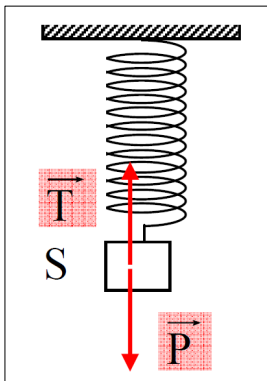


قانون نيوتن الثاني

• تذكير بمفهوم الجملة الميكانيكية و القوى الخارجية :

- الجملة الميكانيكية هو الجسم أو جزء من الجسم أو مجموعة من الأجسام التي تكون محل الدراسة الفيزيائية .
- تكون قوة داخلية إذا كان الجسمين المؤثر و المتأثر بهذه القوة ينتميان إلى نفس الجملة ، أما إذا كان أحد الجسمين داخل الجملة و الآخر خارجها أو كلاهما خارج الجملة نقول عن القوة أنها خارجية .

مثال :



في الشكل المقابل يخضع الجسم (S) إلى تأثير قوتين الأولى قوة الثقل (\vec{P}) الناتجة عن تأثير (جذب) الأرض للجسم (S) و الثانية قوة توتر النابض (\vec{T}) الناتجة عن تأثير النابض على الجسم (S).
-القوتين : الثقل \vec{P} و التوتر \vec{T} يمكن أن تكون داخلية أو خارجية حسب الجملة المختارة كما مبين في الجدول التالي :

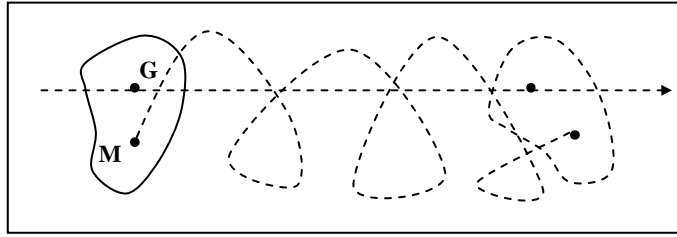
الجملة	الثقل \bar{P}	التوتر \bar{T}
(جسم + أرض)	داخلية	خارجية
(جسم)	خارجية	خارجية
(جسم + نابض)	خارجية	داخلية
(جسم + أرض + نابض)	داخلية	داخلية

● مفهوم النقطة المادية و الجسم الصلب :

- الجسم الصلب هو الجملة التي لا يتغير شكلها أثناء قيامها بحركة ، أي أن المسافة بين نقطتين كيفيتين من هذه الجملة تبقى ثابتة أثناء الحركة .
- النقطة المادية هي كل جسم ذو أبعاد مهملة أمام المرجع الذي يدرس بالنسبة إليه هذا الجسم ، و كتلة النقطة المادية هي كتلة هذا الجسم .

● مفهوم مركز العطالة :

- عندما يكون جسم صلب معزولا أو شبه معزول في مرجع غاليلي ، ويتحرك بحركة كيفية (الشكل-2) فإنه توجد نقطة (G) وحيدة من هذا الجسم حركتها مستقيمة منتظمة ، ندعوها بمركز عطالة هذا الجسم الصلب .



- مركز عطالة جسم متناظر منطبق على مركز تناظره ، مثلا مركز عطالة كرة منطبق على مركزها .

● قانون نيوتن الثاني :

- بالإضافة إلى القانون الأول (مبدأ العطالة) ، و الثالث (مبدأ الأفعال المتبادلة) ينص القانون الذين نحن بصدد دراسته في هذه الوحدة على ما يلي :
- " في معلم غاليلي ، المجموع الشعاعي $\sum \vec{F}_{ext}$ للقوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها في شعاع تسارع مركز عطالتها "
- يكتب القانون الثاني لنيوتن كما يلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

- تعطى المركبات الثلاث للمعادلة الشعاعية في المعلم الكارتيزي :

$$\sum F_x = ma_x, \sum F_y = ma_y, \sum F_z = ma_z$$