

# مركز نظري و تمارين

التطورات الرتبة ٥

دراسة ظواهر كهربائية



الشعب : علوم تجريبية  
رياضيات ، تقني رياضي

\*\*\*\*\*

[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)

السنة الدراسية : 2015/2014

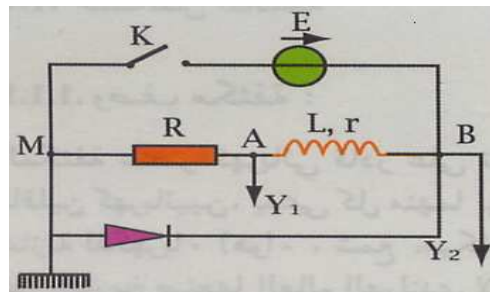
# 03

## المحتوى المفاهيمي :

## ثنائي القطب RL

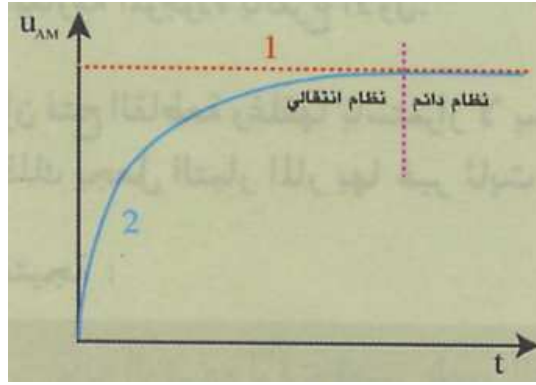
### • الدراسة التجريبية : ( تطور شدة التيار المار في الوشيجة )

- الهدف من هذه الدراسة التجريبية هو دراسة تطور شدة التيار المار بالوشيجة و هو نفس شدة التيار المار بثنائي القطب R-L ، لكن كما هو معلوم راسم الاهتزاز المهبطي يعطي منحنيات التوتر فقط ، لكن كون أن التوتر  $u_R(t)$  بين طرفي الناقل الأومي يتناسب طرديا مع شدة التيار  $i(t)$  وفق العلاقة  $u_R = R i$  ، يكون شكل تطور المنحنى  $u_R(t)$  نفسه شكل تطور المنحنى  $i(t)$  ، إذن لدراسة تطور شدة التيار المار بالوشيجة ندرس تطور التوتر  $u_R(t)$  بين طرفي ناقل أومي موصول على التسلسل مع هذه الوشيجة .
- نحقق الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون من : مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E ، وشيجة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r ، ناقل أومي مقاومة R ، صمام ثنائي ( يسمح بمرور التيار في جهة واحدة فقط ) ، راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة ، قاطعة ( K ) .

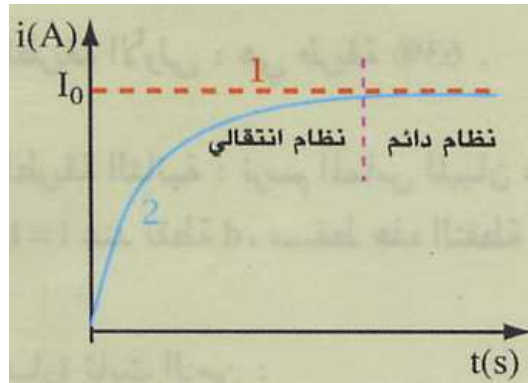


- عند غلق القاطعة :

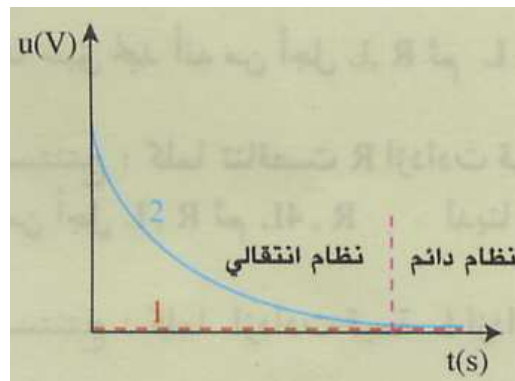
يظهر على شاشة راسم الاهتزازات المنحنيين (1)، (2) التاليين :



- يمثل المنحنى (1) تطور التوتر  $u_{BM}$  بين طرفي المولد لأن  $u_{BM} = E$  و هو مقدار ثابت ، و عليه يمثل المنحنى (2) تطور التوتر  $u_{AM}$  بين طرفي الناقل الأومي .
- كون أن التوتر  $u_{AM}$  بين طرفي الناقل الأومي يتناسب طرديا مع شدة التيار الكهربائي المار به  $(u_{AM} = R i)$  ، يكون شكل تطور المنحنى  $u_{AM}(t)$  نفسه شكل تطور المنحنى  $i(t)$  ، و عليه يكون :

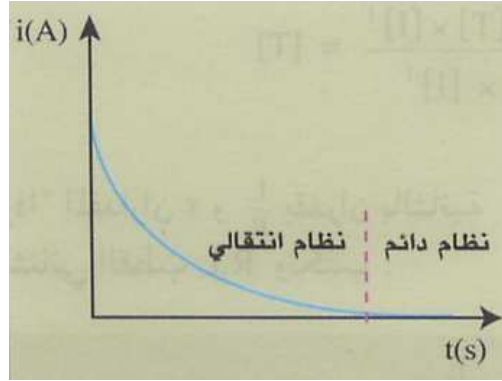


- نلاحظ أن شدة التيار المار بالوشيجة عند غلق القاطعة ، يتزايد تدريجيا في البداية (نظام انتقالي) ، و بعدها تصبح قيمته ثابتة (نظام دائم) ، نستنتج أن شدة التيار المارة بالوشيجة عند غلق القاطعة متعلقة بالزمن .
- عند فتح القاطعة :
- يظهر على شاشة راسم الاهتزازات المنحنيين (1) ، (2) التاليين :



- يمثل المنحنى (1) التوتر  $u_{BM}$  بين طرفي المولد و هو منعدم لأن المولد خارج الدارة ، بينما يمثل المنحنى (2) التوتر  $u_{AM}$  بين طرفي الناقل الأومي حيث يتناقص هذا التوتر تدريجيا عند فتح القاطعة (نظام انتقالي) حتى يصل

إلى قيمة تبقى معدومة ( نظام دائم) ، و منه فإن شدة التيار المار هو أيضا يتناقص تدريجيا حتى يصل إلى قيمة تبقى معدومة ، كما مبين في المنحنى  $i(t)$  التالي :



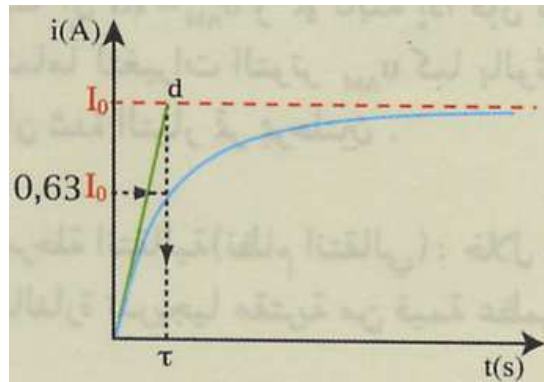
- نلاحظ أن شدة التيار الكهربائي المار بالوشية عند فتح القاطعة يتناقص تدريجيا في البداية (نظام انتقالي) و بعدها ينعدم (نظام دائم). نستنتج أن شدة التيار المار بالوشية عند فتح القطعة متعلق بالزمن .

### • ثابت الزمن لثنائي القطب RL :

- ثابت الزمن الذي ووحدته الثانية في الدارة (RL) ، هو الزمن اللازم لتصل شدة التيار المار بهذه الدارة بعد غلق القاطعة إلى قيمة تساوي 63% من قيمتها العظمى ، و هو نفسه الزمن اللازم لكي تصل شدة التيار المار بالدارة بعد فتح القاطعة إلى قيمة تساوي 37% من قيمتها الأعظمية ، يعبر عنه بالعلاقة :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- نلاحظ أن ثابت الزمن  $\tau$  يزداد بازدياد ذاتية الوشية  $L$  و بنقصان مقاومة الناقل الأومي  $R$  .  
- يعين ثابت الزمن  $\tau$  هندسيا من خلال مماس المنحنيات  $i(t)$  ،  $u(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  حيث يمثل لحظة بلوغ المماس القيمة العظمى أو القيمة المعدومة (الشكل) .



### • الدراسة النظرية : ( تطور شدة التيار المار في الوشية)

■ المعادلة التفاضلية بدلالة  $i(t)$  ( $r \neq 0$ ) :

عند غلق القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_E = u_R + u_b$$

$$E = R i + L \frac{di}{dt} + r i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r) i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R + r}{L} i = \frac{E}{L}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ن حلها :

$$i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

حيث :

$$I_0 = \frac{E}{R + r}$$

$$\tau = \frac{L}{R + r}$$

- عند فتح القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_E = u_R + u_b$$

$$0 = R i + L \frac{di}{dt} + r i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r) i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R + r}{L} i = 0$$

و حيث أن :  $\tau = \frac{L}{R + r}$  يكون  $\frac{R + r}{L} = \frac{1}{\tau}$  و منه تصبح المعادلة التفاضلية :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ن حلها :

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

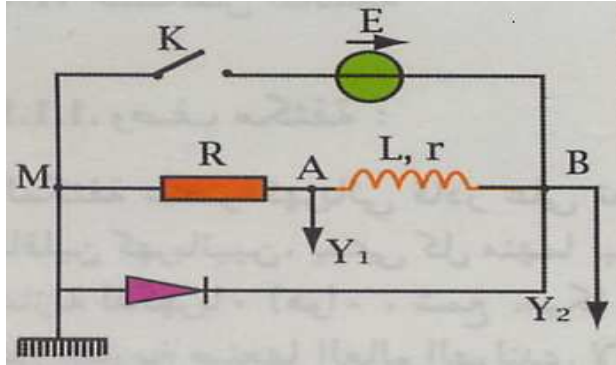
## • طاقة وشيعة :

عندما يجتاز الوشيعة تيار كهربائي شدته  $i$  في لحظة  $t$  فإنها تخزن في هذه اللحظة طاقة يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

## التمرين (1) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$  ، قاطعة ، ناقل أومي مقاومته  $R$  ، وشيعة ذاتيتها  $L$  ومقاومتها الداخلية  $r$  .



1- أكتب العبارات اللحظية مع رسم البيان بشكل كافي لكل من المقادير التالية عند غلق القاطعة و عند فتحها وذلك باهمال المقاومة الداخلية للوشيعة ( $r = 0$ ) :

- التوتر بين طرفي الناقل الأومي .
- التوتر بين طرفي الوشيعة .

2- أعد نفس الأسئلة من أجل ( $r \neq 0$ ) .

3- أكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيعة مع رسم البيان بشكل كافي من أجل ( $r \neq 0$ ) .

4- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر  $u_R(t)$  بين طرفي الناقل الأومي من أجل ( $r \neq 0$ ) عند غلق القاطعة و فتحها .

5- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر  $u_b(t)$  بين طرفي الوشيعة من أجل ( $r = 0$ ) عند غلق القاطعة و فتحها .

## الأجوبة :

1- العبارات اللحظية من أجل ( $r = 0$ ) :

• العبارة اللحظية للتوتر  $u_R(t)$  بين طرفي الناقل الأومي ( $r = 0$ ) :  
- عند غلق القاطعة :

$$u_R = R i$$

- لدينا عند غلق القاطعة :  $i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$  ، بالتعويض في عبارة  $u_R$  نجد :

$$u_R = R I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

و حيث أن :  $I_0 = \frac{E}{R}$  يصبح :

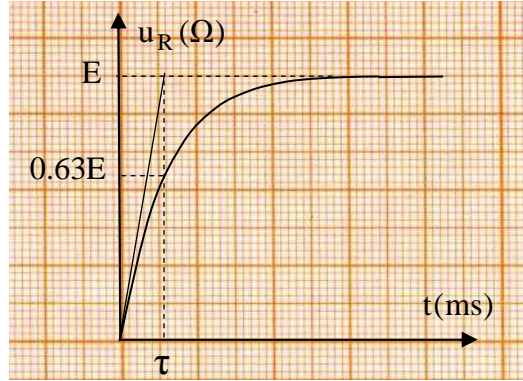
$$u_R = R \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_R = E (1 - e^{-t/\tau})$$

- بيانيا :

- $t = 0 \rightarrow u_R = 0$
- $t = \infty \rightarrow u_R = E$

و منه المنحنى  $u_R(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



- عند فتح القاطعة :

$$u_R = R i$$

لدينا عند فتح القاطعة :  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$  ، بالتعويض في عبارة  $u_R$  :

$$u_R = R I_0 e^{-t/\tau}$$

و حيث أن :  $I_0 = \frac{R}{R}$  يصبح :

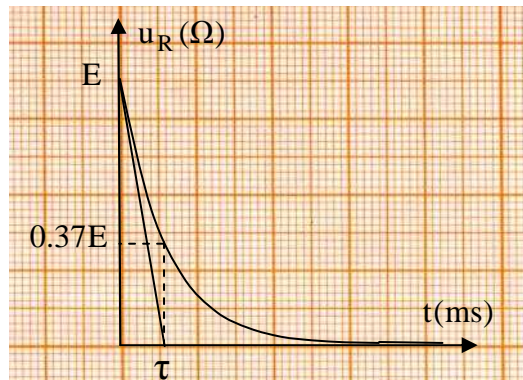
$$u_R = R \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

$$u_R = E e^{-t/\tau}$$

- بيانيا :

- $t = 0 \rightarrow u_R = E$
- $t = \infty \rightarrow u_R = 0$

و منه المنحنى  $u_R(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



• العبارة اللحظية للتوتر  $u_b(t)$  بين طرفي الناقل الوشيعة (  $r = 0$  ) :  
- عند غلق القاطعة :

$$u_b = L \frac{di}{dt}$$

$$i = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\frac{di}{dt} = I_0 \left( 0 - \left( -\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \right) \right) = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في عبارة  $u_b$  :

$$u_b = L \cdot \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} = L \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{L} e^{-t/\tau}$$

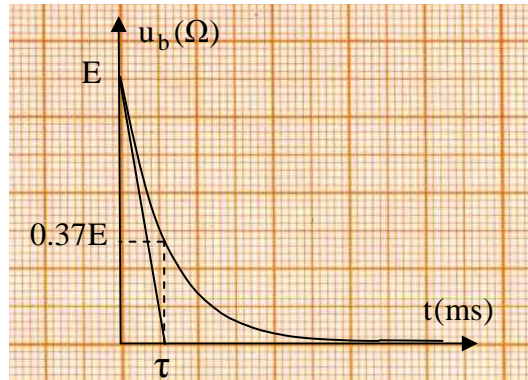
$$u_b = E e^{-t/\tau}$$

- بيانيا :

$$t = 0 \rightarrow u_b = E$$

$$t = \infty \rightarrow u_b = 0$$

و منه المنحنى  $u_b(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الوشيعة عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



- عند فتح القاطعة :

$$u_b = L \frac{di}{dt}$$

$$i = I_0 e^{-t/\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\frac{di}{dt} = - \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في عبارة  $u_b$  نجد :

$$u_b = L \left( - \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \right) = L \left( - \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{L} e^{-t/\tau} \right)$$

$$u_L = - E e^{-t/\tau}$$

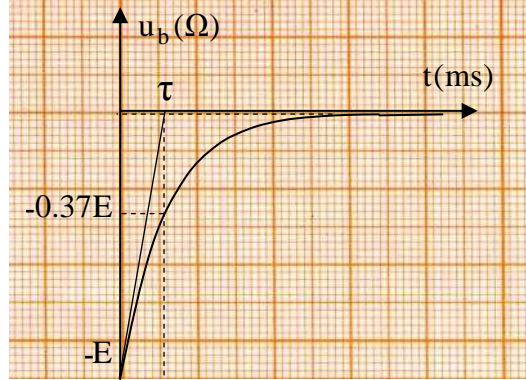


- بيانيا :

$$\blacksquare t = 0 \rightarrow u_b = -E$$

$$\blacksquare t = \infty \rightarrow u_b = 0$$

و منه المنحنى  $u_b(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الوشيعة عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



2- العبارات اللحظية من أجل  $r \neq 0$  :

● العبارة اللحظية للتوتر  $u_R(t)$  بين طرفي الناقل الأومي ( $r \neq 0$ ) :  
- عند غلق القاطعة :

$$u_R = R i$$

لدينا عند غلق القاطعة :  $i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$  بالتعويض في عبارة  $u_R$  نجد :

$$u_R = R I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

و حيث أن  $I_0 = \frac{E}{R+r}$  يصبح :

$$u_R = R \frac{E}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_R = \frac{ER}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

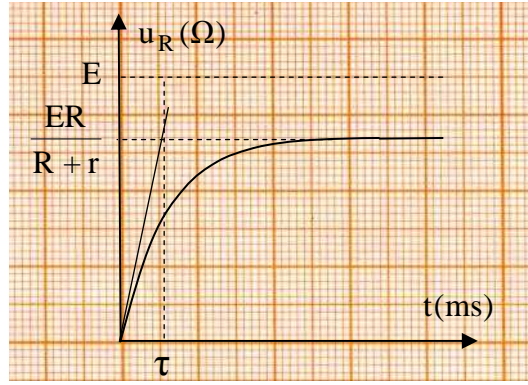
- بيانيا :

$$\blacksquare t = 0 \rightarrow u_R = 0$$

$$\blacksquare t = \infty \rightarrow u_R = \frac{ER}{R+r} < E$$

و منه المنحنى  $u_R(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند غلق القاطعة يكون كما يلي :





- عند فتح القاطعة :

$$u_R = R i$$

عند فتح القاطعة لدينا :  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$  ، بالتعويض في عبارة  $u_R$  نجد :

$$u_R = R I_0 e^{-t/\tau}$$

و حيث أن  $I_0 = \frac{E}{R+r}$  يصبح :

$$u_R = R \frac{E}{R+r} e^{-t/\tau}$$

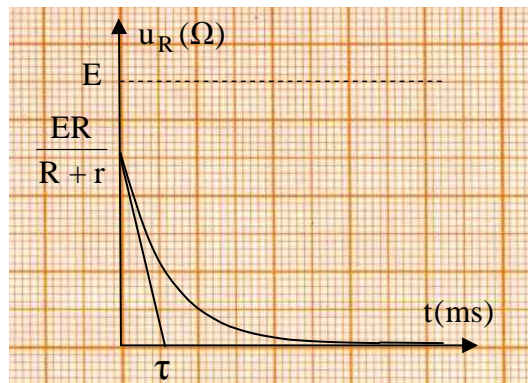
$$u_R = \frac{ER}{R+r} e^{-t/\tau}$$

- بيانها :

$$\blacksquare t = 0 \rightarrow u_R = \frac{ER}{R+r} < E$$

$$\blacksquare t = \infty \rightarrow u_R = 0$$

و منه المنحنى  $u_R(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



2- العبارات اللحظية من أجل (  $r \neq 0$  ) :

• العبارة اللحظية للتوتر  $u_b(t)$  بين طرفي الوشيعه (  $r \neq 0$  ) :

- عند غلق القاطعة :

طريقة أولى :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri$$

لدينا :

$$i = I_0 (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow \frac{di}{dt} = I_0 (0 - (-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau})) = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في عبارة  $u_b$  نجد :

$$u_b = L \cdot \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + r I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

و بما أن  $I_0 = \frac{E}{R+r}$  ،  $\tau = \frac{L}{R}$  يكون :

$$u_b = L \frac{E}{R+r} \frac{L}{R+r} e^{-t/\tau} + \frac{E \cdot r}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_b = E e^{-t/\tau} + \frac{E \cdot r}{R+r} - \frac{E \cdot r}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$u_b = \frac{E \cdot r}{R+r} + (E - \frac{E \cdot r}{R+r}) e^{-t/\tau} \rightarrow u_b = \frac{E \cdot r}{R+r} + (\frac{E \cdot R + E \cdot r - E \cdot r}{R+r}) e^{-t/\tau}$$

$$u_b = \frac{E \cdot r}{R+r} + \frac{E \cdot R}{R+r} e^{-t/\tau}$$

طريقة ثانية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{AM}$$

$$E = u_b + u_R$$

$$u_b = E - u_R$$

$$u_b = E - Ri$$

لدينا :

$$i = I_0 (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

و منه :

$$u_b = E - R \cdot \frac{E}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_b = E - \frac{ER}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_b = E - \frac{ER}{R+r} + \frac{ER}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$u_b = \frac{ER + Er - ER}{R+r} + \frac{ER}{R+r} e^{-t/\tau}$$

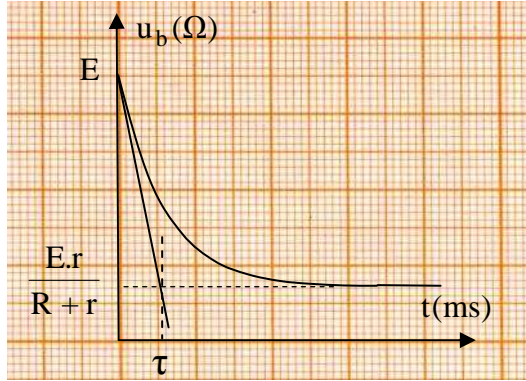
$$u_b = \frac{Er}{R+r} + \frac{ER}{R+r} e^{-t/\tau}$$

- بيانيا :

$$\bullet t = 0 \rightarrow u_b = \frac{E.r}{R+r} + \frac{E.R}{R+r} = \frac{E(R+r)}{R+r} = E$$

$$\bullet t = \infty \rightarrow u_b = \frac{E.r}{R+r}$$

و منه المنحنى  $u_b(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الوشعة عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



- عند فتح القاطعة :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri$$

لدينا :

$$i = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \frac{di}{dt} = I_0 \left(-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right) = -\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في عبارة  $u_b$  نجد :

$$u_b = L \left(-\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}\right) + r I_0 e^{-t/\tau}$$

$$u_b = L \left(-\frac{E}{R+r} \frac{L}{R+r}\right) e^{-t/\tau} + \frac{E.r}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$u_b = E e^{-t/\tau} + \frac{E.r}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$u_b = \left(\frac{E.r}{R+r} - E\right) e^{-t/\tau}$$

$$u_b = \left( \frac{E.r - E.R - E.r}{R + r} \right) e^{-t/\tau}$$

$$u_b = - \frac{E.R}{R + r} e^{-t/\tau}$$

طريقة ثانية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{AM}$$

$$0 = u_b + u_R$$

$$u_b = - u_R$$

$$u_b = - Ri$$

لدينا :

$$i = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{E}{R + r} e^{-t/\tau}$$

و منه :

$$u_b = - R \cdot \frac{E}{R + r} e^{-t/\tau}$$

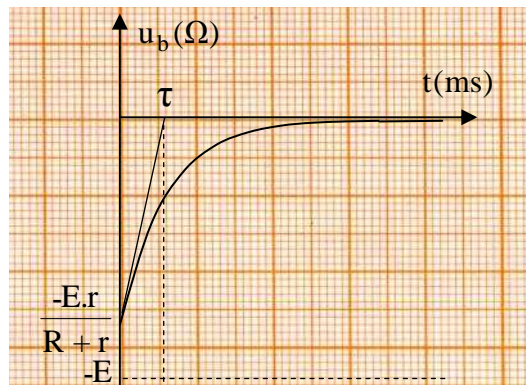
$$u_b = - \frac{ER}{R + r} e^{-t/\tau}$$

- بيانيا :

$$\bullet t = 0 \rightarrow u_b = - \frac{E.R}{R + r}$$

$$\bullet t = \infty \rightarrow u_b = 0$$

و منه المنحنى  $u_b(t)$  الممثل لتطور التوتر بين طرفي الوشيعية عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



3- العبارة اللحظية لطاقة الوشيعية  $E_{(L)}(t)$  بين طرفي الوشيعية :  
عند غلق القاطعة :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} Li^2$$

لدينا عند غلق القاطعة :  $i = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$  بالتعويض في عبارة  $E_{(L)}$  :

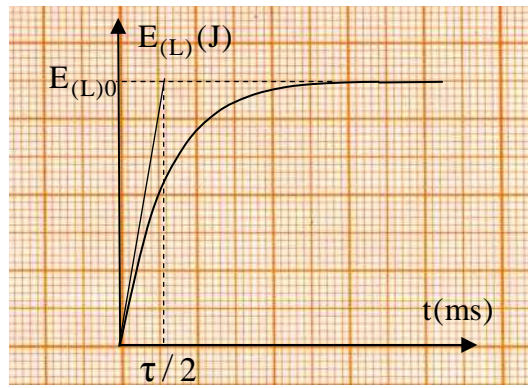
$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-t/\tau})^2 = E_{(L)0} (1 - e^{-t/\tau})$$

حيث :  $E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2$  هي طاقة الوشيعية الأعظمية .

- بيانها :

- $t = 0 \rightarrow E_{(L)} = 0$
- $t = \infty \rightarrow E_{(L)} = E_{(L)0}$

و منه المنحنى  $E_{(L)}(t)$  الممثل لتطور طاقة الوشيعية عند غلق القاطعة يكون كما يلي :



عند فتح القاطعة :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2$$

لدينا عند فتح القاطعة :  $i = I_0 e^{-t/\tau}$  بالتعويض في عبارة  $E_{(L)}$  :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 (e^{-t/\tau})^2$$

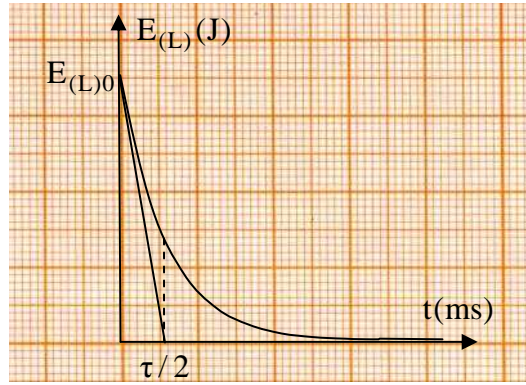
$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-2t/\tau}$$

هندسيا :

$$t = 0 \rightarrow E_{(L)} = E_{(L)0}$$

$$t = \infty \rightarrow E_{(L)} = 0$$

و منه المنحنى  $E_{(L)}(t)$  الممثل لتطور طاقة الوشيعية عند فتح القاطعة يكون كما يلي :



4- المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر  $u_R(t)$  بين طرفي الناقل الأومي ( $r \neq 0$ ) :  
 - عند غلق القاطعة :  
 حسب قانون جمع التوترات

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{MB}$$

$$E = u_R + L \frac{di}{dt} + ri$$

$$E = R.i + L \frac{di}{dt} + r.i$$

$$E = L \frac{di}{dt} + (R + r) i$$

لدينا :

$$u_R = R i \rightarrow i = \frac{u_R}{R} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt}$$

بالتعويض  $u_R$  :

$$E = L \frac{d}{dt} \left( \frac{u_R}{R} \right) + (R + r) \frac{u_R}{R}$$

$$E = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{R} u_R$$

$$\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{R} u_R = E$$

بضرب الطرفين في  $\frac{R}{L}$  نجد :

$$\frac{R}{L} \cdot \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} \frac{(R + r)}{R} u_R = \frac{R}{L} \cdot E$$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{L} u_R = \frac{ER}{L}}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

- عند فتح القاطعة :  
حسب قانون جمع التوترات

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{MB}$$

$$0 = u_R + L \frac{di}{dt} + ri$$

$$R.i + L \frac{di}{dt} + r.i = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r) i = 0$$

لدينا :

$$u_R = R i \rightarrow i = \frac{u_R}{R} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt}$$

بالتعويض  $u_R$  :

$$L \left( \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt} \right) + (R + r) \frac{u_R}{R} = 0$$

$$\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{R} u_R = 0$$

بضرب الطرفين في  $\frac{R}{L}$  نجد :

$$\frac{R}{L} \cdot \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} \frac{(R + r)}{R} u_R = 0$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{L} u_R = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

5- المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر  $u_b(t)$  بين طرفي الوشيعية من أجل  $(r \neq 0)$  :

عند غلق القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_E = u_R + u_b$$

$$E = R i + u_b$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{du_b}{dt}$$

$$R \frac{di}{dt} + \frac{du_b}{dt} = 0$$

لدينا من أجل  $(r \neq 0)$



$$u_b = L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{u_b}{L}$$

بالتعويض :

$$R \frac{u_b}{L} + \frac{du_b}{dt} = 0$$

و منه يصبح

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L} u_b = 0$$

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L} u_b = 0$$

عند فتح القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_E = u_R + u_b$$

$$0 = R i + u_b$$

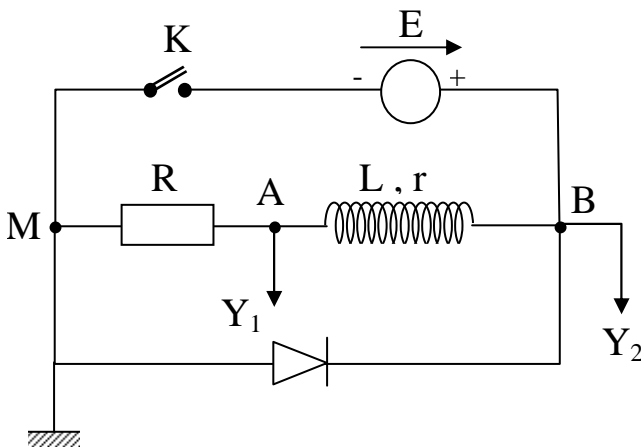
نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{du_b}{dt} = 0$$

من أجل ( $r \neq 0$ ) و بنفس الطريقة السابقة نجد :

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{R}{L} u_b = 0$$

## التمرين (2) :



نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية  $E$  ، قاطعة ، ناقل أومي مقاومته  $R$  ، وشيعة ذاتيتها  $L$  و مقاومتها الداخلية  $r$  .

1- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار  $i(t)$  ،  $I_0$  ،  $\tau$  ،

مبيناً حلها دون برهان ، في الحالتين :

▪ عند غلق القاطعة .

▪ عند فتح القاطعة .

2- بين أن الوشيعة تسلك سلوك ناقل أومي في النظام الدائم ؟

3- لإظهار المنحنيين  $u_{AM}(t)$  ،  $u_{BM}(t)$  نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ، ماذا يمكن استعمال أيضا بدل ذلك .

**الأجوبة :**1- المعادلة التفاضلية بدلالة  $i(t)$  ( $r = 0$ ) :

■ عند غلق القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{MB}$$

$$E = R i + L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + R i = E$$

بقسمة الطرفين على  $R$  :

$$\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$$

و حيث أن :  $I_0 = \frac{E}{R}$  ،  $\tau = \frac{L}{R}$  يمكن كتابة :

$$\tau \frac{di}{dt} + i = I_0$$

بقسمة الطرفين على  $\tau$  نحصل على المعادلة التفاضلية المطلوبة :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{I_0}{\tau}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها :  $i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$ 

■ عند فتح القاطعة :

حسب قانون جمع التوترات

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{MB}$$

$$0 = R i + L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + R i = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

و حيث أن  $\tau = \frac{L}{R}$  يكون  $\frac{R}{L} = \frac{1}{\tau}$  و منه تصبح المعادلة التفاضلية :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها :  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

2- إثبات أن الوشيجة تسلك سلوك ناقل أومي في النظام الدائم :  
لدينا :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri$$

في النظام الدائم ، عند غلق القاطعة تكون شدة التيار ثابتة ، ومنه :  $\frac{di}{dt} = 0$  ، ليصبح :

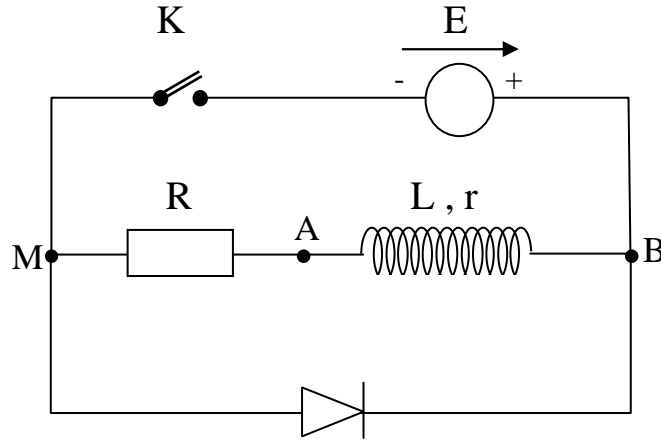
$$u_b = r i$$

إذن الوشيجة في النظام الدائم تسلك سلوك ناقل أومي .

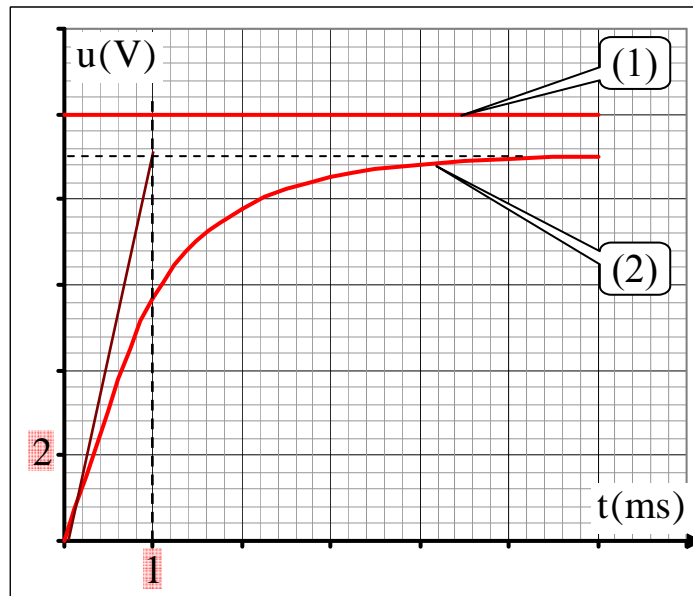
3- لإظهار المنحنيين  $u_{AM}(t)$  ،  $u_{BM}(t)$  نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ، كما يمكن استعمال جهاز ExAo أو مقياس الفولط العادي .

### التمرين (3) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، قاطعة ، ناقل أومي مقاومته  $R = 90 \Omega$  ، وشيجة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r .



نغلق القاطعة فيظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحنيين (1) ، (2) المبينين في الشكل التالي ، حيث يمثل المنحنى (1) تغيرات التوتر بين طرفي المولد ، و المنحنى (2) يمثل تغيرات التوتر  $u_R$  بين طرفي الناقل الأومي .



1- أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة  $i(t)$  .

ب- أثبت  $i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$  هو حل لهذه المعادلة .

ج- اعتمادا على المعادلة التفاضلية أثبت أن شدة التيار الأعظمية  $I_0$  المار بالدائرة يعبر عنه بالعلاقة  $I_0 = \frac{E}{R+r}$  .

2- بواسطة رسم كيفي بين كيف تم ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدائرة حتى تمكنا من الحصول على المنحنيين (1) ، (2) .

3- اعتمادا على هذين المنحنيين أوجد :

- القوة المحركة الكهربائية  $E$  للمولد .
- شدة التيار الكهربائي الأعظمية  $I_0$  و كذلك ثابت الزمن  $\tau$  للدائرة .
- المقاومة الداخلية للوشية .
- ذاتية الوشية .

4- نفتح الآن القاطعة .

أ- اكتب المعادلة التفاضلية التي تعبر عن شدة التيار  $i = f(t)$  المار بالدائرة .

ب- حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل :  $i = I_0 e^{-\frac{t}{A}}$  ، حيث  $A$  ثابت يطلب التعبير عنهما .

ج- ماذا يمثل  $A$  و ما هو مدلوله الفيزيائي و بين أنه متجانس مع الزمن (وحدته الثانية) .

### الأجوبة :

1- المعادلة التفاضلية بدلالة  $i(t)$  :

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

ب- إثبات حل المعادلة :

لدينا :

$$\bullet i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

$$\bullet \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{(R+r)}{L} \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{E}{L} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} = \frac{E}{L} \rightarrow \frac{E}{L} = \frac{E}{L}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

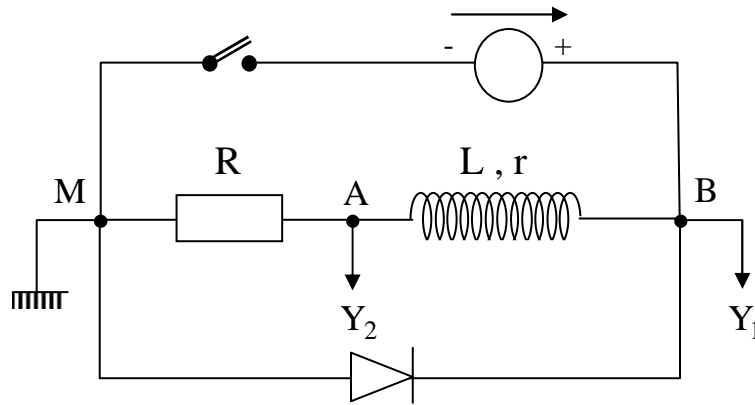
ج- إثبات أن  $I_0 = \frac{E}{R+r}$  :  
لدينا :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$$

في النظام الدائم يكون :  $i = I_0$  ،  $\frac{di}{dt} = 0$  ، بالتعويض نجد :

$$0 + \frac{R+r}{L} I_0 = \frac{E}{L} \rightarrow (R+r) I_0 = E \rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

2- كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي :



3- القوة المحركة الكهربائية للمولد :

- التوتر بين طرفي المولد ثابت و مساوي للقوة المحركة الكهربائية له أي :  $u_{BM} = E$   
من المنحنى (1) :  $u_{BM} = 10V$  .

إذن :  $E = 10V$

■ شدة التيار الكهربائي الأعظمية :  $I_0$

من المنحنى (2) :  $u_{R0} = 9V$  .  
لدينا :

$$u_R = Ri \rightarrow u_{R0} = RI_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{R0}}{R}$$

$$I_0 = \frac{9}{90} = 0.1A$$

■ ثابت الزمن :

من تقاطع مماس المنحنى عند  $t = 0$  مع المستقيم المقارب للمنحنى  $u_R(t)$  و بإسقاط نقطة التقاطع على محور الأزمنة نجد :  $\tau = 1.5 \cdot 10^{-3} s$  .

■ المقاومة الداخلية للوشية :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$$

$$r = \frac{10}{0.1} - 90 = 10 \Omega$$

■ ذاتية الوشيجة :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = (R+r)\tau$$

$$L = (90+10) \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} = 0.15 \text{ H}$$

4-أ. المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{BM} = u_{BA} + u_{AM}$$

$$0 = L \frac{di}{dt} + ri + Ri$$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = 0$$

ب- عبارة A :

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{A}}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{A}}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$-\frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{A}} + \frac{R+r}{L} (I_0 e^{-\frac{t}{A}}) = 0$$

$$\left(-\frac{1}{\tau} + \frac{R+r}{L}\right) I_0 e^{-\frac{t}{A}} = 0$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكل تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$-\frac{1}{\tau} + \frac{R+r}{L} = 0$$

$$\frac{R+r}{L} = \frac{1}{\tau} \rightarrow A = \frac{L}{R+r}$$

ج- يمثل A ثابت الزمن للدارة RL و مدلوله الفيزيائي هو أنه يمثل الزمن اللازم لبلوغ شدة التيار المار بالوشيجة 63% من قيمته الأعظمية .

■ إثبات أن  $A = \tau$  (ثابت الزمن) أنه متجانس مع الزمن :  
لدينا :

$$A = \frac{L}{R+r}$$

بالتحليل البعدي :

$$[A] = \frac{[L]}{[R_T]}$$

و حيث لأن :

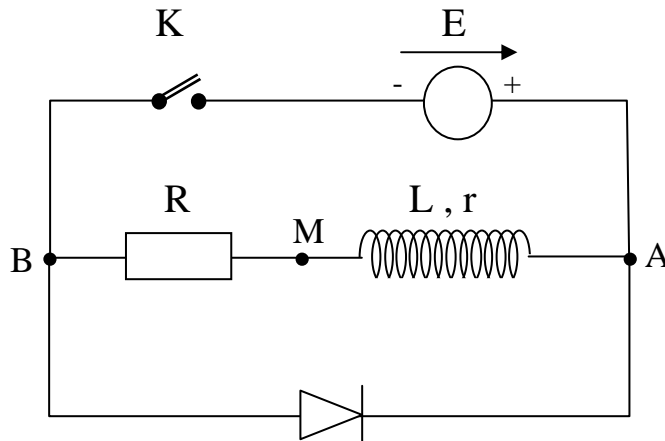
$$\begin{aligned} \bullet u_b &= L \frac{di}{dt} \rightarrow [U] = [L] \frac{[I]}{[T]} \rightarrow [L] = \frac{[U][T]}{[I]} \\ \bullet u_R &= RI \rightarrow [U] = [R][I] \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]} \end{aligned}$$

يكون بالتعويض في عبارة  $[\tau]$  نجد :

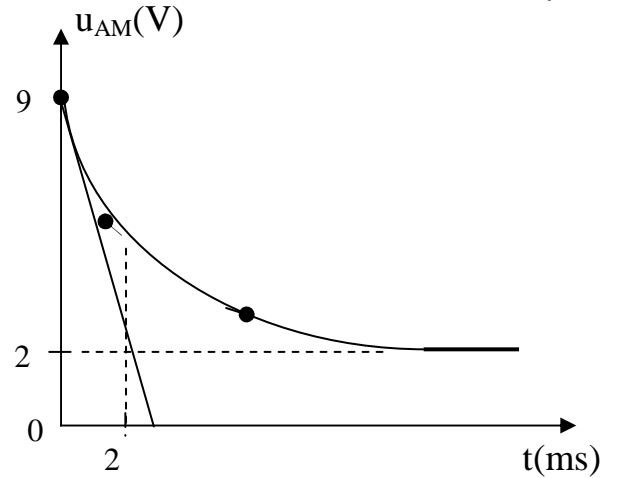
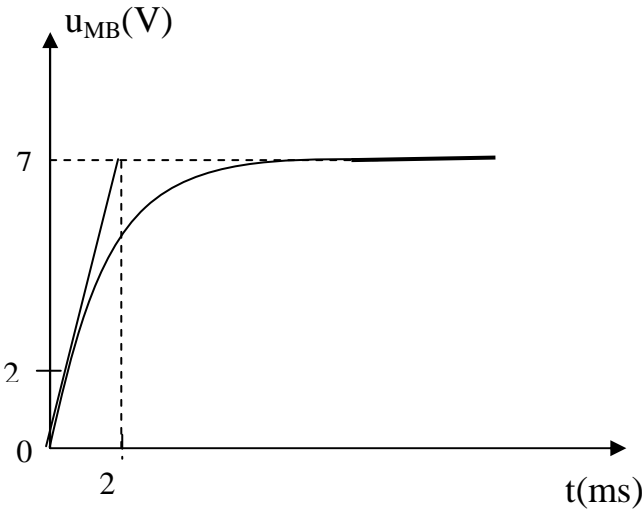
$$[A] = \frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = \frac{[U][T]}{[I]} \cdot \frac{[I]}{[U]} \rightarrow [A] = [T] = s$$

إذن الثابت A (ثابت الزمن  $\tau$ ) متجانس مع الزمن .**التمرين (4) :**

الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي تتكون من العناصر التالية موصولة على التسلسل : مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية  $r = 20 \Omega$  .



عند ربط هذه الدارة بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي نتحصل على البيانيين المبينين في الشكلين (2) ، (3) عند غلق القاطعة .



1- اعتمادا على المنحنيين أوجد :



- أ- القوة المحركة الكهربائية  $E$  .  
 ب- الشدة الأعظمية للتيار الكهربائي .  
 ج- مقاومة الناقل الأومي  $R$  .  
 د- ثابت الزمن  $\tau$  .  
 هـ- ذاتية الوشاعة .
- 2- عند اللحظة  $t = 4 \text{ ms}$  أوجد :  
 أ- شدة التيار الكهربائي .  
 ب- الطاقة المخزنة في الوشاعة .  
 3- أحسب طاقة الوشاعة في النظام الدائم .

**الأجوبة :**1-أ- القوة المحركة  $E$  :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_{AM} + u_{MB}$$

عند النظام الدائم يكون :

$$E = u_{AM0} + u_{MB0}$$

من البيانين :  $u_{AM0} = 2V$  ،  $u_{MB0} = 7V$  و منه يصبح :

$$E = 2 + 7 = 9V$$

ب- الشدة الأعظمية للتيار الكهربائي :

لدينا :  $u_{AM} = L \frac{di}{dt} + ri$  و في النظام الدائم أين  $\frac{di}{dt} = 0$  ،  $i = I_0$  يكون :

$$u_{AM0} = r I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{AM0}}{r} \rightarrow I_0 = \frac{2}{20} = 0.1 \text{ A}$$

ج- مقاومة الناقل الأومي  $R$  :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \rightarrow R = \frac{E}{I_0} - r \rightarrow R = \frac{9}{0.1} - 20 = 70 \Omega$$

د- ثابت الزمن  $\tau$  :من البيانين مباشرة :  $\tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ 

هـ- ذاتية الوشاعة :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r) \rightarrow L = 2 \cdot 10^{-3} (70 + 20) = 0.18 \text{ H}$$

2- عند اللحظة  $t = 4 \text{ ms}$ 

• شدة التيار الكهربائي :

$$i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

$$t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \rightarrow i = \frac{9}{70+20} (1 - e^{-\frac{70+20}{0.18} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}) = 8.65 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

• الطاقة المخزنة في الوشيجة :

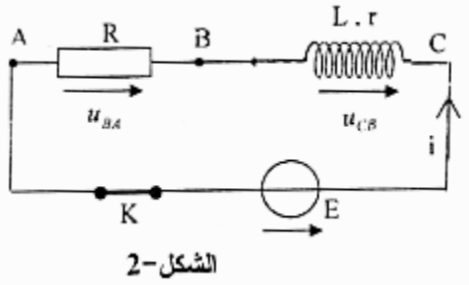
$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow E_{(L)} = \frac{1}{2} \cdot 0.18 (8.65 \cdot 10^{-2})^2 = 6.73 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

3- طاقة الوشيجة في النظام الدائم :  
في النظام الدائم تكون طاقة الوشيجة أعظمية و عليه :

$$E_{(L)} = E_{(L)0} = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 \rightarrow E_{(L)} = 0.5 \cdot 0.18 (0.1)^2 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

## تمارين مقترحة

### التمرين (5) : ( بكالوريا 2008 – علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 03 على الموقع)

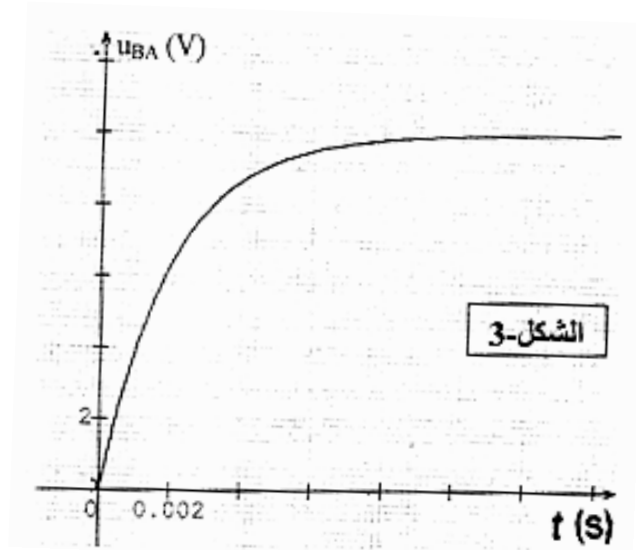


تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في (الشكل-2) على :

- مولد توتره الكهربائي ثابت  $E = 12V$  .
- ناقل أومي مقاومته  $R = 10 \Omega$  .
- وشيعة ذاتيتها  $L$  و مقاومتها  $r$  .
- قاطعة  $K$  .

1- نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة ، لإظهار التوترين الكهربائيين  $(u_{CB})$  و  $(u_{AB})$  . بين على مخطط الدارة الكهربائية ، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز .

2- نغلق القاطعة  $K$  في اللحظة  $t = 0$  يمثل (الشكل-3) المنحنى  $u_{BA} = f(t)$  المشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي .



عندما تصبح الدارة في حالة النظام الدائم أوجد قيمة :

- أ/ التوتر الكهربائي  $(u_{BA})$  .
- ب/ التوتر الكهربائي  $(u_{CB})$  .
- ج/ الشدة العظمى للتيار المار في الدارة .
- 3- بالاعتماد على البيان (الشكل-3) . استنتج :
  - أ/ قيمة  $(\tau)$  ثابت الزمن المميز للدارة .
  - ب/ مقاومة و ذاتية الوشيعة .
- 4- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

**أجوبة مختصرة :**

(1) كيفية ربط الدارة براسم الاهتزاز المهبطي :

$$-2 \text{ أ) } u_{BA} = u_{BA0} = 10 \text{ V} ,$$

$$\text{ب) } u_{CB0} = E - u_{BA0} = 2 \text{ V} .$$

$$\text{ج) } I_0 = \frac{u_{BA0}}{R} = 1 \text{ A} .$$

-3 أ) من خلال تقاطع المماس عند  $t = 0$  مع الخط  $u_{BA} = E$  يكون :  $\tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  .

$$\text{ب) } E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad (4 \text{ ، } L = \tau (R + r) = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ H} , r = \frac{E}{I_0} - R = 2 \Omega$$

**التمرين (6) :** ( بكالوريا 2009 – رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 06 على الموقع)

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

▪ مولد ذي توتر ثابت  $(E = 12 \text{ V})$  .

▪ وشيعة ذاتيتها  $(L = 300 \text{ mH})$  ومقاومتها  $(r = 10 \Omega)$  .

▪ ناقل أومي مقاومته  $(R = 110 \Omega)$  .

▪ قاطعة  $(k)$  . (الشكل-1) .

1- في اللحظة  $(t = 0 \text{ s})$  نغلق القاطعة  $(k)$  : أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي  $I_0$  الذي يجتاز الدارة ؟

3- باعتبار العلاقة  $i = A (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال-1 .

أ/ أوجد العبارة الحرفية لكل من  $A$  و  $\tau$  .

ب/ استنتج عبارة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  بين طرفي الوشيعة .

4/أ/ أحسب قيمة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  في النظام الدائم .

ب/ ارسم كيفيا شكل البيان  $u_{BC} = f(t)$  .

**أجوبة مختصرة :**

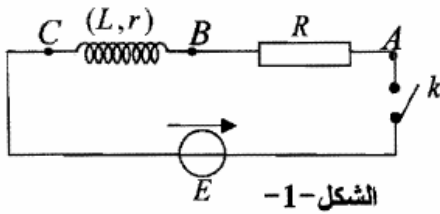
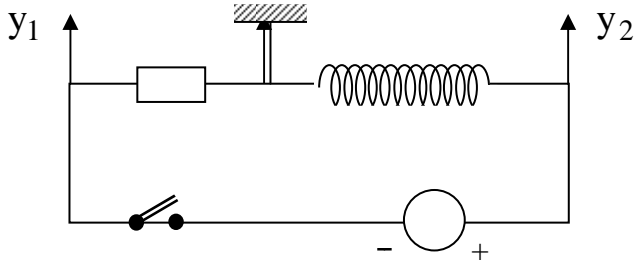
$$(1) \quad \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$$

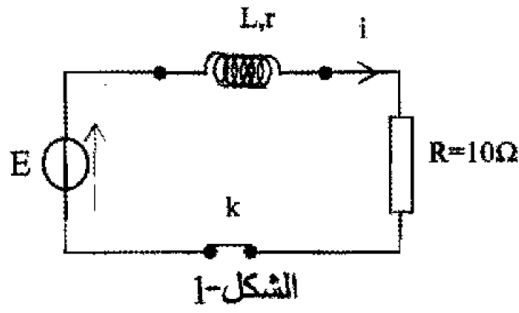
(2) في النظام الدائم تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي لأن :  $\frac{di}{dt} = 0$  و يصبح  $u_{BC} = ri$  ،  $i = \frac{E}{R+r}$  .

$$-3 \text{ أ) } A = \frac{E}{R+r} , \tau = \frac{L}{R+r} .$$

$$\text{ب) } u_{BC} = \frac{Er}{R+r} + \frac{ER}{R+r} e^{-t/\tau}$$

-4 أ) في النظام الدائم  $(t = \infty)$  يكون  $e^{-t/\tau} = 0$  ، بالتعويض في عبارة  $u_{BC}$  يكون :  $u_{BC} = 1 \text{ V}$



**التمرين (7) :** ( بكالوريا 2010 – علوم تجريبية ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 07 على الموقع)

نريد تعيين (L,r) مميزتي وشيعة نربطها في دائرة كهربائية على التسلسل مع :

- مولد كهربائي ذي توتر ثابت  $E = 6V$  .

- ناقل أومي مقاومته  $R = 10 \Omega$  .

- قاطعة k (الشكل-1) .

1- نغلق القاطعة k ، اكتب عبارة كل من :

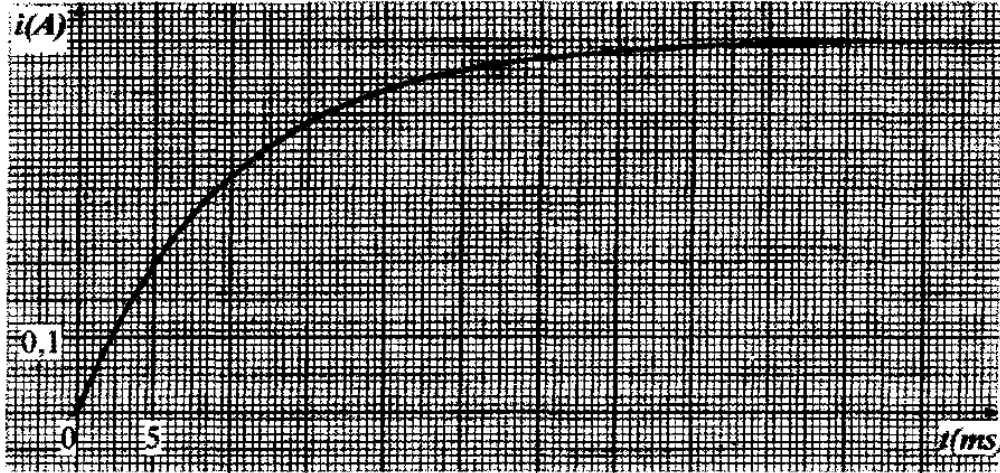
$u_R$  : التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R .

$u_b$  : التوتر بين طرفي الوشيعة .

2- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي  $i(t)$  المار في الدارة .

3- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل :  $i(t) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t})$  .

4- مكنت الدراسة التجريبية بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة و رسم البيان الممثل له في (الشكل-2) .



الشكل-2

بالاستعانة بالبيان أحسب :

أ- المقاومة r للوشيعة .

ب- قيمة  $\tau$  ثابت الزمن ، ثم استنتج قيمة L ذاتية الوشيعة .

5- أحسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم .

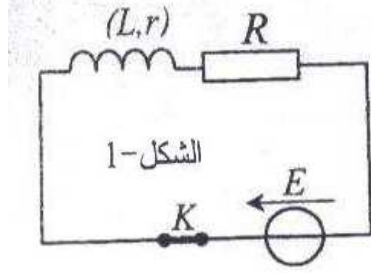
**أجوبة مختصرة :**

$$r = \frac{E}{I_0} - R = 2 \Omega \quad (1 \text{ - } 4) , \quad \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L} \quad (2 , \quad u_b = L \frac{di}{dt} + r i , \quad u_R = Ri)$$

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 1.54 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad (5 , \quad L = \tau (R+r) = 0.12 \text{ H} , \quad \tau \approx 10 \text{ ms})$$

**التمرين (8) :** ( بكالوريا 2011 - رياضيات ) (الحل المفصل : تمرين مقترح 10 على الموقع)

بهدف تعيين الثابتين  $(L, r)$  المميزين لوشية ، نحقق الدارة الكهربائية (الشكل-1) ، حيث :  $E = 9V$  و  $R = 45 \Omega$  في اللحظة  $t = 0s$  نغلق القاطعة  $K$  .



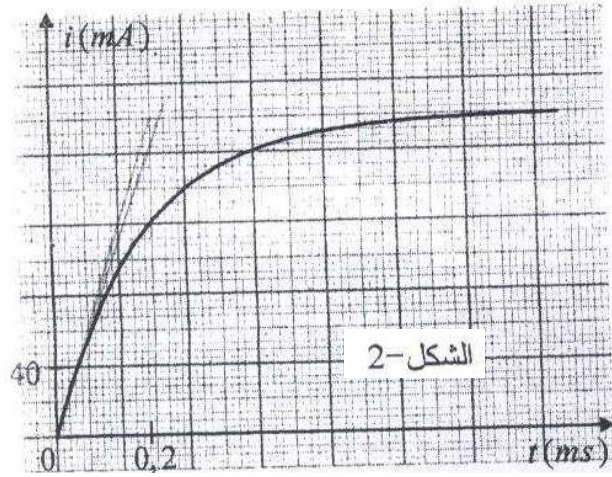
1- باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L}$$

2- العبارة  $i(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$  هي حل للمعادلة التفاضلية . أوجد الثابت  $A$  . ماذا يمثل .

3- عبر عن ثابت الزمن  $\tau$  بدلالة  $L$  ،  $r$  و  $R$  و بين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .

4- بواسطة لاقط أمبير متر موصول بالدائرة و مرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجة مناسبة ، نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي  $i(t)$  (الشكل-2) .



أ- أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن  $\tau$  ، مع شرح الطريقة المتبعة .

ب- أوجد قيمة المقاومة  $r$  ، ثم احسب قيمة ذاتية الوشية  $L$  .

5- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشية .

**أجوبة مختصرة :**

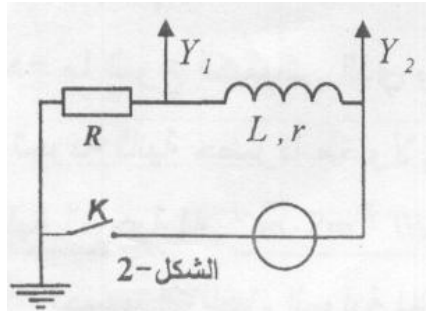
$$(1) \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$$

$$(2) \quad A = \frac{E}{R+r} \quad \text{، يمثل } A \text{ الشدة الأعظمية للتيار أو شدة التيار في النظام الدائم عند غلق القاطعة .}$$

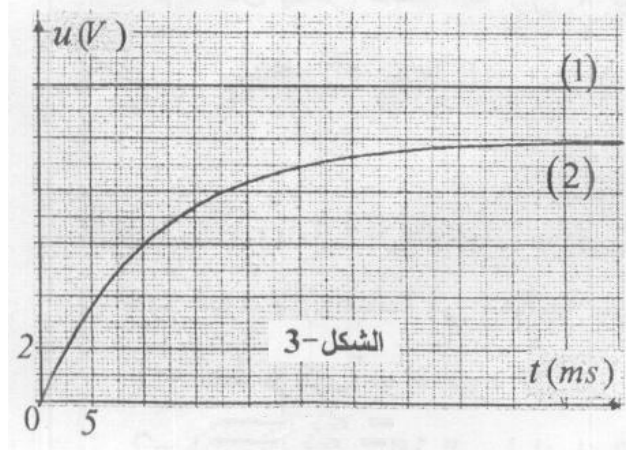
$$(3) \quad \tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T}$$

4- (أ) من البيان  $I_0 = 0.18 A$  و حسب تعريف ثابت الزمن  $\tau$  يكون :  $i = 0.63 I_0 = 0.11 A$  ،  $t = \tau$  ، بالإسقاط في البيان مع الأخذ بعين الاعتبار سلم الرسم نجد :  $\tau = 0.2 ms$  .

$$(د) \quad r = \frac{E}{I_0} - R = 5 \Omega \quad ، \quad L = \tau(R+r) = 10^{-2} H \quad ، \quad E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 1.62 \cdot 10^{-4} J \quad (5)$$

**التمرين (9) :** ( بكالوريا 2012 - علوم تجريبية ) ( الحل المفصل : تمرين مقترح 13 على الموقع )

- تتكون دائرة كهربائية (الشكل-2) من :
- مولد للتوتر الكهربائي قوته المحركة الكهربائية  $E$ .
  - ناقل أومي مقاومته  $R = 100 \Omega$ .
  - وشيعة ذاتيها  $L$  و مقاومتها  $r$ .
  - قاطعة  $k$ .
- نوصل مدخلي راسم الاهتزاز المهبطي ذي ذاكرة (الشكل-2) ، في لحظة  $t = 0$  نغلق القاطعة  $k$  فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (1) ، (2) (الشكل-3) .



- 1- أ- حدد لكل مدخل المنحنى البياني الموافق له . علل .  
ب- بتطبيق قانون جمع التوترات الكهربائية جد المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي  $i(t)$  .
- 2- أ- ما قيمة التوتر الكهربائي  $E$  ؟  
ب- جد قيمة شدة التيار الكهربائي الأعظمي  $I_0$  .  
ج- احسب قيمة  $r$  مقاومة الوشيعة .
- 3- أ- جد بيانيا قيمة  $\tau$  ثابت الزمن . و بين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .  
ب- احسب  $L$  ذاتية الوشيعة .
- 4- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

**أجوبة مختصرة :**

- 1) المدخل  $Y_1 \leftarrow$  المنحنى (2) ، المدخل  $Y_2 \leftarrow$  المنحنى (1) ، ب)  $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$
- 2- أ)  $E = 12 \text{ V}$  ، ب)  $I_0 = \frac{u_{R0}}{R} = 0.1 \text{ A}$  ، ج)  $r = \frac{E}{I_0} - R = 20 \Omega$
- 3- أ)  $\tau = 10 \text{ ms}$  ، ب)  $L = \tau (R+r) = 1.2 \text{ H}$  ، 4)  $E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 6.10^{-3} \text{ J}$