

Tugas Latex Aplikom

Latek Aplikom/Tugas

oleh

Azifah Azka Apriliana

23030630006



**PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPARTEMEN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2023

PENUGASAN LATEX APLIKOM

Tugas Latex Aplikom/Tugas

Sebagai syarat memenuhi tugas aplikom
Aplikasi Komputer

oleh

Azifah Azka Apriliana

2300630006

**PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPARTEMEN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2023



PENDAHULUAN

Saya yang membuat ini:

Nama : Azifah Azka Apriliana
NIM : 23030630006
Departemen : Matematika
Penulis tugas berjudul : Tugas Latex Aplikom
dengan ini menyatakan bahwa:

1. Tugas ini untuk memenuhi tugas aplikom, selain itu untuk menambah wawasan,
2. Apabila di kemudian hari tugas yang saya tulis dapat berguna, untuk belajar kembali.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Yogyakarta, 29 November 2024
Yang menyatakan,

Azifah Azka Apriliana
23030630006

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENDAHULUAN	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I Aljabar	1
Aplikasi Komputer	1
EMT untuk Perhitungan Aljabar	3
Contoh pertama	3
Bilangan Asli	8
Nilai Boolean	10
Format Keluaran	11
Ekspresi	15
Matematika Simbolik	19
Matematika Simbolik	21
Parameter Default	30
Memecahkan Ekspresi	41
Menyelesaikan Pertidaksamaan	47
Fungsi Matriks Lainnya (Membangun Matriks)	61
Vektorisasi	69
Sub-Matriks dan Matriks-Elemen	77
Menyortir dan Mengacak	81
Aljabar linier	83
Matriks Simbolik	85
Memecahkan Persamaan	95
Solusi Simbolik untuk Masalah Suku Bunga	99
Geometri	103
Aplikom geometri Azifah Azka Apriliana 23030630006	1
Visualisasi dan Perhitungan Geometri dengan EMT	1
Fungsi-fungsi Geometri	1
Contoh 1: Luas, Lingkaran Luar, Lingkaran Dalam	
Segitiga	3

Latihan	8
Contoh 2: Geometri Simbolik	12
Garis dan Lingkaran yang Berpotongan	14
Garis Sumbu	16
Contoh 3: Rumus Heron	18
Parabola	28
Contoh 5: Trigonometri Rasional	30
Contoh lain	34
Pembagi Sudut	38
Sudut Akord	40
Catatan awal	42
Dua poin	43
Tiga poin	44
Empat poin	46
Contoh 7: Bola Dandelin dengan Povray	48
Plot dengan Povray	51
Contoh 8: Geometri Bumi	57
MENCOBA RUMUS-RUMUS PADA MATEI DI	
ATAS	64
Geometri Simbolik	64
Garis dan Lingkaran yang berpotongan	66
Garis Sumbu	68
contoh lain dari materi trigonometri rasional	73
Catatan awal	76
Dua poin	76
Tiga poin	77
Empat poin	79
Contoh 7: Bola Dandelin dengan Povray	80
Latihan	82
Kalkulus	95
Azifah Azka Apriliana Aplikom Kalkulus	1
Tugas Aplikasi Komputer	1
Kalkulus dengan EMT	3
Fungsi	5
Jenis-jenis Fungsi yang akan Dielajari	5
Mendefinisikan Fungsi	7
Contoh Fungsi Aljabar	11

Contoh Fungsi Trigonometri	12
Contoh Fungsi Eksponensial	13
Contoh Fungsi Logaritma	14
Contoh Komposisi Fungsi	15
Latihan	17
Sifat-sifat Limit	19
Limit Aljabar	22
Limit Aljabar	22
Latihan	29
Turunan fungsi Aljabar	30
Turunan fungsi trigonometri	35
Turunan fungsi logaritma	43
Aplikasi turunan	48
Soal-soal Latihan	51
Barisan dan Deret	53
Menggunakan titik dua	55
Menggunakan perintah “sequence” dan rumus barisan (suku ke -n).	57
Menggunakan perintah “iterate” atau “niterate”	59
Spiral Theodorus	61
Limit Barisan	63
Deret Taylor	65
Turunan fungsi multivariabel.	69
Grafik Grafik fungsi multivariabel adalah representasi visual dari fungsi.	71
Turunan	75
Integral.	77
Aplikasinya.	79
Tugas Aplikasi Komputer Pertemuan 4	1
Menggambar Grafik 2D dengan EMT	3
Basic Plots	3
Plot Aspect	6
2D Plots in Euler.	9
Plot Ekspresi atau Variabel	11
Fungsi dalam satu Parameter.	19

Menggambar Beberapa Kurva pada bidang koordinat yang sama	23
Label Text	28
LaTeX	31
Interaksi Pengguna	33
Gaya Plot 2D	36
Memplot data 2D	45
Menggambar Daerah Yang Dibatasi Kurva	47
Grafik Fungsi Parametrik.	53
Menggambar Grafik Bilangan Kompleks	55
Plot Statistik	57
Fungsi Implisit.	63
Plot Logaritmik	71
Rujukan Lengkap Fungsi plot2d()	73
Tugas Aplikom Plot 3D Azifah Azka Apriliana MatB.	1
Menggambar Plot 3D dengan EMT	3
1) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel dalam Bentuk	3
Ekspresi Langsung	3
1. Grafik Fungsi Linear	4
2. Grafik Fungsi Kuadrat	5
3. Grafik Fungsi Akar Kuadrat	5
4. Grafik Fungsi Eksponensial	6
5. Grafik Fungsi Logaritma	6
6. Grafik Fungsi Trigonometri	7
7. Grafik Fungsi Nilai Mutlak	8
Latihan soal	9
2) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Rumusnya Disimpan	10
dalam Variabel Ekspresi	10
Apa yang dimaksud dengan Grafik Fungsi Dua Variabel?	10
Fungsi matematika yg terlibat dalam Menggambar Grafik	10
Fungsi Dua Variabel	10
Menggambar Grafik Fungsi	11
Menyimpan Variabel Ekspresi	11

Contoh Latihan Soal	12
3) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Fungsinya	17
Didefinisikan sebagai Fungsi Numerik	17
Fungsi Dua Variabel	17
Fungsi Numerik	17
Visualisasi Grafik	17
Latihan Soal	19
4) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Fungsinya	20
Didefinisikan sebagai Fungsi Simbolik	20
Langkah-langkah Membuat Grafik	21
Membuat Grafik Fungsi Linear	21
Membuat Grafik Fungsi Kuadrat	22
Membuat Grafik Fungsi Akar Kuadrat	23
Membuat Grafik Fungsi Eksponensial	23
Membuat Grafik Fungsi Logaritma	24
Membuat Grafik Fungsi Trigonometri	24
Membuat Grafik Fungsi Nilai Mutlak	25
Latihan	26
5) Menggambar Data x , y , z pada ruang Tiga Dimensi (3D)	27
Contoh 1 grafik fungsi	27
Contoh 2	28
Contoh 3	28
Contoh 4	29
Contoh Soal 5	30
6) Membuat Gambar Grafik Tiga Dimensi (3D) yang Bersifat Interaktif dan animasi grafik 3D	30
Animasi 3D	31
7) Menggambar Fungsi Parametrik Tiga Dimensi (3D) Pengertian	33
Contoh Soal	33
8) Menggambar Fungsi Implisit Tiga Dimensi (3D) .	34
Contoh Fungsi Implisit	35
Latihan soal	38

9) Mengatur tampilan, warna dan sudut pandang gambar permukaan	38
Tiga Dimensi (3D) Dan Menampilkan kontur dan bidang kontur	38
permukaan Tiga Dimensi(3D)	38
10) Menggambar Diagram Batang Tiga Dimensi	42
11) Menggambar Permukaan Benda Putar	45
12) Menggambar Grafik 3D dengan Povray di EMT	46
Contoh Penggunaan	48
Object Povray	49
Contoh Lain	50
13) Menggambar Grafik Tiga Dimensi alam modus anaglif	51
14) Fungsi Implisit menggunakan Povray	52
Contoh lain	54
15) Menggambar Titik pada ruang Tiga Dimensi (3D)	55
Latihan Soal	59
emt statitika_Azifah Azka Apriliana_23030630006_MatB	1
EMT untuk Statistika	3
Tabel	7
Distribusi.	13
Distribusi Diskrit	19
Merencanakan Data/ Plot Data	25
Regresi dan Korelasi.	33
Membuat Fungsi baru.	37
Simulasi Monte Carlo	39
uji chi-kuadrat	47
uji F.	51
Angka Acak	55
LATIHAN	59
Pengantar untuk Pengguna Proyek R	63
Sintaks Dasar	65
Pengindeksan	69

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apr 089.png	34
Gambar 1.2	images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apr 092.png	34
Gambar 1.3	images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apr 095.png	35
Gambar 1.4	images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana 001.png	10
Gambar 1.5	images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana 131.png	84
Gambar 1.6	images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana 132.png	89
Gambar 1.7	images/Azifah%20Azka%20Aprilian%20PLOT%202D- 004.png	55

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

ALJABAR

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam

vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

```
]book xcolor amsmath,amssymb iftex [T1]fontenc [utf8]inputenc  
textcomp lmodern upquote []microtype [protrusion]basismath parskip  
graphicx    bookmark xurl
```

APLIKASI KOMPUTER

NIM : 23030630006

Kelas: Matematika B

EMT UNTUK PERHITUNGAN ALJABAR

Pada notebook ini Anda belajar menggunakan EMT untuk melakukan berbagai perhitungan terkait dengan materi atau topik dalam Aljabar. Kegiatan yang harus Anda lakukan adalah sebagai berikut:

- Membaca secara cermat dan teliti notebook ini;
- Menerjemahkan teks bahasa Inggris ke bahasa Indonesia;
- Mencoba contoh-contoh perhitungan (perintah EMT) dengan cara * meng-ENTER setiap perintah EMT yang ada (pindahkan kursor ke baris* perintah)
- Jika perlu Anda dapat memodifikasi perintah yang ada dan memberikan* keterangan/penjelasan tambahan terkait hasilnya.
- Menyisipkan baris-baris perintah baru untuk mengerjakan soal-soal* Aljabar dari file PDF yang saya berikan;
- Memberi catatan hasilnya.
- Jika perlu tuliskan soalnya pada teks notebook (menggunakan format* LaTeX).
- Gunakan tampilan hasil semua perhitungan yang eksak atau simbolik
- dengan format LaTeX. (Seperti contoh-contoh pada notebook ini.)

Contoh pertama

Menyederhanakan bentuk aljabar:

$$6x^{-3}y^5 \times -7x^2y^{-9}$$

$$>6x^{(-3)}y^5 - 7x^2y^{(-9)} - \frac{42}{xy^4}$$
Menjabarkan:

$$>showev('expand((6x^{(-3)}+y^5)(-7x^2-y^{(-9)})))expand\left(\left(-\frac{1}{y^9}-7x^{-7}x^2y^5-\frac{1}{y^4}-\frac{6}{x^3y^9}-\frac{42}{x}\right)\right)$$
Baris Perintah

Baris perintah Euler terdiri dari satu atau beberapa perintah Euler yang diikuti oleh titik koma “;” atau koma “,”. Titik koma

mencegah pencetakan hasil koma setelah perintah terakhir dapat dihilangkan.

Baris perintah berikut hanya akan mencetak hasil ekspresi, bukan

penugasan atau perintah format.

```
>r:=2; h:=4; pi*r^2*h/3
```

```
16.7551608191
```

Perintah harus dipisahkan dengan spasi. Baris perintah berikut mencetak dua hasilnya

```
> pi*2*r*h, %*2*pi*r*h // Ingat tanda % menyatakan hasil  
perhitungan terakhir sebelumnya
```

```
50.2654824574
```

```
100.530964915
```

Baris perintah dieksekusi sesuai urutan pengguna menekan tombol kembali. Jadi Anda mendapatkan nilai baru setiap kali Anda mengeksekusi baris kedua.

```
>x := 1;
```

```
>x := cos(x) // nilai cosinus (x dalam radian)
```

```
0.540302305868
```

```
>x := cos(x)
```

```
0.857553215846
```

Jika dua baris dihubungkan dengan “...” kedua baris akan selalu dijalankan secara bersamaan

```
>x := 1.5; ...
```

```
> x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2, x := (x+2/x)/2,
```

```
1.416666666667
```

```
1.41421568627
```

```
1.41421356237
```

Ini juga merupakan cara yang baik untuk menyebarkan perintah yang panjang ke dua atau lebih baris. Anda dapat menekan Ctrl+Return untuk membagi baris menjadi dua pada posisi kursor saat ini, atau Ctlr+Back untuk menggabungkan baris-baris tersebut. Untuk melipat semua baris ganda, tekan Ctrl+L. Kemudian baris-baris berikutnya hanya akan terlihat, jika salah satunya menjadi fokus. Untuk melipat satu baris ganda, mulailah baris pertama dengan “%+”.


```
>%+ x=4+5; ...
> // This line will not be visible once the cursor is off the line
    Garis yang dimulai dengan %% tidak akan terlihat sama sekali.
81
```

Euler mendukung loop di baris perintah, selama mereka masuk ke dalam satu baris atau multi-baris. Dalam

rogram, pembatasan ini tidak berlaku, tentu saja. Untuk informasi lebih lanjut, lihat pengantar berikut. Garis yang dimulai dengan %% tidak akan terlihat sama sekali.

```
1
    Euler mendukung loop di baris perintah, selama mereka masuk ke
    dalam satu baris atau multi-baris. Dalam
    rogram, pembatasan ini tidak berlaku, tentu saja. Untuk
    informasi lebih lanjut, lihat pengantar berikut.
```

```
>x=1; for i=1 to 5; x := (x+2/x)/2, end; // menghitung akar 2
1.5
1.416666666667
1.41421568627
1.41421356237
1.41421356237
```

Tidak apa-apa untuk menggunakan multi-line. Pastikan baris diakhiri dengan "..."

```
>x := 1.5; // comments go here before the ...
> repeat xnew:=(x+2/x)/2; until xnew~=x; ...
>
Loop structure not complete, must be within one line!
> x := xnew; ...
```

```
>
Loop structure not complete, must be within one line!
```

```
>end; ...
```

```
>
```

"end" only allowed in functions or loops!

```
Error in :
```

```
end; ...
```

```
^
```

>x,

1.41421356237

Struktur bersyarat juga berfungsi.

>if $E^{\pi} > \pi E$; then “Thought so!”, endif;

Thought so!

Saat Anda menjalankan perintah, kursor dapat berada di posisi mana pun di baris perintah. Anda dapat

kembali ke perintah sebelumnya atau melompat ke perintah berikutnya dengan tombol panah. Atau Anda

dapat mengklik ke bagian komentar di atas perintah untuk menuju ke perintah.

Saat Anda menggerakkan kursor di sepanjang garis, pasangan tanda kurung atau kurung buka dan tutup

akan disorot. Juga, perhatikan baris status. Setelah kurung buka fungsi `sqrt()`, baris status akan menampilkan

teks bantuan untuk fungsi tersebut. Jalankan perintah dengan tombol kembali

>`sqrt(sin(10°)/cos(20°))`

0.429875017772

menekan escape untuk menghapus garis, atau untuk menutup jendela bantuan.

Anda dapat mengklik dua kali pada perintah apa pun untuk membuka bantuan untuk perintah ini. Coba klik dua kali perintah `exp` di bawah ini di baris perintah

> $\$ \&((-2/5)^0)$

$\$ \$1 > \exp(\log(2.5))$

2.5

Anda dapat menyalin dan menempel di Euler juga. Gunakan Ctrl-C dan Ctrl-V untuk ini. Untuk menandai

teks, seret mouse atau gunakan shift bersama dengan tombol kursor apa pun. Selain itu, Anda dapat menyalin tanda kurung yang disorot.

> $\$ \&(((24*a^{10*b}-8*c^7)/(12*a^6*b^{-3*c}5))^{-5})$

Euler tahu fungsi matematika biasa. Seperti yang Anda lihat

di atas, fungsi trigonometri bekerja dalam radian atau derajat. Untuk mengonversi ke derajat, tambahkan simbol derajat (dengan tombol F7) ke nilainya, atau gunakan fungsi rad(x). Fungsi akar kuadrat disebut kuadrat dalam Euler. Tentu saja, $x^{(1/2)}$ juga dimungkinkan.

Untuk menyetel variabel, gunakan “=” atau “:=”. Demi kejelasan, pengantar ini menggunakan bentuk yang

terakhir. Spasi tidak masalah. Tapi ruang antara perintah diharapkan. Beberapa perintah dalam satu baris dipisahkan dengan “;” atau “;”. Titik koma menekan output dari perintah.

Di akhir baris perintah “;” diasumsikan, jika “;” hilang.

```
>g:=9.81; t:=2.5; 1/2*g*t^2
```

```
30.65625
```

EMT menggunakan sintaks pemrograman untuk ekspresi. Memasuki

Anda harus mengatur tanda kurung yang benar dan menggunakan / untuk pecahan. Perhatikan tanda kurung yang disorot untuk bantuan. Perhatikan bahwa konstanta Euler e diberi nama E dalam EM

```
>E^2*(1/(3+4*log(0.6))+1/7)
```

```
8.77908249441
```

Untuk menghitung ekspresi rumit seperti

Anda harus memasukkannya dalam bentuk baris.

```
>((1/7 + 1/8 + 2) / (1/3 + 1/2))^2 * pi
```

```
23.2671801626
```

Letakkan tanda kurung dengan hati-hati di sekitar sub-ekspresi yang perlu dihitung terlebih dahulu. EMT membantu Anda dengan menyorot ekspresi bahwa bracket penutup selesai. Anda juga harus memasukkan

nama “pi” untuk huruf Yunani pi. Hasil dari perhitungan ini adalah bilangan floating point. Secara default dicetak dengan akurasi sekitar 12digit. Di baris perintah berikut, kita juga belajar bagaimana kita bisa merujuk ke hasil sebelumnya dalam baris yang sama.

```
>1/3+1/7, fraction %
```

```
0.47619047619
```

```
10/21
```

braket adalah ide yang bagus. Perhatikan bahwa EMT menunjukkan tanda kurung buka dan tutup saat mengedit baris perintah. tar 12digit. Di baris perintah berikut, kita juga belajar bagaimana kita bisa merujuk ke hasil sebelumnya dalam baris yang sama.

14.4978445072

Bilangan Asli

Sebuah string dalam Euler didefinisikan dengan "...". >"A string can contain anything." A string can contain anything. String dapat digabungkan dengan | atau dengan +. Ini juga berfungsi dengan

angka, yang dikonversi menjadi string dalam kasus itu >“The area of the circle with radius” + 2 + ” cm is ” + pi*4 + ” cm^2.” The area of the circle with radius 2 cm is 12.5663706144 cm^2. Fungsi print juga mengonversi angka menjadi string. Ini dapat mengambil sejumlah angka dan jumlah tempat(0 untuk keluaran padat), dan secara optimal satu unit.>“Golden Ratio :” + print((1+sqrt(5))/2,5,0) Golden Ratio : 1.61803 Ada string khusus tidak ada, yang tidak dicetak. Itu dikembalikan oleh beberapa fungsi, ketika hasilnya tidak masalah. (Ini dikembalikan secara otomatis, jika fungsi tidak memiliki pernyataan pengembalian.) >none Untuk mengonversi string menjadi angka, cukup evaluasi saja. Ini juga berfungsi untuk ekspresi (lihat di bawah). >“1234.5”() 1234.5 Untuk mendefinisikan vektor string, gunakan notasi vektor [...]. >v:=["affe","charlie","bravo"] affe charlie bravo Vektor string kosong dilambangkan dengan [none]. Vektor string dapat digabungkan >w:=[none]; w|v|v affe charlie bravo affe charlie bravo String dapat berisi karakter Unicode. Secara internal, string ini berisi kode UTF-8. Untuk menghasilkan string seperti itu, gunakan u"...” dan salah satu entitas HTML. String Unicode dapat digabungkan seperti string lainnya>u"α = " + 45 + u"” // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar Variable u not found!

Error in :

```
u"&alpha; = " + 45 + u"” // pdfLaTeX mun
^
```

I Dalam komentar, entitas yang sama seperti , dll dapat digunakan. Ini mungkin alternatif cepat untuk Lateks.

(Lebih detail di komentar di bawah). Ada beberapa fungsi untuk membuat atau menganalisis string unicode. Fungsi strtouchar() akan mengenali

string Unicode, dan menerjemahkannya dengan benar.

```
>v=strtochar(u"Ä is a German letter")
```

Closing bracket missing in function call!

Error in :

```
v=strtochar(u"&Auml; is a German letter")
```

^

Hasilnya adalah vektor angka Unicode. Fungsi kebalikannya adalah `chartoutf()`. .

```
>v[1]=strtochar(u"Ü")[1]; chartoutf(v)
```

Closing bracket missing in function call!

Error in :

```
v[1]=strtochar(u"&Uuml;")[1]; chartoutf(v)
```

^

Fungsi `utf()` dapat menerjemahkan string dengan entitas dalam variabel menjadi string Unicode.

>s="We have =."; utf(s) // pdfLaTeX mungkin gagal menampilkan secara benar

Function utf not found.

Try list ... to find functions!

Error in :

```
s="We have &alpha;=&beta;."; utf(s) // pdfLaTeX mu
```

^

Dimungkinkan juga untuk menggunakan entitas numerik.

```
>u"Ähnliches"
```

Variable u not found!

Error in :

```
u"&#196;hnliches"
```

^

Nilai Boolean

Nilai Boolean direpresentasikan dengan 1=true atau 0=false dalam Euler. String dapat dibandingkan, seperti halnya angka.

```
>2<1, "apel"<"banana"
```

0

1

"dan" adalah operator "&&" dan "atau" adalah operator "||", seperti dalam bahasa C. (Kata-kata "dan" dan "atau" hanya dapat

digunakan dalam kondisi untuk “jika”.)

```
>2<E && E<3
```

1

Operator Boolean mematuhi aturan bahasa matriks.

```
>(1:10)>5, nonzeros(%)
```

```
[0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1]
```

```
[6, 7, 8, 9, 10]
```

Anda dapat menggunakan fungsi bukan nol() untuk mengekstrak elemen tertentu dari vektor. Dalam contoh, kami menggunakan isprime bersyara(n).

ondisi untuk “jika”.)

```
>N=2|3:2:99 // N berisi elemen 2 dan bilangan2 ganjil dari 3  
s.d. 99
```

```
[2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23,  
69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89,
```

```
>N[nonzeros(isprime(N))] //pilih anggota2 N yang prima
```

```
[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,
```

Format Keluaran

Format output default EMT mencetak 12 digit. Untuk memastikan bahwa kami melihat default, kami meng

```
>defformat; pi
```

```
3.14159265359
```

Secara internal, EMT menggunakan standar IEEE untuk bilangan ganda dengan sekitar 16 digit desimal. Untuk melihat jumlah digit penuh, gunakan perintah “format terpanjang”, atau kita gunakan operator “terpanjang” untuk menampilkan hasil dalam format terpanjang.

```
>longest pi
```

```
3.141592653589793
```

Berikut adalah representasi heksadesimal internal dari bilangan ganda.

```
>printhe(pi)
```

```
3.243F6A8885A30*16^0
```

Format output dapat diubah secara permanen dengan perintah format.

```
>format(12,5); 1/3, pi, sin(1)
```

```
0.33333
```

```
3.14159
```

```
0.84147
```

Standarnya adalah format (12).

```
>format(12); 1/3
```

```
0.333333333333
```

Fungsi seperti “shortestformat”, “shortformat”, “longformat” bekerja untuk vektor dengan cara berikut.

```
>shortestformat; random(3,8)
```

```
0.6554    0.201    0.8936    0.2819    0.525    0.3141    0.4446    0
```

```
0.2827    0.8832    0.2709    0.7044    0.2177    0.4454    0.3084    0
```

```
0.1936    0.4634    0.09515    0.595    0.4312    0.7287    0.4652
```

Format default untuk skalar adalah format (12). Tapi ini bisa diubah.

tuk vektor dengan cara berikut.

```
>setscalarformat(5); pi
```

```
3.1416
```

Fungsi “format terpanjang” mengatur format skalar juga.

```
>longestformat; pi
```

```
3.141592653589793
```

Untuk referensi, berikut adalah daftar format output yang paling penting.

format terpendek format pendek format panjang, format terpanjang format(panjang,digit) format baik(panjang)

fracformat (panjang)

mengubah bentuk

Akurasi internal EMT adalah sekitar 16 tempat desimal, yang merupakan standar IEEE. Angka disimpan

dalam format internal ini.

Tetapi format output EMT dapat diatur dengan cara yang fleksibel


```
>longestformat; pi,
3.141592653589793
>format(10,5); pi
3.14159
```

The default is defformat().

```
>defformat; // default
```

Ada operator pendek yang hanya mencetak satu nilai. Operator “terpanjang” akan mencetak semua digit angka yang valid.

```
>longest pi^2/2
4.934802200544679
```

Ada juga operator pendek untuk mencetak hasil dalam format pecahan. Kami sudah menggunakannya di atas.

```
>fraction 1+1/2+1/3+1/4
25/12
```

Karena format internal menggunakan cara biner untuk menyimpan angka, nilai 0,1 tidak akan direpresentasikan dengan tepat. Kesalahan bertambah sedikit, seperti yang Anda lihat dalam perhitungan

```
>longest 0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
-1.110223024625157e-016
```

Tetapi dengan “format panjang” default Anda tidak akan melihat ini. Untuk kenyamanan, output dari angka yang sangat kecil adalah 0.

```
>$&((2*x+3*y+z-7)+(4*x-2*y-z+8)+(-3*x+y-2*z-4))
```

$$-2z + 2y + 3x - 3$$

```
>$&((2*x^2+12*x*y-11)+(6*x^2-2*x+5)+(-x^2-y-8))
```

$$12xy - y + 7x^2 - 2x - 14$$

```
>$&((3*x^2-2*x-x^3+2)-(5*x^2-8*x-x^3+4))
```

$$-2x^2 + 6x - 2$$

```
>$&((y-3)^7)
```

$$(y - 3)^7$$

```
>$&((3*x+5*y)(3*x-5*y))
```

Maxima said:

```
apply: found 5*y+3*x where a function was expected.
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in :

```
$& ( (3*x+5*y) (3*x-5*y) )
      ^
```

```
>0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1+0.1-1
```

0

EKSPRESI

String atau nama dapat digunakan untuk menyimpan ekspresi matematika, yang dapat dievaluasi oleh EMT.

Untuk ini, gunakan tanda kurung setelah ekspresi. Jika Anda bermaksud menggunakan string sebagai ekspresi, gunakan konvensi untuk menamainya “fx” atau “fxy” dll. Ekspresi lebih diutamakan daripada fungsi.

Variabel global dapat digunakan dalam evaluasi.

```
>r:=2; fx:="pi*r^2"; longest fx()  
12.56637061435917
```

Parameter ditetapkan ke x, y, dan z dalam urutan itu. Parameter tambahan dapat ditambahkan menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>fx:="a*sin(x)^2"; fx(5,a=-1)  
-0.919535764538
```

Perhatikan bahwa ekspresi akan selalu menggunakan variabel global, bahkan jika ada variabel dalam fungsi dengan nama yang sama. (Jika tidak, evaluasi ekspresi dalam fungsi dapat memberikan hasil yang sangat membingungkan bagi pengguna yang memanggil fungsi tersebut.)

```
>at:=4; function f(expr,x,at) := expr(x); ...  
> f("at*x^2",3,5) // computes 4*3^2 not 5*3^2  
36
```

Jika Anda ingin menggunakan nilai lain untuk “at” daripada nilai global, Anda perlu menambahkan “at=value”.

```
>at:=4; function f(expr,x,a) := expr(x,at=a); ...  
> f("at*x^2",3,5)  
45
```

Untuk referensi, kami berkomentar bahwa koleksi panggilan (dibahas di tempat lain) dapat berisi ekspresi. Jadi kita bisa membuat contoh di atas sebagai berikut.

```
>at:=4; function f(expr,x) := expr(x); ...  
> f({{"at*x^2",at=5}},3)
```

Syntax error in expression, or unfinished expression!

Error in :

```
f({{"at*x^2", at=5}}, 3)
^
```

Ekspresi dalam x sering digunakan seperti fungsi. Perhatikan bahwa mendefinisikan fungsi dengan nama yang sama seperti ekspresi simbolik global menghapus variabel ini untuk menghindari kebingungan antara ekspresi simbolik dan fungsi

```
>f &= 5*x;
```

```
>function f(x) := 6*x;
```

```
>f(2)
```

12

Dengan cara konvensi, ekspresi simbolik atau numerik harus diberi nama fx, fxy dll. Skema penamaan ini tidak boleh digunakan untuk fungsi.

```
>fx &= diff(x^x,x); $&fx
```

$$x^x (\log x + 1)$$

Bentuk khusus dari ekspresi memungkinkan variabel apa pun sebagai parameter tanpa nama untuk evaluasi ekspresi, bukan hanya “x”, “y” dll. Untuk ini, mulai ekspresi dengan “@(variabel) ...”.

```
>“@(a,b) a2+b2”, %(4,5)
```

```
@(a,b) a2+b2
```

41

Ini memungkinkan untuk memanipulasi ekspresi dalam variabel lain untuk fungsi EMT yang membutuhkan ekspresi dalam “x”.

Cara paling dasar untuk mendefinisikan fungsi sederhana adalah dengan menyimpan rumusnya dalam ekspresi simbolis atau numerik. Jika variabel utama adalah x, ekspresi dapat dievaluasi seperti fungsi.

Seperti yang Anda lihat dalam contoh berikut, variabel global terlihat selama evaluasi.

```
>fx &= x3-a*x; ...
```

```
> a=1.2; fx(0.5)
```

```
-0.475
```

Semua variabel lain dalam ekspresi dapat ditentukan dalam evaluasi menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>fx(0.5,a=1.1)
-0.425
>$(4*y^2-5)
```

$$4y^2 - 5$$

```
>$(m^2-9*n^2)
```

$$m^2 - 9n^2$$

```
>$(z^2-81), $solve(z^2-81)
```

$$[z = -9, z = 9]$$



```
>$(x^2+12*x+36), $solve(x^2+12*x+36)
```

$$[x = -6]$$



```
>$(t^2+8*t+15)
```

$$t^2 + 8t + 15$$

Sebuah ekspresi tidak perlu simbolis. Ini diperlukan, jika ekspresi berisi fungsi, yang hanya diketahui di kernel numerik, bukan di Maxima.

MATEMATIKA SIMBOLIK

EMT melakukan matematika simbolis dengan bantuan Maxima. Untuk detailnya, mulailah dengan tutorial

berikut, atau telusuri referensi untuk Maxima. Para ahli di Maxima harus mencatat bahwa ada perbedaan

sintaks antara sintaks asli Maxima dan sintaks default ekspresi simbolik di EMT.

Matematika simbolik terintegrasi dengan mulus ke dalam Euler dengan &. Ekspresi apa pun yang dimulai

dengan & adalah ekspresi simbolis. Itu dievaluasi dan dicetak oleh Maxima.

Pertama-tama, Maxima memiliki aritmatika “tak terbatas” yang dapat menangani angka yang sangat besar.

`>&(7*(3*x+6)=11-(x+2)), %solve(7*(3*x+6)=11-(x+2))`

$$\left[x = -\frac{3}{2} \right]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

`>&(9*(2*x+8)=20-(x+5)), %solve(9*(2*x+8)=20-(x+5))`

$$[x = -3]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

`>&(y^2-4*y-45=0), %solve(y^2-4*y-45=0)`

$$[y = 9, y = -5]$$

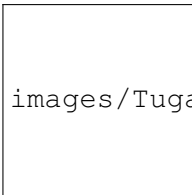


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4 \pi r^3}{3}$$

$$\text{solve}(21n^2 - 10 = n)$$

$$\left[n = \frac{5}{7}, n = -\frac{2}{3} \right]$$



$$44!$$

2658271574788448768043625811014615890319638528000000000

Dengan cara ini, Anda dapat menghitung hasil yang besar dengan tepat. Mari kita hitung

$$C(44, 10) = \frac{44!}{34! \cdot 10!}$$

xima.

MATEMATIKA SIMBOLIK

EMT melakukan matematika simbolis dengan bantuan Maxima. Untuk detailnya, mulailah dengan tutorial

berikut, atau telusuri referensi untuk Maxima. Para ahli di Maxima harus mencatat bahwa ada perbedaan

sintaks antara sintaks asli Maxima dan sintaks default ekspresi simbolik di EMT.

Matematika simbolik terintegrasi dengan mulus ke dalam Euler dengan &. Ekspresi apa pun yang dimulai

dengan & adalah ekspresi simbolis. Itu dievaluasi dan dicetak oleh Maxima.

Pertama-tama, Maxima memiliki aritmatika “tak terbatas” yang dapat menangani angka yang sangat besar.

```
>& 44!/(34!*10!) // nilai C(44,10)
```

2481256778

Tentu saja, Maxima memiliki fungsi yang lebih efisien untuk ini (seperti halnya bagian numerik dari EMT).

```
>$binomial(44,10) //menghitung C(44,10) menggunakan fungsi binomial()
```

2481256778

Untuk mempelajari lebih lanjut tentang fungsi tertentu klik dua kali di atasnya. Misalnya, coba klik dua kali

pada “&binomial” di baris perintah sebelumnya. Ini membuka dokumentasi Maxima seperti yang disediakan

oleh penulis program itu.

Anda akan belajar bahwa yang berikut ini juga berfungsi.

lateks: $C(x,3)=x!\over{(x-3)!3!=n\,frac{\{(x-2)(x-1)x\}}{6}}$

```
>$binomial(x,3) // C(x,3)
```

$$\frac{(x-2)(x-1)x}{6}$$

Jika Anda ingin mengganti x dengan nilai tertentu, gunakan “dengan”
`> $&binomial(x,3) with x=10 // substitusi x=10 ke C(x,3)`

120

Dengan begitu Anda dapat menggunakan solusi persamaan dalam persamaan lain.

Ekspresi simbolik dicetak oleh Maxima dalam bentuk 2D. Alasan untuk ini adalah bendera simbolis khusus dalam string.

Seperti yang akan Anda lihat pada contoh sebelumnya dan berikut, jika Anda telah menginstal LaTeX, Anda

dapat mencetak ekspresi simbolis dengan Lateks. Jika tidak, perintah berikut akan mengeluarkan pesan kesalahan.

Untuk mencetak ekspresi simbolis dengan LaTeX, gunakan \$ di depan & (atau Anda dapat menghilangkan &)

sebelum perintah. Jangan menjalankan perintah Maxima dengan \$, jika Anda tidak menginstal LaTeX

`> $(3+x)/(x^2+1)`

$$\frac{x+3}{x^2+1}$$

Ekspresi simbolik diuraikan oleh Euler. Jika Anda membutuhkan sintaks yang kompleks dalam satu ekspresi, Anda dapat menyertakan ekspresi dalam “...”. Untuk menggunakan lebih dari ekspresi sederhana adalah mungkin, tetapi sangat tidak disarankan.

`> &“v := 5; v^2”`

Untuk kelengkapan, kami menyatakan bahwa ekspresi simbolik dapat digunakan dalam program, tetapi perlu diapit dalam tanda kutip. Selain itu, jauh lebih efektif untuk memanggil Maxima pada waktu kompilasi jika

memungkinkan.

```
>$expand((1+x)^4), $&factor(diff(% ,x)) // diff: turunan,
factor: faktor
```

$$4(x+1)^3$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Sekali lagi, % mengacu pada hasil sebelumnya.

Untuk mempermudah, kami menyimpan solusi ke variabel simbolik. Variabel simbolik didefinisikan dengan

```
“&=”.
```

```
>fx &= (x+1)/(x^4+1); $&fx
```

$$\frac{x+1}{x^4+1}$$

Ekspresi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&factor(diff(fx,x))
```

$$\frac{-3x^4 - 4x^3 + 1}{(x^4 + 1)^2}$$

Masukan langsung dari perintah Maxima juga tersedia. Mulai baris perintah dengan “::”. Sintaks Maxima disesuaikan dengan sintaks EMT (disebut “mode kompatibilitas”).

```
>&factor(20!)
```

```
>:: factor(10!)
```

```
>:: factor(20!)
```

Jika Anda ahli dalam Maxima, Anda mungkin ingin menggunakan sintaks asli Maxima. Anda dapat melakukannya dengan “::”

```
>:: av:g$ av^2;
```

```
>fx &= x^3*exp(x), $fx
```

$$x^3 e^x$$

Jika Anda ahli dalam Maxima, Anda mungkin ingin menggunakan sintaks asli Maxima. Anda dapat melakukannya dengan “::”.

```
>&(fx with x=5), $%, &float(%)
```

$$125 e^5$$

```
18551.64488782208
```

```
>fx(5)
```

```
18551.6448878
```

Untuk evaluasi ekspresi dengan nilai variabel tertentu, Anda dapat menggunakan operator “with”. Baris perintah berikut juga menunjukkan bahwa Maxima dapat mengevaluasi ekspresi secara numerik dengan float().

```
>&(fx with x=10)-(fx with x=5), &float(%)
```

```
>$factor(diff(fx,x,2))
```

$$x (x^2 + 6x + 6) e^x$$

Untuk mendapatkan kode Lateks untuk ekspresi, Anda dapat menggunakan perintah `tex`.

```
>tex(fx)
```

```
x^3\,e^{\,x}
```

Ekspresi simbolik dapat dievaluasi seperti ekspresi numerik.

```
>fx(0.5)
```

```
0.206090158838
```

```
>fxwithx = 1/2*sqrt(e)$
```

Penugasan juga bisa bersifat simbolis.

```
>fxwithx = 1 + t(t + 1)^3 * e^(t+1)$
```

Perintah `solve` memecahkan ekspresi simbolik untuk variabel di Maxima. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>$solve(x^2+x=4,x)
```

$$\left[x = \frac{-\sqrt{17}-1}{2}, x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right]$$

Bandingkan dengan perintah numerik “selesaikan” di Euler, yang membutuhkan nilai awal, dan secara opsional nilai target.

```
>solve(“x^2+x”,1,y=4)
```

```
1.56155281281
```

Nilai numerik dari solusi simbolik dapat dihitung dengan evaluasi hasil simbolis. Euler akan membaca tugas `x=` dll. Jika Anda tidak memerlukan hasil numerik untuk perhitungan lebih lanjut, Anda juga dapat membiarkan Maxima menemukan nilai numerik.

```
>sol &= solve(x^2+2*x=4,x); $sol, sol(), $float(sol)
```

$$\left[x = -\sqrt{5}-1, x = \sqrt{5}-1 \right]$$

```
[-3.23607, 1.23607]
```

$$[x = -3.23606797749979, x = 1.23606797749979]$$

Untuk mendapatkan solusi simbolis tertentu, seseorang dapat menggunakan “dengan” dan indeks.

```
>$solve(x^2+x=1,x), x2 &= x with %[2]; $x2
```

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

!images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apriliana_23030630006%2051.png](images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apriliana_23030630006%2051.png)

Untuk menyelesaikan sistem persamaan, gunakan vektor persamaan. Hasilnya adalah vektor solusi.

```
>sol &= solve([x+y=3,x2+y2=5],[x,y]); $&sol, $&x*y with sol[1]
```

2



images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah_Azka_Apriliana_23030630006%2051.png

Ekspresi simbolis dapat memiliki bendera, yang menunjukkan perlakuan khusus di Maxima. Beberapa flag

dapat digunakan sebagai perintah juga, yang lain tidak. Bendera ditambahkan dengan “|” (bentuk yang lebih

bagus dari “ev(...,flags)”)

```
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) //turunan bentuk pecahan
```

$$\frac{3x^2}{x+1} - \frac{x^3-1}{(x+1)^2}$$

```
>$& diff((x^3-1)/(x+1),x) | ratsimp //menyederhanakan pecahan
```

$$\frac{2x^3 + 3x^2 + 1}{x^2 + 2x + 1}$$

```
>$&((x^2-4)/(x*2-4*x+4)), $&solve((x^2-4)/(x*2-4*x+4))
```

$$[x = -2]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

>&((x^3-6*x^2+9*x)/(x^3-3*x^2)), &solve((x^3-6*x^2+9*x)/(x^3-3*x^2))

$$[x = 2]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

>&((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6)), &solve((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6))

$$\frac{6y^2 + 12y - 48}{3y^2 - 9y + 6}$$

Closing bracket missing. Found: &solve((6y^2+12y-48)/(3y^2-9y+6))
Brackets: 1 (, 0 [Symbolic expression expected.

Error in :

&((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6)), &solve((

>&(((r-s)/(r+s)).((r^2-s^2)/(r-s)^2))

$$\left(\frac{r-s}{s+r}\right) \cdot \left(\frac{r^2-s^2}{(r-s)^2}\right)$$

>&((6-x)/(x^2-36))

$$\frac{6-x}{x^2-36}$$

>&factor(%)

$$-\frac{1}{x+6}$$

Fungsi

Dalam EMT, fungsi adalah program yang didefinisikan dengan perintah “fungsi”. Ini bisa berupa fungsi satu

baris atau fungsi multibaris.

Fungsi satu baris dapat berupa numerik atau simbolis. Fungsi satu baris numerik didefinisikan oleh “:=”.

```
>function f(x) := x*sqrt(x^2+1)
```

Untuk gambaran umum, kami menunjukkan semua kemungkinan definisi untuk fungsi satu baris. Suatu fungsi dapat dievaluasi sama seperti fungsi Euler bawaan lainnya

```
>f(2)
```

```
4.472135955
```

Fungsi ini akan bekerja untuk vektor juga, dengan mematuhi bahasa matriks Euler, karena ekspresi yang digunakan dalam fungsi divektorkan.

```
>f(0:0.1:1)
```

```
[0, 0.100499, 0.203961, 0.313209, 0.430813, 0.559017,
```

Fungsi dapat diplot. Alih-alih ekspresi, kita hanya perlu memberikan nama fungsi.

Berbeda dengan ekspresi simbolik atau numerik, nama fungsi harus diberikan dalam string.

```
>solve(“f”,1,y=1)
```

```
0.786151377757
```

Secara default, jika Anda perlu menimpa fungsi bawaan, Anda harus menambahkan kata kunci “menimpa”.

Menimpa fungsi bawaan berbahaya dan dapat menyebabkan masalah untuk fungsi lain tergantung pada

fungsi tersebut.

Anda masih dapat memanggil fungsi bawaan sebagai “...”, jika itu adalah fungsi di inti Euler.

```
>function overwrite sin (x) := _sin(x°) // redine sine in degrees
```



```

>sin(45)
0.707106781187
    Lebih baik kita menghapus redefinisi dosa ini.
>$&(sqrt(-21)^2)

```

-21

```

>$&(sqrt(9*y^2))

```

$3 |y|$

```

>$&(sqrt(180))

```

$6\sqrt{5}$

```

>$&(5*sqrt(2)+3*sqrt(32))

```

$17\sqrt{2}$

```

>$&(2*sqrt(32)+3*sqrt(8)-4*sqrt(18))

```

$2^{\frac{3}{2}}$

```

>$&(125^(1/3))

```

5

```

>$&(sqrt(-35)^2)

```

-35

```

>forget tan; cos(pi/4)

```

```

0.707106781187

```

```

> ...

```

```

> ...

```

```

> forget sin; sin(pi/4)

```

```

0.707106781187

```

Parameter Default

Fungsi numerik dapat memiliki parameter default.

```
>function f(x,a=1) := a*x^2
```

Menghilangkan parameter ini menggunakan nilai default.

```
>f(4)
```

16

Menyetelnya akan menimpa nilai default.

```
>f(4,5)
```

80

Parameter yang ditetapkan menyimpannya juga. Ini digunakan oleh banyak fungsi Euler seperti plot2d, plot3d.

```
>f(4,a=1)
```

16

Jika suatu variabel bukan parameter, itu harus global. Fungsi satu baris dapat melihat variabel global.

```
>function f(x) := a*x^2
```

```
>a=6; f(2)
```

24

Tetapi parameter yang ditetapkan menimpa nilai global.

Jika argumen tidak ada dalam daftar parameter yang telah ditentukan sebelumnya, argumen tersebut harus

dideklarasikan dengan “:=”!

```
>f(2,a:=5)
```

20

Fungsi simbolik didefinisikan dengan “&=”. Mereka didefinisikan dalam Euler dan Maxima, dan bekerja di

kedua dunia. Ekspresi yang mendefinisikan dijalankan melalui Maxima sebelum definisi.

```
>function g(x) &= x^3-x*exp(-x); $&g(x)
```

$$x^3 - x e^{-x}$$

Fungsi simbolik dapat digunakan dalam ekspresi simbolik.

>diff(g(x),x), % with x=4/3

$$\frac{e^{-\frac{4}{3}}}{3} + \frac{16}{3}$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Mereka juga dapat digunakan dalam ekspresi numerik. Tentu saja, ini hanya akan berfungsi jika EMT dapat menginterpretasikan semua yang ada di dalam fungsi tersebut.

>g(5+g(1))

178.635099908

Mereka dapat digunakan untuk mendefinisikan fungsi atau ekspresi simbolis lainnya.

>function G(x) &= factor(integrate(g(x),x)); %G(c) //
integrate: mengintegralkan

$$\frac{e^{-c} (c^4 e^c + 4 c + 4)}{4}$$

>%((x^2-4)/(x*2-4*x+4)), %solve((x^2-4)/(x*2-4*x+4))

$$[x = -2]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

>%((x*3-6*x^2+9*x)/(x3-3*x^2)), %solve((x*3-6*x^2+9*x)/(x3-
3*x^2))

$$[x = 2]$$

```
>$&((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6)), $&solve((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6))
```

$$\frac{6y^2 + 12y - 48}{3y^2 - 9y + 6}$$

Closing bracket missing. Found: &solve((6y²+12y-48)/(3y²-9y+6))
Brackets: 1 (, 0 [Symbolic expression expected.

Error in :

```
$&&((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6)), $&solve((6*y^2+12*y-48)/(3*y^2-9*y+6))
```

```
>$&(((r-s)/(r+s)).((r^2-s^2)/(r-s)^2))
```

Closing bracket missing.

Found: &((r-s)/(r+s)).((r^2-s^2)/(r-s)^2)

Brackets: 1 (, 0 [

Symbolic expression expected.

Error in :

```
$&&(((r-s)/(r+s)).((r^2-s^2)/(r-s)^2))
```

```
>$&((6-x)/(x^2-36))
```

$$\frac{6 - x}{x^2 - 36}$$

```
>solve(&g(x),0.5)
```

```
0.703467422498
```

Berikut ini juga berfungsi, karena Euler menggunakan ekspresi simbolis dalam fungsi g, jika tidak menemukan

variabel simbolik g, dan jika ada fungsi simbolis g.

```
>solve(&g,0.5)
```

```
0.703467422498
```

```
>function P(x,n) &= (2*x-1)^n; $P(x,n)
```

$$(2x - 1)^n$$

```
>function Q(x,n) &= (x+2)^n; $Q(x,n)
```

$$(x + 2)^n$$

```
>$P(x,4), $expand(%)
```

$$16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1$$



```
>P(3,4)
```

```
625
```

```
>$P(x,4)+ Q(x,3), $expand(%)
```

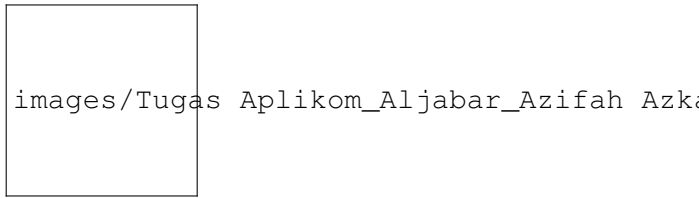
$$16x^4 - 31x^3 + 30x^2 + 4x + 9$$



```
>$P(x,4)-Q(x,3), $expand(%), $factor(%)
```

$$16x^4 - 33x^3 + 18x^2 - 20x - 7$$

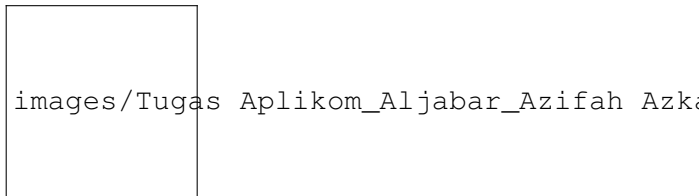
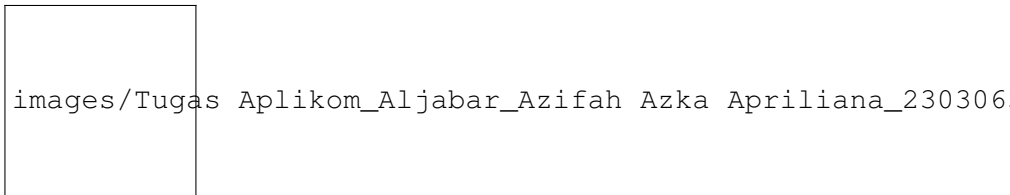




Gambar 1.1 images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apriliana.23030089.png

```
>$&P(x,4)*Q(x,3), $&expand(%), $&factor(%)
```

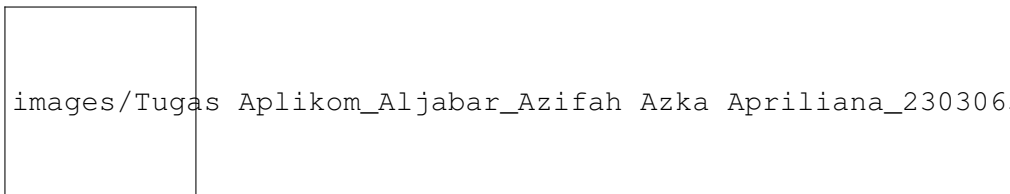
$$(x + 2)^3 (2x - 1)^4$$

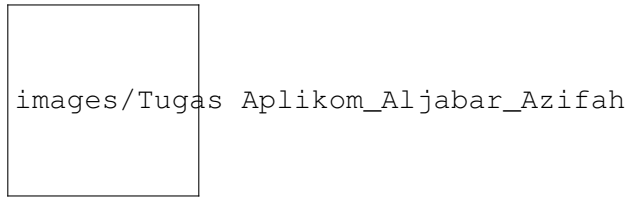


Gambar 1.2 images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apriliana.23030092.png

```
>$&P(x,4)/Q(x,1), $&expand(%), $&factor(%)
```

$$\frac{(2x - 1)^4}{x + 2}$$





Gambar 1.3 images/Tugas%20Aplikom_Aljabar_Azifah%20Azka%20Apriliana.095.png

```
>function f(x) &= x^3-x; $&f(x)
```

$$x^3 - x$$

Dengan &= fungsinya simbolis, dan dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

```
>$&integrate(f(x),x)
```

$$\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$$

Dengan := fungsinya numerik. Contoh yang baik adalah integral tak tentu seperti

```
lateks: f(x) = \int _1^x t t, dt,
```

yang tidak dapat dinilai secara simbolis.

Jika kita mendefinisikan kembali fungsi dengan kata kunci “peta” dapat digunakan untuk vektor x. Secara

internal, fungsi dipanggil untuk semua nilai x satu kali, dan hasilnya disimpan dalam vektor.

```
>function map f(x) := integrate(“x^x”,1,x)
```

```
>f(0:0.5:2)
```

```
[-0.783431, -0.410816, 0, 0.676863, 2.05045]
```

Fungsi dapat memiliki nilai default untuk parameter.

```
>function mylog (x,base=10) := ln(x)/ln(base);
```

Sekarang fungsi dapat dipanggil dengan atau tanpa parameter “basis”.

```
>mylog(100), mylog(2^6.7,2)
```

2

6.7

Selain itu, dimungkinkan untuk menggunakan parameter yang ditetapkan.

```
>mylog(E^2,base=E)
```

2

Seringkali, kita ingin menggunakan fungsi untuk vektor di satu tempat, dan untuk elemen individual di tempat lain. Ini dimungkinkan dengan parameter vektor.

```
>function f([a,b]) &= a^2+b^2-a*b+b; $&f(a,b), $&f(x,y)
```

$$y^2 - x y + y + x^2$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

Fungsi simbolik seperti itu dapat digunakan untuk variabel simbolik.

Tetapi fungsi tersebut juga dapat digunakan untuk vektor numerik.

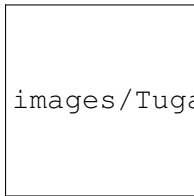
```
>v=[3,4]; f(v)
```

17

Ada juga fungsi simbolis murni, yang tidak dapat digunakan secara numerik.

>function lapl(expr,x,y) &= diff(expr,x,2)+diff(expr,y,2)//turunan parsial kedua

```
>$&realpart((x+I*y)^4), $&lapl(%,x,y)
```

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Tetapi tentu saja, mereka dapat digunakan dalam ekspresi simbolik atau dalam definisi fungsi simbolik.

```
>$&(t^2+8*t+15)
```

$$t^2 + 8t + 15$$

```
>$&(4*y^3-9)
```

$$4y^3 - 9$$

```
>(m^5 - 4n^2)&(z^2-81), $&solve(z^2-81)
```

$$[z = -9, z = 9]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>$&(x^2+12*x+36), $&solve(x^2+12*x+36)
```

$$[x = -6]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>mylog(100), mylog(2^6.7,2)
```

2

6.7

$$>\$&(h(x)=1/(x-2)^4), \$\&solve(h(x)=1/(x-2)^4)$$

$$\left[x = 2 - \frac{i}{h(x)^{\frac{1}{4}}}, x = \frac{i}{h(x)^{\frac{1}{4}}} + 2, x = 2 - \frac{1}{h(x)^{\frac{1}{4}}}, x = \frac{1}{h(x)^{\frac{1}{4}}} + 2 \right]$$



$$>\$&(h(x)=1/\sqrt{3*x+7}), \$\&solve(h(x)=1/\sqrt{3*x+7}))$$

$$\left[h(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+7}} \right]$$



$$>\$&(h(x)=(\sqrt{x}-3)^4), \$\&solve(h(x)=(\sqrt{x}-3)^4)$$

$$\left[x = -\sqrt{h(x) + \sqrt{x} (12x + 108) + 648} - 27, x = \sqrt{h(x) + \sqrt{x} (12x + 108) + 648} - 27 \right]$$



$$>\$&(\sqrt{(x-5)/(x+2)}), \$\&solve(\sqrt{(x-5)/(x+2)})$$

$$[x = 5]$$



images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

>\$(h(x)=(x+2)^{3-5*(x+2)}2+3*(x+2)-1), \&\text{solve}(h(x)=(x+2)^{3-5*(x+2)}2+3*(

1)

$$\left[x = \left(-\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{27h^2(x) + 284h(x) + 140}}{2 \cdot 3^{\frac{3}{2}}} + \frac{27h(x) + 142}{54} \right)^{\frac{1}{3}} - \right.$$



images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

>function f(x,y) &= factor(lapl((x+y^2)^5,x,y)); \$\&f(x,y)

$$10 \left(y^2 + x \right)^3 \left(9 y^2 + x + 2 \right)$$

Untuk meringkas

- &= mendefinisikan fungsi simbolis,
- := mendefinisikan fungsi numerik,
- &&= mendefinisikan fungsi simbolis murni.

MEMECAHKAN EKPRESI

Ekspresi dapat diselesaikan secara numerik dan simbolis.

Untuk menyelesaikan ekspresi sederhana dari satu variabel, kita dapat menggunakan fungsi solve(). Perlu

nilai awal untuk memulai pencarian. Secara internal, solve() menggunakan metode secant.

```
> solve("x^2-2",1)
```

```
1.41421356237
```

Ini juga berfungsi untuk ekspresi simbolis. Ambil fungsi berikut.

```
> %solve(x^2=2,x)
```

$$\left[x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2} \right]$$

```
> %solve(x^2-2,x)
```

$$\left[x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2} \right]$$

```
> %solve(a*x^2+b*x+c=0,x)
```

$$\left[x = \frac{-\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}, x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a} \right]$$

```
> %solve([a*x+b*y=c,d*x+e*y=f],[x,y])
```

$$\left[\left[x = -\frac{ce}{b(d-5) - ae}, y = \frac{c(d-5)}{b(d-5) - ae} \right] \right]$$

```
> % (9*(2*x+8)=20-(x+5)), %solve(9*(2*x+8)=20-(x+5))
```

$$\left[x = -3 \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

>\$&(3*(4*x+6)=70-(x+8)), \$&solve(3*(4*x+6)=70-(x+5))

$$\left[x = \frac{47}{13} \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

>\$&(V=(4/3)*pi*r^3)

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

>\$&(21*n^2-10=n), \$&solve(21*n^2-10=n)

$$\left[n = \frac{5}{7}, n = -\frac{2}{3} \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

>\$&solve(x^4-4,x)

$$\left[x = \sqrt{2}i, x = -\sqrt{2}, x = -\sqrt{2}i, x = \sqrt{2} \right]$$

>px &= 4*x^8+x^7-x^4-x; \$&px

$$4x^8 + x^7 - x^4 - x$$

Sekarang kita mencari titik, di mana polinomialnya adalah 2. Dalam solve(), nilai target default y=0 dapat diubah dengan variabel yang ditetapkan.

Kami menggunakan y=2 dan memeriksa dengan mengevaluasi polinomial pada hasil sebelumnya.

```
>solve(px,1,y=2), px(%)
0.966715594851
2
```

Memecahkan ekspresi simbolis dalam bentuk simbolis mengembalikan daftar solusi. Kami menggunakan

pemecah simbolik solve() yang disediakan oleh Maxima.

```
>sol &= solve(x^2-x-1,x); $&sol
```

$$\left[x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right]$$

Cara termudah untuk mendapatkan nilai numerik adalah dengan mengevaluasi solusi secara numerik seperti ekspresi.

```
>longest sol()
```

```
-0.6180339887498949      1.618033988749895
```

Untuk menggunakan solusi secara simbolis dalam ekspresi lain, cara termudah adalah “dengan”.

```
>$&x^2 with sol[1], $&expand(x^2-x-1 with sol[2])
```

0



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Memecahkan sistem persamaan secara simbolis dapat dilakukan dengan vektor persamaan dan solver simbolis solve(). Jawabannya adalah daftar daftar persamaan.

```
>$&solve([x+y=2,x^3+2*y+x=4],[x,y])
```

$$[x = -1, y = 3], [x = 1, y = 1], [x = 0, y = 2]$$

Fungsi f() dapat melihat variabel global. Namun seringkali kita ingin menggunakan parameter lokal.

lateks: $a^{x-a}a = 0.1$

dengan $a=3$.

>function f(x,a) := $x^{a-a}x$;

Salah satu cara untuk meneruskan parameter tambahan ke f() adalah dengan menggunakan daftar dengan

nama fungsi dan parameter (sebaliknya adalah parameter titik koma).

>solve({{"f",3}},2,y=0.1)

Syntax error in expression, or unfinished expression!

Error in :

solve({{"f",3}},2,y=0.1)
^

Ini juga bekerja dengan ekspresi. Tapi kemudian, elemen daftar bernama harus digunakan. (Lebih lanjut

tentang daftar di tutorial tentang sintaks EMT).

>\$&((-5+3*i)+(7+8*i)

Closing bracket missing.

Found: &((-5+3*i)+(7+8*i)

Brackets: 1 (, 0 [

Symbolic expression expected.

Error in :

\$&((-5+3*i)+(7+8*i)
^

>\$&((-5-i)+(6+2*i))

$$i + 1$$

>\$&((6-4*i)-(-5+i))

$$11 - 5i$$

```
>$&(sqrt(-4).sqrt(-36))
```

$$-12$$

```
>$&(3/(5-11*i))
```

$$\frac{3}{5 - 11i}$$

```
>solve({{"x^a x",a=3}},2,y=0.1)
```

Syntax error in expression, or unfinished expression!

Error in :

```
solve({{"x^a-a^x",a=3}},2,y=0.1)
      ^
```


MENYELESAIKAN PERTIDAKSAMAAN

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan, EMT tidak akan dapat melakukannya, melainkan dengan bantuan Maxima, artinya secara eksak (simbolik). Perintah Maxima yang digunakan adalah `fourier_elim()`, yang harus dipanggil dengan perintah “`load(fourier_elim)`” terlebih dahulu.

```
>&load(fourier_elim)
```

C:/Program Files

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1>0],[x]) // x^2-1 > 0
```

$$[1 < x] \vee [x < -1]$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1<0],[x]) // x^2-1 < 0
```

$$[-1 < x, x < 1]$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1#0],[x]) // x^2-1 <> 0
```

$$[-1 < x, x < 1] \vee [1 < x] \vee [x < -1]$$

```
>$&fourier_elim([x # 6],[x])
```

$$[x < 6] \vee [6 < x]$$

```
>$&fourier_elim([x < 1, x > 1],[x]) // tidak memiliki penyelesaian
```

emptyset

```
>$&fourier_elim([minf < x, x < inf],[x]) // solusinya R
```

universalset

```
>$&fourier_elim([x^3 - 1 > 0],[x])
```

$$[1 < x, x^2 + x + 1 > 0] \vee [x < 1, -x^2 - x - 1 > 0]$$

>\$&fourier_elim([cos(x) < 1/2],[x]) // ??? gagal

$$[1 - 2 \cos x > 0]$$

>\$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[x,y]) // sistem pertidaksamaan

$$[y - 5 < x, x < y + 7, 10 < y]$$

>\$&fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[y,x])

$$[\max(10, x - 7) < y, y < x + 5, 5 < x]$$

>\$&fourier_elim((x + y < 5) and (x - y > 8),[x,y])

$$\left[y + 8 < x, x < 5 - y, y < -\frac{3}{2} \right]$$

>\$&fourier_elim(((x + y < 5) and x < 1) or (x - y > 8),[x,y])

$$[y + 8 < x] \vee [x < \min(1, 5 - y)]$$

>&fourier_elim([max(x,y) > 6, x # 8, abs(y-1) > 12],[x,y])

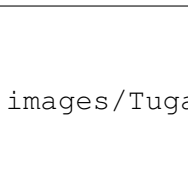
$$[6 \leq x, x \leq 8, y \leq -11] \text{ or } [8 \leq x, x \leq 11, y \leq -11]$$

>\$&fourier_elim([(x+6)/(x-9) <= 6],[x])

$$[x = 12] \vee [12 < x] \vee [x < 9]$$

>\$&(h(x)=1/(x-2)^4), \$&solve(h(x)=1/(x-2)^4)

$$\left[x = 2 - \frac{i}{h(x)^{\frac{1}{4}}}, x = \frac{i}{h(x)^{\frac{1}{4}}} + 2, x = 2 - \frac{1}{h(x)^{\frac{1}{4}}}, x = \frac{1}{h(x)^{\frac{1}{4}}} + 2 \right]$$



$$>\$&(h(x)=1/\sqrt{3*x+7}), \$\&solve(h(x)=1/\sqrt{3*x+7})$$

$$\left[h(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+7}} \right]$$



$$>\$&(h(x)=(\sqrt{x}-3)^4), \$\&solve(h(x)=(\sqrt{x}-3)^4)$$

$$\left[x = -\sqrt{h(x) + \sqrt{x} (12x + 108) + 648} - 27, x = \sqrt{h(x) + \sqrt{x} (12x + 108) + 648} - 27 \right]$$



$$>\$&(\sqrt{(x-5)/(x+2)}), \$\&solve(\sqrt{(x-5)/(x+2)})$$

$$[x = 5]$$



$$>\$&(h(x)=(x+2)^{3-5*(x+2)}2+3*(x+2)-1), \$\&solve(h(x)=(x+2)^{3-5*(x+2)}2+3*(x+2)-1)$$

1)

$$\left[x = \left(-\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{27h^2(x) + 284h(x) + 140}}{2 \cdot 3^{\frac{3}{2}}} + \frac{27h(x) + 142}{54} \right)^{\frac{1}{3}} - \right]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

$$>\$ \&(1/4+1/5=1/t), \$\&solve(1/4+1/5=1/t)$$

$$\left[t = \frac{20}{9} \right]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

$$>\$ \&(1/3-5/6=1/x), \$\&solve(1/3-5/6=1/x)$$

$$[x = -2]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

$$>\$ \&((3*y+5)/(y^2+5*y)+(y+4)/(y+5)=(y+1)/y)$$

$$\frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y}$$

$$>\$ \&(\text{sqrt}(3*x-4)=1), \$\&solve(\text{sqrt}(3*x-4)=1)$$

$$\left[x = \frac{5}{3} \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>$&((x+2)/4-(x-1)/5=15), $&solve((x+2)/4-(x-1)/5=15)
```

$$[x = 286]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>$&fourier_elim([x # 12],[x])
```

$$[x < 12] \vee [12 < x]$$

Bahasa Matriks

Dokumentasi inti EMT berisi diskusi terperinci tentang bahasa matriks Euler.

Vektor dan matriks dimasukkan dengan tanda kurung siku, elemen dipisahkan dengan koma, baris dipisahkan dengan titik koma.

```
>A=[1,2;3,4]
```

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array}$$

Produk matriks dilambangkan dengan titik.

```
>b=[3;4]
```

$$\begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array}$$

```
>b' // transpose b
```

$$[3, \quad 4]$$

```
>inv(A) //inverse A
```

$$\begin{array}{cc} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{array}$$

```
>A.b //perkalian matriks
```

```
11  
25
```

```
>A.inv(A)
```

```
1      0  
0      1
```

Poin utama dari bahasa matriks adalah bahwa semua fungsi dan operator bekerja elemen untuk elemen.

```
>A.A
```

```
7      10  
15     22
```

```
>A^2 //perpangkatan elemen2 A
```

```
1      4  
9      16
```

```
>A.A.A
```

```
37     54  
81     118
```

```
>power(A,3) //perpangkatan matriks
```

```
37     54  
81     118
```

```
>A/A //pembagian elemen-elemen matriks yang seletak
```

```
1      1  
1      1
```

>A/b //pembagian elemen2 A oleh elemen2 b kolom demi kolom (karena b vektor kolom)

```
0.333333      0.666667  
0.75          1
```

```
>A\b // hasilkali invers A dan b, A(-1)b
```

```
-2  
2.5
```

```
>inv(A).b
```

```
-2  
2.5
```

```
>A\A //A(-1)A
```



```

      1      0
      0      1
>inv(A).A
      1      0
      0      1
>A*A //perkalin elemen-elemen matriks seletak
      1      4
      9     16

```

Ini bukan produk matriks, tetapi perkalian elemen demi elemen. Hal yang sama berlaku untuk vektor.

```

>b^2 // perpangkatan elemen-elemen matriks/vektor
      9
     16

```

Jika salah satu operan adalah vektor atau skalar, itu diperluas secara alami.

```

>2*A
      2      4
      6      8

```

Misalnya, jika operan adalah vektor kolom, elemennya diterapkan ke semua baris A.

```

>[1,2]*A
      1      4
      3      8

```

Jika itu adalah vektor baris, itu diterapkan ke semua kolom A.

```

>A*[2,3]
      2      6
      6     12

```

Seseorang dapat membayangkan perkalian ini seolah-olah vektor baris v telah digandakan untuk membentuk

matriks dengan ukuran yang sama dengan A.

>dup([1,2],2) // dup: menduplikasi/menggandakan vektor [1,2] sebanyak 2 kali (baris)

```

      1      2
      1      2

```

```
>A*dup([1,2],2)
```

1	4
3	8

Ini juga berlaku untuk dua vektor di mana satu adalah vektor baris dan yang lainnya adalah vektor kolom.

Kami menghitung $i*j$ untuk i,j dari 1 hingga 5. Caranya adalah dengan mengalikan 1:5 dengan transposnya.

Bahasa matriks Euler secara otomatis menghasilkan tabel nilai.

$>(1:5)*(1:5)'$ // hasilkali elemen-elemen vektor baris dan vektor kolom

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16
5	10	15	20

Sekali lagi, ingat bahwa ini bukan produk matriks!

$>(1:5).(1:5)'$ // hasilkali vektor baris dan vektor kolom

55

$>\text{sum}((1:5)*(1:5))$ // sama hasilnya

55

Bahkan operator seperti $<$ atau $==$ bekerja dengan cara yang sama.

$>(1:10)<6$ // menguji elemen-elemen yang kurang dari 6

[1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0]

Misalnya, kita dapat menghitung jumlah elemen yang memenuhi kondisi tertentu dengan fungsi $\text{sum}()$.

$>\text{sum}((1:10)<6)$ // banyak elemen yang kurang dari 6

5

Euler memiliki operator perbandingan, seperti $==$, yang memeriksa kesetaraan.

Kami mendapatkan vektor 0 dan 1, di mana 1 berarti benar.

$>t=(1:10)^2$; $t==25$ //menguji elemen2 t yang sama dengan 25 (hanya ada 1)

[0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]

Dari vektor seperti itu, “bukan nol” memilih elemen bukan nol.
 Dalam hal ini, kami mendapatkan indeks semua elemen lebih besar dari 50.

```
>nonzeros(t>50) //indeks elemen2 t yang lebih besar daripada
5.
```

```
>nonzeros(t>50) //indeks elemen2 t yang lebih besar daripada
50
```

```
[8, 9, 10]
```

Tentu saja, kita dapat menggunakan vektor indeks ini untuk mendapatkan nilai yang sesuai dalam t.

```
>t[nonzeros(t>50)] //elemen2 t yang lebih besar daripada 50
```

```
[64, 81, 100]
```

Sebagai contoh, mari kita cari semua kuadrat dari angka 1 hingga 1000, yaitu 5 modulo 11 dan 3 modulo 13.

```
>t=1:1000; nonzeros(mod(t^2,11)==5 && mod(t^2,13)==3)
```

```
[4, 48, 95, 139, 147, 191, 238, 282, 290, 334, 380, 427, 475, 523, 571, 619, 667, 715, 763, 811, 859, 907, 955, 1000]
```

EMT tidak sepenuhnya efektif untuk perhitungan bilangan bulat. Ini menggunakan titik mengambang presisi

ganda secara internal. Namun, seringkali sangat berguna.

Kita dapat memeriksa keutamaan. Mari kita cari tahu, berapa banyak kuadrat ditambah 1 adalah bilangan

prima.

```
>t=1:1000; length(nonzeros(isprime(t^2+1)))
```

```
112
```

Fungsi bukan nol() hanya berfungsi untuk vektor. Untuk matriks, ada mnonzeros().

```
>seed(2); A=random(3,4)
```

```
0.765761      0.401188      0.406347      0.267812
```

```
0.13673      0.390567      0.495975      0.952811
```

```
0.548138      0.006085      0.444255      0.539211
```

Ini mengembalikan indeks elemen, yang bukan nol.

```
not zeros.
```

```
>k=mnonzeros(A<0.4) //indeks elemen2 A yang kurang dari
```

```
0,4
```

```
Function mnonzeros not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in :  
k=mnonzeros(A<0.4) //indeks elemen2 A yang kurang dari  
^
```

Indeks ini dapat digunakan untuk mengatur elemen ke beberapa nilai.

```
>mset(A,k,0) //mengganti elemen2 suatu matriks pada indeks  
tertentu
```

```
Function mset not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in :  
mset(A,k,0) //mengganti elemen2 suatu matriks pada indeks  
^
```

Fungsi mset() juga dapat mengatur elemen pada indeks ke entri dari beberapa matriks lainnya.

```
>mset(A,k,-random(size(A)))  
Function mset not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in :  
mset(A,k,-random(size(A)))  
^
```

Dan dimungkinkan untuk mendapatkan elemen dalam vektor.

```
>mget(A,k)  
Function mget not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in :  
mget(A,k)  
^
```

Fungsi lain yang berguna adalah ekstrem, yang mengembalikan nilai minimal dan maksimal di setiap baris matriks dan posisinya.

```
>ex=extrema(A)
```

```
0.267829          4          0.765761
0.13673           1          0.952814
0.006085          2          0.548138
```

Kita dapat menggunakan ini untuk mengekstrak nilai maksimal di setiap baris.

```
>ex[,3]'
```

```
[0.765761, 0.952814, 0.548138]
```

Ini, tentu saja, sama dengan fungsi max().

```
>max(A)'
```

```
[0.765761, 0.952814, 0.548138]
```

Tetapi dengan mget(), kita dapat mengekstrak indeks dan menggunakan informasi ini untuk mengekstrak elemen pada posisi yang sama dari matriks lain.

```
>$(x^2+4*x-5=0), $&solve(x^2+4*x-5=0)
```

$$[x = -5, x = 1]$$



```
>$(3*x^2+2*x=8), $&solve(3*x^2+2*x=8)
```

$$\left[x = -2, x = \frac{4}{3} \right]$$



```
>$(5*x^2=15), $&solve(5*x^2=15)
```

$$\left[x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3} \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
>$&(x^2+10=0), $&solve(x^2+10=0)
```

$$\left[x = -\sqrt{10}i, x = \sqrt{10}i \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
>$&((2*y+5)*(3*y-1)=0), $&solve((2*y+5)*(3*y-1)=0)
```

$$\left[y = \frac{1}{3}, y = -\frac{5}{2} \right]$$

images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
>j=(1:rows(A))'|ex[4], mget(-A,j)
```

1	1
2	4
3	1

Function mget not found.

Try list ... to find functions!

Error in :

```
j=(1:rows(A))'|ex[4], mget(-A,j)
```


FUNGSI MATRIKS LAINNYA (MEMBANGUN MATRIKS)

Untuk membangun matriks, kita dapat menumpuk satu matriks di atas yang lain. Jika keduanya tidak memiliki jumlah kolom yang sama, kolom yang lebih pendek akan diisi dengan 0.

```
>v=1:3; v_v
```

1	2	3
1	2	3

Demikian juga, kita dapat melampirkan matriks ke yang lain secara berdampingan, jika keduanya memiliki jumlah baris yang sama.

```
>A=random(3,4); A|v'
```

0.032444	0.0534171	0.595713	0.5644
0.83916	0.175552	0.396988	0.835
0.0257573	0.658585	0.629832	0.7708

Jika mereka tidak memiliki jumlah baris yang sama, matriks yang lebih pendek diisi dengan 0.

Ada pengecualian untuk aturan ini. Bilangan real yang dilampirkan pada matriks akan digunakan sebagai

kolom yang diisi dengan bilangan real tersebut.

```
>A|1
```

0.032444	0.0534171	0.595713	0.5644
0.83916	0.175552	0.396988	0.835
0.0257573	0.658585	0.629832	0.7708

Dimungkinkan untuk membuat matriks vektor baris dan kolom.

```
>[v;v]
```

1	2	3
1	2	3

```
>[v',v']
```

Illegal matrix element

Error in :

```
[v',v']
```

^

Tujuan utama dari ini adalah untuk menafsirkan vektor ekspresi untuk vektor kolom.

```
> "[x,x^2]"(v')
```

```
Illegal matrix element
```

```
Error in expression: [x,x^2]
```

```
Error in :
```

```
"[x,x^2]"(v')
```

^

Untuk mendapatkan ukuran A, kita dapat menggunakan fungsi berikut.

```
> C=zeros(2,4); rows(C), cols(C), size(C), length(C)
```

```
2
```

```
4
```

```
[2, 4]
```

```
4
```

Untuk vektor, ada panjang().

```
> length(2:10)
```

```
9
```

Ada banyak fungsi lain, yang menghasilkan matriks.

```
> ones(2,2)
```

```
1 1
1 1
```

Ini juga dapat digunakan dengan satu parameter. Untuk mendapatkan vektor dengan angka selain 1, gunakan yang berikut ini.

```
> ones(5)*6
```

```
[6, 6, 6, 6, 6]
```

Juga matriks bilangan acak dapat dihasilkan dengan acak (distribusi seragam) atau normal (distribusi Gau).

```
> random(2,2)
```

```
0.66566 0.831835
0.977 0.544258
```

Berikut adalah fungsi lain yang berguna, yang merestrukturisasi

elemen matriks menjadi matriks lain.

>redim(1:9,3,3) // menyusun elemen2 1, 2, 3, ..., 9 ke bentuk matriks 3x3

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Dengan fungsi berikut, kita dapat menggunakan ini dan fungsi dup untuk menulis fungsi rep(), yang mengulang vektor n kali.

>function rep(v,n) := redim(dup(v,n),1,n*cols(v))

Let us test.

>rep(1:3,5)

[1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3]

Fungsi multdup() menduplikasi elemen vektor.

>multdup(1:3,5), multdup(1:3,[2,3,2])

[1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3]
[1, 1, 2, 2, 2, 3, 3]

Fungsi flipx() dan flipy() mengembalikan urutan baris atau kolom matriks. Yaitu, fungsi flipx() membalik secara horizontal

>flipx(1:5) //membalik elemen2 vektor baris

[5, 4, 3, 2, 1]

Untuk rotasi, Euler memiliki rotleft() dan rotright().

>rotleft(1:5) // memutar elemen2 vektor baris

[2, 3, 4, 5, 1]

Sebuah fungsi khusus adalah drop(v,i), yang menghilangkan elemen dengan indeks di i dari vektor v.

>drop(10:20,3)

[10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]

Perhatikan bahwa vektor i di drop(v,i) mengacu pada indeks elemen di v, bukan nilai elemen. Jika Anda ingin menghapus elemen, Anda harus menemukan elemennya terlebih dahulu. Fungsi indexof(v,x) dapat

digunakan untuk mencari elemen x dalam vektor terurut v.

>v=primes(50), i=indexof(v,10:20), drop(v,i)

[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47]

```
[0, 5, 0, 6, 0, 0, 0, 7, 0, 8, 0]
[2, 3, 5, 7, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47]
```

Seperti yang Anda lihat, tidak ada salahnya untuk memasukkan indeks di luar rentang (seperti 0), indeks ganda, atau indeks yang tidak diurutkan.

```
>drop(1:10,shuffle([0,0,5,5,7,12,12]))
[1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10]
```

Ada beberapa fungsi khusus untuk mengatur diagonal atau untuk menghasilkan matriks diagonal.

Kita mulai dengan matriks identitas.

```
>A=id(5) // matriks identitas 5x5
```

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

Kemudian kita atur diagonal bawah (-1) menjadi 1:4.

```
>setdiag(A,-1,1:4) //mengganti diagonal di bawah diagonal
utama
```

1	0	0	0
1	1	0	0
0	2	1	0
0	0	3	1
0	0	0	4

Perhatikan bahwa kami tidak mengubah matriks A. Kami mendapatkan matriks baru sebagai hasil dari setdiag().

Berikut adalah fungsi, yang mengembalikan matriks tri-diagonal.

```
>function tridiag (n,a,b,c) := setdiag(setdiag(b*id(n),1,c),-1,a);
```

```
...
```

```
> tridiag(5,1,2,3)
```

2	3	0	0
1	2	3	0
0	1	2	3
0	0	1	2

0 0 0

Diagonal suatu matriks juga dapat diekstraksi dari matriks tersebut. Untuk mendemonstrasikan ini, kami

merestrukturisasi vektor 1:9 menjadi matriks 3x3.

```
>A=redim(1:9,3,3)
```

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Sekarang kita dapat mengekstrak diagonal.

si dari matriks tersebut. Untuk mendemonstrasikan ini, kami merestrukturisasi vektor 1:9 menjadi matriks 3x3.

```
>d=getdiag(A,0)
```

Function getdiag not found.

Try list ... to find functions!

Error in :

```
d=getdiag(A,0)
```

^

Misalnya. Kita dapat membagi matriks dengan diagonalnya.

Bahasa matriks memperhatikan bahwa vektor

kolom d diterapkan ke matriks baris demi baris.

3x3.

```
>$(x+5*sqrt(x)-36=0), $&solve(x+5*sqrt(x)-36=0)
```

$$[x = 36 - 5\sqrt{x}]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

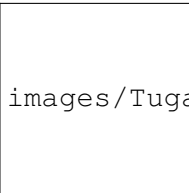
```
>$(3/(3*x+4))+(2/(x-1))=2, $&solve((3/(3*x+4))+(2/(x-1))=2)
```

$$\left[x = \frac{13}{6}, x = -1 \right]$$



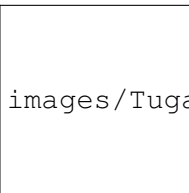
>\$&(sqrt(x+4)-2=1), \$&solve(sqrt(x+4)-2=1)

$$[x = 5]$$



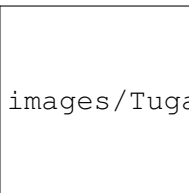
>\$&(sqrt(x+4)-sqrt(x-4)=2), \$&solve(sqrt(x+4)-sqrt(x-4)=2)

$$[\sqrt{x+4} = \sqrt{x-4} + 2]$$



>\$&(x^2+4*x=1), \$&solve(x^2+4*x=1)

$$\left[x = -\sqrt{5} - 2, x = \sqrt{5} - 2 \right]$$



```

>fraction A/d'
Variable d not found!
fraction:    f=getformat();

Error in :
fraction A/d'
      ^

```


VEKTORISASI

Hampir semua fungsi di Euler juga berfungsi untuk input matriks dan vektor, kapan pun ini masuk akal.

Misalnya, fungsi `sqrt()` menghitung akar kuadrat dari semua elemen vektor atau matriks.

```
>sqrt(1:3)
[1, 1.41421, 1.73205]
```

Jadi Anda dapat dengan mudah membuat tabel nilai. Ini adalah salah satu cara untuk memplot suatu fungsi

(alternatifnya menggunakan ekspresi).

```
>x=1:0.01:5; y=log(x)/x^2; // terlalu panjang untuk ditampilkan
```

Dengan ini dan operator titik dua `a:delta:b`, vektor nilai fungsi dapat dihasilkan dengan mudah.

Pada contoh berikut, kita membangkitkan vektor nilai `t[i]` dengan spasi 0,1 dari -1 hingga 1. Kemudian kita

membangkitkan vektor nilai fungsi

lateks: $s = t^3 - t$

```
>t=-1:0.1:1; s=t^3-t
```

```
[0, 0.171, 0.288, 0.357, 0.384, 0.375, 0.336, 0.271, 0.171, 0.0, -0.171, -0.288, -0.357, -0.384, -0.375, -0.336, -0.271, -0.171, 0]
```

EMT memperluas operator untuk skalar, vektor, dan matriks dengan cara yang jelas.

Misalnya, vektor kolom dikalikan vektor baris menjadi matriks, jika operator diterapkan. Berikut ini, `v'` adalah

vektor yang ditransposisikan (vektor kolom).

teks: $s = t^3 - t$

```
>shortest (1:5)*(1:5)'
```

1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15
4	8	12	16	20
5	10	15	20	25

Perhatikan, bahwa ini sangat berbeda dari produk matriks. Produk matriks dilambangkan dengan titik “.” di EMT.

```
>(1:5).(1:5)'
```

55

Secara default, vektor baris dicetak dalam format yang ringkas.

```
>[1,2,3,4]
```

```
[1, 2, 3, 4]
```

Untuk matriks operator khusus . menunjukkan perkalian matriks, dan A' menunjukkan transpos. Matriks 1x1 dapat digunakan seperti bilangan real.

```
>v:=[1,2]; v.v', %^2
```

5

25

Untuk mentranspos matriks kita menggunakan apostrof.

```
>v=1:4; v'
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

```
4
```

Jadi kita dapat menghitung matriks A kali vektor b.

```
>A=[1,2,3,4;5,6,7,8]; A.v'
```

```
30
```

```
70
```

Perhatikan bahwa v masih merupakan vektor baris. Jadi v'.v berbeda dari v.v'.

```
>v'.v
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

```
4
```

```
2
```

```
4
```

```
6
```

```
8
```

```
3
```

```
6
```

```
9
```

```
12
```

```
4
```

```
8
```

```
12
```

```
16
```

v.v' menghitung norma v kuadrat untuk vektor baris v. Hasilnya adalah vektor 1x1, yang bekerja seperti bilangan real.

```
>v.v'
```

30

Ada juga fungsi norma (bersama dengan banyak fungsi lain dari Aljabar Linier).

```
>norm(v)^2
```

30

Operator dan fungsi mematuhi bahasa matriks Euler.

Berikut ringkasan aturannya.

- Fungsi yang diterapkan ke vektor atau matriks diterapkan ke setiap elemen.
- Operator yang beroperasi pada dua matriks dengan ukuran yang sama diterapkan berpasangan ke elemen matriks.
- Jika kedua matriks memiliki dimensi yang berbeda, keduanya diperluas dengan cara yang masuk akal, sehingga memiliki ukuran yang sama.

Misalnya, nilai skalar kali vektor mengalikan nilai dengan setiap elemen vektor. Atau matriks kali vektor

(dengan *, bukan .) memperluas vektor ke ukuran matriks dengan menduplikasinya.

Berikut ini adalah kasus sederhana dengan operator ^.

```
>[1,2,3]^2
```

```
[1, 4, 9]
```

Berikut adalah kasus yang lebih rumit. Vektor baris dikalikan dengan vektor kolom mengembang keduanya dengan menduplikasi.

```
>v:=[1,2,3]; v*v'
```

1	2	3
2	4	6
3	6	9

Perhatikan bahwa produk skalar menggunakan produk matriks, bukan *!

```
>v.v'
```

14

Ada banyak fungsi matriks. Kami memberikan daftar singkat. Anda harus berkonsultasi dengan dokumentasi untuk informasi lebih lanjut tentang perintah ini.

sum,prod computes the sum and products of the rows
 cumsum,cumprod does the same cumulatively
 computes the extremal values of each row
 extrema returns a vector with the extremal information
 diag(A,i) returns the i-th diagonal
 setdiag(A,i,v) sets the i-th diagonal
 id(n) the identity matrix
 det(A) the determinant
 charpoly(A) the characteristic polynomial
 eigenvalues(A) the eigenvalues

>v*v, sum(v*v), cumsum(v*v)

[1, 4, 9]

14

[1, 5, 14]

Operator : menghasilkan vektor baris spasi yang sama, opsional dengan ukuran langkah.

>1:4, 1:2:10

[1, 2, 3, 4]

[1, 3, 5, 7, 9]

Untuk menggabungkan matriks dan vektor ada operator “|” dan “-”.

>[1,2,3]|[4,5], [1,2,3]-1

[1, 2, 3, 4, 5]

1	2	3
1	1	1

Unsur-unsur matriks disebut dengan “A[i,j]”.

>A:=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; A[2,3]

6

Untuk vektor baris atau kolom, v[i] adalah elemen ke-i dari vektor. Untuk matriks, ini mengembalikan baris ke-i lengkap dari matriks.

>v:=[2,4,6,8]; v[3], A[3]

6

[7, 8, 9]

Indeks juga bisa menjadi vektor baris dari indeks. : menunjukkan

semua indeks.

```
>v[1:2], A[:,2]
[2, 4]
2
5
8
```

Bentuk singkat untuk : adalah menghilangkan indeks sepenuhnya.

```
>A[,2:3]
2 3
5 6
8 9
```

Untuk tujuan vektorisasi, elemen matriks dapat diakses seolah-olah mereka adalah vektor

```
>A{4}
4
```

Matriks juga dapat diratakan, menggunakan fungsi `redim()`. Ini diimplementasikan dalam fungsi `flatten()`.

```
>redim(A,1,prod(size(A))), flatten(A)
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

Untuk menggunakan matriks untuk tabel, mari kita reset ke format default, dan menghitung tabel nilai sinus dan kosinus. Perhatikan bahwa sudut dalam radian secara default.

```
>defformat; w=0°:45°:360°; w=w'; deg(w)
0
45
90
135
180
225
270
315
360
```

Sekarang kita menambahkan kolom ke matriks.

```
>M = deg(w)|w|cos(w)|sin(w)
```

0	0	1	0
45	0.785398	0.707107	0.707107
90	1.5708	0	1
135	2.35619	-0.707107	0.707107
180	3.14159	-1	0
225	3.92699	-0.707107	-0.707107
270	4.71239	0	-1
315	5.49779	0.707107	-0.707107
360	6.28319	1	0

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menghasilkan beberapa tabel dari beberapa fungsi sekaligus.

Dalam contoh berikut, kita menghitung $t[j]^i$ untuk i dari 1 hingga n . Kami mendapatkan matriks, di mana

setiap baris adalah tabel t^i untuk satu i . Yaitu, matriks memiliki elemen lateks: $a_{\{i,j\}} = t_j^i$, $1 \leq j \leq 101$, $1 \leq i \leq n$

Fungsi yang tidak berfungsi untuk input vektor harus “divektorkan”. Ini dapat dicapai dengan kata kunci

“peta” dalam definisi fungsi. Kemudian fungsi tersebut akan dievaluasi untuk setiap elemen dari parameter vektor.

Integrasi numerik `terintegrasi()` hanya berfungsi untuk batas interval skalar. Jadi kita perlu membuat vektor,

```
>function map f(x) := integrate("x^x",1,x)
```

Kata kunci “peta” membuat vektor fungsi. Fungsinya sekarang akan bekerja

untuk vektor bilangan.

```
>$(f(x)=x3-9*x2+14*x+24), $solve(f(x)=x3-9*x2+14*x+24)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in :

`& (f(x)=x^3-9*x^2+14*x+24), & solve(f(x)=x^3-`

`> & (f(x)=2*x^3-3*x^2+x+6), & solve(f(x)=2*x^3-3*x^2+x+6)`

Maxima said:

Too few arguments supplied to `f(x,y)`; found: `[x]`
 -- an error. To debug this try: `debugmode(true)`;

Error in :

`& (f(x)=2*x^3-3*x^2+x+6), & solve(f(x)=2*x^3-`

`> & (g(x)=x^4-6*x^3+8*x^2+6*x-9), & solve(g(x)=x^4-6*x^3+8*x^2+6*x-`

9)

$$x = -\sqrt[2]{\frac{36 e^x \left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{25731 e^4 x - 167208 e^3 x + 5914 e^2 x + 284 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (1703 e^{2 x} - 82)}{54} \right)}{\left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{25731 e^4 x - 167208 e^3 x + 5914 e^2 x + 284 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (1703 e^{2 x} - 82)}{54} \right)}}$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

`> & (g(x)=x^4-3*x^2+5*x-2), & solve(g(x)=x^4-3*x^2+5*x-`

2)

$$x = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}e^{-\frac{x}{2}}(2e^x + 3e^x \left(\frac{e^{-2x}\sqrt{2767e^4x - 5352e^3x + 894e^2x + 400ex + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2x}(11e^{2x} - 8e^x - 1)}{2} \right)^{\frac{2}{3}} + 9e^x \left(\frac{e^{-2x}\sqrt{2767e^4x - 5352e^3x + 894e^2x + 400ex + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{e^{-2x}\sqrt{2767e^4x - 5352e^3x + 894e^2x + 400ex + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{2}{3}}}}$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
>$(f(x)=(x+3)^2*(x-1)), $solve(f(x)=(x+3)^2*(x-1))
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in :

```
$&(f(x)=(x+3)^2*(x-1)), $&solve(f(x)=(x+3)^2*(x-1))
```

```
>f([1:5])
```

```
[0, 2.05045, 13.7251, 113.336, 1241.03]
```


SUB-MATRIKS DAN MATRIKS-ELEMEN

Untuk mengakses elemen matriks, gunakan notasi braketa.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9], A[2,2]
```

1	2	3
4	5	6
7	8	9

5

Kita dapat mengakses satu baris matriks yang lengkap.

```
>A[2]
```

```
[4, 5, 6]
```

Dalam kasus vektor baris atau kolom, ini mengembalikan elemen vektor.

```
>v=1:3; v[2]
```

2

Untuk memastikan, Anda mendapatkan baris pertama untuk matriks 1xn dan mxn, tentukan semua kolom menggunakan indeks kedua kosong.

```
>A[2,]
```

```
[4, 5, 6]
```

Jika indeks adalah vektor indeks, Euler akan mengembalikan baris matriks yang sesuai.

Di sini kita menginginkan baris pertama dan kedua dari A.

1	2	3
4	5	6

Kita bahkan dapat menyusun ulang A menggunakan vektor indeks. Tepatnya, kami tidak mengubah A di sini, tetapi menghitung versi A yang disusun ulang.

7	8	9
4	5	6
1	2	3

Trik indeks bekerja dengan kolom juga.

Contoh ini memilih semua baris A dan kolom kedua dan ketiga.

```
>A[1:3,2:3]
```

2	3
5	6
8	9

Untuk singkatan “:” menunjukkan semua indeks baris atau kolom.

```
>A[:,3]
```

3
6
9

Atau, biarkan indeks pertama kosong.

```
>A[,2:3]
```

2	3
5	6
8	9

Kita juga bisa mendapatkan baris terakhir dari A.

```
>A[-1]
```

```
[7, 8, 9]
```

Sekarang mari kita ubah elemen A dengan menetapkan submatriks A ke beberapa nilai. Ini sebenarnya mengubah matriks A yang tersimpan.

```
>A[1,1]=4
```

4	2	3
4	5	6
7	8	9

Kami juga dapat menetapkan nilai ke baris A.

```
>A[1]=[-1,-1,-1]
```

-1	-1	-1
4	5	6
7	8	9

Kami bahkan dapat menetapkan sub-matriks jika memiliki ukuran yang tepat.

```
>A[1:2,1:2]=[5,6;7,8]
```

5	6	-1
7	8	6
7	8	9

Selain itu, beberapa jalan pintas diperbolehkan.

```
>A[1:2,1:2]=0
```

0	0	-1
0	0	6
7	8	9

Peringatan: Indeks di luar batas mengembalikan matriks kosong, atau pesan kesalahan, tergantung pada

pengaturan sistem. Standarnya adalah pesan kesalahan. Ingat, bagaimanapun, bahwa indeks negatif dapat

digunakan untuk mengakses elemen matriks yang dihitung dari akhir.

```
>A[4]
```

```
Index 4 out of bounds!
```

```
Error in :
```

```
A[4]
```

```
^
```


MENYORTIR DAN MENGACAK

Fungsi sort() mengurutkan vektor baris.

```
>sort([5,6,4,8,1,9])  
[1, 4, 5, 6, 8, 9]
```

Seringkali perlu untuk mengetahui indeks dari vektor yang diurutkan dalam vektor aslinya. Ini dapat digunakan untuk menyusun ulang vektor lain dengan cara yang sama.

Mari kita mengocok vektor.

```
>v=shuffle(1:10)  
[4, 5, 10, 6, 8, 9, 1, 7, 2, 3]
```

Indeks berisi urutan yang tepat dari v.

```
.  
>{vs,ind}=sort(v); v[ind]  
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

Ini bekerja untuk vektor string juga.

```
>s=["a","d","e","a","aa","e"]  
a  
d  
e  
a  
aa  
e  
  
>{ss,ind}=sort(s); ss  
a  
a  
aa  
d  
e  
e
```

Seperti yang Anda lihat, posisi entri ganda agak acak

```
>ind
```

```
[4, 1, 5, 2, 6, 3]
```

Fungsi unik mengembalikan daftar elemen unik vektor yang diurutkan.

```
>intrandom(1,10,10), unique(%)
```

```
[4, 4, 9, 2, 6, 5, 10, 6, 5, 1]
```

```
[1, 2, 4, 5, 6, 9, 10]
```

Ini bekerja untuk vektor string juga.

```
>unique(s)
```

```
a
```

```
aa
```

```
d
```

```
e
```

ALJABAR LINIER

EMT memiliki banyak fungsi untuk menyelesaikan sistem linier, sistem sparse, atau masalah regresi.

Untuk sistem linier $Ax=b$, Anda dapat menggunakan algoritma Gauss, matriks invers atau kecocokan linier.

Operator `A\b` menggunakan versi algoritma Gauss.

```
>A=[1,2;3,4]; b=[5;6]; A\b
```

-4

4.5

Untuk contoh lain, kami membuat matriks 200x200 dan jumlah barisnya. Kemudian kita selesaikan $Ax=b$ menggunakan matriks invers. Kami mengukur kesalahan sebagai deviasi maksimal semua elemen dari 1, yang tentu saja merupakan solusi yang benar.

```
>A=normal(200,200); b=sum(A); longest totalmax(abs(inv(A).b-1))
```

6.59472476627343e-013

Jika sistem tidak memiliki solusi, kecocokan linier meminimalkan norma kesalahan $Ax-b$.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
```

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Determinan matriks ini adalah 0.

```
>det(A)
```

0

MATRIKS SIMBOLIK

Maxima memiliki matriks simbolis. Tentu saja, Maxima dapat digunakan untuk masalah aljabar linier sederhana seperti itu. Kita dapat mendefinisikan matriks untuk Euler dan Maxima dengan $\&:=$, dan kemudian

menggunakannya dalam ekspresi simbolis. Bentuk [...] biasa untuk mendefinisikan matriks dapat digunakan di Euler untuk mendefinisikan matriks simbolik.

```
>A &= [a,1,1;1,a,1;1,1,a]; $A
```

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

```
>$&det(A), $&factor(%)
```

$$(a - 1)^2 (a + 2)$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>$&invert(A) with a=0
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

```
>A &= [1,a;b,2]; $A
```

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

Seperti semua variabel simbolik, matriks ini dapat digunakan dalam ekspresi simbolik lainnya.

`> $&det(A-x*ident(2)), $&solve(% ,x)`

$$\left[x = \frac{3 - \sqrt{4ab + 1}}{2}, x = \frac{\sqrt{4ab + 1} + 3}{2} \right]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

Nilai eigen juga dapat dihitung secara otomatis. Hasilnya adalah vektor dengan dua vektor nilai eigen dan multiplisitas.

`> $&eigenvalues([a,1;1,a])`

$$[[a - 1, a + 1], [1, 1]]$$

Untuk mengekstrak vektor eigen tertentu perlu pengindeksan yang cermat.

`> $&eigenvectors([a,1;1,a]), &%[2][1][1]`

$$[[[a - 1, a + 1], [1, 1]], [[[1, -1]], [[1, 1]]]]$$

$$[1, -1]$$

Matriks simbolik dapat dievaluasi dalam Euler secara numerik seperti ekspresi simbolik lainnya

`> A(a=4,b=5)`

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Dalam ekspresi simbolik, gunakan dengan.

`> $&A with [a=4,b=5]`

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Akses ke baris matriks simbolik bekerja seperti halnya dengan matriks numerik.

`> $&A[1]`

$$[1, a]$$

Ekspresi simbolis dapat berisi tugas. Dan itu mengubah matriks A.
he matrix A.

```
>&A[1,1]:=t+1; $&A
```

$$\begin{pmatrix} t+1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

Ada fungsi simbolik di Maxima untuk membuat vektor dan matriks. Untuk ini, lihat dokumentasi Maxima atau tutorial tentang Maxima di EMT.

```
>v &= makelist(1/(i+j),i,1,3); $v
```

$$\left[\frac{1}{j+1}, \frac{1}{j+2}, \frac{1}{j+3} \right]$$

```
>B &:= [1,2;3,4]; $B, $&invert(B)
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



Hasilnya dapat dievaluasi secara numerik dalam Euler. Untuk informasi lebih lanjut tentang Maxima, lihat pengantar Maxima.

```
>$&invert(B)()
```

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{pmatrix}$$

Euler juga memiliki fungsi xinv() yang kuat, yang membuat upaya lebih besar dan mendapatkan hasil yang lebih tepat.

Perhatikan, bahwa dengan &:= matriks B telah didefinisikan sebagai simbolik dalam ekspresi simbolik dan

sebagai numerik dalam ekspresi numerik. Jadi kita bisa menggunakannya di sini.

```
>longest B.xinv(B)
```

```
1 0
0 1
```

Misalnya. nilai eigen dari A dapat dihitung secara numerik.

```
>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]; real(eigenvalues(A))
```

```
[16.1168, -1.11684, 0]
```

Atau secara simbolis. Lihat tutorial tentang Maxima untuk detailnya.

```
>$&eigenvalues((A?))
```

$$\left[\left[\frac{15 - 3\sqrt{33}}{2}, \frac{3\sqrt{33} + 15}{2}, 0 \right], [1, 1, 1] \right]$$

Nilai Numerik dalam Ekspresi simbolis

Ekspresi simbolis hanyalah string yang berisi ekspresi. Jika kita ingin mendefinisikan nilai baik untuk ekspresi

simbolik maupun ekspresi numerik, kita harus menggunakan “&:=”.

```
>A &:= [1,pi;4,5]
```

```
1 3.14159
4 5
```

Masih ada perbedaan antara bentuk numerik dan simbolik. Saat mentransfer matriks ke bentuk simbolis, pendekatan fraksional untuk real akan digunakan.

```
>$&A
```

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{245850922}{78256779} \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Untuk menghindarinya, ada fungsi “mxmset(variable)”.

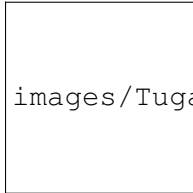
```
>mxmset(A); $&A
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3.141592653589793 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Maxima juga dapat menghitung dengan angka floating point, dan bahkan dengan angka floating besar dengan 32 digit. Namun, evaluasinya jauh lebih lambat.

```
> %bfloat(sqrt(2)), %float(sqrt(2))
```

```
1.414213562373095
```



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Ketepatan angka floating point besar dapat diubah.

```
> %fpprec:=100; %bfloat(pi)
```

```
3.141592653589793238462
```

Variabel numerik dapat digunakan dalam ekspresi simbolis apa pun menggunakan “(var?)”.

Perhatikan bahwa ini hanya diperlukan, jika variabel telah didefinisikan dengan “:=” atau “=” sebagai variabel numerik.

```
> B:=[1,pi;3,4]; %det((B?))
```

```
-5.424777960769379
```

Demo - Suku Bunga

Di bawah ini, kami menggunakan Euler Math Toolbox (EMT) untuk perhitungan suku bunga. Kami melakukannya secara numerik dan simbolis untuk menunjukkan kepada Anda bagaimana Euler dapat digunakan untuk

memecahkan masalah kehidupan nyata.

Asumsikan Anda memiliki modal awal 5000 (katakanlah dalam dolar).

```
> K=5000
```

```
5000
```

Sekarang kita asumsikan tingkat bunga 3% per tahun. Mari kita tambahkan satu tarif sederhana dan hitung hasilnya.

```
>K*1.03
```

```
5150
```

Euler akan memahami sintaks berikut juga.

```
>K+K*3%
```

```
5150
```

Tetapi lebih mudah menggunakan faktornya

```
>q=1+3%, K*q
```

```
1.03
```

```
5150
```

Selama 10 tahun, kita cukup mengalikan faktornya dan mendapatkan nilai akhir dengan suku bunga majemuk.

silnya.

```
>K*q^10
```

```
6719.58189672
```

Untuk tujuan kita, kita dapat mengatur format menjadi 2 digit setelah titik desimal

```
>format(12,2); K*q^10
```

```
6719.58
```

Mari kita cetak yang dibulatkan menjadi 2 digit dalam kalimat lengkap.

```
>“Starting from” + K + “$ you get” + round(K*q^10,2) + “$.”
```

```
Starting from 5000$ you get 6719.58$.
```

Bagaimana jika kita ingin mengetahui hasil antara dari tahun 1 sampai tahun 9? Untuk ini, bahasa matriks Euler sangat membantu. Anda tidak harus menulis loop, tetapi cukup masukkan

```
>K*q^(0:10)
```

```
5000.00      5150.00      5304.50      5463.64
```

```
5627.5
```

Bagaimana keajaiban ini bekerja? Pertama ekspresi 0:10 mengembalikan vektor bilangan bulat.

```
>short 0:10
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

Kemudian semua operator dan fungsi dalam Euler dapat diterapkan pada elemen vektor untuk elemen. Jadi

```
>short q^(0:10)
```

```
[1, 1.03, 1.0609, 1.0927, 1.1255, 1.1593, 1.194
```

adalah vektor faktor q^0 sampai q^{10} . Ini dikalikan dengan K , dan kami mendapatkan vektor nilai.

```
>VK=K*q^(0:10);
```

Tentu saja, cara realistis untuk menghitung suku bunga ini adalah dengan membulatkan ke sen terdekat setelah setiap tahun. Mari kita tambahkan fungsi untuk ini.

```
>function oneyear (K) := round(K*q,2)
```

Mari kita bandingkan dua hasil, dengan dan tanpa pembulatan.

```
>longest oneyear(1234.57), longest 1234.57*q
```

```
1271.61  
1271.6071
```

Sekarang tidak ada rumus sederhana untuk tahun ke- n , dan kita harus mengulang selama bertahun-tahun.

Euler memberikan banyak solusi untuk ini.

Cara termudah adalah iterasi fungsi, yang mengulangi fungsi tertentu beberapa kali.

```
>VKr=iterate("oneyear",5000,10)
```

```
5000.00 5150.00 5304.50 5463.64 5
```

Kami dapat mencetaknya dengan cara yang ramah, menggunakan format kami dengan tempat desimal tetap.

```
>VKr'
```

```
5000.00  
5150.00  
5304.50  
5463.64  
5627.55  
5796.38  
5970.27  
6149.38  
6333.86  
6523.88  
6719.60
```

Untuk mendapatkan elemen tertentu dari vektor, kami menggunakan

indeks dalam tanda kurung siku.

```
>VKr[2], VKr[1:3]
```

```
5150.00
```

```
5000.00
```

```
5150.00
```

```
5304.50
```

Anehnya, kita juga bisa menggunakan vektor indeks. Ingat bahwa 1:3 menghasilkan vektor [1,2,3].

Mari kita bandingkan elemen terakhir dari nilai yang dibulatkan dengan nilai penuh.

```
>$&(f(x)=x3-9*x2+14*x+24), $&solve(f(x)=x3-9*x2+14*x+24)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in :

```
$&(f(x)=x3-9*x2+14*x+24), $&solve(f(x)=x3-9*x2+14*x+24)
```

```
>$&(f(x)=2*x3-3*x2+x+6), $&solve(f(x)=2*x3-3*x2+x+6)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

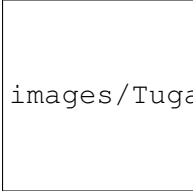
Error in :

```
$&(f(x)=2*x3-3*x2+x+6), $&solve(f(x)=2*x3-3*x2+x+6)
```

```
>$&(g(x)=x4-6*x3+8*x2+6*x-9), $&solve(g(x)=x4-6*x3+8*x2+6*x-
```

9)

$$x = -\sqrt[2]{\frac{36 e^x \left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{25731 e^4 x - 167208 e^3 x + 5914 e^2 x + 284 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (1703 e^2 x - 82)}{54} \right)}{\left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{25731 e^4 x - 167208 e^3 x + 5914 e^2 x + 284 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (1703 e^2 x - 82)}{54} \right)}}$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

2) $\text{solve}(g(x)=x^4x^3-3*x^2+5*x-2)$

$$x = -\sqrt[2]{\frac{3 e^x \left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{2767 e^4 x - 5352 e^3 x + 894 e^2 x + 400 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (11 e^2 x - 8 e x - 1)}{2} \right)^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{3} e^{-\frac{3}{2}}}{\left(\frac{e^{-2 x} \sqrt{2767 e^4 x - 5352 e^3 x + 894 e^2 x + 400 e x + 27}}{23^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{-2 x} (11 e^2 x - 8 e x - 1)}{2} \right)}}$$

```
>$(f(x)=(x+3)^2*(x-1)), $solve(f(x)=(x+3)^2*(x-1))
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in :

```
$&(f(x)=(x+3)^2*(x-1)), $&solve(f(x)=(x+3)^2*(x-1))
```

```
>VKr[-1], VK[-1]
```

```
6719.60
```

```
6719.58
```

Perbedaannya sangat kecil.

MEMECAHKAN PERSAMAAN

Sekarang kita mengambil fungsi yang lebih maju, yang menambahkan tingkat uang tertentu setiap tahun.

```
>function onepay (K) := K*q+R
```

Kita tidak perlu menentukan q atau R untuk definisi fungsi. Hanya jika kita menjalankan perintah, kita harus

mendefinisikan nilai-nilai ini. Kami memilih R=200.

```
>R=200; iterate("onepay",5000,10)
```

5000.00	5350.00	5710.50	6081.82	6454.85
---------	---------	---------	---------	---------

Bagaimana jika kita menghapus jumlah yang sama setiap tahun?

```
>R=-200; iterate("onepay",5000,10)
```

5000.00	4950.00	4898.50	4845.45	4790.86
---------	---------	---------	---------	---------

Kami melihat bahwa uang berkurang. Jelas, jika kita hanya mendapatkan 150 bunga di tahun pertama, tetapi menghapus 200, kita kehilangan uang setiap tahun.

Bagaimana kita bisa menentukan berapa tahun uang itu akan bertahan? Kita harus menulis loop untuk ini.

Cara termudah adalah dengan iterasi cukup lama.

```
>VKR=iterate("onepay",5000,50)
```

Column 1 to 13:

5000.00	4950.00	4898.50	4845.45	4790.86
---------	---------	---------	---------	---------

Column 14 to 26:

4219.11	4145.68	4070.05	3992.16	3912.01
---------	---------	---------	---------	---------

Column 27 to 39:

3072.35	2964.52	2853.45	2739.06	2621.35
---------	---------	---------	---------	---------

Column 40 to 51:

1388.29	1229.94	1066.84	898.84	725.84
---------	---------	---------	--------	--------

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat menentukan nilai negatif pertama dengan cara berikut.

```
>min(nonzeros(VKR<0))
```

48.00

Alasan untuk ini adalah bahwa bukan nol($VKR < 0$) mengembalikan vektor indeks i , di mana $VKR[i] < 0$, dan
min menghitung indeks minimal.

Karena vektor selalu dimulai dengan indeks 1, jawabannya adalah 47 tahun.

Fungsi `iterate()` memiliki satu trik lagi. Itu bisa mengambil kondisi akhir sebagai argumen. Kemudian akan mengembalikan nilai dan jumlah iterasi.

```
> {x,n}=iterate("oneway",5000,till="x<0"); x, n,  
-19.83  
47.00
```

Mari kita coba menjawab pertanyaan yang lebih ambigu. Asumsikan kita tahu bahwa nilainya adalah 0 setelah
50 tahun. Apa yang akan menjadi tingkat bunga?

Ini adalah pertanyaan yang hanya bisa dijawab dengan angka. Di bawah ini, kita akan mendapatkan formula

yang diperlukan. Kemudian Anda akan melihat bahwa tidak ada formula yang mudah untuk tingkat bunga.

Tapi untuk saat ini, kami bertujuan untuk solusi numerik.

Langkah pertama adalah mendefinisikan fungsi yang melakukan iterasi sebanyak n kali. Kami menambahkan semua parameter ke fungsi ini.

```
> function f(K,R,P,n) := iterate("x*(1+P/100)+R",K,n;P,R)[-1]  
Iterasinya sama seperti di atas
```

Tapi kami tidak lagi menggunakan nilai global R dalam ekspresi kami. Fungsi seperti `iterate()` memiliki trik

khusus di Euler. Anda dapat meneruskan nilai variabel dalam ekspresi sebagai parameter titik koma. Dalam hal ini P dan R .

Selain itu, kami hanya tertarik pada nilai terakhir. Jadi kita ambil indeks `[-1]`.

Mari kita coba tes.

```
> f(5000,-200,3,47)  
-19.83
```

Sekarang kita bisa menyelesaikan masalah kita.

```
>solve("f(5000,-200,x,50)",3)
```

Floating point error!

```
secant:      x2=x1-y1*(x1-x0)/(y1-y0);
```

```
solve:  if (isvar("eps")) then return secant(f$,a,b,y,
```

```
>$&((2*x4+7*x3+x-12)+(x+3))
```

$$2x^4 + 7x^3 + 2x - 9$$

Rutin memecahkan memecahkan ekspresi=0 untuk variabel x.
Jawabannya adalah 3,15% per tahun. Kami

mengambil nilai awal 3% untuk algoritma. Fungsi solve() selalu membutuhkan nilai awal.

Kita dapat menggunakan fungsi yang sama untuk menyelesaikan pertanyaan berikut: Berapa banyak yang

dapat kita keluarkan per tahun sehingga modal awal habis setelah 20 tahun dengan asumsi tingkat bunga 3%

per tahun.

```
>$&((x3-7*x2+13*x+3)+(x-2))
```

$$x^3 - 7x^2 + 14x + 1$$

```
>$&((x3-2*x2-8)/(x+2)), $&solve((x3-2*x2-8)/(x+2))
```

$$\left[x = \frac{4 \left(\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right)}{9 \left(\frac{4\sqrt{31}}{3^{\frac{3}{2}}} + \frac{116}{27} \right)^{\frac{1}{3}}} + \left(\frac{4\sqrt{31}}{3^{\frac{3}{2}}} + \frac{116}{27} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3}, x = \left(\frac{4\sqrt{31}}{3^{\frac{3}{2}}} + \frac{116}{27} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} \right]$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

```
>$&((x3-3*x+10)/(x-2)), $&solve((x3-3*x+10)/(x-2))
```

$$\left[x = \frac{\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2}}{(2\sqrt{6} - 5)^{\frac{1}{3}}} + (2\sqrt{6} - 5)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right), x = (2\sqrt{6} - 5)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}i}{2} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
> $&((x^4-1)/(x-1)), $&solve((x^4-1)/(x-1))
```

$$[x = -i, x = i, x = -1]$$

images/Tugas_Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_230306

```
> ...
```

```
> solve("f(5000,x,3,20)",-200)
```

```
Floating point error!
```

```
secant:      x2=x1-y1*(x1-x0)/(y1-y0);
```

```
solve:  if (isvar("eps")) then return secant(f$,a,b,y;args
```

Perhatikan bahwa Anda tidak dapat menyelesaikan jumlah tahun, karena fungsi kami mengasumsikan n sebagai nilai integer.

SOLUSI SIMBOLIK UNTUK MASALAH SUKU BUNGA

Kita dapat menggunakan bagian simbolik dari Euler untuk mempelajari masalah tersebut. Pertama kita

mendefinisikan fungsi onepay() kita secara simbolis.

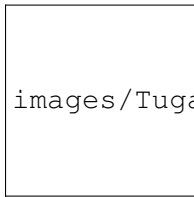
>function op(K) &= K*q+R; \$&op(K)

$$R + q K$$

Kita sekarang dapat mengulangi ini.

>\$&op(op(op(op(K)))), \$&expand(%)

$$q^3 R + q^2 R + q R + R + q^4 K$$



images/Tugas Aplikom_Aljabar_Azifah Azka Apriliana_23

Kami melihat sebuah pola. Setelah n periode yang kita miliki

lateks: $K_n = q^n K + R (1+q+\dots+q^{n-1}) = q^n K + q^n -$

1_{q-1R}

Rumusnya adalah rumus untuk jumlah geometri, yang diketahui Maxima.

>&sum(q^k,k,0,n-1); \$& % = ev(%,simpsum)

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Ini agak rumit. Jumlahnya dievaluasi dengan bendera “simpsum” untuk mengurangnya menjadi hasil bagi.

Mari kita membuat fungsi untuk ini.

musnya adalah rumus untuk jumlah geometri, yang diketahui Maxima.

```
>function fs(K,R,P,n) &= (1+P/100)^n*K + ((1+P/100)^n-1)/(P/100)*R; $&fs(K,R,P,n)
```

$$\frac{100 \left(\left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n - 1 \right) R}{P} + K \left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n$$

Fungsi tersebut melakukan hal yang sama seperti fungsi f kita sebelumnya. Tapi itu lebih efektif.

```
>longest f(5000,-200,3,47), longest fs(5000,-200,3,47)
-19.82504734650985
-19.82504734652684
```

Kita sekarang dapat menggunakannya untuk menanyakan waktu n. Kapan modal kita habis? Dugaan awal kami adalah 30 tahun.

```
>solve("fs(5000,-330,3,x)",30)
20.51
```

awaban ini mengatakan bahwa itu akan menjadi negatif setelah 21 tahun.

Kita juga dapat menggunakan sisi simbolis Euler untuk menghitung formula pembayaran.

Asumsikan kita mendapatkan pinjaman sebesar K, dan membayar n pembayaran sebesar R (dimulai setelah tahun pertama) meninggalkan sisa hutang sebesar Kn (pada saat pembayaran terakhir). Rumus untuk ini jelas.

```
>equ &= fs(K,R,P,n)=Kn; $&equ
```

$$\frac{100 \left(\left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n - 1 \right) R}{P} + K \left(\frac{P}{100} + 1 \right)^n = Kn$$

Biasanya rumus ini diberikan dalam bentuk

lateks: $i = \frac{P}{100}$

```
>equ &= (equ with P=100*i); $&equ
```

$$\frac{((i + 1)^n - 1) R}{i} + (i + 1)^n K = Kn$$

Kita dapat memecahkan tingkat R secara simbolis.

> %solve(equ,R)

$$\left[R = \frac{i K n - i (i + 1)^n K}{(i + 1)^n - 1} \right]$$

Seperti yang Anda lihat dari rumus, fungsi ini mengembalikan kesalahan titik mengambang untuk i=0. Euler

tetap merencanakannya.

Tentu saja, kami memiliki batasan berikut.

> %limit(R(5000,0,x,10),x,0)

$$\lim_{x \rightarrow 0} R(5000, 0, x, 10)$$

Jelas, tanpa bunga kita harus membayar kembali 10 tarif 500.

Persamaan juga dapat diselesaikan untuk n. Kelihatannya lebih bagus, jika kita menerapkan beberapa penyederhanaan untuk itu.

> fn = solve(equ,n) | ratsimp; %fn

$$\left[n = \frac{\log \left(\frac{R+i K n}{R+i K} \right)}{\log (i + 1)} \right]$$

> %limit(n(400,0,x,10),x,0)

$$\lim_{x \rightarrow 0} n(400, 0, x, 10)$$

> %solve(equ,S)

□

> %limit(h(20,x),x,0)

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(20, x)$$

GEOMETRI

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

unicodehyperref hyphensurl []book xcolor amsmath,amssymb
iftex [T1]fontenc [utf8]inputenc textcomp lmodern upquote []microtype
[protrusion]basicmath parskip graphicx bookmark xurl

APLIKOM GEOMETRI AZIFAH AZKA APRILIANA_23030630006

Nama : Azifah Azka Apriliana

NIM : 23030630006

Kelas : Matematika B 2023

Visualisasi dan Perhitungan Geometri dengan EMT

Euler menyediakan beberapa fungsi untuk melakukan visualisasi dan perhitungan geometri, baik secara numerik maupun analitik (seperti biasanya tentunya, menggunakan Maxima). Fungsi-fungsi untuk visualisasi dan perhitungan geometri tersebut disimpan di dalam file program “geometry.e”, sehingga file tersebut harus dipanggil sebelum menggunakan fungsi-fungsi atau perintah-perintah untuk geometri.

```
>load geometry
```

```
Could not open geometry!
```

```
Error in:
```

```
load geometry ...
```

Fungsi-fungsi Geometri

Fungsi-fungsi untuk Menggambar Objek Geometri:

defaultd:=textheight()*1.5: nilai asli untuk parameter d

setPlotrange(x1,x2,y1,y2): menentukan rentang x dan y pada bidang koordinat

setPlotRange(r): pusat bidang koordinat (0,0) dan batas-batas sumbu-x dan y adalah -r sd r

plotPoint (P, “P”): menggambar titik P dan diberi label “P”

plotSegment (A,B, “AB”, d): menggambar ruas garis AB, diberi label “AB” sejauh d

plotLine (g, “g”, d): menggambar garis g diberi label “g” sejauh d

plotCircle (c, "c", v, d): Menggambar lingkaran c dan diberi label "c"

plotLabel (label, P, V, d): menuliskan label pada posisi P

Fungsi-fungsi Geometri Analitik (numerik maupun simbolik):

turn(v, phi): memutar vektor v sejauh phi

turnLeft(v): memutar vektor v ke kiri

turnRight(v): memutar vektor v ke kanan

normalize(v): normal vektor v

crossProduct(v, w): hasil kali silang vektor v dan w.

lineThrough(A, B): garis melalui A dan B, hasilnya [a,b,c] sdh.

$ax+by=c$.

lineWithDirection(A,v): garis melalui A searah vektor v

getLineDirection(g): vektor arah (gradien) garis g

getNormal(g): vektor normal (tegak lurus) garis g

getPointOnLine(g): titik pada garis g

perpendicular(A, g): garis melalui A tegak lurus garis g

parallel (A, g): garis melalui A sejajar garis g

lineIntersection(g, h): titik potong garis g dan h

projectToLine(A, g): proyeksi titik A pada garis g

distance(A, B): jarak titik A dan B

distanceSquared(A, B): kuadrat jarak A dan B

quadrance(A, B): kuadrat jarak A dan B

areaTriangle(A, B, C): luas segitiga ABC

computeAngle(A, B, C): besar sudut $\angle ABC$

angleBisector(A, B, C): garis bagi sudut $\angle ABC$

circleWithCenter (A, r): lingkaran dengan pusat A dan jari-jari r

getCircleCenter(c): pusat lingkaran c

getCircleRadius(c): jari-jari lingkaran c

circleThrough(A,B,C): lingkaran melalui A, B, C

middlePerpendicular(A, B): titik tengah AB

lineCircleIntersections(g, c): titik potong garis g dan lingkaran c

circleCircleIntersections (c1, c2): titik potong lingkaran c1 dan

c2

planeThrough(A, B, C): bidang melalui titik A, B, C
 Fungsi-fungsi Khusus Untuk Geometri Simbolik:
 getLineEquation (g,x,y): persamaan garis g dinyatakan dalam x dan y
 getHesseForm (g,x,y,A): bentuk Hesse garis g dinyatakan dalam x dan y dengan titik A pada sisi positif (kanan/atas) garis
 quad(A,B): kuadrat jarak AB
 spread(a,b,c): Spread segitiga dengan panjang sisi-sisi a,b,c, yakni $\sin(\alpha)^2$ dengan α sudut yang menghadap sisi a.
 crosslaw(a,b,c,sa): persamaan 3 quads dan 1 spread pada segitiga dengan panjang sisi a, b, c.
 triplespread(sa,sb,sc): persamaan 3 spread sa,sb,sc yang membentuk suatu segitiga
 doublespread(sa): Spread sudut rangkap Spread 2ϕ , dengan $sa=\sin(\phi)^2$ spread a.

Contoh 1: Luas, Lingkaran Luar, Lingkaran Dalam Segitiga

Untuk menggambar objek-objek geometri, langkah pertama adalah menentukan rentang sumbu-sumbu koordinat. Semua objek geometri akan digambar pada satu bidang koordinat, sampai didefinisikan bidang koordinat yang baru.

```
>setPlotRange(-0.5,2.5,-0.5,2.5); // mendefinisikan bidang koordinat baru
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(-0.5,2.5,-0.5,2.5); // mendefinisikan bi
```

Sekarang tetapkan tiga poin dan plot mereka.

```
>A=[1,0]; plotPoint(A,"A"); // definisi dan gambar tiga titik
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
A=[1,0]; plotPoint(A,"A"); // definisi dan gambar tiga titik
```

```
>B=[0,1]; plotPoint(B,"B");
```

```
Function plotPoint not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
B=[0,1]; plotPoint(B,"B"); ...  
^
```

```
>C=[2,2]; plotPoint(C,"C");
```

```
Function plotPoint not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
C=[2,2]; plotPoint(C,"C"); ...  
^
```

Kemudian tiga segmen.

```
>plotSegment(A,B,"c"); // c=AB
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(A,B,"c"); // c=AB ...  
^
```

```
>plotSegment(B,C,"a"); // a=BC
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(B,C,"a"); // a=BC ...  
^
```

```
>plotSegment(A,C,"b"); // b=AC
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(A,C,"b"); // b=AC ...  
^
```

Fungsi geometri meliputi fungsi untuk membuat garis dan lingkaran. Format garis adalah [a,b,c], yang mewakili garis dengan

persamaan $ax+by=c$.

```
>lineThrough(B,C) // garis yang melalui B dan C
```

```
Function lineThrough not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
lineThrough(B,C) // garis yang melalui B dan C ...  
^
```

Hitunglah garis tegak lurus yang melalui A pada BC.

```
>h=perpendicular(A,lineThrough(B,C)); // garis h tegak lurus  
BC melalui A
```

```
Function lineThrough not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
h=perpendicular(A,lineThrough(B,C)); // garis h tegak  
^
```

Dan persimpangannya dengan BC.

```
>D=lineIntersection(h,lineThrough(B,C)); // D adalah titik  
potong h dan BC
```

```
Variable or function h not found.
```

```
Error in:
```

```
D=lineIntersection(h,lineThrough(B,C)); // D adalah t.  
^
```

Plot itu.

```
>plotPoint(D,value=1); // koordinat D ditampilkan
```

```
Variable or function D not found.
```

```
Error in:
```

```
plotPoint(D,value=1); // koordinat D ditampilkan ...  
^
```

```
>aspect(1); plotSegment(A,D): // tampilkan semua gambar hasil  
plot...()
```

```
Variable or function D not found.
```

```
Error in:
```

```
aspect(1); plotSegment(A,D): // tampilkan semua gambar  
^
```

Hitung luas ABC:

```
>norm(A-D)*norm(B-C)/2 // AD=norm(A-D), BC=norm(B-C)
```

Variable D not found!

Error in:

```
norm(A-D)*norm(B-C)/2 // AD=norm(A-D), BC=norm(B-C) ...  
^
```

Bandingkan dengan rumus determinan.

```
>areaTriangle(A,B,C) // hitung luas segitiga langusng dengan  
fungsi
```

Function areaTriangle not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
areaTriangle(A,B,C) // hitung luas segitiga langusng deng  
^
```

Cara lain menghitung luas segitigas ABC:

```
>distance(A,D)*distance(B,C)/2
```

Variable or function D not found.

Error in:

```
distance(A,D)*distance(B,C)/2 ...  
^
```

Sudut di C

```
>degprint(computeAngle(B,C,A))
```

Function computeAngle not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
degprint(computeAngle(B,C,A)) ...  
^
```

Sekarang lingkaran luar segitiga.

```
>c=circleThrough(A,B,C); // lingkaran luar segitiga ABC
```

Function circleThrough not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
c=circleThrough(A,B,C); // lingkaran luar segitiga ABC ...  
^
```

```
>R=getCircleRadius(c); // jari2 lingkaran luar
```

Variable or function c not found.

```
Error in:
R=getCircleRadius(c); // jari2 lingkaran luar ...
^

>O=getCircleCenter(c); // titik pusat lingkaran c
Variable or function c not found.
Error in:
O=getCircleCenter(c); // titik pusat lingkaran c ...
^

>plotPoint(O,"O"); // gambar titik "O"
Variable or function O not found.
Error in:
plotPoint(O,"O"); // gambar titik "O" ...
^

>plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC"):
Variable or function c not found.
Error in:
plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC"): ...
^

Tampilkan koordinat titik pusat dan jari-jari lingkaran luar.
>O,R
Variable O not found!
Error in:
O, R ...
^

Sekarang akan digambar lingkaran dalam segitiga ABC. Titik
pusat lingkaran dalam adalah titik potong garis-garis bagi sudut.
>l=angleBisector(A,C,B); // garis bagi <ACB
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
l=angleBisector(A,C,B); // garis bagi <ACB ...
^

>g=angleBisector(C,A,B); // garis bagi <CAB
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
```

Error in:

```
g=angleBisector(C,A,B); // garis bagi <CAB ...  
^
```

```
>P=lineIntersection(l,g) // titik potong kedua garis bagi sudut
```

Variable or function l not found.

Error in:

```
P=lineIntersection(l,g) // titik potong kedua garis bagi s  
^
```

Tambahkan semuanya ke plot.

```
>color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1); // gambar kedua  
garis bagi sudut
```

Variable or function l not found.

Error in:

```
color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1); // gambar ke  
^
```

```
>plotPoint(P,"P"); // gambar titik potongnya
```

Variable or function P not found.

Error in:

```
plotPoint(P,"P"); // gambar titik potongnya ...  
^
```

```
>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) // jari-jari  
lingkaran dalam
```

Variable or function P not found.

Error in:

```
r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) // jari-jari l  
^
```

```
>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga  
ABC"); // gambar lingkaran dalam
```

Variable or function P not found.

Error in:

```
plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga  
^
```

Latihan

1. Tentukan ketiga titik singgung lingkaran dalam dengan sisi-sisi segitiga ABC.

```
>setPlotRange(-2.5,4.5,-2.5,4.5);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(-2.5,4.5,-2.5,4.5); ...
^
```

```
>A=[-2,1]; plotPoint(A,"A");
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
A=[-2,1]; plotPoint(A,"A"); ...
^
```

```
>B=[1,-2]; plotPoint(B,"B");
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
B=[1,-2]; plotPoint(B,"B"); ...
^
```

```
>C=[4,4]; plotPoint(C,"C");
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
C=[4,4]; plotPoint(C,"C"); ...
^
```

2. Gambar segitiga dengan titik-titik sudut ketiga titik singgung tersebut.

```
>plotSegment(A,B,"c")
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment(A,B,"c") ...
^
```

```
>plotSegment(B,C,"a")
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
plotSegment(B,C,"a") ...
```

```
>plotSegment(A,C,"b")
```

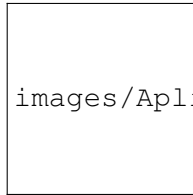
```
Function plotSegment not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plotSegment(A,C,"b") ...
```

```
>aspect(1):
```



images/Aplikom geometri_Azifah Azka Apr

Gambar 1.4 images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana.230306300001.png

3. Tunjukkan bahwa garis bagi sudut yang ke tiga juga melalui titik pusat lingkaran dalam.

```
>l=angleBisector(A,C,B);
```

```
Function angleBisector not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
l=angleBisector(A,C,B); ...
```

```
>g=angleBisector(C,A,B);
```

```
Function angleBisector not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
g=angleBisector(C,A,B); ...
```

```
>P=lineIntersection(l,g)
```

```
Variable or function l not found.
```

```
Error in:
```

```
P=lineIntersection(l,g) ...
```

```

^
>color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1);
Variable or function l not found.
Error in:
color(5); plotLine(l); plotLine(g); color(1); ...
^

```

```

>plotPoint(P,"P");
Variable or function P not found.
Error in:
plotPoint(P, "P"); ...
^

```

```

>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B)))
Variable or function P not found.
Error in:
r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) ...
^

```

```

>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga
ABC");
Variable or function P not found.
Error in:
plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga
ABC");
^

```

Jadi, terbukti bahwa garis bagi sudut yang ketiga juga melalui titik pusat lingkaran dalam.

4. Gambar jari-jari lingkaran dalam.

```

>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B)))
Variable or function P not found.
Error in:
r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))) ...
^

```

```

>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga
ABC");
Variable or function P not found.
Error in:
plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segitiga
ABC");
^

```

Contoh 2: Geometri Simbolik

Kita dapat menghitung geometri eksak dan simbolik menggunakan Maxima.

File `geometri.e` menyediakan fungsi yang sama (dan lebih banyak lagi) di Maxima. Namun, kita dapat menggunakan perhitungan simbolis sekarang.

```
>A &= [1,0]; B &= [0,1]; C &= [2,2]; // menentukan tiga titik A, B, C
```

Fungsi untuk garis dan lingkaran bekerja seperti fungsi Euler, tetapi memberikan perhitungan simbolis.

```
>c &= lineThrough(B,C) // c=BC
```

```
lineThrough([0, 1], [2, 2])
```

Kita bisa mendapatkan persamaan garis dengan mudah.

```
>$getLineEquation(c,x,y), $solve(%,y) | expand // persamaan garis c
```

```
getLineEquation(lineThrough([0, 1], [2, 2]), x, y)
```

```
[getLineEquation(lineThrough([0, 1], [2, 2]), x, y) = 0]
```

```
>$getLineEquation(lineThrough(A,[x1,y1]),x,y) // persamaan garis melalui A dan (x1, y1)
```

```
getLineEquation(lineThrough([1, 0], [x1, y1]), x, y)
```

```
>h &= perpendicular(A,lineThrough(B,C)) // h melalui A tegak lurus BC
```

```
perpendicular([1, 0], lineThrough([0, 1], [2, 2]))
```

```
>Q &= lineIntersection(c,h) // Q titik potong garis c=BC dan h
```

```
lineIntersection(lineThrough([0, 1], [2, 2]),
```

```
perpendicular([1, 0], lineThrough(B,C)))
```

```
>$projectToLine(A,lineThrough(B,C)) // proyeksi A pada BC
```



```

projectToLine ([1, 0] , lineThrough ([0, 1] , [2, 2]))
>$distance(A,Q) // jarak AQ

distance ([1, 0] , lineIntersection (lineThrough ([0, 1] , [2, 2]) , perpendicular (
>cc &= circleThrough(A,B,C); $cc // (titik pusat dan jari-jari)
lingkaran melalui A, B, C

circleThrough ([1, 0] , [0, 1] , [2, 2])
>r&=getCircleRadius(cc); $r , $float(r) // tampilkan nilai jari-jari

getCircleRadius (circleThrough ([1, 0] , [0, 1] , [2, 2]))
getCircleRadius (circleThrough ([1.0, 0.0] , [0.0, 1.0] , [2.0, 2.0]))
>$computeAngle(A,C,B) // nilai <ACB

computeAngle ([1, 0] , [2, 2] , [0, 1])
>$solve(getLineEquation(angleBisector(A,C,B),x,y),y)[1] // persamaan
garis bagi <ACB

getLineEquation (angleBisector ([1, 0] , [2, 2] , [0, 1]) , x, y) = 0
>P &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A));
$P // titik potong 2 garis bagi sudut

lineIntersection (angleBisector ([1, 0] , [2, 2] , [0, 1]) , angleBisector ([2, 2] , [0, 1] , [1, 0] , [2, 2] , [0, 1]))
>P() // hasilnya sama dengan perhitungan sebelumnya
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in expression: lineIntersection(angleBisector([
Error in:
P() // hasilnya sama dengan perhitungan sebelumnya ..
^

```

Garis dan Lingkaran yang Berpotongan

Tentu saja, kita juga dapat memotong garis dengan lingkaran, dan lingkaran dengan lingkaran.

```
>A &:= [1,0]; c=circleWithCenter(A,4);  
Function circleWithCenter not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
A &:= [1,0]; c=circleWithCenter(A,4); ...  
^
```

```
>B &:= [1,2]; C &:= [2,1]; l=lineThrough(B,C);  
Function lineThrough not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
B &:= [1,2]; C &:= [2,1]; l=lineThrough(B,C); ...  
^
```

```
>setPlotRange(5); plotCircle(c); plotLine(l);  
Function setPlotRange not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
setPlotRange(5); plotCircle(c); plotLine(l); ...  
^
```

Perpotongan garis dengan lingkaran menghasilkan dua titik dan jumlah titik potong.

```
>{P1,P2,f}=lineCircleIntersections(l,c);  
Variable or function l not found.  
Error in:  
{P1,P2,f}=lineCircleIntersections(l,c); ...  
^
```

```
>P1, P2,  
Variable P1 not found!  
Error in:  
P1, P2, ...  
^
```

```
>plotPoint(P1); plotPoint(P2):  
Variable or function P1 not found.
```

```
Error in:
plotPoint(P1); plotPoint(P2): ...
^
```

Begitu pula di Maxima.

```
>c &= circleWithCenter(A,4) // lingkaran dengan pusat A jari-
jari 4
                                circleWithCenter([1, 0], 4)
>l &= lineThrough(B,C) // garis l melalui B dan C
                                lineThrough([1, 2], [2, 1])
>$lineCircleIntersections(l,c) | radcan, // titik potong lingkaran
c dan garis l
```

```
lineCircleIntersections (lineThrough ([1,2] , [2,1]) , circleWithCenter ([1,0]
```

Akan ditunjukkan bahwa sudut-sudut yang menghadap busur yang sama adalah sama besar.

```
>C=A+normalize([-2,-3])*4; plotPoint(C); plotSegment(P1,C);
plotSegment(P2,C);
Function normalize not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
C=A+normalize([-2,-3])*4; plotPoint(C); plotSegment(P
^
```

```
>degprint(computeAngle(P1,C,P2))
Variable or function P1 not found.
Error in:
degprint(computeAngle(P1,C,P2)) ...
^
```

```
>C=A+normalize([-4,-3])*4; plotPoint(C); plotSegment(P1,C);
plotSegment(P2,C);
Function normalize not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
C=A+normalize([-4,-3])*4; plotPoint(C); plotSegment(P
^
```

```
>degprint(computeAngle(P1,C,P2))
Variable or function P1 not found.
Error in:
degprint (computeAngle (P1,C,P2)) ...
      ^
```

```
>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
      ^
```

Garis Sumbu

Berikut adalah langkah-langkah menggambar garis sumbu ruas garis AB:

1. Gambar lingkaran dengan pusat A melalui B.
2. Gambar lingkaran dengan pusat B melalui A.
3. Tarik garis melalui kedua titik potong kedua lingkaran tersebut. Garis ini merupakan garis sumbu (melalui titik tengah dan tegak lurus) AB.

```
>A=[2,2]; B=[-1,-2];
>c1=circleWithCenter(A,distance(A,B));
Function distance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
c1=circleWithCenter (A,distance (A,B)) ; ...
      ^
```

```
>c2=circleWithCenter(B,distance(A,B));
Function distance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
c2=circleWithCenter (B,distance (A,B)) ; ...
      ^
```

```
>{P1,P2,f}=circleCircleIntersections(c1,c2);
Variable or function c1 not found.
Error in:
```

```
{P1,P2,f}=circleCircleIntersections(c1,c2); ...
```

```
>l=lineThrough(P1,P2);
```

Variable or function P1 not found.

Error in:

```
l=lineThrough(P1,P2); ...
```

```
>setPlotRange(5); plotCircle(c1); plotCircle(c2);
```

Function setPlotRange not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
setPlotRange(5); plotCircle(c1); plotCircle(c2); ...
```

```
>plotPoint(A); plotPoint(B); plotSegment(A,B); plotLine(l):
```

Function plotPoint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plotPoint(A); plotPoint(B); plotSegment(A,B); plotLine
```

Selanjutnya, kami melakukan hal yang sama di Maxima dengan koordinat umum.

```
>A &= [a1,a2]; B &= [b1,b2];
```

```
>c1 &= circleWithCenter(A,distance(A,B));
```

```
>c2 &= circleWithCenter(B,distance(A,B));
```

```
>P &= circleCircleIntersections(c1,c2); P1 &= P[1]; P2 &= P[2];
```

Persamaan untuk persimpangan cukup terlibat. Tetapi kita dapat menyederhanakannya, jika kita memecahkan y.

```
>g &= getLineEquation(lineThrough(P1,P2),x,y);
```

```
>$solve(g,y)
```

```
[getLineEquation (lineThrough ((circleCircleIntersections (circleWithCent
```

Ini memang sama dengan tegak lurus tengah, yang dihitung dengan cara yang sama sekali berbeda.

```
>$solve(getLineEquation(middlePerpendicular(A,B),x,y),y)
```

```
[getLineEquation (middlePerpendicular ([a1, a2], [b1, b2]), x, y) = 0]
```

```
>h &= getLineEquation(lineThrough(A,B),x,y);  
>$solve(h,y)
```

```
[getLineEquation (lineThrough ([a1, a2], [b1, b2]), x, y) = 0]
```

Perhatikan hasil kali gradien garis g dan h adalah:

Artinya kedua garis tegak lurus.

Contoh 3: Rumus Heron

Rumus Heron menyatakan bahwa luas segitiga dengan panjang sisi-sisi a, b dan c adalah:

Untuk membuktikan hal ini kita misalkan C(0,0), B(a,0) dan A(x,y), b=AC, c=AB. Luas segitiga ABC adalah

Nilai y didapat dengan menyelesaikan sistem persamaan:

```
>sol &= solve([x2+y2=b2,(x-a)2+y2=c2],[x,y])
```

```

      2      2      2
      b  + a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)
[x = -----,
      2 a
      4      2      2      2
y = - sqrt(- b  + 2 a  b  + 2 circleWithCenter ([1, 0], 4)
      2      2      2      4
+ 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)
      2      2      2
      b  + a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)
[x = -----,
      2 a
      4      2      2      2
y = sqrt(- b  + 2 a  b  + 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) b
      2      2      2      4
+ 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)

```

```

>setPlotRange(-1,10,-1,8); plotPoint([0,0], "C(0,0)"); plotPoint([5.5,0],
"B(a,0)"); ...
> plotPoint([7.5,6], "A(x,y)");
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(-1,10,-1,8); plotPoint([0,0], "C(0,0)");
^

>plotSegment([0,0],[5.5,0], "a",25); plotSegment([5.5,0],[7.5,6], "c",15);
...
> plotSegment([0,0],[7.5,6], "b",25);
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment([0,0],[5.5,0], "a",25); plotSegment([5.5,0],
^

>plotSegment([7.5,6],[7.5,0], "t=y",25):
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment([7.5,6],[7.5,0], "t=y",25): ...
^

>sol &= solve([x2+y2=b2,(x-a)2+y2=c2],[x,y])
                2      2                      2
                b  + a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)
[x = -----,
                2 a
                4      2 2      2                      2
y = - sqrt(- b  + 2 a  b  + 2 circleWithCenter ([1, 0]
                2      2
+ 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) a  - circleWithCent
                2      2                      2
                b  + a  - circleWithCenter ([1, 0], 4)
[x = -----,
                2 a
                4      2 2      2                      2

```

```
y = sqrt(- b^2 + 2 a b + 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) b^2 + 2 circleWithCenter ([1, 0], 4) a^2 - circleWithCenter ([1, 0], 4) a^2)
```

Ekstrak solusi y.

```
>ysol &= y with sol[2][2]; $ysol
```

Maxima said:

```
incorrect syntax: with is not an infix operator
ysol:y with
```

Error in:

```
ysol &= y with sol[2][2]; $ysol ...
```

Kami mendapatkan rumus Heron.

```
>function H(a,b,c) &= sqrt(factor((ysol*a/2)^2)); $'H(a,b,c)=H(a,b,c)
```

$$H(a, b, circleWithCenter([1, 0], 4)) = \frac{|a| |ysol|}{2}$$

```
>$'Luas=H(3,4,5) // luas segitiga dengan panjang sisi-sisi 3, 4, 5
```

$$Luas = \frac{3 |ysol|}{2}$$

Tentu saja, setiap segitiga persegi panjang adalah kasus yang terkenal.

```
>H(3,4,5) //luas segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3, 4, 5
```

Variable or function ysol not found.

Try "trace errors" to inspect local variables after errors
H:

```
useglobal; return abs(a)*abs(ysol)/2
```

Error in:

```
H(3,4,5) //luas segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3, 4, 5
```

Dan juga jelas, bahwa ini adalah segitiga dengan luas maksimal dan dua sisi 3 dan 4.

```
>aspect (1.5); plot2d(&H(3,4,x),1,7): // Kurva luas segitiga
dengan panjang sisi 3, 4, x (1<= x <=7)
```



```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
aspect (1.5); plot2d(&H(3,4,x),1,7): // Kurva lua
```

Kasus umum juga berfungsi.

```
>$solve(diff(H(a,b,c)^2,c)=0,c)
```

all

Sekarang mari kita cari himpunan semua titik di mana $b+c=d$ untuk beberapa konstanta d . Diketahui bahwa ini adalah elips.

```
>s1 &= subst(d-c,b,sol[2]); $s1
```

$$\left[x = \frac{(d - \text{circleWithCenter}([1,0],4))^2 + a^2 - \text{circleWithCenter}^2([1,0],4)}{2a} \right]$$

Dan buat fungsi ini.

```
>function fx(a,c,d) &= rhs(s1[1]); $fx(a,c,d), function fy(a,c,d)
&= rhs(s1[2]); $fy(a,c,d)
```

$$\frac{(d - \text{circleWithCenter}([1,0],4))^2 + a^2 - \text{circleWithCenter}^2([1,0],4)}{2a}$$

$$\sqrt{-(d - \text{circleWithCenter}([1,0],4))^4 + 2a^2 (d - \text{circleWithCenter}([1,0],4))}$$

Sekarang kita bisa menggambar setnya. Sisi b bervariasi dari 1 hingga

4. Diketahui bahwa kita mendapatkan elips.

```
>aspect(1); plot2d(&fx(3,x,5),&fy(3,x,5),xmin=1,xmax=4,square=1):
```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... t2d(&fx(3,x,5), &fy(3,x,5), xmin=1, xmax=4, s
```

Kita dapat memeriksa persamaan umum untuk elips ini, yaitu.

di mana (x_m, y_m) adalah pusat, dan u dan v adalah setengah sumbu.

```
>$ratsimp((fx(a,c,d)-a/2)^2/2+fy(a,c,d)^2/2 with [u=d/2,v=sqrt(d^2-a^2)/2])
```

Maxima said:

```
incorrect syntax: with is not an infix operator
y(a,c,d)^2/v^2 with
      ^
```

Error in:

```
... 2+fy(a,c,d)^2/v^2 with [u=d/2,v=sqrt(d^2-a^2)/2]) ...
      ^
```

Kita lihat bahwa tinggi dan luas segitiga adalah maksimal untuk $x=0$. Jadi luas segitiga dengan $a+b+c=d$ maksimal jika segitiga sama sisi. Kami ingin menurunkan ini secara analitis.

```
>eqns &= [diff(H(a,b,d-(a+b))^2,a)=0,diff(H(a,b,d-(a+b))^2,b)=0];
```

\$eqns

$$\left[\frac{a \, ysol^2}{2} = 0, 0 = 0 \right]$$

Kami mendapatkan beberapa minima, yang termasuk dalam segitiga dengan satu sisi 0, dan solusinya $a=b=c=d/3$.

```
>$solve(eqns,[a,b])
```

$$[[a = 0, b = \%r_1]]$$

Ada juga metode Lagrange, memaksimalkan $H(a,b,c)^2$ terhadap $a+b+d=d$.

```
>&solve([diff(H(a,b,c)^2,a)=la,diff(H(a,b,c)^2,b)=la, ...
```

```
> diff(H(a,b,c)^2,c)=la,a+b+c=d],[a,b,c,la])
```

```
[a = 0, b = \%r2, circleWithCenter([1, 0], 4) = d
```

Kita bisa membuat plot situasinya

Pertama-tama atur poin di Maxima.

```
>A &= at([x,y],sol[2]); $A
```

$$\left[\frac{b^2 + a^2 - \text{circleWithCenter}^2([1,0], 4)}{2a}, \sqrt{-b^4 + 2a^2b^2 + 2\text{circleWithCenter}^2([1,0], 4)} \right]$$

```
>B &= [0,0]; $B, C &= [a,0]; $C
```

[0, 0]

[a, 0]

Kemudian atur rentang plot, dan plot titik-titiknya.

```
>setPlotRange(0,5,-2,3); ...
> a=4; b=3; c=2; ...
> plotPoint(mxmeval("B"),"B"); plotPoint(mxmeval("C"),"C"); ...
> plotPoint(mxmeval("A"),"A"):
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(0,5,-2,3); a=4; b=3; c=2; plotPoint(mxmeval("B"),"B");
^
```

Plot segmen.

```
>plotSegment(mxmeval("A"),mxmeval("C")); ...
> plotSegment(mxmeval("B"),mxmeval("C")); ...
> plotSegment(mxmeval("B"),mxmeval("A")):
Function mxmeval not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment(mxmeval("A"),mxmeval("C")); plotSegment(mxmeval("B"),mxmeval("A"))
^
```

Hitung tegak lurus tengah di Maxima.

```
>h &= middlePerpendicular(A,B); g &= middlePerpendicular(B,C);
```

Dan pusat lingkaran.

```
>U &= lineIntersection(h,g);
```

Kami mendapatkan rumus untuk jari-jari lingkaran.

```
>&assume(a>0,b>0,c>0); $distance(U,B) | radcan
```

$$\text{distance} \left(\text{lineIntersection} \left(\text{middlePerpendicular} \left(\left[\frac{b^2 + a^2 - \text{circleWithCenter}^2}{2a} \right] \right) \right) \right)$$

Mari kita tambahkan ini ke plot.

```
>plotPoint(U()); ...
>plotCircle(circleWithCenter(mxmeval("U"),mxmeval("distance(U,C)"))):
Variable b not found!
Use global variables or parameters for string evaluation.
Error in ^
Error in expression: lineIntersection(middlePerpendicular(
Error in:
plotPoint(U()); plotCircle(circleWithCenter(mxmeval("U"),m
```

Menggunakan geometri, kami memperoleh rumus sederhana untuk radiusnya. Kami dapat memeriksa, apakah ini benar dengan Maxima. Maxima akan memfaktorkan ini hanya jika kita kuadratkan.

```
>$c^2/sin(computeAngle(A,B,C))^2 | factor
```

$$\sin^2 \text{computeAngle} \left(\left[\frac{b^2 + a^2 - \text{circleWithCenter}^2([1,0],4)}{2a}, \sqrt{-b^4 - (-2a^2 - 2 \text{circleWithCenter}^2)} \right] \right)$$

Contoh 4: Garis Euler dan Parabola

Garis Euler adalah garis yang ditentukan dari sembarang segitiga yang tidak sama sisi. Ini adalah garis tengah segitiga, dan melewati beberapa titik penting yang ditentukan dari segitiga, termasuk orthocenter, circumcenter, centroid, titik Exeter dan pusat lingkaran sembilan titik segitiga.

Untuk demonstrasi, kami menghitung dan memplot garis Euler dalam sebuah segitiga.

Pertama, kita mendefinisikan sudut-sudut segitiga di Euler. Kami menggunakan definisi, yang terlihat dalam ekspresi simbolis.

```
>A::=[-1,-1]; B::=[2,0]; C::=[1,2];
```

Untuk memplot objek geometris, kami menyiapkan area plot, dan menambahkan titik ke sana. Semua plot objek geometris ditambahkan ke plot saat ini.

```
>setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C");
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); p
^
```

Kita juga bisa menambahkan sisi segitiga.

```
>plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment(C,A,"");
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment
^
```

Berikut adalah luas segitiga, menggunakan rumus determinan. Tentu saja, kita harus mengambil nilai absolut dari hasil ini.

```
>$areaTriangle(A,B,C)
```

```
areaTriangle([-1,-1],[2,0],[1,2])
```

Kita dapat menghitung koefisien sisi c.

```
>c &= lineThrough(A,B)
```

```
lineThrough([-1,-1],[2,0])
```

Dan juga dapatkan rumus untuk baris ini.

```
>$getLineEquation(c,x,y)
```

```
getLineEquation(lineThrough([-1,-1],[2,0]),x,y)
```

Untuk bentuk Hesse, kita perlu menentukan sebuah titik, sehingga titik tersebut berada di sisi positif dari bentuk Hesse. Memasukkan titik menghasilkan jarak positif ke garis.

```
>$getHesseForm(c,x,y,C), $at(%, [x=C[1],y=C[2]])
```

```
getHesseForm(lineThrough([-1,-1],[2,0]),x,y,[1,2])
```

```
getHesseForm (lineThrough ([-1, -1], [2, 0]), 1, 2, [1, 2])
```

Sekarang kita hitung lingkaran luar ABC.

```
>LL &= circleThrough(A,B,C); $getCircleEquation(LL,x,y)
```

```
getCircleEquation (circleThrough ([-1, -1], [2, 0], [1, 2]), x, y)
```

```
>O &= getCircleCenter(LL); $O
```

```
getCircleCenter (circleThrough ([-1, -1], [2, 0], [1, 2]))
```

Gambarkan lingkaran dan pusatnya. Cu dan U adalah simbolis. Kami mengevaluasi ekspresi ini untuk Euler.

```
>plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O");
```

```
Function circleThrough not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in expression: circleThrough ([-1,-1], [2,0], [1,2])
```

```
Error in:
```

```
plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"): ...
```

Kita dapat menghitung perpotongan ketinggian di ABC (orthocenter) secara numerik dengan perintah berikut.

```
>H &= lineIntersection(perpendicular(A,lineThrough(C,B)),...
```

```
> perpendicular(B,lineThrough(A,C))); $H
```

```
lineIntersection (perpendicular ([-1, -1], lineThrough ([1, 2], [2, 0])), perpendicular
```

Sekarang kita dapat menghitung garis Euler dari segitiga.

```
>el &= lineThrough(H,O); $getLineEquation(el,x,y)
```

```
getLineEquation (lineThrough (lineIntersection (perpendicular ([-1, -1], lineTh
```

Tambahkan ke plot kami.

```
>plotPoint(H(),"H"); plotLine(el(),"Garis Euler");
```

```

Function lineThrough not found.
Try list ... to find functions!
Error in expression: lineIntersection(perpendicular([
Error in:
plotPoint(H(),"H"); plotLine(el(),"Garis Euler"): ..
^

```

Pusat gravitasi harus berada di garis ini.

```
>M &= (A+B+C)/3; $getLineEquation(el,x,y) with
```

Maxima said:

```

incorrect syntax: with is not an infix operator
uation(el,x,y) with
^

```

Error in:

```
... /3; $getLineEquation(el,x,y) with [x=M[1],y=M[2]]
```

```
>plotPoint(M(),"M"): // titik berat
```

Function plotPoint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plotPoint(M(),"M"): // titik berat ...
^
```

Teorinya memberitahu kita $MH=2*MO$. Kita perlu menyederhanakan dengan radcan untuk mencapai ini.

```
>$distance(M,H)/distance(M,O)|radcan
```

$$\frac{\text{distance}\left(\left[\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right], \text{lineIntersection}\left(\text{perpendicular}\left([-1, -1], \text{lineThrough}\left([1, 2], \text{getCircleCenter}(\text{circle7})\right)\right)\right)}{\text{distance}\left(\left[\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right], \text{getCircleCenter}(\text{circle7})\right)}$$

Fungsi termasuk fungsi untuk sudut juga.

```
>$computeAngle(A,C,B), degprint(%())
```

```
computeAngle([-1, -1], [1, 2], [2, 0])
```

Function computeAngle not found. Try list ... to find functions!

```

Error in expression: computeAngle([-1,-1],[1,2],[2,0]) Error in:
$computeAngle(A,C,B), degprint(%()) ... ^

```

Persamaan untuk pusat incircle tidak terlalu bagus.

```
>Q &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A))|radcan;
```

\$Q

```
lineIntersection (angleBisector ([-1, -1] , [1, 2] , [2, 0]) , angleBisector ([1, 2] , [2, 0]
```

Mari kita hitung juga ekspresi untuk jari-jari lingkaran yang tertulis.

```
>r &= distance(Q,projectToLine(Q,lineThrough(A,B)))|ratsimp;
```

\$r

```
distance (lineIntersection (angleBisector ([-1, -1] , [1, 2] , [2, 0]) , angleBisector ([
```

```
>LD &= circleWithCenter(Q,r); // Lingkaran dalam
```

Mari kita tambahkan ini ke plot.

```
>color(5); plotCircle(LD());
```

```
Function angleBisector not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in expression: circleWithCenter(lineIntersection(ang
```

```
Error in:
```

```
color(5); plotCircle(LD()): ...
```

^

Parabola

Selanjutnya akan dicari persamaan tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama ke titik C dan ke garis AB.

```
>p &= getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)-distance([x,y],C);
```

\$p='0

```
getHesseForm (lineThrough ([-1, -1] , [2, 0]) , x, y, [1, 2]) - distance ([x, y] , [1, 2]) =
```

Persamaan tersebut dapat digambar menjadi satu dengan gambar sebelumnya.

```
>plot2d(p,level=0,add=1,contourcolor=6):
```

```
Function plot2d not found.
```



```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(p, level=0, add=1, contourcolor=6): ...
^
```

Ini seharusnya menjadi beberapa fungsi, tetapi pemecah default Maxima hanya dapat menemukan solusinya, jika kita kuadratkan persamaannya. Akibatnya, kami mendapatkan solusi palsu.

```
>akar &= solve(getHesseForm(lineThrough(A,B),x,y,C)^2-distance([x,y],C)^2,y
[distance([x, y], [1, 2]) = - getHesseForm(li
[2, 0]), x, y, [1, 2]), distance([x, y], [1, 2]) =
getHesseForm(lineThrough([- 1, - 1], [2, 0]), x, y, [1, 2])
```

Solusi pertama adalah

```
maxima: akar[1]
```

Menambahkan solusi pertama ke plot menunjukkan, bahwa itu memang jalan yang kita cari. Teorinya memberi tahu kita bahwa itu adalah parabola yang diputar.

```
>plot2d(&rhs(akar[1]),add=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(&rhs(akar[1]), add=1): ...
^
```

>function g(x) &= rhs(akar[1]); \$'g(x)= g(x)// fungsi yang mendefinisikan kurva di atas

$$g(x) = -\text{getHesseForm}(\text{lineThrough}([-1, -1], [2, 0]), x, y, [1, 2])$$

```
>T &=[-1, g(-1)]; // ambil sebarang titik pada kurva tersebut
>dTC &= distance(T,C); $fullratsimp(dTC), $float(%) // jarak
T ke C
```

$$\text{distance}([-1, -\text{getHesseForm}(\text{lineThrough}([-1, -1], [2, 0]), -1, y, [1, 2])], [2, 0])$$

$$\text{distance}([-1.0, -1.0 \text{getHesseForm}(\text{lineThrough}([-1.0, -1.0], [2.0, 0.0])], [2.0, 0.0]), [2, 0])$$

```
>U &= projectToLine(T,lineThrough(A,B)); $U // proyeksi T pada
garis AB
```

```
projectToLine([-1,-getHesseForm(lineThrough([-1,-1],[2,0]),-1,y,[1,2]))]
```

```
>dU2AB &= distance(T,U); $fullratsimp(dU2AB), $float(%) // jarak
T ke AB
```

```
distance([-1,-getHesseForm(lineThrough([-1,-1],[2,0]),-1,y,[1,2]))]
```

```
distance([-1.0,-1.0 getHesseForm(lineThrough([-1.0,-1.0],[2.0,0.0]),-1.0,
```

Ternyata jarak T ke C sama dengan jarak T ke AB. Coba Anda pilih titik T yang lain dan ulangi perhitungan-perhitungan di atas untuk menunjukkan bahwa hasilnya juga sama.

Contoh 5: Trigonometri Rasional

Ini terinspirasi dari ceramah N.J.Wildberger. Dalam bukunya “Divine Proportions”, Wildberger mengusulkan untuk mengganti pengertian klasik tentang jarak dan sudut dengan kuadrat dan penyebaran. Dengan menggunakan ini, memang mungkin untuk menghindari fungsi trigonometri dalam banyak contoh, dan tetap “rasional”.

Berikut ini, saya memperkenalkan konsep, dan memecahkan beberapa masalah. Saya menggunakan perhitungan simbolik Maxima di sini, yang menyembunyikan keuntungan utama dari trigonometri rasional bahwa perhitungan hanya dapat dilakukan dengan kertas dan pensil. Anda diundang untuk memeriksa hasil tanpa komputer.

Intinya adalah bahwa perhitungan rasional simbolis sering kali menghasilkan hasil yang sederhana. Sebaliknya, trigonometri klasik menghasilkan hasil trigonometri yang rumit, yang hanya mengevaluasi perkiraan numerik.

```
>load geometry;
Could not open geometry!
Error in:
load geometry; ...
^
```

Untuk pengenalan pertama, kami menggunakan segitiga persegi panjang dengan proporsi Mesir terkenal 3, 4 dan 5. Perintah berikut adalah perintah Euler untuk merencanakan geometri bidang yang terdapat dalam file Euler “geometry.e”.

```
>C&:=[0,0]; A&:=[4,0]; B&:=[0,3]; ...
> setPlotRange(-1,5,-1,5); ...
> plotPoint(A,“A”); plotPoint(B,“B”); plotPoint(C,“C”); ...
> plotSegment(B,A,“c”); plotSegment(A,C,“b”); plotSegment(C,B,“a”);
...
> insimg(30);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 0]; A&:=[4,0]; B&:=[0,3]; setPlotRange(-1,
```

Tentu saja,

di mana α adalah sudut di A. Cara yang biasa untuk menghitung sudut ini, adalah dengan mengambil invers dari fungsi sinus. Hasilnya adalah sudut yang tidak dapat dicerna, yang hanya dapat dicetak kira-kira.

```
>wa := arcsin(3/5); degprint(wa)
Function degprint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
wa := arcsin(3/5); degprint(wa) ...
```

Trigonometri rasional mencoba menghindari hal ini.

Gagasan pertama trigonometri rasional adalah kuadran, yang menggantikan jarak. Sebenarnya, itu hanya jarak kuadrat. Berikut ini, a , b , dan c menunjukkan kuadrat dari sisi-sisinya.

Teorema Pythagoras menjadi $a+b=c$.

```
>a &= 3^2; b &= 4^2; c &= 5^2; &a+b=c
```

25 = 25

Pengertian kedua dari trigonometri rasional adalah penyebaran. Spread mengukur pembukaan antar baris. Ini adalah 0, jika garis-

garisnya sejajar, dan 1, jika garis-garisnya persegi panjang. Ini adalah kuadrat sinus sudut antara dua garis.

Penyebaran garis AB dan AC pada gambar di atas didefinisikan sebagai:

di mana a dan c adalah kuadrat dari sembarang segitiga siku-siku dengan salah satu sudut di A.

$$\sin^2 A = a/c$$

$$\frac{9}{25}$$

Ini lebih mudah dihitung daripada sudut, tentu saja. Tetapi Anda kehilangan properti bahwa sudut dapat ditambahkan dengan mudah.

Tentu saja, kita dapat mengonversi nilai perkiraan untuk sudut w menjadi $\sin^2 w$, dan mencetaknya sebagai pecahan.

$$\sin^2 w$$

```
Function fracprint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
fracprint(sin(wa)^2) ...
```

Hukum kosinus trigonometri klasik diterjemahkan menjadi “hukum silang” berikut.

Di sini a , b , dan c adalah kuadrat dari sisi-sisi segitiga, dan α adalah penyebaran sudut A. Sisi a , seperti biasa, berhadapan dengan sudut A.

Hukum ini diimplementasikan dalam file `geometri.e` yang kami muat ke Euler.

$$\text{crosslaw}(a, b, c, \alpha)$$

$$\text{crosslaw}(a, b, c, \alpha)$$

Dalam kasus kami, kami mendapatkan

$$\text{crosslaw}(a, b, c, \alpha)$$

$$\text{crosslaw}\left(9, 16, 25, \frac{9}{25}\right)$$

Mari kita gunakan crosslaw ini untuk mencari spread di A. Untuk melakukan ini, kita buat crosslaw untuk kuadran a, b, dan c, dan selesaikan untuk spread yang tidak diketahui sa.

Anda dapat melakukannya dengan tangan dengan mudah, tetapi saya menggunakan Maxima. Tentu saja, kami mendapatkan hasilnya, kami sudah memilikinya.

```
>$crosslaw(a,b,c,x), $solve(%,x)
```

$$\text{crosslaw}(9, 16, 25, x)$$

$$[\text{crosslaw}(9, 16, 25, x) = 0]$$

Kita sudah tahu ini. Definisi spread adalah kasus khusus dari crosslaw.

Kita juga dapat menyelesaikan ini untuk umum a,b,c. Hasilnya adalah rumus yang menghitung penyebaran sudut segitiga yang diberikan kuadrat dari ketiga sisinya.

```
>$solve(crosslaw(aa,bb,cc,x),x)
```

$$[\text{crosslaw}(aa, bb, \text{circleThrough}([1, 0], [0, 1], [2, 2]), x) = 0]$$

Kita bisa membuat fungsi dari hasilnya. Fungsi seperti itu sudah didefinisikan dalam file geometri.e dari Euler.

```
>$spread(a,b,c)
```

$$\text{spread}(9, 16, 25)$$

Sebagai contoh, kita dapat menggunakannya untuk menghitung sudut segitiga dengan sisi

Hasilnya rasional, yang tidak begitu mudah didapat jika kita menggunakan trigonometri klasik.

```
>$spread(a,a,4*a/7)
```

$$\text{spread}\left(9, 9, \frac{36}{7}\right)$$

Ini adalah sudut dalam derajat.

```
>degprint(arsin(sqrt(6/7)))
```

```
Function degprint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
degprint(arcsin(sqrt(6/7))) ...
      ^
```

Contoh lain

Sekarang, mari kita coba contoh yang lebih maju.

Kami mengatur tiga sudut segitiga sebagai berikut.

```
> A&:=[1,2]; B&:=[4,3]; C&:=[0,4]; ...
> setPlotRange(-1,5,1,7); ...
> plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); ...
> plotSegment(B,A,"c"); plotSegment(A,C,"b"); plotSegment(C,B,"a");
...
> insimg;
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,2]; B&amp;:=[4,3]; C&amp;:=[0,4]; setPlotRange(-1,5,1,7); ...
      ^
```

Menggunakan Pythagoras, mudah untuk menghitung jarak antara dua titik. Saya pertama kali menggunakan jarak fungsi file Euler untuk geometri. Jarak fungsi menggunakan geometri klasik.

```
>$distance(A,B)
```

$$distance([1, 2], [4, 3])$$

Euler juga mengandung fungsi untuk kuadran antara dua titik.

Dalam contoh berikut, karena c+b bukan a, maka segitiga itu bukan persegi panjang.

```
>c &= quad(A,B); $c, b &= quad(A,C); $b, a &= quad(B,C);
$a,
```

$$quad([1, 2], [4, 3])$$

$$quad([1, 2], [0, 4])$$

$$quad([4, 3], [0, 4])$$

Pertama, mari kita hitung sudut tradisional. Fungsi `computeAngle` menggunakan metode biasa berdasarkan hasil kali titik dua vektor. Hasilnya adalah beberapa pendekatan floating point.

```
>wb &= computeAngle(A,B,C); $wb, $(wb/pi*180)()
```

```
computeAngle ([1, 2] , [4, 3] , [0, 4])
```

Function `computeAngle` not found. Try list ... to find functions!
Error in expression: `180computeAngle([1,2],[4,3],[0,4])/pi` Error in: `wb &= computeAngle(A,B,C); $wb, $(wb/pi*180)() ... ^`

Dengan menggunakan pensil dan kertas, kita dapat melakukan hal yang sama dengan hukum silang. Kami memasukkan kuadran a, b, dan c ke dalam hukum silang dan menyelesaikan x.

```
>$crosslaw(a,b,c,x), $solve(%x), //(b+c-a)^=4b.c(1-x)
```

```
crosslaw (quad ([4, 3] , [0, 4]) , quad ([1, 2] , [0, 4]) , quad ([1, 2] , [4, 3]) , x)
```

```
[crosslaw (quad ([4, 3] , [0, 4]) , quad ([1, 2] , [0, 4]) , quad ([1, 2] , [4, 3]) , x) = 0]
```

Yaitu, apa yang dilakukan oleh penyebaran fungsi yang didefinisikan dalam “`geometry.e`”.

```
>sb &= spread(b,a,c); $sb
```

```
spread (quad ([1, 2] , [0, 4]) , quad ([4, 3] , [0, 4]) , quad ([1, 2] , [4, 3]))
```

Maxima mendapatkan hasil yang sama menggunakan trigonometri biasa, jika kita memaksanya. Itu menyelesaikan istilah $\sin(\arccos(\dots))$ menjadi hasil pecahan. Sebagian besar siswa tidak dapat melakukan ini.

```
>$sin(computeAngle(A,B,C))^2
```

```
sin^2 computeAngle ([1, 2] , [4, 3] , [0, 4])
```

Setelah kita memiliki `spread` di B, kita dapat menghitung tinggi ha di sisi a. Ingat bahwa

Menurut definisi.

```
>ha &= c*sb; $ha
```

$quad([1, 2], [4, 3]) \text{ spread } (quad([1, 2], [0, 4]), quad([4, 3], [0, 4]), quad([1, 2], [4, 3]))$

Gambar berikut telah dihasilkan dengan program geometri C.a.R., yang dapat menggambar kuadrat dan menyebar.

image: (20) Rational_Geometry_CaR.png

Menurut definisi, panjang ha adalah akar kuadrat dari kuadratnya.

\sqrt{ha}

$\sqrt{quad([1, 2], [4, 3]) \text{ spread } (quad([1, 2], [0, 4]), quad([4, 3], [0, 4]), quad([1, 2], [4, 3]))}$

Sekarang kita dapat menghitung luas segitiga. Jangan lupa, bahwa kita berhadapan dengan kuadrat!

$\sqrt{ha} \cdot \sqrt{a} / 2$

$\frac{\sqrt{quad([4, 3], [0, 4])} \sqrt{quad([1, 2], [4, 3]) \text{ spread } (quad([1, 2], [0, 4]), quad([4, 3], [0, 4]), quad([1, 2], [4, 3]))}}{2}$

Rumus determinan biasa menghasilkan hasil yang sama.

$\text{areaTriangle}(B, A, C)$

$\text{areaTriangle}([4, 3], [1, 2], [0, 4])$

Rumus Bangau

Sekarang, mari kita selesaikan masalah ini secara umum!

$\text{remvalue}(a, b, c, sb, ha);$

Pertama kita hitung spread di B untuk segitiga dengan sisi a, b, dan c. Kemudian kita menghitung luas kuadrat ("quadrea"?), faktorkan dengan Maxima, dan kita mendapatkan rumus Heron yang terkenal.

Memang, ini sulit dilakukan dengan pensil dan kertas.

$\text{spread}(b^2, c^2, a^2), \text{factor}(\%c^2 \cdot a^2 / 4)$

$$\frac{\text{spread}(b^2, c^2, a^2) \cdot a^2}{4}$$

Aturan Triple Spread

Kerugian dari spread adalah mereka tidak lagi hanya menambahkan sudut yang sama.

Namun, tiga spread dari sebuah segitiga memenuhi aturan “triple spread” berikut.

```
>&remvalue(sa,sb,sc); $triplespread(sa,sb,sc)
```

$$\text{triplespread}(sa, sb, sc)$$

Aturan ini berlaku untuk setiap tiga sudut yang menambah 180° .

Sejak menyebar

sama, aturan triple spread juga benar, jika

Karena penyebaran sudut negatif adalah sama, aturan penyebaran rangkap tiga juga berlaku, jika

Misalnya, kita dapat menghitung penyebaran sudut 60° . Ini $3/4$. Persamaan memiliki solusi kedua, bagaimanapun, di mana semua spread adalah 0.

```
>$solve(triplespread(x,x,x),x)
```

$$[\text{triplespread}(x, x, x) = 0]$$

Sebaran 90° jelas 1. Jika dua sudut dijumlahkan menjadi 90° , sebarannya menyelesaikan persamaan sebaran rangkap tiga dengan $a, b, 1$. Dengan perhitungan berikut kita mendapatkan $a+b=1$.

```
>$triplespread(x,y,1), $solve(%,x)
```

$$\text{triplespread}(x, y, 1)$$

$$[\text{triplespread}(x, y, 1) = 0]$$

Karena sebaran 180° -t sama dengan sebaran t , rumus sebaran rangkap tiga juga berlaku, jika satu sudut adalah jumlah atau selisih dua sudut lainnya.

Jadi kita dapat menemukan penyebaran sudut berlipat ganda. Perhatikan bahwa ada dua solusi lagi. Kami membuat ini fungsi.

```
>$solve(triplespread(a,a,x), function doublespread(a) &= factor(rhs( %[1] ))
```

$$[\text{triplespread}(a, a, x) = 0]$$

0

Pembagi Sudut

Ini situasinya, kita sudah tahu.

```
> C&:=[0,0]; A&:=[4,0]; B&:=[0,3]; ...
> setPlotRange(-1,5,-1,5); ...
> plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); ...
> plotSegment(B,A,"c"); plotSegment(A,C,"b"); plotSegment(C,B,"a");
...
> insimg;
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 0]; A&:=[4,0]; B&:=[0,3]; setPlotRange(-1,5,-1,5);
```

Mari kita hitung panjang garis bagi sudut di A. Tetapi kita ingin menyelesaikannya untuk umum a,b,c.

```
> &remvalue(a,b,c);
```

Jadi pertama-tama kita hitung penyebaran sudut yang dibagi dua di A, dengan menggunakan rumus sebaran rangkap tiga.

Masalah dengan rumus ini muncul lagi. Ini memiliki dua solusi. Kita harus memilih yang benar. Solusi lainnya mengacu pada sudut terbelah 180 °-wa.

```
> $triplespread(x,x,a/(a+b)), $solve(%x), sa2 &= rhs(%[1]);
$sa2
```

$$\text{triplespread}\left(x, x, \frac{a}{b+a}\right)$$

$$\left[\text{triplespread}\left(x, x, \frac{a}{b+a}\right) = 0\right]$$

0

Mari kita periksa persegi panjang Mesir.

```
>$sa2 with [a=32,b=42]
```

Maxima said:

```
incorrect syntax: with is not an infix operator
sa2 with
      ^
```

Error in:

```
$sa2 with [a=32,b=42] ...
      ^
```

Kami dapat mencetak sudut dalam Euler, setelah mentransfer penyebaran ke radian.

```
>wa2 := arcsin(sqrt(1/10)); degprint(wa2)
```

Function degprint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
wa2 := arcsin(sqrt(1/10)); degprint(wa2) ...
      ^
```

Titik P adalah perpotongan garis bagi sudut dengan sumbu y.

```
>P := [0,tan(wa2)*4]
```

```
[0, 1.33333]
```

```
>plotPoint(P,"P"); plotSegment(A,P):
```

Function plotPoint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plotPoint(P,"P"); plotSegment(A,P): ...
      ^
```

Mari kita periksa sudut dalam contoh spesifik kita.

```
>computeAngle(C,A,P), computeAngle(P,A,B)
```

Function computeAngle not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
computeAngle(C,A,P), computeAngle(P,A,B) ...
      ^
```

Sekarang kita hitung panjang garis bagi AP.

Kami menggunakan teorema sinus dalam segitiga APC.

Teorema ini menyatakan bahwa

berlaku dalam segitiga apa pun. Kuadratkan, itu diterjemahkan ke dalam apa yang disebut “hukum penyebaran”

di mana a, b, c menunjukkan qudrances.

Karena spread CPA adalah $1-sa^2$, kita dapatkan darinya $bisa/l=b/(1-sa^2)$ dan dapat menghitung bisa (kuadran dari garis-bagi sudut).

```
>&factor(ratsimp(b/(1-sa2))); bisa &= %; $bisa
```

b

Mari kita periksa rumus ini untuk nilai-nilai Mesir kita.

```
>sqrt(mxmeval("at(bisa,[a=32,b=42])")), distance(A,P)
```

Function mxmeval not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
sqrt(mxmeval("at(bisa,[a=32,b=42])")), distance(A,P) ...
```

Kita juga dapat menghitung P menggunakan rumus spread.

```
>py&=factor(ratsimp(sa2*bisa)); $py
```

0

Nilainya sama dengan yang kita dapatkan dengan rumus trigonometri.

```
>sqrt(mxmeval("at(py,[a=32,b=42])"))
```

Function mxmeval not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
sqrt(mxmeval("at(py,[a=32,b=42])")) ...
```

Sudut Akord

Perhatikan situasi berikut.

```
>setPlotRange(1.2); ...
```

```
> color(1); plotCircle(circleWithCenter([0,0],1)); ...
```

```
> A:=[cos(1),sin(1)]; B:=[cos(2),sin(2)]; C:=[cos(6),sin(6)]; ...
```

```

> plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); ...
> color(3); plotSegment(A,B,"c"); plotSegment(A,C,"b"); plotSegment(C,B,"a");
...
> color(1); O:=[0,0]; plotPoint(O,"O"); ...
> plotSegment(A,O); plotSegment(B,O); plotSegment(C,O,"r"); ...
> insimg;

Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(1.2); color(1); plotCircle(circleWithCent
^

```

Kita dapat menggunakan Maxima untuk menyelesaikan rumus penyebaran rangkap tiga untuk sudut-sudut di pusat O untuk r. Jadi kita mendapatkan rumus untuk jari-jari kuadrat dari pericircle dalam hal kuadrat dari sisi.

Kali ini, Maxima menghasilkan beberapa nol kompleks, yang kita abaikan.

```

>&remvalue(a,b,c,r); // hapus nilai-nilai sebelumnya untuk
perhitungan baru
>rabc &= rhs(solve(triplespread(spread(b,r,r),spread(a,r,r),spread(c,r,r)),r)
$abc
Maxima said:
part: invalid index of list or matrix.
-- an error. To debug this try: debugmode(true);

Error in:
... spread(b,r,r), spread(a,r,r), spread(c,r,r), r)[4])

```

Kita dapat menjadikannya sebagai fungsi Euler.

```
>function periradius(a,b,c) &= rabc;
```

Mari kita periksa hasilnya untuk poin A,B,C.

```
>a:=quadrance(B,C); b:=quadrance(A,C); c:=quadrance(A,B);
```

```

Function quadrance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
a:=quadrance(B,C); b:=quadrance(A,C); c:=quadrance(A,B);

```

Jari-jarinya memang 1.

```
>periradius(a,b,c)
```

Variable rabc not found!

Use global or local variables defined in function periradi

Try "trace errors" to inspect local variables after errors

periradius:

```
useglobal; return rabc
```

Error in:

```
periradius(a,b,c) ...
```

Faktanya, spread CBA hanya bergantung pada b dan c. Ini adalah teorema sudut chord.

```
>$spread(b,a,c)*rabc | ratsimp
```

$$\text{spread}(b, a, c) \text{ rabc}$$

Sebenarnya spreadnya adalah $b/(4r)$, dan kita melihat bahwa sudut chord dari chord b adalah setengah dari sudut pusat.

```
>$doublespread(b/(4*r))-spread(b,r,r) | ratsimp
```

$$-\text{spread}(b, r, r)$$

Contoh 6: Jarak Minimal pada Bidang

Catatan awal

Fungsi yang, ke titik M di bidang, menetapkan jarak AM antara titik tetap A dan M, memiliki garis level yang agak sederhana: lingkaran berpusat di A.

```
>&remvalue();
```

```
>A=[-1,-1];
```

```
>function d1(x,y):=sqrt((x-A[1])^2+(y-A[2])^2)
```

```
>fcontour("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0,hue=1, ...
```

```
> title="If you see ellipses, please set your window square"):
```

Function fcontour not found.

Try list ... to find functions!

```
Error in:
... you see ellipses, please set your window square")
```

dan grafiknya juga agak sederhana: bagian atas kerucut:

```
>plot3d("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0): ...
^
```

Tentu saja minimal 0 dicapai di A.

Dua poin

Sekarang kita lihat fungsi $MA+MB$ dimana A dan B adalah dua titik (tetap). Ini adalah “fakta yang diketahui” bahwa kurva level adalah elips, titik fokusnya adalah A dan B; kecuali untuk AB minimum yang konstan pada segmen [AB]:

```
>B=[1,-1];
```

```
>function d2(x,y):=d1(x,y)+sqrt((x-B[1])2+(y-B[2])2)
```

```
>fcontour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1):
```

```
Function fcontour not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... contour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1)
```

Grafiknya lebih menarik:

```
>plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1): ...
^
```

Pembatasan garis (AB) lebih terkenal:

```
>plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)", xmin=-3, xmax=3): ...
^
```

Tiga poin

Sekarang hal-hal yang kurang sederhana: Ini sedikit kurang terkenal bahwa $MA+MB+MC$ mencapai minimum pada satu titik pesawat tetapi untuk menentukan itu kurang sederhana:

- 1) Jika salah satu sudut segitiga ABC lebih dari 120° (katakanlah di A), maka minimum dicapai pada titik ini (misalnya AB+AC).

Contoh:

```
>C=[-4,1];
>function d3(x,y):=d2(x,y)+sqrt((x-C[1])2+(y-C[2])2)
>plot3d("d3",xmin=-5,xmax=3,ymin=-4,ymax=4);
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

```
Error in:
plot3d("d3", xmin=-5, xmax=3, ymin=-4, ymax=4); ...
^
```

```
>insimg;
```

Variable insimg not found!

Error in:

```
insimg; ...
^
```

```
>fcontour("d3",xmin=-4,xmax=1,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The
minimum is on A");
```

Function fcontour not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The minimum is on A"); ...
^
```

```
>P=(A.B.C.A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12);
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!


```
Error in:
P=(A_B_C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12); ...
^
```

```
>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
^
```

- 2) Tetapi jika semua sudut segitiga ABC kurang dari 120° , minimumnya adalah pada titik F di bagian dalam segitiga, yang merupakan satu-satunya titik yang melihat sisi-sisi ABC dengan sudut yang sama (maka masing-masing 120°):

```
>C=[-0.5,1];
>plot3d("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2): ...
^
```

```
>fcontour("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The
Fermat point");
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... =2,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The Fermat point")
^
```

```
>P=(A_B_C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12);
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
P=(A_B_C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12); ...
^
```

```
>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
```

^

Merupakan kegiatan yang menarik untuk mewujudkan gambar di atas dengan perangkat lunak geometri; misalnya, saya tahu soft yang ditulis di Jawa yang memiliki instruksi “garis kontur” ...

Semua ini di atas telah ditemukan oleh seorang hakim Perancis bernama Pierre de Fermat; dia menulis surat kepada dilettants lain seperti pendeta Marin Mersenne dan Blaise Pascal yang bekerja di pajak penghasilan. Jadi titik unik F sedemikian rupa sehingga $FA+FB+FC$ minimal, disebut titik Fermat segitiga. Tetapi tampaknya beberapa tahun sebelumnya, Torricelli Italia telah menemukan titik ini sebelum Fermat melakukannya! Bagaimanapun tradisinya adalah mencatat poin ini F...

Empat poin

Langkah selanjutnya adalah menambahkan 4 titik D dan mencoba meminimalkan $MA+MB+MC+MD$; katakan bahwa Anda adalah operator TV kabel dan ingin mencari di bidang mana Anda harus meletakkan antena sehingga Anda dapat memberi makan empat desa dan menggunakan panjang kabel sesedikit mungkin!

```
>D=[1,1];
```

```
>function d4(x,y):=d3(x,y)+sqrt((x-D[1])2+(y-D[2])2)
```

```
>plot3d("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... lot3d("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5): ...
```

^

```
>fcontour("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1);
```

```
Function fcontour not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... "d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1); ...
```

^

```
>P=(A.B.C.D)'; plot2d(P[1],P[2],points=1,add=1,color=12);
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
... _C_D)'; plot2d(P[1],P[2],points=1,add=1,color=12)

>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
^
```

Masih ada minimum dan tidak tercapai di salah satu simpul A, B, C atau D:

```
>function f(x):=d4(x[1],x[2])
>neldermin("f",[0.2,0.2])
Function neldermin not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
neldermin("f",[0.2,0.2]) ...
^
```

Tampaknya dalam kasus ini, koordinat titik optimal adalah rasional atau mendekati rasional...

Sekarang ABCD adalah persegi, kami berharap bahwa titik optimal akan menjadi pusat ABCD:

```
>C=[-1,1];
>plot3d("d4",xmin=-1,xmax=1,ymin=-1,ymax=1):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("d4",xmin=-1,xmax=1,ymin=-1,ymax=1): ...
^
```

```
>fcontour("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1);
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... "d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1)
^
```

```
>P=(A_B_C_D)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12,points=1);
```

```

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... _C_D)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12,points=1); ...
^

>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
^

```

Contoh 7: Bola Dandelin dengan Povray

Anda dapat menjalankan demonstrasi ini, jika Anda telah menginstal Povray, dan pvenigne.exe di jalur program.

Pertama kita hitung jari-jari bola.

Jika Anda melihat gambar di bawah, Anda melihat bahwa kita membutuhkan dua lingkaran yang menyentuh dua garis yang membentuk kerucut, dan satu garis yang membentuk bidang yang memotong kerucut.

Kami menggunakan file geometri.e dari Euler untuk ini.

```

>load geometry;
Could not open geometry!
Error in:
load geometry; ...
^

```

Pertama dua garis yang membentuk kerucut.

```

>g1 &= lineThrough([0,0],[1,a])
                                lineThrough([0, 0], [1, a])
>g2 &= lineThrough([0,0],[-1,a])
                                lineThrough([0, 0], [- 1, a])

```

Kemudian saya baris ketiga.

```

>g &= lineThrough([-1,0],[1,1])
                                lineThrough([- 1, 0], [1, 1])

```

Kami merencanakan semuanya sejauh ini.

```
>setPlotRange(-1,1,0,2);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(-1,1,0,2); ...
      ^
```

```
>color(black); plotLine(g(),"")
Variable or function black not found.
Error in:
color(black); plotLine(g(),"") ...
      ^
```

```
>a:=2; color(blue); plotLine(g1(),""), plotLine(g2(),""):
Variable or function blue not found.
Error in:
a:=2; color(blue); plotLine(g1(),""), plotLine(g2(),"")
      ^
```

Sekarang kita ambil titik umum pada sumbu y.

```
>P &= [0,u]
[0, u]
```

Hitung jarak ke g1.

```
>d1 &= distance(P,projectToLine(P,g1)); $d1
```

$$\text{distance}([0, u], \text{projectToLine}([0, u], \text{lineThrough}([0, 0], [1, a])))$$

Hitung jarak ke g.

```
>d &= distance(P,projectToLine(P,g)); $d
```

$$\text{distance}([0, u], \text{projectToLine}([0, u], \text{lineThrough}([-1, 0], [1, 1])))$$

Dan temukan pusat kedua lingkaran yang jaraknya sama.

```
>sol &= solve(d1^2=d2,u); $sol
```

$$[\text{distance}([0, u], \text{projectToLine}([0, u], \text{lineThrough}([0, 0], [1, a])))] = -\text{dist}$$

Ada dua solusi.

Kami mengevaluasi solusi simbolis, dan menemukan kedua pusat, dan kedua jarak.

```
>u := sol()
```

Variable u not found!

Use global variables or parameters for string evaluation.

Error in expression: [distance([0,u],projectToLine([0,u],l

Error in:

```
u := sol() ...  
      ^
```

```
>dd := d()
```

Variable u not found!

Use global variables or parameters for string evaluation.

Error in expression: distance([0,u],projectToLine([0,u],li

Error in:

```
dd := d() ...  
      ^
```

Plot lingkaran ke dalam gambar.

```
>color(red);
```

Variable or function red not found.

Error in:

```
color(red); ...  
      ^
```

```
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[1]],dd[1]),"");
```

u is not a variable!

Error in:

```
plotCircle(circleWithCenter([0,u[1]],dd[1]),""); ...  
      ^
```

```
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[2]],dd[2]),"");
```

u is not a variable!

Error in:

```
plotCircle(circleWithCenter([0,u[2]],dd[2]),""); ...  
      ^
```

```
>insimg;
```

Variable insimg not found!

```
Error in:
insimg; ...
      ^
```

Plot dengan Povray

Selanjutnya kami merencanakan semuanya dengan Povray. Perhatikan bahwa Anda mengubah perintah apa pun dalam urutan perintah Povray berikut, dan menjalankan kembali semua perintah dengan Shift-Return.

Pertama kita memuat fungsi povray.

```
>load povray;
Could not open povray!
Error in:
load povray; ...
      ^
```

```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

Kami mengatur adegan dengan tepat.

```
>povstart(zoom=11,center=[0,0,0.5],height=10°,angle=140°);
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... t(zoom=11,center=[0,0,0.5],height=10°,angle=140°)
```

Selanjutnya kita menulis dua bidang ke file Povray.

```
>writeln(povsphere([0,0,u[1]],dd[1],povlook(red)));
u is not a variable!
Error in:
writeln(povsphere([0,0,u[1]],dd[1],povlook(red))); ..
      ^
```

```
>writeln(povsphere([0,0,u[2]],dd[2],povlook(red)));
u is not a variable!
Error in:
writeln(povsphere([0,0,u[2]],dd[2],povlook(red))); ..
      ^
```

Dan kerucutnya, transparan.

```
>writeln(povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,povlook(lightgray,1)));
```

Variable or function lightgray not found.

Error in:

```
... eln(povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,povlook(lightgray,1)))
```

Kami menghasilkan bidang terbatas pada kerucut.

```
>gp=g();
```

Function lineThrough not found.

Try list ... to find functions!

Error in expression: lineThrough([-1,0],[1,1])

Error in:

```
gp=g(); ...
```

```
>pc=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,"");
```

Function povcone not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
pc=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,""); ...
```

```
>vp=[gp[1],0,gp[2]]; dp=gp[3];
```

gp is not a variable!

Error in:

```
vp=[gp[1],0,gp[2]]; dp=gp[3]; ...
```

```
>writeln(povplane(vp,dp,povlook(blue,0.5),pc));
```

Variable or function vp not found.

Error in:

```
writeln(povplane(vp,dp,povlook(blue,0.5),pc)); ...
```

Sekarang kita menghasilkan dua titik pada lingkaran, di mana bola menyentuh kerucut.

```
>function turnz(v) := return
```

```
>P1=projectToLine([0,u[1]],g1()); P1=turnz([P1[1],0,P1[2]]);
```

u is not a variable!


```
Error in:
P1=projectToLine([0,u[1]],g1()); P1=turnz([P1[1],0,P1
^

>writeln(povpoint(P1,povlook(yellow)));
Variable or function yellow not found.
Error in:
writeln(povpoint(P1,povlook(yellow))); ...
^
```

```
>P2=projectToLine([0,u[2]],g1()); P2=turnz([P2[1],0,P2[2]]);
u is not a variable!
Error in:
P2=projectToLine([0,u[2]],g1()); P2=turnz([P2[1],0,P2
^

>writeln(povpoint(P2,povlook(yellow)));
Variable or function yellow not found.
Error in:
writeln(povpoint(P2,povlook(yellow))); ...
^
```

Kemudian kami menghasilkan dua titik di mana bola menyentuh bidang. Ini adalah fokus dari elips.

```
>P3=projectToLine([0,u[1]],g()); P3=[P3[1],0,P3[2]];
u is not a variable!
Error in:
P3=projectToLine([0,u[1]],g()); P3=[P3[1],0,P3[2]]; .
^

>writeln(povpoint(P3,povlook(yellow)));
Variable or function P3 not found.
Error in:
writeln(povpoint(P3,povlook(yellow))); ...
^
```

```
>P4=projectToLine([0,u[2]],g()); P4=[P4[1],0,P4[2]];
u is not a variable!
Error in:
P4=projectToLine([0,u[2]],g()); P4=[P4[1],0,P4[2]]; .
^
```

```
>writeln(povpoint(P4,povlook(yellow)));
```

Variable or function P4 not found.

Error in:

```
writeln(povpoint(P4,povlook(yellow))); ...  
^
```

Selanjutnya kita hitung perpotongan P1P2 dengan bidang.

```
>t1=scalp(vp,P1)-dp; t2=scalp(vp,P2)-dp; P5=P1+t1/(t1-  
t2)*(P2-P1);
```

Variable or function vp not found.

Error in:

```
t1=scalp(vp,P1)-dp; t2=scalp(vp,P2)-dp; P5=P1+t1/(t1-t2)*  
^
```

```
>writeln(povpoint(P5,povlook(yellow)));
```

Variable or function P5 not found.

Error in:

```
writeln(povpoint(P5,povlook(yellow))); ...  
^
```

Kami menghubungkan titik-titik dengan segmen garis.

```
>writeln(povsegment(P1,P2,povlook(yellow)));
```

Variable or function yellow not found.

Error in:

```
writeln(povsegment(P1,P2,povlook(yellow))); ...  
^
```

```
>writeln(povsegment(P5,P3,povlook(yellow)));
```

Variable or function P5 not found.

Error in:

```
writeln(povsegment(P5,P3,povlook(yellow))); ...  
^
```

```
>writeln(povsegment(P5,P4,povlook(yellow)));
```

Variable or function P5 not found.

Error in:

```
writeln(povsegment(P5,P4,povlook(yellow))); ...  
^
```

Sekarang kita menghasilkan pita abu-abu, di mana bola menyentuh kerucut.

```

>pcw=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1.01);
Function povcone not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
pcw=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1.01); ...
^

>pc1=povcylinder([0,0,P1[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P1[3]+defaultpoint
Index 3 out of range for string (need string vector).
Error in:
pc1=povcylinder([0,0,P1[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P
^

>writeln(povintersection([pcw,pc1],povlook(gray)));
Variable pcw not found!
Error in:
writeln(povintersection([pcw,pc1],povlook(gray))); ..
^

>pc2=povcylinder([0,0,P2[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P2[3]+defaultpoint
Index 3 out of range for string (need string vector).
Error in:
pc2=povcylinder([0,0,P2[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P
^

>writeln(povintersection([pcw,pc2],povlook(gray)));
Variable pcw not found!
Error in:
writeln(povintersection([pcw,pc2],povlook(gray))); ..
^

```

Mulai program Povray.

```

>povend();
Function povend not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povend(); ...
^

```

Untuk mendapatkan Anaglyph ini kita perlu memasukkan semuanya ke dalam fungsi scene. Fungsi ini akan digunakan dua kali

kemudian.

```
>function scene () ...
```

```
global a,u,dd,g,g1,defaultpointsize;
writeln(povsphere([0,0,u[1]],dd[1],povlook(red)));
writeln(povsphere([0,0,u[2]],dd[2],povlook(red)));
writeln(povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,povlook(lightgray,1)));
gp=g();
pc=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1,"");
vp=[gp[1],0,gp[2]]; dp=gp[3];
writeln(povplane(vp,dp,povlook(blue,0.5),pc));
P1=projectToLine([0,u[1]],g1()); P1=turnz([P1[1],0,P1[2]]);
writeln(povpoint(P1,povlook(yellow)));
P2=projectToLine([0,u[2]],g1()); P2=turnz([P2[1],0,P2[2]]);
writeln(povpoint(P2,povlook(yellow)));
P3=projectToLine([0,u[1]],g()); P3=[P3[1],0,P3[2]];
writeln(povpoint(P3,povlook(yellow)));
P4=projectToLine([0,u[2]],g()); P4=[P4[1],0,P4[2]];
writeln(povpoint(P4,povlook(yellow)));
t1=scalp(vp,P1)-dp; t2=scalp(vp,P2)-dp; P5=P1+t1/(t1-t2)*
writeln(povpoint(P5,povlook(yellow)));
writeln(povsegment(P1,P2,povlook(yellow)));
writeln(povsegment(P5,P3,povlook(yellow)));
writeln(povsegment(P5,P4,povlook(yellow)));
pcw=povcone([0,0,0],0,[0,0,a],1.01);
pcl=povcylinder([0,0,P1[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P1[3]+
writeln(povintersection([pcw,pcl],povlook(gray)));
pc2=povcylinder([0,0,P2[3]-defaultpointsize/2],[0,0,P2[3]+
writeln(povintersection([pcw,pc2],povlook(gray)));
endfunction
```

Anda membutuhkan kacamata merah/sian untuk menghargai efek berikut.

```
>povanaglyph("scene",zoom=11,center=[0,0,0.5],height=10°,angle=140°);
```

Function povanaglyph not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... ",zoom=11,center=[0,0,0.5],height=10°,angle=140°); ...
```

Contoh 8: Geometri Bumi

Dalam buku catatan ini, kami ingin melakukan beberapa perhitungan sferis. Fungsi-fungsi tersebut terdapat dalam file “spherical.e” di folder contoh. Kita perlu memuat file itu terlebih dahulu.

```
>load "spherical.e";  
Could not open spherical.e!  
Error in:  
load "spherical.e"; ...  
^
```

Untuk memasukkan posisi geografis, kami menggunakan vektor dengan dua koordinat dalam radian (utara dan timur, nilai negatif untuk selatan dan barat). Berikut koordinat Kampus FMIPA UNY.

```
>FMIPA=[rad(-7,-46.467),rad(110,23.05)]  
Function rad not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
FMIPA=[rad(-7,-46.467),rad(110,23.05)] ...  
^
```

Anda dapat mencetak posisi ini dengan `sposprint` (cetak posisi spherical).

```
>sposprint(FMIPA) // posisi garis lintang dan garis bujur  
FMIPA UNY  
Variable or function FMIPA not found.  
Error in:  
sposprint(FMIPA) // posisi garis lintang dan garis bujur  
^
```

Mari kita tambahkan dua kota lagi, Solo dan Semarang.

```
>Solo=[rad(-7,-34.333),rad(110,49.683)]; Semarang=[rad(-6,-  
59.05),rad(110,24.533)];  
Function rad not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
Solo=[rad(-7,-34.333),rad(110,49.683)]; Semarang=[rad  
^
```

```

>sposprint(Solo), sposprint(Semarang),
Variable or function Solo not found.
Error in:
sposprint(Solo), sposprint(Semarang), ...
          ^

```

Pertama kita menghitung vektor dari satu ke yang lain pada bola ideal. Vektor ini [pos,jarak] dalam radian. Untuk menghitung jarak di bumi, kita kalikan dengan jari-jari bumi pada garis lintang 7° .

```

>br=svector(FMIPA,Solo); degprint(br[1]), br[2]*rearth(7°)-
>km // perkiraan jarak FMIPA-Solo
Variable or function FMIPA not found.
Error in:
br=svector(FMIPA,Solo); degprint(br[1]), br[2]*rearth(7°)-
          ^

```

Ini adalah perkiraan yang baik. Rutinitas berikut menggunakan perkiraan yang lebih baik. Pada jarak yang begitu pendek hasilnya hampir sama.

```

>esdist(FMIPA,Semarang)->" km", // perkiraan jarak FMIPA-
Semarang
Variable or function FMIPA not found.
Error in:
esdist(FMIPA,Semarang)->" km", // perkiraan jarak FMIPA-
          ^

```

Ada fungsi untuk heading, dengan mempertimbangkan bentuk elips bumi. Sekali lagi, kami mencetak dengan cara yang canggih.

```

>sdegprint(esdir(FMIPA,Solo))
Variable or function FMIPA not found.
Error in:
sdegprint(esdir(FMIPA,Solo)) ...
          ^

```

Sudut segitiga melebihi 180° pada bola.

```

>asum=sangle(Solo,FMIPA,Semarang)+sangle(FMIPA,Solo,Semarang)+sangle
degprint(asum)
Variable or function Solo not found.
Error in:

```

```
asum=sangle(Solo,FMIPA,Semarang)+sangle(FMIPA,Solo,Semarang)
```

Ini dapat digunakan untuk menghitung luas segitiga. Catatan: Untuk segitiga kecil, ini tidak akurat karena kesalahan pengurangan dalam asum-pi.

```
>(asum-pi)*rearth(48°)^2->" km^2", // perkiraan luas segitiga
FMIPA-Solo-Semarang
```

```
Variable asum not found!
```

```
Error in:
```

```
(asum-pi)*rearth(48°)^2->" km^2", // perkiraan luas
^
```

Ada fungsi untuk ini, yang menggunakan garis lintang rata-rata segitiga untuk menghitung jari-jari bumi, dan menangani kesalahan pembulatan untuk segitiga yang sangat kecil.

```
>esarea(Solo,FMIPA,Semarang)->" km^2", //perkiraan yang
sama dengan fungsi esarea()
```

```
Variable or function Solo not found.
```

```
Error in:
```

```
esarea(Solo,FMIPA,Semarang)->" km^2", //perkiraan y
^
```

Kita juga dapat menambahkan vektor ke posisi. Sebuah vektor berisi heading dan jarak, keduanya dalam radian. Untuk mendapatkan vektor, kami menggunakan vektor. Untuk menambahkan vektor ke posisi, kami menggunakan vektor sadd.

```
>v=svector(FMIPA,Solo); sposprint(saddvector(FMIPA,v)),
sposprint(Solo),
```

```
Variable or function FMIPA not found.
```

```
Error in:
```

```
v=svector(FMIPA,Solo); sposprint(saddvector(FMIPA,v))
^
```

Fungsi-fungsi ini mengasumsikan bola yang ideal. Hal yang sama di bumi.

```
>sposprint(esadd(FMIPA,esdir(FMIPA,Solo),esdist(FMIPA,Solo))),
sposprint(Solo),
```

```
Variable or function FMIPA not found.
```

Error in:

```
sposprint(esadd(FMIPA,esdir(FMIPA,Solo),esdist(FMIPA,Solo))  
^
```

Mari kita beralih ke contoh yang lebih besar, Tugu Jogja dan Monas Jakarta (menggunakan Google Earth untuk mencari koordinatnya).

```
>Tugu=[-7.7833°,110.3661°]; Monas=[-6.175°,106.811944°];
```

```
>sposprint(Tugu), sposprint(Monas)
```

Function sposprint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
sposprint(Tugu), sposprint(Monas) ...  
^
```

Menurut Google Earth, jaraknya adalah 429,66 km. Kami mendapatkan pendekatan yang baik.

```
>esdist(Tugu,Monas)->" km", // perkiraan jarak Tugu Jogja -  
Monas Jakarta
```

Function esdist not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
esdist(Tugu,Monas)->" km", // perkiraan jarak Tugu Jogja -  
^
```

Judulnya sama dengan judul yang dihitung di Google Earth.

```
>degprint(esdir(Tugu,Monas))
```

Function esdir not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
degprint(esdir(Tugu,Monas)) ...  
^
```

Namun, kita tidak lagi mendapatkan posisi target yang tepat, jika kita menambahkan heading dan jarak ke posisi semula. Hal ini terjadi, karena kita tidak menghitung fungsi invers secara tepat, tetapi mengambil perkiraan jari-jari bumi di sepanjang jalan.

```
>sposprint(esadd(Tugu,esdir(Tugu,Monas),esdist(Tugu,Monas)))
```

Function esdir not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
sposprint(esadd(Tugu,esdir(Tugu,Monas),esdist(Tugu,Monas),  
^
```

Namun, kesalahannya tidak besar.

```
>sposprint(Monas),
```

Function sposprint not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
sposprint(Monas), ...  
^
```

Tentu kita tidak bisa berlayar dengan tujuan yang sama dari satu tujuan ke tujuan lainnya, jika kita ingin menempuh jalur terpendek. Bayangkan, Anda terbang NE mulai dari titik mana pun di bumi. Kemudian Anda akan berputar ke kutub utara. Lingkaran besar tidak mengikuti heading yang konstan!

Perhitungan berikut menunjukkan bahwa kami jauh dari tujuan yang benar, jika kami menggunakan pos yang sama selama perjalanan kami.

```
>dist=esdist(Tugu,Monas); hd=esdir(Tugu,Monas);
```

Function esdist not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
dist=esdist(Tugu,Monas); hd=esdir(Tugu,Monas); ...  
^
```

Sekarang kita tambahkan 10 kali sepersepuluh dari jarak, menggunakan pos ke Monas, kita sampai di Tugu.

```
>p=Tugu; loop 1 to 10; p=esadd(p,hd,dist/10); end;
```

Variable or function hd not found.

Error in:

```
p=Tugu; loop 1 to 10; p=esadd(p,hd,dist/10); end; ...  
^
```

Hasilnya jauh.

```
>sposprint(p), skmprint(esdist(p,Monas))
```

Function sposprint not found.

```
Try list ... to find functions!
Error in:
sposprint(p), skmprint(esdist(p, Monas)) ...
      ^
```

Sebagai contoh lain, mari kita ambil dua titik di bumi pada garis lintang yang sama.

```
>P1=[30°,10°]; P2=[30°,50°];
```

Jalur terpendek dari P1 ke P2 bukanlah lingkaran garis lintang 30°, melainkan jalur terpendek yang dimulai 10° lebih jauh ke utara di P1.

```
>sdegprint(esdir(P1,P2))
```

```
Function esdir not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
sdegprint(esdir(P1,P2)) ...
      ^
```

Tapi, jika kita mengikuti pembacaan kompas ini, kita akan berputar ke kutub utara! Jadi kita harus menyesuaikan arah kita di sepanjang jalan. Untuk tujuan kasar, kami menyesuaikannya pada 1/10 dari total jarak.

```
>p=P1; dist=esdist(P1,P2); ...
> loop 1 to 10; dir=esdir(p,P2); sdegprint(dir), p=esadd(p,dir,dist/10);
end;
Function esdist not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
p=P1; dist=esdist(P1,P2); loop 1 to 10; dir=esdir(p,P2)
      ^
```

Jaraknya tidak tepat, karena kita akan menambahkan sedikit kesalahan, jika kita mengikuti heading yang sama terlalu lama.

```
>skmprint(esdist(p,P2))
```

```
Function esdist not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
skmprint(esdist(p,P2)) ...
      ^
```

Kami mendapatkan perkiraan yang baik, jika kami menyesuaikan pos setelah setiap 1/100 dari total jarak dari Tugu ke Monas.

```
>p=Tugu; dist=esdist(Tugu,Monas); ...
> loop 1 to 100; p=esadd(p,esdir(p,Monas),dist/100); end;
Function esdist not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
p=Tugu; dist=esdist(Tugu,Monas);    loop 1 to 100; p=e
```

```
>skmprint(esdist(p,Monas))
Function esdist not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
skmprint(esdist(p,Monas)) ...
```

Untuk keperluan navigasi, kita bisa mendapatkan urutan posisi GPS di sepanjang lingkaran besar menuju Monas dengan fungsi navigasi.

```
>load spherical; v=navigate(Tugu,Monas,10); ...
> loop 1 to rows(v); sposprint(v[#]), end;
Could not open spherical!
Error in:
load spherical; v=navigate(Tugu,Monas,10);    loop 1 to
```

Kami menulis sebuah fungsi, yang memplot bumi, dua posisi, dan posisi di antaranya.

```
>function testplot ...
useglobal;
plotearth;
plotpos(Tugu,"Tugu Jogja"); plotpos(Monas,"Tugu Monas");
plotposline(v);
endfunction
```

Sekarang rencanakan semuanya.

```
>plot3d("testplot",angle=25,height=6,>own,>user,zoom=4):
Function plot3d not found.
```

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... ("testplot",angle=25, height=6,&gt;own,&gt;user, zoom=4)
```

Atau gunakan plot3d untuk mendapatkan tampilan anaglyph. Ini terlihat sangat bagus dengan kacamata merah/sian.

```
>plot3d("testplot",angle=25,height=6,distance=5,own=1,anaglyph=1,zoom=4):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... e=25,height=6,distance=5,own=1,anaglyph=1, zoom=4): ...
```

MENCOBA RUMUS-RUMUS PADA MATEI DI ATAS

Geometri Simbolik

```
>A &= [2,0]; B &= [0,2]; C &= [3,3]; // menentukan tiga titik  
A, B, C
```

```
>c &= lineThrough(B,C) // c=BC
```

```
lineThrough([0, 2], [3, 3])
```

```
>$getLineEquation(c,x,y), $solve(%y) | expand // persamaan  
garis c
```

```
getLineEquation (lineThrough ([0, 2] , [3, 3]) , x, y)
```

```
[getLineEquation (lineThrough ([0, 2] , [3, 3]) , x, y) = 0]
```

```
>h &= perpendicular(A,lineThrough(B,C)) // h melalui A tegak lurus  
BC
```

```
perpendicular([2, 0], lineThrough([0, 2], [3, 3]))
```

```
>Q &= lineIntersection(c,h) // Q titik potong garis c=BC dan h
```

```
lineIntersection(lineThrough([0, 2], [3, 3]),
```

```
perpendicular([2, 0], lineThrough([0, 2], [3, 3])))
```

```
>$projectToLine(A,lineThrough(B,C)) // proyeksi A pada BC
```

```
projectToLine ([2, 0] , lineThrough ([0, 2] , [3, 3]))
```

```
>$distance(A,Q) // jarak AQ
```

```
distance ([2, 0] , lineIntersection (lineThrough ([0, 2] , [3, 3]) , perpendicular (
```

```
>cc &= circleThrough(A,B,C); $cc // (titik pusat dan jari-jari)
lingkaran melalui A, B, C
```

```
circleThrough ([2, 0] , [0, 2] , [3, 3])
```

```
>r&=getCircleRadius(cc); $r , $float(r) // tampilkan nilai jari-jari
```

```
getCircleRadius (circleThrough ([2, 0] , [0, 2] , [3, 3]))
```

```
getCircleRadius (circleThrough ([2.0, 0.0] , [0.0, 2.0] , [3.0, 3.0]))
```

```
>$computeAngle(A,C,B) // nilai <ACB
```

```
computeAngle ([2, 0] , [3, 3] , [0, 2])
```

```
>$solve(getLineEquation(angleBisector(A,C,B),x,y),y)[1] // persamaan
garis bagi <ACB
```

```
getLineEquation (angleBisector ([2, 0] , [3, 3] , [0, 2]) , x , y) = 0
```

```
>P &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A));
$P // titik potong 2
```

```
lineIntersection (angleBisector ([2, 0] , [3, 3] , [0, 2]) , angleBisector ([3, 3] , [0
```

```
>P() //
```

```
Function angleBisector not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in expression: lineIntersection(angleBisector([
```

```
Error in:
```

```
P() // ...
```

```
^
```

Garis dan Lingkaran yang berpotongan

```
>A &:= [2,0]; c=circleWithCenter(A,4);
Function circleWithCenter not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
A &:= [2,0]; c=circleWithCenter(A,4); ...
^

>B &:= [2,3]; C &:= [3,2]; l=lineThrough(B,C);
Function lineThrough not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
B &:= [2,3]; C &:= [3,2]; l=lineThrough(B,C); ...
^

>setPlotRange(5); plotCircle(c); plotLine(l);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(5); plotCircle(c); plotLine(l); ...
^

>{P1,P2,f}=lineCircleIntersections(l,c);
Function lineCircleIntersections not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{P1,P2,f}=lineCircleIntersections(l,c); ...
^

>P1, P2,
[0.523599, 0.174533]
[0.523599, 0.872665]

>plotPoint(P1); plotPoint(P2):
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotPoint(P1); plotPoint(P2): ...
^

>c &= circleWithCenter(A,4) // lingkaran dengan pusat A jari-
```

jari 4

```
circleWithCenter([2, 0], 4)
>l &= lineThrough(B,C) // garis l melalui B dan C
lineThrough([2, 3], [3, 2])
>$lineCircleIntersections(l,c) | radcan, // titik potong lingkaran
c dan garis l
```

```
lineCircleIntersections (lineThrough ([2,3], [3,2]), circleWithCenter ([2,0]
```

```
>C=A+normalize([-3,-4])*4; plotPoint(C); plotSegment(P1,C);
plotSegment(P2,C);
Function normalize not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
C=A+normalize([-3,-4])*4; plotPoint(C); plotSegment(P
```

```
>degprint(computeAngle(P1,C,P2))
Function computeAngle not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
degprint(computeAngle(P1,C,P2)) ...
```

```
>C=A+normalize([-4,-5])*4; plotPoint(C); plotSegment(P1,C);
plotSegment(P2,C);
Function normalize not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
C=A+normalize([-4,-5])*4; plotPoint(C); plotSegment(P
```

```
>degprint(computeAngle(P1,C,P2))
Function computeAngle not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
degprint(computeAngle(P1,C,P2)) ...
```

```

>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
      ^

```

Garis Sumbu

```

>A=[3,3]; B=[-2,-3];
>c1=circleWithCenter(A,distance(A,B));
Function distance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
c1=circleWithCenter(A,distance(A,B)); ...
      ^

```

```

>c2=circleWithCenter(B,distance(A,B));
Function distance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
c2=circleWithCenter(B,distance(A,B)); ...
      ^

```

```

>{P1,P2,f}=circleCircleIntersections(c1,c2);
Function circleCircleIntersections not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{P1,P2,f}=circleCircleIntersections(c1,c2); ...
      ^

```

```

>l=lineThrough(P1,P2);
Function lineThrough not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
l=lineThrough(P1,P2); ...
      ^

```

```

>setPlotRange(5); plotCircle(c1); plotCircle(c2);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!

```



```
Error in:
setPlotRange(5); plotCircle(c1); plotCircle(c2); ...
^
```

```
>plotPoint(A); plotPoint(B); plotSegment(A,B); plotLine(l):
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plotPoint(A); plotPoint(B); plotSegment(A,B); plotLine
^
```

```
>A &= [a1,a2]; B &= [b1,b2];
```

```
>c1 &= circleWithCenter(A,distance(A,B));
```

```
>c2 &= circleWithCenter(B,distance(A,B));
```

```
>P &= circleCircleIntersections(c1,c2); P1 &= P[1]; P2 &=
P[2];
```

```
>g &= getLineEquation(lineThrough(P1,P2),x,y);
```

```
>$solve(g,y)
```

```
[getLineEquation (lineThrough ((circleCircleIntersections (circleWithCent
```

```
>$solve(getLineEquation(middlePerpendicular(A,B),x,y),y)
```

```
[getLineEquation (middlePerpendicular ([a1, a2], [b1, b2]), x, y) = 0]
```

```
>h &=getLineEquation(lineThrough(A,B),x,y);
```

```
>$solve(h,y)
```

```
[getLineEquation (lineThrough ([a1, a2], [b1, b2]), x, y) = 0]
```

```
## Garis Euler dan Parabola
```

```
>A::=[-1.5,-1.5]; B::=[3,0]; C::=[1.5,3];
```

```
>setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C");
```

```
Function setPlotRange not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
setPlotRange(3); plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotP
```

```
>plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment(C,A,"");
```

```
Function plotSegment not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plotSegment(A,B,""); plotSegment(B,C,""); plotSegment(C,A,
```

```
>$areaTriangle(A,B,C)
```

$$areaTriangle\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0], \left[\frac{3}{2}, 3\right]\right)$$

```
>c &= lineThrough(A,B)
```

$$lineThrough\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0]\right)$$

```
>$getLineEquation(c,x,y)
```

$$getLineEquation\left(lineThrough\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0]\right), x, y\right)$$

```
>$getHesseForm(c,x,y,C), $at(%,[x=C[1],y=C[2]])
```

$$getHesseForm\left(lineThrough\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0]\right), x, y, \left[\frac{3}{2}, 3\right]\right)$$

$$getHesseForm\left(lineThrough\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0]\right), \frac{3}{2}, 3, \left[\frac{3}{2}, 3\right]\right)$$

```
>LL &= circleThrough(A,B,C); $getCircleEquation(LL,x,y)
```

$$getCircleEquation\left(circleThrough\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], [3, 0], \left[\frac{3}{2}, 3\right]\right), x, y\right)$$

```
>O &= getCircleCenter(LL); $O
```

$getCircleCenter \left(circleThrough \left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right], [3, 0], \left[\frac{3}{2}, 3 \right] \right) \right)$

>plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O");

Function circleThrough not found.

Try list ... to find functions!

Error in expression: circleThrough([-3/2,-3/2],[3,0],

Error in:

plotCircle(LL()); plotPoint(O(),"O"): ...
^

>H &= lineIntersection(perpendicular(A,lineThrough(C,B)),...

> perpendicular(B,lineThrough(A,C)); \$H

$lineIntersection \left(perpendicular \left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right], lineThrough \left(\left[\frac{3}{2}, 3 \right], [3, 0] \right) \right) \right)$

>el &= lineThrough(H,O); \$getLineEquation(el,x,y)

$getLineEquation \left(lineThrough \left(lineIntersection \left(perpendicular \left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right], lineThrough \left(\left[\frac{3}{2}, 3 \right], [3, 0] \right) \right) \right) \right) \right)$

>plotPoint(H(),"H"); plotLine(el(),"Garis Euler");

Function lineThrough not found.

Try list ... to find functions!

Error in expression: lineIntersection(perpendicular([

Error in:

plotPoint(H(),"H"); plotLine(el(),"Garis Euler"): ...
^

>M &= (A+B+C)/3; \$getLineEquation(el,x,y) with

Maxima said:

incorrect syntax: with is not an infix operator

uation(el,x,y) with
^

Error in:

... /3; \$getLineEquation(el,x,y) with [x=M[1],y=M[2]]

```

>plotPoint(M(),"M"): // titik berat
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotPoint(M(),"M"): // titik berat ...
      ^

>$distance(M,H)/distance(M,O)|radcan


$$\frac{\text{distance}\left(\left[1, \frac{1}{2}\right], \text{lineIntersection}\left(\text{perpendicular}\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], \text{lineThrough}\left(\left[\frac{3}{2}, 3\right], \dots\right)\right), \text{distance}\left(\left[1, \frac{1}{2}\right], \text{getCircleCenter}\left(\text{circleThrough}\left(\dots\right)\right)\right)\right)}{\dots}$$


>$computeAngle(A,C,B), degprint(%)()


$$\text{computeAngle}\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], \left[\frac{3}{2}, 3\right], [3, 0]\right)$$


Function computeAngle not found. Try list ... to find functions!
Error in expression: computeAngle([-3/2,-3/2],[3/2,3],[3,0]) Error in:
$computeAngle(A,C,B), degprint(%)() ... ^

>Q &= lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A))|radcan;
$Q


$$\text{lineIntersection}\left(\text{angleBisector}\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], \left[\frac{3}{2}, 3\right], [3, 0]\right), \text{angleBisector}\left(\left[\frac{3}{2}, 3\right], [3, 0]\right)\right)$$


>r &= distance(Q,projectToLine(Q,lineThrough(A,B)))|ratsimp; $r


$$\text{distance}\left(\text{lineIntersection}\left(\text{angleBisector}\left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right], \left[\frac{3}{2}, 3\right], [3, 0]\right), \text{angleBisector}\left(\left[\frac{3}{2}, 3\right], [3, 0]\right)\right), \text{circleWithCenter}\left(Q, r\right)\right)$$


>LD &= circleWithCenter(Q,r); // Lingkaran dalam
>color(5); plotCircle(LD()):
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in expression: circleWithCenter(lineIntersection(angleBisector(A,C,B),angleBisector(C,B,A)),distance(Q,projectToLine(Q,lineThrough(A,B)))) Error in:
color(5); plotCircle(LD()): ...
      ^

```

contoh lain dari materi trigonometri rasional

```

>A&:=[2,3]; B&:=[5,4]; C&:=[0,5]; ...
> setPlotRange(-1,5,1,7); ...
> plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); ...
> plotSegment(B,A,"c"); plotSegment(A,C,"b"); plotSegment(C,B,"a");
...
> insimg;
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,3]; B&:=[5,4]; C&:=[0,5]; setPlotRange(-

```

```

>$distance(A,B)

```

distance ([2, 3] , [5, 4])

```

>c &= quad(A,B); $c, b &= quad(A,C); $b, a &= quad(B,C); $a,

```

quad ([2, 3] , [5, 4])

quad ([2, 3] , [0, 5])

quad ([5, 4] , [0, 5])

```

>wb &= computeAngle(A,B,C); $wb, $(wb/pi*180)()

```

computeAngle ([2, 3] , [5, 4] , [0, 5])

```

Function computeAngle not found. Try list ... to find functions!
Error in expression: 180computeAngle([2,3],[5,4],[0,5])/pi Error in:
wb &= computeAngle(A,B,C); $wb, $(wb/pi180)() ... ^

```

```

>$crosslaw(a,b,c,x), $solve(%x), //(b+c-a)^=4b.c(1-x)

```

crosslaw (*quad* ([5, 4] , [0, 5]) , *quad* ([2, 3] , [0, 5]) , *quad* ([2, 3] , [5, 4]) , x)

[*crosslaw* (*quad* ([5, 4] , [0, 5]) , *quad* ([2, 3] , [0, 5]) , *quad* ([2, 3] , [5, 4]) , x) = 0

```

>sb &= spread(b,a,c); $sb

```

```
spread (quad ([2, 3] , [0, 5]) , quad ([5, 4] , [0, 5]) , quad ([2, 3] , [5, 4]))
```

```
>$sin(computeAngle(A,B,C))^2
```

$$\sin^2 \text{computeAngle} ([2, 3] , [5, 4] , [0, 5])$$

```
>ha &= c*sb; $ha
```

```
quad ([2, 3] , [5, 4]) spread (quad ([2, 3] , [0, 5]) , quad ([5, 4] , [0, 5]) , quad ([2, 3] , [5,
```

```
>$sqrt(ha)
```

$$\sqrt{\text{quad} ([2, 3] , [5, 4]) \text{ spread } (\text{quad} ([2, 3] , [0, 5]) , \text{quad} ([5, 4] , [0, 5]) , \text{quad} ([2, 3] , [5,$$

```
>$sqrt(ha)*sqrt(a)/2
```

$$\frac{\sqrt{\text{quad} ([5, 4] , [0, 5])} \sqrt{\text{quad} ([2, 3] , [5, 4]) \text{ spread } (\text{quad} ([2, 3] , [0, 5]) , \text{quad} ([5, 4] , [0, 5]) , \text{quad} ([2, 3] , [5,$$

2

```
>$areaTriangle(B,A,C)
```

$$\text{areaTriangle} ([5, 4] , [2, 3] , [0, 5])$$

Aturan penyebaran 3 kali lipat

```
>setPlotRange(1); ...
```

```
> color(1); plotCircle(circleWithCenter([0,0],1)); ...
```

```
> A:=[cos(1),sin(1)]; B:=[cos(2),sin(2)]; C:=[cos(6),sin(6)]; ...
```

```
> plotPoint(A,"A"); plotPoint(B,"B"); plotPoint(C,"C"); ...
```

```
> color(3); plotSegment(A,B,"c"); plotSegment(A,C,"b"); plotSegment(C,B,"a");
```

```
...
```

```
> color(1); O:=[0,0]; plotPoint(O,"O"); ...
```

```
> plotSegment(A,O); plotSegment(B,O); plotSegment(C,O,"r"); ...
```

```
> insimg;
```

```

Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(1); color(1); plotCircle(circleWithCenter
      ^

>&remvalue(a,b,c,r); // hapus nilai-nilai sebelumnya untuk
perhitungan baru
>rabc &= rhs(solve(triplespread(spread(b,r,r),spread(a,r,r),spread(c,r,r)),r)
$abc
Maxima said:
part: invalid index of list or matrix.
-- an error. To debug this try: debugmode(true);

Error in:
... spread(b,r,r),spread(a,r,r),spread(c,r,r)),r)[4])

>function periradius(a,b,c) &= rabc;
>a:=quadrance(B,C); b:=quadrance(A,C); c:=quadrance(A,B);
Function quadrance not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
a:=quadrance(B,C); b:=quadrance(A,C); c:=quadrance(A,B)
      ^

>periradius(a,b,c)
Variable rabc not found!
Use global or local variables defined in function periradius.
Try "trace errors" to inspect local variables after execution.
periradius:
  useglobal; return rabc
Error in:
periradius(a,b,c) ...
      ^

>$spread(b,a,c)*rabc | ratsimp

```

spread(b,a,c) rabc

```
>$doublespread(b/(4*r))-spread(b,r,r) | ratsimp
```

$$-spread(b, r, r)$$

Contoh 6: Jarak Minimal pada Bidang

Catatan awal

Fungsi yang, ke titik M di bidang, menetapkan jarak AM antara titik tetap A dan M, memiliki garis level yang agak sederhana: lingkaran berpusat di A.

```
>&remvalue();
>A=[-2,-2];
>function d1(x,y):=sqrt((x-A[1])2+(y-A[2])2)
>fcontour("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0,hue=1,...
> title="If you see ellipses, please set your window square"):
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... you see ellipses, please set your window square"): ...
^
```

dan grafiknya juga agak sederhana: bagian atas kerucut:

```
>plot3d("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("d1",xmin=-2,xmax=0,ymin=-2,ymax=0): ...
^
```

Ternyata setelah mencoba yang bisa hanya dengan memasukkan angka 1, karena ketika memakai angka 2, plot tidak membentuk kerucut diatas.

Dua poin

```
>B=[2,-2];
>function d2(x,y):=d1(x,y)+sqrt((x-B[1])2+(y-B[2])2)
>fcontour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1):
Function fcontour not found.
```


Try list ... to find functions!

Error in:

```
... contour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1)
```

Grafiknya lebih menarik:

```
>plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1): ...  
^
```

Pembatasan garis (AB) lebih terkenal:

```
>plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3): ...  
^
```

Tiga poin

Contoh:

```
>C=[-3,2];
```

```
>function d3(x,y):=d2(x,y)+sqrt((x-C[1])2+(y-C[2])2)
```

```
>plot3d("d3",xmin=-5,xmax=3,ymin=-4,ymax=4);
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("d3",xmin=-5,xmax=3,ymin=-4,ymax=4); ...  
^
```

```
>insimg;
```

Variable insimg not found!

Error in:

```
insimg; ...  
^
```

```
>fcontour("d3",xmin=-4,xmax=1,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The
```

```
minimum is on A");
```

```
Function fcontour not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The minimum is on A"); ...  
^
```

```
>P=(A_B_C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12);
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
P=(A_B_C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12); ...  
^
```

```
>insimg;
```

```
Variable insimg not found!
```

```
Error in:
```

```
insimg; ...  
^
```

Tetapi jika semua sudut segitiga ABC kurang dari 120° , minimumnya adalah pada titik F di bagian dalam segitiga, yang merupakan satu-satunya titik yang melihat sisi-sisi ABC dengan sudut yang sama (maka masing-masing 120°):

```
>C=[-1,2];
```

```
>plot3d("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2): ...  
^
```

```
>fcontour("d3",xmin=-2,xmax=2,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The  
Fermat point");
```

```
Function fcontour not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... =2,ymin=-2,ymax=2,hue=1,title="The Fermat point"); ...  
^
```

```

>P=(A.B.C_A)'; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12);
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
P=(A_B_C_A) ' ; plot2d(P[1],P[2],add=1,color=12); ...
      ^

>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
      ^

```

Empat poin

Langkah selanjutnya adalah menambahkan 4 titik D dan mencoba meminimalkan $MA+MB+MC+MD$; katakan bahwa Anda adalah operator TV kabel dan ingin mencari di bidang mana Anda harus meletakkan antena sehingga Anda dapat memberi makan empat desa dan menggunakan panjang kabel sesedikit mungkin!

```

>D=[2,21];
>function d4(x,y):=d3(x,y)+sqrt((x-D[1])2+(y-D[2])2)
>plot3d("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... lot3d("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5)

>fcontour("d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1);
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... "d4",xmin=-1.5,xmax=1.5,ymin=-1.5,ymax=1.5,hue=1)

>P=(A.B.C.D)'; plot2d(P[1],P[2],points=1,add=1,color=12);
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!

```

```
Error in:
... _C_D)'; plot2d(P[1],P[2],points=1,add=1,color=12); ...
      ^

>insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
      ^
```

Contoh 7: Bola Dandelin dengan Povray

```
>load geometry;
Could not open geometry!
Error in:
load geometry; ...
      ^

Pertama dua garis yang membentuk kerucut.
>g1 &= lineThrough([0,0],[2,a])
                                lineThrough([0, 0], [2, a])
>g2 &= lineThrough([0,0],[-2,a])
                                lineThrough([0, 0], [- 2, a])
>g &= lineThrough([-2,0],[2,2])
                                lineThrough([- 2, 0], [2, 2])
>setPlotRange(-2,2,0,3);
Function setPlotRange not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
setPlotRange(-2,2,0,3); ...
      ^

>color(black); plotLine(g(),"")
Variable or function black not found.
Error in:
color(black); plotLine(g(),"") ...
      ^

>a:=2; color(blue); plotLine(g1(),""), plotLine(g2(),""):
Variable or function blue not found.
```

Error in:

```
a:=2; color(blue); plotLine(g1(),""), plotLine(g2(),"")
```

Sekarang kita ambil titik umum pada sumbu y.

```
>P &= [0,u]
```

```
[0, u]
```

Hitung jarak ke g1.

```
>d1 &= distance(P,projectToLine(P,g1)); $d1
```

```
distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([0,0],[2,a])))
```

Hitung jarak ke g.

```
>d &= distance(P,projectToLine(P,g)); $d
```

```
distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([-2,0],[2,2])))
```

Dan temukan pusat kedua lingkaran yang jaraknya sama.

```
>sol &= solve(d12=d2,u); $sol
```

```
[distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([0,0],[2,a]))) = -distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([-2,0],[2,2])))]
```

Ada dua solusi.

```
>u := sol()
```

Variable u not found!

Use global variables or parameters for string evaluation.

Error in expression: [distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([0,0],[2,a]))) = -distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([-2,0],[2,2])))]

Error in:

```
u := sol() ...
```

```
>dd := d()
```

Variable u not found!

Use global variables or parameters for string evaluation.

Error in expression: distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([0,0],[2,a]))) = -distance([0,u],projectToLine([0,u],lineThrough([-2,0],[2,2])))]

Error in:

```
dd := d() ...  
      ^
```

Plot lingkaran ke dalam gambar.

```
>color(red);
```

Variable or function red not found.

Error in:

```
color(red); ...  
      ^
```

```
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[1]],dd[1]),““);
```

u is not a variable!

Error in:

```
plotCircle(circleWithCenter([0,u[1]],dd[1]),““); ...  
      ^
```

```
>plotCircle(circleWithCenter([0,u[2]],dd[2]),““);
```

u is not a variable!

Error in:

```
plotCircle(circleWithCenter([0,u[2]],dd[2]),““); ...  
      ^
```

```
>insimg;
```

Variable insimg not found!

Error in:

```
insimg; ...  
      ^
```

Latihan

1. Gambarlah segi-n beraturan jika diketahui titik pusat O, n, dan jarak titik pusat ke titik-titik sudut segi-n tersebut (jari-jari lingkaran luar segi-n), r.

Petunjuk:

- Besar sudut pusat yang menghadap masing-masing sisi segi-n adalah
- $(360/n)$.
- Titik-titik sudut segi-n merupakan perpotongan lingkaran luar segi-n
- dan garis-garis yang melalui pusat dan saling membentuk sudut

sebesar

- kelipatan $(360/n)$.
- Untuk n ganjil, pilih salah satu titik sudut adalah di atas.
- Untuk n genap, pilih 2 titik di kanan dan kiri lurus dengan titik
- pusat.
- Anda dapat menggambar segi-3, 4, 5, 6, 7, dst beraturan.

Penyelesaian :

```
>load geometry
```

```
Could not open geometry!
```

```
Error in:
```

```
load geometry ...
```

```
^
```

```
>setPlotRange(-3.5,3.5,-3.5,3.5);
```

```
Function setPlotRange not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
setPlotRange(-3.5,3.5,-3.5,3.5); ...
```

```
^
```

```
>A=[-2,-2]; plotPoint(A,"A");
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
A=[-2,-2]; plotPoint(A,"A"); ...
```

```
^
```

```
>B=[2,-2]; plotPoint(B,"B");
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
B=[2,-2]; plotPoint(B,"B"); ...
```

```
^
```

```
>C=[0,3]; plotPoint(C,"C");
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
C=[0,3]; plotPoint(C,"C"); ...  
^
```

```
>plotSegment(A,B,"c");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(A,B,"c"); ...  
^
```

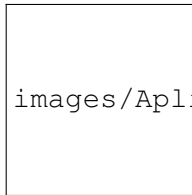
```
>plotSegment(B,C,"a");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(B,C,"a"); ...  
^
```

```
>plotSegment(A,C,"b");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(A,C,"b"); ...  
^
```

```
>aspect(1):
```



images/Aplikom geometri_Azifah Azka Apr.

Gambar 1.5 images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana_2303063000131.png

```
>c=circleThrough(A,B,C);
```

```
Function circleThrough not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
c=circleThrough(A,B,C); ...  
^
```



```

>R=getCircleRadius(c);
Function getCircleRadius not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
R=getCircleRadius(c); ...
      ^

```

```

>O=getCircleCenter(c);
Function getCircleCenter not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
O=getCircleCenter(c); ...
      ^

```

```

>plotPoint(O,"O");
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotPoint(O,"O"); ...
      ^

```

```

>l=angleBisector(A,C,B);
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
l=angleBisector(A,C,B); ...
      ^

```

```

>color(2); plotLine(l); color(1);
Function plotLine not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
color(2); plotLine(l); color(1); ...
      ^

```

```

>plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC"):
Function plotCircle not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotCircle(c,"Lingkaran luar segitiga ABC"): ...
      ^

```

2. Gambarlah suatu parabola yang melalui 3 titik yang diketahui.

Petunjuk:

- Misalkan persamaan parabolanya $y = ax^2 + bx + c$.
- Substitusikan koordinat titik-titik yang diketahui ke persamaan tersebut.
- Selesaikan SPL yang terbentuk untuk mendapatkan nilai-nilai a , b , c .

Penyelesaian :

```
>load geometry;
```

```
Could not open geometry!
```

```
Error in:
```

```
load geometry; ...
```

```
>setPlotRange(5); P=[2,0]; Q=[4,0]; R=[0,-4];
```

```
Function setPlotRange not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
setPlotRange(5); P=[2,0]; Q=[4,0]; R=[0,-4]; ...
```

```
>plotPoint(P,"P"); plotPoint(Q,"Q"); plotPoint(R,"R");
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plotPoint(P,"P"); plotPoint(Q,"Q"); plotPoint(R,"R"); ...
```

```
>sol &= solve([a+b=-c,16*a+4*b=-c,c=-4],[a,b,c])
```

```
[[a = - 1, b = 5, c = - 4]]
```

Sehingga didapatkan nilai $a = -1$, $b = 5$ dan $c = -4$

```
>function y&=-x^2+5*x-4
```

$$-x^2 + 5x - 4$$

```
>plot2d("-x^2+5*x-4",-5,5,-5,5):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
plot2d("-x^2+5*x-4",-5,5,-5,5): ...
^
```

3. Gambarlah suatu segi-4 yang diketahui keempat titik sudutnya, misalnya A, B, C, D.

- Tentukan apakah segi-4 tersebut merupakan segi-4 garis singgung (sisinya-sisintya merupakan garis singgung lingkaran yang sama yakni lingkaran dalam segi-4 tersebut).
- Suatu segi-4 merupakan segi-4 garis singgung apabila keempat garis bagi sudutnya bertemu di satu titik.
- Jika segi-4 tersebut merupakan segi-4 garis singgung, gambar lingkaran dalamnya.
- Tunjukkan bahwa syarat suatu segi-4 merupakan segi-4 garis singgung apabila hasil kali panjang sisi-sisi yang berhadapan sama.

Penyelesaian :

```
>load geometry
```

```
Could not open geometry!
```

```
Error in:
```

```
load geometry ...
^
```

```
>setPlotRange(-4.5,4.5,-4.5,4.5);
```

```
Function setPlotRange not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
setPlotRange(-4.5,4.5,-4.5,4.5); ...
^
```

```
>A=[-3,-3]; plotPoint(A,"A");
```

```
Function plotPoint not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
A=[-3,-3]; plotPoint(A,"A"); ...
^
```

```
>B=[3,-3]; plotPoint(B,"B");
```

```
Function plotPoint not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
B=[3,-3]; plotPoint(B, "B"); ...  
^
```

```
>C=[3,3]; plotPoint(C, "C");
```

```
Function plotPoint not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
C=[3,3]; plotPoint(C, "C"); ...  
^
```

```
>D=[-3,3]; plotPoint(D, "D");
```

```
Function plotPoint not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
D=[-3,3]; plotPoint(D, "D"); ...  
^
```

```
>plotSegment(A,B, "");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(A, B, ""); ...  
^
```

```
>plotSegment(B,C, "");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(B, C, ""); ...  
^
```

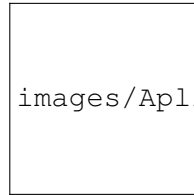
```
>plotSegment(C,D, "");
```

```
Function plotSegment not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plotSegment(C, D, ""); ...  
^
```

```
>plotSegment(A,D, "");
```

```
Function plotSegment not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotSegment(A,D,""); ...
      ^
```

```
>aspect(1):
```



images/Aplikom geometri_Azifah Azka

Gambar 1.6 images/Aplikom%20geometri_Azifah%20Azka%20Apriliana_2303132.png

```
>l=angleBisector(A,B,C);
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
l=angleBisector(A,B,C); ...
      ^
```

```
>m=angleBisector(B,C,D);
Function angleBisector not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
m=angleBisector(B,C,D); ...
      ^
```

```
>P=lineIntersection(l,m);
Variable or function m not found.
Error in:
P=lineIntersection(l,m); ...
      ^
```

```
>color(5); plotLine(l); plotLine(m); color(1);
Function plotLine not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```

color(5); plotLine(1); plotLine(m); color(1); ...
^
>plotPoint(P,"P"):
Function plotPoint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotPoint(P,"P"): ...
^

```

Dari gambar diatas terlihat bahwa keempat garis bagi sudutnya bertemu di satu titik yaitu titik P.

```

>r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B)));
Function lineThrough not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
r=norm(P-projectToLine(P,lineThrough(A,B))); ...
^

```

```

>plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segiempat ABCD"):
Function circleWithCenter not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plotCircle(circleWithCenter(P,r),"Lingkaran dalam segiempat ABCD"): ...
^

```

Dari gambar diatas, terlihat bahwa sisi-sisinya merupakan garis singgung lingkaran yang sama yaitu lingkaran dalam segiempat.

Akan ditunjukkan bahwa hasil kali panjang sisi-sisi yang berhadapan sama.

```

>AB=norm(A-B)//panjang sisi AB
Function norm not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
AB=norm(A-B)//panjang sisi AB ...
^

```

```

>CD=norm(C-D)//panjang sisi CD
Function norm not found.

```

```

Try list ... to find functions!
Error in:
CD=norm(C-D) //panjang sisi CD ...
      ^

```

```

>AD=norm(A-D) //panjang sisi AD

```

```

Function norm not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
AD=norm(A-D) //panjang sisi AD ...
      ^

```

```

>BC=norm(B-C) //panjang sisi BC

```

```

Function norm not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
BC=norm(B-C) //panjang sisi BC ...
      ^

```

```

>AB.CD

```

```

Variable AB not found!
Error in:
AB.CD ...
      ^

```

```

>AD.BC

```

```

Variable AD not found!
Error in:
AD.BC ...
      ^

```

Terbukti bahwa hasil kali panjang sisi-sisi yang berhadapan sama yaitu 36. Jadi dapat dipastikan bahwa segiempat tersebut merupakan segiempat garis singgung.

4. Gambarkanlah suatu ellips jika diketahui kedua titik fokusnya, misalnya P dan Q. Ingat ellips dengan fokus P dan Q adalah tempat kedudukan titik-titik yang jumlah jarak ke P dan ke Q selalu sama (konstan).

Penyelesaian :

Diketahui kedua titik fokus P = [-1,-1] dan Q = [1,-1]

```

>P=[-1,-1]; Q=[1,-1];
>function d1(x,y):=sqrt((x-P[1])2+(y-P[2])2)
>Q=[1,-1]; function d2(x,y):=sqrt((x-P[1])2+(y-P[2])2)+sqrt((x-
Q[1])2+(y-Q[2])2)
>fcontour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1):
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... contour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1): ...

```

Grafik yang lebih menarik

```

>plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1): ...

```

Batasan ke garis PQ

```

>plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3): ...

```

5. Gambarkanlah suatu hiperbola jika diketahui kedua titik fokusnya, misalnya P dan Q. Ingat ellips dengan fokus P dan Q adalah tempat kedudukan titik-titik yang selisih jarak ke P dan ke Q selalu sama (konstan).

Penyelesaian :

```

>P=[-1,-1]; Q=[1,-1];
>function d1(x,y):=sqrt((x-p[1])2+(y-p[2])2)
>Q=[1,-1]; function d2(x,y):=sqrt((x-P[1])2+(y-P[2])2)+sqrt((x+Q[1])2+(y+Q[2])2)
>fcontour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1):
Function fcontour not found.
Try list ... to find functions!

```



```
Error in:
... contour("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1,hue=1)
```

Grafik yang lebih menarik

```
>plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("d2",xmin=-2,xmax=2,ymin=-3,ymax=1): ...
^
```

```
>plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("abs(x+1)+abs(x-1)",xmin=-3,xmax=3): ...
^
```


KALKULUS

unicodehyperref hyphensurl []book xcolor amsmath,amssymb iftex
[T1]fontenc [utf8]inputenc textcomp lmodern upquote []microtype
[protrusion]basicmath parskip bookmark xurl

AZIFAH AZKA APRILIANA APLIKOM KALKULUS

Tugas Aplikasi Komputer

Nama : Azifah Azka Apriliana

NIM : 23030630006

Kelas : Matematika

KALKULUS DENGAN EMT

Materi Kalkulus mencakup di antaranya:

- Fungsi(fungsi aljabar, trigonometri, eksponensial, logaritma, komposisi fungsi)
- Limit Fungsi,
- Turunan Fungsi,
- Integral Tak Tentu,
- Integral Tentu dan Aplikasinya,
- Barisan dan Deret (kekonvergenan barisan dan deret).

EMT (bersama Maxima) dapat digunakan untuk melakukan semua perhitungan di dalam kalkulus, baik secara numerik maupun analitik (eksak).

FUNGSI

Fungsi adalah suatu relasi yang menghubungkan setiap anggota dari suatu himpunan (domain) dengan tepat satu anggota himpunan lain (kodomain). Secara sederhana, fungsi dapat dipandang sebagai mesin yang menerima input (nilai x) dan menghasilkan output (nilai y).

$$f : A \rightarrow B$$

Sifat-sifat Fungsi

1. Injektif (satu-satu)

Fungsi injektif adalah fungsi dengan tiap elemen kodomain tidak memiliki lebih dari satu elemen domain. Fungsi injektif disebut juga dengan “fungsi satu-satu” karena tiap elemen kodomain hanya boleh berelasi satu kali.

2. Surjektif

Fungsi surjektif adalah fungsi dengan semua elemen kodomain berelasi dengan elemen domain. Fungsi surjektif juga disebut fungsi “on-to”.

3. Bijektif

Fungsi bijektif adalah fungsi yang memenuhi sifat injektif dan surjektif. Fungsi bijektif juga disebut fungsi korespondensi satu-satu, karena elemen domain dan kodomain semuanya berelasi satu-satu.

Jenis-jenis Fungsi yang akan Dielajari

1. Fungsi Aljabar

Fungsi aljabar adalah jenis fungsi matematika yang dibentuk dengan menggunakan operasi-operasi aljabar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan pangkat. Secara umum, fungsi aljabar merupakan fungsi yang dapat dinyatakan dengan ekspresi aljabar yang melibatkan variabel dan konstanta. Fungsi ini termasuk di dalam kategori fungsi elementer karena bisa dinyatakan dalam bentuk dasar.

2. Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri adalah fungsi yang menghubungkan sudut

suatu segitiga siku-siku dengan rasio panjang sisi-sisinya. Fungsi ini sangat penting dalam matematika, khususnya dalam geometri, analisis, dan aplikasi di bidang fisika, teknik, dan astronomi. Fungsi-fungsi trigonometri yang paling umum adalah sinus, kosinus, tangen, serta turunan dan kebalikannya seperti secan, kosekan, dan kotangen.

3. Fungsi Eksponensial

Fungsi eksponensial adalah fungsi matematika di mana variabel independen (biasanya dilambangkan dengan x) berada di eksponen. Bentuk umum fungsi eksponensial adalah:

$$f(x) = a^x$$

* a adalah bilangan positif (basis) dan tidak sama dengan 1

- x adalah variabel eksponen

Fungsi eksponensial yang paling umum adalah fungsi eksponensial alami dengan basis bilangan euler ($e = 2.718$). Fungsi ini sering digunakan dalam berbagai aplikasi ilmiah yang dinyatakan sebagai:

$$f(x) = e^x$$

4. Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma adalah kebalikan atau invers dari fungsi eksponensial. Fungsi logaritma dinyatakan sebagai:

$$f(x) = \log a(x)$$

5. Komposisi Fungsi

Komposisi fungsi adalah operasi matematika di mana dua fungsi digabungkan sehingga output dari satu fungsi menjadi input dari fungsi yang lain. Diketahui f dan g dua fungsi sebarang maka fungsi komposisi f dan g ditulis

$$g \circ f$$

didefinisikan sebagai:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

dengan f dikerjakan terlebih dahulu daripada g .

Mendefinisikan Fungsi

Terdapat beberapa cara mendefinisikan fungsi pada EMT, yakni:

- Menggunakan format `nama_fungsi := rumus fungsi` (fungsi numerik),
- Menggunakan format `nama_fungsi &= rumus fungsi` (fungsi simbolik, namun dapat dihitung secara numerik),
- Menggunakan format `nama_fungsi &&= rumus fungsi` (fungsi simbolik murni, tidak dapat dihitung langsung),
- Fungsi sebagai program EMT (Mendefinisikan fungsi yang lebih kompleks dengan beberapa langkah atau percabangan)

Setiap format harus diawali dengan perintah `function` (bukan sebagai ekspresi).

Berikut adalah beberapa contoh cara mendefinisikan fungsi:

$$f(x) = 2x^2 + e^{\sin(x)}.$$

```
>function f(x) := 2*x^2+exp(sin(x)) // fungsi numerik
```

```
>f(0), f(1), f(pi)
```

```
1
```

```
4.31978
```

```
20.7392
```

```
>f(a) // tidak dapat dihitung nilainya karena bukan fungsi numerik
```

```
Variable or function a not found.
```

```
Error in:
```

```
f(a) // tidak dapat dihitung nilainya karena bukan fungsi numerik
```

```
>function f(x) := 3*x^3+exp(cos(x))
```

```
>f(1)
```

```
4.71653
```

```
>f(20)
```

```
24001.5
```

```
>f(-2:2)
```

```
[-23.3404, -1.28347, 2.71828, 4.71653, 24.6596]
>f(-2)+f(2)
1.31917
```

```
>aspect(1.5); plot2d("f(x)",-2,2):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
aspect(1.5); plot2d("f(x)",-2,2): ...
^
```

Berikutnya kita definisikan fungsi:

```
>function g(x) := sqrt(x^2-3*x)/(x+1)
>g(1)
Floating point error!
Error in sqrt
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
g:
useglobal; return sqrt(x^2-3*x)/(x+1)
Error in:
g(1) ...
^
```

Floating point error karena untuk $x=1$, $g(x)$ akan bernilai imajiner yaitu:

```
>g(5)
0.527046
>g(20)
0.878052
>g(21)
0.883737
>g(20:25)
[0.878052, 0.883737, 0.888915, 0.89365, 0.897998, 0.9
```

Silakan Anda plot grafik fungsi di atas!

```
>aspect(1.5); plot2d("g(x)",20,25):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
aspect(1.5); plot2d("g(x)", 20, 25): ...
^
```

```
>f(g(5)) // komposisi fungsi
```

```
2.81254
```

```
>g(f(5))
```

```
0.993367
```

```
>function h(x) := f(g(x)) // definisi komposisi fungsi
```

```
>h(5) // sama dengan f(g(5))
```

```
2.81254
```

Silakan Anda plot kurva fungsi komposisi fungsi f dan g:

dan

bersama-sama kurva fungsi f dan g dalam satu bidang koordinat.

```
>f(0:10) // nilai-nilai f(0), f(1), f(2), ..., f(10)
```

```
[2.71828, 4.71653, 24.6596, 81.3716, 192.52, 376
1031.13, 1536.86, 2187.4, 3000.43]
```

```
>fmap(0:10) // sama dengan f(0:10), berlaku untuk semua
fungsi
```

```
[2.71828, 4.71653, 24.6596, 81.3716, 192.52, 376
1031.13, 1536.86, 2187.4, 3000.43]
```

```
>gmap(200:210)
```

```
[0.987534, 0.987596, 0.987657, 0.987718, 0.987778
0.987896, 0.987954, 0.988012, 0.988069, 0.988126]
```

Misalkan kita akan mendefinisikan fungsi

Fungsi tersebut tidak dapat didefinisikan sebagai fungsi numerik secara “inline” menggunakan format `:=`, melainkan didefinisikan sebagai program. Perhatikan, kata “map” digunakan agar fungsi dapat menerima vektor sebagai input, dan hasilnya berupa vektor. Jika tanpa kata “map” fungsinya hanya dapat menerima input satu nilai.

```
>function map f(x)
```

```
  if x>0 then return x^3
```

```
  else return x^2
```

```
  endif;
```

```
endfunction
```

```

>f(1)
1
>f(-2)
4
>f(-5:5)
[25, 16, 9, 4, 1, 0, 1, 8, 27, 64, 125]
>aspect(1.5); plot2d("f(x)",-5,5):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
aspect(1.5); plot2d("f(x)",-5,5): ...

```

```

>function f(x) &= 2*E^x // fungsi simbolik

```

$$2 E^x$$

```

>$f(a) // nilai fungsi secara simbolik

```

$$2 E^a$$

```

>function a:=12

```

```

>f(a)

```

```

325510

```

```

>f(E) // nilai fungsi berupa bilangan desimal

```

```

30.3085

```

```

>$f(E), $float(%)

```

$$2 E^E$$

$$2.0 E^E$$

```

>function g(x) &= 3*x+1

```

$$3 x + 1$$

```

>g(50)

```

```

151

```

```

>function h(x) &= f(g(x)) // komposisi fungsi

```

$$3x + 1$$

2 E

```
>plot2d("h(x)",-1,1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("h(x)",-1,1): ...
      ^
```

Contoh Fungsi Aljabar

1. Diberikan fungsi:

Tentukan nilai $f(1)$ dan $f(4)$ kemudian cari nilai $f(4)-2f(1)$

Gambarkan juga grafiknya di $f(1:4)$!

```
>function f(x) := 6*x^3+12*sqrt(x)
>f(1)
18
>f(4)
408
>f(4)-2*f(1)
372
>aspect(1.5); plot2d("f",1,4):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
aspect(1.5); plot2d("f",1,4): ...
      ^
```

2. Diberikan fungsi:

Tentukan nilai $k(1,1)+k(2,3)$!

$>\text{function } k(x,y) := 12 \cdot x^{3+4 \cdot y} - 3 \cdot x + 2$

```
>k(1,1)
15
>k(2,3)
128
>k(1,1)+k(2,3)
```

143

3. Diketahui suatu fungsi $f(x,y,z)$ didefinisikan sebagai berikut
Tentukan nilai $f(3,4,5)$!

```
>function f(x,y,z):= (3*x-1)+ sqrt(x^3-y^2-z+6)
>f(3,4,5)
```

11.4641

Contoh Fungsi Trigonometri

1. Suatu fungsi trigonometri didefinisikan sebagai:

Tentukan nilai dari $f(6)-f(7)$!

```
>function f(x):= tan(x)/2*x+3*x^2
>f(6)-f(7)
```

-42.9231

2. Diberikan fungsi:

Tentukan nilai $f(4)$!

```
>function f(x,y) := x^2+sin(x)/x*y
>f(4,2)
```

15.6216

```
>plot3d("f",-4,4):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("f",-4,4): ...
      ^
```

3. Diberikan suatu fungsi

tentukan nilai $f(x,y,z)$ bila $x=1$, $y=2$, dan $z=-3$!

```
>function f(x,y,z)&= sin(x)/(sin(x)+cos(z))+tan(y)
                        sin(x)
----- + tan(y)
cos(z) + sin(x)
```

```
>f(1,2,-3)
```

-7.85069

Contoh Fungsi Eksponensial

1. Diberikan sebuah fungsi $f(x)$ sebagai berikut:

Tentukan nilai $f(x+1)-f(x)$!

```
>function f(x):= 3^x
```

```
>$f(x+1)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y,z); found: [x+1]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in:

```
$f(x+1) ...
      ^
```

```
>$f(x)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y,z); found: [x]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in:

```
$f(x) ...
      ^
```

```
>$f(x+1)-f(x)
```

Maxima said:

```
Too few arguments supplied to f(x,y,z); found: [x+1]
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

Error in:

```
$f(x+1)-f(x) ...
      ^
```

2. Fungsi $f(m)$ didefinisikan sebagai:

Tentukan nilai dari $f(3)$, $2f(5)$, dan $f(3)/2f(5)$

```
>function f(m)&=27+8^m;
```

```
>$f(3)
```

```
>$2*f(5)
```

65590

```
>$f(3)/(2*f(5))
```

$$\frac{77}{9370}$$

3. Diketahui nilai y dari fungsi di bawah ini adalah 1

Tentukan nilai f(3), f(8), dan buat grafiknya di f(3:5)!

```
>function f(x):=2^(4*x-12*y)
```

```
>function y:=1
```

```
>f(8)
```

```
1.04858e+06
```

```
>f(3)
```

```
1
```

```
>f(3:5)
```

```
[1, 16, 256]
```

```
>aspect(1.3); plot2d("f",3,5):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
aspect(1.3); plot2d("f",3,5): ...  
^
```

Contoh Fungsi Logaritma

1. Diberikan fungsi di bawah ini:

Tentukan nilai f(0.6)!

```
>function f(x):= E^2*(1/(3+4*log(x))+1/7)
```

```
>f(0.6)
```

```
8.77908
```

```
>plot2d("f",-0.6,0.6):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("f",-0.6,0.6): ...  
^
```

Contoh Komposisi Fungsi

1. Untuk fungsi:

cari nilai

```
>function f(x) := x^2-3*x+2; $f(x)
```

```
>function g(x) := 3*x+5; $g(x)
```

```
>f(g(-2)), g(f(0))
```

6

11

```
>plot2d("(3*x+5)^2-3*(3*x+5)+2",-2,2):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("(3*x+5)^2-3*(3*x+5)+2",-2,2): ...  
^
```


LATIHAN

Bukalah buku Kalkulus. Cari dan pilih beberapa (paling sedikit 5 fungsi berbeda tipe/bentuk/jenis) fungsi dari buku tersebut, kemudian definisikan fungsi-fungsi tersebut dan komposisinya di EMT pada baris-baris perintah berikut (jika perlu tambahkan lagi). Untuk setiap fungsi, hitung beberapa nilainya, baik untuk satu nilai maupun vektor. Gambar grafik fungsi-fungsi tersebut dan komposisi-komposisi 2 fungsi.

Juga, carilah fungsi beberapa (dua) variabel. Lakukan hal sama seperti di atas.

1. Diberikan fungsi:

Cari nilai $b(1)$, vektor $b(1:4)$, dan buatlah grafiknya!

>

>

2. Diketahui suatu fungsi $f(x)$ sebagai berikut:

Tentukan nilai dari $f(20,10)$ dan buat grafiknya di $f(20,10:30,20)$!

3. Sketsakan grafik fungsi dibawah ini pada $[-\pi, 2\pi]$

4. Diketahui suatu fungsi $f(x)$:

Tentukan nilai $f(a+2^b-c)$ jika nilai $a=1$, $b=2$, dan $c=5$!

5. Untuk fungsi:

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 20$$

$$g(x) = 3x - 5$$

cari nilai

$$f \circ g(5), g \circ f(8)$$

Definisi limit

Pada dasarnya, limit digunakan untuk menyatakan sesuatu yang nilainya

mendekati nilai tertentu. Limit dapat diartikan sebagai menuju suatu

batas, sesuatu yang dekat namun tidak dapat dicapai. Mengapa nilainya

hanya mendekati? Karena suatu fungsi biasanya tidak terdefinisi pada

titik-titik tertentu. Walaupun suatu fungsi seringkali tidak terdefinisi untuk titik tertentu, namun masih dapat dicari tahu berapa

nilai yang didekati oleh fungsi tersebut apabila titik tertentu semakin didekati yaitu dengan limit.

Bentuk umum dari limit sendiri dinotasikan dengan:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

Notasi tersebut menyatakan bahwa $f(x)$ untuk nilai x mendekati c sama dengan L . $f(x)$ disini dapat berupa bermacam-macam jenis fungsi. Dan L

dapat berupa konstanta, ataupun “und” (tak terdefinisi), “ind” (tak

tertentu namun terbatas), “infinity” (kompleks tak hingga). Begitupun

dengan batas c , dapat berupa sebarang nilai atau pada tak hingga(-inf, minf, dan inf).

Sebuah fungsi dapat dikatakan memiliki limit apabila limit kanan dan

limit kiri nya memiliki nilai yang sama. Dimana, limit dari fungsi

tersebut adalah nilai dari limit kanan dan limit kiri fungsi yang bernilai sama tadi.

SIFAT-SIFAT LIMIT

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ adalah fungsi yang memiliki limit di c , n merupakan bilangan bulat positif, dan k adalah konstanta.

1.

$$\lim_{x \rightarrow c} k = k$$

>\$showev('limit(5,x,2))

$$showev(5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$$

2.

maxima: 'limit(x,x,c)=c

$$\lim_{x \rightarrow c} x = c$$

>\$showev('limit(x,x,3))

$$showev\left(\lim_{x \rightarrow 3} x\right)$$

3.

maxima: 'limit(kf(x),x,c)= k*maxima: 'limit(f(x),x,c)

$$\lim_{x \rightarrow c} kf(x) = k \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)$$

>\$showev('limit(4*x^2,x,1))

$$showev\left(4 \left(\lim_{x \rightarrow 1} x^2\right)\right)$$

4.

maxima: 'limit([g(x)+f(x)],x,c)= maxima: 'limit(g(x),x,c) +
maxima: 'limit(f(x),x,c)

$$\lim_{x \rightarrow c} [g(x) + f(x)] = \lim_{x \rightarrow c} g(x) + \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

>\$showev('limit(x^3+2*x,x,1))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 1} x^3 + 2x \right)$$

5.

maxima: 'limit([g(x)-f(x)],x,c)= maxima: 'limit(g(x),x,c) -
maxima: 'limit(f(x),x,c)

$$\lim_{x \rightarrow c} [g(x) - f(x)] = \lim_{x \rightarrow c} g(x) - \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

>\$showev('limit(x^2-4*x,x,5))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 4x \right)$$

6.

maxima: 'limit([g(x)*f(x)],x,c)= maxima: 'limit(g(x),x,c) *
maxima: 'limit(f(x),x,c)

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) g(x)] = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right) \left(\lim_{x \rightarrow c} g(x) \right)$$

>\$showev('limit((x-1)*(x+4),x,3))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) (x + 4) \right)$$

7.

maxima: 'limit(g(x)/f(x),x,c)= maxima: 'limit(g(x),x,c) /
maxima: 'limit(f(x),x,c)

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

>\$showev('limit((x+5)/(x+1),x,0))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 5}{x + 1} \right)$$

8.

maxima: 'limit(f(x)^n,x,c)=maxima:'limit(f(x),x,c)n

$$\lim_{x \rightarrow c} f^n(x) = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^n$$

>\$showev('limit((x+3)^2,x,1))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 1} (x + 3)^2 \right)$$

9.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x)^{\frac{1}{n}} = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^{\frac{1}{n}}$$

>\$showev('limit((x^2+3*x+1)(1/2),x,2))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + 3x + 1} \right)$$

Limit pada EMT

Pada EMT cara mendefinisikan limit yaitu dengan format :

\$showev('limit(f(x),x,c))

Format tersebut akan menampilkan limit yang dimaksud dan hasilnya.

Jika kita ingin menampilkan hasilnya saja dari sebuah limit tanpa menampilkan limitnya, kita bisa menggunakan format :

\$limit(f(x),x,c)

Sedangkan, untuk limit kanan dan limit kiri seperti pada definisi dapat ditampilkan di EMT dengan cara menambah opsi “plus” atau “minus”

:

\$showev('limit(f(x),x,c, plus)) atau 'limit(f(x),x,c, minus)

>\$showev('limit(x^2+3*x+4,x,2))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 3x + 4 \right)$$

>\$limit(x^2+3*x+4,x,2)

Menghitung dan Visualisasi Limit

Perhitungan limit pada EMT dapat dilakukan dengan menggunakan fungsi

Maxima, yakni “limit”. Fungsi “limit” dapat digunakan untuk menghitung

limit fungsi dalam bentuk ekspresi maupun fungsi yang sudah didefinisikan sebelumnya. Nilai limit dapat dihitung pada sebarang

nilai atau pada tak hingga (-inf, minf, dan inf). Limit kiri dan limit

kanan juga dapat dihitung, dengan cara memberi opsi “plus” atau

“minus”. Hasil limit dapat berupa nilai, “und” (tak definisi), “ind”

(tak tentu namun terbatas), “infinity” (kompleks tak hingga).

Limit dapat divisualisasikan menggunakan plot 2 dimensi. Pada EMT

sendiri, format yang bisa digunakan untuk memvisualisasikan limit

adalah :

`plot2d(“f(x)”, -c, c):`

Dengan $f(x)$ adalah fungsi pada limit yang dicari, dan c berupa bilangan real menyesuaikan batas dari limit itu sendiri.

Limit Aljabar

Limit Aljabar

1. Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai

sama. Berapakah nilai limitnya?

maxima: `'limit(x^2+x-1,x,0)`

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x - 1$$

`>$showev('limit(x^2+x-1,x,0,minus))`

$$\text{showev} \left(\lim_{x \uparrow 0} x^2 + x - 1 \right)$$

>\$showev('limit(x^2+x-1,x,0,plus))

$$\text{showev} \left(\lim_{x \downarrow 0} x^2 + x - 1 \right)$$

Dapat terlihat bahwa nilai limit kiri = nilai limit kanan. Maka fungsi tersebut memiliki nilai limit, yaitu

>\$showev('limit(x^2+x-1,x,0))

$$\text{showev} \left(\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x - 1 \right)$$

2. Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai sama. Berapakah nilai limitnya?

maxima: 'limit(sqrt(x^2+x-1),x,3)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + x - 1}$$

>\$showev('limit(sqrt(x^2+x-1),x,3,minus))

$$\text{showev} \left(\lim_{x \uparrow 3} \sqrt{x^2 + x - 1} \right)$$

>\$showev('limit(sqrt(x^2+x-1),x,3,plus))

$$\text{showev} \left(\lim_{x \downarrow 3} \sqrt{x^2 + x - 1} \right)$$

Dapat terlihat bahwa nilai limit kiri = nilai limit kanan. Maka fungsi tersebut memiliki nilai limit, yaitu

>\$showev('limit(sqrt(x^2+x-1),x,3))

$$\text{showev} \left(\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + x - 1} \right)$$

3. Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai sama. Berapakah nilai limitnya?

maxima: 'limit(abs(x+3)/(x+3),x,-3)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|x+3|}{x+3}$$

>\$showev('limit(abs(x+3)/(x+3),x,-3,minus))

$$showev \left(\lim_{x \uparrow -3} \frac{|x+3|}{x+3} \right)$$

>\$showev('limit(abs(x+3)/(x+3),x,-3,plus))

$$showev \left(\lim_{x \downarrow -3} \frac{|x+3|}{x+3} \right)$$

Karena nilai limit kiri tidak sama dengan nilai limit kanan. Maka fungsi diatas tidak memiliki limit di x=-3

>\$showev('limit(abs(x+3)/(x+3),x,-3))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|x+3|}{x+3} \right)$$

4. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit(x^3+4*x+5,x,2)

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^3 + 4x + 5$$

>\$limit(x^3+4*x+5,x,2)

21

>plot2d("x^3+4*x+5",1.8,2.2); plot2d(2,21,>points,style="ow",>add):

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot2d("x^3+4*x+5",1.8,2.2); plot2d(2,21,>points,style=

Jadi berdasarkan grafik, nilai limit tersebut adalah 21.

5.Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit((abs(x-5))/(x-5),x,5)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x-5|}{x-5}$$

>plot2d("abs(x-5)/(x-5)",4.9,5.1):

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot2d("abs(x-5)/(x-5)",4.9,5.1): ...
^

Karena nilai limit kiri tidak sama dengan limit kanan. maka nilai limit

fungsi tersebut tidak ada.

6. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut?

maxima: 'limit((x^{5-3x^{3+x}2-9})/(4x^{5-7x^{4+2x-1}}),x,inf)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^3 + x^2 - 9}{4x^5 - 7x^4 + 2x - 1}$$

>\$showev('limit((x^{5-3*x}3+x²⁻⁹)/(4*x^{5-7*x^{4+2*x-1}}),x,inf))

$$showev \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^3 + x^2 - 9}{4x^5 - 7x^4 + 2x - 1} \right)$$

7. Tunjukkan nilai limit fungsi berikut dengan grafik!

maxima: 'limit(sqrt(x^{2+x})-x,x,inf)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$$

>plot2d("sqrt(x^{2+x})-x",0,10):

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot2d("sqrt(x^{2+x})-x",0,10): ...
^

Dengan menggunakan grafik diperlihatkan bahwa nilai limit mendekati

0.5. Mari kita buktikan di baris perintah

```
>$showev('limit(sqrt(x^2+x)-x,x,inf))
```

$$\text{showev} \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x \right)$$

Limit Trigonometri

1. Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai sama. Berapakah nilai limitnya?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \sin x$$

```
>$showev('limit(cos(x)*sin(x),x,0,minus))
```

$$\text{showev} \left(\lim_{x \uparrow 0} \cos x \sin x \right)$$

```
>$showev('limit(cos(x)*sin(x),x,0,plus))
```

$$\text{showev} \left(\lim_{x \downarrow 0} \cos x \sin x \right)$$

Dapat terlihat bahwa nilai limit kiri = nilai limit kanan. Maka fungsi tersebut memiliki nilai limit, yaitu

```
>$showev('limit(cos(x)*sin(x),x,0))
```

$$\text{showev} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \sin x \right)$$

2. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik
maxima: 'limit((1-cos(x))/x,x,0)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

```
>plot2d("(1-cos(x))/x",-pi/4,pi/4); plot2d(0,0,>points,style="ow",>add):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("(1-cos(x))/x",-pi/4,pi/4); plot2d(0,0,>points,s
```

3. Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai sama. Berapakah nilai limitnya?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

```
>$showev('limit(3*sin(x)^2/(1-cos(x)),x,0,minus))
```

$$showev \left(3 \left(\lim_{x \uparrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \right) \right)$$

```
>$showev('limit(3*sin(x)^2/(1-cos(x)),x,0,plus))
```

$$showev \left(3 \left(\lim_{x \downarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \right) \right)$$

Dapat terlihat bahwa nilai limit kiri = nilai limit kanan. Maka fungsi tersebut memiliki nilai limit, yaitu

```
>$showev('limit(3*sin(x)^2/(1-cos(x)),x,0))
```

$$showev \left(3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} \right) \right)$$

4. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit(abs(sin(2*x))-cos(x),x,0)

$$\lim_{x \rightarrow 0} |\sin(2x)| - \cos x$$

```
>$limit(abs(sin(2*x))-cos(x),x,0)
```

-1

```
>plot2d("abs(sin(2x))-cos(x)",-pi/2,pi/2); plot2d(0,-1,>points,style="ow",>ad
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("abs(sin(2x))-cos(x)",-pi/2,pi/2); plot2d(0,-1,
```

Jadi berdasarkan grafik, nilai limit tersebut adalah -1.

5. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit(2sin(x)cos(x)-tan(x),x,pi/3)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} 2 \cos x \sin x - \tan x$$

>\$limit(2*cos(x)*sin(x)-tan(x),x,pi/3)

$$2 \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) - \tan \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

>plot2d("2*cos(x)*sin(x)-tan(x)",0,pi/2.9); plot2d(pi/3,-(3)^(1/2)/2,>points,style="ow"

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot2d("2*cos(x)*sin(x)-tan(x)",0,pi/2.9); plot2d(pi/3,-(3)^{1/2}/2,>points,style="ow")

Jadi berdasarkan grafik, nilai limit tersebut adalah -0.866.

6. Berapakah nilai limit dari fungsi berikut? Tunjukkan dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit(2*sec(x),x,0)

$$2 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sec x \right)$$

>\$limit(2*sec(x),x,0)

2

>plot2d("2*sec(x)",-pi/3,pi/3); plot2d(0,2,>points,style="ow",>add):

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot2d("2*sec(x)",-pi/3,pi/3); plot2d(0,2,>points,style="ow")

Jadi berdasarkan grafik, nilai limit tersebut adalah 2.

Latihan

Tunjukkan bahwa limit kiri dan kanan dari fungsi berikut bernilai

sama.

maxima: 'limit(abs(x^3+5x+8)/cos(x)(x-3),x,3)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3) |x^3 + 5x + 8|}{\cos x}$$

>\$limit(abs(x^3+5*x+8)/cos(x)*(x-3),x,3)

0

Tunjukkan nilai limit fungsi berikut dengan menggunakan grafik!

maxima: 'limit((x^2+6x+1)sin(3*x)/cos(x),x,0.8)

$$\lim_{x \rightarrow 0.8} \frac{(x^2 + 6x + 1) \sin(3x)}{\cos x}$$

>\$limit((x^2+6*x+1)*sin(3*x)/cos(x),x,0.8)

6.243635699770241

3. Turunan Fungsi

Turunan adalah pengukuran terhadap bagaimana fungsi berubah seiring

perubahan nilai yang dimasukkan, atau secara umum turunan menunjukkan

bagaimana suatu besaran berubah akibat perubahan besaran lainnya.

Proses dalam menemukan turunan disebut diferensiasi.

Definisi turunan:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Berikut adalah contoh-contoh menentukan turunan fungsi dengan beberapa

cara.

Turunan fungsi Aljabar

Mencari turunan dari

$$f(x) = x^n$$

>\$showev('limit(((x+h)^n-x)/h,h,0)) // turunan x^n

$$showev\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}\right)$$

Bukti:

$$(x+h)^n = \binom{n}{0}x^{n-0}h^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}h^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + \binom{n}{n}x^{n-n}h^n$$

$$(x+h)^n = x^n + nx^{n-1}h + \binom{n}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n$$

$$(x+h)^n - x^n = nx^{n-1}h + \binom{n}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n$$

$$\frac{(x+h)^n - x^n}{h} = nx^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = nx^{n-1}$$

Mencari turunan dari

$$f(x) = x^2$$

>\$showev('limit(((x+h)^2-x)/h,h,0)) // turunan x^2

$$showev\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}\right)$$

>p &= expand((x+h)^2-x)|simplify; \$p //pembilang dijabarkan dan disederhanakan

$$2hx + h^2$$

>q :=ratsimp(p/h); \$q // ekspresi yang akan dihitung limitnya disederhanakan

$$2x + h$$

>\$limit(q,h,0) // nilai limit sebagai turunan

$$2x$$

>plot2d(["x^2", "2x"], color=[black,red]):

Variable black not found!

Error in:

plot2d(["x^2", "2x"], color=[black,red]): ...
^

Mencari turunan dari

$$f(x) = f(x)^x$$

>\$showev('limit((f(x+h)-f(x))/h,h,0)) // turunan f(x)=f(x)^x

$$showev \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{8^{x+h} - 8^x}{h} \right)$$

Di sini Maxima bermasalah terkait limit:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{x+h} - x^x}{h}.$$

Dalam hal ini diperlukan asumsi nilai x.

>&assume(x>0); \$showev('limit((f(x+h)-f(x))/h,h,0)) //
turunan f(x)=f(x)^x

$$showev \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{8^{x+h} - 8^x}{h} \right)$$

>&forget(x>0) // jangan lupa, lupakan asumsi untuk kembali ke semula

[x > 0]

>&forget(x<0)

[x < 0]

```
>&facts()
```

```
[]
```

Selain dengan `showev('limit...)` kita juga dapat mencari turunan dengan

menyederhanakan pembilang seperti di awal

```
>p &= expand(f(x+h)-f(x))|simplify; $p
```

$$8^{x+h} - 8^x$$

```
>q &= ratsimp(p/h); $q
```

$$\frac{(8^h - 1) 8^x}{h}$$

```
>$limit(q,h,0)
```

```
Answering "Is x an integer?" with "integer"
```

```
Answering "Is x an integer?" with "integer"
```

```
Answering "Is x an integer?" with "integer"
```

```
Answering "Is x an integer?" with "integer"
```

```
Answering "Is x an integer?" with "integer"
```

Maxima is asking

Acceptable answers are: yes, y, Y, no, n, N, unknown, uk

Is x an integer?

Use assume!

Error in:

```
$limit(q,h,0) ...  
^
```

Mencari turunan dari

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

```
>$showev('limit((1/(x+h)-1/x)/h,h,0)) // turunan 1/x
```

$$\text{showev} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} \right)$$

```
>plot2d("-x^(-2)", color=red):
```

```
Variable red not found!  
Error in:  
plot2d("-x^(-2)", color=red): ...  
^
```


TURUNAN FUNGSI TRIGONOMETRI

Mencari turunan dari

$$\sin(x)$$

```
>$showev('limit((sin(x+h)-sin(x))/h,h,0)) // turunan sin(x)
```

$$\text{showev} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h} \right)$$

```
>p &= expand((sin(x+h)-sin(x)))|simplify; $pp &= expand((sin(x+h)-sin(x)))|simplify; $p
```

Maxima said:

```
incorrect syntax: & is not an infix operator
pp &=
```

Error in:

```
... mply; $pp &= expand((sin(x+h)-sin(x)))|simp
```

$$\sin(x+h) = \sin(x)\cos(h) + \cos(x)\sin(h)$$

$$\sin(x+h) - \sin(x) = \sin(x)\cos(h) + \cos(x)\sin(h) - \sin(x)$$

$$\sin(x+h) - \sin(x) = \cos(x)\sin(h) - \sin(x) + \sin(x)\cos(h)$$

$$\sin(x+h) - \sin(x) = \cos(x)\sin(h) - \sin(x)(1 - \cos(h))$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x)\sin(h)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x)(1 - \cos(h))}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h} = \cos(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(h)}{h} - \sin(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(h))}{h}$$

$$= \cos(x) \times 1 - \sin(x) \times 0 = \cos(x)$$

```
>$limit(q,h,0) // nilai limit sebagai turunan
```

```

Answering "Is x an integer?" with "integer"
Answering "Is x an integer?" with "integer"
Answering "Is x an integer?" with "integer"
Answering "Is x an integer?" with "integer"
Answering "Is x an integer?" with "integer"
Maxima is asking
Acceptable answers are: yes, y, Y, no, n, N, unknown, uk
Is x an integer?

```

Use assume!

Error in:

```

$limit(q,h,0) // nilai limit sebagai turunan ...
      ^

```

```

>plot2d(["sin(x)", "cos(x)"],0, 2*pi, color=[blue,green]):

```

Variable blue not found!

Error in:

```

plot2d(["sin(x)", "cos(x)"],0, 2*pi, color=[blue,green]):
      ^

```

Mencari turunan dari

$$\tan(x)$$

```

>$showev('limit((tan(x+h)-tan(x))/h,h,0)) // turunan tan(x)

```

$$\text{showev} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(x+h) - \tan x}{h} \right)$$

```

>p &= expand((tan(x+h)-tan(x)))|simplify; $pp &= expand((tan(x+h)-
tan(x)))|simplify; $p

```

Maxima said:

```

incorrect syntax: &; is not an infix operator
pp &;=
  ^

```

Error in:

```

... mpify; $pp &;= expand((tan(x+h)-tan(x)))|simplify;
      ^

```

```

>q &=ratsimp(p/h); $q

```


$$\frac{\tan(x+h) - \tan x}{h}$$

Bukti:

$$\tan(x+h) = \frac{\tan(x) + \tan(h)}{1 - \tan(x)\tan(h)}$$

$$\tan(x+h) - \tan(x) = \frac{\tan(x) + \tan(h) - \tan(x) + \tan^2(x)\tan(h)}{1 - \tan(x)\tan(h)}$$

$$\frac{\tan(x+h) - \tan(x)}{h} = \frac{\frac{\tan(x) + \tan(h) - \tan(x) + \tan^2(x)\tan(h)}{1 - \tan(x)\tan(h)}}{h}$$

$$= \frac{\tan(h) + \tan^2(x)\tan(h)}{h(1 - \tan(x)\tan(h))}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(h) + \tan^2(x)\tan(h)}{h(1 - \tan(x)\tan(h))}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + \tan^2(x)}{1 - \tan(x)\tan(h)} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(h)}{h}$$

$$= \frac{1 + \tan^2(x)}{1 - \tan(x)\tan(0)} \cdot 1$$

$$= 1 + \tan^2(x)$$

$$1 + \tan^2(x) = 1 + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$$

$$= \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)}$$

$$= \frac{1}{\cos^2(x)}$$

> \$limit(q,h,0) // nilai limit sebagai turunan

$$\frac{1}{\cos^2 x}$$

Mencari turunan dari

$$\arcsin(x)$$

```
>$showev('limit((asin(x+h)-asin(x))/h,h,0)) // turunan arcsin(x)
```

$$\text{showev} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x+h) - \arcsin x}{h} \right)$$

```
>p &= expand((asin(x+h)-asin(x)))|simplify; $p //pembilang
dijabarkan dan disederhanakan
```

$$\arcsin(x+h) - \arcsin x$$

```
>q &=ratsimp(p/h); $q // ekspresi yang akan dihitung limitnya
disederhanakan
```

$$\frac{\arcsin(x+h) - \arcsin x}{h}$$

```
>$limit(q,h,0) // nilai limit sebagai turunan
```

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

```
>plot2d(["asin(x)","1/(sqrt(1-x^2))",-1,1,color=[blue,red]):
```

```
Variable blue not found!
```

```
Error in:
```

```
... 2d(["asin(x)", "1/(sqrt(1-x^2))",-1,1,color=[blue,red]
```

```
>function df(x) &= showev('diff(f(x),x)); $df(x)
```

$$\text{showev} \left(\frac{d}{dx} (8^x + 27) \right)$$

```
>$% with x=5
```

```
Maxima said:
```

```
incorrect syntax: with is not an infix operator
(8^x+27,x,1)) with
```

```
Error in:
```

```
$% with x=5 ...
```

```
>diff(f,5), diffc(f,5
```

Function f needs at least one argument!

Use: f (x)

Error in:

diff(f,5), diffc(f,5 ...
^

Mencari turunan dari Bukti:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x+h) - \arcsin(x)}{h}$$

Misalkan $\arcsin(x+h)=A$ dan $\arcsin(x)=B$

Sehingga $\sin A = x+h$ dan $\sin B = x$

Kurangkan persamaan kedua dengan persamaan pertama

$$\sin(A) - \sin(B) = (x+h) - x$$

$$\sin(A) - \sin(B) = h$$

karena

$$h \rightarrow 0, \sin(A) - \sin(B) \rightarrow 0$$

maka

$$\sin(A) \rightarrow \sin(B), A \rightarrow B, A - B \rightarrow 0$$

sehingga $f'(x)$ menjadi

$$f'(x) = \lim_{A-B \rightarrow 0} \frac{A - B}{\sin A - \sin B}$$

Identitas trigonometri

$$\sin(A) - \sin(B) = 2\sin\left[\frac{A-B}{2}\right]\cos\left[\frac{A+B}{2}\right]$$

$$f'(x) = \lim_{A-B \rightarrow 0} \frac{A - B}{2\sin\left[\frac{A-B}{2}\right]\cos\left[\frac{A+B}{2}\right]}$$

$$f'(x) = \lim_{A-B \rightarrow 0} \frac{\frac{2(A-B)}{2}}{2\sin\left[\frac{A-B}{2}\right]\cos\left[\frac{A+B}{2}\right]}$$

ingat bahwa

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$$

$$f'(x) = \lim_{A-B \rightarrow 0} \frac{\frac{(A-B)}{2}}{\sin\left[\frac{A-B}{2}\right]} \cdot \frac{2}{2\cos\left[\frac{A+B}{2}\right]}$$

$$f'(x) = 1 \cdot \frac{2}{2\cos\left[\frac{B+B}{2}\right]}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos(B)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{(\cos^2(B))}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \sin^2(B))}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)}}$$

Mencari turunan dari

$$x^2 + 10$$

di titik x=5

```
>function df(x) &= showev('diff(f(x),x); $df(x)
```

$$showev\left(\frac{d}{dx}(8^x + 27)\right)$$

```
>$% with x=5
```

Maxima said:

```
incorrect syntax: with is not an infix operator
(8^x+27,x,1)) with
^
```

Error in:

```
$% with x=5 ...
^
```

```
>diff(f,5), diffc(f,5)
```

Function f needs at least one argument!

Use: f (x)

Error in:

```
diff(f,5), diffc(f,5) ...  
^
```

diff: Diferensiasi numerik yang pada dasarnya kurang akurat untuk

fungsi umum.

diffc: Menghitung turunan pertama untuk fungsi analitik nyata dengan

menggunakan bagian imajiner dari $f(x+ih)/h$. Cara ini memungkinkan

untuk mengevaluasi f dengan lebih akurat.

Mencari turunan dari

$$\sinh(x)$$

```
>function f(x) &= sinh(x) // definisikan f(x)=sinh(x)
```

$\sinh(x)$

```
>function df(x) &= limit((f(x+h)-f(x))/h,h,0); $df(x) // df(x) =  
f'(x)
```

$$\frac{e^{-x} (e^{2x} + 1)}{2}$$

Hasilnya adalah $\cosh(x)$, karena

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh(x).$$

```
>plot2d(["f(x)","df(x)"],-pi,pi,color=[blue,red]):
```

Variable blue not found!

Error in:

```
plot2d(["f(x)", "df(x)"], -pi, pi, color=[blue, red]): ...  
^
```


TURUNAN FUNGSI LOGARITMA

Mencari turunan dari

$$f(x) = \log(x)$$

>\$showev('limit((log(x+h)- log(x))/h,h,0)) // turunan log(x)

$$showev\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+h) - \log x}{h}\right)$$

Bukti:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+h) - \log x}{h}$$

ingat bahwa

$$\log(a) - \log(b) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{x+h}{x}\right)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log\left(1 + \frac{h}{x}\right)}{h}$$

misalkan $h/x = n$ sehingga $h=nx$

$$f'(x) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\log(1+n)}{nx}$$

$$f'(x) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{nx} \cdot \log(1+n)$$

ingat bahwa

$$a \log b = \log b^a$$

$$f'(x) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \log(1+n)^{\frac{1}{n}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \log \lim_{n \rightarrow 0} (1+n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} (1+n)^{\frac{1}{n}} = e$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \log e$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

>\$showev('limit((log((x+h)/(x)))/h,h,0))//definisi logaritma

$$showev \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log \left(\frac{x+h}{x} \right)}{h} \right)$$

>\$showev('limit(((h/x))/h,h,0))//menggunakan identitas logaritma, sisanya adalah hasil turunan

$$showev \left(\frac{1}{x} \right)$$

Turunan fungsi eksponensial

Mencari turunan dari

$$f(x) = e^x$$

>\$showev('limit((E^(x+h)-E^x)/h,h,0)) // turunan f(x)=e^x

$$showev \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{E^{x+h} - E^x}{h} \right)$$

Answering "Is x an integer?" with "integer"

Answering "Is x an integer?" with "integer"

Answering "Is x an integer?" with "integer"

Answering "Is x an integer?" with "integer"

Answering "Is x an integer?" with "integer"

Maxima is asking

Acceptable answers are: yes, y, Y, no, n, N, unknown, uk

Is x an integer?

Use assume!

Error in:

\$showev('limit((E^(x+h)-E^x)/h,h,0)) // turunan f(x)=e^x ...
[^]

Maxima bermasalah dengan limit:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h}.$$

Oleh karena itu diperlukan trik khusus agar hasilnya benar.

>\$showev('factor(E^(x+h)-E^x))

$$showev \left(factor \left(E^{x+h} - E^x \right) \right)$$

>\$showev('limit(factor((E^(x+h)-E^x)/h),h,0)) // turunan f(x)=e^x

$$showev \left(E^x \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{E^h - 1}{h} \right) \right)$$

> \$showev('limit((E^h-1)/h,h,0))

$$showev \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{E^h - 1}{h} \right)$$

1. Jika f(x)=k dengan k suatu konstanta maka untuk sebarang x, f'x = 0

Bukti:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k - k}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

>

2. Jika f(x)=x, maka f'(x)=1

Bukti:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$$

>

3. Jika k suatu konstanta dan f suatu fungsi yang terdiferensialkan,

maka $(kf)'(x) = kf'(x)$

Bukti:

Andaikan $F(x) = kf(x)$, maka

$$\begin{aligned} F'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{kf(x+h) - kf(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} k \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = k \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= kf'(x) \end{aligned}$$

>

4. Jika f dan g adalah fungsi-fungsi yang terdiferensial, maka $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

Bukti:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + g(x+h) - f(x) + g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

>

5. Andaikan f dan g adalah fungsi yang dapat didiferensialkan, maka $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

Bukti:

Andaikan $F(x) = f(x)g(x)$

$$\begin{aligned} F'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x+h)g(x) + f(x+h)g(x) - f(x)g(x)}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} [f(x+h) \frac{g(x+h) - g(x) + g(x)f(x+h) - f(x)}{h}] \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} + g(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= f(x)g'(x) + g(x)f'(x)
\end{aligned}$$

>

6. Andaikan f dan g adalah fungsi yang dapat didiferensialkan dengan g(x) tidak sama dengan 0, maka:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Bukti:

Andaikan $F(x) = f(x)/g(x)$

$$\begin{aligned}
F'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x+h)}{g(x+h)} - \frac{f(x)}{g(x)}}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x)f(x+h) - f(x)g(x+h)}{h} \frac{1}{g(x)g(x+h)} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{g(x)f(x+h) - g(x)f(x) + g(x)f(x) - f(x)g(x+h)}{h} \frac{1}{g(x)g(x+h)} \right] \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left[g(x) \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - f(x) \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right] \frac{1}{g(x)g(x+h)} \\
&= [g(x)f'(x) - f(x)g'(x)] \frac{1}{g(x)g(x)} \\
&= \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}
\end{aligned}$$

>

Aplikasi turunan

1. Persamaan gerak suatu partikel dinyatakan dengan rumus

$$s = f(t) = (3t + 1)^{\frac{1}{2}}$$

(s dalam meter dan t dalam detik).

Kecepatan partikel tersebut pada saat t=8 adalah ... m/detik.

Penyelesaian:

```
>function f(t) &= (3*t+1)^(1/2); $f(t)
```

$$\sqrt{3t + 1}$$

```
>function df(t) &= diff(f(t),t); $df(t)
```

$$\frac{3}{2\sqrt{3t + 1}}$$

```
> $df(8); fraction %
```

```
Variable fraction not found!
```

```
Error in percent
```

```
Error in:
```

```
$df(8); fraction % ...  
^
```

Jadi, kecepatan partikel tersebut pada saat t=8 adalah 0,3 m/detik

2. Sebuah pabrik baju memerlukan x meter kain untuk diproduksi yang dinyatakan dengan fungsi:

$$P(x) = \frac{1}{3}x^2 - 12x + 150$$

(dalam juta rupiah).

Berapa biaya produksi minimum yang dikeluarkan oleh pabrik baju tersebut?

Penyelesaian:

```
>function P(x) &= (1/3)*x^2-12*x+150; $P(x)
```

$$\frac{x^2}{3} - 12x + 150$$

```
>function dP(x) &= diff(P(x),x); $dP(x)
```

$$\frac{2x}{3} - 12$$

```
>>$dP(x)=0
```

Syntax error in expression, or unfinished expression!

Error in:

```
&gt;$dP(x)=0 ...
```

```
^
```

```
>$&solve(dP(x),x)
```

$$[x = 18]$$

```
>P(18)
```

```
42
```

Jadi, biaya produksi minimum yang dikeluarkan oleh pabrik tersebut

adalah 42 juta rupiah.

3. Sebuah peluru ditembakkan ke atas. Jika tinggi h meter setelah t detik dirumuskan dengan

$$h(t) = 120t - 5t^2$$

maka berapa tinggi maksimum yang dicapai peluru tersebut?

Penyelesaian:

Diketahui:

$$h(t) = 120t - 5t^2$$

Turunan pertama fungsi h adalah

```
>function h(t) &= 120*t-5*t^2; $h(t)
```

$$120t - 5t^2$$

```
>function dh(t) &= diff(h(t),t); $dh(t)
```

$$120 - 10t$$

$$v(t)=0$$

$$v(t)=0$$

$$\frac{dh(t)}{dt}=0$$

$$120 - 10t = 0$$

Nilai t akan maksimum saat

$$h'(t) = 0$$

$$\text{\>\&solve(dh(t),t)}$$

$$[t = 12]$$

Ketinggian maksimum yang dapat dicapai peluru saat $t=12$, yaitu

$$\text{\>\&h(12)}$$

$$720$$

Jadi, ketinggian maksimum peluru adalah 720 meter.

SOAL-SOAL LATIHAN

1. Cari $f'(4)$ dari fungsi

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x}$$

>function f(x) &= (2*x -1)/(x^2-x); \$f(x)

$$\frac{2x - 1}{x^2 - x}$$

>function df(x) &= diff(f(x), x); \$df(x)

$$\frac{2}{x^2 - x} - \frac{(2x - 1)^2}{(x^2 - x)^2}$$

>\$df(4)

$$-\frac{25}{144}$$

2. Cari turunan dari

$$g(x) = x^2 \cdot \sin(x)$$

>function g(x) &= x^2*sin(x)

$$x^2 \sin(x)$$

>function dg(x) &= diff (g(x), x)

$$2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$$

enggunakan titik dua

enggunakan titik dua

BARISAN DAN DERET

Barisan adalah susunan bilangan yang memiliki pola atau karakteristik tertentu, sedangkan deret adalah hasil penjumlahan dari anggota-anggota dalam barisan tertentu.

Barisan dapat didefinisikan dengan beberapa cara di dalam EMT, di

antaranya:

- menggunakan titik dua “:”, sama seperti saat mendefinisikan vektor dengan elemen-elemen beraturan
- menggunakan perintah “sequence” dan rumus barisan (suku ke -n);
- menggunakan perintah “iterate” atau “niterate”;
- menggunakan fungsi Maxima “create_list” atau “makelist” untuk menghasilkan barisan simbolik;
- menggunakan fungsi biasa yang inputnya vektor atau barisan;
- menggunakan fungsi rekursif.

EMT menyediakan beberapa perintah (fungsi) terkait barisan, yakni:

- sum: menghitung jumlah semua elemen suatu barisan
- cumsum: jumlah kumulatif suatu barisan
- differences: selisih antar elemen-elemen berturutan

EMT juga dapat digunakan untuk menghitung jumlah deret berhingga

maupun deret tak hingga, dengan menggunakan perintah (fungsi) “sum”.

Perhitungan dapat dilakukan secara numerik maupun simbolik dan eksak.

Contoh perhitungan barisan dan deret menggunakan EMT.

MENGGUNAKAN TITIK DUA

>

 enggunakan titik dua

 >1:15

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]

 >1:3:30

[1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28]

MENGGUNAKAN PERINTAH “SEQUENCE” DAN RUMUS BARISAN (SUKU KE -N)

Untuk barisan yang lebih kompleks dapat digunakan fungsi “sequence()”.

Fungsi ini menghitung nilai-nilai $x[n]$ dari semua nilai sebelumnya,

$x[1], \dots, x[n-1]$ yang diketahui.

Berikut adalah contoh barisan Fibonacci.

$$x_n = x_{n-1} + x_{n-2}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 1$$

```
>sequence("x[n-1]+x[n-2]",[1,1],15) //suku ke satu :1, suku ke dua :1sum(1:3:30)
```

```
Function sequence not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
sequence("x[n-1]+x[n-2]", [1,1],15) //suku ke satu :1,  
^
```

```
>plot2d(sequence("x[n-1]+x[n-2]",[1,1],15)):
```

```
Function sequence not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(sequence("x[n-1]+x[n-2]", [1,1],15)): ...  
^
```

```
>sequence("x[n-1]+x[n-2]",[1,1],15)^(1/(1:15))
```

```
Function sequence not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
sequence("x[n-1]+x[n-2]", [1,1],15)^(1/(1:15)) ...  
^
```

```
>plot2d(sequence("x[n-1]+x[n-2]",[1,1],15)^(1/(1:15))):
```

```
Function sequence not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(sequence("x[n-1]+x[n-2]", [1,1], 15)^(1/(1:15))): ...  
^
```

MENGGUNAKAN PERINTAH “ITERATE” ATAU “NITERATE”

Dalam ilmu matematika, iterasi dapat diartikan sebagai proses atau metode yang digunakan secara berulang-ulang (pengulangan) dalam

menyelesaikan permasalahan matematik.

EMT menyediakan fungsi `iterate(“g(x)”, x0, n)` untuk melakukan iterasi

$$x_{k+1} = g(x_k), x_0 = x_0, k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Berikut contoh penggunaan iterasi

Menunjukkan pertumbuhan dari nilai awal 1000 dengan laju pertambahan

, selama 10 periode.

`>q=1.05; iterate(“x*q”,1000,n=10)’`

Function `iterate` not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

`q=1.05; iterate(“x*q”,1000,n=10)’ ...`

SPIRAL THEODORUS

konstruksi segitiga siku-siku yang berkesinambungan menjadi spiral atau dalam kata lain sebuah spiral yang dibangun dari segitiga siku-siku yang berurutan. Setiap segitiga siku-siku yang baru dibuat

dengan menghubungkan sisi miring segitiga sebelumnya dengan sisi alas

yang panjangnya 1 satuan.

Spiral Theodorus (spiral segitiga siku-siku) dapat digambar secara

rekursif. Rumus rekursifnya adalah:

$$x_n = \left(1 + \frac{i}{\sqrt{n-1}}\right) x_{n-1}, \quad x_1 = 1,$$

yang menghasilkan barisan bilangan kompleks.

```
>function g(n) := 1+I/sqrt(n)
```

```
>x=sequence("g(n-1)*x[n-1]",1,17); plot2d(x,r=3.5);...
```

```
>
```

```
Function sequence not found. Try list ... to find functions! Error in:
x=sequence("g(n-1)*x[n-1]",1,17); plot2d(x,r=3.5);... ^
```

```
>textbox(latex("Spiral\ Theodorus"),0.4):
```

```
>for i=1:cols(x); plot2d([0,x[i]],>add); end:
```

```
Variable or function x not found.
```

```
Error in:
```

```
for i=1:cols(x); plot2d([0,x[i]],>add); end: ...
^
```

```
>function gstep(v)...
```

```
endfunction
```

Rekursinya dapat dijalankan sebanyak 17 untuk menghasilkan barisan 17

bilangan kompleks, kemudian digambar bilangan-bilangan kompleksnya.

LIMIT BARISAN

Limit barisan melambangkan nilai mutlak untuk bilangan riil dan nilai modulus untuk bilangan kompleks.

Definisi formal:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists k \in \mathbb{N} : (\forall n \in \mathbb{N}, n \geq k \implies |x_n - L| < \varepsilon)$$

Dapat dinotasikan sebagai

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = L$$

Contoh:

1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$$

>\$showev('limit(1/n,n,inf))

$$showev \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \right)$$

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 5}$$

>\$showev('limit((2*n^2-1)/(n^2+5),n,inf))

$$showev \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 5} \right)$$

Kekonvergenan

Iterasi sampai konvergen merupakan proses yang terus berulang sampai

mendapat nilai yang stabil atau tidak berubah secara signifikan.

Tetapi, apabila iterasinya tidak konvergen setelah ditunggu lama,
Kita

dapat menghentikannya dengan menekan tombol [ESC].

```
>iterate("cos(x)",1) // iterasi  $x(n+1)=\cos(x(n))$ , dengan  $x(0)=1$ .
```

```
Function iterate not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
iterate("cos(x)",1) // iterasi  $x(n+1)=\cos(x(n))$ , dengan  $x$   
^
```

```
>hasil := iterate("cos(x)",1,2) //iterasi  $x(n+1)=\cos(x(n))$ , dengan  
interval awal (1, 2)
```

```
Function iterate not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
hasil := iterate("cos(x)",~1,2~) //iterasi  $x(n+1)=\cos(x(n))$   
^
```

Iterasi tersebut konvergen ke penyelesaian persamaan

$$x = \cos(x).$$

Iterasi ini juga dapat dilakukan pada interval, hasilnya adalah
barisan interval yang memuat akar tersebut.

```
>h=expand(hasil,100), cos(h) << h
```

```
Variable or function hasil not found.
```

```
Error in:
```

```
h=expand(hasil,100), cos(h) << h ...  
^
```

```
>function f(x) := (x+2/x)/2
```

Iterasi $x(n+1)=f(x(n))$ akan konvergen ke akar kuadrat 2.

```
>iterate("f",2), sqrt(2)
```

```
Function iterate not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
iterate("f",2), sqrt(2) ...  
^
```

DERET TAYLOR

Deret Taylor suatu fungsi f yang diferensiabel sampai tak hingga di sekitar $x=a$ adalah:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!}.$$

Diberikan contoh fungsi eksponensial yang didekati dengan Deret Taylor

$$e^x \approx \text{taylor}(\exp(x), x, 0, 10)$$

$$e^x = \frac{x^{10}}{3628800} + \frac{x^9}{362880} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

Menghitung $\exp(x)$ untuk $x=4$ yang di potong pada $k=10$

$$x := 4; k := 10; \text{hasil} := \text{round}(\exp(x), k)$$

$$54.5982$$

Bukti :

$$e^x = \frac{(x)^{10}}{(3628800)} + \frac{(x)^9}{(362880)} + \frac{(x)^8}{(40320)} + \frac{(x)^7}{(5040)} + \frac{(x)^6}{(720)} + \frac{(x)^5}{(120)} + \frac{(x)^4}{(24)} + \frac{(x)^3}{(6)} + \dots$$

untuk $x=4$

$$e^4 = \frac{(4)^{10}}{(3628800)} + \frac{(4)^9}{(362880)} + \frac{(4)^8}{(40320)} + \frac{(4)^7}{(5040)} + \frac{(4)^6}{(720)} + \frac{(4)^5}{(120)} + \frac{(4)^4}{(24)} + \frac{(4)^3}{(6)} + \dots$$

$$e^4 = \frac{(4)^{10}}{(3628800)} + \frac{(4)^9}{(362880)} + \frac{(4)^8}{(40320)} + \frac{(4)^7}{(5040)} + \frac{(4)^6}{(720)} + \frac{(4)^5}{(120)} + \frac{(4)^4}{(24)} + \frac{(4)^3}{(6)} + \dots$$

$$e^4 = 54,4431$$

Fungsi Multivariabel

Fungsi multivariabel adalah sebuah konsep dalam matematika yang

menggambarkan hubungan antara satu variabel output dengan dua atau

lebih variabel input. Berbeda dengan fungsi satu variabel yang hanya

melibatkan satu variabel bebas, fungsi multivariabel melibatkan beberapa variabel bebas yang secara bersama-sama menentukan nilai dari

variabel terikat. Fungsi multivariabel biasanya digunakan untuk menggambarkan hubungan yang kompleks dalam bidang seperti fisika,

ekonomi, teknik, dan berbagai ilmu lainnya.

Secara umum, jika f adalah sebuah fungsi multivariabel, maka bentuk

umumnya dapat dinyatakan sebagai:

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

dimana x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel bebas (input) menunjukkan jumlah

variabel dan z adalah variabel terikat (output).

contoh :

Luas Persegi Panjang: Luas persegi panjang (L) adalah fungsi dari

panjang (p) dan lebar (l). Kita dapat menuliskannya sebagai $L(p, l) =$

$p \times l$. Di sini, L adalah variabel terikat, sedangkan p dan l adalah variabel bebas.

Diberikan fungsi:

`>function f(x,y) &= x^2 + 2*x*y + y^2`

$$x^2 + 2xy + y^2$$

`diff(f,x)`: Bagian ini untuk menghitung turunan numerik.

`f`: Merupakan representasi dari fungsi yang ingin kita turunkan.

Fungsi

ini bisa berupa fungsi anonim, fungsi yang telah didefinisikan sebelumnya, atau bahkan persamaan matematika yang kompleks.

x: Menunjukkan variabel terhadap mana kita akan menurunkan fungsi f.

Artinya, kita akan mencari laju perubahan fungsi f terhadap perubahan

nilai x.

&=: mendefinikan fungsi, seperti yang sudah dijelaskan kemarin

>fx &= diff(f(x,y),x)

$$2y + 2x$$

ini merupakan fungsi simbolik jadi harus didefinisikan dengan

&=

>fy &= diff(f(x,y),y)

$$2y + 2x$$

>plot3d("f", -2,2, -2,2) :

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

plot3d("f", -2,2, -2,2) : ...
^

menggunakan fungsi f yang telah didefinisikan di atas.

TURUNAN FUNGSI MULTIVARIABEL

Diberikan fungsi:

$$\sqrt{x} + y^2 + 2xz$$

```
>function f(x,y,z)&= sqrt(x)+y^2+2*x*z
```

```
>fx &= diff(f(x,y,z),x)
```

$$2 \ x \ z + y^2 + \text{sqrt}(x)$$

```
>fy &= diff(f(x,y,z),y)
```

$$2 \ y + \frac{1}{\text{sqrt}(x)}$$

```
>fz &= diff(f(x,y,z),z)
```

$$2 \ x$$

Diberikan fungsi

$$x^3 + 4y^2 - 3x + 2$$

```
>function g(x,y) &= x^3+4*y^2-3*x+2
```

```
>gx &= diff(g(x,y),x)
```

$$3 \ x^2 + 4 \ y^2 - 3$$

```
>gy &= diff(g(x,y),y)
```

$$8 \ y$$

```
>grad &= [diff(g(x,y),x), diff(g(x,y),y)]
```

$$[3 \ x^2 + 4 \ y^2 - 3, 8 \ y]$$

```
>:
```

Maxima direct mode disabled!

menentukan dg/dy

GRAFIK GRAFIK FUNGSI MULTIVARIABEL ADALAH REPRESENTASI VISUAL DARI FUNGSI

yang memiliki dua atau lebih variabel input. Untuk fungsi dua variabel

$f(x, y)$, grafiknya berupa permukaan dalam ruang tiga dimensi.

Bidang $z = 2x + 3y$

```
>plot3d("2*x + 3*y", -2,2, -2,2):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("2*x + 3*y", -2,2, -2,2): ...  
^
```

```
>title("Kontur z = 2x + 3y"):
```

```
Function title not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
title("Kontur z = 2x + 3y"): ...  
^
```

```
>plot3d("x^2 + y^2", -8,2, -8,2):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("x^2 + y^2", -8,2, -8,2): ...  
^
```

Hyperbolic Paraboloid

```
>plot3d("x^2 - y^2", -2,2, -2,2):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("x^2 - y^2", -2,2, -2,2): ...  
^
```

$z = \sin(x)\cos(y)$

```
>plot3d("sin(x)*cos(y)", -pi,pi, -pi,pi):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sin(x)*cos(y)", -pi,pi, -pi,pi): ...
```

```
z = sin(sqrt(x^2 + y^2))
>plot3d("sin(sqrt(x^2 + y^2))", -4*pi,4*pi, -4*pi,4*pi):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... d("sin(sqrt(x^2 + y^2))", -4*pi,4*pi, -4*pi,4*pi): ...
```

```
z = sin(x)sin(y)
>plot3d("sin(x)*sin(y)", -pi,pi, -pi,pi):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sin(x)*sin(y)", -pi,pi, -pi,pi): ...
```

```
z = e-(x2 + y2)
>plot3d("exp(-x2-y2)", -2,2, -2,2):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("exp(-x2-y2)", -2,2, -2,2): ...
```

```
Distribusi normal bivariat
>plot3d("(1/(2*pi))*exp(-(x2+y2)/2)", 1,3, 1,3):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("(1/(2*pi))*exp(-(x2+y2)/2)", 1,3, 1,3): ...
```

```
>title("Distribusi Normal Bivariat")
```

```
Function title not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
title("Distribusi Normal Bivariat") ...
```

Potensial elektrostatik

```
>plot3d("1/sqrt(x^2+y^2+1)", -1,3, -1,3):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("1/sqrt(x^2+y^2+1)", -1,3, -1,3): ...
```

```
>title("Potensial Elektrostatik")
```

Function title not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
title("Potensial Elektrostatik") ...
```

```
>f &= x^4 + 6*x*y + y^3
```

$$y^3 + 6xy + x^4$$

```
>plot3d("x^4 + 6*x*y + y^3", -5.2, -5.2):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x^4 + 6*x*y + y^3", -5.2, -5.2): ...
```

```
>f &= x^2 + y^2
```

$$y^2 + x^2$$

```
>grad &= [diff(f,x), diff(f,y)]
```

$$[2x, 2y]$$

Turunan berarah dalam arah $u=(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

```
>Dir &= grad[1]/sqrt(2) + grad[2]/sqrt(2)
```

$$\frac{1}{\sqrt{2}}y + \frac{1}{\sqrt{2}}x$$

Menghitung turunan parsial kedua

```
>f &= x^7 + 3*x*y + y^4
```

$$y^4 + 3xy + x^7$$

```
>fxy &= diff(diff(f,x),y)
```

$$3$$

TURUNAN

Turunan fungsi multivariabel merupakan perluasan konsep turunan dari

fungsi satu variabel ke fungsi dengan dua atau lebih variabel.
menghitung turunan parsial

```
>f &= x^4 + 6*x*y + y^3
```

$$y^3 + 6xy + x^4$$

```
>plot3d("x^4 + 6*x*y + y^3", -5.2, -5.2):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x^4 + 6*x*y + y^3", -5.2, -5.2): ...
```

```
>f &= x^2 + y^2
```

$$y^2 + x^2$$

```
>grad &= [diff(f,x), diff(f,y)]
```

$$[2x, 2y]$$

```
>Dir &= grad[1]/sqrt(2) + grad[2]/sqrt(2)
```

$$\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}x$$

Menghitung turunan parsial kedua

```
>f &= x^7 + 3*x*y + y^4
```

$$y^4 + 3xy + x^7$$

```
>fxy &= diff(diff(f,x),y)
```

$$3$$

INTEGRAL

Integral fungsi multivariabel adalah perluasan konsep integral dari fungsi satu variabel ke fungsi dengan dua atau lebih variabel.

Contoh sederhana integral lipat dua

```
>$showev ('integrate(integrate(x^2 + y^2, x, 0, 1), y, 0, 2))
```

$$\text{showev} \left(\frac{\int_0^2 3y^2 + 1 \, dy}{3} \right)$$

```
>$showev('integrate(integrate(3*x^2*y - 2*x*y^2, x, 0, 1), y, 1, 2))
```

$$\text{showev} \left(\int_1^2 y - y^2 \, dy \right)$$

Contoh ini menunjukkan bagaimana integral ganda bekerja pada fungsi multivariabel.

Integral Ganda: Fungsi Eksponensial

```
>$showev('integrate(integrate(exp(x) * exp(y), x, 0, 1), y, 0, 2))
```

$$\text{showev} \left(\int_0^2 e^{y+1} - e^y \, dy \right)$$

Integral Ganda: Fungsi Trigonometri

```
>$showev('integrate(integrate(sin(x) * cos(y), x, 0, pi), y, 0, pi/2))
```

Answering "Is pi positive, negative or zero?" with "p

$$\text{showev} \left((1 - \cos \pi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos y \, dy \right)$$

Integral Ganda: Fungsi Kuadrat

```
>$showev('integrate(integrate(x^2 + y^2, x, 0, 2), y, 1, 3))
```

$$\text{showev} \left(\frac{\int_1^3 6y^2 + 8 \, dy}{3} \right)$$

Integral Ganda: Fungsi Campuran

```
>$showev('integrate(integrate(x * y^2 - 3*x*y, x, 0, 2), y, 1, 2))
```

$$\text{showev} \left(\int_1^2 2y^2 - 6y \, dy \right)$$

Integral Ganda: Fungsi Logaritma Hasil dari integral ganda ini akan memberikan nilai total area di

bawah permukaan fungsi

$f(x,y)=x^{2+y}2$ di daerah persegi yang ditentukan.

```
>$showev('integrate(integrate(log(x+1) + log(y+1), x, 0, 1), y, 0, 2)
```

Closing bracket missing.

Found: showev('integrate(integrate(log(x+1) + log(y+1), x,

Brackets: 1 (, 0 [

Symbolic expression expected.

Error in:

```
... integrate(log(x+1) + log(y+1), x, 0, 1), y, 0, 2) ...
```

APLIKASINYA

1. Misalkan medan listrik di suatu daerah diberikan oleh

$$E(x, y) = x^2 - y$$

Hitung fluks medan listrik melalui permukaan persegi panjang $[0,1] \times [0,2]$!

```
>$showev('integrate(integrate(x^2 - y, x, 0, 1), y, 0, 2))
```

$$showev \left(-\frac{\int_0^2 3y - 1 \, dy}{3} \right)$$

```
>function p(x,y) &= 50*x+80*y-2*x^2-3*y^2-4*x*y
```

$$-3y^2 - 4xy + 80y - 2x^2 + 50x$$

```
>grad &= [diff(p(x,y),x), diff(p(x,y),y)]=0
```

$$[-4y - 4x + 50, -6y - 4x + 80]$$

```
>n &= [diff(px,x), diff(py,y), diff(px,y)]
```

$$[0, 0, 0]$$

```
>&sol := 'solve(grad, n)
```

$$\text{solve}([-4y - 4x + 50, -6y - 4x + 80] = 0, [0, 0, 0])$$

```
>$x_optimal:= sol(1):
```

```
>$y_optimal:= sol(2):
```

```
>$Keuntungan_maksimal := p(x_optimal, y_optimal)
```

$$-3 \text{ solve } ([-4y - 4x + 50, -6y - 4x + 80] = 0, [0, 0, 0]) (2)^2 - 4 \text{ solve } ([-4y - 4x + 50, -6y - 4x + 80] = 0, [0, 0, 0]) (1)$$

```
>$print(nilai_x_optimal := %f\n, x_optimal)
```

$$\text{solve } ([-4y - 4x + 50, -6y - 4x + 80] = 0, [0, 0, 0]) (1)$$

kita diberikan medan listrik dalam bentuk vektor

$$E(x, y) = x^2 - y$$

dan diminta untuk menghitung fluks dari medan listrik melalui permukaan tersebut.

$$x = 0 - 1$$

$$y = 0 - 2$$

2. Misalkan sebuah perusahaan memproduksi dua jenis barang, x dan y .

Fungsi keuntungan perusahaan dinyatakan sebagai:

$$p(x, y) = 50x + 80y - 2x^2 - 3y^2 - 4xy$$

tentukan banyak barang x dan y yang harus diproduksi agar keuntungan

maksimal!

DAFTAR ISIPlot 2D

unicodehyperref hyphensurl []book xcolor amsmath,amssymb
iftex [T1]fontenc [utf8]inputenc textcomp lmodern upquote []microtype
[protrusion]basicmath parskip graphicx bookmark xurl

TUGAS APLIKASI KOMPUTER PERTEMUAN 4

Nama : Azifah Azka Apriliana

NIM : 23030630006

Kelas: Matematika B

MENGGAMBAR GRAFIK 2D DENGAN EMT

Notebook ini menjelaskan tentang cara menggambar berbagai kurva dan grafik 2D dengan software EMT. EMT menyediakan fungsi `plot2d()` untuk menggambar berbagai kurva dan grafik dua dimensi (2D).

Basic Plots

Ada fungsi plot yang sangat mendasar. Ada koordinat layar, yang selalu berkisar dari 0 hingga 1024 di setiap sumbu, tidak peduli apakah layarnya persegi atau tidak. Selain itu, ada koordinat plot, yang dapat diatur dengan `setplot()`. Pemetaan antara koordinat bergantung pada jendela plot saat ini. Misalnya, `shrinkwindow()` default menyisakan ruang untuk label sumbu dan judul plot.

Dalam contoh ini, kita hanya menggambar beberapa garis acak dengan berbagai warna. Untuk detail tentang fungsi-fungsi ini, pelajari fungsi-fungsi inti EMT.

```
>clg; // clear screen
>window(0,0,1024,1024); // use all of the window
Built-in function window needs 0 arguments (got 4)!
Error in:
window(0,0,1024,1024); // use all of the window ...
      ^

>setplot(0,1,0,1); // set plot coordinates
Built-in function setplot needs 1 argument (got 4)!
Error in:
setplot(0,1,0,1); // set plot coordinates ...
      ^

>hold on; // start overwrite mode
>n=100; X=random(n,2); Y=random(n,2); // get random points
>colors=rgb(random(n),random(n),random(n)); // get random
colors
Function rgb not found.
```

Try list ... to find functions!

Error in:

```
colors=rgb(random(n),random(n),random(n)); // get random c  
^
```

```
\textgreater loop 1 to n; color(colors{[]\#{[]}); plot(X{[]
```

```
\begin{verbatim}
```

```
colors is not a variable!
```

Error in:

```
loop 1 to n; color(colors[#]); plot(X[#],Y[#]); end; // pl  
^
```

```
>hold off; // end overwrite mode
```

```
>insimg; // insert to notebook
```

Variable insimg not found!

Error in:

```
insimg; // insert to notebook ...  
^
```

```
>reset;
```

Variable reset not found!

Error in:

```
reset; ...  
^
```

Perlu untuk menahan grafik, karena perintah plot() akan menghapus jendela plot.

Untuk menghapus semua yang telah kita lakukan, kita menggunakan reset().

Untuk menampilkan gambar hasil plot di layar notebook, perintah plot2d() dapat diakhiri dengan titik dua (:). Cara lain adalah perintah plot2d() diakhiri dengan titik koma (;), kemudian menggunakan perintah insimg() untuk menampilkan gambar hasil plot.

Untuk contoh lain, kita menggambar plot sebagai inset di plot lain. Ini dilakukan dengan menentukan jendela plot yang lebih kecil. Perhatikan bahwa jendela ini tidak menyediakan ruang untuk

label sumbu di luar jendela plot. Kita harus menambahkan beberapa margin untuk ini sesuai kebutuhan. Perhatikan bahwa kita menyimpan dan memulihkan jendela penuh, dan menahan plot saat ini saat kita memplot inset.

```
> plot2d("x^3-x");
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
  plot2d("x^3-x"); ...
      ^
> xw=200; yw=100; ww=300; hw=300;
> ow=window();
> window(xw,yw,xw+ww,yw+hw);
Built-in function window needs 0 arguments (got 4)!
Error in:
window(xw,yw,xw+ww,yw+hw); ...
      ^
> hold on;
> barclear(xw-50,yw-10,ww+60,ww+60);
Function barclear not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
barclear(xw-50,yw-10,ww+60,ww+60); ...
      ^
> plot2d("x^4-x",grid=6):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("x^4-x",grid=6): ...
      ^
> hold off;
> plot2d("x^3-x");
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
plot2d("x^3-x"); ...  
^
```

```
>xw=200; yw=100; ww=300; hw=300;
```

```
>ow=window();
```

```
>window(xw,yw,xw+ww,yw+hw);
```

Built-in function window needs 0 arguments (got 4)!

Error in:

```
window(xw,yw,xw+ww,yw+hw); ...  
^
```

```
>hold on;
```

```
>barclear(xw-50,yw-10,ww+60,ww+60);
```

Function barclear not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
barclear(xw-50,yw-10,ww+60,ww+60); ...  
^
```

```
>plot2d("x^4-x",grid=6):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("x^4-x",grid=6): ...  
^
```

```
>
```

```
>window(ow);
```

Sebuah plot dengan beberapa gambar dibuat dengan cara yang sama. Ada fungsi utilitas figure() untuk ini.

Plot Aspect

Plot default menggunakan jendela plot persegi. Anda dapat mengubahnya dengan fungsi aspect(). Jangan lupa untuk mengatur ulang aspect nanti. Anda juga dapat mengubah default ini di menu dengan "Set Aspect" ke rasio aspek tertentu atau ke ukuran jendela grafik saat ini.

Namun, Anda juga dapat mengubahnya untuk satu plot. Untuk ini, ukuran area plot saat ini diubah, dan jendela diatur sehingga label

memiliki cukup ruang.

```
>aspect(2); // rasio panjang dan lebar 2:1
>plot2d(["sin(x)","cos(x)"],0,2pi):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(["sin(x)", "cos(x)"],0,2pi): ...
      ^

>aspect();
Built-in function aspect needs 1 argument (got 0)!
Error in:
aspect(); ...
      ^

>reset;
Variable reset not found!
Error in:
reset; ...
      ^
```

Fungsi reset() mengembalikan pengaturan plot default termasuk rasio aspek.

2D PLOTS IN EULER

EMT Math Toolbox memiliki plot dalam 2D, baik untuk data maupun fungsi. EMT menggunakan fungsi `plot2d`. Fungsi ini dapat memplot fungsi dan data.

Anda dapat memplot dalam Maxima menggunakan Gnuplot atau dalam Python menggunakan Math Plot Lib.

Euler dapat memplot plot 2D dari

- ekspresi
- fungsi, variabel, atau kurva berparameter,
- vektor nilai x-y,
- awan titik dalam bidang,
- kurva implisit dengan level atau daerah level.
- Fungsi kompleks

Gaya plot mencakup berbagai gaya untuk garis dan titik, plot batang, dan plot berbayang.

PLOT EKSPRESI ATAU VARIABEL

Ekspresi tunggal dalam “x” (misalnya “ $4*x^2$ ”) atau nama fungsi (misalnya “f”) menghasilkan grafik fungsi tersebut.

Berikut adalah contoh paling dasar, yang menggunakan rentang default dan menetapkan rentang y yang tepat agar sesuai dengan plot fungsi.

Catatan: Jika Anda mengakhiri baris perintah dengan titik dua “:”, plot akan disisipkan ke dalam jendela teks. Jika tidak, tekan TAB untuk melihat plot jika jendela plot tertutup.

```
>plot2d("x^2"):
```

```
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d("x^2"): ...  
^
```

```
>aspect(1.5); plot2d("x^3-x"):
```

```
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
aspect(1.5); plot2d("x^3-x"): ...  
^
```

>a:=5.6; plot2d("exp(-a*x^2)/a"); insimg(30); // menampilkan gambar hasil plot setinggi 25 baris

```
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
a:=5.6; plot2d("exp(-a*x^2)/a"); insimg(30); // menamp  
^
```

Dari beberapa contoh sebelumnya Anda dapat melihat bahwa aslinya gambar plot menggunakan sumbu X dengan rentang nilai dari -2 sampai dengan 2. Untuk mengubah rentang nilai X dan Y, Anda dapat menambahkan nilai-nilai batas X (dan Y) di belakang ekspresi yang digambar.

The plot range is set with the following assigned parameters

- a,b: x-range (default -2,2)
- c,d: y-range (default: scale with values)
- r: alternatively a radius around the plot center
- cx,cy: the coordinates of the plot center (default 0,0)

```
>plot2d("x^3-x",-1,2):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("x^3-x",-1,2): ...  
^
```

```
>plot2d("sin(x)",-2*pi,2*pi): // plot sin(x) pada interval [-2pi,  
2pi]
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("sin(x)",-2*pi,2*pi): // plot sin(x) pada interval  
^
```

```
>plot2d("cos(x)","sin(3*x)",xmin=0,xmax=2pi):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("cos(x)","sin(3*x)",xmin=0,xmax=2pi): ...  
^
```

Alternatif untuk titik dua adalah perintah `insimg(baris)`, yang menyisipkan plot yang menempati sejumlah baris teks tertentu.

Dalam opsi, plot dapat diatur untuk muncul

- di jendela terpisah yang dapat diubah ukurannya,
- di jendela buku catatan.

Lebih banyak gaya dapat dicapai dengan perintah plot tertentu.

Bagaimanapun, tekan tombol tabulator untuk melihat plot, jika disembunyikan.

Untuk membagi jendela menjadi beberapa plot, gunakan perintah `figure()`. Dalam contoh, kami memplot x^1 hingga x^4

menjadi 4 bagian jendela. `figure(0)` mengatur ulang jendela default.

```
>reset;
Variable reset not found!
Error in:
reset; ...
^

>figure(2,2);...
> for n=1 to 4; figure(n); plot2d("x"+n); end; ...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(2,2); for n=1 to 4; figure(n); plot2d("x"+n);
^
```

Di `plot2d()`, ada gaya alternatif yang tersedia dengan `grid=x`. Untuk gambaran umum, kami menunjukkan berbagai gaya kisi dalam satu gambar (lihat di bawah untuk perintah `figure()`). Gaya `kisi=0` tidak disertakan. Ini menunjukkan tidak ada grid dan tidak ada bingkai.

```
>figure(3,3);...
> for k=1:9; figure(k); plot2d("x^3-x",-2,1,grid=k); end; ...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(3,3); for k=1:9; figure(k); plot2d("x^3-x",-2,
^
```

Jika argumen ke `plot2d()` adalah ekspresi yang diikuti oleh empat angka, angka-angka ini adalah rentang x dan y untuk plot.

Atau, a , b , c , d dapat ditentukan sebagai parameter yang ditetapkan sebagai $a=\dots$ dll.

Dalam contoh berikut, kita mengubah gaya kisi, menambahkan label, dan menggunakan label vertikal untuk sumbu y .

```
>aspect(1.5);plot2d("sin(x)",0,2pi,-1.2,1.2,grid=3,xl="x",yl="sin(x)");
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
```

Error in:

```
... sin(x)", 0, 2pi, -1.2, 1.2, grid=3, xl="x", yl="sin(x)"): ...
```

```
>plot2d("sin(x)+cos(2*x)", 0, 4pi):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("sin(x)+cos(2*x)", 0, 4pi): ...
```

Gambar yang dihasilkan dengan memasukkan plot ke dalam jendela teks disimpan di direktori yang sama dengan buku catatan, secara default di subdirektori bernama "gambar". Mereka juga digunakan oleh ekspor HTML.

Anda cukup menandai gambar apa saja dan menyalinnya ke clipboard dengan Ctrl-C. Tentu saja, Anda juga dapat mengekspor grafik saat ini dengan fungsi di menu File.

Fungsi atau ekspresi dalam plot2d dievaluasi secara adaptif. Untuk kecepatan lebih, matikan plot adaptif dengan <adaptive dan tentukan jumlah subinterval dengan n=... Ini hanya diperlukan dalam kasus yang

jarang terjadi.

```
>plot2d("sign(x)*exp(-x^2)", -1, 1, <adaptive, n=10000):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... lot2d("sign(x)*exp(-x^2)", -1, 1, <adaptive, n=10000): ...
```

```
>plot2d("x^x", r=1.2, cx=1, cy=1):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("x^x", r=1.2, cx=1, cy=1): ...
```

Perhatikan bahwa x^x tidak didefinisikan untuk $x \leq 0$. Fungsi plot2d menangkap kesalahan ini, dan mulai merencanakan segera setelah fungsi didefinisikan. Ini berfungsi untuk semua fungsi yang

mengembalikan

NAN keluar dari jangkauan definisinya.

```
>plot2d("log(x)",-0.1,2):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("log(x)",-0.1,2): ...  
^
```

Parameter square=true (atau >square) memilih y-range secara otomatis sehingga hasilnya adalah jendela plot persegi. Perhatikan bahwa secara default, Euler menggunakan ruang persegi di dalam jendela plot.

```
>plot2d("x^3-x",>square):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("x^3-x",>square): ...  
^
```

```
>plot2d("integrate("sin(x)*exp(-x^2)",0,x)",0,2): // plot  
integral
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("integrate("sin(x)*exp(-x^2)",0,x)",0,2): //  
^
```

Jika Anda membutuhkan lebih banyak ruang untuk label-y, panggil shrinkwindow() dengan parameter yang lebih kecil, atau tetapkan nilai positif untuk "lebih kecil" di plot2d().

```
>plot2d("gamma(x)",1,10,yl="y-values",smaller=6,<vertical):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... gamma(x)",1,10,yl="y-values",smaller=6,<vertical):
```

Ekspresi simbolik juga dapat digunakan, karena disimpan

sebagai ekspresi string sederhana.

```
>x=linspace(0,2pi,1000); plot2d(sin(5x),cos(7x)):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
x=linspace(0,2pi,1000); plot2d(sin(5x),cos(7x)): ...  
^
```

```
>a:=5.6; expr &= exp(-a*x^2)/a; // define expression
```

```
>plot2d(expr,-2,2): // plot from -2 to 2
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(expr,-2,2): // plot from -2 to 2 ...  
^
```

```
>plot2d(expr,r=1,thickness=2): // plot in a square around (0,0)
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(expr,r=1,thickness=2): // plot in a square around (0,0)  
^
```

```
>plot2d(&diff(expr,x),>add,style="--",color=red): // add  
another plot
```

Variable red not found!

Error in:

```
plot2d(&diff(expr,x),>add,style="--",color=red): // add  
^
```

```
>plot2d(&diff(expr,x,2),a=-2,b=2,c=-2,d=1): // plot in rectangle
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(&diff(expr,x,2),a=-2,b=2,c=-2,d=1): // plot in rectangle  
^
```

```
>plot2d(&diff(expr,x),a=-2,b=2,>square): // keep plot square
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

```

Error in:
plot2d(&diff(expr,x),a=-2,b=2,&gt;square): // keep
^

>plot2d("x^2",0,1,steps=1,color=red,n=10):
Variable red not found!
Error in:
plot2d("x^2",0,1,steps=1,color=red,n=10): ...
^

>plot2d("exp(-x^2)",r=2,color=red,thickness=3,style="-"):
Variable red not found!
Error in:
plot2d("exp(-x^2)",r=2,color=red,thickness=3,style="--")
^

>figure(3,3);...
>aspect(1.5); plot2d("sin(x)",0,2pi,-1.2,1.2,grid=3,xl="x",yl="sin(x)"):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(3,3); aspect(1.5); plot2d("sin(x)",0,2pi,-1.2,1.2,grid=3,xl="x",yl="sin(x)")
^

>plot2d("sign(x)*exp(-x^2)",-1,1,<adaptive,n=10000):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... lot2d("sign(x)*exp(-x^2)",-1,1,&lt;adaptive,n=10000)
^

>plot2d("x^2",>add,steps=2,color=blue,n=10):
Variable blue not found!
Error in:
plot2d("x^2",&gt;add,steps=2,color=blue,n=10): ...
^

```


FUNGSI DALAM SATU PARAMETER

Fungsi plot yang paling penting untuk plot planar adalah plot2d(). Fungsi ini diimplementasikan dalam bahasa Euler dalam file "plot.e", yang dimuat di awal program.

Berikut adalah beberapa contoh menggunakan fungsi. Seperti biasa di EMT, fungsi yang berfungsi untuk fungsi atau ekspresi lain, Anda dapat meneruskan parameter tambahan (selain x) yang bukan variabel

global ke fungsi dengan parameter titik koma atau dengan koleksi panggilan.

```
>function f(x,a) := x2/a+a*x2-x; // define a function
>a=0.3; plot2d("f",0,1;a): // plot with a=0.3

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
a=0.3; plot2d("f",0,1;a): // plot with a=0.3 ...
      ^

>plot2d("f",0,1;0.4): // plot with a=0.4

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("f",0,1;0.4): // plot with a=0.4 ...
      ^

>plot2d({{"f",0.2}},0,1): // plot with a=0.2

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d({{"f",0.2}},0,1): // plot with a=0.2 ...
      ^

>plot2d({{"f(x,b)",b=0.1}},0,1): // plot with 0.1

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
plot2d({{"f(x,b)",b=0.1}},0,1): // plot with 0.1 ...
      ^
>function f(x):=x^3-x;...
>plot2d("f",r=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("f",r=1): ...
      ^
```

Berikut adalah ringkasan dari fungsi yang diterima

- ekspresi atau ekspresi simbolik dalam x
- fungsi atau fungsi simbolis dengan nama sebagai "f"
- fungsi simbolis hanya dengan nama f

Fungsi plot2d() juga menerima fungsi simbolis. Untuk fungsi simbolis, nama saja yang berfungsi.

```
>function f(x) &= diff(x^x,x)
```

$$x^x (\log(x) + 1)$$

```
>plot2d(f,0,2):
```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(f,0,2): ...
      ^
```

Tentu saja, untuk ekspresi atau ekspresi simbolik, nama variabel sudah cukup untuk memplotnya.

```
>expr &= sin(x)*exp(-x)
```

$$e^{-x} \sin(x)$$

```
>plot2d(expr,0,3pi):
```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
plot2d(expr, 0, 3pi): ...
```

```
>function f(x) &= x^x;
```

```
>plot2d(f,r=1,cx=1,cy=1,color=blue,thickness=2);
```

Variable blue not found!

Error in:

```
plot2d(f,r=1,cx=1,cy=1,color=blue,thickness=2); ...
```

```
>plot2d(&diff(f(x),x),>add,color=red,style="-.-"): 
```

Variable red not found!

Error in:

```
plot2d(&diff(f(x),x),>add,color=red,style="-.-")
```

Untuk gaya garis ada berbagai pilihan.

- gaya="...". Pilih dari "-", "--", "-.", ".", "-.-", "-.-".
- warna: Lihat di bawah untuk warna.
- ketebalan: Default adalah 1.

Warna dapat dipilih sebagai salah satu warna default, atau sebagai warna RGB.

- 0.15: indeks warna default.
- konstanta warna: putih, hitam, merah, hijau, biru, cyan, zaitun,
- abu-abu muda, abu-abu, abu-abu tua,
- oranye, hijau muda, pirus, biru muda, oranye terang, kuning
- rgb(merah, hijau, biru): parameter adalah real dalam [0,1].

```
>plot2d("exp(-x^2)",r=2,color=red,thickness=3,style="-"): 
```

Variable red not found!

Error in:

```
plot2d("exp(-x^2)",r=2,color=red,thickness=3,style="-")
```

Berikut adalah tampilan warna EMT yang telah ditentukan sebelumnya.

```
>aspect(2); columnsplot(ones(1,16),lab=0:15,grid=0,color=0:15):
```

Function columnsplot not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... columnsplot(ones(1,16),lab=0:15,grid=0,color=0:15): ...  
^
```

But you can use any color.

```
>columnsplot(ones(1,16),grid=0,color=rgb(0,0,linspace(0,1,15))):
```

Function rgb not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... ones(1,16),grid=0,color=rgb(0,0,linspace(0,1,15))): ...  
^
```

MENG GAMBAR BEBERAPA KURVA PADA BIDANG KOORDINAT YANG SAMA

Plot lebih dari satu fungsi (multiple function) ke dalam satu jendela dapat dilakukan dengan berbagai cara. Salah satu metode menggunakan `>add` untuk beberapa panggilan ke `plot2d` secara keseluruhan, tetapi panggilan pertama. Kami telah menggunakan fitur ini dalam contoh di atas.

```
>aspect(); plot2d("cos(x)",r=2,grid=6); plot2d("x",style=".",>add):  
Built-in function aspect needs 1 argument (got 0)!  
Error in:  
aspect(); plot2d("cos(x)",r=2,grid=6); plot2d("x",sty
```

```
>aspect(1.5); plot2d("sin(x)",0,2pi); plot2d("cos(x)",color=blue,style="--",>add):  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
aspect(1.5); plot2d("sin(x)",0,2pi); plot2d("cos(x)",c
```

Salah satu kegunaan `>add` adalah untuk menambahkan titik pada kurva.

```
>plot2d("sin(x)",0,pi); plot2d(2,sin(2),>points,>add):  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d("sin(x)",0,pi); plot2d(2,sin(2),>points,>gt
```

Kami menambahkan titik persimpangan dengan label (pada posisi "cl" untuk kiri tengah), dan memasukkan hasilnya ke dalam notebook. Kami juga menambahkan judul ke plot.

```
>plot2d(["cos(x)","x"],r=1.1,cx=0.5,cy=0.5,...  
> color=[black,blue],style=["-",""],...  
> grid=1);
```

Variable black not found!

Error in:

```
... "cos(x)", "x"], r=1.1, cx=0.5, cy=0.5, color=[black, blue,
```

```
>x0=solve("cos(x)-x",1); ...
```

```
> plot2d(x0,x0,>points,>add,title="Intersection Demo"); ...
```

```
> label("cos(x) = x",x0,x0,pos="cl",offset=20):
```

Function solve not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
x0=solve("cos(x)-x",1); plot2d(x0,x0,>points,>add,
```

Dalam demo berikut, kami memplot fungsi $\text{sinc}(x)=\sin(x)/x$ dan ekspansi Taylor ke-8 dan ke-16. Kami menghitung ekspansi ini menggunakan Maxima melalui ekspresi simbolis.

Plot ini dilakukan dalam perintah multi-baris berikut dengan tiga panggilan ke `plot2d()`. Yang kedua dan yang ketiga memiliki set flag `>add`, yang membuat plot menggunakan rentang sebelumnya.

Kami menambahkan kotak label yang menjelaskan fungsi.

```
>$taylor(sin(x)/x,x,0,4)
```

$$\frac{x^4}{120} - \frac{x^2}{6} + 1$$

```
>plot2d("sinc(x)",0,4pi,color=green,thickness=2); ...
```

```
> plot2d(&taylor(sin(x)/x,x,0,8),>add,color=blue,style="-"); ...
```

```
> plot2d(&taylor(sin(x)/x,x,0,16),>add,color=red,style="-.-"); ...
```

```
> labelbox(["sinc","T8","T16"],styles=["-","-.-"], ...
```

```
> colors=[black,blue,red]):
```

Variable green not found!

Error in:

```
plot2d("sinc(x)",0,4pi,color=green,thickness=2); plot2d(
```

Dalam contoh berikut, kami menghasilkan Bernstein-Polinomial.

lateks: $B_i(x) = \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}$

```
>plot2d("(1-x)^10",0,1); // plot first function
```

Function plot2d not found.

```

Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("(1-x)^10",0,1); // plot first function ...
      ^
      >for i=1 to 10; plot2d("bin(10,i)*x^i*(1-x)^(10-i)",>add); end;
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
...   to 10; plot2d("bin(10,i)*x^i*(1-x)^(10-i)", &gt; a
      ^
      >insimg;
Variable insimg not found!
Error in:
insimg; ...
      ^

```

Metode kedua menggunakan pasangan matriks nilai-x dan matriks nilai-y yang berukuran sama.

Kami menghasilkan matriks nilai dengan satu Polinomial Bernstein di setiap baris. Untuk ini, kita cukup menggunakan vektor kolom i. Lihat pengantar tentang bahasa matriks untuk mempelajari lebih detail.

```

>x=linspace(0,1,500);
>n=10; k=(0:n)'; // n is row vector, k is column vector
>y=bin(n,k)*x^k*(1-x)^(n-k); // y is a matrix then
>plot2d(x,y):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,y): ...
      ^

```

Perhatikan bahwa parameter warna dapat berupa vektor. Kemudian setiap warna digunakan untuk setiap baris matriks.

```

>x=linspace(0,1,200); y=x^(1:10)'; plot2d(x,y,color=1:10):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!

```

Error in:

```
... ace(0,1,200); y=x^(1:10)'; plot2d(x,y,color=1:10): ...
```

Metode lain adalah menggunakan vektor ekspresi (string). Anda kemudian dapat menggunakan larik warna, larik gaya, dan larik ketebalan dengan panjang yang sama.

```
>plot2d(["sin(x)","cos(x)"],0,2pi,color=4:5):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(["sin(x)","cos(x)"],0,2pi,color=4:5): ...
```

```
>plot2d(["sin(x)","cos(x)"],0,2pi): // plot vector of expressions
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(["sin(x)","cos(x)"],0,2pi): // plot vector of expressions
```

Kita bisa mendapatkan vektor seperti itu dari Maxima menggunakan makelist() dan mxm2str().

```
>v &= makelist(binomial(10,i)*xi*(1-x)(10-i),i,0,10) // make list
```

```

          10          9          8 2
      [(1 - x)  , 10 (1 - x) x, 45 (1 - x) x , 120 (1 -
          6 4          5 5          4 6
210 (1 - x) x , 252 (1 - x) x , 210 (1 - x) x , 120 (1
          2 8          9 10
45 (1 - x) x , 10 (1 - x) x , x ]
```

```
>mxm2str(v) // get a vector of strings from the symbolic vector
```

Function mxm2str not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
mxm2str(v) // get a vector of strings from the symbolic vector
```

```
>plot2d(mxm2str(v),0,1): // plot functions
```

Function mxm2str not found.


```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(mxm2str(v),0,1): // plot functions ...
      ^
```

Alternatif lain adalah dengan menggunakan bahasa matriks Euler.

Jika ekspresi menghasilkan matriks fungsi, dengan satu fungsi di setiap baris, semua fungsi ini akan diplot ke dalam satu plot.

Untuk ini, gunakan vektor parameter dalam bentuk vektor kolom. Jika array warna ditambahkan, itu akan digunakan untuk setiap baris plot.

```
> x=linspace(0,2pi,1000); plot2d(sin(5x),cos(7x)):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
  x=linspace(0,2pi,1000); plot2d(sin(5x),cos(7x)): ...
                                     ^

>n=(1:10)'; plot2d("x^n",0,1,color=1:10):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
n=(1:10)'; plot2d("x^n",0,1,color=1:10): ...
                                     ^
```

Ekspresi dan fungsi satu baris dapat melihat variabel global.

Jika Anda tidak dapat menggunakan variabel global, Anda perlu menggunakan fungsi dengan parameter tambahan, dan meneruskan parameter ini sebagai parameter titik koma.

Berhati-hatilah, untuk meletakkan semua parameter yang ditetapkan di akhir perintah plot2d. Dalam contoh kita meneruskan $a=5$ ke fungsi f , yang kita plot dari -10 hingga 10.

```
>function f(x,a) := 1/a*exp(-x^2/a); ...
> plot2d("f",-10,10;5,thickness=2,title="a=5"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
plot2d("f",-10,10;5,thickness=2,title="a=5"): ...
```

Atau, gunakan koleksi dengan nama fungsi dan semua parameter tambahan. Daftar khusus ini disebut koleksi panggilan, dan itu adalah cara yang lebih disukai untuk meneruskan argumen ke fungsi yang dengan sendirinya diteruskan sebagai argumen ke fungsi lain.

Dalam contoh berikut, kami menggunakan loop untuk memplot beberapa fungsi (lihat tutorial tentang pemrograman untuk loop).

```
>plot2d({{"f",1}},-10,10); ...
> for a=2:10; plot2d({{"f",a}},>add); end:
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d({{"f",1}},-10,10); for a=2:10; plot2d({{"f",a}},&gt;add); end;
```

Kami dapat mencapai hasil yang sama dengan cara berikut menggunakan bahasa matriks EMT. Setiap baris matriks $f(x,a)$ adalah satu fungsi.

Selain itu, kita dapat mengatur warna untuk setiap baris matriks.

Klik dua kali pada fungsi `getspectral()` untuk penjelasannya.

```
>x=-10:0.01:10; a=(1:10)'; plot2d(x,f(x,a),color=getspectral(a/10)):
Function getspectral not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... =(1:10)'; plot2d(x,f(x,a),color=getspectral(a/10)): ...
```

Label Text

Dekorasi sederhana bisa

- judul dengan `judul="..."`
- x- dan y-label dengan `xl="..."`, `yl="..."`
- label teks lain dengan `label("...",x,y)`

Perintah label akan memplot ke dalam plot saat ini pada koordinat plot (x,y). Itu bisa mengambil argumen posisi.

```
>plot2d("x3-x",-1,2,title="y=x3-x",yl="y",xl="x"):
```

```

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... plot2d("x^3-x",-1,2,title="y=x^3-x",yl="y",xl="x")

>expr := "log(x)/x"; ...
> plot2d(expr,0.5,5,title="y="+expr,xl="x",yl="y"); ...
> label("(1,0)",1,0); label("Max",E,expr(E),pos="lc"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... plot2d(expr,0.5,5,title="y="+expr,xl="x",yl="y")

```

Ada juga fungsi `labelbox()`, yang dapat menampilkan fungsi dan teks. Dibutuhkan vektor string dan warna, satu item untuk setiap fungsi.

```

>function f(x) &= x^2*exp(-x^2); ...
> plot2d(&f(x),a=-3,b=3,c=-1,d=1); ...
> plot2d(&diff(f(x),x),>add,color=blue,style="-"); ...
> labelbox(["function","derivative"],styles=["-","-"],...
> colors=[black,blue],w=0.4):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(&f(x),a=-3,b=3,c=-1,d=1); plot2d(&diff
^

```

Kotak ditambatkan di kanan atas secara default, tetapi > kiri menambatkannya di kiri atas. Anda dapat memindahkannya ke tempat yang Anda suka. Posisi jangkar adalah sudut kanan atas kotak, dan

angkanya adalah pecahan dari ukuran jendela grafik. Lebar nya otomatis.

Untuk plot titik, kotak label juga berfungsi. Tambahkan parameter >points, atau vektor flag, satu untuk setiap label.

Dalam contoh berikut, hanya ada satu fungsi. Jadi kita bisa menggunakan string sebagai pengganti vektor string. Kami mengatur warna teks menjadi hitam untuk contoh ini.

```

>n=10; plot2d(0:n,bin(n,0:n),>addpoints); ...
> labelbox("Binomials",styles="[ ]",>points,x=0.1,y=0.1, ...
> tcolor=black,>left):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
n=10; plot2d(0:n,bin(n,0:n),>addpoints); labelbox("Binomials",styles="[ ]",>points,x=0.1,y=0.1, ...

```

Gaya plot ini juga tersedia di statplot(). Seperti di plot2d() warna dapat diatur untuk setiap baris plot.

Ada lebih banyak plot khusus untuk keperluan statistik (lihat tutorial tentang statistik).

```

>statplot(1:10,random(2,10),color=[red,blue]):
Variable red not found!
Error in:
statplot(1:10,random(2,10),color=[red,blue]): ...

```

Fitur serupa adalah fungsi textbox().

Lebar secara default adalah lebar maksimal dari baris teks. Tapi itu bisa diatur oleh pengguna juga.

```

>function f(x) &= exp(-x)*sin(2*pi*x); ...
> plot2d("f(x)",0,2pi); ...
> textbox(latex("\text{Example of a damped oscillation}\ f(x)=e^{-x}\sin(2\pi x)"),w=0.85):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("f(x)",0,2pi); textbox(latex("\text{Example of a damped oscillation}\ f(x)=e^{-x}\sin(2\pi x)"),w=0.85): ...

```

Label teks, judul, kotak label, dan teks lainnya dapat berisi string Unicode (lihat sintaks EMT untuk mengetahui lebih lanjut tentang string Unicode).

```

>plot2d("x^3-x",title="x → x³ - x"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!

```

```
Error in:
plot2d("x^3-x",title=u"x &rarr; x&sup3; - x")
```

Label pada sumbu x dan y bisa vertikal, begitu juga sumbunya.

```
>plot2d("sinc(x)",0,2pi,xl="x",yl=u"x → sinc(x)",>vertical):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... )",0,2pi,xl="x",yl=u"x &rarr; sinc(x)",&gt;ve
```

```
>plot2d("sinc(x)",0,2pi,xl="x",yl=u"x → sinc(x)",>vertical):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... )",0,2pi,xl="x",yl=u"x &rarr; sinc(x)",&gt;ve
```

LaTeX

Anda juga dapat memplot rumus LaTeX jika Anda telah menginstal sistem LaTeX. Saya merekomendasikan MiKTeX. Jalur ke biner "latsks" dan "dvpng" harus berada di jalur sistem, atau Anda harus mengatur LaTeX di menu opsi.

Perhatikan, bahwa penguraian LaTeX lambat. Jika Anda ingin menggunakan LaTeX dalam plot animasi, Anda harus memanggil latex() sebelum loop sekali dan menggunakan hasilnya (gambar dalam matriks RGB).

Dalam plot berikut, kami menggunakan LaTeX untuk label x dan y, label, kotak label, dan judul plot.

```
>plot2d("exp(-x)*sin(x)/x",a=0,b=2pi,c=0,d=1,grid=6,color=blue,
```

```
...
```

```
> title=latex("\text{Function
```

```
Phi}"),...
```

```
> xl=latex("\phi"),yl=latex("\Phi(\phi)"));...
```

```
> textbox(...
```

```
> latex("\Phi(\phi) = e^{-\phi} \frac{\sin(\phi)}{\phi}",x=0.8,y=0.5);
```

```
...
```

```
> label(latex("\Phi",color=blue),1,0.4):
```

```
Variable blue not found!
```

```
Error in:
```

```
... -x)*sin(x)/x",a=0,b=2pi,c=0,d=1,grid=6,color=blue, t
```

Seringkali, kami menginginkan spasi dan label teks non-konformal pada sumbu x. Kita dapat menggunakan `xaxis()` dan `yaxis()` seperti yang akan kita tunjukkan nanti.

Cara termudah adalah dengan membuat plot kosong dengan bingkai menggunakan `grid=4`, lalu menambahkan grid dengan `ygrid()` dan `xgrid()`. Dalam contoh berikut, kami menggunakan tiga string LaTeX untuk label pada sumbu x dengan `xtick()`.

```
> plot2d("sinc(x)",0,2pi,grid=4,<ticks); ...
```

```
> ygrid(-2:0.5:2,grid=6); ...
```

```
> xgrid([0:2]*pi,<ticks,grid=6); ...
```

```
> xtick([0,pi,2pi],["0","\pi","2\pi"],>latex):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("sinc(x)",0,2pi,grid=4,&lt;ticks); ygrid(-2:0.5:2,g
```

Tentu saja, fungsi juga dapat digunakan.

```
>function map f(x) ...
```

```
if x>0 then return x^4
```

```
else return x^2
```

```
endif
```

```
endfunction
```

Parameter "peta" membantu menggunakan fungsi untuk vektor. Untuk

plot, itu tidak perlu. Tetapi untuk mendemonstrasikan vektorisasi itu

berguna, kami menambahkan beberapa poin kunci ke plot di $x=-1$, $x=0$ dan $x=1$.

Pada plot berikut, kami juga memasukkan beberapa kode LaTeX. Kami menggunakannya untuk dua label dan kotak teks. Tentu

saja, Anda hanya akan dapat menggunakan LaTeX jika Anda telah menginstal LaTeX dengan benar.

```
>plot2d("f",-1,1,xl="x",yl="f(x)",grid=6); ...
> plot2d([-1,0,1],f([-1,0,1]),>points,>add); ...
> label(latex("x^3"),0.72,f(0.72)); ...
> label(latex("x^2"),-0.52,f(-0.52),pos="ll"); ...
> textbox( ...
> latex("f(x)=\begin{cases} x^3 & x>0 \\ x^2 & x \le 0 \end{cases}"),
...
> x=0.7,y=0.2):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("f",-1,1,xl="x",yl="f(x)",grid=6); plot2d([-1,
```

Interaksi Pengguna

Saat memplot fungsi atau ekspresi, parameter `>user` memungkinkan pengguna untuk memperbesar dan menggeser plot dengan tombol kursor atau mouse. Pengguna dapat

- perbesar dengan + atau -
- pindahkan plot dengan tombol kursor
- pilih jendela plot dengan mouse
- atur ulang tampilan dengan spasi
- keluar dengan kembali

Tombol spasi akan mengatur ulang plot ke jendela plot asli.

Saat memplot data, flag `>user` hanya akan menunggu penekanan tombol.

```
>plot2d({{"x^3-a*x",a=1}},>user,title="Press any key!"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... d({{"x^3-a*x",a=1}},>user,title="Press any key
```

```

>plot2d("exp(x)*sin(x)",user=true,...
> title="+/- or cursor keys (return to exit)":
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... e,      title="+/- or cursor keys (return to exit)": ...

```

Berikut ini menunjukkan cara interaksi pengguna tingkat lanjut (lihat tutorial tentang pemrograman untuk detailnya).

Fungsi bawaan `mousedrag()` menunggu event mouse atau keyboard. Ini melaporkan mouse ke bawah, mouse dipindahkan atau mouse ke atas, dan penekanan tombol. Fungsi `dragpoints()` memanfaatkan ini, dan memungkinkan pengguna menyeret titik mana pun dalam plot.

Kita membutuhkan fungsi plot terlebih dahulu. Sebagai contoh, kita interpolasi dalam 5 titik dengan polinomial. Fungsi harus diplot ke area plot tetap.

```

>function plotf(xp,yp,select) ...
d=interp(xp,yp);
plot2d("interpval(xp,d,x)";d,xp,r=2);
plot2d(xp,yp,>points,>add);
if select>0 then
  plot2d(xp[select],yp[select],color=red,>points,>add);
endif;
title("Drag one point, or press space or return!");
endfunction

```

Perhatikan parameter titik koma di `plot2d` (`d` dan `xp`), yang diteruskan ke evaluasi fungsi `interp()`. Tanpa ini, kita harus menulis fungsi `plotinterp()` terlebih dahulu, mengakses nilai secara global.

Sekarang kita menghasilkan beberapa nilai acak, dan membiarkan pengguna menyeret poin.

```

>t=-1:0.5:1; dragpoints("plotf",t,random(size(t))-0.5):\
Function dragpoints not found.
Try list ... to find functions!
Syntax error in expression, or unfinished expression!
Error in:

```



```
... 0.5:1; dragpoints("plotf",t,random(size(t))-0.5):
```

Ada juga fungsi, yang memplot fungsi lain tergantung pada vektor parameter, dan memungkinkan pengguna menyesuaikan parameter ini.

Pertama kita membutuhkan fungsi plot.

```
>function plotf([a,b]) := plot2d("exp(a*x)*cos(2pi*b*x)",0,2pi;a,b);
```

Kemudian kita perlu nama untuk parameter, nilai awal, dan matriks rentang nx2,ika diinginkan, baris judul. Ada slider interaktif, yang dapat mengatur nilai oleh pengguna. Fungsiragvalues() menyediakan ini.

```
>dragvalues("plotf",["a","b"],[-1,2],[[-2,2];[1,10]], ...
```

```
> heading="Drag these values: ",hcolor=black):
```

```
Variable black not found!
```

```
Error in:
```

```
... 10]], heading="Drag these values: ",hcolor=black
```

Dimungkinkan untuk membatasi nilai yang diseret ke bilangan bulat. Sebagai contoh, kita menulis fungsi plot, yang memplot polinomial Taylor berderajat n ke fungsi kosinus.

```
>function plotf(n) ...
```

```
plot2d("cos(x)",0,2pi,>square,grid=6);
```

```
plot2d("&taylor(cos(x),x,0,@n)",color=blue,>add);
```

```
textbox("Taylor polynomial of degree "+n,0.1,0.02,sty
```

```
endfunction
```

Sekarang kita mengizinkan derajat n bervariasi dari 0 hingga 20 dalam 20 stop. Hasil dragvalues() digunakan untuk memplot sketsa dengan n ini, dan untuk memasukkan plot ke dalam buku catatan.

```
>nd=dragvalues("plotf","degree",2,[0,20],20,y=0.8, ...
```

```
> heading="Drag the value:"); ...
```

```
> plotf(nd):
```

```
Function dragvalues not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... ,2,[0,20],20,y=0.8, heading="Drag the value: ")
```

Berikut ini adalah demonstrasi sederhana dari fungsi tersebut. Pengguna dapat menggambar di atas jendela plot meninggalkan jejak titik-titik.

```
>function dragtest ...
plot2d(none,r=1,title="Drag with the mouse, or press any
start=0;
repeat
{flag,m,time}=mousedrag();
if flag==0 then return; endif;
if flag==2 then
    hold on; mark(m[1],m[2]); hold off;
endif;
end
endfunction
```

>dragtest // lihat hasilnya dan cobalah lakukan!

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
dragtest:
    plot2d(none,r=1,title="Drag with the mouse, or press a
```

Gaya Plot 2D

Secara default, EMT menghitung tanda centang sumbu otomatis dan menambahkan label ke setiap tanda centang . Ini dapat diubah dengan parameter grid. Gaya default sumbu dan label dapat dimodifikasi. Selain itu, label dan judul dapat ditambahkan secara manual. Untuk mengatur ulang ke gaya default, gunakan reset().

```
>aspect();
Built-in function aspect needs 1 argument (got 0)!
Error in:
aspect(); ...
^
```

```
>figure(3,4); ...
> figure(1); plot2d("x^3-x",grid=0); ... // no grid, frame or axis
Function figure not found.
```

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(3,4);  figure(1); plot2d("x^3-x",grid=0); ...  
^
```

```
> figure(2); plot2d("x^3-x",grid=1); ... // x-y-axis
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(2); plot2d("x^3-x",grid=1); ... // x-y-axis  
^
```

```
> figure(3); plot2d("x^3-x",grid=2); ... // default ticks
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(3); plot2d("x^3-x",grid=2); ... // default ti  
^
```

```
> figure(4); plot2d("x^3-x",grid=3); ... // x-y- axis with labels
```

inside

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(4); plot2d("x^3-x",grid=3); ... // x-y- axis v  
^
```

```
> figure(5); plot2d("x^3-x",grid=4); ... // no ticks, only labels
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(5); plot2d("x^3-x",grid=4); ... // no ticks, c  
^
```

```
> figure(6); plot2d("x^3-x",grid=5); ... // default, but no margin
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(6); plot2d("x^3-x",grid=5); ... // default, b  
^
```

```
> figure(7); plot2d("x^3-x",grid=6); ... // axes only
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(7); plot2d("x^3-x",grid=6); ... // axes only ...  
^
```

```
> figure(8); plot2d("x^3-x",grid=7); ... // axes only, ticks at  
axis
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(8); plot2d("x^3-x",grid=7); ... // axes only, tick  
^
```

```
> figure(9); plot2d("x^3-x",grid=8); ... // axes only, finer ticks  
at axis
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(9); plot2d("x^3-x",grid=8); ... // axes only, fine  
^
```

```
> figure(10); plot2d("x^3-x",grid=9); ... // default, small ticks  
inside
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(10); plot2d("x^3-x",grid=9); ... // default, small  
^
```

```
> figure(11); plot2d("x^3-x",grid=10); ...// no ticks, axes only
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(11); plot2d("x^3-x",grid=10); ...// no ticks, axes  
^
```

```
> figure(0):
```

Function figure not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
figure(0): ...  
      ^
```

Parameter <frame menonaktifkan bingkai, dan framecolor=blue menyetel bingkai ke warna

biru.

Jika Anda menginginkan tanda centang Anda sendiri, Anda dapat menggunakan style=0, dan menambahkan semuanya nanti.

```
>aspect(1.5);
```

```
>plot2d("x^3-x",grid=0); // plot
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("x^3-x",grid=0); // plot ...  
      ^
```

```
>frame; xgrid([-1,0,1]); ygrid(0); // add frame and grid
```

Function xgrid not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
frame; xgrid([-1,0,1]); ygrid(0); // add frame and gr  
      ^
```

Untuk judul plot dan label sumbu, lihat contoh berikut.

```
>plot2d("exp(x)",-1,1);
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("exp(x)",-1,1); ...  
      ^
```

```
>textcolor(black); // set the text color to black
```

Variable or function black not found.

Error in:

```
textcolor(black); // set the text color to black ...  
      ^
```

```
>title(latex("y=e^x")); // title above the plot
```

Function latex not found.

Try list ... to find functions!

```
Error in:
title(latex("y=e^x")); // title above the plot ...
      ^
```

```
>xlabel(latex("x")); // "x" for x-axis
```

```
Function latex not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
xlabel(latex("x")); // "x" for x-axis ...
      ^
```

```
>ylabel(latex("y"),>vertical); // vertical "y" for y-axis
```

```
Function latex not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
ylabel(latex("y"),&gt;vertical); // vertical "y" for y-axis
      ^
```

```
>label(latex("(0,1)"),0,1,color=blue); // label a point
```

```
Function latex not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
label(latex("(0,1)"),0,1,color=blue): // label a point ...
      ^
```

Sumbu dapat digambar secara terpisah dengan `xaxis()` dan `yaxis()`.

```
>plot2d("x^3-x",<grid,<frame);
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("x^3-x",&lt;grid,&lt;frame); ...
      ^
```

```
>xaxis(0,xx=-2:1,style="->"); yaxis(0,yy=-5:5,style="->");
```

```
Function xaxis not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
xaxis(0,xx=-2:1,style="-&gt;"); yaxis(0,yy=-5:5,style="-&gt;")
      ^
```

Teks pada plot dapat diatur dengan label(). Dalam contoh berikut, “lc” berarti lower center. Ini mengatur posisi label relatif terhadap koordinat plot.

```
>function f(x) &= x^3-x
```

$$x^3 - x$$

```
>plot2d(f,-1,1,>square);
```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(f,-1,1,>square); ...
^
```

```
>x0=fmin(f,0,1); // compute point of minimum
```

```
Function fmin not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
x0=fmin(f,0,1); // compute point of minimum ...
^
```

```
>label("Rel. Min.",x0,f(x0),pos="lc"); // add a label there
```

```
Variable or function x0 not found.
Error in:
label("Rel. Min.",x0,f(x0),pos="lc"); // add a label t
^
```

Ada juga kotak teks.

```
>plot2d(&f(x),-1,1,-2,2); // function
```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(&f(x),-1,1,-2,2); // function ...
^
```

```
>plot2d(&diff(f(x),x),>add,style="--",color=red); // derivative
```

```
Variable red not found!
Error in:
plot2d(&diff(f(x),x),>add,style="--",color=red)
^
```

```

>labelbox(["f","f'"],["-","-"],[black,red]): // label box
Variable black not found!
Error in:
labelbox(["f","f'"],["-","-"],[black,red]): // label box
^

>plot2d(["exp(x)","1+x"],color=[black,blue],style=["-","-."]):
Variable black not found!
Error in:
plot2d(["exp(x)","1+x"],color=[black,blue],style=["-","-."]
^

>gridstyle("> ",color=gray,textcolor=gray,framecolor=gray);
...
> plot2d("x^3-x",grid=1); ...
> settitle("y=x^3-x",color=black); ...
> label("x",2,0,pos="bc",color=gray); ...
> label("y",0,6,pos="cl",color=gray); ...
> reset():
Variable gray not found!
Error in:
gridstyle("> ",color=gray,textcolor=gray,framecolor=gray)
^

```

Untuk kontrol yang lebih baik, sumbu x dan sumbu y dapat dilakukan secara manual.

Perintah `fullwindow()` memperluas jendela plot karena kita tidak lagi

memerlukan tempat untuk label di luar jendela plot. Gunakan `shrinkwindow()` atau `reset()` untuk mengatur ulang ke default.

```

>fullwindow; ...
> gridstyle(color=darkgray,textcolor=darkgray); ...
> plot2d(["2^x","1","2(-x)"],a=-2,b=2,c=0,d=4,<grid,color=4:6,<frame);
...
> xaxis(0,-2:1,style="->"); xaxis(0,2,"x",<axis); ...
> yaxis(0,4,"y",style="->"); ...
> yaxis(-2,1:4,>left); ...
> yaxis(2,2^(-2:2),style=".",<left); ...
> labelbox(["2^x","1","2-x"],colors=4:6,x=0.8,y=0.2); ...

```



```
> reset:
```

```
Variable fullwindow not found!
```

```
Error in:
```

```
fullwindow;  gridstyle(color=darkgray,textcolor=darkgray,  
^
```

Berikut adalah contoh lain, di mana string Unicode digunakan
dan sumbu

berada di luar area plot.

```
> aspect(1.5);
```

```
> plot2d(["sin(x)", "cos(x)"], 0, 2pi, color=[red, green], <grid, <frame);
```

```
...
```

```
> xaxis(-1.1, (0:2)*pi, xt=["0", u"", u"2"], style="-", >ticks, >zero); ...
```

```
> xgrid((0:0.5:2)*pi, <ticks); ...
```

```
> yaxis(-0.1*pi, -1:0.2:1, style="-", >zero, >grid); ...
```

```
> labelbox(["sin", "cos"], colors=[red, green], x=0.5, y=0.2, >left); ...
```

```
> xlabel(u""); ylabel(u"f()");
```

```
Variable red not found!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(["sin(x)", "cos(x)"], 0, 2pi, color=[red, green], &1  
^
```


MEMPLOT DATA 2D

Jika x dan y adalah vektor data, data ini akan digunakan sebagai koordinat x dan y dari suatu kurva. Dalam kasus ini, a , b , c , dan d , atau radius r dapat ditentukan, atau jendela plot akan menyesuaikan secara otomatis dengan data. Atau, `>square` dapat diatur untuk mempertahankan rasio aspek persegi.

Plotting ekspresi hanyalah singkatan untuk plot data. Untuk plot data, Anda memerlukan satu atau beberapa baris nilai x , dan satu atau beberapa baris nilai y . Dari rentang dan nilai x , fungsi `plot2d` akan menghitung data yang akan diplot, secara default dengan evaluasi adaptif fungsi. Untuk plot titik gunakan `">titik"`, untuk garis campuran dan titik gunakan `">tambah titik"`.

Namun, Anda dapat memasukkan data secara langsung.

- Gunakan vektor baris untuk x dan y untuk satu fungsi.
- Matriks untuk x dan y diplot baris demi baris.

Berikut adalah contoh dengan satu baris untuk x dan y .

```
>x=-10:0.1:10; y=exp(-x^2)*x; plot2d(x,y):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
x=-10:0.1:10; y=exp(-x^2)*x; plot2d(x,y): ...
```

Data juga dapat diplot sebagai titik. Gunakan `points=true` untuk ini. Plot bekerja seperti poligon, tetapi hanya menggambar sudutnya.

- `style="..."`: Pilih dari `"[]"`, `"<>"`, `"o"`, `","`, `".."`, `"+"`, `"*"`, `"[]#"`,
- `"<>#"`, `"o#"`,
- `"..#"`, `"#"`, `"|"`.

Untuk memplot kumpulan titik, gunakan `>points`. Jika warnanya adalah vektor warna, setiap titik mendapatkan warna yang berbeda. Untuk matriks koordinat dan vektor kolom, warna berlaku untuk baris matriks.

Parameter `>addpoints` menambahkan titik ke segmen garis

untuk plot data

```
>xdata=[1,1.5,2.5,3,4]; ydata=[3,3.1,2.8,2.9,2.7]; // data  
>\plot2d(xdata,ydata,a=0.5,b=4.5,c=2.5,d=3.5,style="."); //
```

lines

Syntax error in expression, or unfinished expression!

Error in:

```
\plot2d(xdata,ydata,a=0.5,b=4.5,c=2.5,d=3.5,style="."); //  
^
```

```
>plot2d(xdata,ydata,>points,>add,style="o"): // add points
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(xdata,ydata,&gt;points,&gt;add,style="o"): // add p  
^
```

```
>p=polyfit(xdata,ydata,1); // get regression line
```

Function polyfit not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
p=polyfit(xdata,ydata,1); // get regression line ...  
^
```

```
>plot2d("polyval(p,x)",>add,color=red): // add plot of line
```

Variable red not found!

Error in:

```
plot2d("polyval(p,x)",&gt;add,color=red): // add plot of l  
^
```

MENGGAMBAR DAERAH YANG DIBATASI KURVA

Plot data sebenarnya adalah poligon. Kita juga dapat memplot kurva atau kurva terisi.

- terisi=benar mengisi plot.
- style="...": Pilih dari "#", "/", ",", ";" / ".".
- fillcolor: Lihat di atas untuk warna yang tersedia.

Warna isian ditentukan oleh argumen "fillcolor", dan pada <outline opsional mencegah penggambaran batas untuk semua gaya kecuali yang default.

```
>t=linspace(0,2pi,1000); // parameter for curve
>x=sin(t)*exp(t/pi); y=cos(t)*exp(t/pi); // x(t) and y(t)
>figure(1,2); aspect(16/9)
```

```
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(1,2); aspect(16/9) ...
      ^
```

```
>figure(1); plot2d(x,y,r=10); // plot curve
```

```
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(1); plot2d(x,y,r=10); // plot curve ...
      ^
```

```
>figure(2); plot2d(x,y,r=10,>filled,style="/",fillcolor=red); //
fill curve
```

```
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(2); plot2d(x,y,r=10,>filled,style="/",fillcolor=red); //
      ^
```

```
>figure(0):
```

```
Function figure not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(0): ...
      ^
```

Dalam contoh berikut, kami memplot elips terisi dan dua heksagon terisi menggunakan kurva tertutup dengan 6 titik dengan gaya isian berbeda.

```
>x=linspace(0,2pi,1000); plot2d(sin(x),cos(x)*0.5,r=1,>filled,style="/"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ; plot2d(sin(x),cos(x)*0.5,r=1,&gt;filled,style="/"):
      ^

>t=linspace(0,2pi,6); ...
> plot2d(cos(t),sin(t),>filled,style="/",fillcolor=red,r=1.2):
Variable red not found!
Error in:
... t2d(cos(t),sin(t),&gt;filled,style="/",fillcolor=red,r=1.2):
      ^

>t=linspace(0,2pi,6); plot2d(cos(t),sin(t),>filled,style="#"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 0,2pi,6); plot2d(cos(t),sin(t),&gt;filled,style="#"):
      ^
```

Contoh lain adalah septagon, yang kita buat dengan 7 titik pada lingkaran satuan.

```
>t=linspace(0,2pi,7); ...
> plot2d(cos(t),sin(t),r=1,>filled,style="/",fillcolor=red):
Variable red not found!
Error in:
... cos(t),sin(t),r=1,&gt;filled,style="/",fillcolor=red):
      ^
```

Berikut ini adalah himpunan nilai maksimal dari empat kondisi linier yang kurang dari atau sama dengan 3. Ini adalah $A[k].v \leq 3$ untuk semua baris A. Untuk mendapatkan sudut yang bagus, kita

menggunakan n yang relatif besar.

```
>A=[2,1;1,2;-1,0;0,-1];
>function f(x,y) := max([x,y].A');
>plot2d("f",r=4,level=[0;3],color=green,n=111):
Variable green not found!
Error in:
plot2d("f",r=4,level=[0;3],color=green,n=111): ...
^
```

Poin utama dari bahasa matriks adalah memungkinkan pembuatan tabel fungsi dengan mudah.

```
>t=linspace(0,2pi,1000); x=cos(3*t); y=sin(4*t);
```

Kita sekarang memiliki vektor x dan y dari nilai-nilai. plot2d() dapat memplot nilai-nilai ini sebagai kurva yang menghubungkan titik-titik. Plot dapat diisi.

Dalam kasus ini menghasilkan hasil yang bagus karena aturan lilitan, yang digunakan untuk pengisian.

```
>plot2d(x,y,<grid,<frame,>filled):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,y,&lt;grid,&lt;frame,&gt;filled): ...
^
```

Vektor interval diplot terhadap nilai x sebagai daerah terisi antara nilai interval yang lebih rendah dan lebih tinggi.

Ini dapat berguna untuk memplot kesalahan perhitungan. Namun, ini juga dapat digunakan untuk memplot kesalahan statistik.

```
>t=0:0.1:1;...
> plot2d(t,interval(t-random(size(t)),t+random(size(t))),style="|");
...
> plot2d(t,t,add=true):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... l(t-random(size(t)),t+random(size(t))),style="|")
```

Jika x adalah vektor yang diurutkan, dan y adalah vektor interval, maka `plot2d` akan memplot rentang interval yang terisi pada bidang. Gaya isian sama dengan gaya poligon.

```
>t=-1:0.01:1; x=t-0.01,t+0.01; y=x^3-x;
```

```
>plot2d(t,y):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(t,y): ...  
^
```

Dimungkinkan untuk mengisi wilayah nilai untuk fungsi tertentu. Untuk

ini, level harus berupa matriks $2 \times n$. Baris pertama adalah batas bawah

dan baris kedua berisi batas atas.

```
>expr := "2*x^2+x*y+3*y^4+y"; // define an expression f(x,y)
```

```
>plot2d(expr,level=[0;1],style="-",color=blue): // 0 <= f(x,y)
```

```
<= 1
```

```
Variable blue not found!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(expr,level=[0;1],style="-",color=blue): // 0 <= f(x,y)  
^
```

Kita juga dapat mengisi rentang nilai seperti

$$-1 \leq (x^2 + y^2)^2 - x^2 + y^2 \leq 0.$$

```
>plot2d("(x^2+y^2)^2-x^2+y^2",r=1.2,level=[-1;0],style="/"): 
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... x^2+y^2)^2-x^2+y^2",r=1.2,level=[-1;0],style="/"): ...  
^
```

```
>plot2d("cos(x)","sin(x)^3",xmin=0,xmax=2pi,>filled,style="/"): 
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```



```
... x) ", "sin(x)^3", xmin=0, xmax=2pi, &gt;filled, style="
```


GRAFIK FUNGSI PARAMETRIK

Nilai-nilai x tidak perlu diurutkan. (x,y) hanya menggambarkan sebuah kurva. Jika x diurutkan, kurva tersebut adalah grafik dari sebuah fungsi.

Dalam contoh berikut, kita memplot spiral

$$\gamma(t) = t \cdot (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$$

Kita perlu menggunakan banyak titik agar terlihat halus atau fungsi `daptive()` untuk mengevaluasi ekspresi (lihat fungsi `adaptive()` untuk detail lebih lanjut).

```
>t=linspace(0,1,1000); ...
> plot2d(t*cos(2*pi*t),t*sin(2*pi*t),r=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,1,1000); plot2d(t*cos(2*pi*t),t*sin(2*pi*t),r=1)
```

Atau, ada kemungkinan untuk menggunakan dua ekspresi untuk kurva. berikut memplot kurva yang sama seperti di atas.

```
>plot2d("x*cos(2*pi*x)","x*sin(2*pi*x)",xmin=0,xmax=1,r=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... x*cos(2*pi*x) ", "x*sin(2*pi*x) ", xmin=0, xmax=1, r=1)
```

```
>t=linspace(0,1,1000); r=exp(-t); x=r*cos(2*pi*t); y=r*sin(2*pi*t);
>plot2d(x,y,r=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,y,r=1): ...
```

In the next example, we plot the curve
with

```
>t=linspace(0,2pi,1000); r=1+sin(3*t)/2; x=r*cos(t); y=r*sin(t);
```

```
...
```

```
> plot2d(x,y,>filled,fillcolor=red,style="/",r=1.5):
```

```
Variable red not found!
```

```
Error in:
```

```
... (t); y=r*sin(t); plot2d(x,y,>filled,fillcolor=red,s  
^
```

MENGGAMBAR GRAFIK BILANGAN KOMPLEKS

Deretan bilangan kompleks juga dapat diplot. Kemudian titik-titik grid akan terhubung. Jika sejumlah garis grid ditentukan (atau vektor garis grid 1x2) dalam argumen `cgrid`, hanya garis-garis grid tersebut yang terlihat.

Matriks bilangan kompleks akan secara otomatis diplot sebagai grid dalam bidang kompleks.

Dalam contoh berikut, kami memplot gambar lingkaran satuan di bawah fungsi eksponensial. Parameter `cgrid` menyembunyikan beberapa kurva grid.

```
>aspect(); r=linspace(0,1,50); a=linspace(0,2pi,80)'; z=r*exp(I*a);...  
>  
Built-in function aspect needs 1 argument (got 0)! Error in: aspect();  
r=linspace(0,1,50); a=linspace(0,2pi,80)'; z=r*exp(I... ^  
>plot2d(z,a=-1.25,b=1.25,c=-1.25,d=1.25,cgrid=10):
```



Gambar 1.7 images/Azifah%20Azka%20Aprilian%20PLOT%202D-004.png

```
>aspect(1.25); r=linspace(0,1,50); a=linspace(0,2pi,200)';  
z=r*exp(I*a);  
>plot2d(exp(z),cgrid=[40,10]):  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d(exp(z),cgrid=[40,10]): ...  
^
```

```
>r=linspace(0,1,10); a=linspace(0,2pi,40)'; z=r*exp(I*a);
```

```
>plot2d(exp(z),>points,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(exp(z),>points,>add): ...
^
```

Vektor bilangan kompleks secara otomatis diplot sebagai kurva pada bidang kompleks dengan bagian riil dan bagian imajiner.

Dalam contoh, kita memplot lingkaran satuan dengan

$$\gamma(t) = e^{it}$$

```
>t=linspace(0,2pi,1000); ...
> plot2d(exp(I*t)+exp(4*I*t),r=2):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... pace(0,2pi,1000); plot2d(exp(I*t)+exp(4*I*t),r=2): ...
^
```

PLOT STATISTIK

Ada banyak fungsi yang dikhususkan pada plot statistik. Salah satu plot yang sering digunakan adalah plot kolom.

Jumlah kumulatif dari nilai terdistribusi 0-1-normal menghasilkan jalan acak.

```
>plot2d(cumsum(randnormal(1,1000))):  
Function randnormal not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d(cumsum(randnormal(1,1000))): ...  
^
```

Menggunakan dua baris menunjukkan jalan dalam dua dimensi.

```
>X=cumsum(randnormal(2,1000)); plot2d(X[1],X[2]):  
Function randnormal not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
X=cumsum(randnormal(2,1000)); plot2d(X[1],X[2]): ...  
^
```

```
>columnsplot(cumsum(random(10)),style="/",color=blue):  
Variable blue not found!  
Error in:  
... lumnplot(cumsum(random(10)),style="/",color=blue
```

Itu juga dapat menampilkan string sebagai label.

```
> months=["Jan","Feb","Mar","Apr","May","Jun",...  
> "Jul","Aug","Sep","Oct","Nov","Dec"];  
>values=[10,12,12,18,22,28,30,26,22,18,12,8];  
>columnsplot(values,lab=months,color=red,style="-");  
Variable red not found!  
Error in:  
columnsplot(values,lab=months,color=red,style="-"); .  
^
```

```

>title("Temperature"):
Function title not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
title("Temperature"): ...
      ^

>k=0:10;
>plot2d(k,bin(10,k),>bar):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(k,bin(10,k),>bar): ...
      ^

>plot2d(k,bin(10,k)); plot2d(k,bin(10,k),>points,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(k,bin(10,k)); plot2d(k,bin(10,k),>points,>add): ...
      ^

>plot2d(normal(1000),normal(1000),>points,grid=6,style=".."):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... mal(1000),normal(1000),>points,grid=6,style=".."): ...
      ^

>plot2d(normal(1,1000),>distribution,style="O"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(normal(1,1000),>distribution,style="O"): ...
      ^

>plot2d("qnormal",0,5;2.5,0.5,>filled):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:

```



```
plot2d("qnormal",0,5;2.5,0.5,&gt;filled): ...
^
```

Untuk memplot distribusi statistik eksperimental, Anda dapat menggunakan `distribution=n` dengan `plot2d`.

```
>w=randexponential(1,1000); // exponential distribution
Function randexponential not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
w=randexponential(1,1000); // exponential distribution
^
```

```
>plot2d(w,>distribution): // or distribution=n with n intervals
Variable or function w not found.
Error in:
plot2d(w,&gt;distribution): // or distribution=n with
^
```

Atau Anda dapat menghitung distribusi dari data dan memplot hasilnya dengan `>bar` di `plot3d`, atau dengan `plot kolom`.

```
>w=normal(1000); // 0-1-normal distribution
>{x,y}=histo(w,10,v=[-6,-4,-2,-1,0,1,2,4,6]); // interval bounds
v
Function histo not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{x,y}=histo(w,10,v=[-6,-4,-2,-1,0,1,2,4,6]); // interval
^
```

```
>plot2d(x,y,>bar):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,y,&gt;bar): ...
^
```

Fungsi `statplot()` menyetel gaya dengan string sederhana.

```
>statplot(1:10,cumsum(random(10)),"b"):
Function statplot not found.
Try list ... to find functions!
```

Error in:

```
statplot(1:10,cumsum(random(10)), "b"): ...  
^
```

```
>n=10; i=0:n; ...
```

```
> plot2d(i,bin(n,i)/2^n,a=0,b=10,c=0,d=0.3); ...
```

```
> plot2d(i,bin(n,i)/2^n,points=true,style="ow",add=true,color=blue):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... i=0:n; plot2d(i,bin(n,i)/2^n,a=0,b=10,c=0,d=0.3); plo  
^
```

Selain itu, data dapat diplot sebagai batang. Dalam hal ini, x harus diurutkan dan satu elemen lebih panjang dari y. Bilah akan memanjang dari $x[i]$ ke $x[i+1]$ dengan nilai $y[i]$. Jika x memiliki ukuran yang

sama dengan y, maka akan diperpanjang satu elemen dengan spasi terakhir.

Gaya isian dapat digunakan seperti di atas.

```
>n=10; k=bin(n,0:n); ...
```

```
> plot2d(-0.5:n+0.5,k,bar=true,fillcolor=lightgray):
```

Variable lightgray not found!

Error in:

```
... plot2d(-0.5:n+0.5,k,bar=true,fillcolor=lightgray): ...  
^
```

Data untuk plot batang ($\text{bar}=1$) dan histogram ($\text{histogram}=1$) dapat dinyatakan secara eksplisit dalam xv dan yv, atau dapat dihitung dari distribusi empiris dalam xv dengan $>\text{distribusi}$ (atau $\text{distribusi}=n$).

Histogram nilai xv akan dihitung secara otomatis dengan $>\text{histogram}$. Jika $>\text{genap}$ ditentukan, nilai xv akan dihitung dalam interval bilangan bulat.

```
>plot2d(normal(10000),distribution=50):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d(normal(10000),distribution=50): ...  
^
```

```

>k=0:10; m=bin(10,k); x=(0:11)-0.5; plot2d(x,m,>bar):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 0:10; m=bin(10,k); x=(0:11)-0.5; plot2d(x,m,>bar):

```

```

>columnspot(m,k):
Function columnspot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
columnspot(m,k): ...
^

```

```

> plot2d(random(600)*6,histogram=6):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(random(600)*6,histogram=6): ...
^

```

Untuk distribusi, ada parameter `distribution=n`, yang menghitung nilai secara otomatis dan mencetak distribusi relatif dengan `n` sub-interval.

```

tervals.
>plot2d(normal(1,1000),distribution=10,style="\ /"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(normal(1,1000),distribution=10,style="\ /"): ..
^

```

Dengan parameter `even=true`, ini akan menggunakan interval integer.

```

>plot2d(intrandom(1,1000,10),distribution=10,even=true):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... d(intrandom(1,1000,10),distribution=10,even=true)

```

Perhatikan bahwa ada banyak plot statistik, yang mungkin berguna. Silahkan lihat tutorial tentang statistik.

```
>columnspot(getmultiplicities(1:6,intrandom(1,6000,6))):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... nsplot(getmultiplicities(1:6,intrandom(1,6000,6))): ..
^

>plot2d(normal(1,1000),>distribution);...
> plot2d("qnormal(x)",color=red,thickness=2,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(normal(1,1000),&gt;distribution);    plot2d("qnormal
^
```

Ada juga banyak plot khusus untuk statistik. Boxplot menunjukkan kuartil dari distribusi ini dan banyak outlier. Menurut definisi, outlier dalam boxplot adalah data yang melebihi 1,5 kali kisaran 50% tengah plot.

```
>M=normal(5,1000); boxplot(quartiles(M)):
Function quartiles not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
M=normal(5,1000); boxplot(quartiles(M)): ...
^
```

FUNGSI IMPLISIT

Plot implisit menunjukkan garis level yang menyelesaikan $f(x,y)=\text{level}$, di mana "level" dapat berupa nilai tunggal atau vektor nilai. Jika $\text{level}=\text{"auto"}$, akan ada garis level n_c , yang akan menyebar antara fungsi

minimum dan maksimum secara merata. Warna yang lebih gelap atau lebih terang dapat ditambahkan dengan $>\text{hue}$ untuk menunjukkan nilai fungsi. Untuk fungsi implisit, xv harus berupa fungsi atau ekspresi dari parameter x dan y , atau, sebagai alternatif, xv dapat berupa matriks nilai.

Euler dapat menandai garis level

lateks: $f(x,y) = c$

dari fungsi apapun.

Untuk menggambar himpunan $f(x,y)=c$ untuk satu atau lebih konstanta c , Anda dapat menggunakan `plot2d()` dengan plot implisitnya di dalam bidang. Parameter untuk c adalah $\text{level}=c$, di mana c dapat berupa vektor garis level. Selain itu, skema warna dapat digambar di latar belakang untuk menunjukkan nilai fungsi untuk setiap titik dalam plot. Parameter " n " menentukan kehalusan plot.

```
>aspect(1.5);
>plot2d("x^2+y^2-x*y-x",r=1.5,level=0,contourcolor=red);
Variable red not found!
Error in:
... 2d("x^2+y^2-x*y-x",r=1.5,level=0,contourcolor=red)

>expr := "2*x^2+x*y+3*y^4+y"; // define an expression f(x,y)
>plot2d(expr,level=0): // Solutions of f(x,y)=0

Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(expr,level=0): // Solutions of f(x,y)=0 ...
^
```

```

>plot2d(expr,level=0:0.5:20,>hue,contourcolor=white,n=200):
// nice
Variable white not found!
Error in:
... lot2d(expr,level=0:0.5:20,&gt;hue,contourcolor=white,n

```

```

>plot2d(expr,level=0:0.5:20,>hue,>spectral,n=200,grid=4): //
nicer
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... (expr,level=0:0.5:20,&gt;hue,&gt;spectral,n=200,grid=4

```

Ini berfungsi untuk plot data juga. Tetapi Anda harus menentukan rentangnya untuk label sumbu.

```

>x=-2:0.05:1; y=x'; z=expr(x,y);
>plot2d(z,level=0,a=-1,b=2,c=-2,d=1,>hue):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(z,level=0,a=-1,b=2,c=-2,d=1,&gt;hue): ...

```

```

>plot2d("x^3-y^2",>contour,>hue,>spectral):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("x^3-y^2",&gt;contour,&gt;hue,&gt;spectral): ...

```

```

>plot2d("x^3-y^2",level=0,contourwidth=3,>add,contourcolor=red):
Variable red not found!
Error in:
... y^2",level=0,contourwidth=3,&gt;add,contourcolor=red): ...

>z=z+normal(size(z))*0.2;
>plot2d(z,level=0.5,a=-1,b=2,c=-2,d=1):

```

```
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(z,level=0.5,a=-1,b=2,c=-2,d=1): ...
```

```
>plot2d(expr,level=[0:0.2:5;0.05:0.2:5.05],color=lightgray):
Variable lightgray not found!
Error in:
... xpr,level=[0:0.2:5;0.05:0.2:5.05],color=lightgray
```

```
> plot2d("x2+y3+x*y",level=1,r=4,n=100):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("x2+y3+x*y",level=1,r=4,n=100): ...
```

```
>plot2d("x2+2*y2-x*y",level=0:0.1:10,n=100,contourcolor=white,>hue):
Variable white not found!
Error in:
... *y2-x*y",level=0:0.1:10,n=100,contourcolor=white
```

Juga dimungkinkan untuk mengisi set

lateks: $a \leq f(x, y) \leq b$

dengan rentang tingkat.

Dimungkinkan untuk mengisi wilayah nilai untuk fungsi tertentu. Untuk ini, level harus berupa matriks 2xn. Baris pertama adalah batas bawah dan baris kedua berisi batas atas.

```
>plot2d(expr,level=[0;1],style="-",color=blue): // 0 <= f(x,y)
<= 1
Variable blue not found!
Error in:
plot2d(expr,level=[0;1],style="-",color=blue): // 0 &
```

Plot implisit juga dapat menunjukkan rentang level. Kemudian level harus berupa matriks 2xn dari interval level, di mana baris

pertama berisi awal dan baris kedua adalah akhir dari setiap interval. Atau, vektor baris sederhana dapat digunakan untuk level, dan parameter `dl` memperluas nilai level ke interval.

```
>plot2d("x^4+y^4",r=1.5,level=[0;1],color=blue,style="/"):
Variable blue not found!
Error in:
plot2d("x^4+y^4",r=1.5,level=[0;1],color=blue,style="/"):
^

>plot2d("x^2+y^3+x*y",level=[0,2,4;1,3,5],style="/",r=2,n=100):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... y^3+x*y",level=[0,2,4;1,3,5],style="/",r=2,n=100): ...
^

>plot2d("x^2+y^3+x*y",level=-10:20,r=2,style="-",dl=0.1,n=100):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... y^3+x*y",level=-10:20,r=2,style="-",dl=0.1,n=100): ...
^

>plot2d("sin(x)*cos(y)",r=pi,>hue,>levels,n=100):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("sin(x)*cos(y)",r=pi,>hue,>levels,n=100): ...
^
```

Dimungkinkan juga untuk menandai suatu wilayah

lateks: $a \leq f(x, y) \leq b$.

Ini dilakukan dengan menambahkan level dengan dua baris.

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3,...
> style="#",color=red,<outline,...
> level=[-2;0],n=100):
Variable red not found!
Error in:
... ^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, style="#",color=red,&lt;
```


Dimungkinkan untuk menentukan level tertentu. Misalnya, kita dapat memplot solusi persamaan seperti

```
lateks: x^3-xy+x^2y^2=6
```

```
>plot2d("x^3-x*y+x^2*y^2",r=6,level=1,n=100):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("x^3-x*y+x^2*y^2",r=6,level=1,n=100): ...
```

```
>function starplot1 (v, style="/", color=green, lab=none) ...
```

```
>
```

```
Variable green not found!
```

```
Error in:
```

```
function starplot1 (v, style="/", color=green, lab=none) ...
```

Tidak ada kotak atau sumbu kutu di sini. Selain itu, kami menggunakan jendela penuh untuk plot.

Kami memanggil reset sebelum kami menguji plot ini untuk mengembalikan default grafis. Ini tidak perlu, jika Anda yakin plot Anda berhasil.

```
>reset; starplot1(normal(1,10)+5,color=red,lab=1:10):
```

```
Variable reset not found!
```

```
Error in:
```

```
reset; starplot1(normal(1,10)+5,color=red,lab=1:10):
```

Terkadang, Anda mungkin ingin merencanakan sesuatu yang tidak dapat dilakukan plot2d, tetapi hampir.

Dalam fungsi berikut, kami melakukan plot impuls logaritmik. plot2d dapat melakukan plot logaritmik, tetapi tidak untuk batang impuls.

```
>function logimpulseplot1 (x,y) ...
```

```
{x0,y0}=makeimpulse(x,log(y)/log(10));
```

```
plot2d(x0,y0,>bar,grid=0);
```

```
h=holding(1);
```

```

frame();
xgrid(ticks(x));
p=plot();
for i=-10 to 10;
    if i<=p[4] and i>=p[3] then
        ygrid(i,yt="10^"+i);
    endif;
end;
holding(h);
endfunction

```

Mari kita uji dengan nilai yang terdistribusi secara eksponensial.

```

>asplot(1.5); x=1:10; y=-log(random(size(x)))*200; ...
> logimpulseplot1(x,y):
Function makeimpulse not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
logimpulseplot1:
    {x0,y0}=makeimpulse(x,log(y)/log(10));

```

Mari kita menganimasikan kurva 2D menggunakan plot langsung. Perintah plot(x,y) hanya memplot kurva ke jendela plot. setplot(a,b,c,d) mengatur jendela ini.

Fungsi wait(0) memaksa plot untuk muncul di jendela grafik. Jika tidak, menggambar ulang terjadi dalam interval waktu yang jarang.

```

>function animliss (n,m) ...
t=linspace(0,2pi,500);
f=0;
c=framecolor(0);
l=linewidth(2);
setplot(-1,1,-1,1);
repeat
    clg;
    plot(sin(n*t),cos(m*t+f));
    wait(0);
    if testkey() then break; endif;
    f=f+0.02;
endrepeat

```

```
end;  
framecolor(c);  
linewidth(1);  
endfunction
```

Tekan sembarang tombol untuk menghentikan animasi ini.

>animliss(2,3); // lihat hasilnya, jika sudah puas, tekan ENTER

Built-in function `setplot` needs 1 argument (got 4)!
Try "trace errors" to inspect local variables after e
animliss:

```
setplot(-1,1,-1,1);
```


PLOT LOGARITMIK

EMT menggunakan parameter "logplot" untuk skala logaritmik.

Plot logaritma dapat diplot baik menggunakan skala logaritma dalam y dengan logplot=1, atau menggunakan skala logaritma dalam x dan y dengan logplot=2, atau dalam x dengan logplot=3.

- logplot=1: y-logaritma
- logplot=2: x-y-logaritma
- logplot=3: x-logaritma

```
>plot2d("exp(x3-x)*x2",1,5,logplot=1):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("exp(x3-x)*x2",1,5,logplot=1): ...  
^
```

```
>plot2d("exp(x+sin(x))",0,100,logplot=1):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("exp(x+sin(x))",0,100,logplot=1): ...  
^
```

```
>plot2d("exp(x+sin(x))",10,100,logplot=2):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("exp(x+sin(x))",10,100,logplot=2): ...  
^
```

```
>plot2d("gamma(x)",1,10,logplot=1):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("gamma(x)",1,10,logplot=1): ...  
^
```

```

>plot2d("log(x*(2+sin(x/100)))",10,1000,logplot=3):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d("log(x*(2+sin(x/100)))",10,1000,logplot=3): ...

```

Ini juga berfungsi dengan plot data.

```

>x=10^(1:20); y=x^2-x;
>plot2d(x,y,logplot=2):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,y,logplot=2): ...
>

```

RUJUKAN LENGKAP FUNGSI PLOT2D()

function plot2d (xv, yv, btest, a, b, c, d, xmin, xmax, r, n, ..
logplot, grid, frame, framecolor, square, color, thickness, style, ..
auto, add, user, delta, points, addpoints, pointstyle, bar, histogram, ..
distribution, even, steps, own, adaptive, hue, level, contour, ..
nc, filled, fillcolor, outline, title, xl, yl, maps, contourcolor, ..
contourwidth, ticks, margin, clipping, cx, cy, insimg, spectral, ..
cgrid, vertical, smaller, dl, niveau, levels)

Multipurpose plot function for plots in the plane (2D plots). This function can do plots of functions of one variables, data plots, curves in the plane, bar plots, grids of complex numbers, and implicit plots of functions of two variables.

Parameters

x,y : equations, functions or data vectors

a,b,c,d : Plot area (default a=-2,b=2)

r : if r is set, then a=cx-r, b=cx+r, c=cy-r, d=cy+r

r can be a vector [rx,ry] or a vector [rx1,rx2,ry1,ry2]

xmin,xmax : range of the parameter for curves

auto : Determine y-range automatically (default)

square : if true, try to keep square x-y-ranges

n : number of intervals (default is adaptive)

grid : 0 = no grid and labels,

1 = axis only,

2 = normal grid (see below for the number of cells)

3 = inside axis

4 = no grid

5 = full grid including margin

6 = ticks at the frame

7 = axis only

8 = axis only, sub-ticks

frame : 0 = no frame

framecolor: color of the frame and the grid

margin : number between 0 and 0.4 for the margin around the

plot

color : Color of curves. If this is a vector of colors,

it will be used for each row of a matrix of plots.

point plots, it should be a column vector. If a row

full matrix of colors is used for point plots, it

each data point.

thickness : line thickness for curves

This value can be smaller than 1 for very thin lines

style : Plot style for lines, markers, and fills.

For points use

"[]", "<>", ".", "..", "...",

"*", "+", "|", "-", "o"

"[]#", "<>#", "o#" (filled shapes)

"[]w", "<>w", "ow" (non-transparent)

For lines use

"-", "--", "-.", ".", ".-.", "-.-", "->"

For filled polygons or bar plots use

"#", "#O", "O", "/", "\", "\/",

"+", "|", "-", "t"

points : plot single points instead of line segments

addpoints : if true, plots line segments and points

add : add the plot to the existing plot

user : enable user interaction for functions

delta : step size for user interaction

bar : bar plot (x are the interval bounds, y the interval values)

histogram : plots the frequencies of x in n subintervals

distribution=n : plots the distribution of x with n subintervals

even : use inter values for automatic histograms.

steps : plots the function as a step function (steps=1,2)

adaptive : use adaptive plots (n is the minimal number of steps)

level : plot level lines of an implicit function of two variables

outline : draws boundary of level ranges.

If the level value is a 2xn matrix, ranges of levels will be drawn in the color using the given fill style. If outline is true, it will be drawn in the contour color. Using this feature, regions of $f(x,y)$ between limits can be marked.

hue : add hue color to the level plot to indicate the function

value

contour : Use level plot with automatic levels

nc : number of automatic level lines

title : plot title (default “”)

x1, y1 : labels for the x- and y-axis

smaller : if >0, there will be more space to the left for labels.

vertical :

Turns vertical labels on or off. This changes the global variable `verticallabels` locally for one plot. The value 1 sets only vertical text, the value 2 uses vertical numerical labels on the y axis.

filled : fill the plot of a curve

fillcolor : fill color for bar and filled curves

outline : boundary for filled polygons

logplot : set logarithmic plots

1 = logplot in y,

2 = logplot in xy,

3 = logplot in x

own :

A string, which points to an own plot routine. With >user, you get

the same user interaction as in `plot2d`. The range will be set before each call to your function.

maps : map expressions (0 is faster), functions are always mapped.

contourcolor : color of contour lines

contourwidth : width of contour lines

clipping : toggles the clipping (default is true)

title :

This can be used to describe the plot. The title will appear above the plot. Moreover, a label for the x and y axis can be added with `xl="string"` or `yl="string"`. Other labels can be added with the functions `label()` or `labelbox()`. The title can be a unicode string or an image of a Latex formula.

cgrid :

Determines the number of grid lines for plots of complex grids. Should be a divisor of the the matrix size minus 1 (number of subintervals). `cgrid` can be a vector `[cx,cy]`.

Overview

The function can plot

- expressions, call collections or functions of one variable,
- parametric curves,
- x data against y data,
- implicit functions,
- bar plots,
- complex grids,
- polygons.

If a function or expression for `xv` is given, `plot2d()` will compute values in the given range using the function or expression. The expression must be an expression in the variable `x`. The range must

be defined in the parameters `a` and `b` unless the default range `[-2,2]` should be used. The `y`-range will be computed automatically,

unless `c` and `d` are specified, or a radius `r`, which yields the range `[-r,r]` for `x` and `y`. For plots of functions, `plot2d` will use an adaptive evaluation of the function by default. To speed up the

plot for complicated functions, switch this off with `<adaptive`, and

optionally decrease the number of intervals `n`. Moreover, `plot2d()`

will by default use mapping. I.e., it will compute the plot element

for element. If your expression or your functions can handle a vector `x`, you can switch that off with `<maps` for faster evaluation.

Note that adaptive plots are always computed element for element.

If functions or expressions for both `xv` and for `yv` are specified, `plot2d()` will compute a curve with the `xv` values as x-coordinates

and the `yv` values as y-coordinates. In this case, a range should be

defined for the parameter using `xmin`, `xmax`. Expressions contained

in strings must always be expressions in the parameter variable `x`.

DAFTAR ISIPlot 3D

unicodehyperref hyphensurl []book xcolor amsmath,amssymb
iftex [T1]fontenc [utf8]inputenc textcomp lmodern upquote []microtype
[protrusion]basicmath parskip bookmark xurl

TUGAS APLIKOM PLOT 3D_AZIFAH AZKA APRILIANA_MATB

Tugas Aplikasi Komputer

Nama :Azifah Azka Apriliana

NIM :23030630006

Kelas :Matematika

MENG GAMBAR PLOT 3D DENGAN EMT

Ini adalah pengenalan plot 3D di Euler. Kita membutuhkan plot 3D untuk memvisualisasikan fungsi dari dua variabel.

Euler menggambar fungsi tersebut menggunakan algoritma pengurutan untuk menyembunyikan bagian di latar belakang. Secara umum, Euler menggunakan proyeksi pusat. Standarnya adalah dari kuadran x-y positif menuju titik asal $x=y=z=0$, tetapi sudut $=0^\circ$ terlihat dari arah sumbu y. Sudut pandang dan tinggi dapat diubah.

Euler dapat merencanakan

- permukaan dengan bayangan dan garis level atau rentang level,
- awan poin,
- kurva parametrik,
- permukaan implisit.

Plot 3D dari suatu fungsi menggunakan plot3d. Cara termudah adalah dengan memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r mengatur kisaran plot di sekitar (0,0).

```
>aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",r=pi):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",r=pi): ...
```

1) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel dalam Bentuk

Ekspresi Langsung

Grafik fungsi dua variabel dalam bentuk ekspresi langsung adalah representasi visual dari hubungan matematis antara dua variabel independen yang dinyatakan dalam bentuk persamaan atau ekspresi matematis. Biasanya, grafik ini digunakan untuk menggambarkan hubungan antara dua variabel dalam bidang dua dimensi dan tiga dimensi. Dalam konteks ini, variabel independen (x

dan y) adalah variabel input, sedangkan variabel dependen (z) adalah variabel output yang dihasilkan oleh ekspresi matematis.

Rumus umum untuk menggambar grafik fungsi dua variabel dalam bentuk ekspresi langsung adalah:

Dalam rumus ini:

- z adalah variabel dependen yang ingin kita gambar dalam grafik.
- $f(x, y)$ adalah ekspresi matematis yang menghubungkan variabel z dengan variabel independen x dan y . Ekspresi ini dapat berupa fungsi linear, fungsi kuadrat, fungsi akar kuadrat, eksponensial, logaritma, trigonometri, nilai mutlak, atau jenis fungsi matematis lainnya, tergantung pada hubungan yang ingin diilustrasikan.

1. Grafik Fungsi Linear

Fungsi linear dua variabel biasanya dinyatakan dalam bentuk $z = ax + by + c$ dimana a, b , dan c adalah konstanta. Grafik fungsi linear ini adalah sebuah bidang datar, dan bentuknya akan bervariasi tergantung pada nilai a dan b .

Contoh:

```
>plot3d("2*x+3*y+5"):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("2*x+3*y+5") : ...  
^
```

```
>plot3d("-2*x-3*y-5"):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("-2*x-3*y-5") : ...  
^
```

```
>plot3d("5*x-7*y+9"):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:
```

```
plot3d("5*x-7*y+9"): ...
^
```

2. Grafik Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat dua variabel biasanya dinyatakan dalam bentuk $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = f$ dimana a, b, c, d, e, dan f adalah konstanta. Grafik fungsi kuadrat ini adalah sebuah permukaan yang dapat memiliki berbagai bentuk tergantung pada nilai-nilai konstantanya.

Contoh:

```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*y+8*x+3*y+1"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^2+y^2+4*x*y+8*x+3*y+1"): ...
^
```

```
>plot3d("3*x^2-y^2+7*x*y-5"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("3*x^2-y^2+7*x*y-5"): ...
^
```

3. Grafik Fungsi Akar Kuadrat

Grafik fungsi akar kuadrat dua variabel adalah grafik permukaan yang menggambarkan jarak titik (x, y) dari titik asal (0, 0) dalam ruang tiga dimensi.

Contoh:

```
>plot3d("sqrt(x^2+y^2)"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sqrt(x^2+y^2)"): ...
^
```

```
>plot3d("sqrt(2*x^2+7*y^2)"):
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sqrt(2*x^2+7*y^2)"): ...
^
```

```
>plot3d("sqrt(10*x^2+y^2)"):

```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sqrt(10*x^2+y^2)"): ...
^
```

4. Grafik Fungsi Eksponensial

Fungsi eksponensial dua variabel bisa dinyatakan dimana a dan b adalah konstanta, x dan y adalah variabel. Fungsi ini menggambarkan pertumbuhan eksponensial yang bergantung pada nilai x dan y .

Contoh:

```
>plot3d("2*3^(x*y)"):

```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("2*3^(x*y)"): ...
^
```

```
>plot3d("-3*8^(x*y)"):

```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("-3*8^(x*y)"): ...
^
```

5. Grafik Fungsi Logaritma

Grafik fungsi logaritma dua variabel adalah grafik yang menggambarkan nilai logaritma dari suatu ekspresi yang melibatkan dua variabel (biasanya x dan y). Fungsi logaritma dua variabel ini dinyatakan sebagai

dimana b adalah basis logaritma. Basis logaritma ini dapat

berbeda-beda.

Contoh:

```
>plot3d("log(x*y)"): 
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("log(x*y) ") : ...  
^
```

```
>plot3d("log(2x*9y)"): 
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("log(2x*9y) ") : ...  
^
```

6. Grafik Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri dua variabel adalah fungsi matematika yang melibatkan operasi trigonometri (seperti sin, cos, tan) pada kedua variabel x dan y.

Contoh:

```
>plot3d("sin(x)*cos(y)"): 
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("sin(x)*cos(y) ") : ...  
^
```

```
>plot3d("sin(2x)*cos(y)"): 
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("sin(2x)*cos(y) ") : ...  
^
```

```
>plot3d("sin(x)*tan(y)"): 
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
plot3d("sin(x)*tan(y)": ...
      ^
```

```
>plot3d("cos(x)*tan(y)":
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("cos(x)*tan(y)": ...
      ^
```

```
>plot3d("cosec(x)*sec(y)":
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("cosec(x)*sec(y)": ...
      ^
```

```
>plot3d("cot(x)*cosec(y)":
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("cot(x)*cosec(y)": ...
      ^
```

7. Grafik Fungsi Nilai Mutlak

Fungsi nilai mutlak dua variabel, juga dikenal sebagai fungsi modul dua variabel, dinyatakan sebagai

dimana $g(x,y)$ adalah fungsi dua variabel.

Contoh:

```
>plot3d("abs(x^2 - y^2)":
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("abs(x^2 - y^2)": ...
      ^
```

```
>plot3d("abs(x^2 + y^2)":
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("abs(x^2 + y^2)"): ...
      ^
```

```
>plot3d("abs(-2x^2 - 5y^2)"):
      ^
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("abs(-2x^2 - 5y^2)"): ...
      ^
```

```
>plot3d("abs(x^2 - 8y^2)"):
      ^
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("abs(x^2 - 8y^2)"): ...
      ^
```

Latihan soal

Buatkan grafik dari fungsi berikut:

1.

```
>plot3d("8*x - 3*y +7"):
      ^
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("8*x - 3*y +7"): ...
      ^
```

2.

```
>plot3d("cos(5*x)*sin(9*y)"):
      ^
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("cos(5*x)*sin(9*y)"): ...
      ^
```

3.

```
>plot3d("sqrt(x^2+20*y^2)"):
      ^
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("sqrt(x^2+20*y^2)") : ...
^
```

2) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Rumusnya Disimpan

dalam Variabel Ekspresi

Apa yang dimaksud dengan Grafik Fungsi Dua Variabel?

Grafik fungsi dua variabel adalah representasi visual dari hubungan antara sebuah fungsi matematika dengan dua variabel independen (biasanya disebut sebagai “x” dan “y”) dan variabel dependen (biasanya disebut sebagai “z” atau “f(x, y)”).

Dalam grafik ini, sumbu x dan sumbu y digunakan untuk menggambarkan nilai-nilai dua variabel independen, sementara permukaan atau grafik 3D digunakan untuk menggambarkan nilai-nilai variabel dependen yang dihasilkan oleh fungsi tersebut.

Grafik fungsi dua variabel membantu memvisualisasikan bagaimana nilai variabel dependen (z) berubah seiring perubahan kedua variabel independen (x dan y) sesuai dengan aturan fungsi tersebut.

Fungsi matematika yg terlibat dalam Menggambar Grafik

Fungsi Dua Variabel

1. Fungsi Linear

Bentuk umum

$f(x, y) = ax + by + c$, di mana a, b, dan c adalah konstanta.

Grafiknya adalah bidang datar.

2. Fungsi Kuadratik

Bentuk umum $f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$.

Grafiknya dapat berupa permukaan yang berbentuk paraboloid, baik terbuka ke atas atau ke bawah.

3. Fungsi Trigonometri

Bentuk umum sinus dan cosinus

$$(x, y) = \sin(x) + \cos(y)$$

akan menghasilkan permukaan yang berulang-ulang naik dan turun.

4. Fungsi Pecahan

Bentuk umum $f(x, y) = g(x, y) / h(x, y)$, di mana $g(x, y)$ dan $h(x, y)$ adalah fungsi-fungsi lain.

grafiknya dapat menghasilkan berbagai pola yang tergantung pada sifat fungsi g dan h .

Menggambar Grafik Fungsi

Perintah yang digunakan untuk menggambar grafik fungsi dalam EMT yaitu dengan menggunakan `plot3d`.

Untuk menampilkan grafik, akhiri perintah `plot3d` dengan tanda `(:)`.

Tanda `(:)` akan menampilkan grafik di layar yang berbeda.

```
>plot3d("x^2+y^2"):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("x^2+y^2"): ...  
^
```

```
>plot3d("x^3+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("x^3+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi): ...  
^
```

Menyimpan Variabel Ekspresi

Untuk menyimpan sebuah fungsi, dapat dilakukan dengan menggunakan perintah `function`. Lalu, ketika ingin memanggil atau membuat grafik dari fungsi tersebut, cukup dengan memanggil nama fungsi tersebut.

```
>function a(x,y):= x^2+y^3
```

```
>plot3d("a"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("a"): ...
      ^
```

```
>function f(x,y):= x3-y2
>plot3d("f"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("f"): ...
      ^
```

Contoh Latihan Soal

```
>function f(x,y):= x3+y4
>plot3d("f"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("f"): ...
      ^
```

```
>plot3d("a",>user,...
> title="Turn with the vector keys (press return to finish)":
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... n with the vector keys (press return to finish)": ...
      ^
```

Perintah ini mengizinkan pengguna untuk menggambar grafik 3D dari fungsi yang mereka masukkan sendiri, serta memberikan petunjuk interaktif tentang cara berinteraksi dengan grafik. Pengguna dapat memutar tampilan grafik menggunakan tombol arah pada keyboard, dan menekan "return" untuk menyelesaikan interaksi.

```
>plot3d("a",r=5,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("a",r=5,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3): ...
```

perintah ini akan menggambar grafik tiga dimensi dari fungsi “a” dalam rentang x dan y dari -5 hingga 5, dengan 80 titik untuk detail yang lebih halus. Nilai fungsi akan diperbesar 4 kali, dan grafik akan ditampilkan dengan skala 1.2 untuk tampilan yang lebih jelas. Bingkai grafis akan ditentukan oleh parameter frame=3.

```
>view
[5, 2.6, 2, 0.4]
>plot3d("a",distance=3,zoom=2,angle=0,height=0):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("a",distance=3,zoom=2,angle=0,height=0): ...
```

```
>plot3d("x4+y2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°,...
> center=[0.4,0,0],zoom=5):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 1,angle=-20°,height=20°, center=[0.4,0,0],zoom=5)
```

```
>plot3d("a",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°,...
> center=[0,0,-2],frame=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... distance=13,height=50°, center=[0,0,-2],frame=3)
```

```
>plot3d("a",r=5,>polar,...
> fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue):
Variable blue not found!
Error in:
```

```
... r, fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue
^
>plot3d("x","a","y",r=2,zoom=3.5,frame=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x", "a", "y", r=2, zoom=3.5, frame=3): ...
^
```

FUNGI LINEAR

```
>function e(x,y):= 20x+10y-5
>plot3d("e"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("e"): ...
^
```

```
>plot3d("e",>user,...
> title="Turn with the vector keys (press return to finish)":
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... n with the vector keys (press return to finish)": ...
^
```

```
>plot3d("e",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("e", r=10, n=80, fscale=4, scale=1.2, frame=3): ...
^
```

```
>view
[5, 2.6, 2, 0.4]
>plot3d("e",distance=3,zoom=2,angle=0,height=0):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
```

```

Error in:
plot3d("e", distance=3, zoom=2, angle=0, height=0): ...
^

>plot3d("e",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°,...
> center=[0.4,0,0],zoom=5):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 1,angle=-20°,height=20°, center=[0.4,0,0],zoom=5)

>plot3d("e",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°,...
> center=[0,0,-2],frame=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... , distance=13,height=50°, center=[0,0,-2],frame=3)

>plot3d("e",r=5,>polar,...
> fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=gray):
Variable gray not found!
Error in:
... r, fscale=2,&gt;hue,n=100,zoom=4,&gt;contour,color=gray)

>plot3d("x","e","y",r=2,zoom=3.5,frame=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x","e","y",r=2,zoom=3.5,frame=3): ...
^

```

FUNGSI TRIGONOMETRI

```

>function f(x,y):= sin(x+y)
>plot3d("f")
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!

```

```
Error in:
plot3d("f") ...
```

```
    >plot3d("f",>user,...
> title="Turn with the vector keys (press return to finish)");
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... n with the vector keys (press return to finish)": ...
```

```
    >plot3d("f",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("f",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3): ...
```

```
    >view
```

```
[5, 2.6, 2, 0.4]
```

```
    >plot3d("f",distance=3,zoom=2,angle=0,height=0):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("f",distance=3,zoom=2,angle=0,height=0): ...
```

```
    >plot3d("f",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°,...
```

```
> center=[0.4,0,0],zoom=5):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... 1,angle=-20°,height=20°, center=[0.4,0,0],zoom=5): ...
```

```
    >plot3d("f",r=5,>polar,...
```

```
> fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=gray):
```

```
Variable gray not found!
```

```
Error in:
```

```
... r, fscale=2,&gt;hue,n=100,zoom=4,&gt;contour,colo
```

3) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Fungsinya

Didefinisikan sebagai Fungsi Numerik

Sebelum masuk ke cara memvisualisasikan grafik, perlu diketahui apa itu fungsi dua variabel dan apa itu fungsi numerik.

Fungsi Dua Variabel

Fungsi dua variabel adalah jenis fungsi di mana ada dua variabel bebas (biasanya dinotasikan sebagai x dan y) yang menentukan nilai dari fungsi tersebut. Dengan kata lain, untuk setiap kombinasi nilai dari x dan y , fungsi ini akan menghasilkan satu nilai output tertentu. Fungsi dari dua variabel yang mana setiap kombinasi nilai dari kedua variabel tersebut menghasilkan sebuah nilai tunggal.

Fungsi Numerik

Fungsi dimana setiap pasangan variabel independen adalah angka atau bilangan nyata. Secara sederhana, ketika memasukkan angka atau bilangan nyata ke variabel-variabel dalam fungsi maka hasil akhir yang dihasilkan juga angka atau bilangan nyata, bukan simbol atau ekspresi yang belum dihitung.

Contoh:

ada fungsi

Ketika kita memasukkan bilangan nyata ke x dan y maka akan dihasilkan suatu bilangan nyata juga. Misal masukkan $x=1$ dan $y=1$. Akan diperoleh

Visualisasi Grafik

Untuk memvisualisaikan fungsi dua variabel dengan fungsinya didefinisikan sebagai fungsi numerik, akan dibuat grafik 3D dengan sintaks `plot3d`. Untuk membedakan fungsi numerik dengan simbolik, pada kali ini untuk setiap fungsi numerik dua variabel hanya akan memuat variabel x dan y . Namun, dalam pemakaian secara umum, bisa digunakan variabel apapun.

Penulisan Sintaks:

1) definisikan fungsi numerik

function $f(x,y) := ax + by$ dengan a dan b adalah suatu konstanta dan fungsi tidak selalu direpresentasikan dengan f tetapi bisa dengan huruf apapun. Contoh : $g(x,y)$

2) sintaks plot3d

plot3d("f"):

Contoh Visualisasi Grafik:

1. Visualisasi grafik fungsi linear dua variabel

```
>function f(x,y):= 2*x+5*y
```

```
>plot3d("f"):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("f") : ...  
^
```

2. Visualisasi grafik fungsi kuadrat dua variabel

```
>function f(x,y):= x2+2*x*y+y2
```

```
>plot3d("f"):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("f") : ...  
^
```

3. Visualisasi Grafik Fungsi Eksponen Dua Variabel

```
>function g(x,y):= x2(2y+8)
```

```
>plot3d("g"):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("g") : ...  
^
```

4. Grafik Fungsi Logaritma Dua Variabel

```
>function f(x,y):= log(x*y)
```

```
>plot3d("f"):
```



```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("f"): ...
      ^
```

5. Grafik Fungsi Trigonometri Dua Variabel

```
>function h(x,y):= sin(x*y)*cos(y)
>plot3d("h"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("h"): ...
      ^
```

6. Grafik Fungsi Nilai Mutlak Dua Variabel

```
>function i(x,y):= abs(2x+y)
>plot3d("i"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("i"): ...
      ^
```

Latihan Soal

Buatlah visualisasi grafik dari fungsi berikut ini!

```
>function f(x,y):=2^x+3*y
>plot3d ("f"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d ("f"): ...
      ^
```

```
>function g(x,y):= sin(x^2*y+1)
>plot3d("g"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
plot3d("g"): ...
      ^
      >function h(x,y):=abs(4*x + sin(y^3+1))
      >plot3d("h"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("h"): ...
      ^
```

4) Menggambar Grafik Fungsi Dua Variabel yang Fungsinya

Didefinisikan sebagai Fungsi Simbolik

Grafik Fungsi dua variabel yang fungsinya didefinisikan sebagai fungsi simbolik adalah suatu grafik yang memvisualisasikan Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) dalam koordinat kartesius dengan fungsinya merupakan fungsi simbolik.

Proses visualisasi ini memungkinkan Kita untuk melihat dan memahami bagaimana fungsi tersebut berperilaku dalam tiga dimensi.

Sedangkan yang dimaksud dengan fungsi simbolik yaitu fungsi yang didefinisikan dalam bentuk matematika simbolik, artinya kita memiliki ekspresi matematika yang menggambarkan hubungan antara dua variabel. misalnya, jika kita memiliki fungsi

kita dapat menggambar grafiknya untuk melihat bentuk permukaan yang dihasilkan oleh fungsi ini dalam tiga dimensi. Grafik ini mungkin akan berupa tumpukan parabola yang membentuk kerucut.

Karakteristik fungsi simbolik adalah dengan mengganti tanda $:=$ menjadi $\&=$

Perbedaan utama antara fungsi numerik dan fungsi simbolik adalah bahwa fungsi numerik memberikan hasil numerik secara langsung (menghasilkan angka), sementara fungsi simbolik memungkinkan kita untuk bekerja dengan simbol matematika sebelum menghitung nilai numeriknya. Pilihan antara keduanya tergantung pada kebutuhan analisis matematika yang kita lakukan.

Tujuan menggambar grafik fungsi dua variabel adalah untuk memahami pola, sifat, dan hubungan antara dua variabel tersebut secara visual, yang dapat membantu dalam analisis dan pemahaman masalah matematika atau ilmu pengetahuan yang melibatkan fungsi ini.

Langkah-langkah Membuat Grafik

- 1) Definisikan fungsinya terlebih dahulu. Tentukan fungsi dua variabel yang akan divisualisasikan dalam bentuk simbolik.

Misal diambil fungsi

Maka perintah yang dapat dituliskan yaitu:

```
>function f(x,y)&= x2+y2;
```

- 2) Panggil fungsinya

```
>plot3d("f(x,y)":
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("f(x,y)"): ...  
^
```

- 3) Tentukan rentang variabelnya

```
>plot3d("f(x,y",-5,5,0,6*pi):
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("f(x,y)",-5,5,0,6*pi): ...  
^
```

Membuat Grafik Fungsi Linear

```
>function g(x,y) &= x+3*y;
```

```
>plot3d("g(x,y)":
```

```
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("g(x,y)"): ...  
^
```

```
>function M(x,y) &= -2*x-4*y;
```

```
>plot3d("M(x,y)":
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("M(x,y) "): ...  
^
```

Rentang variabel:

```
>plot3d("M(x,y)",-2,2,0,6*pi):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("M(x,y) ",-2,2,0,6*pi): ...  
^
```

Membuat Grafik Fungsi Kuadrat

```
>function Q(x,y) &= x^2 - y^2;
```

```
>plot3d("Q(x,y)":
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("Q(x,y) "): ...  
^
```

```
>function P(x,y) &= 3*x^2-4*x*y+2*y^2;
```

```
>plot3d("P(x,y)":
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("P(x,y) "): ...  
^
```

Rentang variabel:

```
>plot3d("P(x,y)",-10,10,0,9*pi):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("P(x,y) ",-10,10,0,9*pi): ...
```

Membuat Grafik Fungsi Akar Kuadrat

```
>function A(x,y) &= sqrt(10*x2+2*y2);  
>plot3d("A");  
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("A"): ...  
^
```

```
>function W(x,y) &= sqrt(x2+2*y2);  
>plot3d("W");  
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("W"): ...  
^
```

Rentang Variabel:

```
>plot3d("W(x,y)",-20,100,0,5*pi);  
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("W(x,y)",-20,100,0,5*pi): ...  
^
```

Membuat Grafik Fungsi Eksponensial

```
>function F(x,y) &= 9*12^(x*y);  
>plot3d("F");  
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot3d("F"): ...  
^
```

```
>function H(x,y) &= 5*-12^(x*y);  
>plot3d("H");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("H"): ...
      ^
```

```
>function T(x,y) &= -21*-5^(x*y);
>plot3d("T");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("T"): ...
      ^
```

Membuat Grafik Fungsi Logaritma

```
>function B(x,y) &= log(x*2*y);
>plot3d("B");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("B"): ...
      ^
```

```
>function C(x,y) &= log(30*x*5*y);
>plot3d("C");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("C"): ...
      ^
```

Membuat Grafik Fungsi Trigonometri

```
>function D(x,y) &= sin(2*x)*cos(3*y);
>plot3d("D");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```

plot3d("D"): ...
      ^
      >function J(x,y) &= sin(2*x)*tan(y);
      >plot3d("J"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("J"): ...
      ^
      >function G(x,y) &= sec(2*x)*cot(y);
      >plot3d("G"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("G"): ...
      ^

```

Membuat Grafik Fungsi Nilai Mutlak

```

      >function T(x,y) &= abs(2*x^2 - y^2);
      >plot3d("T"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("T"): ...
      ^
      >function M(x,y) &= abs(-10*x^2 - 3*y^2);
      >plot3d("M"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("M"): ...
      ^

```

Rentang Variabel :

```

      >plot3d("M(x,y)",-15,2,0,8*pi):
Function plot3d not found.

```

```
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("M(x,y)", -15, 2, 0, 8*pi): ...
      ^
```

Latihan

Buatlah grafik dari fungsi berikut:

```
>function A(x,y) &= x2*y+3*y2;
>plot3d ("A"):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d ("A"): ...
      ^
```

```
>function B(x,y)&= y2-2*x2*y+4*x3+20*x2;
>plot3d("B"):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("B"): ...
      ^
```

```
>function C(x,y)&= cosec(9*x)-tan(2*y);
>plot3d ("C"):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d ("C"): ...
      ^
```

Beri rentang variabel untuk fungsi C(x,y):

```
-100,50,0,2*pi
>plot3d("C(x,y)",-100,50,0,2*pi):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("C(x,y)", -100, 50, 0, 2*pi): ...
```


5) Menggambar Data x, y, z pada ruang Tiga Dimensi (3D)

Menggambar data pada ruang tiga dimensi (3D) adalah proses visualisasi data yang mengubah informasi dalam tiga dimensi, yaitu panjang, lebar, dan tinggi, menjadi representasi visual yang dapat dipahami dan dianalisis.

Tujuan dari menggambar data 3D adalah untuk membantu pemahaman dan

interpretasi data yang lebih baik, terutama ketika data tersebut memiliki komponen yang tidak dapat direpresentasikan dengan baik dalam dua dimensi.

Sama seperti plot2d, plot3d menerima data. Untuk objek 3D, kita perlu menyediakan matriks nilai x -, y - dan z , atau tiga fungsi atau ekspresi $fx(x,y)$, $fy(x,y)$, $fz(x,y)$.

Karena x,y,z adalah matriks, kita asumsikan bahwa (t,s) melalui sebuah kotak persegi. Hasilnya, kita dapat memplot gambar persegi panjang di ruang angkasa.

Kita dapat menggunakan bahasa matriks Euler untuk menghasilkan koordinat secara efektif.

Dalam contoh berikut, kami menggunakan vektor nilai t dan vektor kolom nilai s untuk membuat parameter permukaan bola. Dalam gambar kita dapat menandai daerah, dalam kasus kita daerah kutub.

Contoh 1 grafik fungsi

```
>t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s):  
Function plot3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s): ...  
^
```

Penjelasan sintaks dari plot

- plot3d = membawa euler untuk mengetahui perintah apa yang harus dilakukan

- ("...") = tempat kita untuk memasukkan perintah yang kita inginkan

Contoh 2

kita akan memebentuk plot dengan fungsi dibawah ini

```
>plot3d("x2+y2");
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^2+y^2"): ...
^
```

Selanjutnya kita akan menggambar garis pada plot dengan menggunakan grid

```
>plot3d("x2+y2",grid=2):
```

```
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^2+y^2",grid=2): ...
^
```

Jika kita ingin memodifikasi plot dengan menambahkan warna pada plot, bisa menggunakan fillcolor.

Fillcolor dapat diisi dengan 1 warna yang sama atau 2 warna yang berbeda

```
>plot3d("x2+y2",grid= 2,fillcolor=[blue,blue]):
```

```
Variable blue not found!
Error in:
plot3d("x^2+y^2",grid= 2,fillcolor=[blue,blue]): ...
^
```

Contoh 3

Jika kita ingin membuat plot 3d pada fungsi

kita bisa menggunakan perintah seperti dibawah ini

```
>plot3d("2x2+y3",grid=10,>hue, color=red);
```

```
Variable red not found!
Error in:
```

```
plot3d("2x^2+y^3",grid=10,&gt;hue, color=red); ...
      ^
```

```
>insimg()
```

```
Built-in function insimg needs 4 arguments (got 0)!
```

```
Error in:
```

```
insimg() ...
```

```
^
```

Jika kita mau menebalkan warna pada gambar diatas makam bisa menggunakan perintah

```
>plot3d("2x^2+y^3",grid=10,fillcolor=[red,red]);
```

```
Variable red not found!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("2x^2+y^3",grid=10,fillcolor=[red,red]); ...
      ^
```

```
>insimg()
```

```
Built-in function insimg needs 4 arguments (got 0)!
```

```
Error in:
```

```
insimg() ...
```

```
^
```

Contoh 4

Tentu saja, titik cloud juga dimungkinkan. Untuk memplot data titik dalam ruang, kita membutuhkan tiga vektor untuk koordinat titik-titik tersebut.

```
Gayanya sama seperti di plot2d dengan points=true;
```

```
>n=500;...
```

```
> plot3d(normal(1,n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style="."): 
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style=".")
```

Contoh Soal 5

Dalam contoh berikut, kita membuat tampilan bayangan dari bola yang

terdistorsi. Koordinat biasa untuk bola adalah

dengan

Kami mendistorsi ini dengan sebuah faktor

```
>t=linspace(0,2pi,320); s=linspace(-pi/2,pi/2,160)';...
> d=1+0.2*(cos(4*t)+cos(8*s));...
> plot3d(cos(t)*cos(s)*d,sin(t)*cos(s)*d,sin(s)*d,hue=1,...
> light=[1,0,1],frame=0,zoom=5):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
light=[1,0,1],frame=0,zoom=5): ...
      ^
```

6) Membuat Gambar Grafik Tiga Dimensi (3D) yang

Bersifat Interaktif dan animasi grafik 3D

Membuat gambar grafik tiga dimensi (3D) yang bersifat interaktif adalah proses menciptakan visualisasi tiga dimensi yang memungkinkan pengguna berinteraksi dengan objek-objek 3D. Interaktivitas dalam gambar 3D memungkinkan pengguna untuk melakukan tindakan seperti mengubah sudut pandang, memindahkan objek, atau berinteraksi dengan elemen-elemen dalam adegan 3D. Sedangkan animasi grafik 3D dapat mencakup pergerakan, tetapi juga dapat berarti perubahan dalam tampilan atau atribut objek tanpa pergerakan fisik yang mencolok.

Interaksi user dimungkinkan dengan parameter `>user`. dengan perintah `>user` kita dapat menekan tombol berikut.

- kiri, kanan, atas, bawah: memutar sudut pandang
- +,-: memperbesar atau memperkecil
- a: menghasilkan anaglyph (lihat di bawah)
- l : tombol nyalakan sumber cahaya (lihat dibawah)

- spasi: reset ke default

- kembali: akhiri interaksi

```
>plot3d("exp(-x2+y2)",>user,...
> title="Coba gerakkan"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
title="Coba gerakkan"): ...
      ^
```

```
>plot3d("exp(x2+y2)",>user,...
> title="Coba gerakkan"):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
title="Coba gerakkan)": ...
      ^
```

Animasi 3D

```
>function testplot () := plot3d("x2+y3");...
> rotate("testplot"); testplot():
Function rotate not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
rotate("testplot"); testplot(): ...
      ^
```

Fungsi rotate yaitu untuk memutar plot.

Fungsi ini akan membuat animasi plot 3D dari fungsi

yang berputar di sekitar sumbu z dari sudut 0 hingga 360 derajat

```
>plot3d("exp(-(x2+y2)/5)",r=10,n=80,fscale=8,scale=1.2,frame=3,>user)
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... )/5)",r=10,n=80,fscale=8,scale=1.2,frame=3,>user)
```

Ada beberapa parameter untuk menskalakan fungsi atau

mengubah tampilan grafik.

`fscale`: menskalakan ke nilai fungsi (defaultnya adalah `<fscale`).

`scale`: angka atau vektor 1x2 untuk diskalakan ke arah x dan y.

`frame`: jenis bingkai (default 1).

```
>plot3d("x^2+y",distance=10,zoom=5,angle=0,height=5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... ot3d("x^2+y",distance=10,zoom=5,angle=0,height=5): ...  
^
```

Tampilan dapat diubah dengan berbagai cara.

- `distance`: jarak pandang ke plot.
- `zoom`: nilai zoom.
- `angle`: sudut terhadap sumbu y negatif dalam radian.
- `height`: ketinggian tampilan dalam radian.

```
>plot3d("x^4+y^2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°,...
```

```
> center=[0,0,1],zoom=5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
center=[0,0,1],zoom=5): ...  
^
```

Plot selalu terlihat berada di tengah kubus plot. Kita dapat memindahkan bagian tengah dengan `center` parameter.

```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5): ...  
^
```

Parameter memutar memutar fungsi dalam x di sekitar sumbu x.

- `rotate=1`: Menggunakan sumbu x
- `rotate=2`: Menggunakan sumbu z

7) Menggambar Fungsi Parametrik Tiga Dimensi (3D)

Pengertian

Fungsi parametrik adalah jenis fungsi matematika yang menggambarkan hubungan antara dua atau lebih variabel, di mana setiap variabel dinyatakan sebagai fungsi dari satu atau lebih parameter. Fungsi parametrik digunakan untuk menggambarkan kurva, lintasan, atau hubungan antara berbagai variabel yang bergantung pada parameter-parameter tertentu.

Fungsi parametrik merupakan salah satu cara mendefinisikan kurva atau permukaan dalam ruang 2D atau 3D menggunakan satu atau lebih parameter independen.

- Dalam 2D, kurva dinyatakan sebagai $x(t)$ dan $y(t)$, di mana t adalah t
- t adalah parameter yang mengontrol posisi sepanjang kurva.
- Dalam 3D, kita menggunakan tiga persamaan parametrik untuk mendeskripsikan posisi x, y, z sebagai fungsi dari parameter t . Fungsi ini ditulis sebagai:
 - $x=f(t)$,
 - $y=g(t)$,
 - $z=h(t)$,

Contoh Soal

```
> >hue,color=red,light=[0,1,0],<frame,...  
>  
Variable red not found! Error in: >hue,color=red,light=[0,1,0],<frame,...  
... ^  
    >n=90,grid=[25,50],wirecolor=black,zoom=4):  
    >aspect(16/9); allwindow; ...  
> x:=linspace(0,2*pi,100); y:=(-1:0.1:1)'; ...  
> plot3d(sin(x)*(y/2*sin(x/2)),cos(x)*(y/2*sin(x/2)),y/2*cos(x/2), ...  
> <frame,hue=2,max=0.5,scale=1.5):
```

```

Variable allwindow not found!
Error in:
aspect(16/9); allwindow; x:=linspace(0,2*pi,100); y:=(-1:0
^
>aspect(16/9); allwindow;...
>
Variable allwindow not found! Error in: aspect(16/9); allwindow;...
... ^
>x:=linspace(0,2*pi,100); y:=(-1:0.1:1)';...
> plot3d(sin(x)*(y/2*sin(x/2)),cos(x)*(y/2*sin(x/2)),y/2*cos(x/2),...
> >lines,<frame,xmin=0,xmax=10,n=10,>user):
>reset;...
>
Variable reset not found! Error in: reset;... ... ^
>S:=normal(10,1250); plot3d(S[3],S[6],S[9],>points,style=""):
>S:=normal(10,1250); T:=cumsum(normal(10,1250));...
> plot3d(T[2],T[5],T[8],>wire,...
> linewidth=2,>anaglyph,zoom=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
linewidth=2,&gt;anaglyph,zoom=3): ...
^
>P=cumsum(normal(5,75));...
> plot3d(P[3],P[4],P[5],>anaglyph,>wire):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d(P[3],P[4],P[5],&gt;anaglyph,&gt;wire): ...
^

```

8) Menggambar Fungsi Implisit Tiga Dimensi (3D)

Fungsi implisit (implicit function) adalah fungsi yang memuat lebih dari satu variabel, berjenis variabel bebas dan variabel terikat yang berada dalam satu ruas sehingga tidak bisa dipisahkan pada ruas yang berbeda.

(1 persamaan dan 3 variabel), terdiri dari 2 variabel bebas dan 1 terikat

Misalnya, $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ adalah persamaan implisit yang menggambarkan bola dengan jari-jari 1 dan pusat di $(0,0,0)$.

Plot Implisit

Ada juga plot implisit dalam tiga dimensi. Euler menghasilkan pemotongan melalui objek. Fitur `plot3d` mencakup plot implisit. Plot ini menunjukkan himpunan nol suatu fungsi dalam tiga variabel.

Solusi dari

dapat divisualisasikan dalam potongan yang sejajar dengan bidang x - y , x - z , z - x dan y - z .

- implisit=1: dipotong sejajar bidang y - z
- implisit=2: dipotong sejajar dengan bidang x - z
- implisit=3: dipotong sejajar dengan bidang z - x (yang berarti
- pemotongan dilakukan dengan mempertahankan nilai y konstan)
- implisit=4: dipotong sejajar bidang x - y

Tambahkan nilai-nilai ini, jika Anda mau. Dalam contoh kita memplot

Contoh Fungsi Implisit

```
>plot3d("x^2+y^3+z*y-1",r=7,implicit=4):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("x^2+y^3+z*y-1",r=7,implicit=4): ...  
^
```

```
>plot3d("2*x^2 + 3*y^2 + z^2 - 25",r=8,implicit=2):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("2*x^2 + 3*y^2 + z^2 - 25",r=8,implicit=2): ..  
^
```

```

>plot3d("4*x^3 + 3*y^4 + 6*z^2 - 10",r=3,implicit=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ot3d("4*x^3 + 3*y^4 + 6*z^2 - 10",r=3,implicit=3): ...
^

>plot3d("x^5 + 5*y^3 + 3*z^2 - 5*x - 7*y - 5*z + 10",r=5,implicit=2):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 3 + 3*z^2 - 5*x - 7*y - 5*z + 10",r=5,implicit=2): ...
^

>plot3d("x^2 + y^2 - z^2",r=5,implicit=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^2 + y^2 - z^2",r=5,implicit=3): ...
^

>plot3d("x^3 + 2*y^2 + 3*z^3 - 4",r=5,implicit=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^3 + 2*y^2 + 3*z^3 - 4",r=5,implicit=3): ...
^

>plot3d("x^2+y^2+z^2+2*x*y+4*y*z+8*z*x-20",r=5,implicit=3):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... x^2+y^2+z^2+2*x*y+4*y*z+8*z*x-20",r=5,implicit=3): ...
^

>c=1; d=1;
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-
c^2)^2+(y^2-1)^2)-d",r=2,<frame,>implicit,>user):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!

```

Error in:

```
... -c^2)^2+(y^2-1)^2)-d", r=2, &lt;frame,&gt;implicit,
```

```
>c=1; d=1;
```

```
>plot3d("((x^2+y^2+c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)-d", r=2, <frame,>implicit,>user):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... -c^2)^2+(y^2-1)^2)-d", r=2, &lt;frame,&gt;implicit,
```

```
>plot3d("x^3+y^5+5*x*z+z^3",>implicit,r=3,zoom=2):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x^3+y^5+5*x*z+z^3", &gt;implicit, r=3, zoom=2):
```

```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3-2",>implicit,r=2,zoom=2.5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... t3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3-2", &gt;implicit, r=2, zoom=2
```

```
>plot3d("x^2*y^2+x^3+y^3*x",>implicit,r=5,zoom=2.5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... lot3d("x^2*y^2+x^3+y^3*x", &gt;implicit, r=5, zoom=2
```

```
>plot3d("x*y-z^2+2*x*y*z-0",>implicit,r=5,zoom=2.5):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... lot3d("x*y-z^2+2*x*y*z-0", &gt;implicit, r=5, zoom=2
```

Latihan soal

Gambarlah Fungsi implisit berikut dalam 3D

```
>plot3d("x^2+y^2-z^2-1",r=8,implicit=3):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x^2+y^2-z^2-1",r=8,implicit=3): ...
```

Gambarlah fungsi 3D dari fungsi implisit berikut ini

dengan $r=4$

```
>plot3d("x*y+x^3*y^2+x*z^3-9",r=4,implicit=3):
```

Function plot3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot3d("x*y+x^3*y^2+x*z^3-9", r=4, implicit=3): ...
```

9) Mengatur tampilan, warna dan sudut pandang gambar permukaan

Tiga Dimensi (3D) Dan Menampilkan kontur dan bidang kontur permukaan Tiga Dimensi(3D)

Untuk plot, Euler menambahkan garis grid. Sebagai gantinya dimungkinkan untuk menggunakan garis level dan rona satu warna atau rona berwarna spektral. Euler dapat menggambar tinggi fungsi pada plot dengan bayangan. Di semua plot 3D, Euler dapat menghasilkan anaglyph merah/sian.

-> hue: Menyalakan bayangan cahaya alih-alih kabel.

-> kontur: Memplot garis kontur otomatis pada plot.

- level=... (atau level): Sebuah vektor nilai untuk garis kontur.

Standarnya adalah level="auto", yang menghitung beberapa garis level secara otomatis. Seperti yang Anda lihat di plot, level sebenarnya adalah rentang level.

Gaya default dapat diubah. Untuk plot kontur berikut, kami menggunakan grid yang lebih halus untuk 100x100 poin, skala fungsi dan plot, dan menggunakan sudut pandang yang berbeda.

```
>plot3d("exp(-x^2-y^2)",r=2,n=100,level="thin",...
>>contour,>spectral,fscale=1,scale=1.1,angle=45°,height=20°):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... spectral,fscale=1,scale=1.1,angle=45°,height=20°)
```

```
>plot3d("exp(x*y)",angle=100°,>contour,color=green):
Variable green not found!
Error in:
plot3d("exp(x*y)",angle=100°, >contour,color=green)
^
```

Bayangan default menggunakan warna abu-abu. Tetapi rentang warna spektral juga tersedia.

- > spektral: Menggunakan skema spektral default
- color=...: Menggunakan warna khusus atau skema spektral

Untuk plot berikut, kami menggunakan skema spektral default dan menambah jumlah titik untuk mendapatkan tampilan yang sangat halus.

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot3d("x^2+y^2", >spectral, >contour,n=100): ...
^
```

Alih-alih garis level otomatis, kita juga dapat mengatur nilai garis level. Ini akan menghasilkan garis level tipis alih-alih rentang level.

```
>plot3d("x^2-y^2",0,1,0,1,angle=220°,level=-1:0.2:1,color=redgreen):
Variable redgreen not found!
Error in:
... ,0,1,0,1,angle=220°,level=-1:0.2:1,color=redgreen)
```

Dalam plot berikut, kami menggunakan dua pita level yang sangat luas dari -0,1 hingga 1, dan dari 0,9 hingga 1. Ini dimasukkan sebagai matriks dengan batas level sebagai kolom.

Selain itu, kami melapisi kisi dengan 10 interval di setiap arah.

```
>plot3d("x2+y3",level=[-0.1,0.9;0,1], ...
>>spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
Variable gray not found!
Error in:
... ,      &gt;spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
```

Dalam contoh berikut, kami memplot himpunan, di mana

Kami menggunakan satu garis tipis untuk garis level.

```
>plot3d("xy-yx",level=0,a=0,b=6,c=0,d=6,contourcolor=red,n=100):
Variable red not found!
Error in:
... xy-yx", level=0, a=0, b=6, c=0, d=6, contourcolor=red, n=100)
```

Dimungkinkan untuk menunjukkan bidang kontur di bawah plot.

Warna dan jarak ke plot dapat ditentukan.

```
>plot3d("x2+y4",>cp,cpcolor=green,cpdelta=0.2):
Variable green not found!
Error in:
plot3d("x2+y4", &gt;cp, cpcolor=green, cpdelta=0.2): ...
```

Berikut adalah beberapa gaya lagi. Kami selalu mematikan frame, dan menggunakan berbagai skema warna untuk plot dan grid.

```
>figure(2,2); ...
>expr="y3-x2"; ...
>figure(1); ...
>plot3d(expr,<frame,>cp,cpcolor=spectral); ...
>figure(2); ...
>plot3d(expr,<frame,>spectral,grid=10,cp=2); ...
>figure(3); ...
>plot3d(expr,<frame,>contour,color=gray,nc=5,cp=3,cpcolor=greenred);
```

```

...
> figure(4); ...
> plot3d(expr,<frame,>hue,grid=10,>transparent,>cp,cpcolor=gray);
...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(2,2); expr="y^3-x^2"; figure(1);      plot3d(exp
^

```

Ada beberapa skema spektral lainnya, bernomor dari 1 hingga 9. Tetapi Anda juga dapat menggunakan warna=nilai, di mana nilai

- spektral: untuk rentang dari biru ke merah
- putih: untuk rentang yang lebih redup
- kuningbiru, ungu hijau, birukuning, hijaumerah
- birukuning, hijau ungu, kuning biru, merah hijau

```

>figure(3,3); ...
> for i=1:9; ...
> figure(i); plot3d("x^2+y^2",spectral=i,>contour,>cp,<frame,zoom=4);
...
> end; ...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(3,3); for i=1:9;      figure(i); plot3d("x^2+y^2
^

```

Sumber cahaya dapat diubah dengan l dan tombol kursor selama interaksi pengguna. Itu juga dapat diatur dengan parameter.

- cahaya: arah untuk cahaya
- amb: cahaya sekitar antara 0 dan 1

Perhatikan bahwa program tidak membuat perbedaan antara sisi plot. Tidak ada bayangan. Untuk ini, Anda perlu Povray.

```

>plot3d("-x^2-y^2", ...
> hue=true,light=[0,1,1],amb=0,user=true, ...

```

```
> title="Press l and cursor keys (return to exit)");
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... title="Press l and cursor keys (return to exit)": ...  
^
```

Parameter warna mengubah warna permukaan. Warna garis level juga dapat diubah.

```
>plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false,
```

```
...
```

```
> zoom=3,contourcolor=red,level=-2:0.1:1,dl=0.01):
```

```
Function rgb not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false)  
^
```

Warna 0 memberikan efek pelangi khusus.

```
>plot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10):
```

```
Function plot3d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... lot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10): ...  
^
```

Permukaannya juga bisa transparan.

```
>plot3d("x^2+y^2",>transparent,grid=10,wirecolor=red):
```

```
Variable red not found!
```

```
Error in:
```

```
... ot3d("x^2+y^2",>transparent,grid=10,wirecolor=red):  
^
```

10) Menggambar Diagram Batang Tiga Dimensi

Bar plots/plot batang juga dimungkinkan. Untuk itu, kita harus menyediakannya

- x: vektor baris dengan n+1 elemen
- y: vektor kolom dengan n+1 elemen

- z: matriks nilai nxn.

z bisa lebih besar, tetapi hanya nilai nxn yang akan digunakan.

Dalam contoh ini, pertama-tama kita menghitung nilainya. Kemudian kita sesuaikan x dan y, sehingga vektor-vektornya berpusat pada nilai yang digunakan.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x2+y2; ...
> xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
> plot3d(xa,ya,z,bar=true):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... )-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; plot3d(xa,ya,z,bar=true)
```

```
>x=-0.01:0.1:1; y=x'; z=x+2/3*y; ...
> xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
> plot3d(xa,ya,z,bar=true):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... )-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; plot3d(xa,ya,z,bar=true)
```

```
>x=-0.01:0.1:1; y=x'; z=1/2*x+1/2*y; ...
> xa=(x|1.1); ya=(y_1.1); ...
> plot3d(xa,ya,z,bar=true):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... xa=(x|1.1); ya=(y_1.1); plot3d(xa,ya,z,bar=true)
```

Dimungkinkan untuk membagi plot suatu permukaan menjadi dua bagian atau lebih.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=1/10*x+1/10*y; d=zeros(size(x)); ...
> plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:5):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```

... d=zeros(size(x)); plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:5): ...
^
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x+y; d=zeros(size(x)); ...
> plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... d=zeros(size(x)); plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20): ...
^

```

Jika memuat atau menghasilkan matriks data M dari file dan perlu memplotnya dalam 3D, Anda dapat menskalakan matriks ke $[-1,1]$ dengan `skala(M)`, atau menskalakan matriks dengan `>zscale`. Hal ini dapat dikombinasikan dengan faktor penskalaan individual yang diterapkan sebagai tambahan.

```

>i=1:20; j=i'; ...
> plot3d(i*j^2+100*normal(20,20),>zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-
40°,zoom=1.8):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,20),&gt;zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-40°,zoom=1.8): ...
^

```

```

>Z=intrandom(5,100,6); v=zeros(5,6); ...
> loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
> columnsplot3d(v',scols=1:5,ccols=[1:5]):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 6); loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
^

```

```

>Z=intrandom(6,100,6); v=zeros(6,2); ...
> loop 1 to 6; v[#]=getmultiplicities(1:2,Z[#]); end; ...
> columnsplot3d(v',scols=1:6,ccols=[1:6]):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:

```

```
... 2); loop 1 to 6; v[#]=getmultiplicities(1:2,Z[#])
...
>Z=inrandom(7,1000,6); v=zeros(7,1);...
> loop 1 to 7; v[#]=getmultiplicities(1:1,Z[#]); end; ...
> columnsplot3d(v',scols=1:7,ccols=[1:7]):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 1); loop 1 to 7; v[#]=getmultiplicities(1:1,Z[#])
```

11) Menggambar Permukaan Benda Putar

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3,...
> style="#",color=red,<outline,...
> level=[-2;0],n=100):
Variable red not found!
Error in:
... (x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, style="#",color=red
```

>ekspresi &= (x²+y²-1)³-x²*y³; \$ekspresi

$$(y^2 + x^2 - 1)^3 - x^2 y^3$$

Kami ingin memutar kurva jantung di sekitar sumbu y. Berikut adalah ungkapan, yang mendefinisikan hati:

Selanjutnya kita atur

```
>function fr(r,a) &= ekspresi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] |
trigreduce; $fr(r,a)
Maxima said:
incorrect syntax: with is not an infix operator
ekspresi with
^
```

Error in:

```
... spresi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] | trigreduce;
```

Hal ini memungkinkan untuk mendefinisikan fungsi numerik, yang memecahkan r , jika a diberikan. Dengan fungsi itu kita dapat memplot jantung yang diputar sebagai permukaan parametrik.

```
>function map f(a) := bisect("fr",0,2;a); ...
> t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t); ...
> s=linspace(pi,2pi,100)'; ...
> plot3d(r*cos(t)*sin(s),r*cos(t)*cos(s),r*sin(t), ...
> >hue,<frame,color=red,zoom=4,amb=0,max=0.7,grid=12,height=50°):
Function bisect not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
f:
    useglobal; return bisect("fr",0,2;a)
Error in map.
Error in:
t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t);    s=linspace(pi,2pi,100)
```

Berikut ini adalah plot 3D dari gambar di atas yang diputar di sekitar sumbu z . Kami mendefinisikan fungsi, yang menggambarkan objek.

```
>function f(x,y,z) ...
r=x^2+y^2;
return (r+z^2-1)^3-r*z^3;
endfunction
>plot3d("f(x,y,z)",...
> xmin=0,xmax=1.2,ymin=-1.2,ymax=1.2,zmin=-1.2,zmax=1.4, ...
> implicit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,60,60],>anaglyph):
Function plot3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... cit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,60,60],>anaglyph):
```

12) Menggambar Grafik 3D dengan Povray di EMT

Menggambar Povray Dengan bantuan file Euler povray.e, Euler dapat menghasilkan file Povray. Hasilnya sangat bagus untuk dilihat.

Untuk dapat menjalankan sintaks dalam povray perlu menginstal Povray (32bit atau 64bit) dari <http://www.povray.org/>, dan meletakkan sub-direktori “bin” dari Povray ke pathway, atau mengatur variabel “defaultpovray” dengan path lengkap yang menunjuk ke “pvengine.exe”.

Interface Povray dari Euler menghasilkan file Povray di direktori home pengguna, dan memanggil Povray untuk mengurai file-file ini. Nama file default adalah current.pov, dan direktori default adalah eulerhome(), biasanya c:. Povray menghasilkan file PNG, yang dapat dimuat oleh Euler ke dalam buku catatan. Untuk membersihkan file-file ini, gunakan povclear().

Sintaks yang digunakan untuk menjalankan povray adalah pov3d. Fungsi pov3d memiliki komponen yang sama dengan plot3d. Ini dapat menghasilkan grafik fungsi $f(x,y)$, atau permukaan dengan koordinat X,Y,Z dalam matriks, termasuk garis level opsional. Fungsi ini memulai raytracer secara otomatis, dan memuat gambar ke dalam notebook Euler.

Selain pov3d(), ada banyak fungsi yang menghasilkan objek Povray. Fungsi-fungsi ini mengembalikan string, yang berisi kode Povray untuk objek. Untuk menggunakan fungsi ini, mulai file Povray dengan povstart(). Kemudian gunakan writeln(...) untuk menulis objek ke file gambar. Terakhir, akhiri file dengan povend(). Secara default, raytracer akan dimulai, dan PNG akan dimasukkan ke dalam notebook Euler.

Fungsi objek memiliki parameter yang disebut “look”, yang membutuhkan string dengan kode Povray untuk tekstur dan hasil akhir objek. Fungsi povlook() dapat digunakan untuk menghasilkan string ini. Ini memiliki parameter untuk warna, transparansi, Phong Shading dll.

Lingkup Povray memiliki sistem koordinat lain. Interface ini menerjemahkan semua koordinat ke sistem Povray. Jadi Anda dapat terus berpikir dalam sistem koordinat Euler dengan z menunjuk vertikal ke atas, dan x,y,z sumbu dalam arti tangan kanan.

Anda perlu memuat file povray.

```
>load povray;
```

```
Could not open povray!  
Error in:
```

```
load povray; ...  
^
```

Pastikan, direktori bin Povray ada di path. Jika tidak, edit variabel berikut sehingga berisi path ke povray yang dapat dieksekusi.

```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"  
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

Contoh Penggunaan

Akan diberikan contoh sederhana penggunaan povray pada EMT

Perintah berikut menghasilkan file povray di direktori pengguna dan menjalankan Povray untuk ray tracing file ini.

Jika memulai perintah berikut, GUI Povray akan terbuka, menjalankan file, dan menutup secara otomatis. Karena alasan keamanan, akan ditanya, apakah ingin mengizinkan file exe untuk dijalankan. Agar pertanyaan tersebut tidak muncul lagi bisa dipilih batal.

```
>pov3d("x2+y2",zoom=4);  
Function pov3d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
pov3d("x2+y2",zoom=4); ...  
^
```

hasil visualisasi fungsi dapat dibuat menjadi transparan dan menambahkan hasil akhir lainnya.

```
> pov3d("(x2+y3)",axiscolor=green,angle=30°, ...  
> look=povlook(yellow,0.2),level=-1:0.5:1,zoom=3);  
Variable green not found!  
Error in:  
pov3d("(x2+y3)",axiscolor=green,angle=30°, look=povlook  
^  
>pov3d("((x-1)2+(y+1)2)*((x+1)2+y2)/40",r=1.5, ...  
> angle=120°,level=1/40,dlevel=0.005,light=[-1,1,1],height=45°,n=50,  
...  
> <fscale,zoom=3.8);
```

```
Function pov3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ght=[-1,1,1],height=45°,n=50,    &lt;fscale, zoom=3
```

Object Povray

Contoh-contoh di atas tadi merupakan visualisasi permukaan fungsi dengan menggunakan sintaks pov3d. Untuk menghasilkan objek dalam povray perlu ditulis menjadi file povray.

Untuk menghasilkan output dimulai dengan povstart()

```
>load povray; ...
> defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
Could not open povray!
Error in:
load povray; defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\
^
```

```
>povstart(zoom=3.5)
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart(zoom=3.5) ...
^
```

```
>c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(orange)); ...
> c2=povcylinder(-povy,povy,1,povlook(yellow)); ...
> c3=povcylinder(-povz,povz,1,povlook(lightblue));
Variable povx not found!
Error in:
c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(orange)); c2=povcy
^
```

Di atas telah didefinisikan tiga silinder yang disimpan dalam string

di Euler. Fungsi povx(), povy(), dll. hanya mengembalikan vektor

[1,0,0] yang dapat digunakan sebagai gantinya.

```
>c1
Variable c1 not found!
Error in:
c1 ...
^
```

Akan ditambahkan tekstur ke objek dengan tiga warna berbeda yaitu orange, yellow, dan lightblue.

Untuk menamahkan tekstur ini dapat digunakan sintaks `povlook()`, yang mengembalikan string dengan kode Povray yang relevan. Selain menambahkan warna, ditambahkan juga transparansi dan cahaya.

```
>povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5)
Function rgb not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5) ...
^
```

```
>writeln(povintersection([c1,c2,c3]));
Variable c1 not found!
Error in:
writeln(povintersection([c1,c2,c3])); ...
^
```

```
>povend;
Variable povend not found!
Error in:
povend; ...
^
```

Contoh Lain

Akan ditampilkan fungsi untuk membuat sebuah donat

>povstart(angle=0,height=45°); //height untuk menampilkan fungsi dengan suatu derajat tertentu

```
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```



```

povstart (angle=0,height=45°); //height untuk menampilkan
^
>function povdonat (r1,r2,look="" := "torus {"+"r1+", "+"r2+look+"}"";
//fungsi untuk menampilkan sebuah donat
>writeln(povobject(povdonat(1,0.5),povlook(lightblue,>phong),xrotate(90),
Variable or function lightblue not found.
Error in:
... iteln(povobject (povdonat (1,0.5) ,povlook (lightblue,
^
>povend();
Function povend not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povend(); ...
^

```

13) Menggambar Grafik Tiga Dimensi dalam modus anaglyph

Untuk menghasilkan anaglyph untuk kacamata merah/sian, Povray harus berjalan dua kali dari posisi kamera yang berbeda. Ini menghasilkan dua file Povray dan dua file PNG, yang dimuat dengan fungsi loadanaglyph().

Tentu saja, Anda memerlukan kacamata merah/sian untuk melihat contoh berikut dengan benar.

Fungsi pov3d() memiliki sakelar sederhana untuk menghasilkan anaglyphs.

```

>pov3d("-exp(-x2-y2)/2",r=2,height=45°,>anaglyph, ...
> center=[0,0,0.5],zoom=3.5);
Function pov3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... eight=45°,&gt;anaglyph, center=[0,0,0.5],zoom=3
^

```

Jika Anda membuat adegan dengan objek, Anda perlu menempatkan generasi adegan ke dalam fungsi, dan menjalankannya dua kali dengan nilai yang berbeda untuk parameter anaglyph.

```

>function myscene ...
s=povsphere (povc,1) ;
cl=povcylinder (-povz,povz,0.5) ;
clx=povobject (cl,rotate=xrotate (90°)) ;
cly=povobject (cl,rotate=yrotate (90°)) ;
c=povbox ([-1,-1,0],1) ;
un=povunion ([cl,clx,cly,c]) ;
obj=povdifference (s,un,povlook (red)) ;
writeln (obj) ;
writeAxes () ;
endfunction

```

Fungsi povanaglyph() melakukan semua ini. Parameternya seperti di povstart() dan povend() digabungkan.

```

>povanaglyph("myscene",zoom=4.5);
Function povanaglyph not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povanaglyph ("myscene", zoom=4.5) ; ...
^

```

14) Fungsi Implisit menggunakan Povray

Povray dapat memplot himpunan di mana $f(x,y,z)=0$, seperti parameter implisit di plot3d. Namun hasilnya terlihat jauh lebih baik.

Sintaks untuk fungsinya sedikit berbeda. Anda tidak dapat menggunakan keluaran ekspresi Maxima atau Euler.

```

>load povray;
Could not open povray!
Error in:
load povray; ...
^

```

```

>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
>povstart(angle=25°,height=10°);
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!

```

```

Error in:
povstart (angle=25°, height=10°); ...
      ^

>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(blue),pov
2,2,""));
Variable or function blue not found.
Error in:
... rface ("pow (x, 2) +pow (y, 2) *pow (z, 2) -1", povlook (blue)
      ^

>povend();
Function povend not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povend(); ...
      ^

>load povray;
Could not open povray!
Error in:
load povray; ...
      ^

>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart (angle=70°, height=50°, zoom=4); ...
      ^

>writeln(povsurface("pow(x,2)*y-pow(y,3)-pow(z,2)",povlook(green)));
...
> writeAxes(); ...
> povend();
Variable or function green not found.
Error in:
... face ("pow (x, 2) *y-pow (y, 3) -pow (z, 2) ", povlook (green)
      ^

```

```
>load povray;
Could not open povray!
Error in:
load povray; ...
^
```

```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
>povstart(angle=70°,height=30°);
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart(angle=70°,height=30°); ...
^
```

```
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(red),povbox(-
2,2,""));
Variable or function red not found.
Error in:
... urface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(red),pov
^
```

```
>povend();
Function povend not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povend(); ...
^
```

Contoh lain

```
>povstart(angle=45, height=100);
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart(angle=45, height=100); ...
^
```

```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
```

```

C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,3)*pow(z,2)-1", povlook(blue),po
25,4,""));
Variable or function blue not found.
Error in:
... face("pow(x,2)+pow(y,3)*pow(z,2)-1", povlook(blue)

>povend();
Function povend not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povend(); ...
^

```

15) Menggambar Titik pada ruang Tiga Dimensi (3D)

Alih-alih fungsi, kita dapat memplot dengan koordinat. Seperti pada plot3d, kita membutuhkan tiga matriks untuk mendefinisikan objek.

Dalam contoh kita memutar fungsi di sekitar sumbu z.

```

>function f(x) := x^3-x+1; ...
> x=-1:0.01:1; t=linspace(0,2pi,8)'; ...
> Z=x; X=cos(t)*f(x); Y=sin(t)*f(x); ...
> pov3d(X,Y,Z,angle=40°,height=20°,axis=0,zoom=4,light=[10,-
5,5]);
Function pov3d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... gle=40°,height=20°,axis=0,zoom=4,light=[10,-5,5])

```

Dalam contoh berikut, kami memplot gelombang teredam. Kami menghasilkan gelombang dengan bahasa matriks Euler.

Kami juga menunjukkan, bagaimana objek tambahan dapat ditambahkan ke adegan pov3d. Untuk pembuatan objek, lihat contoh berikut. Perhatikan bahwa plot3d menskalakan plot, sehingga cocok dengan kubus satuan.

```

>r=linspace(0,1,80); phi=linspace(0,2pi,80)'; ...

```

```

> x=r*cos(phi); y=r*sin(phi); z=exp(-5*r)*cos(8*pi*r)/3; ...
> pov3d(x,y,z,zoom=5,axis=0,add=povsphere([0,0,0.5],0.1,povlook(green)),
...
> w=500,h=300);
Variable or function green not found.
Error in:
... ,axis=0,add=povsphere([0,0,0.5],0.1,povlook(green)),

```

Dengan metode bayangan canggih dari Povray, sangat sedikit titik yang dapat menghasilkan permukaan yang sangat halus. Hanya di perbatasan dan dalam bayang-bayang triknya mungkin menjadi jelas.

Untuk ini, kita perlu menambahkan vektor normal di setiap titik matriks.

```

>Z &= x^2*y^3
                2   3
                x   y

```

Persamaan permukaannya adalah $[x,y,Z]$. Kami menghitung dua turunan ke x dan y ini dan mengambil produk silang sebagai normal.

```

>dx &= diff([x,y,Z],x); dy &= diff([x,y,Z],y);

```

Kami mendefinisikan normal sebagai produk silang dari turunan ini, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```

>N &= crossproduct(dx,dy); NX &= N[1]; NY &= N[2]; NZ
&= N[3]; N,

```

```

                3                2
crossproduct([1, 0, 2 x y ], [0, 1, 3 x

```

Kami hanya menggunakan 25 poin.

```

>x=-1:0.5:1; y=x';
>pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°, ...
> xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),<shadow>;

```

Function crossproduct not found.

Try list ... to find functions!

Error in expression: crossproduct([1,0,2*x*y^3],[0,1,3*x^2

Error in:

```

pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°,    xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),

```

Berikut ini adalah simpul Trefoil yang dilakukan oleh A. Busser di Povray. Ada versi yang ditingkatkan dari ini dalam contoh.

Simpul trefoil

Untuk tampilan yang bagus dengan tidak terlalu banyak titik, kami menambahkan vektor normal di sini. Kami menggunakan Maxima untuk menghitung normal bagi kami. Pertama, ketiga fungsi koordinat sebagai ekspresi simbolik.

```
>X &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*cos(2*y); ...
> Y &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*sin(2*y); ...
> Z &= sin(x)+2*cos(3*y);
```

Kemudian kedua vektor turunan ke x dan y.

```
>dx &= diff([X,Y,Z],x); dy &= diff([X,Y,Z],y);
```

Sekarang normal, yang merupakan produk silang dari dua turunan.

```
>dn &= crossproduct(dx,dy);
```

Kami sekarang mengevaluasi semua ini secara numerik.

```
>x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

```
Variable %pi not found!
```

```
Error in:
```

```
x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

Vektor normal adalah evaluasi dari ekspresi simbolik $dn[i]$ untuk $i=1,2,3$. Sintaks untuk ini adalah `&"expression"(parameters)`. Ini adalah alternatif dari metode pada contoh sebelumnya, di mana kita mendefinisikan ekspresi simbolik NX , NY , NZ terlebih dahulu.

```
>pov3d(X(x,y),Y(x,y),Z(x,y),axis=0,zoom=5,w=450,h=350,
...
> <shadow,look=povlook(gray), ...
> xv=&"dn[1]"(x,y), yv=&"dn[2]"(x,y), zv=&"dn[3]"(x,y));
Variable or function gray not found.
Error in:
... 0, zoom=5, w=450, h=350, &lt;shadow, look=povlook(g
```

Kami juga dapat menghasilkan grid dalam 3D.

```
>povstart(zoom=4); ...
```

```

> x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; ...
> t=(0°:30°:360°)'; y=r*cos(t); z=r*sin(t); ...
> writeln(povgrid(x,y,z,d=0.02,dballs=0.05)); ...
> povend();
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart(zoom=4); x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; t=(0°:30°:360°)';
^

```

With povgrid(), curves are possible.

```

> povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); ...
> t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t); ...
> x=cos(2*pi*10*t)*r; y=sin(2*pi*10*t)*r; z=t; ...
> writeln(povgrid(x,y,z,povlook(red))); ...
> writeAxis(0,2,axis=3); ...
> povend();
Function povstart not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t);
^

```


LATIHAN SOAL

1. Buatlah plot 3D dari fungsi

dengan zoom 3 dan angle 55 derajat menggunakan povray

```
>pov3d("x3+3*y2",zoom=3,angle=55°);
```

Function pov3d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
pov3d("x3+3*y2",zoom=3,angle=55°); ...  
^
```

2. Buatlah gabungan 2 silinder dengan fungsi povx() berwarna merah dan povz() berwarna kuning dan zoom 4

```
>povstart(zoom=4)
```

Function povstart not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
povstart(zoom=4) ...  
^
```

```
>c1 = povcylinder (-povx,povx,1,povlook(red));
```

Variable povx not found!

Error in:

```
c1 = povcylinder (-povx,povx,1,povlook(red)); ...  
^
```

```
>c2 = povcylinder (-povz,povz,1,povlook(yellow));
```

Variable povz not found!

Error in:

```
c2 = povcylinder (-povz,povz,1,povlook(yellow)); ...  
^
```

```
>writeln(povintersection([c1,c2]));
```

Variable c1 not found!

Error in:

```
writeln(povintersection([c1,c2])); ...  
^
```

```
>povend();
```

```
Function povend not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
povend(); ...
```

```
^
```

```
>
```

3. Buatlah grafik 3D dari fungsi kuadrat berikut ini dengan parameter tambahan:

Tampilkan grafik tersebut dengan transparent, dan menggunakan grid dengan resolusi 50, dengan warna biru pada garis di plot tersebut

```
>plot3d("4*x2-2*y2",>transparent,grid=50,wirecolor=blue):
```

```
Variable blue not found!
```

```
Error in:
```

```
... "4*x2-2*y2",>transparent,grid=50,wirecolor=blue):
```

```
^
```

DAFTAR ISIStatistika

unicodehyperref hyphensurl []book xcolor amsmath,amssymb
iftex [T1]fontenc [utf8]inputenc textcomp lmodern upquote []microtype
[protrusion]basicmath parskip bookmark xurl

**EMT STATITIKA_AZIFAH AZKA
APRILIANA_23030630006_MATB**

Nama : Azifah Azka Apriliana

NIM : 23030630006

Kelas: Matematika B

EMT UNTUK STATISTIKA

Di buku catatan ini, kami mendemonstrasikan plot statistik utama, pengujian, dan distribusi di Euler.

Mari kita mulai dengan beberapa statistik deskriptif. Ini bukan pengantar statistik. Jadi, Anda mungkin memerlukan latar belakang untuk memahami detailnya.

Asumsikan pengukuran berikut. Kami ingin menghitung nilai rata-rata dan deviasi standar yang diukur.

```
>M=[1000,1004,998,997,1002,1001,998,1004,998,997]; ...  
> median(M), mean(M), dev(M),
```

```
Function median not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... 04,998,997,1002,1001,998,1004,998,997]; median(M)
```

Kita dapat memplot plot kotak-dan-kumis untuk datanya. Dalam kasus kami, tidak ada outlier.

```
>aspect(1.75); boxplot(M):
```

```
Function boxplot not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
aspect(1.75); boxplot(M) : ...
```

`aspect (1.75)` digunakan untuk mengatur rasio aspek dari plot (perbandingan antara lebar dan tinggi).

`boxplot(M)` digunakan untuk membuat boxplot atau diagram kotak dari data di dalam variabel `M`. Boxplot adalah visualisasi statistik yang menunjukkan persebaran data, termasuk nilai minimum, median, dan nilai maksimum.

Contoh, kita asumsikan jumlah pria berikut dalam rentang ukuran tertentu.

```
>r=155.5:4:187.5; v=[22,71,136,169,139,71,32,8];
```

Berikut adalah alur pendistribusiannya.

```
>plot2d(r,v,a=150,b=200,c=0,d=190,bar=1,style="\/"):
^
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... lot2d(r,v,a=150,b=200,c=0,d=190,bar=1,style="\/"): ...
^
```

Kita bisa memasukkan data mentah tersebut ke dalam tabel.

Tabel adalah metode untuk menyimpan data statistik. Tabel kita harus berisi tiga kolom: Awal jangkauan, akhir jangkauan, jumlah pria dalam jangkauan.

Tabel dapat dicetak dengan header. Kami menggunakan vektor string untuk mengatur header.

```
>T:=r[1:8]' | r[2:9]' | v'; writetable(T,labc=["BB","BA","Frek"])
```

Function writetable not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... 2:9]' | v'; writetable(T,labc=["BB","BA","Frek"]) ...
^
```

Jika kita memerlukan nilai rata-rata dan statistik ukuran lainnya, kita perlu menghitung titik tengah rentang tersebut. Kita bisa menggunakan dua kolom pertama tabel kita untuk ini.

Sumbol “|” digunakan untuk memisahkan kolom, fungsi “writetable” digunakan untuk menulis tabel, dengan opsi “labc” untuk menentukan header kolom.

```
>(T[,1]+T[,2])/2
```

157.5

161.5

165.5

169.5

173.5

177.5

181.5

185.5

```
>M=fold(r,[0.5,0.5])
```



```
[157.5, 161.5, 165.5, 169.5, 173.5, 177.5, 181.]
```

Sekarang kita dapat menghitung mean dan deviasi sampel dengan frekuensi tertentu.

```
>{m,d}=meandev(M,v); m, d,  
Function meandev not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
{m,d}=meandev(M,v); m, d, ...  
^
```

Mari kita tambahkan distribusi nilai normal ke diagram batang di atas. Rumus distribusi normal dengan mean m dan simpangan baku d adalah:

Karena nilainya antara 0 dan 1, maka untuk memplotnya pada bar plot harus dikalikan dengan 4 kali jumlah data.

```
>plot2d("qnormal(x,m,d)*sum(v)*4",...  
> xmin=min(r),xmax=max(r),thickness=3,add=1):  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... v)*4", xmin=min(r),xmax=max(r),thickness=3,add=1)
```


TABEL

Di direktori buku catatan ini Anda menemukan file dengan tabel. Data tersebut merupakan hasil survei. Berikut adalah empat baris pertama file tersebut. Datanya berasal dari buku online Jerman “Einführung in die Statistik mit R” oleh A. Handl.

```
>printfile("table.dat",4);  
Function printfile not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
printfile("table.dat",4); ...  
      ^
```

Tabel berisi 7 kolom angka atau token (string). Kami ingin membaca tabel dari file. Pertama, kami menggunakan terjemahan kami sendiri untuk tokennya.

Untuk ini, kami mendefinisikan kumpulan token. Fungsi `strtokens()` mendapatkan vektor string token dari string tertentu.

```
>mf=[“m”,“f”]; yn=[“y”,“n”]; ev:=strtokens(“g vg m b vb”);  
Sekarang kita membaca tabel dengan terjemahan ini.
```

Argumen `tok2`, `tok4` dll. adalah terjemahan dari kolom tabel. Argumen ini tidak ada dalam daftar parameter `readtable()`, jadi Anda perlu menyediakannya dengan “:=”.

```
>{MT,hd}=readtable("table.dat",tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=ev,tok7:=yn);  
Function readtable not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... ("table.dat",tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=ev,tok7:=yn)
```

```
>load over statistics;  
Could not open statistics!  
Error in:  
load over statistics; ...  
      ^
```

```
>writetable(MT[1:10],labc=hd,wc=5,tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=ev,tok7:=yn);
MT is not a variable!
Error in:
writetable(MT[1:10],labc=hd,wc=5,tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=e
^
```

Titik “.” mewakili nilai-nilai, yang tidak tersedia.

Jika kita tidak ingin menentukan token yang akan diterjemahkan terlebih dahulu, kita hanya perlu menentukan, kolom mana yang berisi token dan bukan angka.

```
>ctok=[2,4,5,7]; {MT,hd,tok}=readtable("table.dat",ctok=ctok);
Function readtable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... , 7]; {MT,hd,tok}=readtable("table.dat",ctok=ctok); ...
^
```

ctok=[2,4,5,7]: Ini adalah untuk menentukan kolom yang akan diambil yaitu kolom ke-2, ke-4, ke-5, dan ke-7.

```
>tok
Variable tok not found!
Error in:
tok ...
^
```

Tabel berisi entri dari file dengan token yang diterjemahkan ke dalam angka.

String khusus NA = “.” diartikan sebagai “Tidak Tersedia”, dan mendapatkan NAN (bukan angka) di tabel. Terjemahan ini dapat diubah dengan parameter NA, dan NAval.

```
>MT[1]
MT is not a variable!
Error in:
MT[1] ...
^
```

Berikut isi tabel dengan nomor yang belum diterjemahkan.

```
>writetable(MT,wc=5)
Variable or function MT not found.
```

```
Error in:
writetable(MT,wc=5) ...
      ^
```

Untuk kenyamanan, Anda dapat memasukkan keluaran `readtable()` ke dalam daftar.

```
>Table={{readtable("table.dat",ctok=ctok)}};
Function readtable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
Table={{readtable("table.dat",ctok=ctok)}}; ...
      ^
```

Dengan menggunakan kolom token yang sama dan token yang dibaca dari file, kita dapat mencetak tabel. Kita dapat menentukan `ctok`, `tok`, dll. atau menggunakan tabel daftar.

```
>writetable(Table,ctok=ctok,wc=5);
Variable or function Table not found.
Error in:
writetable(Table,ctok=ctok,wc=5); ...
      ^
```

Fungsi `tablecol()` mengembalikan nilai kolom tabel, melewati baris apa pun dengan nilai `NAN` (“.” dalam file), dan indeks kolom, yang berisi nilai-nilai ini.

```
>{c,i}=tablecol(MT,[5,6]);
Variable or function MT not found.
Error in:
{c,i}=tablecol(MT,[5,6]); ...
      ^
```

Kita bisa menggunakan ini untuk mengekstrak kolom dari tabel untuk tabel baru.

```
>j=[1,5,6]; writetable(MT[i,j],labc=hd[j],ctok=[2],tok=tok)
Variable or function i not found.
Error in:
j=[1,5,6]; writetable(MT[i,j],labc=hd[j],ctok=[2],tok=tok)
      ^
```

Tentu saja, kita perlu mengekstrak tabel itu sendiri dari daftar

Tabel dalam kasus ini.

```
>MT=Table[1];
```

Table is not a variable!

Error in:

```
MT=Table[1]; ...  
      ^
```

Tentu saja, kita juga dapat menggunakannya untuk menentukan nilai rata-rata suatu kolom atau nilai statistik lainnya.

```
>mean(tablecol(MT,6))
```

Variable or function MT not found.

Error in:

```
mean(tablecol(MT,6)) ...  
      ^
```

Fungsi `getstatistics()` mengembalikan elemen dalam vektor, dan jumlahnya. Kami menerapkannya pada nilai “m” dan “f” di kolom kedua tabel kami.

```
>{xu,count}=getstatistics(tablecol(MT,2)); xu, count,
```

Variable or function MT not found.

Error in:

```
{xu,count}=getstatistics(tablecol(MT,2)); xu, count, ...  
      ^
```

Kita bisa mencetak hasilnya di tabel baru.

```
>writetable(count',labr=tok[xu])
```

Variable count not found!

Error in:

```
writetable(count',labr=tok[xu]) ...  
      ^
```

Fungsi `selecttable()` mengembalikan tabel baru dengan nilai dalam satu kolom yang dipilih dari vektor indeks. Pertama kita mencari indeks dari dua nilai kita di tabel token.

```
>v:=indexof(tok,["g","vg"])
```

Variable or function tok not found.

Error in:

```
v:=indexof(tok,["g","vg"]) ...  
      ^
```

Sekarang kita dapat memilih baris tabel, yang memiliki salah satu nilai v pada baris ke-5.

```
>MT1:=MT[selectrows(MT,5,v)]; i:=sortedrows(MT1,5);
Variable or function MT not found.
Error in:
MT1:=MT[selectrows(MT,5,v)]; i:=sortedrows(MT1,5); ..
^
```

Sekarang kita dapat mencetak tabel, dengan nilai yang diekstraksi dan diurutkan di kolom ke-5.

```
>writetable(MT1[i],labc=hd,ctok=ctok,tok=tok,wc=7);
Variable or function i not found.
Error in:
writetable(MT1[i],labc=hd,ctok=ctok,tok=tok,wc=7); ..
^
```

Untuk statistik selanjutnya, kami ingin menghubungkan dua kolom tabel. Jadi kita ekstrak kolom 2 dan 4 dan urutkan tabelnya.

```
>i:=sortedrows(MT,[2,4]);...
> writetable(tablecol(MT[i],[2,4])',ctok=[1,2],tok=tok)
Variable or function MT not found.
Error in:
i:=sortedrows(MT,[2,4]); writetable(tablecol(MT[i],
^
```

Dengan `getstatistics()`, kita juga bisa menghubungkan jumlah dalam dua kolom tabel satu sama lain.

```
>MT24=tablecol(MT,[2,4]);...
> {xu1,xu2,count}=getstatistics(MT24[1],MT24[2]);...
> writetable(count,labr=tok[xu1],labc=tok[xu2])
Variable or function MT not found.
Error in:
MT24=tablecol(MT,[2,4]); {xu1,xu2,count}=getstatistics
^
```

Sebuah tabel dapat ditulis ke file.

```
>filename="test.dat";...
> writetable(count,labr=tok[xu1],labc=tok[xu2],file=filename);
Variable or function count not found.
```

Error in:

```
filename="test.dat"; writetable(count,labr=tok[xul],labc=t  
^
```

Kemudian kita bisa membaca tabel dari file tersebut.

```
>{MT2,hd,tok2,hdr}=readtable(filename,>clabs,>rlabs); ...  
> writetable(MT2,labr=hdr,labc=hd)
```

Function readtable not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... T2,hd,tok2,hdr}=readtable(filename,&gt;clabs,&gt;rlabs  
^
```

Dan hapus filenya.

```
>fileremove(filename);
```


DISTRIBUSI

Dengan `plot2d`, ada metode yang sangat mudah untuk memplot sebaran data eksperimen.

```
>p=normal(1,1000);  
>plot2d(p,distribution=20,style="\");  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d(p,distribution=20,style="\");    ...  
^
```

```
>plot2d("qnormal(x,0,1)",add=1):  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
plot2d("qnormal(x,0,1)",add=1):    ...  
^
```

`p=normal(1,1000)`; digunakan untuk menciptakan 1000 sampel acak yang terdistribusi normal dengan mean (rata-rata) 1 dan standar deviasi 1000.

```
plot2d("qnormal(x,0,1)",add=1);
```

digunakan untuk menambahkan plot dari distribusi normal standar (dengan mean 0 dan standar deviasi 1) ke grafik yang sama. Fungsi `qnormal(x,0,1)` mengacu pada distribusi kumulatif dari variabel acak normal standar. `add=1` menunjukkan bahwa grafik ini harus ditambahkan ke grafik yang sudah ada, bukan dibuat baru.

Perlu diperhatikan perbedaan antara bar plot (sampel) dan kurva normal (distribusi sebenarnya). Masukkan kembali ketiga perintah untuk melihat hasil pengambilan sampel lainnya.

Berikut adalah perbandingan 10 simulasi dari 1000 nilai terdistribusi normal menggunakan apa yang disebut plot kotak. Plot ini menunjukkan median, kuartil 25% dan 75%, nilai minimal dan maksimal, serta outlier.

```
>p=normal(10,1000); boxplot(p):
Function boxplot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
p=normal(10,1000); boxplot(p): ...
```

Untuk menghasilkan bilangan bulat acak, Euler memiliki `intrandom`. Mari kita simulasikan lemparan dadu dan plot distribusinya.

Kita menggunakan fungsi `getmultiplicities(v,x)`, yang menghitung seberapa sering elemen `v` muncul di `x`. Kemudian kita plot hasilnya menggunakan `kolomplot()`.

```
>k=intrandom(1,6000,6); ...
> columnsplot(getmultiplicities(1:6,k)); ...
> ygrid(1000,color=red):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... (1,6000,6); columnsplot(getmultiplicities(1:6,k)); y
```

Meskipun `intrandom(n,m,k)` mengembalikan bilangan bulat yang terdistribusi secara seragam dari 1 hingga `k`, distribusi bilangan bulat lainnya dapat digunakan dengan `randpint()`.

Dalam contoh berikut, probabilitas untuk 1,2,3 masing-masing adalah 0,4,0.1,0.5.

```
>randpint(1,1000,[0.4,0.1,0.5]); getmultiplicities(1:3,%)
Function randpint not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
randpint(1,1000,[0.4,0.1,0.5]); getmultiplicities(1:3,%) .
```

Euler dapat menghasilkan nilai acak dari lebih banyak distribusi. Lihat referensinya.

Misalnya, kita mencoba distribusi eksponensial. Variabel acak kontinu `X` dikatakan berdistribusi eksponensial, jika PDF-nya diberikan oleh

with parameter

```
>plot2d(randexponential(1,1000,2),>distribution):
```

```
Function randexponential not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d(randexponential(1,1000,2),>distribution): .  
^
```

Parameter pertama (1) adalah lambda, yang merupakan parameter distribusi eksponensial.

Parameter kedua (1000) menunjukkan jumlah angka acak yang dihasilkan.

Parameter ketiga (2) bisa menunjukkan dimensi atau bentuk output.

Untuk banyak distribusi, Euler dapat menghitung fungsi distribusi dan inversnya.

```
>plot2d("normaldis",-4,4):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("normaldis",-4,4): ...  
^
```

Berikut ini adalah salah satu cara untuk memplot kuantil.

```
>plot2d("qnormal(x,1,1.5)",-4,6); ...
```

```
> plot2d("qnormal(x,1,1.5)",a=2,b=5,>add,>filled):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
plot2d("qnormal(x,1,1.5)",-4,6); plot2d("qnormal(x,1,  
^
```

Peluang berada di kawasan hijau adalah sebagai berikut.

```
>normaldis(5,1,1.5)-normaldis(2,1,1.5)
```

```
Built-in function normaldis needs 1 argument (got 3)!
```

```
Error in:
```

```
normaldis(5,1,1.5)-normaldis(2,1,1.5) ...  
^
```

Ini dapat dihitung secara numerik dengan integral berikut.

```
>gauss("qnormal(x,1,1.5)",2,5)
```

Function gauss not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
gauss("qnormal(x,1,1.5)",2,5) ...  
^
```

Mari kita bandingkan distribusi binomial dengan distribusi normal yang mean dan deviasinya sama. Fungsi `invbindis()` menyelesaikan interpolasi linier antara nilai integer.

```
>invbindis(0.95,1000,0.5), invnormaldis(0.95,500,0.5*sqrt(1000))
```

Function invbindis not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
invbindis(0.95,1000,0.5), invnormaldis(0.95,500,0.5*sqrt(1000))  
^
```

Fungsi `qdis()` adalah kepadatan distribusi chi-kuadrat. Seperti biasa, Euler memetakan vektor ke fungsi ini. Dengan demikian kita mendapatkan plot semua distribusi chi-kuadrat dengan derajat 5 sampai 30 dengan mudah dengan cara berikut.

```
>plot2d("qchidis(x,(5:5:50)')",0,50):
```

Function plot2d not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
plot2d("qchidis(x,(5:5:50)')",0,50): ...  
^
```

Euler memiliki fungsi akurat untuk mengevaluasi distribusi. Mari kita periksa `chidis()` dengan integral.

Penamaannya mencoba untuk konsisten. Misalnya.,

- distribusi chi-kuadratnya adalah `chidis()`,
- fungsi kebalikannya adalah `invchidis()`,
- kepadatannya adalah `qchidis()`.

Pelengkap distribusi (ekor atas) adalah `chicdis()`.

```
>chidis(1.5,2), integrate("qchidis(x,2)",0,1.5)
```

0.527633

Function integrate not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

chidis(1.5,2), integrate("qchidis(x,2)",0,1.5) ...
^

DISTRIBUSI DISKRIT

Distribusi diskret adalah jenis distribusi probabilitas yang digunakan untuk variabel acak diskret, yaitu variabel yang hanya dapat memiliki nilai tertentu, biasanya dalam bentuk bilangan bulat.

Untuk menentukan distribusi diskrit Anda sendiri, Anda dapat menggunakan metode berikut.

Pertama kita atur fungsi distribusinya.

```
>wd = 0|((1:6)+[-0.01,0.01,0,0,0,0])/6
```

```
[0, 0.165, 0.335, 0.5, 0.666667, 0.833333, 1]
```

Perintah ini menggunakan operator | dan + untuk membuat nilai dalam variabel wd.

1:6 Ini menghasilkan vektor [1, 2, 3, 4, 5, 6].

(1:6) + [-0.01, 0.01, 0, 0, 0, 0]: Operasi ini menambahkan kedua vektor elemen per elemen.

Hasilnya:

[1-0.01,2+0.01,3,4,5,6]=[0.99,2.01,3,4,5,6]/6 Membagi setiap elemen hasil penjumlahan tadi dengan 6.

Hasilnya:

Artinya dengan probabilitas wd[i+1]-wd[i] kita menghasilkan nilai acak i.

Ini hampir merupakan distribusi yang seragam. Mari kita tentukan generator nomor acak untuk ini. Fungsi find(v,x) mencari nilai x pada vektor v. Fungsi ini juga berfungsi untuk vektor x.

```
>function wrongdice (n,m) := find(wd,random(n,m))
```

Kesalahannya sangat halus sehingga kita hanya melihatnya dengan banyak iterasi.

Fungsi wrongdice mengembalikan sebuah matriks berukuran n x m, di mana setiap elemen dari matriks ini adalah indeks posisi dari elemen wd yang paling sesuai (atau mendekati) nilai acak dari random(n, m).

```
>columnsplot(getmultiplicities(1:6,wrongdice(1,1000000))):
```

```
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
... plot(getmultiplicities(1:6,wrongdice(1,1000000))): ..
```

Hasil `columnplot` akan menunjukkan frekuensi relatif dari setiap angka (1 hingga 6), yang memungkinkan Anda untuk melihat apakah distribusi itu merata atau tidak.

Berikut adalah fungsi sederhana untuk memeriksa keseragaman distribusi nilai $1 \dots K$ dalam v . Kita menerima hasilnya, jika untuk semua frekuensi

Metode tersebut merupakan metode statistik untuk menguji keseragaman distribusi. Distribusi dianggap seragam jika frekuensi setiap nilai dalam v mendekati frekuensi ideal $1/K$, dengan deviasi yang tidak melebihi batas toleransi.

```
>function checkrandom (v, delta=1) ...
K=max(v); n=cols(v);
fr=getfrequencies(v,1:K);
return max(fr/n-1/K)<delta/sqrt(n);
endfunction
```

Memang fungsinya menolak distribusi seragam.

```
>checkrandom(wrongdice(1,1000000))
```

```
Function getfrequencies not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
checkrandom:
```

```
fr=getfrequencies(v,1:K);
```

Dan ia menerima generator acak bawaan.

Manual:

- Asumsi dadu, maka peluang setiap sisi = $1/6$

Dalam 1 juta lemparan maka

- Frekuensi setiap sisi fr . Proporsi tiap sisi = fr/n
- Misalkan frekuensi munculnya angka adalah
- [160000, 170000, 180000, 150000, 170000, 170000]
- Maka proporsi setiap angka:

- $[160000, 170000, 180000, 150000, 170000, 170000]_{\frac{1}{1000000}[0.16, 0.17, 0.18, 0.15, 0.17, 0.17]}$
- Deviasi maksimum $fn/n - 1/K$
- $1_{K=\frac{1}{6}=0.1667([0.16, 0.17, 0.18, 0.15, 0.17, 0.17]-0.1667)}$
- $\max(-0.0067, 0.0033, 0.0133, -0.0167, 0.0033, 0.0033) = 0.0133$
- Bandingkan dengan batas toleransi.
- Batas= delta $\frac{1}{\sqrt{n}=\frac{1}{\sqrt{1000000}}=\frac{1}{1000}}=0.0010.0133>0.001$

Hasil 0 di sini mengindikasikan bahwa fungsi checkrandom telah menentukan bahwa distribusi tidak seragam.

```
>checkrandom(intrandom(1,1000000,6))
```

- Function getfrequencies not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after e
checkrandom:

```
fr=getfrequencies(v,1:K);
```

checkrandom mengembalikan 1 atau true yang berarti bahwa distribusi dari 1 juta bilangan acak rentang 1 sampai 6 dianggap cukup seragam dalam batas toleransi yang ditetapkan.

Kita dapat menghitung distribusi binomial. Pertama ada binomialsu(), yang mengembalikan probabilitas i atau kurang hit dari n percobaan.

Misal kita akan menghitung probabilitas dari distribusi binomial di mana terdapat 1000 percobaan (misalnya, 1000 kali pelemparan koin), dengan probabilitas sukses pada setiap percobaan sebesar 0.4, dan kita ingin mengetahui probabilitas mendapatkan tepat 410 sukses.

Secara matematis, ini dihitung dengan rumus:

```
>binidis(410,1000,0.4)
```

```
0.751401
```

```
>binidis(4,10,0.6)
```

```
0.166239
```

Manual:

Secara matematis, ini dihitung dengan rumus:

- Untuk $k = 0$
- $P(X=0) = 10 \binom{0}{0} (0.6)^0 (0.4)^{10} \approx 0.00010$ Untuk $k=1$

- $P(X = 1) = 10 \binom{1 \cdot (0.6)^1 \cdot (0.4)^9}{\approx 0.00157}$ Untuk $k=2$
- $P(X = 2) = 10 \binom{2 \cdot (0.6)^2 \cdot (0.4)^8}{\approx 0.01061}$ Untuk $k=3$
- $P(X = 3) = 10 \binom{3 \cdot (0.6)^3 \cdot (0.4)^7}{\approx 0.04246}$ Untuk $k=4$
- $P(X = 4) = 10 \binom{4 \cdot (0.6)^4 \cdot (0.4)^6}{\approx 0.11147}$ Maka,
- $P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$
 $P(X \leq 4) = 0.00010 + 0.00157 + 0.01061 + 0.04246 + 0.11147$
- $P(X \leq 4) \approx 0.1662$

Fungsi Beta terbalik digunakan untuk menghitung interval kepercayaan Clopper-Pearson untuk parameter p . Tingkat defaultnya adalah α .

Arti dari interval ini adalah jika p berada di luar interval, hasil pengamatan 410 dalam 1000 jarang terjadi.

```
>clopperpearson(410,1000)
Function clopperpearson not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
clopperpearson(410,1000) ...
^
```

Perintah berikut adalah cara langsung untuk mendapatkan hasil di atas. Namun untuk n yang besar, penjumlahan langsungnya tidak akurat dan lambat.

```
>p=0.4; i=0:410; n=1000; sum(bin(n,i)*p^i*(1-p)^(n-i))
0.751401
```

Omong-omong, `invbinsum()` menghitung kebalikan dari `binomialsum()`.

```
>invbindis(0.75,1000,0.4)
Function invbindis not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
invbindis(0.75,1000,0.4) ...
^
```

Di Bridge, kami mengasumsikan 5 kartu beredar (dari 52) di dua tangan (26 kartu). Mari kita hitung probabilitas distribusi yang lebih

buruk dari 3:2 (misalnya 0:5, 1:4, 4:1, atau 5:0).

```
>2*hypergeomsum(1,5,13,26)
```

Function hypergeomsum not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
2*hypergeomsum(1,5,13,26) ...  
^
```

Ada juga simulasi distribusi multinomial.

```
>randmultinomial(10,1000,[0.4,0.1,0.5])
```

Function randmultinomial not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
randmultinomial(10,1000,[0.4,0.1,0.5]) ...  
^
```


MERENCANAKAN DATA/ PLOT DATA

Untuk memetakan data, kami mencoba hasil pemilu Jerman sejak tahun 1990, diukur dalam jumlah kursi.

```
>BW := [ ...  
> 1990,662,319,239,79,8,17; ...  
> 1994,672,294,252,47,49,30; ...  
> 1998,669,245,298,43,47,36; ...  
> 2002,603,248,251,47,55,2; ...  
> 2005,614,226,222,61,51,54; ...  
> 2009,622,239,146,93,68,76; ...  
> 2013,631,311,193,0,63,64];
```

Untuk beberapa bagian, kami menggunakan rangkaian nama.

```
>P:=[“CDU/CSU”,“SPD”,“FDP”,“Gr”,“Li”];
```

Mari kita cetak persentasenya dengan baik.

Pertama kita mengekstrak kolom yang diperlukan. Kolom 3 sampai 7 adalah kursi masing-masing partai, dan kolom 2 adalah jumlah kursi seluruhnya. Kolom 1 adalah tahun pemilihan.

```
>BT:=BW[,3:7]; BT:=BT/sum(BT); YT:=BW[,1]’;
```

Kemudian statistiknya kita cetak dalam bentuk tabel. Kami menggunakan nama sebagai header kolom, dan tahun sebagai header untuk baris. Lebar default untuk kolom adalah `wc=10`, tetapi kami lebih memilih keluaran yang lebih padat. Kolom akan diperluas untuk label kolom, jika perlu.

```
>writetable(BT*100,wc=6,dc=0,>fixed,labc=P,labr=YT)
```

```
Function writetable not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... ritetable(BT*100,wc=6,dc=0,>fixed,labc=P,labr=YT)
```

Perkalian matriks berikut ini menjumlahkan persentase dua partai besar yang menunjukkan bahwa partai-partai kecil berhasil memperoleh suara di parlemen hingga tahun 2009.

```
>BT1:=(BT.[1;1;0;0;0])'*100
[84.29, 81.25, 81.1659, 82.7529, 72.9642, 61.8971, 7
```

Ada juga plot statistik sederhana. Kami menggunakannya untuk menampilkan garis dan titik secara bersamaan. Alternatifnya adalah memanggil plot2d dua kali dengan >add.

```
>statplot(YT,BT1,"b"):
Function statplot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
statplot(YT,BT1,"b"): ...
^
```

Tentukan beberapa warna untuk setiap pesta.

```
>CP:=[rgb(0.5,0.5,0.5),red,yellow,green,rgb(0.8,0,0)];
Function rgb not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
CP:=[rgb(0.5,0.5,0.5),red,yellow,green,rgb(0.8,0,0)]; ...
^
```

Sekarang kita bisa memplot hasil pemilu 2009 dan perubahannya menjadi satu plot dengan menggunakan gambar. Kita dapat menambahkan vektor kolom ke setiap plot.

```
>figure(2,1);...
> figure(1); columnsplot(BW[6,3:7],P,color=CP); ...
> figure(2); columnsplot(BW[6,3:7]-BW[5,3:7],P,color=CP); ...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(2,1); figure(1); columnsplot(BW[6,3:7],P,color=CP)
^
```

Plot data menggabungkan deretan data statistik dalam satu plot.

```
>J:=BW[1,]'; DP:=BW[3:7]';...
> dataplot(YT,BT',color=CP); ...
> labelbox(P,colors=CP,styles="[]",>points,w=0.2,x=0.3,y=0.4):
Variable CP not found!
```

Error in:

```
... =BW[,1]'; DP:=BW[,3:7]'; dataplot(YT,BT',color=CP
```

Plot kolom 3D memperlihatkan baris data statistik dalam bentuk kolom. Kami memberikan label untuk baris dan kolom. sudut adalah sudut pandang.

```
>columnplot3d(BT,scols=P,srows=YT,...  
> angle=30°,ccols=CP):
```

Variable CP not found!

Error in:

```
... splot3d(BT,scols=P,srows=YT, angle=30°,ccols=CP
```

Representasi lainnya adalah plot mosaik. Perhatikan bahwa kolom plot mewakili kolom matriks di sini. Karena panjang label CDU/CSU, kami mengambil jendela yang lebih kecil dari biasanya.

```
>shrinkwindow(>smaller);...  
> mosaicplot(BT',srows=YT,scols=P,color=CP,style="#");...  
> shrinkwindow():
```

Function shrinkwindow not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
shrinkwindow(&gt;smaller); mosaicplot(BT',srows=YT,s
```

Kita juga bisa membuat diagram lingkaran. Karena hitam dan kuning membentuk koalisi, kami menyusun ulang elemen-elemennya.

```
>i=[1,3,5,4,2]; piechart(BW[6,3:7][i],color=CP[i],lab=P[i]):
```

CP is not a variable!

Error in:

```
i=[1,3,5,4,2]; piechart(BW[6,3:7][i],color=CP[i],lab=
```

Ini adalah jenis plot lainnya.

```
>starplot(normal(1,10)+4,lab=1:10,>rays):
```

Function starplot not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
starplot(normal(1,10)+4,lab=1:10,&gt;rays): ...
```

Beberapa plot di plot2d bagus untuk statika. Berikut adalah plot impuls dari data acak, terdistribusi secara seragam di [0,1].

```
>plot2d(makeimpulse(1:10,random(1,10)),>bar):
Function makeimpulse not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(makeimpulse(1:10,random(1,10)),&gt;bar): ...
```

Namun untuk data yang terdistribusi secara eksponensial, kita mungkin memerlukan plot logaritmik.

```
>logimpulseplot(1:10,-log(random(1,10))*10):
Function logimpulseplot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
logimpulseplot(1:10,-log(random(1,10))*10): ...
```

Fungsi Columnplot() lebih mudah digunakan, karena hanya memerlukan vektor nilai. Selain itu, ia dapat mengatur labelnya ke apa pun yang kita inginkan, kami telah mendemonstrasikannya di tutorial ini.

Ini adalah aplikasi lain, di mana kita menghitung karakter dalam sebuah kalimat dan membuat statistik.

```
>v=strtochar("the quick brown fox jumps over the lazy dog");
...
> w=ascii("a"):ascii("z"); x=getmultiplicities(w,v); ...
> cw=[]; for k=w; cw=cw|char(k); end; ...
> columnsplot(x,lab=cw,width=0.05):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... w=ascii("a"):ascii("z"); x=getmultiplicities(w,v); cw=
```

Dimungkinkan juga untuk mengatur sumbu secara manual.


```

>n=10; p=0.4; i=0:n; x=bin(n,i)*pi*(1-p)(n-i); ...
> columnsplot(x,lab=i,width=0.05,<frame,<grid); ...
> yaxis(0,0:0.1:1,style="->",>left); axis(0,style="."); ...
> label("p",0,0.25), label("i",11,0); ...
> textbox(["Binomial distribution","with p=0.4"]):
Function columnsplot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... -i); columnsplot(x,lab=i,width=0.05,&lt;frame,&lt;

```

Berikut ini cara memplot frekuensi bilangan dalam suatu vektor.

Kami membuat vektor bilangan acak bilangan bulat 1 hingga 6.

```

>v:=inrandom(1,10,10)
[6, 1, 7, 2, 2, 6, 9, 5, 8, 2]

```

Kemudian ekstrak nomor unik di v.

```

>vu:=unique(v)
[1, 2, 5, 6, 7, 8, 9]

```

Dan plot frekuensi dalam plot kolom.

```

>columnsplot(getmultiplicities(vu,v),lab=vu,style="/"):
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
columnsplot(getmultiplicities(vu,v),lab=vu,style="/")
^

```

Kami ingin mendemonstrasikan fungsi distribusi nilai empiris.

```

>x=normal(1,20);

```

Fungsi `empdist(x,vs)` memerlukan array nilai yang diurutkan. Jadi kita harus mengurutkan x sebelum kita dapat menggunakannya.

```

>xs=sort(x);

```

Kemudian kita plot distribusi empiris dan beberapa batang kepadatan ke dalam satu plot. Alih-alih plot batang untuk distribusi kali ini kami menggunakan plot gigi gergaji.

```

>figure(2,1); ...
> figure(1); plot2d("empdist",-4,4;xs); ...
> figure(2); plot2d(histo(x,v=-4:0.2:4,<bar)); ...

```

```
> figure(0):
```

```
Function figure not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
figure(2,1); figure(1); plot2d("empdist",-4,4;xs); figure(0);
```

Plot sebar mudah dilakukan di Euler dengan plot titik biasa. Grafik berikut menunjukkan bahwa X dan X+Y jelas berkorelasi positif.

```
>x=normal(1,100); plot2d(x,x+rotright(x),>points,style=".."):
```

```
Function plot2d not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... ,100); plot2d(x,x+rotright(x),>points,style=".."):
```

Seringkali kita ingin membandingkan dua sampel dengan distribusi yang berbeda. Hal ini dapat dilakukan dengan plot kuantil-kuantil.

Untuk pengujiannya, kami mencoba distribusi student-t dan distribusi eksponensial.

```
>x=randt(1,1000,5); y=randnormal(1,1000,mean(x),dev(x));
```

```
...
```

```
> plot2d("x",r=6,style="-",yl="normal",xl="student-t",>vertical);
```

```
...
```

```
> plot2d(sort(x),sort(y),>points,color=red,style="x",>add):
```

```
Function randt not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
x=randt(1,1000,5); y=randnormal(1,1000,mean(x),dev(x)); pl
```

Plot tersebut dengan jelas menunjukkan bahwa nilai terdistribusi normal cenderung lebih kecil di ujung ekstrim.

Jika kita mempunyai dua distribusi yang ukurannya berbeda, kita dapat memperluas distribusi yang lebih kecil atau mengecilkan distribusi yang lebih besar. Fungsi berikut ini baik untuk keduanya. Dibutuhkan nilai median dengan persentase antara 0 dan 1.

```
>function medianexpand (x,n) := median(x,p=linspace(0,1,n-1));
```

Mari kita bandingkan dua distribusi yang sama.

```
>x=random(1000); y=random(400); ...  
> plot2d("x",0,1,style="--"); ...  
> plot2d(sort(medianexpand(x,400)),sort(y),>points,color=red,style="x",>add,  
Function plot2d not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... (1000); y=random(400); plot2d("x",0,1,style="--")
```


REGRESI DAN KORELASI

Regresi linier dapat dilakukan dengan fungsi `polyfit()` atau berbagai fungsi fit.

Sebagai permulaan kita menemukan garis regresi untuk data univariat dengan `polyfit(x,y,1)`.

```
>x=1:10; y=[2,3,1,5,6,3,7,8,9,8]; writetable(x'|y',labc=["x","y"])
Function writetable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,5,6,3,7,8,9,8]; writetable(x'|y',labc=["x","y"])
```

Kami ingin membandingkan kecocokan yang tidak berbobot dan berbobot. Pertama koefisien kecocokan linier.

```
>p=polyfit(x,y,1)
Function polyfit not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
p=polyfit(x,y,1) ...
```

Regresi linear dapat ditulis dalam bentuk:

dengan

Kita hitung:

Maka:

Jadi, $b, m = 0.733333, 0.812121$

Sekarang koefisien dengan bobot yang menekankan nilai terakhir.

```
>w &= "exp(-(x-10)^2/10)"; pw=polyfit(x,y,1,w=w(x))
Variable %e not found!
Use global variables or parameters for string evaluation.
Error in ^
Error in expression: %e^-((x-10)^2/10)
Error in:
```

```
w &= "exp(-(x-10)^2/10)"; pw=polyfit(x,y,1,w=w(x)) ...
```

Kami memasukkan semuanya ke dalam satu plot untuk titik dan garis regresi, dan untuk bobot yang digunakan.

```
>figure(2,1); ...
> figure(1); statplot(x,y,"b",xl="Regression"); ...
> plot2d("evalpoly(x,p)",>add,color=blue,style="-"); ...
> plot2d("evalpoly(x,pw)",5,10,>add,color=red,style="-"); ...
> figure(2); plot2d(w,1,10,>filled,style="f",fillcolor=red,xl=w); ...
> figure(0):
Function figure not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
figure(2,1); figure(1); statplot(x,y,"b",xl="Regression")
```

Contoh lain kita membaca survei siswa, usia mereka, usia orang tua mereka dan jumlah saudara kandung dari sebuah file.

Tabel ini berisi “m” dan “f” di kolom kedua. Kami menggunakan variabel tok2 untuk mengatur terjemahan yang tepat alih-alih membiarkan readtable() mengumpulkan terjemahannya.

```
>{MS,hd}:=readtable("table1.dat",tok2:["m","f"]); ...
> writetable(MS,labc=hd,tok2:["m","f"]);
Function readtable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{MS,hd}:=readtable("table1.dat",tok2:["m","f"]); writeta
```

Bagaimana usia bergantung satu sama lain? Kesan pertama muncul dari plot sebar berpasangan.

```
>scatterplots(tablecol(MS,3:5),hd[3:5]):
Variable or function MS not found.
Error in:
scatterplots(tablecol(MS,3:5),hd[3:5]): ...
```

Jelas terlihat bahwa usia ayah dan ibu saling bergantung satu sama lain. Mari kita tentukan dan plot garis regresinya.

```

>cs:=MS[,4:5]'; ps:=polyfit(cs[1],cs[2],1)
MS is not a variable!
Error in:
cs:=MS[,4:5]'; ps:=polyfit(cs[1],cs[2],1) ...
      ^

```

Ini jelas merupakan model yang salah. Garis regresinya adalah $s=17+0,74t$, dengan t adalah umur ibu dan s adalah umur ayah. Perbedaan usia mungkin sedikit bergantung pada usia, tapi tidak terlalu banyak.

Sebaliknya, kami mencurigai fungsi seperti $s=a+t$. Maka a adalah mean dari $s-t$. Ini adalah perbedaan usia rata-rata antara ayah dan ibu.

```

>da:=mean(cs[2]-cs[1])
cs is not a variable!
Error in:
da:=mean(cs[2]-cs[1]) ...
      ^

```

Mari kita plot ini menjadi satu plot sebar.

```

>plot2d(cs[1],cs[2],>points);...
> plot2d("evalpoly(x,ps)",color=red,style=".",>add);...
> plot2d("x+da",color=blue,>add):
cs is not a variable!
Error in:
plot2d(cs[1],cs[2],>points); plot2d("evalpoly(x,p
      ^

```

Berikut adalah plot kotak dari dua zaman tersebut. Ini hanya menunjukkan, bahwa usianya berbeda-beda.

```

>boxplot(cs,["mothers","fathers"]):
Variable or function cs not found.
Error in:
boxplot(cs, ["mothers", "fathers"]): ...
      ^

```

Menariknya, perbedaan median tidak sebesar perbedaan mean.

```

>median(cs[2])-median(cs[1])
cs is not a variable!

```

```
Error in:
median(cs[2]) - median(cs[1]) ...
      ^
```

Koefisien korelasi menunjukkan korelasi positif.

```
>Koefisien korelasi menunjukkan korelasi positif.correl(cs[1],cs[2])
```

```
Variable Koefisien not found!
```

```
Error in:
```

```
Koefisien korelasi menunjukkan korelasi positif.correl(cs[
      ^
```

Korelasi pangkat merupakan ukuran keteraturan yang sama pada kedua vektor. Hal ini juga cukup positif.

```
>rankcorrel(cs[1],cs[2])
```

```
cs is not a variable!
```

```
Error in:
```

```
rankcorrel(cs[1],cs[2]) ...
      ^
```


MEMBUAT FUNGSI BARU

Tentu saja, bahasa EMT dapat digunakan untuk memprogram fungsi-fungsi baru. Misalnya, kita mendefinisikan fungsi skewness.

m adalah rata-rata dari x.

```
>function skew (x:vector) ...  
m=mean(x) ;  
return sqrt(cols(x) *sum((x-m)^3) / (sum((x-m)^2))^ (3/2)  
endfunction
```

Seperti yang Anda lihat, kita dapat dengan mudah menggunakan bahasa matriks untuk mendapatkan implementasi yang sangat singkat dan efisien. Mari kita coba fungsi ini.

```
>data=normal(20); skew(normal(10))  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Try "trace errors" to inspect local variables after e  
skew:  
m=mean(x) ;
```

Berikut adalah fungsi lainnya, yang disebut koefisien skewness Pearson.

```
>function skew1 (x) := 3*(mean(x)-median(x))/dev(x)  
>skew1(data)  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Try "trace errors" to inspect local variables after e  
skew1:  
useglobal; return 3*(mean(x)-median(x))/dev(x)  
Error in:  
skew1(data) ...  
^
```


SIMULASI MONTE CARLO

Kita simulasikan variabel acak berdistribusi normal 1000-5 sebanyak sejuta kali. Untuk ini, kita gunakan fungsi `normal(m,n)`, yang menghasilkan matriks nilai berdistribusi 0-1, atau `normal(n)` yang secara default bernilai `m=1`.

```
>n=1000000; x=normal(n)
[-0.300769,  0.352275,  1.07028,  1.0933,  2.20903,  -
-0.0106544,  -0.489363,  -0.207584,  0.140888,  -1.27
0.891209,  -1.12554,  -0.239578,  -0.803318,  1.07409
-0.167284,  2.78448,  1.99122,  0.73316,  0.225226,  0
0.846198,  1.91554,  -1.41148,  -0.859246,  -1.37961,
-0.211796,  0.247709,  -0.36242,  1.388,  -0.224105,
-0.467416,  -1.1282,  0.426524,  -0.257911,  1.14435,
-0.688054,  0.209444,  0.986566,  -0.899664,  -0.7011
-0.577944,  -0.440225,  -1.32819,  0.675076,  1.65359
-0.27323,  0.609278,  -0.0785142,  -0.515994,  -0.086
1.17723,  0.228846,  -1.52921,  1.19075,  -1.34101,  -
1.59056,  -0.441275,  -0.237631,  -0.982122,  0.16963
-0.556124,  -1.16553,  0.607219,  1.93199,  0.686332,
-0.321842,  -1.0599,  -0.603313,  -0.248772,  0.21831
-1.03463,  0.0168349,  -0.835584,  0.845754,  -1.5608
-0.600333,  0.406074,  -0.313774,  0.389121,  0.57229
0.067008,  1.40041,  -1.9224,  1.18258,  0.677885,  0
0.698503,  -1.49724,  -0.544496,  -1.50337,  -0.06283
-0.257301,  -0.142092,  0.406496,  -0.350103,  0.5038
0.63926,  -0.688138,  -1.1063,  0.866895,  0.734746,
... ]
```

```
>n=1000000; x=normal(n)*5+1000
[1005.78,  1003.89,  997.606,  1007.07,  1001.63,  10
1006.4,  1002.09,  997.098,  993.593,  1000.91,  995.
1000.53,  995.061,  1006.37,  994.044,  993.06,  996.
996.968,  994.471,  1001.7,  998.781,  994.57,  990.9
1000.24,  1002.75,  1006.62,  1000.78,  994.426,  100
1002.42,  991.847,  1008.35,  999.672,  993.914,  100
```

```

997.647, 1002.64, 996.711, 1005.16, 1001.57, 1004.2,
992.977, 999.129, 994.674, 1000.03, 998.409, 992.791,
1003.6, 999.372, 1014.24, 1000.5, 1011.56, 1010.54,
1003.95, 992.465, 993.458, 1011.4, 998.889, 998.918,
992.348, 1005.59, 1006.52, 999.992, 993.359, 999.708,
991.772, 1002.26, 998.027, 1008.95, 997.018, 993.001,
999.016, 1001.51, 1010.47, 993.057, 1005.52, 999.082,
1002.43, 1000.43, 1003.62, 1001.06, 998.567, 994.887,
1003.92, 988.417, 1004.55, 1004.11, 1000.01, 995.847,
1005.08, 1006.02, 1005.58, 1002.25, 1000.13, 1004.24,
1005.18, 996.604, 1000.1, 1004.5, 998.74, 1005.36, 9
995.68, 1004.98, 994.73, 994.37, 1002.96, 992.978, 9
1000.71, 1003.72, 996.865, 992.633, 999.696, 995.793,
995.216, 1000.59, 995.63, 997.715, 994.181, 1004.16,
... ]

```

terdapat juga fungsi `randnormal(n,m,mean,dev)`, yang dapat kita gunakan. Fungsi ini mematuhi skema penamaan “rand...” untuk generator acak.

```

>n=1000000; x=randnormal(1,n,1000,5)
Function randnormal not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
n=1000000; x=randnormal(1,n,1000,5) ...

```

10 nilai pertama x adalah

```

>x[1:10]
[1005.78, 1003.89, 997.606, 1007.07, 1001.63, 1006.39
1006.4, 1002.09, 997.098]

```

Distribusi dapat kita plot dengan flag `>distribution` dari `plot2d`.

```

>plot2d(x,>distribution); ...
> plot2d(“qnormal(x,1000,5)”,color=red,thickness=2,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,>distribution);    plot2d("qnormal(x,1000,5)",c

```

kita juga dapat mengatur jumlah interval untuk distribusi menjadi 100. Kemudian kita akan melihat seberapa dekat kecocokan distribusi yang diamati dan distribusi yang sebenarnya. Bagaimanapun, kita telah menghasilkan satu juta kejadian.

```
>plot2d(x,distribution=100); ...
> plot2d("qnormal(x,1000,5)",color=red,thickness=2,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(x,distribution=100); plot2d("qnormal(x,1000,5)
^
```

kita dapat menghitung nilai rata-rata simulasi dan deviasinya harus sangat dekat dengan nilai yang diharapkan.

```
>mean(x), dev(x)
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
mean(x), dev(x) ...
^
```

rumus nilai rata rata

```
>xm=sum(x)/n
999.999
Rumus simpangan percobaannya (deviasi)
>sqrt(sum((x-xm)^2/(n-1)))
5.0051
```

Perhatikan bahwa $x-xm$ adalah vektor nilai yang dikoreksi, di mana xm dikurangi dari semua elemen vektor x .

Berikut adalah 10 nilai pertama $x-xm$.

```
>short (x-xm)[1:10]
Function short not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
short (x-xm)[1:10] ...
^
```

Dengan menggunakan bahasa matriks, kita dapat dengan mudah

menjawab pertanyaan lainnya. Misalnya, kita ingin menghitung proporsi x yang melebihi 1015.

Ekspresi $x \geq 1015$ menghasilkan vektor 1 dan 0. Menjumlahkan vektor ini menghasilkan jumlah kali $x[i] \geq 1015$ terjadi.

```
>sum(x>=1015)/n
0.001316
```

Probabilitas yang diharapkan dari hal ini dapat dihitung dengan fungsi `normaldis(x)`. sehingga,

dimana X terdistribusi secara normal m -s.

```
>1-normaldis(1015,1000,5)
```

```
Built-in function normaldis needs 1 argument (got 3)!
```

```
Error in:
```

```
1-normaldis(1015,1000,5) ...
      ^
```

cara kerja `>distribution` flag dari `plot2d` adalah menggunakan fungsi `histo(x)`, yang menghasilkan histogram frekuensi nilai dalam x . Fungsi ini mengembalikan batas interval dan jumlah dalam interval ini. Kami menormalkan jumlah untuk mendapatkan frekuensi.

```
>{t,s}=histo(x,40); plot2d(t,s/n,>bar):
```

```
Function histo not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
{t,s}=histo(x,40); plot2d(t,s/n,>bar): ...
      ^
```

Fungsi `histo()` juga dapat menghitung frekuensi dalam interval yang diberikan.

```
>{t,s}=histo(x,v=[950,980,990,1010,1020,1050]); t, s,
```

```
Function histo not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
{t,s}=histo(x,v=[950,980,990,1010,1020,1050]); t, s, ...
      ^
```

hasil tersebut merupakan semua nilai acak yang berada antara 950 dan 1050.

menghitung total jumlah nilai dalam s , yang sama dengan total

jumlah elemen dalam x

```
>sum(s)
```

Variable or function s not found.

Error in:

```
sum(s) ...
```

^

kita akan mensimulasikan 1000 kali lemparan 3 dadu, dan menanyakan pembagian jumlahnya.

```
>ds:=sum(intrandom(1000,3,6))'; fs=getmultiplicities(3:18,ds)
```

Function getmultiplicities not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
... andom(1000,3,6))'; fs=getmultiplicities(3:18,ds)
```

kita akan plot hasil tersebut

```
>columnplot(fs,lab=3:18):
```

Variable or function fs not found.

Error in:

```
columnplot(fs,lab=3:18): ...
```

^

kita akan menggunakan rekursi tingkat lanjut.

Fungsi berikut menghitung banyaknya cara bilangan k dapat direpresentasikan sebagai jumlah dari n bilangan dalam rentang 1 sampai m.

```
>function map countways (k; n, m) ...
```

```
if n==1 then return k>=1 && k<=m
```

```
else
```

```
sum=0;
```

```
loop 1 to m; sum=sum+countways(k-#,n-1,m); end;
```

```
return sum;
```

```
end;
```

```
endfunction
```

Berikut hasil pelemparan dadu sebanyak lima kali.

```
>countways(5:25,5,5)
```

```
[1, 5, 15, 35, 70, 121, 185, 255, 320, 365,
```

```

255, 185, 121, 70, 35, 15, 5, 1]
>cw=countways(3:18,3,6)
[1, 3, 6, 10, 15, 21, 25, 27, 27, 25, 21, 15,
1]

```

Kita akan menambahkan nilai yang diharapkan ke plot.

```

>plot2d(cw/6^3*1000,>add); plot2d(cw/6^3*1000,>points,>add):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(cw/6^3*1000,&gt;add); plot2d(cw/6^3*1000,&gt;points
^

```

Untuk simulasi lain, deviasi nilai rata-rata n 0-1-variabel acak terdistribusi normal adalah $1/\sqrt{n}$.

```

>longformat; 1/sqrt(10)
Variable longformat not found!
Error in:
longformat; 1/sqrt(10) ...
^

```

Mari kita periksa ini dengan simulasi. Kami menghasilkan 10.000 kali 10 vektor acak.

```

>M=normal(10000,10); dev(mean(M)')
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
M=normal(10000,10); dev(mean(M)') ...
^

```

```

>plot2d(mean(M)',>distribution):
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(mean(M)',&gt;distribution): ...
^

```

Median dari 10 bilangan acak berdistribusi normal 0-1 mempunyai deviasi yang lebih besar.

Karena kita dapat dengan mudah menghasilkan jalan acak, kita

dapat mensimulasikan proses Wiener. Kami mengambil 1000 langkah dari 1000 proses. Kami kemudian memplot deviasi standar dan rata-rata langkah ke-n dari proses ini bersama dengan nilai yang diharapkan berwarna merah.

```
>n=1000; m=1000; M=cumsum(normal(n,m)/sqrt(m)); ...  
> t=(1:n)/n; figure(2,1); ...  
> figure(1); plot2d(t,mean(M')'); plot2d(t,0,color=red,>add); ...  
> figure(2); plot2d(t,dev(M')'); plot2d(t,sqrt(t),color=red,>add); ...  
> figure(0):  
Function figure not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... msum(normal(n,m)/sqrt(m)); t=(1:n)/n; figure(2,1);
```


UJI CHI-KUADRAT

uji chi-kuadrat adalah alat penting dalam statistik. Di Euler, banyak tes yang diterapkan. Semua pengujian ini mengembalikan kesalahan yang kita terima jika kita menolak hipotesis nol.

Misalnya, kami menguji lemparan dadu untuk distribusi yang seragam. Pada 600 kali lemparan, kami mendapatkan nilai berikut, yang kami masukkan ke dalam uji chi-kuadrat.

```
>chitest([90,103,114,101,103,89],dup(100,6)')
Function chitest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
chitest([90,103,114,101,103,89],dup(100,6)') ...
```

Ini adalah nilai p-value dari uji chi-kuadrat

Uji chi-kuadrat juga memiliki mode yang menggunakan simulasi Monte Carlo untuk menguji statistiknya, menggunakan Parameter >p menafsirkan vektor y sebagai vektor probabilitas.

```
>chitest([90,103,114,101,103,89],dup(1/6,6)',>p,>montecarlo)
Function chitest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 0,103,114,101,103,89],dup(1/6,6)',&gt;p,&gt;monte
```

Ini adalah p-value dari uji chi-kuadrat menggunakan pendekatan Monte Carlo. Dengan simulasi Monte Carlo, kita memperoleh p-value yang mirip dengan uji chi-kuadrat standar (0,4988 di uji pertama)

Selanjutnya kita menghasilkan 1000 lemparan dadu menggunakan generator angka acak, dan melakukan tes yang sama.

```
>n=1000; t=random([1,n*6]); chitest(count(t*6,6),dup(n,6)')
Function chitest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
```

```
... =random([1,n*6]); chitest(count(t*6,6),dup(n,6)') ...
```

Mari kita uji nilai rata-rata 100 dengan uji-t.

```
>s=200+normal([1,100])*10; ...
> ttest(mean(s),dev(s),100,200)
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
s=200+normal([1,100])*10; ttest(mean(s),dev(s),100,200) ...
```

Fungsi ttest() memerlukan nilai mean, deviasi, jumlah data, dan nilai mean yang akan diuji.

Sekarang mari kita periksa dua pengukuran untuk mean yang sama. Kami menolak hipotesis bahwa keduanya mempunyai mean yang sama, jika hasilnya $<0,05$.

```
>tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10))
Function tcomparedata not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10)) ...
```

Jika kita menambahkan bias pada satu distribusi, kita akan mendapatkan lebih banyak penolakan. Ulangi simulasi ini beberapa kali untuk melihat efeknya.

```
>tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10)+2)
Function tcomparedata not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10)+2) ...
```

Menambah nilai 2 ke salah satu distribusi menyebabkan p-value menjadi sangat kecil.

Pada contoh berikutnya, kita membuat 20 lemparan dadu acak sebanyak 100 kali dan menghitung yang ada di dalamnya. Rata-rata harus ada $20/6=3,3$.

```

>R=random(100,20); R=sum(R*6<=1)'; mean(R)
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
R=random(100,20); R=sum(R*6<=1)'; mean(R) ...

```

Sekarang kita bandingkan jumlah satuan dengan distribusi binomial. Pertama kita plot distribusinya.

```

>plot2d(R,distribution=max(R)+1,even=1,style="\"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
plot2d(R,distribution=max(R)+1,even=1,style="\"): ..

```

kita akan Menghitung frekuensi kemunculan setiap jumlah angka “1” dalam 20 lemparan dadu acak yang telah dilakukan 100 kali

```
>t=count(R,21);
```

Kemudian kami menghitung nilai yang diharapkan.

```
>n=0:20; b=bin(20,n)*(1/6)n*(5/6)(20-n)*100;
```

Kita harus mengumpulkan beberapa angka untuk mendapatkan kategori yang cukup besar.

```

>t1=sum(t[1:2])|t[3:7]|sum(t[8:21]); ...
> b1=sum(b[1:2])|b[3:7]|sum(b[8:21]);

```

Uji chi-square menolak hipotesis bahwa distribusi kita merupakan distribusi binomial, jika hasilnya <0,05.

```

>chitest(t1,b1)
Function chitest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
chitest(t1,b1) ...

```

Contoh berikut berisi hasil dua kelompok orang (misalnya laki-laki dan perempuan) yang memilih satu dari enam partai.

```

>A=[23,37,43,52,64,74;27,39,41,49,63,76]; ...
> writetable(A,wc=6,labr=["m","f"],labc=1:6)

```

```
Function writetable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ,76]; writetable(A,wc=6,labr=["m","f"],labc=1:6) ...
^
```

Kita akan menguji independensi suara dari jenis kelamin.

```
>tabletest(A)
```

```
Function tabletest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
tabletest(A) ...
^
```

Berikut ini adalah tabel yang diharapkan, jika kita mengasumsikan frekuensi pemungutan suara yang diamati.

```
>writetable(expectedtable(A),wc=6,dc=1,labr=["m","f"],labc=1:6)
```

```
Function expectedtable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
writetable(expectedtable(A),wc=6,dc=1,labr=["m","f"],labc=
^
```

Kita dapat menghitung koefisien kontingensi yang dikoreksi. Karena sangat mendekati 0, kami menyimpulkan bahwa pemungutan suara tidak bergantung pada jenis kelamin.

```
>contingency(A)
```

```
Function contingency not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
contingency(A) ...
^
```

UJI F

Selanjutnya kita menggunakan analisis varians (uji F) untuk menguji tiga sampel data yang berdistribusi normal untuk nilai mean yang sama. Metode tersebut disebut ANOVA (analisis varians). Di Euler, fungsi `varanalysis()` digunakan.

```
>x1=[109,111,98,119,91,118,109,99,115,109,94]; mean(x1),  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... 09,111, 98,119, 91,118,109, 99,115,109, 94]; mean(x1),  
  
>x2=[120,124,115,139,114,110,113,120,117]; mean(x2),  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... 2=[120,124,115,139,114,110,113,120,117]; mean(x2),  
  
>x3=[120,112,115,110,105,134,105,130,121,111]; mean(x3)  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... 20,112,115,110,105,134,105,130,121,111]; mean(x3)  
  
>varanalysis(x1,x2,x3)  
Function varanalysis not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
varanalysis(x1,x2,x3) ...  
^
```

Dengan p-value sebesar 0.0138 (1,38%), kita bisa menolak hipotesis bahwa ketiga sampel memiliki mean yang sama pada tingkat signifikansi 5% (0.05) dan bahkan pada tingkat signifikansi 1% (0.01). Artinya, terdapat perbedaan yang signifikan antara mean dari

setidaknya satu sampel.

Ada juga uji median, yang menolak sampel data dengan distribusi rata-rata yang berbeda, menguji median dari sampel yang disatukan.

```
>a=[56,66,68,49,61,53,45,58,54]
[56, 66, 68, 49, 61, 53, 45, 58, 54]
>b=[72,81,51,73,69,78,59,67,65,71,68,71]
[72, 81, 51, 73, 69, 78, 59, 67, 65, 71, 68, 71]
>mediantest(a,b)
Function mediantest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
mediantest(a,b) ...
^
```

Tes kesetaraan lainnya adalah tes peringkat. Ini jauh lebih tajam daripada tes median.

```
>ranktest(a,b)
Function ranktest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
ranktest(a,b) ...
^
```

Pada contoh berikut, kedua distribusi mempunyai mean yang sama.

```
>ranktest(random(1,100),random(1,50)*3-1)
Function ranktest not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
ranktest(random(1,100),random(1,50)*3-1) ...
^
```

ini menunjukkan bahwa perbedaan tidak cukup signifikan pada tingkat signifikansi 5%, sehingga hipotesis bahwa kedua distribusi memiliki median yang sama tidak dapat ditolak.

Sekarang mari kita coba mensimulasikan dua perlakuan a dan b yang diterapkan pada orang yang berbeda.


```
>a=[8.0,7.4,5.9,9.4,8.6,8.2,7.6,8.1,6.2,8.9];
```

```
>b=[6.8,7.1,6.8,8.3,7.9,7.2,7.4,6.8,6.8,8.1];
```

Tes signum memutuskan, apakah a lebih baik dari b.

```
>signtest(a,b)
```

```
Function signtest not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
signtest(a,b) ...
```

Ini kesalahan yang terlalu besar untuk menolak hipotesis. Kita tidak dapat menolak bahwa a sama baiknya dengan b, Karena $p > 0.05$.

Uji Wilcoxon lebih tajam dibandingkan uji ini, namun mengandalkan nilai kuantitatif perbedaannya.

```
>wilcoxon(a,b)
```

```
Function wilcoxon not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
wilcoxon(a,b) ...
```

Mari kita coba dua tes lagi menggunakan rangkaian yang dihasilkan.

```
>wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20)-1)
```

```
Function wilcoxon not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20)-1) ...
```

ini menunjukkan bahwa ada perbedaan signifikan antara kedua sampel pada tingkat signifikansi 5%.

```
>wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20))
```

```
Function wilcoxon not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20)) ...
```

hasil ini jauh di atas 0.05, sehingga kita tidak bisa menolak hipotesis bahwa kedua sampel berasal dari distribusi yang sama.

ANGKA ACAK

Berikut ini adalah pengujian pembangkit bilangan acak. Euler menggunakan generator yang sangat bagus, jadi kita tidak perlu mengharapkan adanya masalah.

Pertama kita menghasilkan sepuluh juta angka acak di $[0,1]$.

```
>n:=10000000; r:=random(1,n);
```

Selanjutnya kita hitung jarak antara dua angka yang kurang dari 0,05.

```
>a:=0.05; d:=differences(nonzeros(r<a));
```

```
Function differences not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
a:=0.05; d:=differences(nonzeros(r<a)); ...
```

Terakhir, kami memplot berapa kali, setiap jarak terjadi, dan membandingkannya dengan nilai yang diharapkan.

```
>m=getmultiplicities(1:100,d); plot2d(m); ...
```

```
> plot2d("n*(1-a)(x-1)*a2",color=red,>add):
```

```
Variable or function d not found.
```

```
Error in:
```

```
m=getmultiplicities(1:100,d); plot2d(m); plot2d("n*  
^
```

Hapus datanya.

```
>remvalue n;
```

Kami ingin menghitung nilai rata-rata dan simpangan baku yang diukur.

```
>M=[1000,1004,998,997,1002,1001,998,1004,998,997]; ...
```

```
> mean(M), dev(M),
```

```
Function mean not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
... 1004, 998, 997, 1002, 1001, 998, 1004, 998, 997]; mean(M)
```

Kita dapat membuat diagram kotak dan kumis untuk data tersebut. Dalam kasus kita, tidak ada outlier.

```
>boxplot(M):
Function boxplot not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
boxplot(M) : ...
^
```

Kami menghitung probabilitas bahwa suatu nilai lebih besar dari 1005, dengan asumsi nilai terukur dan distribusi normal.

Semua fungsi untuk distribusi dalam Euler diakhiri dengan ...dis dan menghitung distribusi probabilitas kumulatif (CPF).

Kami mencetak hasilnya dalam % dengan akurasi 2 digit menggunakan fungsi cetak.

```
>print((1-normaldis(1005,mean(M),dev(M)))*100,2,unit="
%")
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
print((1-normaldis(1005,mean(M),dev(M)))*100,2,unit=" %")
^
```

Untuk contoh berikutnya, kami mengasumsikan jumlah pria berikut dalam rentang ukuran tertentu.

```
>r=155.5:4:187.5; v=[22,71,136,169,139,71,32,8];
Berikut adalah plot distribusinya.
>plot2d(r,v,a=150,b=200,c=0,d=190,bar=1,style="\"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... lot2d(r,v,a=150,b=200,c=0,d=190,bar=1,style="\") : ...
^
```

Kita dapat memasukkan data mentah tersebut ke dalam tabel.

Tabel adalah metode untuk menyimpan data statistik. Tabel kita harus berisi tiga kolom: Awal rentang, akhir rentang, jumlah orang

dalam rentang.

Tabel dapat dicetak dengan tajuk. Kita menggunakan vektor string untuk mengatur tajuk.

```
>T:=r[1:8]' | r[2:9]' | v'; writetable(T,labc=["from","to","count"])
Function writetable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... ]' | v'; writetable(T,labc=["from","to","count"])
```

Jika kita memerlukan nilai rata-rata dan statistik ukuran lainnya, kita perlu menghitung titik tengah rentang. Kita dapat menggunakan dua kolom pertama tabel kita untuk ini.

```
>(T[,1]+T[,2])/2
157.5
161.5
165.5
169.5
173.5
177.5
181.5
185.5
```

Namun lebih mudah untuk melipat rentang dengan vektor [1/2,1/2].

```
>l=fold(r,[0.5,0.5])
[157.5, 161.5, 165.5, 169.5, 173.5, 177.5, 181.5]
```

Sekarang kita dapat menghitung rata-rata dan deviasi sampel dengan frekuensi yang diberikan.

```
>{m,d}=meandev(l,v); m, d, ...
Function meandev not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{m,d}=meandev(l,v); m, d, ...
^
```

Mari kita tambahkan distribusi normal nilai-nilai tersebut ke plot.

```

>plot2d("qnormal(x,m,d)*sum(v)*4",...
> xmin=min(r),xmax=max(r),thickness=3,add=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... v)*4", xmin=min(r),xmax=max(r),thickness=3,add=1): ...
^

```

LATIHAN

1. Diberikan data pengukuran tinggi badan pada kelas matematika B adalah sebagai berikut:

Rentang Tinggi (cm)	Jumlah Orang
155.5 – 159.5	22
159.5 – 163.5	71
163.5 – 167.5	136
167.5 – 171.5	169
171.5 – 175.5	139
175.5 – 179.5	71
179.5 – 183.5	32
183.5 – 187.5	8

a.) Hitung rata-rata dan deviasi standar dari distribusi tinggi badan ini.

b.) Plot distribusi frekuensi data (diagram batang).

c.) Tambahkan kurva distribusi normal untuk dibandingkan dengan data.

```
>r = 155.5:4:187.5 //Rentang ukuran tinggi badan
[155.5, 159.5, 163.5, 167.5, 171.5, 175.5, 179.5, 183.5, 187.5]
>v = [22, 71, 136, 169, 139, 71, 32, 8] //Jumlah orang dalam
tiap rentang
[22, 71, 136, 169, 139, 71, 32, 8]
>l=fold(r,[0.5,0.5]) //Menghitung titik tengah dari setiap
rentang tinggi badan
[157.5, 161.5, 165.5, 169.5, 173.5, 177.5, 181.5, 185.5]
>{m,d}=meandev(l,v); m, d, //Hitung rata-rata dan deviasi
standar
Function meandev not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{m,d}=meandev(l,v); m, d, //Hitung rata-rata dan deviasi
```

```

^
>plot2d(r, v, a=150, b=200, c=0, d=190, bar=1, style="\/"):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... , v, a=150, b=200, c=0, d=190, bar=1, style="\/"): ...
^

```

```

>plot2d("qnormal(x, m, d) * sum(v) * 4",...
> xmin=min(r), xmax=max(r), thickness=3, add=1):
Function plot2d not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... 4", xmin=min(r), xmax=max(r), thickness=3, add=1): ...
^

```

```
>&remvalue();
```

2. Sebuah survei dilakukan untuk mengetahui jumlah jam belajar siswa SMA dalam satu minggu. Berikut data jam belajar dari 10 siswa: 8, 10, 7, 6, 9, 10, 11, 9, 8, 12.

a) Hitung nilai rata-rata dari data di atas

b) Tentukan median dari data tersebut.

```
>M=[8,10,7,6,9,10,11,9,8,12];
```

```
>mean(M)
```

```

Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
mean(M) ...
^

```

```
>median(M)
```

```

Function median not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
median(M) ...
^

```

3. Anda diberikan data yang menunjukkan jumlah penjualan barang selama 12 bulan dalam satu tahun berturut-turut 120,

135, 150, 160, 170, 180, 190, 210, 200, 220, 230, 240.

a) Buatlah plot garis dari data penjualan barang tersebut.

b) Hitung rata-rata penjualan perbulan.

```
>X=[120,135,150,160,170,180,190,210,200,220,230,240]
```

```
[120, 135, 150, 160, 170, 180, 190, 210, 200,
```

```
>Y=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12]
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]
```

```
>statplot(Y,X,"l"):
```

```
Function statplot not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
statplot(Y,X,"l"): ...
```

^

```
>mean(X)
```

```
Function mean not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
mean(X) ...
```

^

PENGANTAR UNTUK PENGGUNA PROYEK R

Jelasnya, EMT tidak bersaing dengan R sebagai paket statistik. Namun, ada banyak prosedur dan fungsi statistik yang tersedia di EMT juga. Jadi EMT dapat memenuhi kebutuhan dasar. Bagaimanapun, EMT hadir dengan paket numerik dan sistem aljabar komputer.

Notebook ini cocok untuk Anda yang sudah familiar dengan R, namun perlu mengetahui perbedaan sintaksis EMT dan R. Kami mencoba memberikan gambaran umum tentang hal-hal yang sudah jelas dan kurang jelas yang perlu Anda ketahui.

Selain itu, kami mencari cara untuk bertukar data antara kedua sistem.

Note that this is a work in progress.

SINTAKS DASAR

Hal pertama yang Anda pelajari di R adalah membuat vektor. Dalam EMT, perbedaan utamanya adalah operator : dapat mengambil ukuran langkah. Selain itu, ia mempunyai daya ikat yang rendah.

```
>n:=10; 0:n/20:n-1
[0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5,
7, 7.5, 8, 8.5, 9]
>x:=[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7]; [x,0,x]
[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7, 0, 10.4, 5.6, 3.1,
```

Operator titik dua dengan ukuran langkah EMT digantikan oleh fungsi seq() di R. Kita dapat menulis fungsi ini di EMT.

```
>function seq(a,b,c) := a:b:c; ...
> seq(0,-0.1,-1)
[0, -0.1, -0.2, -0.3, -0.4, -0.5, -0.6, -0.7,
>function seq(a,b,c) := a:b:c; ...
> seq(0,-0.5,-5)
[0, -0.5, -1, -1.5, -2, -2.5, -3, -3.5, -4,
>function rep(x:vector,n:index) := flatten(dup(x,n)); ...
> rep(x,2)
Function flatten not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after e
rep:
  useglobal; return flatten(dup(x,n))
Error in:
rep(x,2) ...
^
```

Fungsi rep() dari R tidak ada di EMT. Untuk masukan vektor dapat dituliskan sebagai berikut.

Perhatikan bahwa “=” atau “:=” digunakan untuk tugas. Operator “->” digunakan untuk satuan dalam EMT.

```
>125km -> " miles"
```

```
Variable km not found!
Error in:
125km -&gt; " miles" ...
^
```

Operator “<-” untuk penugasan memang bukan ide yang baik untuk R.

tetapi di EMT operator “<-” itu bukan penugasan melainkan perbandingan

Berikut ini akan membandingkan a dan -4 di EMT.

```
>a:=2; a<-4
```

```
0
```

EMT dan R memiliki vektor bertipe boolean. Namun dalam EMT, angka 0 dan 1 digunakan untuk mewakili salah dan benar. Di R, nilai benar dan salah tetap bisa digunakan dalam aritmatika biasa seperti di EMT.

```
>x<5, %*x
```

```
[0, 0, 1, 0, 0]
```

```
[0, 0, 3.1, 0, 0]
```

EMT memunculkan kesalahan atau menghasilkan NAN tergantung pada tanda “kesalahan”.

```
>errors off; 0/0, isNAN(sqrt(-1)), errors on;
```

```
NAN
```

```
1
```

Stringnya sama di R dan EMT. Keduanya berada di lokal saat ini, bukan di Unicode.

Di R ada paket untuk Unicode. Di EMT, string dapat berupa string Unicode. String unicode dapat diterjemahkan ke pengkodean lokal dan sebaliknya. Selain itu, u”...” dapat berisi entitas HTML.

```
>u”© Ren&eacut; Grothmann”
```

```
© René Grothmann
```

```
karakter khusus (hak cipta © dan karakter aksen é),
```

```
>chartoutf([480])
```

Berikut ini mungkin tidak ditampilkan dengan benar pada sistem

sebagai A dengan titik dan garis di atasnya. Itu tergantung pada font yang Anda gunakan.

Penggabungan string dilakukan dengan “+” atau “|”. Penggabungan ini akan menghasilkan string tunggal, dan angka yang digabungkan akan dikonversi otomatis ke format string. Ini dapat mencakup angka, yang akan dicetak dalam format saat ini.

```
>“pi =”+pi  
pi =      3.14159
```


PENGINDEKSAN

Seringkali, ini akan berfungsi seperti di R.

Namun EMT akan menafsirkan indeks negatif dari belakang vektor, sementara R menafsirkan $x[n]$ sebagai x tanpa elemen ke- n .

```
>x, x[1:3], x[-2]
[10.4,  5.6,  3.1,  6.4,  21.7]
[10.4,  5.6,  3.1]
6.4
```

```
>x, x[1:5], x[-3]
[10.4,  5.6,  3.1,  6.4,  21.7]
[10.4,  5.6,  3.1,  6.4,  21.7]
3.1
```

Untuk meniru perilaku R di EMT, kita dapat menggunakan fungsi `drop(x,n)`

```
>drop(x,2)
[10.4,  3.1,  6.4,  21.7]
```

Vektor logika tidak diperlakukan berbeda sebagai indeks di EMT, berbeda dengan R. Anda perlu mengekstrak elemen bukan nol terlebih dahulu di EMT.

```
>x, x>5, x[nonzeros(x>5)]
[10.4,  5.6,  3.1,  6.4,  21.7]
[1,  1,  0,  1,  1]
[10.4,  5.6,  6.4,  21.7]
```

Sama seperti di R, vektor indeks dapat berisi pengulangan.

```
[10.4,  5.6,  5.6,  10.4]
```


TIPE DATA

EMT memiliki lebih banyak tipe data tetap daripada R. Jelasnya, di R terdapat vektor yang berkembang. Anda dapat mengatur vektor numerik kosong `v` dan memberikan nilai ke elemen `v[17]`. Hal ini tidak mungkin dilakukan di EMT.

Berikut ini agak tidak efisien.

```
>v=[]; for i=1 to 10000; v=v[i]; end;
```

kenapa cara ini kurang efisien? karna setiap elemen baru di tambahkan EMT harus menyalin seluruh isi `v` kembali ke variabel `v`.

Semakin efisien vektor telah ditentukan sebelumnya.

```
>v=zeros(10000); for i=1 to 10000; v[i]=i; end;
```

Untuk mengubah tipe data di EMT, Anda dapat menggunakan fungsi seperti `kompleks()`.

```
>kompleks(1:4)
```

```
[ 1+0i, 2+0i, 3+0i, 4+0i ]
```

Konversi ke string hanya dimungkinkan untuk tipe data dasar. Format saat ini digunakan untuk penggabungan string sederhana. Tapi ada fungsi seperti `print()` atau `frac()`.

Untuk vektor, Anda dapat dengan mudah menulis fungsi Anda sendiri.

```
>function tostr (v) ...
```

```
s="[";  
loop 1 to length(v);  
  s=s+print(v[#],2,0);  
  if #<length(v) then s=s+","; endif;  
end;  
return s+"]";  
endfunction
```

- Variabel `s` diinisialisasi sebagai string “[” untuk menyimpan hasil
- akhir. Awalnya, tanda kurung buka [ditambahkan ke variabel `s` sebagai

- pembuka.
- `loop 1 to length(v);` menjalankan perulangan dari elemen pertama
- hingga elemen terakhir dalam `v`. Fungsi `length(v)` mengembalikan panjang
- atau jumlah elemen dalam vektor `v`.
- `print(v[#, 2, 0];` adalah fungsi format yang mengonversi elemen
- vektor `v` pada posisi saat ini (`v[#]`) menjadi string.
- parameter 2 menunjukkan bahwa dua digit setelah titik desimal akan
- ditampilkan, sementara 0 memastikan bahwa angka ditampilkan tanpa
- tambahan simbol atau format lainnya.
- Bagian `if #<length(v)` memeriksa apakah elemen saat ini bukan elemen
- terakhir. Jika benar, maka koma , akan ditambahkan ke variabel `s` untuk
- memisahkan elemen.
- Setelah loop selesai, tanda kurung tutup `]` ditambahkan ke string `s`,
- dan string ini kemudian dikembalikan sebagai output.

```
>tostr(linspace(0,1,10));
```

Function length not found.

Try list ... to find functions!

Try "trace errors" to inspect local variables after errors

tostr:

```
loop 1 to length(v);
```

Untuk komunikasi dengan Maxima, terdapat fungsi `convertmxm()`, yang juga dapat digunakan untuk memformat vektor untuk keluaran.

```
>convertmxm(1:10);
```

Untuk Latex perintah `tex` dapat digunakan untuk mendapatkan perintah Latex.

```
>tex(&[1,2,3]);
```

FAKTOR DAN TABEL

Dalam pengantar R ada contoh yang disebut faktor.

Berikut ini adalah daftar wilayah 30 negara bagian.

```
>austates = [“tas”, “sa”, “qld”, “nsw”, “nsw”, “nt”, “wa”, “wa”,  
...  
> “qld”, “vic”, “nsw”, “vic”, “qld”, “qld”, “sa”, “tas”, ...  
> “sa”, “nt”, “wa”, “vic”, “qld”, “nsw”, “nsw”, “wa”, ...  
> “sa”, “act”, “nsw”, “vic”, “vic”, “act”];
```

Perintah diatas digunakan untuk mendefinisikan sebuah array (array sendiri adalah sekumpulan variabel yang memiliki tipe data yang sama) karena pada data tersebut ada beberapa nama negara bagian yang terulang. Array ini berisi singkatan untuk negara bagian dan teritori di Australia.

Asumsikan, kita memiliki pendapatan yang sesuai di setiap negara bagian.

```
>incomes = [60, 49, 40, 61, 64, 60, 59, 54, 62, 69, 70, 42, 56,  
...  
> 61, 61, 61, 58, 51, 48, 65, 49, 49, 41, 48, 52, 46, ...  
> 59, 46, 58, 43];
```

Sekarang mari kita coba mencari nilai mean dan median dari data pendapatan tersebut menggunakan perintah `mean(incomes)` dan `median(incomes)`

```
>mean(incomes)  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
mean(incomes) ...  
      ^
```

```
>median(incomes)  
Function median not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
median(incomes) ...
```

^

Sekarang, kami ingin menghitung rata-rata pendapatan di suatu wilayah. Menjadi program statistik, R memiliki faktor() dan tapply() untuk ini.

EMT dapat melakukan hal ini dengan menemukan indeks wilayah dalam daftar wilayah unik.

```
>auterr=sort(unique(austates)); f=indexofsorted(auterr,austates)
Need real matrix for unique
Error in:
auterr=sort(unique(austates)); f=indexofsorted(auterr,austates)
^
```

Pada titik itu, kita dapat menulis fungsi perulangan kita sendiri untuk melakukan sesuatu hanya untuk satu faktor.

Atau kita bisa meniru fungsi tapply() dengan cara berikut.

```
>function map tappl(i; f$:call, cat, x) ...
u=sort(unique(cat));
f=indexof(u,cat);
return f$(x[nonzeros(f==indexof(u,i))]);
endfunction
```

i: Parameter pertama biasanya adalah nilai yang digunakan untuk pencocokan atau pemetaan.

f: call : Parameter kedua, yang kemungkinan besar adalah sebuah fungsi di sini merujuk pada fungsi yang diterima sebagai input.

cat: Parameter ketiga adalah array atau vektor yang berisi kategori yang akan diproses.

x: Parameter keempat adalah array atau vektor yang akan diproses atau diubah berdasarkan pemetaan kategori yang dilakukan.

Ini agak tidak efisien, karena menghitung wilayah unik untuk setiap i, tetapi berhasil.

```
>tappl(auterr,"mean",austates,incomes)
Variable or function auterr not found.
Error in:
tappl(auterr,"mean",austates,incomes) ...
^
```

Perhatikan bahwa ini berfungsi untuk setiap vektor wilayah.

```

>tappl(["act","nsw"],"mean",austates,incomes)
Need real matrix for unique
Try "trace errors" to inspect local variables after e
tappl:
      u=sort(unique(cat));
Error in map.

```

Sekarang, paket statistik EMT mendefinisikan tabel seperti di R. Fungsi `readtable()` dan `writetable()` dapat digunakan untuk input dan output.

Sehingga kita bisa mencetak rata-rata pendapatan negara di daerah secara bersahabat.

```

>writetable(tappl(auterr,"mean",austates,incomes),labc=auterr,wc=7)
Variable or function auterr not found.
Error in:
writetable(tappl(auterr, "mean", austates, incomes), labc=
^

```

Fungsi `writetable` digunakan untuk menampilkan data dalam bentuk tabel yang terstruktur dengan label kolom dan lebar kolom yang dapat disesuaikan.

Dengan `labc=auterr`, berarti menetapkan label kolom untuk tabel tersebut berdasarkan kategori yang ada di `auterr` (yang sudah diurutkan sesuai abjad).

`wc(width of columns)=7` berarti setiap kolom dalam tabel akan memiliki lebar minimal 7 karakter.

sebagai contoh 44.5 itu memiliki 4 karakter (termasuk titik desimal).

karena data dalam kolom lebih pendek dari 7 karakter, kolom tersebut diberi ruang ekstra untuk tampilan yang rapi.

Kita juga bisa mencoba meniru perilaku R sepenuhnya.

Faktor-faktor tersebut harus disimpan dengan jelas dalam kumpulan beserta jenis dan kategorinya (negara bagian dan teritori dalam contoh kita). Untuk EMT, kami menambahkan indeks yang telah dihitung sebelumnya.

```

>function makef(t) ...
## Factor data

```

```
## Returns a collection with data t, unique data, indices.
## See: tapply
u=sort(unique(t));
return {{t,u,indexofsorted(u,t)}};
endfunction
```

```
>statef=makef(austates);
```

Need real matrix for unique

Try "trace errors" to inspect local variables after errors
makef:

```
u=sort(unique(t));
```

Perintah statef = makef(austates); digunakan untuk mengolah data yang ada dalam variabel austates, dan mengidentifikasi elemen unik yang ada dalam data tersebut.

Sekarang elemen ketiga dari koleksi akan berisi indeks.

```
>statef[3]
```

statef is not a variable!

Error in:

```
statef[3] ...
```

^

statef[3] adalah elemen ketiga dari koleksi yang dikembalikan oleh fungsi makef, yaitu indeks posisi dari elemen-elemen dalam austates yang sudah dipetakan ke urutan dalam u (data unik yang terurut).

statef[3] akan mengembalikan indeks posisi dari setiap elemen dalam austates berdasarkan urutan yang ada di u.

Sekarang kita bisa meniru tapply() dengan cara berikut. Ini akan mengembalikan tabel sebagai kumpulan data tabel dan judul kolom.

```
>function tapply (t:vector,tf,f$:call) ...
```

```
## Makes a table of data and factors
```

```
## tf : output of makef()
```

```
## See: makef
```

```
uf=tf[2]; f=tf[3]; x=zeros(length(uf));
```

```
for i=1 to length(uf);
```

```
ind=nonzeros(f==i);
```

```
if length(ind)==0 then x[i]=NAN;
```

```
else x[i]=f$(t[ind]);
```



```

endif;
end;
return {{x,uf}};
endfunction

```

Kami tidak menambahkan banyak pengecekan tipe di sini. Satu-satunya tindakan pencegahan menyangkut kategori (faktor) yang tidak memiliki data. Tetapi kita harus memeriksa panjang t yang benar dan kebenaran pengumpulan tf.

Tabel ini dapat dicetak sebagai tabel dengan writetable().

```
>writetable(tapply(incomes,statef,"mean"),wc=7)
```

Variable or function statef not found.

Error in:

```
writetable(tapply(incomes,statef,"mean"),wc=7) ...
               ^
```


ARRAY

EMT hanya memiliki dua dimensi untuk array. Tipe datanya disebut matriks. Namun, akan mudah untuk menulis fungsi untuk dimensi yang lebih tinggi atau perpustakaan C untuk ini.

R memiliki lebih dari dua dimensi. Di R array adalah vektor dengan bidang dimensi.

Dalam EMT, vektor adalah matriks dengan satu baris. Itu dapat dibuat menjadi matriks dengan `redim()`.

```
>shortformat; X=redim(1:20,4,5)
Variable shortformat not found!
Error in:
shortformat; X=redim(1:20,4,5) ...
^
```

Fungsi `shortformat` digunakan untuk mengatur format tampilan angka agar lebih ringkas dan mudah dibaca.

Perintah diatas digunakan untuk membuat matrik X dari angka 1 sampai 20 dengan ketentuan matriks dengan 4 baris dan 5 kolom.

Ekstraksi baris dan kolom, atau sub-matriks, mirip dengan R.

```
>X[2:3]
[135, 150]
```

Perintah diatas digunakan untuk menampilkan matriks X kolom kedua sampai ketiga.

```
>X[,3:5]
[150, 160, 170]
```

Namun, di R dimungkinkan untuk menyetel daftar indeks vektor tertentu ke suatu nilai. Hal yang sama mungkin terjadi di EMT hanya dengan satu putaran.

```
>function setmatrixvalue (M, i, j, v) ...
loop 1 to max(length(i),length(j),length(v))
  M[i{#},j{#}] = v{#};
end;
endfunction
```

Perintah `setmatrixvalue(M, i, j, v)` adalah fungsi yang digunakan untuk mengubah nilai elemen-elemen dalam matriks berdasarkan indeks tertentu.

M: Matriks yang akan dimodifikasi.

i: Indeks baris atau posisi baris dalam matriks M yang ingin diubah.

j: Indeks kolom atau posisi kolom dalam matriks M yang ingin diubah.

v: Nilai yang akan dimasukkan ke dalam elemen-elemen matriks M pada posisi yang ditentukan oleh indeks i dan j.

Kami mendemonstrasikan ini untuk menunjukkan bahwa matriks dilewatkan dengan referensi di EMT. Jika Anda tidak ingin mengubah matriks M asli, Anda perlu menyalinnya ke dalam fungsi.

```
>setmatrixvalue(X,1:3,3:-1:1,0); X,
```

```
Function length not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Try "trace errors" to inspect local variables after errors
```

```
setmatrixvalue:
```

```
  loop 1 to max(length(i),length(j),length(v))
```

Perkalian luar dalam EMT hanya dapat dilakukan antar vektor. Ini otomatis karena bahasa matriks. Satu vektor harus berupa vektor kolom dan vektor lainnya harus berupa vektor baris.

```
>(1:5)*(1:5)'
```

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16
5	10	15	20

1:5: Ini adalah vektor baris yang berisi angka-angka dari 1 hingga 5

(1:5)’: Tanda’ di sini menunjukkan transposisi dari vektor baris 1:5. Dengan kata lain, ini mengubah vektor baris menjadi vektor kolom.

Dalam PDF pendahuluan untuk R terdapat contoh yang menghitung distribusi ab-cd untuk a,b,c,d yang dipilih dari 0 hingga n

secara acak. Solusi dalam R adalah membentuk matriks 4 dimensi dan menjalankan `table()` di atasnya.

Tentu saja, hal ini dapat dicapai dengan satu putaran. Tapi loop tidak efektif di EMT atau R. Di EMT, kita bisa menulis loop di C dan itu akan menjadi solusi tercepat.

Namun kita ingin meniru perilaku R. Untuk melakukannya, kita perlu meratakan perkalian ab dan membuat matriks $ab-cd$.

```
>a=0:6; b=a'; p=flatten(a*b); q=flatten(p-p'); ...
> u=sort(unique(q)); f=getmultiplicities(u,q); ...
> statplot(u,f,"h"):
Function flatten not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
a=0:6; b=a'; p=flatten(a*b); q=flatten(p-p'); u=sort (
^
```

Selain multiplisitas eksak, EMT dapat menghitung frekuensi dalam vektor.

```
>getfrequencies(q,-50:10:50)
Variable or function q not found.
Error in:
getfrequencies(q,-50:10:50) ...
^
```

Perintah diatas digunakan untuk menghitung distribusi frekuensi nilai-nilai dalam vektor q dalam rentang dari -50 hingga 50, dengan interval 10. Fungsi ini menghitung berapa banyak nilai dalam q yang jatuh dalam setiap interval: $[-50, -40)$, $[-40, -30)$, ..., $[40, 50)$.

Cara paling mudah untuk memplotnya sebagai distribusi adalah sebagai berikut.

```
>plot2d(q,distribution=11):
Variable or function q not found.
Error in:
plot2d(q,distribution=11): ...
^
```

Namun dimungkinkan juga untuk menghitung terlebih dahulu penghitungan dalam interval yang dipilih sebelumnya. Tentu saja,

berikut ini menggunakan `getfrequencies()` secara internal.

Karena fungsi `histo()` mengembalikan frekuensi, kita perlu menskalakannya sehingga integral di bawah grafik batang adalah 1.

```
> {x,y}=histo(q,v=-55:10:55); y=y/sum(y)/differences(x); ...  
> plot2d(x,y,>bar,style="/"):
```

Variable or function q not found.

Error in:

```
{x,y}=histo(q,v=-55:10:55); y=y/sum(y)/differences(x); plo  
^
```

DAFTAR

EMT memiliki dua jenis daftar. Salah satunya adalah daftar global yang bisa berubah, dan yang lainnya adalah tipe daftar yang tidak bisa diubah. Kami tidak peduli dengan daftar global di sini.

Tipe daftar yang tidak dapat diubah disebut koleksi di EMT. Ini berperilaku seperti struktur di C, tetapi elemennya hanya diberi nomor dan tidak diberi nama.

1. Membuat list dan mengakses elemen dalam list

```
>L={{"Fred","Flintstone",40,[1990,1992]}}
```

```
Fred
```

```
Flintstone
```

```
40
```

```
[1990, 1992]
```

Perintah diatas digunakan untuk membuat list L dengan nama depan Fred, nama belakang Flintstone, usia 40, dan tahun 1990, 1992.

Namun untuk tahun tersebut tidak dapat dipastikan apa arti dari tahun-tahun tersebut, bisa saja tahun kelahiran dan kematian, tahun pendidikan, tahun pekerjaan, atau yang lainnya.

Saat ini unsur-unsur tersebut tidak memiliki nama, meskipun nama dapat ditetapkan untuk tujuan khusus. Mereka diakses dengan nomor.

```
>(L[4])[2]
```

```
1992
```

Perintah diatas digunakan untuk menampilkan list L keempat urutan kedua. Karena pada list L keempat berisi tahun yang dimana terdapat 2 tahun, tahun pertama adalah 1990 dan tahun kedua adalah 1992. Perintah tersebut ingin menampilkan tahun kedua, maka outputnya adalah 1992.

2. Menggabungkan dua list

```
>A := [1,2,3]
```

```
[1, 2, 3]
```

```
>B := [4,5,6]
```

```
[4, 5, 6]
```

```
>C := [A, B]
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6]
```

3. Mengubah elemen dalam list

```
>D := [7,8,9,10]
```

```
[7, 8, 9, 10]
```

```
>D[3] := 99
```

```
[7, 8, 99, 10]
```

4. menghitung panjang list

```
>E := [10,20,30,40,50,60,70]
```

```
[10, 20, 30, 40, 50, 60, 70]
```

```
>len := length(E)
```

Function length not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
len := length(E) ...
```

^

FILE INPUT DAN OUTPUT (MEMBACA DAN MENULIS DATA)

Anda sering kali ingin mengimpor matriks data dari sumber lain ke EMT. Tutorial ini memberi tahu Anda tentang banyak cara untuk mencapai hal ini. Fungsi sederhananya adalah `writematrix()` dan `readmatrix()`.

Mari kita tunjukkan cara membaca dan menulis vektor real ke file.

```
>a=random(1,100); mean(a), dev(a),  
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
a=random(1,100); mean(a), dev(a), ...  
^
```

Untuk menulis data ke file, kita menggunakan fungsi `writematrix()`.

Karena pengenalan ini kemungkinan besar ada di direktori, di mana pengguna tidak memiliki akses tulis, kami menulis data ke direktori home pengguna. Untuk buku catatan sendiri, hal ini tidak diperlukan, karena file data akan ditulis ke dalam direktori yang sama.

```
>filename="test.dat";
```

Sekarang kita menulis vektor kolom `a'` ke file. Ini menghasilkan satu nomor di setiap baris file.

```
>writematrix(a',filename)  
Function writematrix not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
writematrix(a',filename) ...  
^
```

Untuk membaca data, kita menggunakan `readmatrix()`

```
>a=readmatrix(filename)  
Function readmatrix not found.  
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
a=readmatrix(filename)' ...
      ^
```

Dan hapus file tersebut.

```
>fileremove(filename);
>mean(a), dev(a),
```

```
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
mean(a), dev(a), ...
      ^
```

Fungsi writematrix() atau writetable() dapat dikonfigurasi untuk bahasa lain.

Misalnya, jika Anda memiliki sistem Indonesia (titik desimal dengan koma), Excel Anda memerlukan nilai dengan koma desimal yang dipisahkan dengan titik koma dalam file csv (defaultnya adalah nilai yang dipisahkan koma). File berikut “test.csv” akan muncul di folder saat ini Anda.

```
>filename=“test.csv”;...
> writematrix(random(5,3),file=filename,separator=“,”)
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... tematrix(random(5,3),file=filename,separator=“,”) ...
      ^
```

Anda sekarang dapat membuka file ini dengan Excel bahasa Indonesia secara langsung.

```
>fileremove(filename);
```

Terkadang kita memiliki string dengan token seperti berikut.

```
>s1:=“f m m f m m m f f f m m f”; ...
> s2:=“f f f m m f f”;
```

Untuk melakukan tokenisasi ini, kami mendefinisikan vektor token.

```
>tok:=[“f”,“m”]
```

f

m

Kemudian kita dapat menghitung berapa kali setiap token muncul dalam string, dan memasukkan hasilnya ke dalam tabel.

```
>M:=getmultiplicities(tok,strtokens(s1))_...
> getmultiplicities(tok,strtokens(s2));
Function getmultiplicities not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
M:=getmultiplicities(tok,strtokens(s1))_      getmultipl
```

Tulis tabel dengan header token.

```
>writetable(M,labc=tok,labr=1:2,wc=8)
Function writetable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
writetable(M,labc=tok,labr=1:2,wc=8) ...
```

Untuk statika, EMT dapat membaca dan menulis tabel.

```
>file="test.dat"; open(file,"w"); ...
> writeln("A,B,C"); writematrix(random(3,3)); ...
> close();
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... , "w"); writeln("A,B,C"); writematrix(random(3,3))
```

The file looks like this.

```
>printfile(file)
Function printfile not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
printfile(file) ...
```

Fungsi readtable() dalam bentuknya yang paling sederhana dapat membaca ini dan mengembalikan kumpulan nilai dan baris

judul.

```
>L=readtable(file,>list);
```

```
Function readtable not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
L=readtable(file,&gt;list); ...  
^
```

Koleksi ini dapat dicetak dengan writetable() ke buku catatan, atau ke file.

```
>writetable(L,wc=10,dc=5)
```

```
Function writetable not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
writetable(L,wc=10,dc=5) ...  
^
```

Matriks nilai adalah elemen pertama dari L. Perhatikan bahwa mean() di EMT menghitung nilai rata-rata baris matriks.

```
>mean(L[1])
```

```
Function mean not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
mean(L[1]) ...  
^
```

FILE CSV

Pertama, mari kita menulis matriks ke dalam file. Untuk outputnya, kami membuat file di direktori kerja saat ini.

```
>file="test.csv";...
> M=random(3,3); writematrix(M,file);
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... e="test.csv"; M=random(3,3); writematrix(M,file)
```

Here is the content of this file.

```
>printfile(file)
Function printfile not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
printfile(file) ...
^
```

CSV ini dapat dibuka pada sistem berbahasa Inggris ke Excel dengan klik dua kali. Jika Anda mendapatkan file seperti itu di sistem Jerman, Anda perlu mengimpor data ke Excel dengan memperhatikan titik desimal.

Namun titik desimal juga merupakan format default untuk EMT. Anda dapat membaca matriks dari file dengan `readmatrix()`.

```
>readmatrix(file)
Function readmatrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
readmatrix(file) ...
^
```

Dimungkinkan untuk menulis beberapa matriks ke satu file. Perintah `open()` dapat membuka file untuk ditulis dengan parameter “w”. Standarnya adalah “r” untuk membaca.

```
>open(file,"w"); writematrix(M); writematrix(M'); close();
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
open(file,"w"); writematrix(M); writematrix(M'); close();
^
```

Matriks dipisahkan oleh garis kosong. Untuk membaca matriks, buka file dan panggil readmatrix() beberapa kali.

```
>open(file); A=readmatrix(); B=readmatrix(); A==B, close();
Function readmatrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
open(file); A=readmatrix(); B=readmatrix(); A==B, close();
^
```

Di Excel atau spreadsheet serupa, Anda dapat mengekspor matriks sebagai CSV (nilai yang dipisahkan koma). Di Excel 2007, gunakan “save as” dan “other format”, lalu pilih “CSV”. Pastikan tabel saat ini hanya berisi data yang ingin Anda ekspor.

Ini sebuah contoh.

```
> printfile("excel-data.csv")
Function printfile not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
printfile("excel-data.csv") ...
^
```

Seperti yang Anda lihat, sistem bahasa Jerman saya menggunakan titik koma sebagai pemisah dan koma desimal. Anda dapat mengubahnya di pengaturan sistem atau di Excel, tetapi hal ini tidak diperlukan untuk membaca matriks menjadi EMT.

Cara termudah untuk membaca ini ke dalam Euler adalah readmatrix(). Semua koma diganti dengan titik dengan parameter >koma. Untuk CSV bahasa Inggris, hilangkan saja parameter ini.

```
>M=readmatrix("excel-data.csv",>comma)
Function readmatrix not found.
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
M=readmatrix("excel-data.csv", >comma) ...
      ^
```

Let us plot this.

```
>plot2d(M'[1],M'[2:3],>points,color=[red,green]'):
Variable red not found!
Error in:
plot2d(M'[1],M'[2:3],>points,color=[red,green]'):
      ^
```

Ada cara yang lebih mendasar untuk membaca data dari suatu file. Anda dapat membuka file dan membaca angka baris demi baris. Fungsi `getvectorline()` akan membaca angka dari sebaris data. Secara default, ini mengharapkan titik desimal. Tapi bisa juga menggunakan koma desimal, jika Anda memanggil `setdecimaldot(",")` sebelum Anda menggunakan fungsi ini.

Fungsi berikut adalah contohnya. Itu akan berhenti di akhir file atau baris kosong.

```
>function myload (file) ...
open(file);
M=[];
repeat
    until eof();
    v=getvectorline(3);
    if length(v)>0 then M=M_v; else break; endif;
end;
return M;
close(file);
endfunction

>myload(file)

Function length not found.
Try list ... to find functions!
Try "trace errors" to inspect local variables after e
myload:
    if length(v)>0 then M=M_v; else break; endif;
```

Dimungkinkan juga untuk membaca semua angka dalam file itu dengan `getvector()`.

```

>open(file); v=getvector(10000); close(); redim(v[1:9],3,3)
Index 1 out of bounds!
Error in:
... (file); v=getvector(10000); close(); redim(v[1:9],3,3)
^

```

Oleh karena itu sangat mudah untuk menyimpan suatu vektor nilai, satu nilai di setiap baris dan membaca kembali vektor ini.

```

>v=random(1000); mean(v)
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
v=random(1000); mean(v) ...
^

>writematrix(v',file); mean(readmatrix(file)')
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
writematrix(v',file); mean(readmatrix(file)') ...
^

```


MENGGUNAKAN TABEL

Tabel dapat digunakan untuk membaca atau menulis data numerik. Misalnya, kita menulis tabel dengan header baris dan kolom ke sebuah file.

```
>file="test.tab"; M=random(3,3); ...
> open(file,"w"); ...
> writetable(M,separator="," ,labc=["one","two","three"]); ...
> close(); ...
> printfile(file)
Function writetable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
... table(M,separator="," ,labc=["one","two","three"])
```

Ini dapat diimpor ke Excel.

Untuk membaca file di EMT, kami menggunakan readtable().

```
>{M,headings}=readtable(file,>clabs); ...
> writetable(M,labc=headings)
Function readtable not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
{M,headings}=readtable(file,>clabs); writetable(M,
^
```


MENGANALISIS GARIS

Pada subbab ini sering digunakan untuk memproses atau mengekstrak data dari teks yang berformat khusus, seperti data tabel dalam HTML. Anda bahkan dapat mengevaluasi setiap baris dengan tangan. Misalkan, kita memiliki baris dengan format berikut.

```
>line="2020-11-03,Tue,1'114.05"
```

```
2020-11-03, Tue, 1'114.05
```

Pertama, kita akan memisahkan string line menjadi bagian-bagian yang lebih kecil, yang dikenal sebagai “token”.

```
>vt=strtokens(line)
```

```
2020-11-03
```

```
Tue
```

```
1'114.05
```

Kemudian kita dapat mengevaluasi setiap elemen garis menggunakan evaluasi yang sesuai.

```
>day(vt[1]);...
```

```
>indexof(["mon","tue","wed","thu","fri","sat","sun"],tolower(vt[2]));
```

```
...
```

```
>strrepl(vt[3],"", "");
```

```
Function day not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
```

```
day(vt[1]); indexof(["mon","tue","wed","thu","fri","sat","sun"],
```

Dengan menggunakan ekspresi reguler, dimungkinkan untuk mengekstrak hampir semua informasi dari sebaris data.

Selanjutnya, kita akan melihat bagaimana mengekstrak data string yang berisi markup HTML menggunakan ekspresi reguler.

```
>line="<tr><td>1145.45</td><td>5.6</td><td>-4.5</td><tr>";
```

Untuk mengekstraknya, kami menggunakan ekspresi reguler, yang mencari

- tanda kurung tutup >, untuk mengindikasikan bahwa kita akan

mencari awal dari elemen yang ada di dalam tag.

- string apa pun yang tidak mengandung tanda kurung akan mencocokkan elemen di dalam tag <td>.
- braket pembuka dan penutup menggunakan solusi terpendek, dengan tag pembuka (<td>) dan penutup (</td>).
- sekali lagi string apa pun yang tidak mengandung tanda kurung, ini akan menjamin bahwa kita akan mengambil isi yang relevan di dalam tagnya.
- dan tanda kurung buka < menandai bahwa ini adalah akhir dari tag dan awal dari tag baru.

Mencari pola tertentu dalam string line yang menggunakan ekspresi reguler.

```
>{pos,s,vt}=strxfind(line,">([^\>]+)<.+?>([^\>]+)<");
```

Hasilnya adalah posisi kecocokan, string yang cocok, dan vektor string untuk sub-kecocokan.

Kita akan mengeksekusi elemen-elemen di dalam array atau list vt satu per satu dalam sebuah perulangan.

```
>for k=1:length(vt); vtk, end;
```

Function length not found.

Try list ... to find functions!

Error in:

```
for k=1:length(vt); vt[k](), end; ...  
^
```

Berikut adalah fungsi yang membaca semua item numerik antara <td> dan </td>.

```
>function readtd (line) ...
```

```
v=[]; cp=0;
```

```
repeat
```

```
{pos,s,vt}=strxfind(line,"<td.*?>(.+?)</td>",cp);
```

```
until pos==0;
```

```
if length(vt)>0 then v=v|vt[1]; endif;
```

```
cp=pos+strlen(s);
```

```
end;
```

```
return v;
```

```
endfunction
```

Kita akan mengekstrak dan menampilkan semua nilai yang berada di antara tag `<td>...</td>` dalam baris, dan mencari apakah nilai tersebut numerik atau bukan.

```
>readtd(line+“<td>non-numerical</td>”)
```

```
Function length not found.
```

```
Try list ... to find functions!
```

```
Try "trace errors" to inspect local variables after e.  
readtd:
```

```
if length(vt)>0 then v=v|vt[1]; endif;
```


MEMBACA DARI WEB

Situs web atau file dengan URL dapat dibuka di EMT dan dapat dibaca baris demi baris.

Dalam contoh, kita membaca versi terkini dari situs EMT. Kami menggunakan ekspresi reguler untuk memindai “Versi ...” dalam sebuah judul.

```
>function readversion () ...
urlopen("http://www.euler-math-toolbox.de/Programs/Ch
repeat
    until urleof();
    s=urlgetline();
    k=strfind(s,"Version ",1);
    if k>0 then substring(s,k,strfind(s,"<",k)-1), break
end;
urlclose();
endfunction

>readversion
Version 2024-01-12
```

Contoh lain membaca URL dengan EMT

“https://mywebsite.com/version.h”

```
>function readversionmywebsite () ...
urlopen("https://mywebsite.com/version.h");
repeat
    until urleof();
    s=urlgetline();
    k=strfind(s,"Release",1);
    if k>0 then substring(s,k,strfind(s,k,strfind(s,"<
end;
urlclose();
endfunction

>readversionmywebsite
```


INPUT DAN OUTPUT VARIABEL

Anda dapat menulis variabel dalam bentuk definisi Euler ke file atau ke baris perintah.

```
>writevar(pi,"mypi");  
mypi = 3.141592653589793;
```

Untuk pengujian, kami membuat file Euler di direktori kerja EMT.

```
>file="tes.e"; ...  
> writevar(random(2,2),"M",file); ...  
> printfile(file,3)  
Function writevar not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
file="tes.e"; writevar(random(2,2),"M",file); printfi  
^
```

Sekarang kita dapat memuat file tersebut. Ini akan mendefinisikan matriks M.

```
>load(file); show M,  
Could not open tes.e!  
Error in:  
load(file); show M, ...  
^
```

Omong-omong, jika `writevar()` digunakan pada suatu variabel, definisi variabel dengan nama variabel tersebut akan dicetak.

```
>writevar(M); writevar(inch$)  
Function writevar not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
writevar(M); writevar(inch$) ...  
^
```

Kita juga bisa membuka file baru atau menambahkan file yang sudah ada. Dalam contoh kita menambahkan file yang dibuat

sebelumnya.

```
>open(file,"a"); ...  
> writevar(random(2,2),"M1"); ...  
> writevar(random(3,1),"M2"); ...  
> close();  
Function writevar not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
open(file,"a"); writevar(random(2,2),"M1"); writevar(rando
```

```
^  
>load(file); show M1; show M2;  
Variable show not found!  
Error in:  
load(file); show M1; show M2; ...  
^
```

Untuk menghapus file apa pun, gunakan `fileremove()`.

```
>fileremove(file);
```

Vektor baris dalam suatu file tidak memerlukan koma, jika setiap angka berada pada baris baru. Mari kita buat file seperti itu, tulis setiap baris satu per satu dengan `writeln()`.

```
>open(file,"w"); writeln("M = ["); ...  
> for i=1 to 5; writeln(" "+random()); end; ...  
> writeln("];"); close(); ...  
> printfile(file)  
Function printfile not found.  
Try list ... to find functions!  
Error in:  
... ()); end; writeln("];"); close(); printfile(file) ...  
^
```

```
>load(file); M  
[0.324769, 0.257889, 0.27269, 0.989602, 0.232463]
```

LATIHAN

1. Misalkan anda memiliki vektor $x=[2,4,6,8,10]$

a. buatlah vektor yang menggabungkan vektor x , angka 0 dan

vektorex lagi

- b. tentukan apakah setiap elemen vektor x lebih besar dari 5(hasil logika 1 untuk benar dan 0 untuk salah)

```
>x:=[2,4,6,8,10]; [x,0,x]
[2, 4, 6, 8, 10, 0, 2, 4, 6, 8, 10]
>x>5, %*x
[0, 0, 1, 1, 1]
[0, 0, 6, 8, 10]
```

2. Tentukan matriks X dengan elemen-elemen yang berurutan dari 1 hingga 20 dan susunlah elemen tersebut menjadi matriks berukuran 5x4.

```
>shortformat; X=redim(1:20,5,4)
Variable shortformat not found!
Error in:
shortformat; X=redim(1:20,5,4) ...
^
```

3. Seorang analis memiliki data penjualan harian selama 5 hari(150,200,250,300,350) yang disimpan dalam bentuk vektor sebagai berikut:

- a. mean(rata-rata)

- b. deviasi standar

```
>penjualan=[150,200,250,300,350]
[150, 200, 250, 300, 350]
atau anda bisa memanggil data yang sudah dibuat
>filename="penjualan.dat";
>writematrix(penjualan',filename)
Function writematrix not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
writematrix(penjualan',filename) ...
^
```

```
>penjualan=readmatrix(filename)'
Function readmatrix not found.
Try list ... to find functions!
```

```
Error in:
penjualan=readmatrix(filename)' ...
      ^
```

```
>mean(penjualan)
```

```
Function mean not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
mean(penjualan) ...
      ^
```

```
>dev(penjualan)
```

```
Function dev not found.
Try list ... to find functions!
Error in:
dev(penjualan) ...
      ^
```

4. Buat fungsi yang membuka URL

```
“https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_(software)”
```

dan mencari kata “Versi” di dalam URL tersebut, dan tampilkan hasilnya.

```
>function readversionwebsite () ...
```

```
urlopen("https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_(software)");
repeat
  until urleof();
  s=urlgetline();
  k=strfind(s,"version",1);
  if k>0 then substring(s,k,strfind(s,"<",k)-1), break; e
end;
urlclose();
endfunction
```

```
>readversion
```

```
Version 2024-01-12
```