

# 一阶逻辑等值演算与推理

## 5. 1 一阶逻辑等值式与 置换规则



## 例

■ 给定解释I如下：

1.  $D_I = \{2, 3\}$ ;

2.  $D_I$ 中特定元素 $\bar{a}=2$ ;

3. 函数 $\bar{f}(x)$ :  $\bar{f}(2)=3$ ,  $\bar{f}(3)=2$ ;

4. 谓词

$\bar{F}(x)$ :  $\bar{F}(2)=0$ ,  $\bar{F}(3)=1$ ;

$\bar{G}(x,y)$ :  $\bar{G}(2,2)=\bar{G}(2,3)=\bar{G}(3,2)=1$ ,  $\bar{G}(3,3)=0$ ;

$\bar{L}(x,y)$ :  $\bar{L}(2,2)=\bar{L}(3,3)=1$ ,  $\bar{L}(2,3)=\bar{L}(3,2)=0$ .

在I下求下列各式的真值。

$$1) \forall x(F(x) \wedge G(x, a))$$

$$\Leftrightarrow (F(2) \wedge G(2, 2)) \wedge (F(3) \wedge G(3, 2))$$

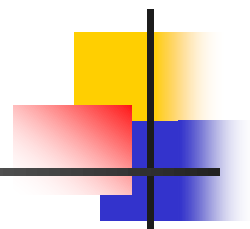
$$\Leftrightarrow (0 \wedge 1) \wedge (1 \wedge 1) \Leftrightarrow 0$$

$$2) \exists x(F(f(x)) \wedge G(x, f(x)))$$

$$\Leftrightarrow (F(f(2)) \wedge G(2, f(2))) \vee (F(f(3)) \wedge G(3, f(3)))$$

$$\Leftrightarrow (F(3) \wedge G(2, 3)) \vee (F(2) \wedge G(3, 2))$$

$$\Leftrightarrow (1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 1) \Leftrightarrow 1$$



$$3) \forall x \exists y L(x, y)$$

$$\Leftrightarrow \forall x (L(x, 2) \vee L(x, 3))$$

$$\Leftrightarrow (L(2, 2) \vee L(2, 3)) \wedge (L(3, 2) \vee L(3, 3))$$

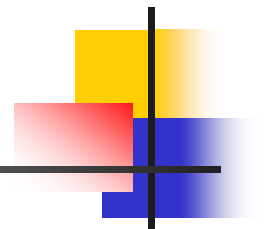
$$\Leftrightarrow (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1) \Leftrightarrow 1$$

$$4) \exists y \forall x L(x, y)$$

$$\Leftrightarrow (\forall x L(x, 2)) \vee (\forall x L(x, 3))$$

$$\Leftrightarrow (L(2, 2) \wedge L(3, 2)) \vee (L(2, 3) \wedge L(3, 3))$$

$$\Leftrightarrow (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) \Leftrightarrow 0$$





# 作业

---

## ■ 习题五

- 2. (2),(3)
- 5.