Деревья

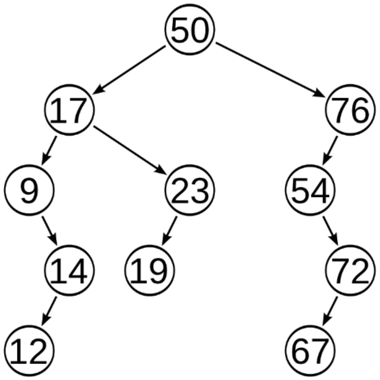
Юрий Литвинов
yurii.litvinov@gmail.com

02.11.2018

Дерево

Ещё один абстрактный тип данных, используемый в программировании повсеместно

- Файловая система
- Абстрактное синтаксическое дерево
  - Дерево разбора арифметического выражения
- Двоичное дерево поиска
  - Основа для реализации множеств
- Дерево контролов (или виджетов) в пользовательском интерфейсе
- ...



Определения

- Дерево — совокупность элементов, называемых узлами (один из которых — корень), и отношений, образующих иерархическую структуру узлов
  - Узел является деревом, он же — корень дерева
  - Есть узел n и деревья T_1, T_2, ..., T_k — деревья с корнями n_1, n_2, ..., n_k соответственно. Тогда можно построить новое дерево, с корнем n и поддеревьями T_1, T_2, ..., T_k. Узлы n_1, n_2, ..., n_k называются сыновьями узла n
- Нулевое дерево — дерево без узлов
- Дерево — связный ациклический граф
- Несвязный ациклический граф — лес

Ещё определения

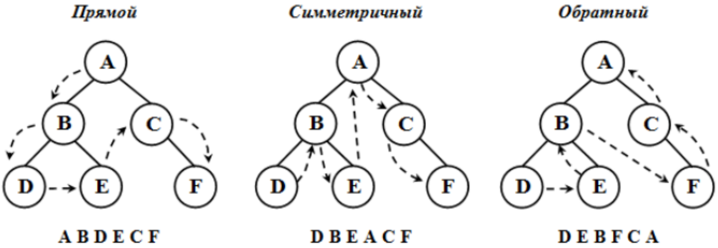
- Путь из n_1 в n_k — последовательность узлов n_1, ..., n_k, в которой каждый узел является родителем следующего
- Длина пути — число, на единицу меньшее количества узлов, составляющих путь
- Путь нулевой длины — путь из узла к самому себе
- Узел a называется предком узла b, если существует путь из a в b
  - b в этом случае — потомок a
  - Каждый узел — предок и потомок самого себя
- Потомок, не являющийся самим узлом, называется истинным потомком, с предком аналогично
- Узел, не имеющий истинных потомков, называется листом
- Поддерево какого-либо дерева — узел вместе со всеми потомками

И ещё определения

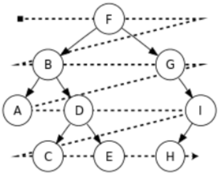
- Высота узла — длина самого длинного пути из узла до какого-либо листа
- Глубина узла — длина пути от узла до корня
- Высота дерева — высота корня
- Деревья бывают упорядоченными и неупорядоченными
  - Можно упорядочить узлы дерева, не связанные отношением предок-потомок (слева-справа)
- Деревья бывают помеченными (каждой вершине сопоставлено значение)

Обходы

- В глубину



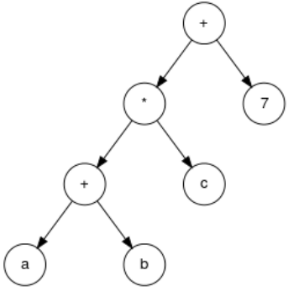
- В ширину



Деревья выражений

$(a + b) * c + 7$

- Прямой порядок — префиксная запись
  - $+ * + a\, b\, c\, 7$
- Обратный порядок — постфиксная запись
  - $a\, b + c * 7 +$
- Симметричный порядок — инфиксная запись
  - $a + b * c + 7$



АТД “Дерево”

- parent(n, t)
- leftmostChild(n, t)
- rightSibling(n, t)
- label(n, t)
- create(n, t1, ..., ti)
- root(t)
- makenull(t)

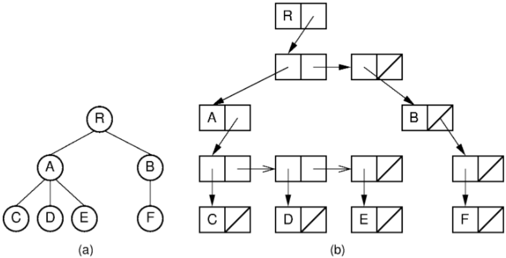
```
void preorder(Node *n)
{
  cout << label(n);
  Node *child = leftmostChild(n);
  while (child != nullptr)
  {
    preorder(child);
    child = rightSibling(child);
  }
}
```

Нерекурсивный обход в прямом порядке

```
void nonRecursivePreorder(Node *n) {
    stack<Node*> s;
    Node *m = n;
    while (true) {
        if (m != nullptr) {
            cout << label(m) << " ";
            s.push(m);
            m = leftmostChild(m);
        } else {
            if (s.empty())
                return;
            m = rightSibling(s.top());
            s.pop();
        }
    }
}
```

Реализация списком сыновей

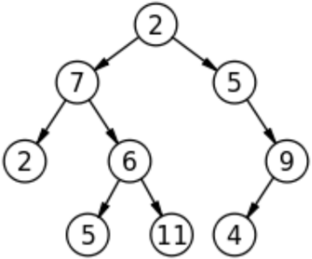
```
struct Node
{
   ElementType value;
   Node *sibling;
   Node *child;
};
```



Двоичные деревья

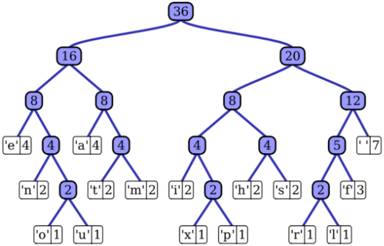
Деревья, у которых есть левый и правый сын, и это разные вещи

```
struct Node
{
    ElementType value;
    Node *leftChild;
    Node *rightChild;
};
```



Пример: алгоритм Хаффмана

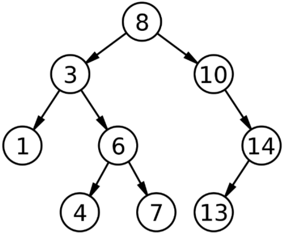
- Алгоритм сжатия, вычисляющий кратчайшую кодовую последовательность для символа
  - Если в тексте одни буквы “A”, нет смысла кодировать A 16-ю битами
- Префиксные коды
- Дерево частот символов



Пример: “this is an example of a huffman tree”

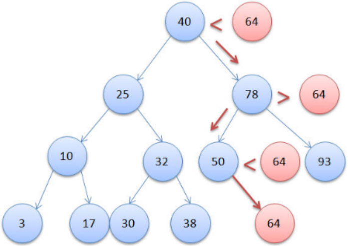
Двоичное дерево поиска

- Двоичное дерево, у которого для каждого узла в левом поддереве элементы, меньшие значения в узле, в правом — элементы, большие значения в узле
- Используется для представления множеств и ассоциативных массивов
  - Если дерево сбалансировано (т.е. высота примерно логарифм количества вершин), операции вставки, удаления и поиска выполняются за $log(n)$

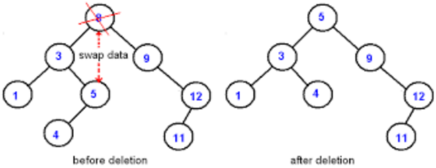


Операции

- Вставка



- Удаление



Проблема

- При неудачном порядке вставки дерево может выродиться в список
- Трудоёмкости всех операций сразу станут линейными