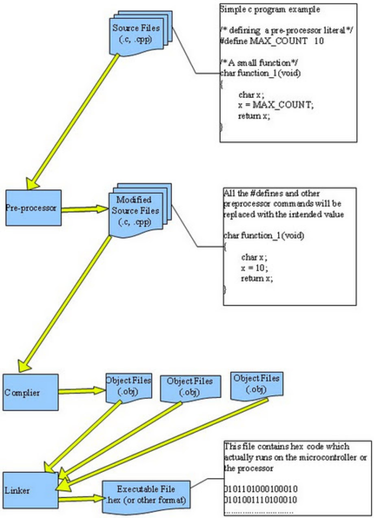
Автоматы и лексический анализ

Юрий Литвинов
yurii.litvinov@gmail.com

10.12.2019

Напоминание о процессе компиляции C++-кода



Фазы компилятора

Лексический анализ

- Преобразование потока символов в поток токенов
- Например, position := initial + rate * 60
  - Идентификатор position
  - Символ присвоения
  - Идентификатор initial
  - Знак сложения
  - Идентификатор rate
  - Знак умножения
  - Число 60
- Токен представляется в виде структуры из типа токена и его значения

Формальные языки, определения

- Алфавит — произвольное множество. Элементы множества называются *символами* алфавита.
- Строка (она же *цепочка*) — конечная последовательность символов из алфавита.
- Длина строки s (обозначается как $|s|$) — количество символов в строке.
- Пустая строка (ϵ) — строка, которая не содержит символов.
- Конкатенация строк — две строки, записанные друг за другом.
- Язык — множество строк. Например, пустой язык (обозначается $\{\}$), множество всех корректных программ на C++, множество всех грамматически корректных предложений русского языка.

Операции над языками

Позволяют собрать из простых более сложные

- Объединение L и M ($L \cup M$) — $L \cup M = \{s \mid s \in L \vee s \in M\}$
- Конкатенация L и M (LM) — $LM = \{st \mid s \in L \wedge t \in M\}$
- Замыкание Клини или *итерация* (она же *звёздочка Клини*) (L^*) — $L^* = \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} L^i$, где L^i — это $LL \ldots L$ i раз
  - В том числе, $i = 0$, то есть ϵ всегда принадлежит L^*
    - То есть, пустая строка всегда часть замыкания
- Позитивное замыкание L (L^+) — LL^*
  - Или $L^* = \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} L^i$, то есть замыкание без пустой строки

Регулярные выражения

Формальный язык для записи языков

- Регулярное выражение ϵ задаёт язык $\{\epsilon\}$
- Регулярное выражение a задаёт язык $\{a\}$ (язык из одного символа)
- Пусть r и s — регулярные выражения, задающие языки $L(r)$ и $L(s)$. Тогда
  - Регулярное выражение $(r) \mid (s)$ задаёт объедиение, $L(r) \cup L(s)$
  - Регулярное выражение $(r)(s)$ задаёт конкатенацию, $L(r)L(s)$
- Регулярное выражение $(r)^*$ задаёт замыкание Клини, $(L(r))^*$
- Регулярное выражение (r) задаёт $L(r)$ (то есть можно ставить скобки)
- Регулярное выражение $r?$ задаёт $L(r) \cup \epsilon$
- Регулярное выражение $r+$ задаёт $L(r)^+$
- Регулярное выражение $[a..z]$ задаёт $L(a) \cup L(b) \cup \ldots \cup L(z)$

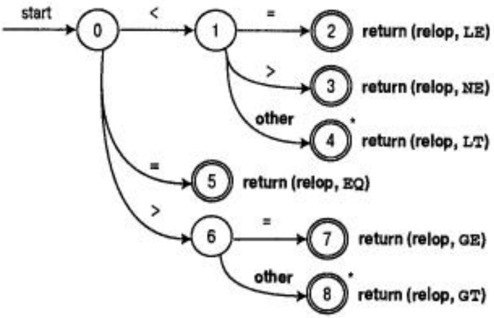
Регулярные определения

Именуем регулярные выражения для удобства записи

- $\mathit{letter} \to A|B|...|Z|a|b|...|z$
- $\mathit{digit} \to 0|1|...|9$
- $\mathit{id} \to \mathit{letter}(\mathit{letter}|\mathit{digit})*$
- $\mathit{num} \to \mathit{digit} + (.\mathit{digit}+)?(E(+|-)?\mathit{digit}+)?$
- $\mathit{relop} \to < \mid <= \mid = \mid <> \mid > \mid >=$

Диаграммы переходов

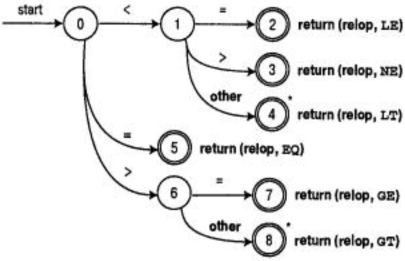
$relop \rightarrow < \mid <= \mid = \mid <> \mid > \mid >=$



- Двойной кружок — *принимающее состояние*
- Звёздочка — вернуть последний символ во входной поток

Как это закодить

$$relop \rightarrow < \mid <= \mid = \mid <> \mid > \mid >=$$




```
Token nextToken()
{
  while (true) {
    switch (state) {
      case 0:
         c = nextChar();
         if (c == blank || c == tab || c = newline) {
           state = 0;
           lexeme_beginning++;
         } else if (c == '<')
               state = 1
           else if (c == '=')
               state = 5;
           else if (c == '>')
               state = 6;
           else
               state = fail;
           break;
      case 1: ...
```

Конечные автоматы

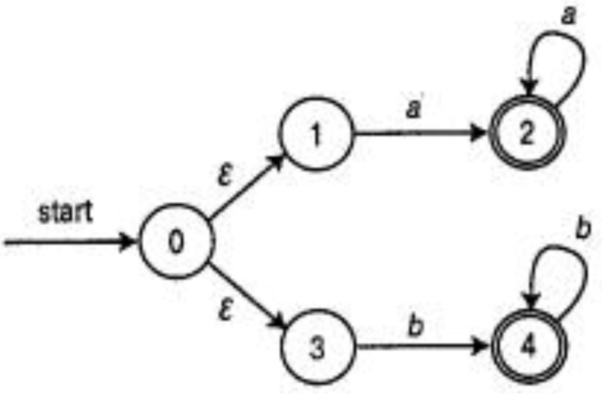
- Конечный автомат — $(S, \Sigma, move, s_0, F)$
  - S — множество состояний
  - Σ — входной алфавит
  - move — функция переходов
  - s_0 — начальное состояние
  - F — множество допускающих состояний
- Неформально автомат имеет состояние, в зависимости от которого может по-разному реагировать на входные символы (или события)
- Применяются не только в лексическом анализе, но и в сетевых протоколах, пользовательских интерфейсах и т.д. и т.п.
- Автомат принимает язык, если для любой строки языка после выполнения всех переходов он оказывается в допускающем состоянии

ДКА и НКА

- Детерминированный конечный автомат (ДКА) — $\mathit{move} : S \times \Sigma \to S$
- Недетерминированный конечный автомат (НКА) — $\mathit{move} : 2^S \times \Sigma \cup \epsilon \to 2^S$
  - НКА может находиться в нескольких состояниях одновременно и делать переход одновременно в несколько разных состояний
  - Или, другая точка зрения — он не знает, в каком именно состоянии сейчас находится
  - И есть эпсилон-переходы — спонтанные переходы, без входного символа

Пример НКА

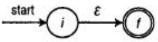
Пусть есть язык, задаваемый регулярным выражением $aa^* \mid bb^*$.
Тогда его принимает НКА:



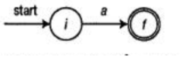
Построение НКА по регулярному выражению

Теорема: по любому РВ можно построить НКА, принимающий язык РВ. Доказательство:

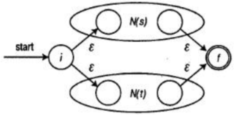
1. Ɛ



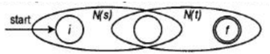
2. a из Σ



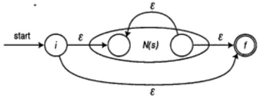
3. s|t



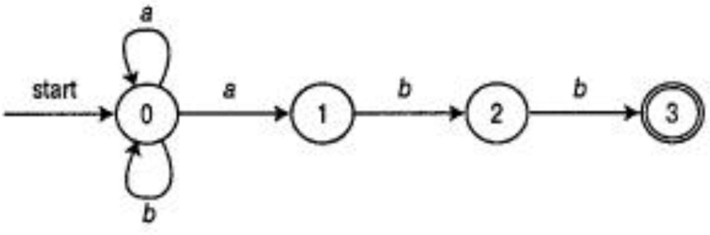
4. st



5. s*



Моделирование НКА, таблица переходов

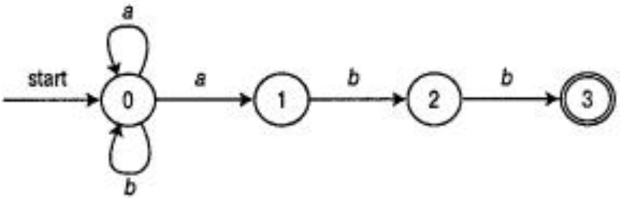


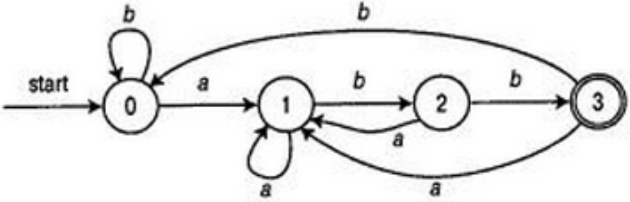
Состояние	a	b
0	$\{0, 1\}$	$\{0\}$
1	—	$\{2\}$
2	—	$\{3\}$

Построение ДКА по НКА

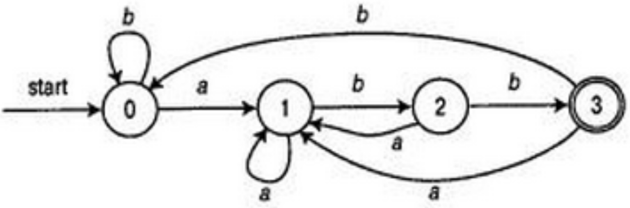
Теорема: по любому НКА можно построить ДКА, принимающий в точности тот же язык (то есть НКА и ДКА эквивалентны друг другу в плане выразительности).
Без доказательства.

Пример





Моделирование ДКА



Состояние	a	b
0	1	0
1	1	2
2	1	3
3	1	0

Как это выглядит в коде

- switch-case вполне вариант
- Интерпретировать таблицу состояний
  - Лучше, меньше кода и гибче

```
while c <> eof do begin
   s := move(s, c);
   c := nextchar();
end;
if s in F then
   return true
else
   return false
```

Книжка

А. Ахо, Р. Сети, Дж. Ульман, М. Лам. Компиляторы. Принципы, технологии, инструменты.