

# Вычислительные выражения в F#

Юрий Литвинов  
y.litvinov@spbu.ru

07.04.2023

# Что это и зачем нужно

- ▶ Механизм управления процессом вычислений
- ▶ В функциональных языках — единственный способ определить порядок вычислений
- ▶ Зачастую — нетривиальным образом (Async)
- ▶ Способ не писать кучу вспомогательного кода (сродни АОП)
- ▶ В теории ФП они называются монадами
- ▶ На самом деле, синтаксический сахар

# Пример

Классический пример с делением на 0

Сопротивление сети из параллельных резисторов:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$$

$R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  могут быть 0. Что делать?

- ▶ Бросать исключение — плохо
- ▶ Использовать option — много работы, но попробуем

# Реализация вручную

divide

```
let divide x y =  
  match y with  
  | 0.0 -> None  
  | _ -> Some (x / y)
```

# Реализация вручную

## Само вычисление

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  let r1' = divide 1.0 r1  
  match r1' with  
  | None -> None  
  | Some x -> let r2' = divide 1.0 r2  
              match r2' with  
              | None -> None  
              | Some y -> let r3' = divide 1.0 r3  
                          match r3' with  
                          | None -> None  
                          | Some z -> let r = divide 1.0 (x + y + z)  
                                      r
```

## То же самое, через Workflow Builder

```
type MaybeBuilder() =  
  member this.Bind(x, f) =  
    match x with  
    | None -> None  
    | Some a -> f a  
  member this.Return(x) =  
    Some x  
  
let maybe = new MaybeBuilder()
```

# Само вычисление

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  maybe {  
    let! r1' = divide 1.0 r1  
    let! r2' = divide 1.0 r2  
    let! r3' = divide 1.0 r3  
    let! r = divide 1.0 (r1' + r2' + r3')  
    return r  
  }
```

# Некоторые синтаксические “похожести”

seq — это тоже Computation Expression

```
let daysOfTheYear =  
  seq {  
    let months =  
      ["Jan"; "Feb"; "Mar"; "Apr"; "May"; "Jun";  
       "Jul"; "Aug"; "Sep"; "Oct"; "Nov"; "Dec"]  
    let daysInMonth month =  
      match month with  
      | "Feb" -> 28  
      | "Apr" | "Jun" | "Sep" | "Nov" -> 30  
      | _ -> 31  
    for month in months do  
      for day = 1 to daysInMonth month do  
        yield (month, day)  
  }
```



## Ещё один пример

```
let debug x = printfn "value is %A" x
```

```
let withDebug =
```

```
    let a = 1
```

```
    debug a
```

```
    let b = 2
```

```
    debug b
```

```
    let c = a + b
```

```
    debug c
```

```
    c
```

## То же самое с Workflow

```
type DebugBuilder() =  
  member this.Bind(x, f) =  
    debug x  
    f x  
  member this.Return(x) = x  
  
let debugFlow = DebugBuilder ()  
  
let withDebug = debugFlow {  
  let! a = 1  
  let! b = 2  
  let! c = a + b  
  return c  
}
```

# Что происходит

Как оно устроено внутри

- ▶ Bind создаёт цепочку continuation passing style-функций, возможно, с побочными эффектами
- ▶ Есть тип-обёртка (или монадический тип), в котором хранится состояние вычисления
- ▶ let! вызывает Bind, return — Return, Bind принимает обёрнутое значение и функцию-continuation, return по необёрнутому значению делает обёрнутое

# Отступление про CPS

C#, код без CPS

```
public int Divide(int a, int b)
{
    if (b == 0)
    {
        throw new InvalidOperationException("div by 0");
    }
    else
    {
        return a / b;
    }
}
```

## C#, то же с CPS

```
public T Divide<T>(int a, int b, Func<T> ifZero  
    , Func<int, T> ifSuccess)  
{  
    if (b == 0)  
    {  
        return ifZero();  
    }  
    else  
    {  
        return ifSuccess(a / b);  
    }  
}
```

Вызывающий решает, что делать, а не вызываемый.

## То же на F#

Без CPS:

```
let divide a b =  
    if (b = 0)  
    then invalidOp "div by 0"  
    else (a / b)
```

C CPS:

```
let divide ifZero ifSuccess a b =  
    if (b = 0)  
    then ifZero()  
    else ifSuccess (a / b)
```

# Примеры

```
let ifZero1 () = printfn "bad"  
let ifSuccess1 x = printfn "good %i" x  
let divide1 = divide ifZero1 ifSuccess1
```

```
let ifZero2() = None  
let ifSuccess2 x = Some x  
let divide2 = divide ifZero2 ifSuccess2
```

```
let ifZero3() = failwith "div by 0"  
let ifSuccess3 x = x  
let divide3 = divide ifZero3 ifSuccess3
```

# let, «многословный» синтаксис

**let**  $x = \text{something}$

равносильно

**let**  $x = \text{something}$  **in** [ выражение с  $x$  ]

например,

**let**  $x = 1$  **in**

**let**  $y = 2$  **in**

**let**  $z = x + y$  **in**

$z$



# let и лямбды

**fun** x -> [ выражение с x ]

или

something |> (**fun** x -> [ выражение с x ])

и обращаем внимание, что:

**let** x = someExpression **in** [ выражение с x ]

someExpression |> (**fun** x -> [ выражение с x ])

# let и CPS

```
let x = 1 in
  let y = 2 in
    let z = x + y in
      z
1 |> (fun x ->
  2 |> (fun y ->
    x + y |> (fun z ->
      z)))
```

## Теперь вспомним про Workflow-ы

```
let pipeInto expr f
  expr |> f
pipeInto (1, fun x ->
  pipeInto (2, fun y ->
    pipeInto (x + y, fun z ->
      z)))
```

# Зачем

```
let pipeInto (expr, f) =  
  printfn "expression is %A" expr  
  expr |> f  
  
pipeInto (1, fun x ->  
  pipeInto (2, fun y ->  
    pipeInto (x + y, fun z ->  
      z)))
```

## То же самое с Workflow

```
type DebugBuilder() =  
  member this.Bind(x, f) =  
    debug x  
    f x  
  member this.Return(x) = x  
  
let debugFlow = DebugBuilder ()  
  
let withDebug = debugFlow {  
  let! a = 1  
  let! b = 2  
  let! c = a + b  
  return c  
}
```

## Более сложный пример, с делением pipeInto, которая потом будет Bind

```
let pipeInto (expr, f) =  
  match expr with  
  | None ->  
    None  
  | Some x ->  
    x |> f
```

# Более сложный пример, с делением

Сам процесс

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  let a = divide 1.0 r1  
  pipeInto (a, fun a' ->  
    let b = divide 1.0 r2  
    pipeInto (b, fun b' ->  
      let c = divide 1.0 r3  
      pipeInto (c, fun c' ->  
        let r = divide 1.0 (a + b + c)  
        pipeInto (r, fun r' ->  
          Some r  
        ))))
```

## Уберём временные let-ы

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  pipeInto (divide 1.0 r1, fun a ->  
    pipeInto (divide 1.0 r2, fun b ->  
      pipeInto (divide 1.0 r3, fun c ->  
        pipeInto (divide 1.0 (a + b + c), fun r ->  
          Some r  
        )))
```



## И отформатируем

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  pipeInto (divide 1.0 r1, fun a ->  
    pipeInto (divide 1.0 r2, fun b ->  
      pipeInto (divide 1.0 r3, fun c ->  
        pipeInto (divide 1.0 (a + b + c), fun r ->  
          Some r  
        ))))
```

## Сравним с оригиналом

```
let resistance r1 r2 r3 =  
  maybe {  
    let! r1' = divide 1.0 r1  
    let! r2' = divide 1.0 r2  
    let! r3' = divide 1.0 r3  
    let! r = divide 1.0 (r1' + r2' + r3')  
    return r  
  }
```

# Подробнее про Bind

- ▶  $\text{Bind} : M\langle 'T \rangle * ('T \rightarrow M\langle 'U \rangle) \rightarrow M\langle 'U \rangle$
- ▶  $\text{Return} : 'T \rightarrow M\langle 'T \rangle$

**let!** x = 1 **in** x \* 2

builder.Bind(1, (**fun** x -> x \* 2))

# Инфиксное определение Bind

```
let (>>=) m f = pipeInto(m, f)
```

```
let workflow =  
  1 >>= (+) 2 >>= (*) 42 >>= id
```

## Option.bind и maybe

```
module Option =
```

```
  let bind f m =
```

```
    match m with
```

```
    | None ->
```

```
      None
```

```
    | Some x ->
```

```
      x |> f
```

```
type MaybeBuilder() =
```

```
  member this.Bind(m, f) = Option.bind f m
```

```
  member this.Return(x) = Some x
```

# Содержимое типа-обёртки может иметь разный тип

Пример, серия запросов к БД

```
type DbResult<'a> =  
  | Success of 'a  
  | Error of string
```

```
type CustomerId = CustomerId of string
```

```
type OrderId = OrderId of int
```

```
type ProductId = ProductId of string
```

## Пример, запросы

```
let getCustomerId name =
```

```
  if (name = "")
```

```
  then Error "getCustomerId failed"
```

```
  else Success (CustomerId "Cust42")
```

```
let getLastOrderForCustomer (CustomerId custId) =
```

```
  if (custId = "")
```

```
  then Error "getLastOrderForCustomer failed"
```

```
  else Success (OrderId 123)
```

```
let getLastProductForOrder (OrderId orderId) =
```

```
  if (orderId = 0)
```

```
  then Error "getLastProductForOrder failed"
```

```
  else Success (ProductId "Product456")
```

# Общение с БД вручную

```
let product =  
  let r1 = getCustomerId "Alice"  
  match r1 with  
  | Error e -> Error e  
  | Success custId ->  
    let r2 = getLastOrderForCustomer custId  
    match r2 with  
    | Error e -> Error e  
    | Success orderId ->  
      let r3 = getLastProductForOrder orderId  
      match r3 with  
      | Error e -> Error e  
      | Success productId ->  
        printfn "Product is %A" productId  
        r3
```



# Builder

```
type DbResultBuilder() =
```

```
member this.Bind(m, f) =  
    match m with  
    | Error e -> Error e  
    | Success a ->  
        printfn "Successful: %A" a  
        f a
```

```
member this.Return(x) =  
    Success x
```

```
let dbresult = new DbResultBuilder()
```

# Workflow

```
let product =  
  dbresult {  
    let! custId = getCustomerId "Alice"  
    let! orderId = getLastOrderForCustomer custId  
    let! productId = getLastProductForOrder orderId  
    printfn "Product is %A" productId  
    return productId  
  }  
printfn "%A" product
```

# Композиция Workflow-ов

```
let subworkflow1 = myworkflow { return 42 }
```

```
let subworkflow2 = myworkflow { return 43 }
```

```
let aWrappedValue =  
  myworkflow {  
    let! unwrappedValue1 = subworkflow1  
    let! unwrappedValue2 = subworkflow2  
    return unwrappedValue1 + unwrappedValue2  
  }
```

## Вложенные Workflow-ы

```
let aWrappedValue =  
  myworkflow {  
    let! unwrappedValue1 = myworkflow {  
      let! x = myworkflow { return 1 }  
      return x  
    }  
    let! unwrappedValue2 = myworkflow {  
      let! y = myworkflow { return 2 }  
      return y  
    }  
    return unwrappedValue1 + unwrappedValue2  
  }
```

# ReturnFrom

```
type MaybeBuilder() =  
  member this.Bind(m, f) = Option.bind f m  
  member this.Return(x) =  
    printfn "Wrapping a raw value into an option"  
    Some x  
  member this.ReturnFrom(m) =  
    printfn "Returning an option directly"  
    m  
  
let maybe = new MaybeBuilder()
```

# Пример

```
maybe { return 1 }
```

```
maybe { return! (Some 2) }
```

## Зачем это

```
maybe {  
  let! x = divide 24 3  
  let! y = divide x 2  
  return y  
}
```

```
maybe {  
  let! x = divide 24 3  
  return! divide x 2  
}
```

# Первый закон монад

- Bind и Return должны быть взаимно обратны

```
myworkflow {  
  let originalUnwrapped = something  
  let wrapped = myworkflow { return originalUnwrapped }  
  let! newUnwrapped = wrapped  
  assertEquals newUnwrapped originalUnwrapped  
}  
  
myworkflow {  
  let originalWrapped = something  
  let newWrapped = myworkflow {  
    let! unwrapped = originalWrapped  
    return unwrapped  
  }  
  assertEquals newWrapped originalWrapped  
}
```



## Второй закон монад

- Композиция должна быть консистентной

```
let result1 = myworkflow {  
  let! x = originalWrapped  
  let! y = f x  
  return! g y  
}  
  
let result2 = myworkflow {  
  let! y = myworkflow {  
    let! x = originalWrapped  
    return! f x  
  }  
  return! g y  
}  
  
assertEqual result1 result2
```

## Какие ещё методы есть у WorkflowBuilder

Имя	Тип	Описание
Delay	$(\text{unit} \rightarrow M<'T>) \rightarrow M<'T>$	Превращает в функцию
Run	$M<'T> \rightarrow M<'T>$	Исполняет вычисление
Combine	$M<'T> * M<'T> \rightarrow M<'T>$	Последовательное исполнение
For	$\text{seq}<'T> * ('T \rightarrow M<'U>) \rightarrow M<'U>$	Цикл for
TryWith	$M<'T> * (\text{exn} \rightarrow M<'T>) \rightarrow M<'T>$	Блок try with
TryFinally	$M<'T> * (\text{unit} \rightarrow \text{unit}) \rightarrow M<'T>$	Блок finally
Using	$'T * ('T \rightarrow M<'U>) \rightarrow M<'U>$ when 'U :> IDisposable	use
While	$(\text{unit} \rightarrow \text{bool}) * M<'T> \rightarrow M<'T>$	Цикл while
Yield	$'T \rightarrow M<'T>$	yield или ->
YieldFrom	$M<'T> \rightarrow M<'T>$	yield! или ->>
Zero	$\text{unit} \rightarrow M<'T>$	Обёрнутое ()

# Моноиды

## Немного алгебры

Множество с бинарной операцией

- ▶ Замкнутость относительно операции
- ▶ Ассоциативность
- ▶ Наличие нейтрального элемента

Например,  $[a] @ [b] = [a; b]$

# Пример

```
type OrderLine = {Quantity : int; Total : float}
```

```
let orderLines = [  
  {Quantity = 2; Total = 19.98};  
  {Quantity = 1; Total = 1.99};  
  {Quantity = 2; Total = 3.98}; ]
```

```
let addLine line1 line2 =  
  {Quantity = line1.Quantity + line2.Quantity;  
   Total = line1.Total + line2.Total}
```

```
orderLines |> List.reduce addLine
```

# Эндоморфизмы

Эндоморфизм — функция, у которой тип входного значения совпадает с типом выходного

Множество функций + композиция — моноид, если функции — эндоморфизмы

# Пример

```
let plus1 x = x + 1
```

```
let times2 x = x * 2
```

```
let subtract42 x = x - 42
```

```
let functions = [  
  plus1;  
  times2;  
  subtract42 ]
```

```
let newFunction = functions |> List.reduce (>>)
```

```
printfn "%d" <| newFunction 20
```

# Bind

`Option.bind : ('T → 'U option) → 'T option → 'U option`  
— частично применённый Bind — эндоморфизм (если 'T и 'U совпадают)

```
let bindFns = [  
  Option.bind (fun x -> if x > 1 then  
    Some (x * 2)  
    else None);  
  Option.bind (fun x -> if x < 10 then Some x else None)  
]
```

```
let bindAll =  
  bindFns |> List.reduce (>>)
```

```
Some 4 |> bindAll
```

## Не только эндоморфизмы могут образовать моноид

```
type Predicate<'A> = 'A -> bool
```

```
let predAnd p1 p2 x =  
    if p1 x  
    then p2 x  
    else false
```

```
let predicates = [isMoreThan10Chars; isMixedCase;  
                  isNotDictionaryWord]
```

```
let combinePredicates = predicates |> List.reduce predAnd
```



# Монады

Workflow-ы, Computational Expressions

- ▶ Замкнуты
- ▶ Композиция ассоциативна (второй закон монад)
- ▶ Нейтральный элемент (Return, первый закон монад)

«a monad is a monoid in the category of endofunctors, what's the problem?»

# Полезные ссылки

Откуда взяты примеры

- ▶ <https://fsharpforfunandprofit.com/series/computation-expressions.html>
- ▶ <http://www.slideshare.net/ScottWlaschin/fp-patterns-buildstuffit>