УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЦАГИ

Том XX 1989 № 1

УДК 532.58

ГЛИССИРОВАНИЕ КИЛЕВАТОЙ ПЛАСТИНЫ ПО ВОЛНЕ

Л. Д. Коврижных, А. И. Тихонов

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования глиссирования плоскокилеватой пластины по регулярной волне. Выражения нестационарных гидродинамических сил и моментов берутся в нелинейном виде на основе метода плоских поперечных сечений с учетом волновых скоростей и ускорений жидких частиц. Получена система нелинейных дифференциальных уравнений движения пластины с двумя степенями свободы, решение которой проводится численным методом. Установлены особенности колебательных характеристик глиссирующей пластины в зависимости от скорости движения, параметров волны и характеристик устойчивости глиссирования. Дается сравнение расчетных и экспериментальных данных по гидродинамическим силам и моментам и колебательным характеристикам пластины.

В процессе развития гидроавиации было проведено большое количество экспериментальных модельных исследований мореходности проектируемых гидросамолетов.

В 1950—60 гг. в ЦАГИ А. И. Тихоновым были выполнены систематические экспериментальные исследования колебательных характеристик моделей гидросамолетов, определяющих основные закономерности их движения по регулярному волнению. С помощью разработанного метода плоских поперечных сечений для определения гидродинамических сил при стационарном и нестационарном глиссировании килеватых пластин [1, 2] А. И. Тихоновым были проведены расчеты колебательных характеристик гидросамолетов путем численного решения дифференциальных уравнений их движения на регулярной волне (с учетом аэродинамики). Недостаточная сходимость результатов расчета и эксперимента на относительно больших волнах потребовала более глубокого исследования схематизированных глиссирующих тел — плоскокилеватых пластин.

В работе [3] дан расчет гидродинамической подъемной силы килеватой пластины при движении сквозь гармоническую волну с фиксированными углом дифферента, осадкой и горизонтальной скоростью.

В работе [4] рассмотрено движение плоскокилеватой пластины по регулярному волнению в линейном приближении — в ней результаты расчета и эксперимента значительно расходятся. В настоящей работе рассматривается глиссирование с двумя степенями свободы плоскокилеватой пластины по прогрессивной волне с уточненным выражением гидродинамических сил с учетом орбитальных скоростей частиц жидкости; дается численное решение нелинейных дифференциальных уравнений движения. Проводится сравнение расчетных и экспериментальных данных.

1. Рассмотрим движение плоскокилеватой пластины перпендикулярно фронту прогрессивных волн. Предполагаем, что пластина имеет две степени свободы — по углу дифферента и вертикальному перемещению, крен, боковое движение и разворот относительно вертикальной оси отсутствуют. Считаем горизонтальную скорость V центра масс (ЦМ) пластины постоянной. Движение пластины в продольной плоскости будем рассматривать относительно неподвижной правой системы координат; ось Ox лежит на невозмущенном уровне воды и направлена по V, ось Oy направлена вертикально вверх (рис. 1). Движение пластины рассматриваем как поступательное движение центра масс и вращение пластины относительно него.

Дифференциальные уравнения движения пластины по волне запишем в следующем виде:

$$\begin{gathered} m\ddot{y}_c = Y - mg, \\ I\ddot{\varphi} = M \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь m, M — масса пластины и ее момент инерции относительно поперечной оси, проходящей через ЦМ; Y и M — гидродинамические подъемная сила и дифферентующий момент; g — ускорение свободного падения; φ — угол дифферента пластины; x_c, y_c — координаты ЦМ пластины. Точки над буквами обозначают дифференцирование по времени t. В дальнейшем будем считать угол $\varphi \ll 1$, так что $\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$.

Для определения гидродинамических сил и моментов, действующих на колеблющуюся плоскокилеватую пластину, применим метод плоских поперечных сечений. Считаем, что каждое поперечное сечение смоченной поверхности пластины обтекается нормальным к килю потоком, относительные скорости которого включают вертикальные волновые скорости частиц жидкости. Предполагаем, что глиссирование пластины происходит на больших числах $\mathrm{Fr}_\Delta = \dfrac{V}{\sqrt{g\sqrt[3]{m/\rho}}} \geqslant 4$, когда доминирующими являются силы динамического происхождения. В рассмотрение включаются режимы частичного или полного выбрасывания пластины из воды от ударного воздействия на нее волн.

Нестационарные гидродинамические подъемную силу и продольный момент будем определять как сумму сил (моментов) согласно гипотезе стационарности и сил (моментов) инерционной природы [1]. Рассмотрим случаи глиссирования без смачивания и со смачиванием скул.

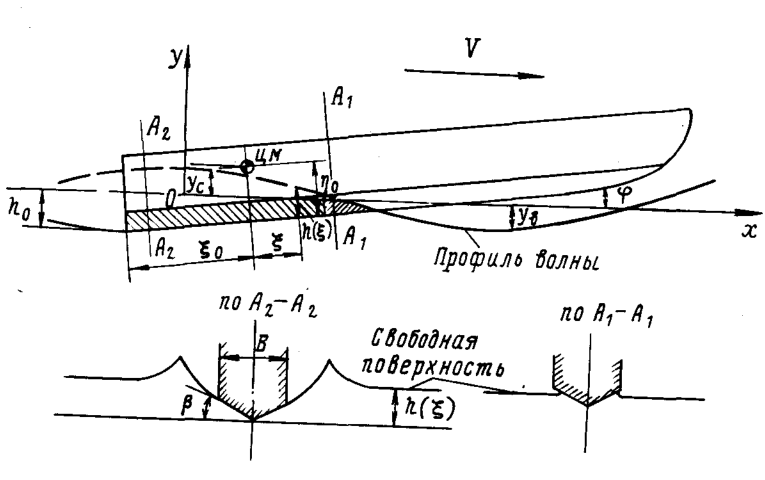

Рис. 1

При глиссировании без смачивания скул элементарная мгновенная сила, действующая нормально к килю в сечении ξ на элементарный клин длиной $d\xi$, будет равна

$$f(\xi)\,d\xi=\rho k(\beta)\left[2h(\xi)\,V_n^2(\xi)-(2-\cos\beta)\,h^2(\xi)\,\frac{dV_n(\xi)}{dt}\right]d\xi, \tag{2}$$

где ρ — плотность воды; β — угол поперечной килеватости пластины; $k(\beta)=$ $=\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{2\beta}-1\right)^2$ — известный коэффициент Вагнера; $(2-\cos\beta)$ — множитель, предложенный Г. В. Логвиновичем для учета эффекта брызговых струй; $h(\xi)$, $V_n(\xi)$ — погружение и нормальная относительная скорость киля; ξ — координата, отсчитываемая вдоль киля от ЦМ (см. рис. 1). Очевидно,

$$\left.\begin{aligned} h(\xi)&=\eta_0-y_c-\xi\varphi+y_в(\xi),\\ V_n(\xi)&=-V\varphi+\dot{y}_c+\xi\dot{\varphi}-\dot{y}_в(\xi),\\ \frac{dV_n(\xi)}{dt}&=-2V\dot{\varphi}+\ddot{y}_c+\xi\ddot{\varphi}-\ddot{y}_в(\xi),\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $y_в(\xi)$ — ордината волновой поверхности в сечении ξ; ξ_0, η_0 — расстояния от ЦМ соответственно до транца и киля пластины.

Уравнение прогрессивной волны, распространяющейся навстречу движущейся пластины, запишем в виде

$$y_в(x)=\frac{h_в}{2}\cos k\,(x+ct),$$

где $h_в$, $\lambda_в$ — высота и длина волны; $k=\frac{2\pi}{\lambda_в}$ — волновое число; $c=\sqrt{\frac{g\lambda_в}{2\pi}}$ — скорость распространения волны, причем $x=x_c+\xi$. Выберем при $t=0$, $x_c=0$, тогда при $t>0$ $x_c=Vt$.

При выводе формул (2) и (3) мы пренебрегли горизонтальной волновой скоростью по сравнению со скоростью глиссирования V. Вертикальные волновые скорости $\dot{y}_в(\xi)$ и ускорения $\ddot{y}_в(\xi)$ на смоченной поверхности пластины приняты приближенно равными их значениям на свободной поверхности, т. е.

$$\dot{y}_в(\xi)=-\frac{\pi h_в c}{\lambda_в}\sin k\left[(V+c)\,t+\xi\right],$$

$$\ddot{y}_в(\xi)=-\frac{\pi g h_в}{\lambda_в}\cos k\left[(V+c)\,t+\xi\right].$$

Суммируя элементарные силы (2), распределенные по смоченной поверхности пластины, получим гидродинамическую подъемную силу, действующую на пластину в момент времени t:

$$Y_{гд}=\rho k(\beta)\,\varkappa_y\int\limits_{-\xi_0}^{\xi_в} f(\xi)\,d\xi, \tag{4}$$

где $\xi_в$ — координата точки пересечения килевой линии пластины с волновым профилем. Аналогично суммируя элементарные моменты, получим гидродинамический момент относительно центра масс пластины:

$$M_{гд}=\rho k(\beta)\,\varkappa_M\int\limits_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi f(\xi)\,d\xi. \tag{5}$$

В выражениях (4) и (5) коэффициенты

$$\varkappa_y = 1 - \frac{\pi\varphi}{4\,\mathrm{tg}\,\beta}, \quad \varkappa_M = \varkappa_y \left[1 + \frac{1}{1+\sqrt{1+\left(\frac{2\,\mathrm{tg}\,\beta}{\pi\varphi}\right)^2}}\right]$$

учитывают продольное перетекание и выравнивание давления к транцу.

Кроме сил (момента) динамического характера, на пластину будет действовать сила (момент) квазистатического происхождения, обусловленная воздействием внешнего поля давления волнового движения частиц жидкости. Это давление выражается через линеаризированный интеграл Лагранжа:

$$p - p_0 = -\rho g y - \rho \frac{\partial \Phi_{\text{в}}}{\partial t},$$

где p_0 — атмосферное давление, $\Phi_{\text{в}} = -\frac{h_{\text{в}}}{2} c e^{ky} \sin k(x+ct)$ — потенциал скорости прогрессивной волны. Полагая, как прежде, $e^{ky} \approx 1$ и учитывая, что $\left(\frac{\partial \Phi_{\text{в}}}{\partial t}\right)_{y=0} = g y_{\text{в}}$, получим на килевой линии

$$p - p_0 = \rho g\,[\eta_0 - y_{\text{c}} - \xi\varphi + y_{\text{в}}(\xi)] = \rho g h(\xi).$$

Элементарная квазистатическая сила в сечении ξ будет

$$\Delta Y_{\text{гс}} = \rho g\,\mathrm{ctg}\,\beta h^2(\xi)\,d\xi.$$

Суммируя эти силы, получим квазистатическую силу:

$$Y_{\text{гс}} = \rho g\,\mathrm{ctg}\,\beta \int_{-\xi_0}^{\xi_{\text{в}}} h^2(\xi)\,d\xi. \tag{6}$$

Квазистатический момент относительно ЦМ запишем в виде

$$M_{\text{гс}} = \rho g\,\mathrm{ctg}\,\beta \int_{-\xi_0}^{\xi_{\text{в}}} \xi h^2(\xi)\,d\xi. \tag{7}$$

На пластину будет действовать момент трения. Считая, что равнодействующая сил трения проходит через центр проекции смоченной поверхности на диаметральную плоскость пластины параллельно килевой линии, получим

$$M_{\text{тр}} = -\rho \frac{\pi}{2} \frac{c_f}{\sin\beta} V^2 \int_{-\xi_0}^{\xi_{\text{в}}} \left[\eta_0 - \frac{\pi}{4} h(\xi)\right] h(\xi)\,d\xi, \tag{8}$$

где c_f — коэффициент трения воды. Суммируя (4)—(8), получим полные гидродинамические подъемную силу и момент

$$\left.\begin{aligned} Y &= Y_{\text{гд}} + Y_{\text{гс}}, \\ M &= M_{\text{гд}} + M_{\text{гс}} + M_{\text{тр}}. \end{aligned}\right\}$$

При глиссировании плоскокилеватой пластины шириной $B = 2b$ со смачиванием скул передняя часть глиссирует без смачивания скул, остальная часть глиссирует с погруженными скулами.

Гидродинамическая подъемная сила, действующая на переднюю часть, когда $h(\xi) \leqslant \frac{2}{\pi} b\,\mathrm{tg}\,\beta$, будет равна:

$$Y_\Delta = \rho k(\beta) \int\limits_{l_{ск}-\xi_0}^{\xi_в} \left[2h(\xi) V_n^2(\xi) - (2-\cos\beta) h^2(\xi) \frac{dV_n(\xi)}{dt} \right] d\xi, \tag{9}$$

где $l_{ск} = l_k - l_\Delta$ — смоченная длина по скуле: l_k — смоченная длина по килю; $l_\Delta = \frac{2}{\pi} \frac{b \operatorname{tg}\beta}{\varphi}$ — смоченная длина области с несмоченными скулами.

Гидродинамический момент относительно ЦМ, действующий на переднюю часть пластины,

$$M_\Delta = \rho k(\beta) \int\limits_{l_{ск}-\xi_0}^{\xi_в} \xi \left[2h(\xi) V_n^2(\xi) - (2-\cos\beta) h^2(\xi) \frac{dV_n(\xi)}{dt} \right] d\xi. \tag{10}$$

Элементарная подъемная сила, действующая на часть пластины со смоченными скулами, равна сумме элементарной силы по гипотезе стационарности $f_0(\xi)d\xi$ и элементарной инерционной силы $f_{0i}(\xi)d\xi$, причем

$$f_0(\xi) = \rho Б(\beta)\, Н(\lambda)\, b V_n^2(\xi),$$

$$f_{0i}(\xi) = -\rho \frac{4}{\pi^2} k(\beta) b^2 \operatorname{tg}^2\beta (2-\cos\beta) \frac{dV_n(\xi)}{dt},$$

где $Б(\beta)$ — функция Бобылева; $Н(\lambda) = 1 + \frac{0{,}42}{\sqrt{\lambda}}$ — переходная функция Г. В. Логвиновича [2]; $\lambda = \frac{h(\xi)}{b} - \frac{2\operatorname{tg}\beta}{\pi}$.

Отсюда находим гидродинамическую силу и момент, действующие на заднюю часть пластины:

$$\left.\begin{aligned} Y_0 &= \int\limits_{-\xi_0}^{l_{ск}-\xi_0} [f_0(\xi) + f_{0i}(\xi)]\, d\xi, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ M_0 &= \int\limits_{-\xi_0}^{l_{ск}-\xi_0} \xi [f_0(\xi) + f_{0i}(\xi)]\, d\xi. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Квазистатическую силу определим, как и выше, через вес объема жидкости, вытесненного пластиной под волновой поверхностью:

$$Y_{гс} = \rho g \left\{ \operatorname{ctg}\beta \int\limits_{l_{ск}-\xi_0}^{\xi_в} h^2(\xi)\, d\xi + 2b \int\limits_{-\xi_0}^{l_{ск}-\xi_0} \left[h(\xi) - \frac{b}{2} \operatorname{tg}\beta \right] d\xi \right\}, \tag{12}$$

где $l_{ск} = l_k - \frac{b \operatorname{tg}\beta}{\varphi}$.

Квазистатический момент будет равен:

$$M_{гс} = \rho g \left\{ \operatorname{ctg}\beta \int\limits_{l_{ск}-\xi_0}^{\xi_в} \xi h^2(\xi) d\xi + 2b \int\limits_{-\xi_0}^{l_{ск}-\xi_0} \xi \left[h(\xi) - \frac{b}{2} \operatorname{tg}\beta \right] d\xi \right\}. \tag{13}$$

Момент трения относительно ЦМ запишем в виде:

$$M_{\text{тр}} = -\rho c_f V^2 \left\{ \frac{\pi}{2\sin\beta} \int\limits_{l_{\text{ск}}-\xi_0}^{\xi_{\text{в}}} \left[\eta_0 - \frac{\pi}{4} h(\xi) \right] h(\xi)\, d\xi + \right.$$

$$\left. + \left(\eta_0 - \frac{b \operatorname{tg} \beta}{2} \right) \frac{b}{\cos\beta} l_{\text{ск}} \right\}. \qquad (14)$$

Суммируя (9)—(14), получим полные гидродинамические подъемную силу и момент

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y_\Delta + Y_0 + Y_{\text{гс}}, \\ M &= M_\Delta + M_0 + M_{\text{гс}} + M_{\text{тр}}. \end{aligned} \right\} \qquad (15)$$

2. Расчеты гидродинамических сил и моментов по формулам (9)—(11) применительно к плоскокилеватой пластине с углом $\beta = 30°$, шириной $2b = 0{,}3$ м при различных скоростях V, углах φ, глубинах погружения под невозмущенным уровнем воды h_0, параметрах волны $h_{\text{в}}$, $\lambda_{\text{в}}$ были сопоставлены с экспериментом В. П. Соколянского, проведенным в опытовом бассейне ЦАГИ на модели жестко ориентированной в пространстве. На рис. 2 приведен

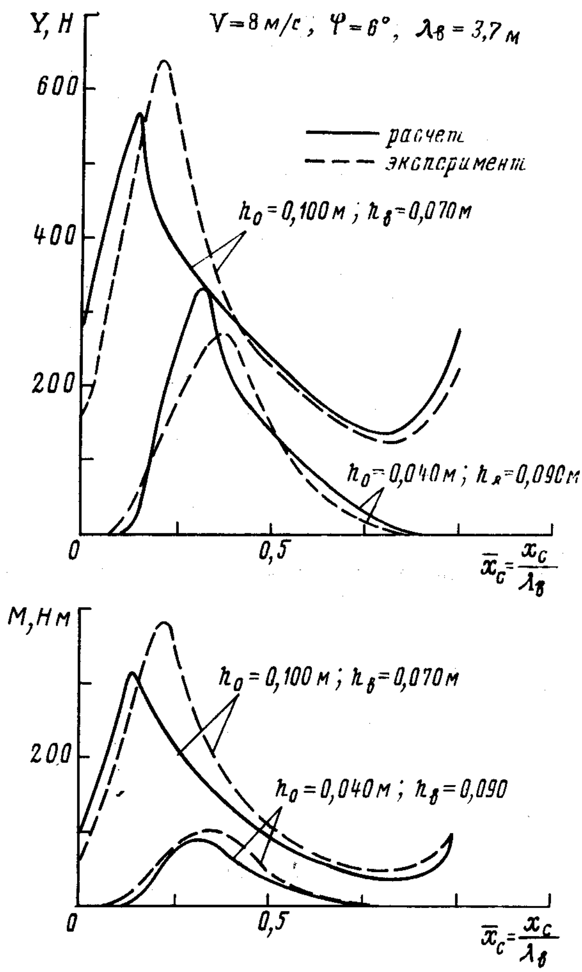

Рис. 2

один из примеров сравнения результатов расчета и эксперимента. Расчет и эксперимент имеют удовлетворительное согласование.

3. Подставляя в систему дифференциальных уравнений (1) выражения силы Y и момента M и производя перегруппировку членов, приходим к системе обыкновенных нелинейных уравнений второго порядка с двумя неизвестными:

$$\left.\begin{aligned} a_1(y_c, \varphi)\ddot{y}_c + a_2(y_c, \varphi)\ddot{\varphi} &= a_3(y_c, \varphi, \dot{y}_c, \dot{\varphi}), \\ b_1(y_c, \varphi)\ddot{y}_c + b_2(y_c, \varphi)\ddot{\varphi} &= b_3(y_c, \varphi, \dot{y}_c, \dot{\varphi}). \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Функции $a_i b_i$ $(i = 1, 2, 3)$ для случая глиссирования на неполной ширине имеют следующий вид:

$$a_1 = m + \rho k(\beta)\varkappa_y \int_{-\xi_0}^{\xi_в} h^2(\xi)\,d\xi, \quad a_2 = \rho k(\beta)\varkappa_y \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi h^2(\xi)\,d\xi,$$

$$a_3 = -mg + \rho k(\beta)\varkappa_y \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \left[2h(\xi)\,V_n^2(\xi) - h^2(\xi)\frac{dV_{n1}(\xi)}{dt}\right]d\xi + \rho g \operatorname{ctg}\beta \int_{-\xi_0}^{\xi_в} h^2(\xi)\,d\xi,$$

$$b_1 = \rho k(\beta)\varkappa_M \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi h^2(\xi)\,d\xi,$$

$$b_2 = J + \rho k(\beta)\varkappa_M \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi^2 h^2(\xi)\,d\xi, \quad b_3 = qk(\beta)\varkappa_M \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi\Big[2h(\xi)\,V_n^2(\xi) -$$

$$-h^2(\xi)\frac{dV_{n1}(\xi)}{dt}\Big]d\xi + \rho g \operatorname{ctg}\beta \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \xi h^2(\xi)\,d\xi - \rho\,\frac{\pi}{2}\,\frac{c_f}{\sin\beta}\,V^2 \int_{-\xi_0}^{\xi_в} \times$$

$$\times \left[\eta_0 - \frac{\pi}{4}h(\xi)\right] h(\xi)\,d\xi,$$

причем, $\dfrac{dV_{n1}(\xi)}{dt} = -2V\dot{\varphi} - \eta_0\dot{\varphi}^2 - y_в(\xi)$.

При вычислении $a_i b_i$ выполняются условия: если $h(\xi) \leqslant 0$ или $V_n(\xi) \geqslant 0$, то $f(\xi) = 0$. Для случая глиссирования на полной ширине функции a_i, b_i имеют аналогичный вид.

4. В опытовом бассейне ЦАГИ были проведены буксировочные испытания плоскокилеватой пластины на режимах без смачивания скул по регулярным волнам и по спокойной воде. Параметры модели: угол $\beta = 30°$, ширина на транце $2b = 0{,}9$ м, длина $L = 2$ м, центровка $\xi_0 = 0{,}45$ м, $\eta_0 = 0{,}155$ м, масса $m = 35$ кг, момент инерции относительно ЦМ $J = 13{,}2$ кгм^2. Модель имела две степени свободы — по φ и y.

Расчет колебательных характеристик и характеристик устойчивости глиссирования проводился по формулам (16) методом Рунге — Кутта применительно к указанной модели.

На рис. 3 показаны расчетные границы устойчивости из работы [5] и экспериментальные точки (белые — устойчивый режим, черные — неустойчивый, $mg = 350$Н). Между расчетом и опытом достаточное согласование.

Расчет колебательных характеристик проводился при движении пластины по волнам различных $h_в$ и $\lambda_в$ при начальных условиях, близких к балансировочным режимам движения по спокойной воде, так что после затухания собственных колебаний устанавливался режим вынужденных колебаний.

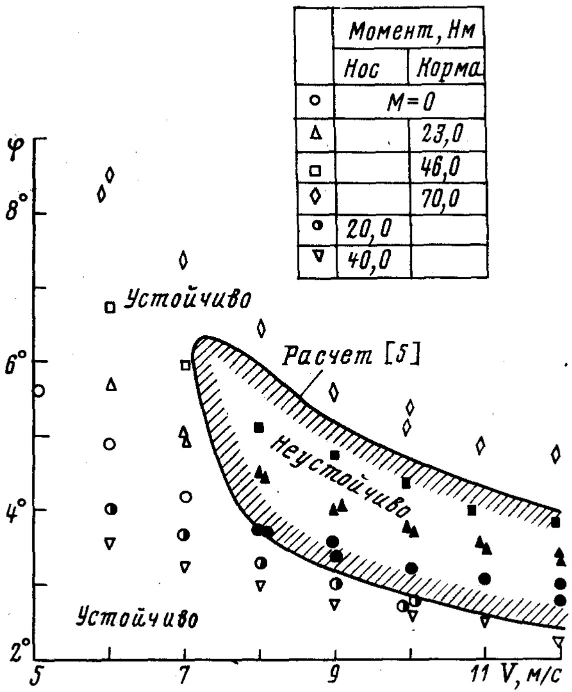
φ
8°
6°
4°
2°
5
7
9
11 V, м/с
Момент, Нм
Нос
Корма
M=0
23,0
46,0
70,0
20,0
40,0
Устойчиво
Расчет [5]
Неустойчиво
Устойчиво

Рис. 3

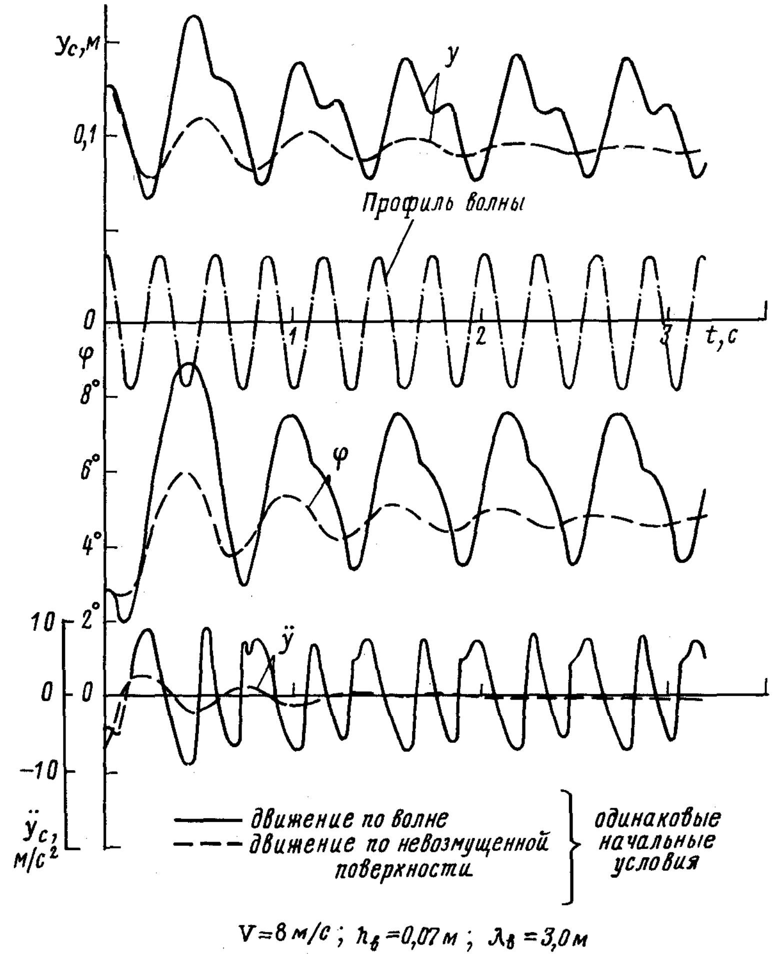
y_c, м
0,1
y
Профиль волны
0
1
2
3
t, с
φ
8°
6°
4°
2°
φ
10
0
−10
ÿ
$\ddot{y}_c$, м/с²
движение по волне
движение по невозмущенной поверхности
одинаковые начальные условия
V=8 м/с; $h_в$=0,07 м; $\lambda_в$=3,0 м

Рис. 4

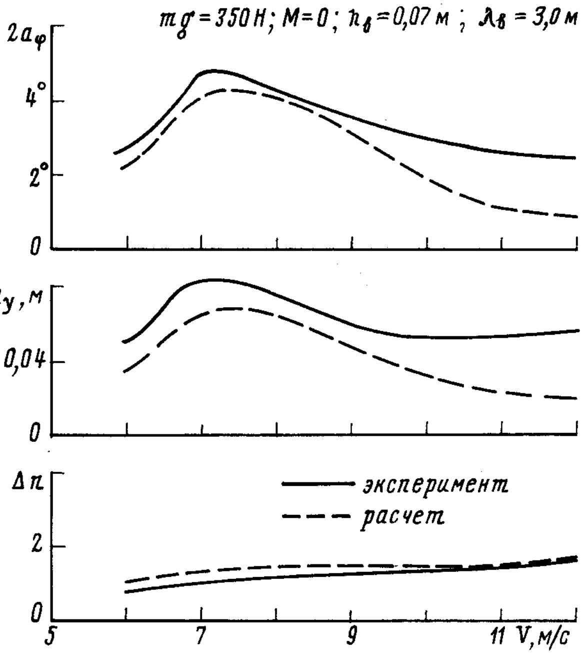

Рис. 5

На рис. 4 приведены для примера результаты одного расчета. Как видно, вынужденные колебания пластины представляют из себя двухкомпонентные кривые, гармоническая составляющая которых имеет частоту, равную частоте встречи с каждой волной, а субгармоническая составляющая — частоту, равную частоте встречи с каждой второй волной. Как правило, доминантными являются субгармонические колебания. На резонансных режимах, когда частота встречи пластины с волной $\nu_в = \dfrac{V + c}{\lambda_в}$ близка к удвоенной частоте собственных колебаний, колебания пластины происходят с субгармонической частотой $\nu = \nu_в/2$. На рис. 4 зависимости $y_с$, φ, $\ddot{y}_с$ от времени t даны для движения пластины по волне и по спокойной воде. Изменения $y_с$ и φ по t находятся в одной фазе, изменения $y_с$ и $\ddot{\varphi}$ — в противофазе к ним. Затухание собственных колебаний пластины при движении по спокойной воде и волне становятся слабее при приближении к границе устойчивости глиссирования.

На рис. 5 приведены расчетные и экспериментальные зависимости от скорости V размахов вертикальных колебаний ЦМ $2a_y$, размахов угловых колебаний $2a_\varphi$ и избыточных перегрузок в ЦМ Δn при движении модели по волне $h_в = 0{,}07$ м и $\lambda_в = 3{,}0$ м с нагрузкой на воду $mg = 350$ Н. Результаты расчета и эксперимента удовлетворительно согласуются.

Таким образом, предложенный метод расчета гидродинамических и колебательных характеристик плоскокилеватой пластины, глиссирующей по регулярной волне, обеспечивает достаточно удовлетворительное согласование результатов расчета и эксперимента, позволяет выполнять подробный анализ динамики движения по волне, зависимостей амплитуд и частот колебаний килеватой пластины от ее массы, момента инерции, центровки, высоты и длины волны, скоростей глиссирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. И. Гидродинамические силы, действующие на плоскокилеватые пластины при неустановившемся глиссировании. — Сборник работ по гидродинамике, 1959.

2. Логвинович Г. В. Погружение тел в жидкость и нестационарное глиссирование. — Труды ЦАГИ, 1960, вып. 807.

3. Соколов В. А. О гидродинамической подъемной силе плоскокилеватых тел при движении с большими скоростями по волне. — Сборник работ по гидродинамике, ЦАГИ, 1959.

4. Martin M. Theoretical prediction of motions of high — speed planing boats in waves. — Journal of Ship Research, 1978, vol. 22, N 3.

5. Коврижных Л. Д. Устойчивость глиссирования плоскокилеватой пластины на неполной ширине. — Труды ЦАГИ, 1978, вып. 1972.

Рукопись поступила 18/VI 1987 г.