esprit — Ecole Supérieure Privée d'Ingénierie et de Technologies	Programmation linéaire Semestre : 1 ☐ 2 ■ Session : Principale ■ Rattrapage ☐

Module : Programmation linéaire

Enseignant(s) :

B. charfi, F. Mtar, I. Bouchaalla, K. Fersi, K. Jabeur, M. Gharbi, M. Kchaou, S. Najeh

Classe(s) : **4éme GAMIX/ SIM/ TWIN**

Documents autorisés : OUI ☐ NON ■ Nombre de pages=2

Date : 5 avril 2023 **Heure :** 11H45 **Durée** : 1 h 30 min

Exercice 1 (7 points)

Un producteur d'électricité à l'échelle d'une région désire répartir à moindre coût la production entre les centrales de production électrique à sa disposition. Il dispose de 4 centrales de production ayant chacune un coût de 9, 16, 12 et 15 euros pour 100 kWh (kilowatts/heure). D'autre part, chaque centrale peut au maximum produire 500, 1200, 800 et 900 centaines de kWh par jour. On prévoit pour la journée de demain une consommation de 2987 centaines de kWh. Pour répartir la production, la centrale 3 ne doit pas produire plus que le total produit par les centrales 1 et 2. Pour respecter des réglementations écologiques, la centrale 4 doit être la centrale la moins utilisée. Si les centrales 1 et 3 sont utilisées alors il est impératif que la centrale 4 soit utilisée.

Modéliser, sans le résoudre, le problème par un programme linéaire.

Barème : Var de décision (1.5 points) ; Fonct. Obj. (1.5 points) ; contraintes (4 points)

Problème (13 points)

Soit le programme linéaire, (P), suivant :

$$Max \quad Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{Sous contraintes} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Résoudre graphiquement le programme linéaire (P) :
   a. (2 points) Identifier le domaine réalisable ;
   b. (1 point) Identifiez tous les points extrêmes du domaine réalisable. Calculez leurs coordonnés ainsi que la valeur de l'objectif en chacun de ces points ;
   c. (1 point) Identifiez, s'il y a lieu, la solution optimale ainsi que la valeur optimale de l'objectif.

2. (1 point) Si on élimine la première contrainte de (P), c'est-à-dire $x_1 + x_2 \leq 4$, que deviendra la solution optimale ?
3. (1.5 points) Déterminer le dual (D) de (P).
4. (1.5 points) Trouver sa solution optimale du problème dual (D), <u>en utilisant</u> le théorème des écarts complémentaires
5. (4 points) Résoudre (P) en utilisant l'algorithme du Simplexe (N.B. Préciser pour chaque tableau du Simplexe de (P), la solution de base réalisable (point extrême) ainsi que la valeur de la fonction-objectif, qui lui sont associées).
6. (1 point) Si on remplace la troisième contrainte de (P), par $x_1 - 2x_2 \leq 2$, quelle sera la valeur de Z à l'optimalité ?