**Министерство образования и науки Кыргызской Республики**

**Кыргызский Государственный Технический Университет имц. И. Раззакова**

Кафедра программного обеспечения компьютерных систем

СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Учебная группа ПИ-1-14

Пояснительная записка

к курсовому проекту

по методам оптимизации на тему:

«Максимизация прибыли путем варьирования ценой рынка»

Выполнил: студент гр. ПИ-1-14 (21 поток)

Готман Алексей Викторович.

Проверил: Профессор, кандидат технических наук, И.Г. Тен.

**Бишкек 2016**

## Содержание

пояснительной записки к курсовому проекту по методам оптимизации

(все лабораторные работы, рассматриваемые в главах №1-10, представлены в виде электронных документов MS Excel 2010 на компакт диске, приложенном к настоящей пояснительной записке)

[Пояснительная записка 1](#_Toc467462108)

[Содержание 2](#_Toc467462109)

[Введение 10](#_Toc467462110)

[1.Что называется задачей оптимизации? 10](#_Toc467462111)

[2. Что называется решающими или оптимизационными переменными? 10](#_Toc467462112)

[3. Что называется решением solution задачи оптимизации? 11](#_Toc467462113)

[4. Что называется решением solving задачи оптимизации и чем оно отличается от решения solution задачи оптимизации? 11](#_Toc467462114)

[5. Что такое “целевая функция”? 11](#_Toc467462115)

[6. Что такое “ограничение в задаче оптимизации”? 11](#_Toc467462116)

[7. Следующее содержание пояснительной записки. 11](#_Toc467462117)

[Раздел №1: Описание лабораторной работы №1 12](#_Toc467462118)

[1. Постановка задачи оптимизации №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без ограничения на величину кредита». 12](#_Toc467462119)

[1.1. Зависимость Прибыли от Цены: 15](#_Toc467462120)

[1.2. Зависимость Кредита от Цены: 15](#_Toc467462121)

[1.3. Зависимость Спроса от Цены: 16](#_Toc467462122)

[1.4 Зависимость оптимальной цены (solution) от допустимой погрешности: 17](#_Toc467462123)

[1.5 Зависимость оптимальной цены от начальной точки поиска (от начальной аппроксимации): 17](#_Toc467462124)

[1.6. Зависимость оптимальной прибыли от допустимой погрешности: 18](#_Toc467462125)

[1.7. Зависимость оптимального кредита от допустимой погрешности: 18](#_Toc467462126)

[1.8. Зависимость оптимального спроса от допустимой погрешности: 19](#_Toc467462127)

[3. Примените теорему 1 для функции, возрастающей или убывающей к целевой функции, которая представляет зависимость прибыли от цены. 19](#_Toc467462128)

[4. Примените теорему 3 «тест по первой производной» и найдите точное решение (solution) задачи оптимизации №1. 21](#_Toc467462129)

[5. Что называется, оптимальным решением (solution) задачи оптимизации №1? 22](#_Toc467462130)

[6. Дайте классификацию постановки задачи оптимизации №1 по количеству искомых переменных. 22](#_Toc467462131)

[7. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №1 по типу целевой функции. 22](#_Toc467462132)

[8. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №1 по наличию ограничений. 23](#_Toc467462133)

[9. Дайте классификацию типов экстремумов целевой функции задачи оптимизации №1. 23](#_Toc467462134)

[10. Определите величину допустимой погрешности, с которой должна быть решена задача оптимизации №1. Обоснуйте ваш выбор. Мотивируйте ваш выбор, используя таблицу, содержащую данные о зависимости между величиной оптимальной прибыли и погрешностью. 24](#_Toc467462135)

[Глава №2: Описание лабораторной работы №2 25](#_Toc467462136)

[1. Постановка задачи оптимизации №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара при ограничениях на величину кредита». 25](#_Toc467462137)

[2.1. Зависимость оптимальной цены товара от допустимой погрешности. 28](#_Toc467462138)

[2.2 Зависимость оптимальной цены товара от начальной цены 28](#_Toc467462139)

[2.3 Зависимость оптимальной прибыли от допустимой погрешности 29](#_Toc467462140)

[2.4 Зависимость оптимальной величины кредита от допустимой погрешности 29](#_Toc467462141)

[2.5 Зависимость величины оптимального спроса от допустимой погрешности 30](#_Toc467462142)

[2.6 Зависимость минимальной величины кредита от ограничения 30](#_Toc467462143)

[3. Примените теорему 1 для функции, возрастающей или убывающей к целевой функции, которая имеет вид зависимости величины прибыли от цены. 31](#_Toc467462144)

[4. Примените теорему 3 «тест по первой производной» и найдите точное решение (solution) задачи оптимизации №2. 33](#_Toc467462145)

[5. Что называется, оптимальным решением (solution) задачи оптимизации №2? 34](#_Toc467462146)

[6. Дайте классификацию постановки задачи оптимизации №2 по количеству искомых переменных. 34](#_Toc467462147)

[7. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №2 по типу целевой функции. 35](#_Toc467462148)

[8. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №2 по наличию ограничений. 35](#_Toc467462149)

[9. Дайте классификацию типов экстремумов целевой функции задачи оптимизации №2. 35](#_Toc467462150)

[10. Определите величину допустимой погрешности, с которой должна быть решена задача оптимизации №1. Обоснуйте ваш выбор. Мотивируйте ваш выбор, используя таблицу, содержащую данные о зависимости между величиной оптимальной прибыли и погрешностью. 37](#_Toc467462151)

[Глава №3: Описание лабораторной работы №3 38](#_Toc467462152)

[1. Постановка задачи оптимизации без ограничений в виде задачи №1: «Найти максимум прибыли от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием метода равномерного поиска». 38](#_Toc467462153)

[2.1. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности. 41](#_Toc467462154)

[2.2. Зависимость количества итераций от размера области поиска. 43](#_Toc467462155)

[3. Дайте ответы на следующие вопросы: 43](#_Toc467462156)

[3.1. Какими соотношениями полностью определяется алгоритм равномерного поиска? 43](#_Toc467462157)

[3.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму равномерного поиска? 43](#_Toc467462158)

[3.3. Какому типу неравенства должно удовлетворять значение начальной аппроксимации х0 и какому типу неравенства должна удовлетворять величина шага поиска h в алгоритме равномерного поиска? 44](#_Toc467462159)

[3.4. Какой вид итерационного процесса будет генерировать метод равномерного поиска? 44](#_Toc467462160)

[3.5. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 44](#_Toc467462161)

[3.6. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной 44](#_Toc467462162)

[функцией? 44](#_Toc467462163)

[4. Определите порядок сходимости σ (сигмы) и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска. 44](#_Toc467462164)

[5. Определите порядок сходимости sigma и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска. 46](#_Toc467462165)

[6.Перечислите преимущества и недостатки алгоритма равномерного поиска. 46](#_Toc467462166)

[Глава №4: Описание лабораторной работы №4 47](#_Toc467462167)

[1. Постановка задачи оптимизации с учетом ограничений в виде задачи №2: «Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода равномерного поиска». 47](#_Toc467462168)

[2.1. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности: 50](#_Toc467462169)

[2.2. Зависимость количества итераций от начальной цены: 52](#_Toc467462170)

[3. Дайте ответы на следующие вопросы: 52](#_Toc467462171)

[3.1. Какими соотношениями полностью определяется алгоритм равномерного поиска? 52](#_Toc467462172)

[3.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму равномерного поиска? 52](#_Toc467462173)

[3.3. Какому типу неравенства должно удовлетворять значение начальной аппроксимации х0 и какому неравенству должна 53](#_Toc467462174)

[удовлетворять величина шага поиска h в алгоритме равномерного поиска? 53](#_Toc467462175)

[3.4. Какой вид итерационного процесса будет генерировать метод равномерного поиска? 53](#_Toc467462176)

[3.5. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 53](#_Toc467462177)

[3.6. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией? 53](#_Toc467462178)

[4. Определите порядок сходимости sigma и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска. 53](#_Toc467462179)

[5. Определите тип сходимости и величину скорости сходимости для последовательности, которую генерирует алгоритм равномерного поиска. 55](#_Toc467462180)

[6. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма равномерного поиска. 56](#_Toc467462181)

[Раздел №5: Описание лабораторной работы №5 57](#_Toc467462182)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием поразрядного поиска». 57](#_Toc467462183)

[2.1 Зависимость количества итераций от допустимой погрешности. 59](#_Toc467462184)

[2.2. Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0. 61](#_Toc467462185)

[2.3. Зависимость количества итераций от начальной цены. 64](#_Toc467462186)

[2.4. Зависимость количества итераций от параметра R. 67](#_Toc467462187)

[3. Определите оптимальные значения параметров R и h0. 67](#_Toc467462188)

[4. Дайте ответы на следующие вопросы: 68](#_Toc467462189)

[4.1. Какое соотношение полностью описывает алгоритм поразрядного поиска? 68](#_Toc467462190)

[4.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму поразрядного поиска? 68](#_Toc467462191)

[4.3. Какие виды настроечных параметров имеются в алгоритме поразрядного поиска? 68](#_Toc467462192)

[4.4. Какой вид итерационного процесса генерирует метод поразрядного поиска? 69](#_Toc467462193)

[4.5. Можно ли применять метод поразрядного приближения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 69](#_Toc467462194)

[4.6. Можно ли применять метод поразрядного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной? 69](#_Toc467462195)

[5. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки метода поразрядного поиска. 69](#_Toc467462196)

[6. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом поразрядного поиска. 72](#_Toc467462197)

[7. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма поразрядного поиска. 72](#_Toc467462198)

[Раздел №6: Описание лабораторной работы №6 73](#_Toc467462199)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода поразрядного приближения». 73](#_Toc467462200)

[2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности. 76](#_Toc467462201)

[2.2. Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0. 78](#_Toc467462202)

[2.3. Зависимость количества итераций от начальной цены. 80](#_Toc467462203)

[2.4. Зависимость количества итераций от параметра R. 83](#_Toc467462204)

[3. Определите оптимальные значения параметров R и h0. 83](#_Toc467462205)

[4. Дайте ответы на следующие вопросы: 84](#_Toc467462206)

[4.1. Какое соотношение полностью описывает алгоритм поразрядного поиска? 84](#_Toc467462207)

[4.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму поразрядного поиска? 84](#_Toc467462208)

[4.3. Какие виды настроечных параметров имеются в алгоритме поразрядного поиска? 84](#_Toc467462209)

[4.4. Какой вид итерационного процесса генерирует метод поразрядного поиска? 85](#_Toc467462210)

[4.5. Можно ли применять метод поразрядного приближения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 85](#_Toc467462211)

[4.6. Можно ли применять метод поразрядного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной? 85](#_Toc467462212)

[5. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки метода поразрядного поиска. 85](#_Toc467462213)

[6. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом поразрядного поиска. 88](#_Toc467462214)

[7. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма поразрядного поиска. 88](#_Toc467462215)

[Раздел №7: Описание лабораторной работы №7 89](#_Toc467462216)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием метода Ньютона». 89](#_Toc467462217)

[2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности. 92](#_Toc467462218)

[2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены. 96](#_Toc467462219)

[3. Дайте ответы на следующие вопросы: 96](#_Toc467462220)

[3.1. Какому типу уравнения должна удовлетворять первая производная от целевой функции в экстремальной точке? 96](#_Toc467462221)

[3.2. Какой тип функции называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона? 97](#_Toc467462222)

[3.3. Каким видом соотношения (формула, уравнение, выражение) полностью описывается алгоритм Ньютона? 97](#_Toc467462223)

[3.4. Какой тип локального экстремума ищет алгоритм Ньютона, если целевая функция – полимодальная? 97](#_Toc467462224)

[3.5. Какие типы параметров должны быть заданы для вычисления по алгоритму Ньютона? 97](#_Toc467462225)

[3.6. Какие типы параметров могут быть использованы для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона? 97](#_Toc467462226)

[3.7. Какой тип итерационного процесса генерируется по алгоритму Ньютона? 98](#_Toc467462227)

[3.8. Можно ли использовать метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией? 98](#_Toc467462228)

[Раздел №8: Описание лабораторной работы №8 105](#_Toc467462229)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода Ньютона». 105](#_Toc467462230)

[2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности. 108](#_Toc467462231)

[2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены. 112](#_Toc467462232)

[3. Ответы на вопросы. 112](#_Toc467462233)

[3.1. Какому типу уравнения должна удовлетворять первая производная от целевой функции в экстремальной точке? 112](#_Toc467462234)

[3.2. Какой тип функции называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона? 113](#_Toc467462235)

[3.3. Каким видом соотношения (формула, уравнение, выражение) полностью описывается алгоритм Ньютона? 113](#_Toc467462236)

[3.4. Какой тип локального экстремума ищет алгоритмом Ньютона, если целевая функция – полимодальная? 113](#_Toc467462237)

[3.5. Какие типы параметров должны быть заданы для вычисления по алгоритму Ньютона? 113](#_Toc467462238)

[3.6. Какие типы параметров могут быть использованы для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона? 113](#_Toc467462239)

[3.7. Какой тип итерационного процесса генерируется по алгоритму Ньютона? 114](#_Toc467462240)

[3.8. Можно ли использовать метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией? 114](#_Toc467462241)

[3.9. Можно ли применить метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой функцией? 114](#_Toc467462242)

[4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода Ньютона. 114](#_Toc467462243)

[2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены. 120](#_Toc467462244)

[5. Определите тип сходимости для последовательности, которая генерируется методом Ньютона. 121](#_Toc467462245)

[6. Перечислите преимущества и недостатки метода Ньютона. 121](#_Toc467462246)

[Раздел №9: Описание лабораторной работы №9 122](#_Toc467462247)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без учета ограничений на величину кредита при использовании метода золотого сечения». 122](#_Toc467462248)

[3. Ответы на вопросы: 127](#_Toc467462249)

[3.1. Что такое золотое соотношение (золотой коэффициент)? 127](#_Toc467462250)

[3.3. Какому типу условия должна удовлетворять целевая функция на заданном интервале [a;b], чтобы можно было использовать золотой поиск для нахождения экстремума? 128](#_Toc467462251)

[3.4. Какой вид внутренних точек, которые мы обозначили буквами c и d, требуется вычислять по алгоритму золотого поиска? 128](#_Toc467462252)

[3.6. Какой блок-схемой описывается метод золотого поиска для нахождения: 129](#_Toc467462253)

[3.7. Каким желаемым свойством обладает метод золотого сечения? Какое желаемое свойство присуще методу золотого сечения? 130](#_Toc467462254)

[3.8. Какой тип параметров может быть использован для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения? 130](#_Toc467462255)

[3.9. Можно ли применить алгоритм золотого сечения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 130](#_Toc467462256)

[3.10. Можно ли использовать метод золотого сечения в случае, когда целевая функция не является унимодальной на интервале [a;b]? 130](#_Toc467462257)

[4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода золотого сечения. 130](#_Toc467462258)

[5. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом золотого сечения. 132](#_Toc467462259)

[6. Перечислите преимущества и недостатки метода золотого поиска. 132](#_Toc467462260)

[Раздел №10: Описание лабораторной работы №10 133](#_Toc467462261)

[1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара с учетом ограничений на величину кредита при использовании метода золотого сечения 133](#_Toc467462262)

[2.2. Зависимость Количества итераций от размера области поиска. 138](#_Toc467462263)

[3. Ответы на вопросы: 138](#_Toc467462264)

[3.1. Что такое золотое соотношение (золотой коэффициент)? 138](#_Toc467462265)

[3.2. Какому типу уравнения удовлетворяет золотой коэффициент? 138](#_Toc467462266)

[3.3. Какому типу условия должна удовлетворять целевая функция на заданном интервале [a;b], чтобы можно было использовать золотой поиск для нахождения экстремума? 139](#_Toc467462267)

[3.4. Какой вид внутренних точек, которые мы обозначили буквами c и d, требуется вычислять по алгоритму золотого поиска? 139](#_Toc467462268)

[3.5. Какой тип решающего (decision) процесса используется в алгоритме золотого поиска? 139](#_Toc467462269)

[3.6. Какой блок-схемой описывается метод золотого поиска для нахождения: 139](#_Toc467462270)

[3.7. Каким желаемым свойством обладает метод золотого сечения? Какое желаемое свойство присуще методу золотого сечения? 140](#_Toc467462271)

[3.8. Какой тип параметров может быть использован для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения? 140](#_Toc467462272)

[3.9. Можно ли применить алгоритм золотого сечения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой? 141](#_Toc467462273)

[3.10. Можно ли использовать метод золотого сечения в случае, когда целевая функция не является унимодальной на интервале [a;b]? 141](#_Toc467462274)

[4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода золотого сечения. 141](#_Toc467462275)

[5. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом золотого сечения. 143](#_Toc467462276)

[6. Перечислите преимущества и недостатки метода золотого поиска. 144](#_Toc467462277)

[Заключение 145](#_Toc467462278)

[1.Сравните преимущества и недостатки методов оптимизации, которые вы изучали. 145](#_Toc467462279)

[Дайте ваши обоснованные рекомендации по выбору наилучшего метода оптимизации. 148](#_Toc467462280)

### Введение

### 1.Что называется задачей оптимизации?

Задача оптимизации – это определенный тип задач, в которых рассматривается определенный тип функций. Данные функции, изучаемые в теории оптимизации, обладают одним характерным свойством иметь экстремумы (максимумы или минимумы). Полное определение задач оптимизации выражается следующими символами:

Задача максимизации:



Задача минимизации:



### 2. Что называется решающими или оптимизационными переменными?

Решающими или оптимальными переменными называются переменные, которые предоставляют решение задачи.

### 3. Что называется решением solution задачи оптимизации?

Решением задачи (solution) или оптимальной точкой называется такая точка , при которой целевая функция *f(x)* достигает экстремума (min/max) согласно заданным условиям.

### 4. Что называется решением solving задачи оптимизации и чем оно отличается от решения solution задачи оптимизации?

Решением (solving) задачи оптимизации называется процесс нахождения такой точки , при которой целевая функция *f(x)* достигает экстремума (min/max), то есть оптимального, согласно заданным условиям, результата.

Отличие между solution и solving заключается в том, что solving – это процесс по нахождению оптимального результата, а solution – это оптимальный результат (число).

### 5. Что такое “целевая функция”?

Целевой функцией называется любая функция (линейная, нелинейная), достижение минимума или максимума, который дает признак решения задачи.

### 6. Что такое “ограничение в задаче оптимизации”?

Логическое условие, которое лимитирует нам выбор значения искомой переменной называется ограничением.

Ограничение имеет вид (2.а) и (2.b). Обозначение gi*(x)* в этих формулах называется левой частью ограничения задачи.

В задаче №2 ограничением является только одно ограничение на величину кредита, вычисляемое по формуле:

**Кредит = U\*C <= 1,010400E+05**

где **С** – себестоимость, **U** – объем выпуска товаров.

### 7. Следующее содержание пояснительной записки.

В дальнейшем в пояснительной записке появится описание результатов выполнения десяти лабораторных работ. Будут рассмотрены свойства следующих методов оптимизации:

Метод равномерного поиска;

Метод поразрядного приближения;

Метод Ньютона;

Метод золотого сечения.

Эти методы будут оценены по разным критериям, и будет сделан вывод по каждому методу оптимизации и даны рекомендации по выбору наилучшего метода оптимизации для решения моих задач.

## Раздел №1: Описание лабораторной работы №1

### 1. Постановка задачи оптимизации №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без ограничения на величину кредита».

Готман MO\_LabWork#1\_ПИ-1-14\_2016.09.01

Лабораторная работа №*\_1.*

Задача №1: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка без учета ограничения

на величину кредита.

Прибыль=Спрос\*(Цена - Себестоимость); Спрос=A/(Цена + Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос.

Суть задачи оптимизации №1 заключается в максимизации целевой функции для нахождения максимума прибыли в точке х\* без учета ограничений.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

Модель рынка:

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=А/(Цена+Цена\*В) ^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Таблица 1.1 Зависимость *Прибыли* от *Цены*** | | |  |  |  |  |  |
| **№** | **Прибыль-МаксПрибыли** | **Цена** | **Спрос** | **Прибыль** | **Кредит= Себестоимость\*Спрос** | **Погрешность** | **МаксПрибыли** |
| 1 | -2,38473E+31 | 1390 | 1,42844149E+29 | 0 | 1,98553E+32 | 10 | 2,38473E+31 |
| 2 | -2,2455E+31 | 1400 | 1,39228344E+29 | 1,3923E+30 | 1,93527E+32 | 10 |  |
| 3 | -2,11327E+31 | 1410 | 1,35728832E+29 | 2,7146E+30 | 1,88663E+32 |  |  |
| 4 | -1,9877E+31 | 1420 | 1,32341087E+29 | 3,9702E+30 | 1,83954E+32 |  |  |
| 5 | -1,86848E+31 | 1430 | 1,29060790E+29 | 5,1624E+30 | 1,79394E+32 |  |  |

**Таблица №3:** Программная реализация задачи (формулы в ячейках):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Прибыль-Макс**  **Прибыли** | **Цена** | **Спрос** | **Прибыль** | **Кредит= Себестоимость\*Спрос** | **Погрешность** | **Макс**  **Прибыли** |
| 1 | B7:=E7-$H$7 | C7:3350 | D7:=sheet1!$B$11/(sheet2!C7+sheet2!C7\*  sheet1!$C$11)^(2\*sheet1!$E$11) | E7:=D7\*(C7-sheet1!$D$11) | F7:=sheet1!$D$11\*sheet2!D7 | G7:10 | H7:=МАКС(E7:E1556) |
| 2 | B8:=E8-$H$7 | C8:=C7+  $G$7 | D8:=sheet1!$B$11/(sheet2!C8+sheet2!C8\*  sheet1!$C$11)^(2\*sheet1!$E$11) | E8:=D8\*(C8-sheet1!$D$11) | F8:=sheet1!$D$11\*sheet2!D8 | G8:=G7 |  |

**Таблица №4:** Зависимость Прибыли от Цены:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Прибыль-МаксПрибыли** | **Цена** | **Спрос** | **Прибыль** | **Кредит= Себестоимость\*Спрос** | **Погрешность** | **МаксПрибыли** |
| 1 | -2,38473E+31 | 1390 | 1,42844149E+29 | 0 | 1,98553E+32 | 10 | 2,38473E+31 |
| 2 | -2,2455E+31 | 1400 | 1,39228344E+29 | 1,3923E+30 | 1,93527E+32 | 10 |  |
| 3 | -2,11327E+31 | 1410 | 1,35728832E+29 | 2,7146E+30 | 1,88663E+32 |  |  |
| 4 | -1,9877E+31 | 1420 | 1,32341087E+29 | 3,9702E+30 | 1,83954E+32 |  |  |
| 5 | -1,86848E+31 | 1430 | 1,29060790E+29 | 5,1624E+30 | 1,79394E+32 |  |  |

**…**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 52 | -2,68603E+28 | 1900 | 4,67066868E+28 | 2,382E+31 | 6,49223E+31 |
| 53 | -1,15331E+28 | 1910 | 4,58379566E+28 | 2,3836E+31 | 6,37148E+31 |
| 54 | -2,67911E+27 | 1920 | 4,49897952E+28 | 2,3845E+31 | 6,25358E+31 |
| 55 | 0 | 1930 | 4,41616121E+28 | 2,3847E+31 | 6,13846E+31 |
| 56 | -3,21018E+27 | 1940 | 4,33528370E+28 | 2,3844E+31 | 6,02604E+31 |
| 57 | -1,20362E+28 | 1950 | 4,25629185E+28 | 2,3835E+31 | 5,91625E+31 |
| 58 | -2,62161E+28 | 1960 | 4,17913235E+28 | 2,3821E+31 | 5,80899E+31 |

По данным вычисления этой таблицы исследованы и получены зависимости следующих типов:

### 1.1. Зависимость Прибыли от Цены:

На рис 1.1 видно, что при цене 1390 прибыль равна 0. Функция является унимодальной на интервале (1390;4320), т.к. она возрастает на интервале (1390; 1930) и убывает на интервале (1930;4320) и имеет единственное число

X\*=1930. С увеличением цены прибыль уменьшается. Цена, при которой прибыль достигает максимума, равна 1930(при погрешности 10), т.е. эта цена является оптимальной.

### 1.2. Зависимость Кредита от Цены:

Рис 1.2 показывает, что функция является убывающей, т.е. с увеличением цены кредит уменьшается. Оптимальный кредит достигается при Цене=1930, и он равен 6,13846E+31, когда прибыль достигает максимума и имеет значение 2,3847E+31.

### 1.3. Зависимость Спроса от Цены:

На рис. 1.3 видно, что Спрос имеет максимальное значение при цене =1390 При цене 2050

спрос равен 3,55918310E+28. Следовательно, Спрос уменьшается с увеличением Цены на товар. Спрос достигает оптимальное значение равное 4,41616121E+28 при Цене=1930, когда прибыль является максимальной.

**Таблица №5:** Зависимость решения задачи от Погрешности и Начального значения цены.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | |  |  |  |
| **N** | **Прибыль-МаксПрибыли** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **ПрибыльN -ПрибыльN-1** |
| 1 | 0 | 1930 | 4,41616E+28 | 2,38473E+31 | 6,13846E+31 | 10 | 1390 |  |
| 2 | 0 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 1 | 1390 | 1,72253E+24 |
| 3 | 0 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 0,1 | 1390 | 6,51658E+24 |
| 4 | 0 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 0,01 | 1390 | 2,54644E+22 |
| 5 | 0 | 1929,471 | 4,42049E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,001 | 1390 | 7,02111E+18 |
| 6 | 0 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,0001 | 1390 | 4,30094E+18 |
| 7 | 0 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,00001 | 1390 | 0 |
| 8 | 0 | 1929,470604 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,000001 | 1390 | 5,85468E+16 |
| 9 | 0 | 1929,470604 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,0000001 | 1390 | 0 |
| 10 | 0 | 1929,470604 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0,00000001 | 1390 | 0 |

На основании этой таблицы исследованы и построены погрешности следующих типов:

### 1.4 Зависимость оптимальной цены (solution) от допустимой погрешности:

На рис. 1.4 видно, что при значениях погрешности от 10 до 1 оптимальная цена варьируется. При погрешности 0,01 Оптимальная цена принимает стабильное значение. Далее при изменении погрешности значение оптимальной цены изменяется несущественно. По данным таблицы 5 видно, что при погрешности 0,000001 находится оптимальная цена=1929,470604.

### 1.5 Зависимость оптимальной цены от начальной точки поиска (от начальной аппроксимации):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **N** | **Нач. цена** | **Опт. цена** |
| 1 | 1390 | 1929,47062 |
| 2 | 695 | 1929,47062 |
| Различие между оптимальными ценами | | 0 |

Для определения зависимости оптимальной цены от начальной аппроксимации строятся две таблицы с различной начальной точкой поиска (начальной аппроксимацией). Из этих таблиц берутся значения оптимальных цен. Разница этих значений равна нулю. Следовательно, значение оптимальной цены не зависит от начальной аппроксимации. Поэтому при использовании методов оптимизации мы можем использовать любое удобное для этого метода оптимизации начальное приближение.

### 1.6. Зависимость оптимальной прибыли от допустимой погрешности:

На Рисунке 1.6. видно, что при уменьшении погрешности от 10 до 1 прибыль резко возрастает, на данном интервале зависимость экспоненциальная, далее линейная. Рост прибыли зависит от точности вычисления, т.е. от уменьшения погрешности. При погрешности 10, оптимальная прибыль = 2,3847270E+31. При погрешности 1 Оптимальная прибыль = 2,3847272E+31. При погрешности равной 0,0000001 прибыль принимает оптимальное значение и равно 2,3847279E+31, далее прибыль не изменяется. При погрешности 0,1 оптимальная прибыль принимает стабильное значение.

### 1.7. Зависимость оптимального кредита от допустимой погрешности:

На рисунке 1.7. видно, что кредит резко увеличивается, а затем уменьшается при уменьшении погрешности от 10 до 0,1. При погрешности 10 значение Оптимального кредита = 6,13846E+31. При погрешности 1 Оптимальный кредит = 6,14985E+31. Дальше, при уменьшении погрешности до 0,0000001 кредит принимает оптимальное значение равное 6,14449E+31и больше не изменяется. При погрешности 0,1 Оптимальный кредит принимает стабильное значение.

### 1.8. Зависимость оптимального спроса от допустимой погрешности:

Рис. 1.8. В зависимости оптимального спроса от допустимой погрешности видно, что при уменьшении погрешности от 10 до 1 спрос резко возрастает, а затем резко уменьшается. При дальнейшем уменьшении погрешности до 0,0000001 величина Оптимального спроса остается близкой к постоянной, т.е. становится оптимальным и равен 4,4205E+28, далее спрос не изменяется.

### 3. Примените теорему 1 для функции, возрастающей или убывающей к целевой функции, которая представляет зависимость прибыли от цены.

Основной задачей является максимизировать прибыль.

**Теорема №1 «Критерии возрастания или убывания функции»:**

Предположим, что функция f(x) является непрерывной на интервале I= [1390,2043] и является дифференцируемой на этом интервале.

Если  то функция f(x) называется возрастающей на этом интервале.

Если  то функция f(x) называется убывающей на этом интервале.

где  , ,

где А, В, D– параметры, x- искомая переменная, С – себестоимость.

Проведем исследование целевой функции в интервале цен от 1390 (*себестоимость товара*) до 2043.

**Таблица 6.** Первая производная целевой функции.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **f(x)** | **f'(x)** |
| 1390 | -9,7437E+16 | 1390 |
| 1418 | 3,77283E+30 | 1316,842105 |
| 1447 | 7,02928E+30 | 1243,684211 |
| 1475 | 9,8359E+30 | 1170,526316 |
| 1504 | 1,22501E+31 | 1097,368421 |
| 1532 | 1,43216E+31 | 1024,210526 |
| 1560 | 1,60934E+31 | 951,0526316 |
| 1589 | 1,76029E+31 | 877,8947368 |
| 1617 | 1,88826E+31 | 804,7368421 |
| 1646 | 1,99608E+31 | 731,5789474 |
| 1674 | 2,08623E+31 | 658,4210526 |
| 1702 | 2,16087E+31 | 585,2631579 |
| 1731 | 2,2219E+31 | 512,1052632 |
| 1759 | 2,27097E+31 | 438,9473684 |
| 1788 | 2,30953E+31 | 365,7894737 |
| 1816 | 2,33888E+31 | 292,6315789 |
| 1844 | 2,36014E+31 | 219,4736842 |
| 1873 | 2,3743E+31 | 146,3157895 |
| 1901 | 2,38224E+31 | 73,15789474 |
| 1929,47062 | 2,38473E+31 | 0 |
| 1958 | 2,38245E+31 | -73,15789474 |
| 1986 | 2,37601E+31 | -146,3157895 |
| 2015 | 2,36595E+31 | -219,4736842 |
| 2043 | 2,35273E+31 | -292,6315789 |

Условие 1) выполняется, первая производная f’(x)>0 на интервале (1390; 1929,47062)  функция f(x) возрастает на этом интервале.

Условие 2) выполняется, первая производная f’(x) <0 на интервале (1929,47062,937; 2043)  функция f(x) убывает на этом интервале.

**Вывод:**

Первая производная f’(x)>0 x(1390; 1929,47062) и f’(x) <0 x (1929,47062; 2043), а это значит, что f(х\*) является локальным максимумом целевой функции, где х\* решение задачи оптимизации. В данной задаче х\* равно 1929,47062.

### 4. Примените теорему 3 «тест по первой производной» и найдите точное решение (solution) задачи оптимизации №1.

Теорема №3 «Тест по первой производной»:

Предположим, что функция *f(x)* является непрерывной на отрезке I = [*a, b*]. Кроме того, предположим, что производная этой функции  определена для всех значений *x*, принадлежащих открытому интервалу , исключая возможно точку *x* = *x*\*. Тогда утверждаем, что:

**Утверждение 1:** если  на  и  на , то  является точкой локального минимума;

**Утверждение 2:** если  на  и  на , то  является точкой локального максимума.

В данной задаче функция непрерывна на интервале [1390,2043] (см. Таблицу 1.2 «Зависимость прибыли от цены»). Для этой функции  на открытом интервале (1390; 1929,47062), и  на открытом интервале (1929,47062; 2043), *f* (*x\**) является **локальным максимумом** этой целевой функции, при значении **х\*=**1929,47062 (при данном значении цены прибыль максимальна).

### 5. Что называется, оптимальным решением (solution) задачи оптимизации №1?

Решением задачи оптимизации №1 является значение величины х\* (оптимальной цены),

которое обеспечивает выполнение условия f(x\*)> = f(x). Прибыль при данной оптимальной цене будет максимальной. Решение: Оптимальная цена при которой будет достигаться максимальная прибыль имеет значение **х\*=**1929,47062.

### 6. Дайте классификацию постановки задачи оптимизации №1 по количеству искомых переменных.

Любая задача оптимизации делится на два класса:

* одномерные задачи оптимизации, если n=1;
* многомерные задачи оптимизации, если n>1;

где n – это количество искомых переменных.

Задача оптимизации №1 – одномерная, так как искомая переменная здесь только одна, это значение переменной х\*.

### 7. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №1 по типу целевой функции.

По типу целевой функции любая задача оптимизации делится на два класса:

* линейные задачи оптимизации, если целевая функция имеет вид f(x)=a\*x+b.
* нелинейные задачи оптимизации, если целевая функция не может быть представлена в виде f(x)=a\*x+b.

Задача оптимизации №1 относится к классу нелинейных задач, так как целевая функция в этой задаче имеет вид: Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость), где Спрос=A/(Цена+Цена\*B) ^(2\*D). То есть целевая функция не может быть представлена в виде f(x)=a\*x+b. График целевой функции так же не представляет собой прямых линий (см. Рис. 1.8.).

### 8. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №1 по наличию ограничений.

По наличию ограничений задачи оптимизации делятся:

* задачи с ограничениями;
* задачи без ограничений;

Если задача оптимизации типа  и , а ограничивающее множество **Х** совпадает с **Rn**, то есть **Х=Rn**, то такая задача называется задачей без ограничений. То есть в качестве решения задачи оптимизации может рассматриваться любое вещественное число. Если же условие **Х=Rn** не выполняется, то задача называется задачей с ограничениями.

Задача оптимизации №1 относится к классу задач без ограничений, так искомая величина х\* (цена) может принимать любые значения.

### 9. Дайте классификацию типов экстремумов целевой функции задачи оптимизации №1.

Если точка **х**\* удовлетворяет неравенству ****, то такая точка **х**\* называется глобальным максимумом.

Если точка **х**\* удовлетворяет неравенству **** , то такая точка **х**\* называется глобальным минимумом.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то такая точка называется точкой локального максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то такая точка называется точкой локального минимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет строгому неравенству , то эта точка называется точкой строгого максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то эта точка называется точкой слабого максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет строгому неравенству , то эта точка называется точкой строгого минимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то эта точка называется точкой слабого минимума.

Возьмем несколько точек слева и справа от найденного оптимального значения и проверим, удовлетворяет ли найденное оптимальное значение **х\*** неравенству **:**

*f (1390) = -4,77763E+22*

*f (1418) = 1,90986E+36*

*f (1929,47062) = 1,96098E+37*

*f (1958) = 2,00475E+37*

*f (1986) = 2,04524E+37*

*Таким образом:*

*f (1929,47062) > f (1390) *

*f (1929,47062) > f (1418) *

*f (1929,47062) > f (1958) *

*f (1929,47062) > f (1986) *

Точка **х\*=** 1929,47062 удовлетворяет неравенству ****, и ограничивающее множество **Х** совпадает с *R1*, следовательно, целевая функция задачи оптимизации №1 имеет ***строгий глобальный максимум***.

### 10. Определите величину допустимой погрешности, с которой должна быть решена задача оптимизации №1. Обоснуйте ваш выбор. Мотивируйте ваш выбор, используя таблицу, содержащую данные о зависимости между величиной оптимальной прибыли и погрешностью.

Задача оптимизации №1 должна быть решена с погрешностью 0,000001. Как видно из таблицы, содержащей данные о зависимости между оптимальной прибылью и допустимой погрешностью (таблица 5), так как при такой погрешности теряем прибыль равную 0. Оптимальная цена и прибыль практически не изменяются, поэтому не стоит тратить время на вычисления с ещё большей точностью.

## 

## Глава №2: Описание лабораторной работы №2

### 1. Постановка задачи оптимизации №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара при ограничениях на величину кредита».

Готман MO\_LabWork#2\_ПИ-1-14\_2016.09.02.xlsx

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Лабораторная работа №\_2: Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара при ограничениях на величину кредита |  |  |  |  |
| Задача №2: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка с учетом ограничения на величину кредита. | | | |  |
| Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B) ^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос; Кредит <=Ограничения. | | | | |

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B) ^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

Кредит <=Ограничения.

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Прибыль-МаксПрибыли** | **Цена** | **Спрос** | **Прибыль** | **Кредит= Себестоимость\*Спрос** | **Кредит- Ограничение** | **Погрешность** | **МаксПрибыли** |
| 1 | -1,60978E+17 | 1390 | 1,42844149E+29 | 0 | 1,98553E+32 | 1,98553367E+32 | 1000000000 | 1,60978E+17 |
| 2 | 0 | 1000001390 | 1,60978187E+08 | 1,6098E+17 | 2,2376E+11 | 2,23759579E+11 | 1 000 000 000 |  |
| 3 | -1,33992E+17 | 2000001390 | 1,34928667E+07 | 2,6986E+16 | 18755084645 | 1,87549836E+10 |  |  |
| 4 | -1,51485E+17 | 3000001390 | 3,16443800E+06 | 9,4933E+15 | 4398568819 | 4,39846778E+09 |  |  |
| 5 | -1,56454E+17 | 4000001390 | 1,13094344E+06 | 4,5238E+15 | 1572011381 | 1,57191034E+09 |  |  |
| 6 | -1,58433E+17 | 5000001390 | 5,09134634E+05 | 2,5457E+15 | 707697141,2 | 7,07596101E+08 |  |  |
| 7 | -1,59387E+17 | 6000001390 | 2,65236366E+05 | 1,5914E+15 | 368678548,2 | 3,68577508E+08 |  |  |
| 8 | -1,59908E+17 | 7000001390 | 1,52823884E+05 | 1,0698E+15 | 212425198,2 | 2,12324158E+08 |  |  |
| 9 | -1,6022E+17 | 8000001390 | 9,47932194E+04 | 7,5835E+14 | 131762574,9 | 1,31661535E+08 |  |  |
| 10 | -1,60418E+17 | 9000001390 | 6,22049852E+04 | 5,5984E+14 | 86464929,44 | 8,63638894E+07 |  |  |

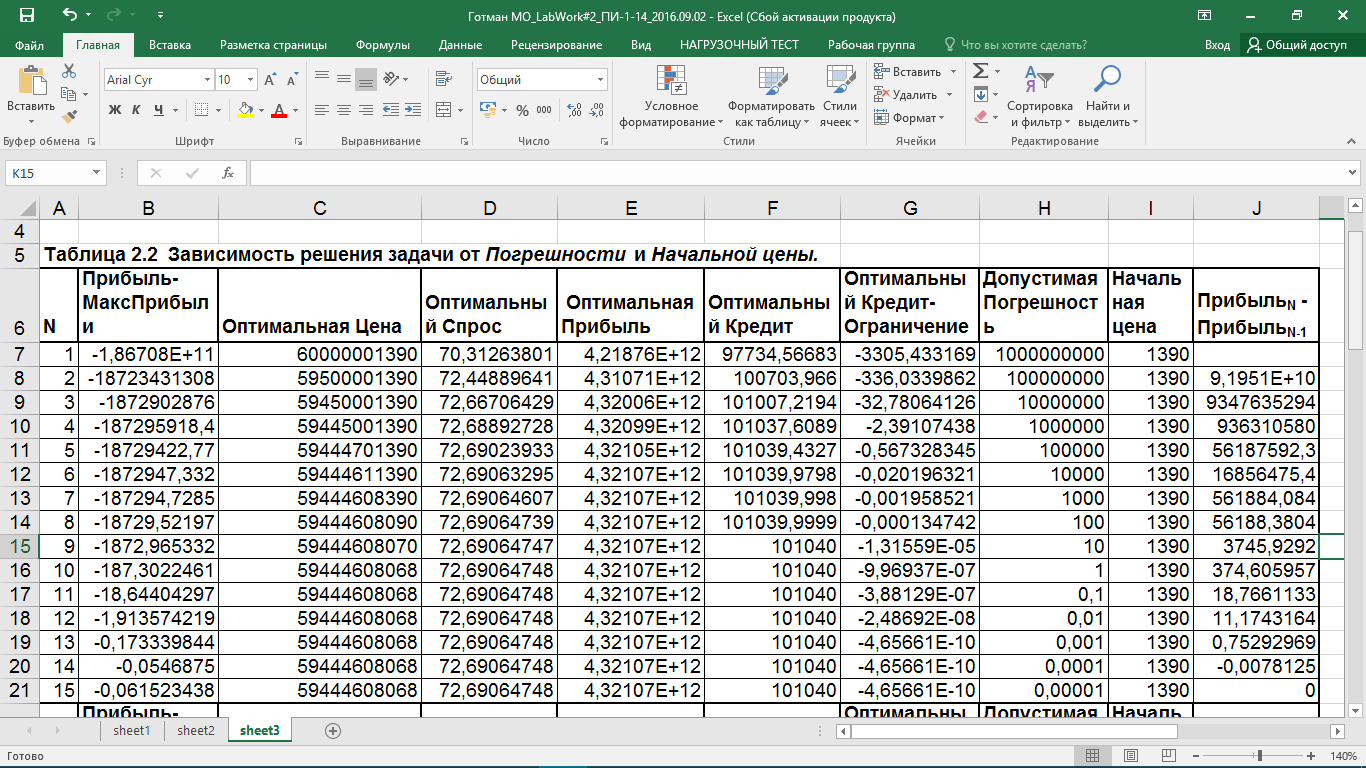
**…**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 54 | -1,60972E+17 | 53000001390 | 1,09578178E+02 | 5,8076E+12 | 152313,6672 | 5,12736672E+04 |
| 55 | -1,60973E+17 | 54000001390 | 1,02491920E+02 | 5,5346E+12 | 142463,7688 | 4,14237688E+04 |
| 56 | -1,60973E+17 | 55000001390 | 9,59815935E+01 | 5,279E+12 | 133414,4149 | 3,23744149E+04 |
| 57 | -1,60973E+17 | 56000001390 | 8,99911609E+01 | 5,0395E+12 | 125087,7137 | 2,40477137E+04 |
| 58 | -1,60973E+17 | 57000001390 | 8,44709043E+01 | 4,8148E+12 | 117414,557 | 1,63745570E+04 |
| 59 | -1,60974E+17 | 58000001390 | 7,93766181E+01 | 4,6038E+12 | 110333,4991 | 9,29349911E+03 |
| 60 | -1,60974E+17 | 59000001390 | 7,46689164E+01 | 4,4055E+12 | 103789,7938 | 2,74979380E+03 |
| 61 | -1,60974E+17 | 60000001390 | 7,03126380E+01 | 4,2188E+12 | 97734,56683 | -3,30543317E+03 |
| 62 | -1,60974E+17 | 61000001390 | 6,62763323E+01 | 4,0429E+12 | 92124,10195 | -8,91589805E+03 |
| 63 | -1,60974E+17 | 62000001390 | 6,25318156E+01 | 3,877E+12 | 86919,22375 | -1,41207763E+04 |
| 64 | -1,60974E+17 | 63000001390 | 5,90537861E+01 | 3,7204E+12 | 82084,76272 | -1,89552373E+04 |
| 65 | -1,60975E+17 | 64000001390 | 5,58194897E+01 | 3,5724E+12 | 77589,09064 | -2,34509094E+04 |
| 66 | -1,60975E+17 | 65000001390 | 5,28084287E+01 | 3,4325E+12 | 73403,71595 | -2,76362840E+04 |

**Таблица №3:** Программная реализация задачи (формулы в ячейках):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Прибыль-Макс**  **Прибыли** | **Цена** | **Спрос** | **Прибыль** | **Кредит= Себестоимость\*Спрос** | **Погрешность** | **МаксПрибыли** |
| 1 | B7:=E7-$H$7 | C7:3350 | D7:=sheet1!$B$11/(sheet2!C7+sheet2!C7\*sheet1!$C$11)^(2\*sheet1!$E$11) | E7:=D7\*(C7-sheet1!$D$11) | F7:=sheet1!$D$11\*sheet2!D7 | =sheet3!H7 | H7:=МАКС(E7:E3000) |
| 2 | B8:=E8-$H$7 | C8:=C7+  $G$7 | D8:=sheet1!$B$11/(sheet2!C8+sheet2!C8\*sheet1!$C$11)^(2\*sheet1!$E$11) | E8:=D8\*(C8-sheet1!$D$11) | F8:=sheet1!$D$11\*sheet2!D8 | G8:=G7 |  |

**Таблица №4:** Зависимость решения задачи от Погрешности и Начального значения цены.



На основании этой таблицы исследованы и построены погрешности следующих типов:

### 2.1. Зависимость оптимальной цены товара от допустимой погрешности.

На Рис. 2.1. видно, что при значениях погрешности от 1,0E+09 до 1,0E+07 оптимальная цена резко падает. При погрешности 1,0E+07 Оптимальная цена принимает стабильное значение. Далее при изменении погрешности значение оптимальной цены изменяется несущественно. По данным таблицы 5 видно, что при погрешности 1,0E-05 находится оптимальная цена= 59444608067,8358.

### 2.2 Зависимость оптимальной цены товара от начальной цены

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **N** | **Нач. цена** | **Опт. цена** |
| 1 | 1390 | 59444608067,8358 |
| 2 | 695 | 59444608067,8358 |
| Различие между оптимальными ценами | | 0 |

Для определения зависимости оптимальной цены от начальной аппроксимации строятся две таблицы с различной начальной точкой поиска (начальной аппроксимацией). Из этих таблиц берутся значения оптимальных цен. Разница этих значений равна нулю. Следовательно, значение оптимальной цены не зависит от начальной аппроксимации. Поэтому при использовании методов оптимизации мы можем использовать любое удобное для этого метода оптимизации начальное приближение.

### 2.3 Зависимость оптимальной прибыли от допустимой погрешности

На рис. 2.3. видно, что при уменьшении погрешности от 1,00E+09 до 1,00E+07 прибыль резко возрастает, на данном интервале зависимость экспоненциальная, далее линейная. Рост прибыли зависит от точности вычисления, т.е. от уменьшения погрешности. При погрешности 1,00E+09, оптимальная

прибыль = 4218758406392,81. При погрешности 1,00E+05 Оптимальная прибыль = 4321049600195,51. При погрешности равной 1,00E-02 прибыль принимает оптимальное значение и равно 4321066948725,55, далее прибыль не изменяется. При погрешности 1,00E-02 оптимальная прибыль принимает стабильное значение.

### 2.4 Зависимость оптимальной величины кредита от допустимой погрешности

На рис. 2.4. видно, что кредит резко увеличивается при уменьшении погрешности от 1,0E+09 до 1,0E+07. При погрешности 1,0E+07 значение Оптимального кредита = 101007,2236. При погрешности 1,0E+05 Оптимальный кредит = 101039,4369. Дальше, при уменьшении погрешности до 1,0E+01 кредит принимает оптимальное значение равное 101039,999956448 и больше не изменяется. При погрешности 1,0E-03 Оптимальный кредит принимает стабильное значение.

### 2.5 Зависимость величины оптимального спроса от допустимой погрешности

Рис. 2.5. В зависимости оптимального спроса от допустимой погрешности видно, что при уменьшении погрешности от 1,0E+09 до 1,0E+07 спрос резко увеличивается. При дальнейшем уменьшении погрешности до 1,0E-3 величина Оптимального спроса остается близкой к постоянной, т.е. становится оптимальным и равен 72,6906474820141, далее спрос не изменяется.

### 2.6 Зависимость минимальной величины кредита от ограничения

Из таблицы 4 видно, что значение величины «оптимальный кредит - ограничение» имеет отрицательный знак. Это число

есть остаток от кредита, который мы используем. В лучшем случае это значение должно быть равным нулю. В моем случае

кредит не должен превышать значения 101040. Малейшее превышение этого значения, превысит ограничение, наложенное

на задачу. Если это произойдет, то в графе «оптимальный кредит - ограничение» значение станет больше нуля. А это

означает, что условие задачи не выполняются.

### 3. Примените теорему 1 для функции, возрастающей или убывающей к целевой функции, которая имеет вид зависимости величины прибыли от цены.

Основной задачей является максимизировать прибыль.

**Теорема №1 «Критерии возрастания или убывания функции»:**

Предположим, что функция f(x) является непрерывной на интервале *I = [a; b]* и является дифференцируемой на этом интервале.

1. Если  то функция f(x) называется возрастающей на этом интервале.
2. Если  то функция f(x) называется убывающей на этом интервале.

где , , , 

где *А, В, D*– параметры, *x* – искомая переменная, *С* – себестоимость, *Огр* – ограничение.

Проведем исследование целевой функции в интервале цен от 1390 (себестоимость товара) до 87185424517.

**Таблица №6.** Первая производная целевой функции.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **х** | **f(x)** | **f'(x)** |
| 1390 | 3,94234E+64 | -2,0288E+62 |
| 3962975169 | 2,64087E+18 | -4767093471 |
| 7925948947 | 1,85281E+16 | -16734058,12 |
| 11888922726 | 1,01416E+15 | -612125,884 |
| 15851896504 | 1,28064E+14 | -58304,98307 |
| 19814870283 | 2,53914E+13 | -9350,121533 |
| 23777844061 | 6,63929E+12 | -2075,650687 |
| 27740817840 | 2,07882E+12 | -573,6047222 |
| 31703791618 | 7,32659E+11 | -184,8203281 |
| 35666765397 | 2,77684E+11 | -66,36962298 |
| 39629739175 | 1,08758E+11 | -25,64554407 |
| 43592712954 | 42163308032 | -10,32309805 |
| 47555686732 | 15227741236 | -4,165981485 |
| 51518660511 | 4559842131 | -1,580455397 |
| 55481634289 | 799659099,7 | -0,471480097 |
| 59444608067,8357 | 9,50583E-19 | -1,18543E-14 |
| 63407581846 | 433755869,8 | 0,18846368 |
| 67370555625 | 1329551873 | 0,250011859 |
| 71333529403 | 2342820256 | 0,255487608 |
| 75296503182 | 3324426037 | 0,237626631 |
| 79259476960 | 4215797219 | 0,211605272 |
| 83222450739 | 5000107500 | 0,184332262 |
| 87185424517 | 5679153069 | 0,15877812 |

Условие 1) выполняется, первая производная f’(x)>0 на интервале (1390; 59444608067,8357)  функция f(x) убывает на этом интервале.

Условие 2) выполняется, первая производная f’(x) <0 на интервале (59444608067,8357; 87185424517)  функция f(x) возрастает на этом интервале.

**Вывод:**

Первая производная *f’(x)<0 x*(1390; 59444608067,8357) и *f’(x)>0 x* (59444608067,8357; 87185424517), а это значит, что *f(х\*)* является локальным минимумом целевой функции, где *х\** решение задачи оптимизации. В данной задаче *х\** равно . 59444608067,8357.

### 4. Примените теорему 3 «тест по первой производной» и найдите точное решение (solution) задачи оптимизации №2.

**Теорема №3 «Тест по первой производной»:**

Предположим, что функция *f(x)* является непрерывной на отрезке I = [*a, b*]. Кроме того, предположим, что производная этой функции  определена для всех значений *x*, принадлежащих открытому интервалу , исключая возможно точку *x* = *x*\*. Тогда утверждаем, что:

**Утверждение №1:** если  на  и  на , то  является точкой локального минимума;

**Утверждение №2:** если  на  и  на , то  является точкой локального максимума.

В данной задаче функция непрерывна на интервале [1390, 87185424517] (см. график 2.1). Для этой функции  на открытом интервале (1390; 59444608067,8357), и  на открытом интервале (59444608067,8357; 87185424517), *f* (*x\**) является **локальным минимумом** этой целевой функции, при значении **х\*=**59444608067,8357 (при данном значении цены прибыль максимальна).

### 5. Что называется, оптимальным решением (solution) задачи оптимизации №2?

Решением задачи оптимизации №2 является значение величины х\* (оптимальной цены),

которое обеспечивает выполнение условия *f(x\*) <= f(x)*. Прибыль при данной оптимальной цене будет максимальной, так как кредит будет минимальным, исходя из формулы Прибыль=Спрос\*Цена - *f(x)* то есть прибыль имеет нелинейную зависимость с целевой функцией.

Решение: Оптимальная цена, при которой будет достигаться максимальная прибыль, имеет значение **х\*=** 3500000.

### 6. Дайте классификацию постановки задачи оптимизации №2 по количеству искомых переменных.

Любая задача оптимизации делится на два класса:

* одномерные задачи оптимизации, если n=1;
* многомерные задачи оптимизации, если n>1;

где n – это количество искомых переменных.

Задача оптимизации №2 – одномерная, так как искомая переменная здесь только одна, это значение переменной х\*.

### 7. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №2 по типу целевой функции.

По типу целевой функции любая задача оптимизации делится на два класса:

линейные задачи оптимизации, если целевая функция имеет вид f(x)=a\*x+b.

нелинейные задачи оптимизации, если целевая функция не может быть представлена в виде f(x)=a\*x+b.

Задача оптимизации №2 относится к классу нелинейных задач, так как целевая функция в этой задаче имеет вид: Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость), где Спрос=A/(Цена+Цена\*B) ^(2\*D). То есть целевая функция не может быть представлена в виде f(x)=a\*x+b. График целевой функции так же не представляет собой прямых линий (см. Рис. 2.8.).

### 8. Дайте классификацию описания задачи оптимизации №2 по наличию ограничений.

По наличию ограничений задачи оптимизации делятся:

задачи с ограничениями;

задачи без ограничений;

Если задача оптимизации типа  и , а ограничивающее множество **Х** совпадает с **Rn**, то есть **Х=Rn**, то такая задача называется задачей без ограничений. То есть в качестве решения задачи оптимизации может рассматриваться любое вещественное число. Если же условие **Х=Rn** не выполняется, то задача называется задачей с ограничениями.

Задача оптимизации №1 относится к классу задач без ограничений, так искомая величина х\* (цена) может принимать любые значения.

### 9. Дайте классификацию типов экстремумов целевой функции задачи оптимизации №2.

Если точка **х**\* удовлетворяет неравенству ****, то такая точка **х**\* называется глобальным максимумом.

Если точка **х**\* удовлетворяет неравенству **** , то такая точка **х**\* называется глобальным минимумом.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то такая точка называется точкой локального максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то такая точка называется точкой локального минимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет строгому неравенству , то эта точка называется точкой строгого максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то эта точка называется точкой слабого максимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет строгому неравенству , то эта точка называется точкой строгого минимума.

Если точка **х\*** удовлетворяет неравенству , то эта точка называется точкой слабого минимума.

Возьмем несколько точек слева и справа от найденного оптимального значения и проверим, удовлетворяет ли найденное оптимальное значение **х\*** неравенству **:**

*f (1390) = 3,94234E+64*

*f (3962975169) = 2,64087E+18*

*f (59444608067,8357) = 9,50583E-19*

*f (63407581846) = 433755869,8*

*f (67370555625) = 1329551873*

Таким образом:

*f (59444608067,8357) > f (1390) *

*f (59444608067,8357) > f (3962975169) *

*f (59444608067,8357) > f (63407581846) *

*f (59444608067,8357) > f (67370555625) *

Точка **х\*=** 59444608067,8357 удовлетворяет неравенству ****, и ограничивающее множество **Х** совпадает с *R1*, следовательно, целевая функция задачи оптимизации №1 имеет ***строгий глобальный максимум***.

### 10. Определите величину допустимой погрешности, с которой должна быть решена задача оптимизации №1. Обоснуйте ваш выбор. Мотивируйте ваш выбор, используя таблицу, содержащую данные о зависимости между величиной оптимальной прибыли и погрешностью.

Задача оптимизации №2 должна быть решена с погрешностью 0,0001. Как видно из таблицы №4, содержащей данные о зависимости между оптимальной прибылью и допустимой погрешностью, разница между текущей прибылью при погрешности = 0,0001и предыдущей при погрешности = 0,00001, равна 0. Это значит, что при погрешности = 0,0001, оптимальная прибыль принимает максимальное значение и далее, при уменьшении погрешности, прибыль остается постоянной.

## Глава №3: Описание лабораторной работы №3

### 1. Постановка задачи оптимизации без ограничений в виде задачи №1: «Найти максимум прибыли от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием метода равномерного поиска».

Готман MO\_LabWork#3\_ПИ-1-14\_2016.09.20.xlsx

Лабораторная работа №\_3: Найти максимум прибыли от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием метода равномерного поиска.

Задача №1: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка без учета ограничения на величину кредита.

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png   |  | | --- | | В исходное состояние | |  | Выбор допустимой погрешности | Выбор начальной цены |  |
| **Программа, реализующая метод равномерного поиска** | | | | | | Пуск программы | 2 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.png   |  | | --- | | 10 | | 1845 | 1 |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Количество итераций |
| 7000 | 71855,0000 | 1,0631E+23 | 7,4910E+27 | 1,4777E+26 | Решение найдено | 1925,0000 | 4,4573E+28 | 2,3847E+31 | 6,1957E+31 | 7 |

**Таблица №3:** Программная реализация задачи (формулы в ячейках):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** | **G** | **H** | **I**  **I** | **J** | **K** |
| **6** | Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Состояние  процесса  поиска | Оптимальная  Цена | Оптимальный  Спрос | Оптимальная  Прибыль | Оптимальный кредит | Количество итерации. |
| **7** | =ЕСЛИ(H5=1;0;A7+1) | =ЕСЛИ(A7=0;J5+ИНДЕКС(J12:J22;I5);B7+ИНДЕКС(J12:J22;I5)) | =sheet1!B11/(B7+B7\*sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) | =C7\*(B7-sheet1!D11) | =C7\*sheet1!D11 | =ЕСЛИ(A7=0;"Исходное состояние";ЕСЛИ($D$7>0;  ЕСЛИ($D$7<$I$7;"Решение найдено";"Продолжайте поиск, щелкая по кнопке <F9>");"Продолжайте поиск") ) | =ЕСЛИ($A$7=0;0;  ЕСЛИ($D$7>0;  ЕСЛИ($D$7<$I$7;G7;B7);B7)) | =ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ($D$7>0;ЕСЛИ($D$7<$I$7;H7;C7);C7)) | =ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ($D$7>0;ЕСЛИ($D$7<$I$7;I7;D7);D7)) | =ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ($D$7>0;ЕСЛИ($D$7<$I$7;J7;E7);E7)) | =ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ($D$7>0;ЕСЛИ($D$7<$I$7;K7;A7);A7)) |

**Таблица 4:** Зависимость Количества итераций от Допустимой погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Область поиска: НачЦена-ОптЦена** | **Величина шага поиска** |
| 1 | 1925 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 7 | 10 | 1845 | 80 | 10 |
| 2 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 83 | 1 | 1845 | 84 | 1 |
| 3 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 844 | 0,1 | 1845 | 84 | 0,1 |
| 4 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 8446 | 0,01 | 1845 | 84 | 0,01 |
| 5 | 1925 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 5 | 10 | 1865 | 60 | 10 |
| 6 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 63 | 1 | 1865 | 64 | 1 |
| 7 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 644 | 0,1 | 1865 | 64 | 0,1 |
| 8 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 6446 | 0,01 | 1865 | 64 | 0,01 |
| 9 | 1925 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 2 | 10 | 1885 | 40 | 10 |
| 10 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 33 | 1 | 1885 | 44 | 1 |
| 11 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 344 | 0,1 | 1885 | 44 | 0,1 |
| 12 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 3446 | 0,01 | 1885 | 44 | 0,01 |
| 13 | 1925 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 1 | 10 | 1905 | 20 | 10 |
| 14 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 23 | 1 | 1905 | 24 | 1 |
| 15 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 244 | 0,1 | 1905 | 24 | 0,1 |
| 16 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 2446 | 0,01 | 1905 | 24 | 0,01 |
| 17 | 1945 | 4,29556E+28 | 2,38403E+31 | 5,97082E+31 | 1 | 10 | 1925 | 20 | 10 |
| 18 | 1929 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 3 | 1 | 1925 | 4 | 1 |
| 19 | 1929,5 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 44 | 0,1 | 1925 | 4 | 0,1 |
| 20 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 446 | 0,01 | 1925 | 4 | 0,01 |

На основании этой таблицы построена следующая зависимость:

### 2.1. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности.

Данный рисунок 3.1 показывает, что чем меньше погрешность, тем больше количество итераций, это увеличивает время нахождения точного решения определенной оптимизационной задачи.

Зависимость количества итераций от допустимой погрешности на интервале 10 до 0.1 почти линейная; на интервале 0.1 до 0.01 резко возрастает (количество итераций на этом интервале возрастает почти в 10 раз) и зависимость количества итераций от допустимой погрешности имеет характер экспоненциальной зависимости.

Для этого метода задача не может быть решена с погрешностью меньше 0,01.

**Таблица 5: Зависимость Количества итераций от Размера области поиска.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Область поиска: НачЦена-ОптЦена** | **Величина шага поиска** |
| 1 | 1925,00 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 7 | 10 | 1845 | 80 | 10 |
| 2 | 1925,00 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 5 | 10 | 1865 | 60 | 10 |
| 3 | 1925,00 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 2 | 10 | 1885 | 40 | 10 |
| 4 | 1925,00 | 4,45732E+28 | 2,38467E+31 | 6,19568E+31 | 1 | 10 | 1905 | 20 | 10 |
| 5 | 1945,00 | 4,29556E+28 | 2,38403E+31 | 5,97082E+31 | 1 | 10 | 1925 | 20 | 10 |
| 6 | 1929,00 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 83 | 1 | 1845 | 84 | 1 |
| 7 | 1929,00 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 63 | 1 | 1865 | 64 | 1 |
| 8 | 1929,00 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 33 | 1 | 1885 | 44 | 1 |
| 9 | 1929,00 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 23 | 1 | 1905 | 24 | 1 |
| 10 | 1929,00 | 4,42435E+28 | 2,38473E+31 | 6,14985E+31 | 3 | 1 | 1925 | 4 | 1 |
| 3 | 1929,50 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 844 | 0,1 | 1845 | 84 | 0,1 |
| 7 | 1929,50 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 644 | 0,1 | 1865 | 64 | 0,1 |
| 11 | 1929,50 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 344 | 0,1 | 1885 | 44 | 0,1 |
| 15 | 1929,50 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 244 | 0,1 | 1905 | 24 | 0,1 |
| 19 | 1929,50 | 4,42026E+28 | 2,38473E+31 | 6,14416E+31 | 44 | 0,1 | 1925 | 4 | 0,1 |
| 4 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 8446 | 0,01 | 1845 | 84 | 0,01 |
| 8 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 6446 | 0,01 | 1865 | 64 | 0,01 |
| 12 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 3446 | 0,01 | 1885 | 44 | 0,01 |
| 16 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 2446 | 0,01 | 1905 | 24 | 0,01 |
| 20 | 1929,47 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,1445E+31 | 446 | 0,01 | 1925 | 4 | 0,01 |

На основании этой таблицы построена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость количества итераций от размера области поиска.

На рисунке 3.2 построены 4 графика зависимости при разных значениях допустимой погрешности (ДП). Данный график показывает, что чем обширнее область поиска, т.е. чем дальше величина начальной аппроксимации от оптимального значения, тем больше количество итераций, что значительно увеличивает время нахождения оптимального решения. Здесь видно, что зависимость линейная. Следовательно, этот метод имеет глобальный тип сходимости: метод находит решение задачи оптимизации для любой начальной точки.

### 3. Дайте ответы на следующие вопросы:

### 3.1. Какими соотношениями полностью определяется алгоритм равномерного поиска?

Предположим, что нам задана задача максимизации целевой функции типа , то метод равномерного поиска имеет формулу (для решения максимизации):

if  */\*Нахождение максимума функции методом равномерного поиска\*/*

then 

else 



### 3.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму равномерного поиска?

Должны быть заданы параметры ε - погрешность, *h* – начальный шаг поиска и *х0* – начальная аппроксимация цены.

### 3.3. Какому типу неравенства должно удовлетворять значение начальной аппроксимации х0 и какому типу неравенства должна удовлетворять величина шага поиска h в алгоритме равномерного поиска?

Алгоритм равномерного поиска работает, если х*0* задано слева от оптимальной точки, т.е. выполняется условие:



и шаг поиска *h* должен быть ≤, т.е.:



### 3.4. Какой вид итерационного процесса будет генерировать метод равномерного поиска?

Метод равномерного поиска генерирует стационарный, одношаговый итерационный процесс, так как имеет постоянный размер шага *h*, который не зависит от номера итераций.

### 3.5. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод равномерного поиска можно использовать, так как этот метод относится к методам, не использующим производные от целевой функции.

### 3.6. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной

### функцией?

Если целевая функция не является унимодальной, то алгоритм равномерного поиска применить нельзя, потому что целевая функция будет иметь не один, а несколько локальных экстремумов. Алгоритм остановится после нахождения первого экстремума. А этот первый экстремум не всегда может оказаться нужным нам экстремумом, то есть самым минимальным или самым максимальным.

### 4. Определите порядок сходимости σ (сигмы) и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска.

**Таблица №6:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода равномерного поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **No.** | **X**k=Price(k) | **Error: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs(Ak-Ak+1)** | **List of sigma** | **abs(Ak-Ak+1)** | **min** | **f(x)–MIN** |  |
| 1 | 1845,02 | 84,4506202 |  | **1** | **1929,4706** | 1,4149E-08 | **1** | 1,4149E-08 | 1,41485E-08 | 0 |  |
| 2 | 1845,03 | 84,4406202 | 0,999881588 | 1 |  |  | **1,05** | 5,9329E-06 |  | 5,92E-06 |  |
| 3 | 1845,04 | 84,4306202 | 0,999881574 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | | | **1,1** | 1,188E-05 |  | 1,19E-05 |  |
| 4 | 1845,05 | 84,4206202 | 0,99988156 | **1,15** | 1,7827E-05 |  | 1,78E-05 |  |
| 5 | 1845,06 | 84,4106202 | 0,999881546 | **1,2** | 2,3774E-05 |  | 2,38E-05 |  |
| 6 | 1845,07 | 84,4006202 | 0,999881531 | **1,25** | 2,9721E-05 |  | 2,97E-05 |  |
| 7 | 1845,08 | 84,3906202 | 0,999881517 | **1,3** | 3,5667E-05 |  | 3,57E-05 |  |
| 8 | 1845,09 | 84,3806202 | 0,999881503 | **1,35** | 4,1614E-05 |  | 4,16E-05 |  |
| 9 | 1845,1 | 84,3706202 | 0,999881489 | **1,4** | 4,7561E-05 |  | 4,75E-05 |  |
| 10 | 1845,11 | 84,3606202 | 0,999881475 | **1,45** | 5,3508E-05 |  | 5,35E-05 |  |
| 11 | 1845,12 | 84,3506202 | 0,999881461 | **1,5** | 5,9454E-05 |  | 5,94E-05 |  |
| 12 | 1845,13 | 84,3406202 | 0,999881447 | **1,55** | 6,5401E-05 |  | 6,54E-05 |  |
| 13 | 1845,14 | 84,3306202 | 0,999881433 | **1,6** | 7,1348E-05 |  | 7,13E-05 |  |
| 14 | 1845,15 | 84,3206202 | 0,999881419 | **1,65** | 7,7294E-05 |  | 7,73E-05 |  |
| 15 | 1845,16 | 84,3106202 | 0,999881405 | **1,7** | 8,3241E-05 |  | 8,32E-05 |  |
| 16 | 1845,17 | 84,3006202 | 0,999881391 | **1,75** | 8,9187E-05 |  | 8,92E-05 |  |
| 17 | 1845,18 | 84,2906202 | 0,999881377 | **1,8** | 9,5134E-05 |  | 9,51E-05 |  |
| 18 | 1845,19 | 84,2806202 | 0,999881363 | **1,85** | 0,00010108 |  | 0,000101 |  |
| 19 | 1845,2 | 84,2706202 | 0,999881349 | **1,9** | 0,00010703 |  | 0,000107 |  |
| 20 | 1845,21 | 84,2606202 | 0,999881335 |  |  |  | **1,95** | 0,00011297 |  | 0,000113 |  |
| 21 | 1845,22 | 84,2506202 | 0,999881321 |  |  |  | **2** | 0,00011892 |  | 0,000119 |  |
| 22 | 1845,23 | 84,2406202 | 0,999881307 |  |  |  | Вывод: Метод равномерного поиска имеет линейную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению А=0,999999945010055 только при sigma=1. | | | | |
| 23 | 1845,24 | 84,2306202 | 0,999881292 |  |  |  |
| 24 | 1845,25 | 84,2206202 | 0,999881278 |  |  |  |
| 25 | 1845,26 | 84,2106202 | 0,999881264 |  |  |  |
| 26 | 1845,27 | 84,2006202 | 0,99988125 |  |  |  |
| 27 | 1845,28 | 84,1906202 | 0,999881236 |  |  |  |
| 28 | 1845,29 | 84,1806202 | 0,999881222 |  |  |  |
| 29 | 1845,3 | 84,1706202 | 0,999881208 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 30 | 1845,31 | 84,1606202 | 0,999881194 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 31 | 1845,32 | 84,1506202 | 0,99988118 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 32 | 1845,33 | 84,1406202 | 0,999881165 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 33 | 1845,34 | 84,1306202 | 0,999881151 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 34 | 1845,35 | 84,1206202 | 0,999881137 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 35 | 1845,36 | 84,1106202 | 0,999881123 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 36 | 1845,37 | 84,1006202 | 0,999881109 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 37 | 1845,38 | 84,0906202 | 0,999881095 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 38 | 1845,39 | 84,0806202 | 0,999881081 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 39 | 1845,4 | 84,0706202 | 0,999881067 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 40 | 1845,41 | 84,0606202 | 0,999881052 |  |  |  |  |  |  |  |  |

### 5. Определите порядок сходимости sigma и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска.

Порядок сходимости sigma = 1. Метод равномерного поиска имеет линейную скорость сходимости. Константа асимптотической

ошибки А = 0,999999945010055.

**Вывод:**

Метод равномерного поиска имеет линейную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению А=0,999999945010055 только при sigma=1.

**Таблица №7:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** | **G** | **H** | **I** | **J** |
| **1** | **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs(Ak-Ak+1)** | **List of sigma** | **abs(Ak-Ak+1)** | **Min(Ak-Ak+1)** |
| **2** | 1 | =ЕСЛИ(B3=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;C3) | =ABS($G$3-C3) |  | **=ИНДЕКС(I3:I23;M3)** | **=sheet1!I11** | =ABS(E42-E41) | 1 | =ЕСЛИ($F$3=I3;$H$3;J3) | =МИН(J3:J23) |
| **3** | 2 | =ЕСЛИ(B4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;C4) | =ABS($G$3-C4) | =D4/D3^$F$3 |  |  |  | 1,05 | =ЕСЛИ($F$3=I4;$H$3;J4) |  |

### 6.Перечислите преимущества и недостатки алгоритма равномерного поиска.

Преимущества метода равномерного поиска:

* Рассмотренный метод имеет простой алгоритм вычисления, т.к. шаг поиска *h* не меняется на каждой итерации. И данный алгоритм использует лишь два простых действия (сравнение и суммирование).

Недостатки метода равномерного поиска:

* Данный метод проводит очень много вычислений.
* Данный метод работает только при значениях погрешностей не менее 0,01, поэтому, если в задаче требуется более точное решение, то этот метод не годится.

## Глава №4: Описание лабораторной работы №4

### 1. Постановка задачи оптимизации с учетом ограничений в виде задачи №2: «Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода равномерного поиска».

Лабораторная работа №\_4: Исследование метода равномерного поиска при решении задачи №4.

Задача №2: Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита.

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос; Кредит ≤ Ограничения

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

Кредит ≤ Ограничения

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.png   |  | | --- | | В исходное состояние | |  | Выбор величины шага поиска | Выбор начальной цены |  | |  |  |
| **Программа, реализующая метод равномерного поиска** | | | | | | Пуск программы | 2 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image004.png6 | 59 300 000 000 | |  |  |  |
| n | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Кредит- Ограничение | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | | Оптимальный Кредит | Оптимальный Кредит- Ограничение | Количество итераций |
| 23000 | 6,16E+10 | 6,40E+01 | 3,94E+12 | 8,90E+04 | 1,46E+08 | Решение найдено | 5,944460E+10 | 7,269068E+01 | 4,321068E+12 | | 1,010400E+05 | 2,405564E-03 | 1446 |

**Модель программы** (формулы в ячейках):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Кредит- Ограничение | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Оптимальный Кредит- Ограничение | Количество итераций |
| A7:=  ЕСЛИ  (H5=1;0;A7+1) | B7:=ЕСЛИ(A7=0;J5;B7+ИНДЕКС(K12:K22;I5)) | C7:=sheet1!11\*sheet1!C11)^  (2\*sheet1!E11) | D7:=C7\*  (B7-sheet1!  D11) | E7:=C7\*sheet1!D11 | F7:=(E7-sheet1!G11)\*  (E7-sheet1!G11) | G7:=ЕСЛИ(A7=0;"Исходное состояние";  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  "Решение найдено";"Продолжайте поиск, щелкая по кнопке <F9>")) | H7:=ЕСЛИ($A$7=0;B7;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  H7;B7)) | I:=ЕСЛИ($A$7=0;C7;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  I7;C7)) | J7:=ЕСЛИ($A$7=0;D7;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  J7;D7)) | K7:=ЕСЛИ($A$7=0;E7;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  K7;E7)) | L7:=ЕСЛИ($A$7=0;F7;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  L7;F7)) | M7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;  ЕСЛИ($F$7>$L$7;  M7;A7)) |

**Таблица 3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Область поиска: НачЦена-ОптЦена** | **Величина шага поиска** |
| 1 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 5 | 10000000000 | 5,89E+10 | 500000000 | 10000000000 |
| 2 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 54 | 1000000000 | 5,89E+10 | 540000000 | 1000000000 |
| 3 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 545 | 100000000 | 5,89E+10 | 545000000 | 100000000 |
| 4 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 5446 | 10000000 | 5,89E+10 | 544600000 | 10000000 |
| 5 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 4 | 10000000000 | 5,9E+10 | 400000000 | 10000000000 |
| 6 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 44 | 1000000000 | 5,9E+10 | 440000000 | 1000000000 |
| 7 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 445 | 100000000 | 5,9E+10 | 445000000 | 100000000 |
| 8 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 4446 | 10000000 | 5,9E+10 | 444600000 | 10000000 |
| 9 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 3 | 10000000000 | 5,91E+10 | 300000000 | 10000000000 |
| 10 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 34 | 1000000000 | 5,91E+10 | 340000000 | 1000000000 |
| 11 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 345 | 100000000 | 5,91E+10 | 345000000 | 100000000 |
| 12 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 3446 | 10000000 | 5,91E+10 | 344600000 | 10000000 |
| 13 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 2 | 10000000000 | 5,92E+10 | 200000000 | 10000000000 |
| 14 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 24 | 1000000000 | 5,92E+10 | 240000000 | 1000000000 |
| 15 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 245 | 100000000 | 5,92E+10 | 245000000 | 100000000 |
| 16 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 2446 | 10000000 | 5,92E+10 | 244600000 | 10000000 |
| 17 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 1 | 10000000000 | 5,93E+10 | 100000000 | 10000000000 |
| 18 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 14 | 1000000000 | 5,93E+10 | 140000000 | 1000000000 |
| 19 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 145 | 100000000 | 5,93E+10 | 145000000 | 100000000 |
| 20 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 1446 | 10000000 | 5,93E+10 | 144600000 | 10000000 |

**`**

На основании этой таблицы построена следующая зависимость:

### 2.1. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности:

Данный рисунок 4.1 показывает, что чем меньше погрешность, тем больше количество итераций, это увеличивает время нахождения точного решения определенной оптимизационной задачи.

Зависимость количества итераций от допустимой погрешности на интервале от 1000 до 100 резко возрастает и зависимость количества итераций от допустимой погрешности имеет характер экспоненциальной зависимости. Этим методом данная задача не может быть решена с погрешностью меньше 100, потому что после данной погрешности количество итераций стремится к бесконечности.

**Таблица №4:** Зависимость Количества итераций от Начальной цены.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Область поиска: НачЦена-ОптЦена** | **Величина шага поиска** |
| 1 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 5 | 10000000000 | 5,89E+10 | 500000000 | 10000000000 |
| 2 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 4 | 10000000000 | 5,9E+10 | 400000000 | 10000000000 |
| 3 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 3 | 10000000000 | 5,91E+10 | 300000000 | 10000000000 |
| 4 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 2 | 10000000000 | 5,92E+10 | 200000000 | 10000000000 |
| 5 | 59400000000 | 72,88607963 | 4,32943E+12 | 101311,6507 | 73794,09755 | 1 | 10000000000 | 5,93E+10 | 100000000 | 10000000000 |
| 6 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 54 | 1000000000 | 5,89E+10 | 540000000 | 1000000000 |
| 7 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 44 | 1000000000 | 5,9E+10 | 440000000 | 1000000000 |
| 8 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 34 | 1000000000 | 5,91E+10 | 340000000 | 1000000000 |
| 9 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 24 | 1000000000 | 5,92E+10 | 240000000 | 1000000000 |
| 10 | 59440000000 | 72,71080478 | 4,32193E+12 | 101068,0186 | 785,0445359 | 14 | 1000000000 | 5,93E+10 | 140000000 | 1000000000 |
| 11 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 545 | 100000000 | 5,89E+10 | 545000000 | 100000000 |
| 12 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 445 | 100000000 | 5,9E+10 | 445000000 | 100000000 |
| 13 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 345 | 100000000 | 5,91E+10 | 345000000 | 100000000 |
| 14 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 245 | 100000000 | 5,92E+10 | 245000000 | 100000000 |
| 15 | 59445000000 | 72,68893336 | 4,32099E+12 | 101037,6174 | 5,676899287 | 145 | 100000000 | 5,93E+10 | 145000000 | 100000000 |
| 16 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 5446 | 10000000 | 5,89E+10 | 544600000 | 10000000 |
| 17 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 4446 | 10000000 | 5,9E+10 | 444600000 | 10000000 |
| 18 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 3446 | 10000000 | 5,91E+10 | 344600000 | 10000000 |
| 19 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 2446 | 10000000 | 5,92E+10 | 244600000 | 10000000 |
| 20 | 59444600000 | 72,69068277 | 4,32107E+12 | 101040,049 | 0,002405564 | 1446 | 10000000 | 5,93E+10 | 144600000 | 10000000 |

На основе этой таблицы построена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость количества итераций от начальной цены:

Данный рисунок 4.2 показывает, что чем обширнее область поиска, т.е. чем дальше величина начальной аппроксимации от оптимального значения, тем меньше количество итераций, что значительно увеличивает время нахождения оптимального решения. Здесь видно, что зависимость линейная. Следовательно, этот метод имеет глобальный тип сходимости, метод находит решение задачи оптимизации для любой начальной точки.

### 3. Дайте ответы на следующие вопросы:

### 3.1. Какими соотношениями полностью определяется алгоритм равномерного поиска?

Предположим, что задана задача максимизация целевой функции типа: 

Тогда алгоритм равномерного поиска для решения задачи минимизации полностью определяется соотношением:

If  /\* Для задачи минимизации \*/

Then 

Else 



### 3.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму равномерного поиска?

Должны быть заданы параметры ε - погрешность, h – начальный шаг поиска и х0 – начальная аппроксимация цены

### 3.3. Какому типу неравенства должно удовлетворять значение начальной аппроксимации х0 и какому неравенству должна

### удовлетворять величина шага поиска h в алгоритме равномерного поиска?

Алгоритм равномерного поиска работает, если х0 задано слева от оптимальной точки, т.е. выполняется условие:  и шаг поиска h должен быть ≤, т.е.: 

### 3.4. Какой вид итерационного процесса будет генерировать метод равномерного поиска?

Метод равномерного поиска генерирует стационарный, одношаговый итерационный процесс, так как имеет постоянный размер шага h, который не зависит от номера итераций.  потому что использует одно значение предыдущей точки поиска для вычисления следующей.

### 3.5. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод равномерного поиска можно использовать, так как этот метод относится к методам, не использующим производные от целевой функции.

### 3.6. Можно ли применить алгоритм равномерного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией?

Если целевая функция не является унимодальной, то алгоритм равномерного поиска применить нельзя, потому что целевая функция будет иметь не один, а несколько локальных экстремумов. Алгоритм остановится после нахождения произвольного первого экстремума, который может быть не самым лучшим.

### 4. Определите порядок сходимости sigma и постоянную асимптотической ошибки А алгоритма равномерного поиска.

**Таблица №5:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки **А** метода равномерного поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 4.3 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода равномерного поиска | | | | Таблица 4.4. Программа для оценки скорости сходимости Метода равномерного поиска | | | | | |  |
|  |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |  |
| 1 | 5,9E+10 | 144508067,8 |  | **1** | **59444608068** | 5,05E-07 | 1 | 5,05082E-07 | 5,05082E-07 |  |
| 2 | 5,9E+10 | 144408067,8 | 0,999307997 |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png |  | 1,05 | 3,50162E-05 |  |  |
| 3 | 5,9E+10 | 144308067,8 | 0,999307518 |  | |  | 1,1 | 7,05363E-05 |  |  |
| 4 | 5,9E+10 | 144208067,8 | 0,999307038 |  | 1,15 | 0,000106055 |  |  |
| 5 | 5,9E+10 | 144108067,8 | 0,999306558 |  | 1,2 | 0,000141573 |  |  |
| 6 | 5,9E+10 | 144008067,8 | 0,999306076 |  | 1,25 | 0,01472693 |  |  |
| 7 | 5,9E+10 | 143908067,8 | 0,999305594 |  | 1,3 | 0,000212604 |  |  |
| 8 | 5,9E+10 | 143808067,8 | 0,999305112 |  | 1,35 | 0,000248118 |  |  |
| 9 | 5,9E+10 | 143708067,8 | 0,999304629 |  | 1,4 | 0,00028363 |  |  |
| 10 | 5,9E+10 | 143608067,8 | 0,999304145 |  | 1,45 | 0,000319141 |  |  |
| 11 | 5,9E+10 | 143508067,8 | 0,99930366 |  | 1,5 | 0,000354651 |  |  |
| 12 | 5,9E+10 | 143408067,8 | 0,999303175 |  | 1,55 | 0,00039016 |  |  |
| 13 | 5,9E+10 | 143308067,8 | 0,999302689 |  | 1,6 | 0,000425668 |  |  |
| 14 | 5,9E+10 | 143208067,8 | 0,999302203 |  | 1,65 | 0,034909083 |  |  |
| 15 | 5,9E+10 | 143108067,8 | 0,999301715 |  | 1,7 | 0,000496679 |  |  |
| 16 | 5,9E+10 | 143008067,8 | 0,999301227 |  | 1,75 | 0,040017031 |  |  |
| 17 | 5,9E+10 | 142908067,8 | 0,999300739 |  | 1,8 | 0,000567685 |  |  |
| 18 | 5,9E+10 | 142808067,8 | 0,999300249 |  | 1,85 | 0,000603186 |  |  |
| 19 | 5,9E+10 | 142708067,8 | 0,999299759 |  | 1,9 | 0,047726264 |  |  |
| 20 | 5,9E+10 | 142608067,8 | 0,999299269 |  |  |  | 1,95 | 0,000674184 |  |  |
| 21 | 5,9E+10 | 142508067,8 | 0,999298777 |  |  |  | **2** | 0,000709682 |  |  |
| 22 | 5,9E+10 | 142408067,8 | 0,999298285 |  |  |  |  |  |  |  |
| 23 | 5,9E+10 | 142308067,8 | 0,999297793 |  |  |  |  |  |  |  |
| 24 | 5,9E+10 | 142208067,8 | 0,999297299 |  |  |  |  |  |  |  |
| 34 | 5,9E+10 | 141208067,8 | 0,999292326 |  |  |  | Вывод: Метод равномерного поиска имеет линейную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению А=0,999289308697517 только при sigma=1. | | | |
| 35 | 5,9E+10 | 141108067,8 | 0,999291825 |  |  |  |
| 36 | 5,9E+10 | 141008067,8 | 0,999291323 |  |  |  |
| 37 | 5,9E+10 | 140908067,8 | 0,999290821 |  |  |  |
| 38 | 5,9E+10 | 140808067,8 | 0,999290317 |  |  |  |
| 39 | 5,9E+10 | 140708067,8 | 0,999289813 |  |  |  |
| 40 | 5,9E+10 | 140608067,8 | 0,999289309 |  |  |  |  |  |  |  |

**Вывод:** Метод равномерного поиска имеет линейную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению **А=0,999289309** только при **sigma=1.**

**Таблица №7: Формулы в ячейках:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!J11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 5. Определите тип сходимости и величину скорости сходимости для последовательности, которую генерирует алгоритм равномерного поиска.

Последовательность, которую генерирует алгоритм равномерного поиска, имеет глобальный тип сходимости. Величина скорости сходимости **SC = 0,999289309.**

### 6. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма равномерного поиска.

Преимущества метода равномерного поиска:

* Рассмотренный метод имеет простой алгоритм вычисления, т.к. шаг поиска h не меняется на каждой итерации.

Недостатки метода равномерного поиска:

* Необходимо подобрать правильные  и . Начальная аппроксимация должна быть задана слева от оптимальной точки. Чем меньше величина , тем медленнее работает алгоритм. А при большом  мы получаем ответ с большой погрешностью.

Данный метод работает только при значениях погрешностей не менее 0,01, поэтому, если в задаче требуется более точное решение, то этот метод не годится.

## Раздел №5: Описание лабораторной работы №5

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием поразрядного поиска».

Лабораторная работа №\_5: Исследование *метода поразрядного приближения* при решении задачи №1.

Задача №1: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка без учета ограничения на величину кредита

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

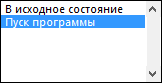
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос.

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | | --- | | В исходное состояние | |  | Выбор допустимой погрешности | Выбор начальной цены | Величина начального шага поиска h0 | R |
| **Программа, реализующая метод поразрядного приближения** | | | | | |  | Пуск программы | 2 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png0,000000001 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image003.png1 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image004.png60,5 | 4 |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | hk | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Количество итераций | hk+1 |
| 25900 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | -2E-10 | Решение найдено | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 104 | -2,2E-10 |

**Модель программы:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | hk | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Количество итераций | hk+1 |
| A7:=ЕСЛИ(I5=1;0;A7+1) | B7:=ЕСЛИ(A7=0;K5;B7+F7) | C7:=ЕСЛИ((B7+B7\*sheet1!C  11)<=(J5/M5);(J5/M5);sheet1!B11/(B7+B7\*sheet1!C11)^(2\*  sheet1!E11)) | D7:=C7\*(B7-sheet1!  D11) | E7:=C7\*sheet1!D11 | F7:=ЕСЛИ(A7=0;L5;ЕСЛИ(D7>0;ЕСЛИ(D7<J7;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);M7; -F7/M5);F7);F7)) | G7:=ЕСЛИ(A7=0;"Исходное состояние";  ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5;  "Решение найдено";  "Продолжайте поиск")) | H7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);H7;B7)) | I7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);I7;C7)) | J7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);J7;D7)) | K7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);K7;E7)) | L7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(F7)<(J5/M5);L7;A7)) | M7:=ЕСЛИ  (A7=0;L5;F7) |

**Таблица №3:** Зависимость количества итераций от допустимой погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Количество итераций** | **Величина начального шага поиска h0** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Размер области поиска: Начальная цена- Оптимальная цена** | **Параметр R** |
| 1 | 1930,0000 | 4,4162E+28 | 2,3847E+31 | 6,1385E+31 | 643 | 3 | 10 | 1 | 1929 | 4 |
| 2 | 1929,2500 | 4,4223E+28 | 2,3847E+31 | 6,1470E+31 | 649 | 3 | 1 | 1 | 1928 | 4 |
| 3 | 1929,4844 | 4,4204E+28 | 2,3847E+31 | 6,1443E+31 | 659 | 3 | 0,1 | 1 | 1928 | 4 |
| 4 | 1929,4697 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 669 | 3 | 0,01 | 1 | 1928 | 4 |
| 5 | 1929,4705 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 675 | 3 | 0,001 | 1 | 1928 | 4 |
| 6 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 684 | 3 | 0,0001 | 1 | 1928 | 4 |
| 7 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 690 | 3 | 0,00001 | 1 | 1928 | 4 |
| 8 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 695 | 3 | 0,000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 9 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 705 | 3 | 0,0000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 10 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 712 | 3 | 0,00000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 11 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 717 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |

### 2.1 Зависимость количества итераций от допустимой погрешности.

Данный рисунок 5.1 показывает, что при уменьшении погрешности, возрастает количество итераций. Это увеличивает время нахождения точного решения определенной оптимизационной задачи. Данная зависимость линейная и это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности. А тип сходимости глобальный, то есть решение найдется при любой точке начальной аппроксимации.

**Таблица №4:** Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | 2 |  |  |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Колличество итераций** | **Величина начального шага поиска h0** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Размер области поска: Начальная цена- Оптимальная цена** | **Параметр R** |
| 1 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 717 | 60,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 2 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 452 | 62,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 3 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 344 | 64,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 4 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 287 | 66,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 5 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 257 | 68,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 6 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 234 | 70,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 7 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 211 | 72,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 8 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 178 | 74,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 9 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 193 | 76,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 10 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 199 | 78,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 11 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 162 | 80,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 12 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 160 | 82,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 13 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 149 | 84,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 14 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 176 | 86,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 15 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 154 | 88,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 16 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 161 | 90,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 17 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 131 | 92,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 18 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 138 | 94,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 19 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 125 | 96,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 20 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 131 | 98,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 21 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 124 | 100,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 22 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 134 | 102,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 23 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 122 | 104,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 24 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 121 | 106,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 25 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 131 | 108,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 26 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 109 | 110,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 27 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 122 | 112,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 28 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 113 | 114,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 29 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 122 | 116,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 30 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 121 | 118,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 31 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 113 | 120,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 32 | 1929,4707 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 109 | 122,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 33 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 121 | 124,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 34 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 127 | 126,5 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0.

На рисунке 5.2 видно, что количество итераций снижается при увеличении величины начального шага поиска от 60,5 до 72,5. Затем количество итераций немного колеблется (но незначительно) при дальнейшем увеличении начального шага поиска.

**Таблица №5:** Зависимость количества итераций от начальной цены.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Колличество итераций** | **Величина начального шага поиска h0** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Размер области поска: Начальная цена- Оптимальная цена** | **Параметр R** |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 717 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 685 | 3 | 0,000000001 | 65 | 1864 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 673 | 3 | 0,000000001 | 130 | 1800 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 658 | 3 | 0,000000001 | 194 | 1736 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 639 | 3 | 0,000000001 | 258 | 1671 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 390 | 3 | 0,000000001 | 965 | 964 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 371 | 3 | 0,000000001 | 1 030 | 900 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 358 | 3 | 0,000000001 | 1 094 | 836 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 325 | 3 | 0,000000001 | 1 158 | 771 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 301 | 3 | 0,000000001 | 1 222 | 707 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 277 | 3 | 0,000000001 | 1 287 | 643 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 278 | 3 | 0,000000001 | 1 351 | 579 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 233 | 3 | 0,000000001 | 1 415 | 514 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 226 | 3 | 0,000000001 | 1 479 | 450 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 216 | 3 | 0,000000001 | 1 544 | 386 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 166 | 3 | 0,000000001 | 1 608 | 321 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 152 | 3 | 0,000000001 | 1 672 | 257 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 137 | 3 | 0,000000001 | 1 737 | 193 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 121 | 3 | 0,000000001 | 1 801 | 129 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 94 | 3 | 0,000000001 | 1 865 | 64 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 70 | 3 | 0,000000001 | 1 929 | 0 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 164 | 3 | 0,000000001 | 1 994 | 64 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 241 | 3 | 0,000000001 | 2 058 | 129 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 326 | 3 | 0,000000001 | 2 122 | 193 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 421 | 3 | 0,000000001 | 2 187 | 257 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 517 | 3 | 0,000000001 | 2 251 | 321 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 581 | 3 | 0,000000001 | 2 315 | 386 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 675 | 3 | 0,000000001 | 2 379 | 450 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 779 | 3 | 0,000000001 | 2 444 | 514 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 834 | 3 | 0,000000001 | 2 508 | 579 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 940 | 3 | 0,000000001 | 2 572 | 643 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1018 | 3 | 0,000000001 | 2 637 | 707 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1106 | 3 | 0,000000001 | 2 701 | 771 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1196 | 3 | 0,000000001 | 2 765 | 836 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1276 | 3 | 0,000000001 | 2 829 | 900 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1353 | 3 | 0,000000001 | 2 894 | 964 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1452 | 3 | 0,000000001 | 2 958 | 1029 | 4 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.3. Зависимость количества итераций от начальной цены.

На рисунке 5.3 видно, что данная зависимость является линейной зависимостью. Следовательно, имеет глобальный тип сходимости. Поэтому мы найдем решение задачи при любой начальной точке аппроксимации. Но лучше взять эту точку левее оптимального решения задачи (**x\* = 1929,47062**), потому что слева количество итераций не так велико и нахождение решения займет меньше времени. А справа количество итераций начинает резко возрастать.

**Таблица №6:** Зависимость количества итераций от параметра R.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Колличество итераций** | **Величина начального шага поиска h0** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Размер области поска: Начальная цена- Оптимальная цена** | **Параметр R** |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 1062 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 1,2 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 844 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 1,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 747 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 2 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 720 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 2,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 724 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 3 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 728 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 3,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 717 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 4 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 729 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 11 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 727 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 11,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 723 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 12 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 716 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 12,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 738 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 13 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 719 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 13,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 706 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 14 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 759 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 14,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 743 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 15 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 743 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 15,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 736 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 16 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 732 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 16,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 727 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 17 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 778 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 28,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 761 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 29 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 776 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 29,5 |
| 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 738 | 3 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 30 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.4. Зависимость количества итераций от параметра R.

На рисунке 5.4 видно, что количество сначала падает экспоненциально при изменении R от 1,2 до 2,5, затем остается минимальным при изменении R от 5 до 8, а затем постепенно возрастает. Значит, оптимальное значение параметра R необходимо искать в точках от 4 до 10. Далее количество итераций начинает увеличиваться.

### 3. Определите оптимальные значения параметров R и h0.

При оптимальных значениях параметров R и h0 количество итераций наименьшее.

Для моей задачи:

* Оптимальное значение: для R=8,5, количество итераций=874.
* Оптимальное значение: для h0=155, количество итераций=97.

### 4. Дайте ответы на следующие вопросы:

### 4.1. Какое соотношение полностью описывает алгоритм поразрядного поиска?

Если задана задача максимизации , то метод поразрядного приближения полностью определяется соотношением:

if 

then

if 

then 

else 

end if

else 

end if

### 4.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму поразрядного поиска?

Должны быть заданы: начальная аппроксимация х0, начальный шаг поиска h0, значимость разряда R, погрешность ε.

### 4.3. Какие виды настроечных параметров имеются в алгоритме поразрядного поиска?

Параметры h0, R являются настроечными параметрами для этого алгоритма. Они служат для повышения эффективности этого метода при решении различных задач оптимизации.

С помощью этих параметров можно:

* Увеличить скорость сходимости метода до максимальной (квадратичной).
* Обеспечить успешный поиск решения в случае сложных задач оптимизации.

### 4.4. Какой вид итерационного процесса генерирует метод поразрядного поиска?

Метод поразрядного приближения генерирует нестационарный (на каждом шаге итерации может изменять размер шага поиска), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для вычисления новой точки) итерационный процесс.

### 4.5. Можно ли применять метод поразрядного приближения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод поразрядного приближения использовать можно, так как этот метод относится к классу методов, не использующих производные от целевой функции.

### 4.6. Можно ли применять метод поразрядного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной?

Метод поразрядного поиска нельзя использовать, если целевая функция не унимодальная, так как этот метод имеет глобальный тип сходимости. Это означает, что алгоритм остановится после нахождения первого локального экстремума. А этот первый экстремум не всегда может оказаться нужным нам экстремумом, то есть самым минимальным или самым максимальным.

### 5. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки метода поразрядного поиска.

**Таблица №7:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода равномерного поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 5.5 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода поразрядного приближения | | | | Таблица 5.6. Определение скорости сходимости Метода поразрядного приближения | | | | | |
|
|
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **Min** |
| 1 | 61,5 | 1867,9706 |  | **2** | **1929,47062** | 2,80E+01 | 1 | 56,83483843 | 28,04351 |
| 2 | 122 | 1807,4706 | 0,000518002 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png   |  | | --- | | 21 | |  |  | 1,05 | 54,87692609 |  |
| 3 | 182,5 | 1746,9706 | 0,000534741 |  |  |  | 1,1 | 52,98529596 |  |
| 4 | 243 | 1686,4706 | 0,000552596 |  |  |  | 1,15 | 51,15770415 |  |
| 5 | 303,5 | 1625,9706 | 0,000571683 |  |  |  | 1,2 | 49,39198274 |  |
| 6 | 364 | 1565,4706 | 0,000592133 |  |  |  | 1,25 | 47,6860372 |  |
| 7 | 424,5 | 1504,9706 | 0,000614099 |  |  |  | 1,3 | 46,03784391 |  |
| 8 | 485 | 1444,4706 | 0,000637753 |  |  |  | 1,35 | 44,44544774 |  |
| 9 | 545,5 | 1383,9706 | 0,000663299 |  |  |  | 1,4 | 42,90695978 |  |
| 10 | 606 | 1323,4706 | 0,000690972 |  |  |  | 1,45 | 41,42055503 |  |
| 11 | 666,5 | 1262,9706 | 0,000721049 |  |  |  | 1,5 | 39,98447031 |  |
| 12 | 727 | 1202,4706 | 0,000753855 |  |  |  | 1,55 | 38,59700209 |  |
| 13 | 787,5 | 1141,9706 | 0,00078978 |  |  |  | 1,6 | 37,25650455 |  |
| 14 | 848 | 1081,4706 | 0,000829287 |  |  |  | 1,65 | 35,96138755 |  |
| 15 | 908,5 | 1020,9706 | 0,000872939 |  |  |  | 1,7 | 34,71011481 |  |
| 16 | 969 | 960,47062 | 0,00092142 |  |  |  | 1,75 | 33,50120205 |  |
| 17 | 1029,5 | 899,97062 | 0,000975574 |  |  |  | 1,8 | 32,33321523 |  |
| 18 | 1090 | 839,47062 | 0,001036451 |  |  |  | 1,85 | 31,20476886 |  |
| 19 | 1150,5 | 778,97062 | 0,001105376 |  |  |  | 1,9 | 30,11452436 |  |
| 20 | 1211 | 718,47062 | 0,001184041 |  |  |  | 1,95 | 29,06118847 |  |
| 21 | 1271,5 | 657,97062 | 0,001274643 |  |  |  | 2 | 28,0435117 |  |
| 28 | 1695 | 234,47062 | 0,002694827 |  |  |  |  |  |  |
| 29 | 1755,5 | 173,97062 | 0,003164456 |  |  |  |  |  |  |
| 30 | 1816 | 113,47062 | 0,00374914 |  |  |  |  |  |  |
| 31 | 1876,5 | 52,97062 | 0,004114037 |  |  |  |  |  |  |
| 39 | 1925,66 | 3,8143702 | 0,066114445 |  |  |  |  |  |  |
| `40 | 1929,44 | 0,0331202 | 0,002276393 | 0,002276393 |  |  |  |  |  |

**Таблица №8:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!I11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 6. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом поразрядного поиска.

Последовательность, которая генерируется методом поразрядного поиска, имеет глобальный тип сходимости. Величина скорости сходимости SC = 0,002276393.

### 7. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма поразрядного поиска.

Преимущества метода поразрядного приближения:

Параметры h0 и R можно настроить так, чтобы повысить эффективность решения задачи оптимизации.

Метод поразрядного поиска имеет самую высокую скорость сходимости.

Недостатки метода поразрядного приближения:

Метод поразрядного приближения имеет сложный алгоритм.

При настройке параметров h0 и R лучше брать значения не самые минимальные, так как при самых минимальных значениях этих параметров количество итераций резко возрастает.

## Раздел №6: Описание лабораторной работы №6

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода поразрядного приближения».

Лабораторная работа №6: Исследование метода поразрядного приближения при решении задачи №2.

Задача №2: Найти максимум прибыли от цены товара с учетом ограничений на величину кредита.

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос; F'(x)-Первая производная прибыли от цены; F''(x)-Вторая производная прибыли от цены; Кредит ≤ Ограничения.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

F'(x)-Первая производная прибыли от цены;

F''(x)-Вторая производная прибыли от цены;

Кредит ≤ Ограничения.

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image003.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image004.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image005.png   |  | | --- | | Initialize the Programe | | 1 | Choice tolerance | Choice Initial Price | Initial step size h0 | R |  |
| **The program of the Even Search Method** | | | | |  |  | Program start | 2 | 0,001 | 0,999984741 | 1780695555 | 10 | 1 |
| Number of iterations | Price | Demand | Profit | Credit | Credit- Constraint | hk | Report by searching process state | Optimum Price | Optimum Demand | Optimum Profit | Optimum Credit | Optimal Credit-Constraint | Amount of iterations |
| 2500 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 5,17E-14 | 1,78E-05 | The search is completed!!! | 5,9445E+10 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 163 |

**Модель программы:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | (Кредит- Ограничение)^2 | hk | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | (Оптимальный Кредит- Ограничение)^2 | Количество итераций |
| A7:=ЕСЛИ(I5=1;0;A7+1) | B7:=ЕСЛИ(A7=0;K5;B7+G7) | C7:=sheet1!B11/(B7+B7\*sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) | D7:=C7\*(B7-sheet1!D11) | E7:=C7\*sheet1!D11 | F7:=(E7-sheet1!G11)\*(E7-sheet1!G11) | G7:=ЕСЛИ(A7=0;L5;ЕСЛИ(F7>M7;ЕСЛИ(ABS(G7)<(J5/M5);G7;(-G7/M5));G7)) | H7:=ЕСЛИ(A7=0;"Исходное состояние";ЕСЛИ(ABS(G7)<(J5/M5);"Решение найдено";"Продолжайте поиск")) | I7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);I7;B7)) | J7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);J7;C7)) | K7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);K7;D7)) | L7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);L7;E7)) | M7:=ЕСЛИ($A$7=0;F7;ЕСЛИ(F7>M7;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);M7;F7);F7)) | N7:=ЕСЛИ($A$7=0;0;ЕСЛИ(ABS($G$7)<(J5/$M$5);N7;A7)) |

**Таблица №3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Optimum Price** | **Optimum Demand** | **Optimum Profit** | **Optimum Credit** | **Optimal Credit-Constraint** | **Amount of iteration** | **Initial Step size h0** | **Tolerance** | **Initial Price** | **Search domain size= [Initial Price- Optimum Price]** | **Parameter R** |
| 1 | 59440000001,0000 | 7,2711E+01 | 4,3219E+12 | 1,0107E+05 | 5,6769E+00 | 5944 | 10000000 | 10000000 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 2 | 59445000001,0000 | 7,2689E+01 | 4,3210E+12 | 1,0104E+05 | 2,4050E-03 | 5950 | 10000000 | 1000000 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 3 | 59444600001,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,3811E-04 | 5957 | 10000000 | 100000 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 4 | 59444610001,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,6509E-07 | 5967 | 10000000 | 10000 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 5 | 59444608001,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 4,0647E-08 | 5976 | 10000000 | 1000 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 6 | 59444608101,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 3,7000E-10 | 5986 | 10000000 | 100 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 7 | 59444608071,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 9,9388E-13 | 5994 | 10000000 | 10 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 8 | 59444608068,0000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 4,7436E-14 | 6008 | 10000000 | 1 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 9 | 59444608067,8000 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 6,1848E-16 | 6017 | 10000000 | 0,1 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 10 | 59444608067,8400 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6024 | 10000000 | 0,01 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 11 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6031 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

Данный рисунок 6.1 показывает, что чем меньше погрешность, тем больше количество итераций, это увеличивает время нахождения точного решения определенной оптимизационной задачи. Данная зависимость линейная и это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности. А тип сходимости глобальный, то есть решение, мы сможем найти, взяв любую точку начальной аппроксимации.

**Таблица №4:** Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Optimum Price** | **Optimum Demand** | **Optimum Profit** | **Optimum Credit** | **Optimal Credit-Constraint** | **Amount of iteration** | **Initial Step size h0** | **Tolerance** | **Initial Price** | **Search domain size= [Initial Price- Optimum Price]** | **Parameter R** |
| 1 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6031 | 1 780 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 2 | 59444608067,8371 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 3,8249E-17 | 5070 | 1 782 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 3 | 59444608067,8369 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,2782E-17 | 4374 | 1 784 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 4 | 59444608067,8369 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,2782E-17 | 3829 | 1 786 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 5 | 59444608067,8365 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 3,6340E-18 | 3420 | 1 788 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 6 | 59444608067,8380 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 3088 | 1 790 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 7 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 2805 | 1 792 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 8 | 59444608067,8381 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 2569 | 1 794 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 9 | 59444608067,8380 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 2388 | 1 796 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 10 | 59444608067,8381 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 2221 | 1 798 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 11 | 59444608067,8381 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 2084 | 1 800 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 12 | 59444608067,8381 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4239E-16 | 1971 | 1 802 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 13 | 59444608067,8402 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 6,1848E-16 | 1843 | 1 804 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 14 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1777 | 1 806 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 15 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1673 | 1 808 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 16 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1615 | 1 810 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 17 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1541 | 1 812 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 18 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1463 | 1 814 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 19 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1408 | 1 816 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 20 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1366 | 1 818 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 21 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1314 | 1 820 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 22 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1258 | 1 822 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 23 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1225 | 1 824 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 24 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1202 | 1 826 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 25 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1157 | 1 828 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 26 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1117 | 1 830 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 27 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1076 | 1 832 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 28 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1055 | 1 834 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 29 | 59444608067,8356 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1020 | 1 836 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 30 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1010 | 1 838 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 31 | 59444608067,8363 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 968 | 1 840 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 32 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 933 | 1 842 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 33 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 922 | 1 844 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 34 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 914 | 1 846 695 555 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость количества итераций от величины начального шага поиска h0.

На рисунке 6.2 видно, что количество итераций снижается при увеличении величины начального шага поиска от 1,78E+09 до 1,83E. Затем количество итераций немного колеблется (но незначительно) при дальнейшем увеличении начального шага поиска.

**Таблица №5:** Зависимость количества итераций от начальной цены.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | |  |  |  | 5404055279 |  |  |
| **N** | **Optimum Price** | **Optimum Demand** | **Optimum Profit** | **Optimum Credit** | **Optimal Credit-Constraint** | **Amount of iteration** | **Initial Step size h0** | **Tolerance** | **Initial Price** | **Search domain size= [Initial Price- Optimum Price]** | **Parameter R** |
| 1 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6031 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 10 |
| 2 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 5520 | 10000000 | 0,001 | 5 404 055 280 | 54040552788 | 10 |
| 3 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 4987 | 10000000 | 0,001 | 10 808 110 559 | 48636497509 | 10 |
| 4 | 59444608067,8357 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 4431 | 10000000 | 0,001 | 16 212 165 837 | 43232442230 | 10 |
| 5 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 3887 | 10000000 | 0,001 | 21 616 221 116 | 37828386952 | 10 |
| 6 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 3343 | 10000000 | 0,001 | 27 020 276 395 | 32424331673 | 10 |
| 7 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 2799 | 10000000 | 0,001 | 32 424 331 674 | 27020276394 | 10 |
| 8 | 59444608067,8357 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 2287 | 10000000 | 0,001 | 37 828 386 953 | 21616221115 | 10 |
| 9 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1743 | 10000000 | 0,001 | 43 232 442 231 | 16212165836 | 10 |
| 10 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 1188 | 10000000 | 0,001 | 48 636 497 510 | 10808110558 | 10 |
| 11 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 644 | 10000000 | 0,001 | 54 040 552 789 | 5404055279 | 10 |
| 12 | 59444608067,8356 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 110 | 10000000 | 0,001 | 59 444 608 068 | 0 | 10 |
| 13 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 5517 | 10000000 | 0,001 | 64 848 663 347 | 5404055279 | 10 |
| 14 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 10924 | 10000000 | 0,001 | 70 252 718 625 | 10808110558 | 10 |
| 15 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 16309 | 10000000 | 0,001 | 75 656 773 904 | 16212165836 | 10 |
| 16 | 59444608067,8356 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 21715 | 10000000 | 0,001 | 81 060 829 183 | 21616221115 | 10 |
| 17 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 27144 | 10000000 | 0,001 | 86 464 884 462 | 27020276394 | 10 |
| 18 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 32540 | 10000000 | 0,001 | 91 868 939 741 | 32424331673 | 10 |
| 19 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 37949 | 10000000 | 0,001 | 97 272 995 019 | 37828386952 | 10 |
| 20 | 59444608067,8356 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 43343 | 10000000 | 0,001 | 102 677 050 298 | 43232442230 | 10 |
| 21 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 48740 | 10000000 | 0,001 | 108 081 105 577 | 48636497509 | 10 |
| 22 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 54146 | 10000000 | 0,001 | 113 485 160 856 | 54040552788 | 10 |
| 23 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 59575 | 10000000 | 0,001 | 118 889 216 135 | 59444608067 | 10 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.3. Зависимость количества итераций от начальной цены.

На рисунке 6.3 видно, что данная зависимость является линейной зависимостью. А, следовательно, имеет глобальный тип сходимости. Это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой начальной точке аппроксимации. Но лучше постараться взять эту точку левее оптимального решения задачи, потому что слева количество итераций не так велико и нахождение решения займет меньше времени. А справа количество итераций начинает резко возрастать.

**Таблица №6:** Зависимость количества итераций от параметра R

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Optimum Price** | **Optimum Demand** | **Optimum Profit** | **Optimum Credit** | **Optimal Credit-Constraint** | **Amount of iteration** | **Initial Step size h0** | **Tolerance** | **Initial Price** | **Search domain size= [Initial Price- Optimum Price]** | **Parameter R** |
| 1 | 59444608067,8356 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6308 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 1,2 |
| 2 | 59444608067,8364 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6088 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 1,5 |
| 3 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6034 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 2 |
| 4 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6024 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 2,5 |
| 5 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6027 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 3 |
| 6 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6034 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 3,5 |
| 7 | 59444608067,8358 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6021 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 4 |
| 8 | 59444608067,8359 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6026 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 4,5 |
| 9 | 59444608067,8362 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6030 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 5 |
| 10 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6034 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 5,5 |
| **...** | | | | | | | | | | | |
| 51 | 59444608067,8354 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 1,4759E-17 | 6155 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 26 |
| 52 | 59444608067,8347 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 6,6407E-17 | 6121 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 26,5 |
| 53 | 59444608067,8363 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6138 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 27 |
| 54 | 59444608067,8363 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6117 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 27,5 |
| 55 | 59444608067,8361 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6088 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 28 |
| 56 | 59444608067,8357 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6150 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 28,5 |
| 57 | 59444608067,8357 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6150 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 29 |
| 58 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6173 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 29,5 |
| 59 | 59444608067,8360 | 7,2691E+01 | 4,3211E+12 | 1,0104E+05 | 2,1684E-19 | 6133 | 10000000 | 0,001 | 1 | 59444608067 | 30 |

На основании этой таблицы исследована и построена следующая зависимость:

### 2.4. Зависимость количества итераций от параметра R.

На рисунке 6.4 видно, что количество сначала падает экспоненциально при изменении R от 1,2 до 2, затем остается минимальным при изменении R от 2 до 8, а затем постепенно возрастает. Значит, оптимальное значение параметра R необходимо искать в точках от 2 до 8. Далее количество итераций начинает увеличиваться.

### 3. Определите оптимальные значения параметров R и h0.

При оптимальных значениях параметров R и h0 количество итераций наименьшее.

Для моей задачи:

* Оптимальное значение: для R=4,5, количество итераций=550
* Оптимальное значение: для h0= 37000, количество итераций=161.

### 4. Дайте ответы на следующие вопросы:

### 4.1. Какое соотношение полностью описывает алгоритм поразрядного поиска?

Если задана задача минимизации , то метод поразрядного приближения полностью определяется соотношением:

if 

then

if 

then 

else 

end if

else 

end if

### 4.2. Какие параметры должны быть заданы, чтобы начать вычисления по алгоритму поразрядного поиска?

Должны быть заданы: начальная аппроксимация х0, начальный шаг поиска h0, значимость разряда R, погрешность ε.

### 4.3. Какие виды настроечных параметров имеются в алгоритме поразрядного поиска?

Параметры h0, R являются настроечными параметрами для этого алгоритма. Они служат для повышения эффективности этого метода при решении различных задач оптимизации.

С помощью этих параметров можно:

* Увеличить скорость сходимости метода до максимальной (квадратичной).
* Обеспечить успешный поиск решения в случае сложных задач оптимизации.

### 4.4. Какой вид итерационного процесса генерирует метод поразрядного поиска?

Метод поразрядного приближения генерирует нестационарный (на каждом шаге итерации может изменять размер шага поиска), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для вычисления новой точки) итерационный процесс.

### 4.5. Можно ли применять метод поразрядного приближения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод поразрядного приближения использовать можно, так как этот метод относится к классу методов, не использующих производные от целевой функции.

### 4.6. Можно ли применять метод поразрядного поиска в случае, когда целевая функция не является унимодальной?

Метод поразрядного поиска нельзя использовать, если целевая функция не унимодальная, так как этот метод имеет глобальный тип сходимости. Это означает, что алгоритм остановится после нахождения первого экстремума. А этот первый экстремум не всегда может оказаться нужным нам экстремумом, то есть самым минимальным или самым максимальным.

### 5. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки метода поразрядного поиска.

**Таблица №7:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода равномерного поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Table 6.5 Initial data to calculate the Convergence Speed of the Pocket Search Method | | | | | | | | | Table 6.6. Program to calculate the Convergence Speed of the Pocket Search Method | | | | | | | | | | | | | | |
| **№** | **Цена(k)** | | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | | | | **sigma** | | **X\*** | | | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | | **List of sigma** | | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | | | | | **Min** |
| 1 | 1,8E+09 | | 57663912512 | |  | | | | **2** | | **59444608068** | | | 4,96E-01 | | 1 | | 0,728053809 | | | | | 0,496013 |
| 2 | 3,6E+09 | | 55883216957 | | 1,68063E-11 | | | | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | | | | |  | | 1,05 | | 0,719534267 | | | | |  |
| 3 | 5,3E+09 | | 54102521402 | | 1,73243E-11 | | | |  | | 1,1 | | 0,710747826 | | | | |  |
| 4 | 7,1E+09 | | 52321825847 | | 1,78751E-11 | | | |  | | 1,15 | | 0,701686122 | | | | |  |
| 5 | 8,9E+09 | | 50541130292 | | 1,8462E-11 | | | |  | | 1,2 | | 0,692340533 | | | | |  |
| 6 | 1,1E+10 | | 48760434737 | | 1,90888E-11 | | | |  | | 1,25 | | 0,682702164 | | | | |  |
| 7 | 1,2E+10 | | 46979739182 | | 1,97595E-11 | | | |  | | 1,3 | | 0,672761845 | | | | |  |
| 8 | 1,4E+10 | | 45199043627 | | 2,0479E-11 | | | |  | | 1,35 | | 0,662510115 | | | | |  |
| 9 | 1,6E+10 | | 43418348072 | | 2,12527E-11 | | | |  | | 1,4 | | 0,651937218 | | | | |  |
| 10 | 1,8E+10 | | 41637652517 | | 2,20871E-11 | | | |  | | 1,45 | | 0,641033093 | | | | |  |
| 11 | 2E+10 | | 39856956962 | | 2,29896E-11 | | | |  | | 1,5 | | 0,629787364 | | | | |  |
| 12 | 2,1E+10 | | 38076261407 | | 2,39688E-11 | | | |  | | 1,55 | | 0,618189327 | | | | |  |
| 13 | 2,3E+10 | | 36295565852 | | 2,50348E-11 | | | |  | | 1,6 | | 0,606227947 | | | | |  |
| 14 | 2,5E+10 | | 34514870297 | | 2,61999E-11 | | | |  | | 1,65 | | 0,593891841 | | | | |  |
| 15 | 2,7E+10 | | 32734174742 | | 2,74782E-11 | | | |  | | 1,7 | | 0,581169268 | | | | |  |
| 16 | 2,8E+10 | | 30953479187 | | 2,88873E-11 | | | |  | | 1,75 | | 0,568048122 | | | | |  |
| 17 | 3E+10 | | 29172783632 | | 3,0448E-11 | | | |  | | 1,8 | | 0,554515916 | | | | |  |
| 18 | 3,2E+10 | | 27392088077 | | 3,21862E-11 | | | |  | | 1,85 | | 0,540559773 | | | | |  |
| 19 | 3,4E+10 | | 25611392522 | | 3,41337E-11 | | | |  | |  | | |  | | 1,9 | | 0,526166411 | | | | |  |
| 20 | 3,6E+10 | | 23830696967 | | 3,63304E-11 | | | |  | |  | | |  | | 1,95 | | 0,511322133 | | | | |  |
| 21 | 3,7E+10 | | 22050001412 | | 3,88271E-11 | | | |  | |  | | |  | | 2 | | 0,496012813 | | | | |  |
| 22 | 3,9E+10 | | 20269305857 | | 4,1689E-11 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| 23 | 4,1E+10 | | 18488610302 | | 4,50015E-11 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| 24 | 4,3E+10 | | 16707914747 | | 4,8878E-11 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| 25 | 4,5E+10 | | 14927219192 | | 5,3473E-11 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| **…** | | | | | | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| 38 | 6E+10 | | 386762581,2 | | 1,21229E-09 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| 39 | 6E+10 | | 208693025,7 | | 1,39514E-09 | | | |  | |  | | |  | |  | |  | | | | |  |
| **Метод поразрядного приближения при значениях параметров размер начального шага поиска h0=1780695555 и параметра разрядность уменьшения ошибки от итерации R=10 имеет квадратичную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению A¥=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma= 7,03135E-10 только при SIGMA =2.** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Table 6.7. Investigation of Dependence the Speed of Convergence with respect to Pocket Search Method's Parameters | | | | | | | | | |
|
|
| **№** | | **h0** | | | | **R** | | **SIGMA** | |
| 1 | | 10 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 2 | | 40 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 3 | | 20 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 4 | | 22 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 5 | | 70 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 6 | | 100 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 7 | | 166 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 8 | | 100 000 100 | | | | 10 | | 1 | |
| 9 | | 10 000 100 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 10 | | 10 000 001 000 | | | | 10 | | 1 | |
| 11 | | 10 066 090 000 | | | | 10 | | 1,2 | |
| 12 | | 100 660 105 000 | | | | 10 | | 1,35 | |
| 13 | | 100 660 000 000 | | | | 10 | | 1,35 | |
| 14 | | 11 010 000 000 | | | | 10 | | 1,15 | |
| 15 | | 11 001 000 000 | | | | 10 | | 1,55 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 16 | | 11 002 000 000 | | | | 10 | | 1,4 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 17 | | 11 001 100 000 | | | | 10 | | 1,5 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 18 | | 11 001 250 000 | | | | 10 | | 1,5 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 19 | | 11 001 955 000 | | | | 10 | | 1,45 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 20 | | 11 002 055 000 | | | | 10 | | 1,4 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 21 | | 11 000 055 000 | | | | 10 | | 1,7 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 22 | | 11 000 015 000 | | | | 10 | | 1,75 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 23 | | 1 900 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 24 | | 1 776 000 000 | | | | 10 | | 1 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 25 | | 1 786 655 500 | | | | 10 | | 1,6 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 26 | | 1 786 665 555 | | | | 10 | | 1,6 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 27 | | 1 787 765 555 | | | | 10 | | 1,5 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | | 28 | | 1 780 695 555 | | | | 10 | | 2 | |
|  | |  | |  | |  |  |  | |  | |  |  | |  | |  | |  | |  | | | |  | |  | |

**Таблица №8:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!J11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 6. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом поразрядного поиска.

Последовательность, которая генерируется методом поразрядного поиска, имеет глобальный тип сходимости. Величина скорости сходимости SC = 7,03135E-10.

### 7. Перечислите преимущества и недостатки алгоритма поразрядного поиска.

Преимущества метода поразрядного приближения:

Параметры h0 и R можно настроить так, чтобы повысить эффективность решения задачи оптимизации.

Метод поразрядного поиска имеет самую высокую скорость сходимости.

Недостатки метода поразрядного приближения:

Метод поразрядного приближения имеет сложный алгоритм.

При настройке параметров h0 и R лучше брать значения не самые минимальные, так как при самых минимальных значениях этих параметров количество итераций резко возрастает.

## Раздел №7: Описание лабораторной работы №7

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без учета ограничений на величину кредита с использованием метода Ньютона».

Лабораторная работа №7: Исследование метода Ньютона при решении задачи №1.

Задача №1: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка без учета ограничения на величину кредита.

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость); Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D); Кредит=Себестоимость\*Спрос; F'(x)-Первая производная прибыли от цены; F''(x)-Вторая производная прибыли от цены.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

F'(x)-Первая производная прибыли от цены;

F''(x)-Вторая производная прибыли от цены.

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.png   |  | | --- | | В исходное состояние | |  | Выбор допустимой погрешности | Выбор начальной цены | RelError | f '(x)= | alfa |  |
| **Программа, реализующая метод Ньютона** |  |  |  |  |  | Пуск программы | 2 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png1E-11 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image003.png119,06963 | 3,66E-16 | 2,0837E+13 | 2,49E+40 | 11 |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Количество итераций | F'(x) | F''(x) | F'(x)/F''(x) |
| 4E+05 | 1,93E+03 | 4,42E+28 | 2,38E+31 | 6,14E+31 | Решение найдено | 1,9295E+03 | 4,4205E+28 | 2,3847E+31 | 6,1445E+31 | 20 | -2,08E+13 | -5,90E+25 | 3,53E-13 |

**Модель программы:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | | | RelError | f '(x)= | alfa |  |
| K7:=2\*ABS(N7)/(ABS(B7)+I5) | L7:=M5\*(B7-2\*B7\*sheet1!E20+2\*sheet1!D20\*sheet1!E20)/B7^(2\*sheet1!E20+1) | M7:=sheet1!B11/(1+sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибы-ль | Кред-ит | Состояние процесса поиска | Оптима-льная цена | Оптима-льный Спрос | Оптима-льная Прибыль | Оптима-льный Кредит | Количество итераций | F'(x) | F''(x) | F'(x)/F''(x) |
| A7:=  ЕСЛИ(H5=1;0;A7+1) | B7:=  ЕСЛИ(A7=0;ЕСЛИ(J5<=0;I5;J5);  ЕСЛИ(ABS(L7)<=I5;B7;  ЕСЛИ((B7-(L7/M7))<0;I5;B7-(L7/M7)))) | C7:=  ЕСЛИ((B7+B7\*sheet1!C11)<=0;I5;sheet1!B11/(B7+B7\*sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11)) | D7:=C7\*(B7-sheet1!D11) | E7:=C7\*sheet1!D11 | F7:=ЕСЛИ(A7=0;"Исходное состояние";ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;"Решение найдено";"Продолжайте поиск")) | G7:=ЕСЛИ(A7=0;B7;ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;G7;B7)) | H7:=ЕСЛИ(A7=0;C7;ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;H7;C7)) | I7:=ЕСЛИ(A7=0;D7;ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;I7;D7)) | J7:=ЕСЛИ(A7=0;E7;ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;J7;E7)) | K7:=ЕСЛИ(A7=0;0;ЕСЛИ(ABS(K5)<I5;K7;A7)) | L7:=M5\*(B7-2\*sheet1!E11\*B7+2\*sheet1!D11\*sheet1!E11)/B7^(2\*sheet1!E11+1) | M7:=(M5\*(1-2\*sheet1!E11)\*B7^(2\*sheet1!E11+1)-M5\*(1+2\*sheet1!E11)\*(B7-2\*sheet1!E11\*B7+2\*sheet1!E11\*sheet1!D11)\*B7^(2\*sheet1!E11))/B7^(4\*sheet1!E11+2) | N7:=L7/M7 |

**Таблица №3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Начальная цена- Оптимальная цена** | **Логарифм от Доп. Погрешности** |
| 2,38149E+31 | 6,52678E+31 | 41 | 0,1 | 1 | 1896 | 2 |
| 2,38471E+31 | 6,17114E+31 | 42 | 0,01 | 1 | 1926 | 5 |
| 2,38473E+31 | 6,14464E+31 | 43 | 0,001 | 1 | 1928 | 7 |
| 2,38473E+31 | 6,14464E+31 | 43 | 0,0001 | 1 | 1928 | 9 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 44 | 0,00001 | 1 | 1928 | 12 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 44 | 0,000001 | 1 | 1928 | 14 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 44 | 0,0000001 | 1 | 1928 | 16 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 44 | 0,00000001 | 1 | 1928 | 18 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 44 | 0,000000001 | 1 | 1928 | 21 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 45 | 1E-10 | 1 | 1928 | 23 |
| 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 45 | 1E-11 | 1 | 1928 | 25 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

На рисунке 7.1 видно, что количество итераций постепенно возрастает при уменьшении погрешности. Данная зависимость линейная и это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности.

**Таблица №4:** Зависимость Количества итераций от начальной аппроксимации цены.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***.*** | | | | | | | 39,36 | 2322,04 |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Колличество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Начальная цена- Оптимальная цена** |
| 1 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 45 | 1,00E-11 | 1,00 | 1928 |
| 2 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 26 | 1,00E-11 | 40,36 | 1889 |
| 3 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 23 | 1,00E-11 | 79,71 | 1850 |
| 4 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 20 | 1,00E-11 | 119,07 | 1810 |
| 5 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 19 | 1,00E-11 | 158,43 | 1771 |
| 6 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 18 | 1,00E-11 | 197,78 | 1732 |
| 7 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 17 | 1,00E-11 | 237,14 | 1692 |
| 8 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 16 | 1,00E-11 | 276,50 | 1653 |
| 9 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 15 | 1,00E-11 | 315,85 | 1614 |
| 10 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 15 | 1,00E-11 | 355,21 | 1574 |
| 11 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 14 | 1,00E-11 | 394,57 | 1535 |
| 12 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 14 | 1,00E-11 | 433,92 | 1496 |
| 13 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 13 | 1,00E-11 | 473,28 | 1456 |
| 14 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 13 | 1,00E-11 | 512,64 | 1417 |
| 15 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 12 | 1,00E-11 | 551,99 | 1377 |
| 16 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 12 | 1,00E-11 | 591,35 | 1338 |
| 17 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 12 | 1,00E-11 | 630,70 | 1299 |
| 18 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 11 | 1,00E-11 | 670,06 | 1259 |
| 19 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 11 | 1,00E-11 | 709,42 | 1220 |
| 20 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 11 | 1,00E-11 | 748,77 | 1181 |
| 21 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 11 | 1,00E-11 | 788,13 | 1141 |
| 22 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 10 | 1,00E-11 | 827,49 | 1102 |
| 23 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 10 | 1,00E-11 | 866,84 | 1063 |
| 24 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 10 | 1,00E-11 | 906,20 | 1023 |
| 25 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 9 | 1,00E-11 | 945,56 | 984 |
| 26 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 9 | 1,00E-11 | 984,91 | 945 |
| 27 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 9 | 1,00E-11 | 1024,27 | 905 |
| 28 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 9 | 1,00E-11 | 1063,63 | 866 |
| 29 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 9 | 1,00E-11 | 1102,98 | 826 |
| 30 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 8 | 1,00E-11 | 1142,34 | 787 |
| 31 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 8 | 1,00E-11 | 1181,70 | 748 |
| 32 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 8 | 1,00E-11 | 1221,05 | 708 |
| 33 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 8 | 1,00E-11 | 1260,41 | 669 |
| 34 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 7 | 1,00E-11 | 1299,77 | 630 |
| 35 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 7 | 1,00E-11 | 1339,12 | 590 |
| 36 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 7 | 1,00E-11 | 1378,48 | 551 |
| 37 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 7 | 1,00E-11 | 1417,84 | 512 |
| 38 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 7 | 1,00E-11 | 1457,19 | 472 |
| 39 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 1496,55 | 433 |
| 40 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 1535,91 | 394 |
| 41 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 1575,26 | 354 |
| 42 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 1614,62 | 315 |
| 43 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 1653,97 | 275 |
| 44 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 1693,33 | 236 |
| 45 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 1732,69 | 197 |
| 46 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 1772,04 | 157 |
| 47 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 1811,40 | 118 |
| 48 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 4 | 1,00E-11 | 1850,76 | 79 |
| 49 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 4 | 1,00E-11 | 1890,11 | 39 |
| 50 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 0 | 1,00E-11 | 1929,47 | 0 |
| 51 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 4 | 1,00E-11 | 1968,83 | 39 |
| 52 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 4 | 1,00E-11 | 2008,18 | 79 |
| 53 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 2047,54 | 118 |
| 54 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 5 | 1,00E-11 | 2086,90 | 157 |
| 55 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 2126,25 | 197 |
| 56 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 2165,61 | 236 |
| 57 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 2204,97 | 275 |
| 58 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 6 | 1,00E-11 | 2244,32 | 315 |
| 59 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 10 | 1,00E-11 | 2283,68 | 354 |
| 60 | 1929,4706 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 13 | 1,00E-11 | 2323,04 | 394 |
| 61 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2362,39 | 433 |
| 62 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2401,75 | 472 |
| 63 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2441,11 | 512 |
| 64 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2480,46 | 551 |
| 65 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2519,82 | 590 |
| 66 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2559,18 | 630 |
| 67 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2598,53 | 669 |
| 68 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2637,89 | 708 |
| 69 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2677,24 | 748 |
| 70 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2716,60 | 787 |
| 71 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2755,96 | 826 |
| 72 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2795,31 | 866 |
| 73 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2834,67 | 905 |
| 74 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2874,03 | 945 |
| 75 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2913,38 | 984 |
| 76 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2952,74 | 1023 |
| 77 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 2992,10 | 1063 |
| 78 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3031,45 | 1102 |
| 79 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3070,81 | 1141 |
| 80 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3110,17 | 1181 |
| 81 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3149,52 | 1220 |
| 82 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3188,88 | 1259 |
| 83 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3228,24 | 1299 |
| 84 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3267,59 | 1338 |
| 85 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3306,95 | 1377 |
| 86 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3346,31 | 1417 |
| 87 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3385,66 | 1456 |
| 88 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3425,02 | 1496 |
| 89 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3464,38 | 1535 |
| 90 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3503,73 | 1574 |
| 91 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3543,09 | 1614 |
| 92 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3582,45 | 1653 |
| 93 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3621,80 | 1692 |
| 94 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3661,16 | 1732 |
| 95 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3700,52 | 1771 |
| 96 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3739,87 | 1810 |
| 97 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3779,23 | 1850 |
| 98 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3818,58 | 1889 |
| 99 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3857,94 | 1928 |
| 100 | 183,7971 | 2,52135E+12 | 2,01196E+14 | 2,62221E+14 | 13 | 1,00E-11 | 3897,30 | 1968 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены.

На рисунке 7.2 видно, что количество итераций тем меньше, чем ближе задана начальная аппроксимация цены от оптимального значения цены. При Начальной цене 1929,47 количество итераций = 0. После начальной цены 1929,47 количество итераций возрастает, следовательно, зависимость имеет параболический вид. График показывает, что данная зависимость экспоненциальная, что слева, что справа от оптимальной точки, данный метод имеет локальный тип сходимости, т. е. при некоторых значениях начальной точки, находящихся вне области сходимости, метод Ньютона перестает находить решение.

### 3. Дайте ответы на следующие вопросы:

### 3.1. Какому типу уравнения должна удовлетворять первая производная от целевой функции в экстремальной точке?

Предположим, что задана задача оптимизации 

Из теоремы 2 (о функции, имеющей локальный экстремум) нам известно:

* если интервал [a; b] является областью определения целевой функции и этот интервал является допустимым интервалом;
* если х\* является элементом открытого интервала (a; b), то есть является внутренней точкой замкнутого интервала [a; b];
* если целевая функция  является дифференцируемой в точке х, равной х\*;
* если целевая функция имеет локальный экстремум во внутренней точке х\*, то тогда первая производная целевой функции удовлетворяет следующему уравнению:

### 3.2. Какой тип функции называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона?

Функция в правой части уравнения  называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона.

Здесь , а .

### 3.3. Каким видом соотношения (формула, уравнение, выражение) полностью описывается алгоритм Ньютона?

Алгоритм Ньютона полностью описывается следующим соотношением:  ,

где , а .

### 3.4. Какой тип локального экстремума ищет алгоритм Ньютона, если целевая функция – полимодальная?

Если целевая функция полимодальная, то алгоритм Ньютона будет искать либо локальный минимум, либо локальный максимум в зависимости от того, какой тип экстремума ближе к начальному значению х0.

### 3.5. Какие типы параметров должны быть заданы для вычисления по алгоритму Ньютона?

Для вычислений по алгоритму Ньютона необходимо задать начальную аппроксимацию **х0**.

### 3.6. Какие типы параметров могут быть использованы для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона?

Для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона может быть использована начальная аппроксимация х0.

### 3.7. Какой тип итерационного процесса генерируется по алгоритму Ньютона?

Метод Ньютона генерирует стационарный (правило вычисления новой точки xk+1 не меняется на каждом шаге, то есть размер шага не зависит от номера итерации), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для нахождения новой точки) итерационный процесс.

### 3.8. Можно ли использовать метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией?

Если целевая функция не является унимодальной, то метод Ньютона может применяться. Все зависит от того, насколько близко находится начальная точка аппроксимации x0.

**3.9.** **Можно ли применить метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой функцией**?

Метод Ньютона нельзя применять, если целевая функция не дифференцируема, так как метод Ньютона использует производные от целевой функции.

**4.** **Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода Ньютона.**

**Таблица №5:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода Ньютона.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 7.3 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода Ньютона | | | | Таблица 7.4. Определение скорости сходимости Метода Ньютона | | | | | |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | 144,7180887 | 1784,752532 |  | **2** | **1929,47062** | 3,38E-02 | 1 | 106,6859702 | 0,03380068 |
| 2 | 175,7889026 | 1753,681718 | 0,000550547 |  |  |  | 1,05 | 84,19136826 |  |
| 3 | 213,3760139 | 1716,094606 | 0,000558007 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | |  | 1,1 | 66,39568033 |  |
| 4 | 258,7661058 | 1670,704514 | 0,000567306 |  | 1,15 | 52,31734682 |  |
| 5 | 313,4563642 | 1616,014256 | 0,000578956 |  | 1,2 | 41,17984681 |  |
| 6 | 379,1626513 | 1550,307969 | 0,000593646 |  | 1,25 | 32,36886741 |  |
| 7 | 457,8079712 | 1471,662649 | 0,000612311 |  | 1,3 | 25,39842001 |  |
| 8 | 551,4736307 | 1377,996989 | 0,000636256 |  | 1,35 | 19,88403453 |  |
| 9 | 662,2825224 | 1267,188098 | 0,000667336 |  | 1,4 | 15,52155311 |  |
| 10 | 792,1612084 | 1137,309412 | 0,000708266 |  | 1,45 | 12,07035366 |  |
| 11 | 942,3874281 | 987,0831921 | 0,000763126 |  | 1,5 | 9,340077819 |  |
| 12 | 1112,76042 | 816,7102001 | 0,000838225 |  | 1,55 | 7,180131315 |  |
| 13 | 1300,122491 | 629,3481287 | 0,000943528 |  | 1,6 | 5,471377635 |  |
| 14 | 1495,852617 | 433,618003 | 0,001094776 |  | 1,65 | 4,119566774 |  |
| 15 | 1682,221475 | 247,2491453 | 0,001314983 |  | 1,7 | 0,070187774 |  |
| 16 | 1830,039548 | 99,43107174 | 0,001626494 |  | 1,75 | 1,094274196 |  |
| 17 | 1909,669818 | 19,80080227 | 0,002002804 |  | 1,8 | 1,534793685 |  |
| 18 | 1928,573573 | 0,897047685 | 0,002287968 |  | 1,85 | 0,112215106 |  |
| 19 | 1929,468715 | 0,001905523 | 0,002368008 |  | 1,9 | 0,586410416 |  |
| 20 | 1929,47062 | 8,61246E-09 | 0,002371912 |  |  |  | 1,95 | 0,139172597 |  |
|  |  |  | 0,001844545 |  | 0,002371912 |  | **2** | 0,03380068 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |
| --- |
| **Заключение**: Скорость сходимости Метода Ньютона зависит от задания значения начальной цены относительно оптимальной цены. **Интервал 1**- Скорость сходимости в интервале [1; 3] суперлинейная 1<SIGMA<2. **Интервал 2**- Скорость сходимости в интервале [4; 6] квадратичная по тому, что SIGMA=2. **Интервал 3**- Скорость сходимости в интервале [7; 7] суперлинейная, по тому, что 1<SIGMA<2. **Интервал 4**- Скорость сходимости в интервале [8;60] квадратичная, потому, что SIGMA=2. |
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|

**Таблица №6:** Зависимость скорости сходимости итерационного алгоритма от Начальной цены

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Initial Price** | **Initial Price – Optimum Price** | **SIGMA** |
| 1 | 1,00 | 1928 | 1,2 |
| 2 | 40,36 | 1889 | 1,45 |
| 3 | 79,71 | 1850 | 1,9 |
| 4 | 119,07 | 1810 | 2 |
| 5 | 158,43 | 1771 | 2 |
| 6 | 197,78 | 1732 | 2 |
| 7 | 237,14 | 1692 | 1,95 |
| 8 | 276,50 | 1653 | 2 |
| 9 | 315,85 | 1614 | 2 |
| 10 | 355,21 | 1574 | 2 |
| 11 | 394,57 | 1535 | 2 |
| 12 | 433,92 | 1496 | 2 |
| 13 | 473,28 | 1456 | 2 |
| 14 | 512,64 | 1417 | 2 |
| 15 | 551,99 | 1377 | 2 |
| 16 | 591,35 | 1338 | 2 |
| 17 | 630,70 | 1299 | 2 |
| 18 | 670,06 | 1259 | 2 |
| 19 | 709,42 | 1220 | 2 |
| 20 | 748,77 | 1181 | 2 |
| 21 | 788,13 | 1141 | 2 |
| 22 | 827,49 | 1102 | 2 |
| 23 | 866,84 | 1063 | 2 |
| 24 | 906,20 | 1023 | 2 |
| 25 | 945,56 | 984 | 2 |
| 26 | 984,91 | 945 | 2 |
| 27 | 1024,27 | 905 | 2 |
| 28 | 1063,63 | 866 | 2 |
| 29 | 1102,98 | 826 | 2 |
| 30 | 1142,34 | 787 | 2 |
| 31 | 1181,70 | 748 | 2 |
| 32 | 1221,05 | 708 | 2 |
| 33 | 1260,41 | 669 | 2 |
| 34 | 1299,77 | 630 | 2 |
| 35 | 1339,12 | 590 | 2 |
| 36 | 1378,48 | 551 | 2 |
| 37 | 1417,84 | 512 | 2 |
| 38 | 1457,19 | 472 | 2 |
| 39 | 1496,55 | 433 | 2 |
| 40 | 1535,91 | 394 | 2 |
| 41 | 1575,26 | 354 | 2 |
| 42 | 1614,62 | 315 | 2 |
| 43 | 1653,97 | 275 | 2 |
| 44 | 1693,33 | 236 | 2 |
| 45 | 1732,69 | 197 | 2 |
| 46 | 1772,04 | 157 | 2 |
| 47 | 1811,40 | 118 | 2 |
| 48 | 1850,76 | 79 | 2 |
| 49 | 1890,11 | 39 | 2 |
| 50 | 1929,47 | 0 | 2 |
| 51 | 1968,83 | 39 | 2 |
| 52 | 2008,18 | 79 | 2 |
| 53 | 2047,54 | 118 | 2 |
| 54 | 2086,90 | 157 | 2 |
| 55 | 2126,25 | 197 | 2 |
| 56 | 2165,61 | 236 | 2 |
| 57 | 2204,97 | 275 | 2 |
| 58 | 2244,32 | 315 | 2 |
| 59 | 2283,68 | 354 | 2 |
| 60 | 2323,04 | 394 | 2 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

**2.3 Зависимость скорости сходимости итерационного алгоритма от Начальной цены.**

Рисунок 7.3. Скорость сходимости Метода Ньютона зависит от задания значения начальной цены. На графике видно, что в интервале начальной цены от 1,00 до 119,07 скорость сходимости метода суперлинейная. Затем в интервале от 236,14 до 237,14 скорость сходимости супер линейная. В интервале от 276,5 до 2323,04 скорость сходимости метода снова становится квадратичной, но в интервале 2362,39 до 3857,94 метод ньютона не сходится. Скорость сходимости Метода Ньютона зависит от задания значения начальной цены относительно оптимальной цены. Если начальная цена задана достаточно близко к оптимальной цене, то тем ближе скорость сходимости к квадратичной. Вне этого интервала метод либо сходится с суперлинейной скоростью

**Таблица №7:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!J11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

**5.** **Определите тип сходимости для последовательности, которая генерируется методом Ньютона.**

Последовательность, которая генерируется методом Ньютона, имеет локальный тип сходимости.

Величина скорости сходимости SC = 0,002371912.

**6.** **Перечислите преимущества и недостатки метода Ньютона.**

Преимущества метода Ньютона:

Метод Ньютона производит меньше всего итераций среди всех методов оптимизации.

Находит решение с любой точностью.

Недостатки метода Ньютона:

Начальное значение цены *х0* должно быть задано достаточно близко к оптимальному значению, что весьма сложно сделать потому что оптимальное значение всегда неизвестно.

На каждую итерацию метод Ньютона затрачивает по 6 вычислений ЦФ (при вычислении первой производной методу требуется вычислить 2 раза ЦФ, а при вычислении второй производной – 4 раза), что удлиняет время вычислений каждой итерации.

## Раздел №8: Описание лабораторной работы №8

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара с учетом ограничений на величину кредита с использованием метода Ньютона».

Лабораторная работа №8: Исследование метода Ньютона при решении задачи №2.

Задача №2: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка с учетом ограничения на величину кредита.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

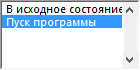
Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

F'(x)-Первая производная прибыли от цены;

F''(x)-Вторая производная прибыли от цены;

Кредит ≤ Ограничения.

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image003.png   |  | | --- | | В исходное состояние | |  | Выбор величины шага поиска | Выбор начальной цены | Шаг поиска hk | RelError | alfa | f '(x)= | 8,676E-15 |
| **Программа, реализующая метод Ньютона** | | | | | | Пуск программы | 2 | 1E-11 | 89773489735 | -5,03E-05 | 1,69E-15 | 2,5E+40 | 11 | 75 |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Кредит- Ограничение | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Оптимальный Кредит- Ограничение | Количество итераций | g(x) | g'(x) |
| 2400 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | -4,66E-10 | Решение найдено | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | -4,66E-10 | 16 | 3,06E-10 | -6,08E-06 |

**Модель программы:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Шаг поиска hk | RelError | alfa |  |  |
|  | | | | | |  |  |  |  | K5:=N7/O7 | L5:=2\*ABS(K5)/(ABS(B7)+I5) | M5:=sheet1!B11/(1+sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) |  |  |
| Номер итерации | Цена | Спрос | Прибыль | Кредит | Кредит- Ограничение | Состояние процесса поиска | Оптимальная цена | Оптимальный Спрос | Оптимальная Прибыль | Оптимальный Кредит | Оптимальный Кредит- Ограничение | Количество итераций | g(x) | g'(x) |
| A7:=IF(H5=1,0,A7+1) | B7:=IF(A7=0,J5,B7-K5) | C7:=sheet1!B11/(B7+B7\*sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) | D7:=C7\*(B7-sheet1!D11) | E7:=C7\*sheet1!D11 | F7:=E7-sheet1!G11 | G7:=IF(A7=0,  "Исходное состояние",  IF(L5<=I5,  "Решение найдено",  "Продолжи-ть поиск")) | H7:=IF($A$7=0,  B7,  IF($L$5<=I5,  H7,  B7)) | I7:=IF($A$7=0,  C7,  IF($L$5<=I5,  I7,  C7)) | J7:=IF($A$7=0,  D7,  IF($L$5<=I5,  J7,  D7)) | K7:=IF($A$7=0,  E7,  IF($L$5<=I5,  K7,  E7)) | L7:=IF($A$7=0,  F7,  IF($L$5<=I5,  L7,  F7)) | M7:=IF($A$7=0,  A7,  IF($L$5<=I5,  M7,  A7)) | N7:=M5\*sheet1!D11/B7^(2\*sheet1!E11)-sheet1!G11 | O7:=-2\*M5\*sheet1!D11\*sheet1!E11/B7^(2\*sheet1!E11+1) |

**Таблица №3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Начальная цена- Оптимальная цена** | **Логарифм от ДопПогр** |
| 1 | 5,85E+10 | 7,68E+01 | 4,50E+12 | 1,07E+05 | 5,73E+03 | 102 | 0,1 | 1 | 58 534 704 668 | 2,30 |
| 2 | 5,94E+10 | 7,28E+01 | 4,33E+12 | 1,01E+05 | 1,91E+02 | 103 | 0,01 | 1 | 59 413 153 869 | 4,61 |
| 3 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 2,31E-01 | 104 | 0,001 | 1 | 59 444 569 999 | 6,91 |
| 4 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 2,31E-01 | 104 | 0,0001 | 1 | 59 444 569 999 | 9,21 |
| 5 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 2,31E-01 | 104 | 0,00001 | 1 | 59 444 569 999 | 11,51 |
| 6 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 0,000001 | 1 | 59 444 608 067 | 13,82 |
| 7 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 0,0000001 | 1 | 59 444 608 067 | 16,12 |
| 8 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 0,00000001 | 1 | 59 444 608 067 | 18,42 |
| 9 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 0,000000001 | 1 | 59 444 608 067 | 20,72 |
| 10 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 1E-10 | 1 | 59 444 608 067 | 23,03 |
| 11 | 5,94E+10 | 7,27E+01 | 4,32E+12 | 1,01E+05 | 3,40E-07 | 105 | 1E-11 | 1 | 59 444 608 067 | 25,33 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.1. Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

На рисунке 8.1 видно, что количество итераций постепенно возрастает при уменьшении погрешности. Данная зависимость линейная и это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности.

**Таблица №4:** Зависимость Количества итераций от Начального значения цены

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1213155267 |  |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Начальная цена** | **Начальная цена- Оптимальная цена** |
| 1 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 3,39845E-07 | 105 | 1E-11 | 1 | 59 444 608 067 |
| 2 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 21 | 1E-11 | 1 213 155 268 | 58 231 452 800 |
| 3 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 18 | 1E-11 | 2 426 310 534 | 57 018 297 533 |
| 4 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,74978E-10 | 16 | 1E-11 | 3 639 465 801 | 55 805 142 267 |
| 5 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 15 | 1E-11 | 4 852 621 068 | 54 591 987 000 |
| 6 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 14 | 1E-11 | 6 065 776 334 | 53 378 831 733 |
| 7 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 4,2608E-08 | 13 | 1E-11 | 7 278 931 601 | 52 165 676 467 |
| 8 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 13 | 1E-11 | 8 492 086 868 | 50 952 521 200 |
| 9 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,74978E-10 | 12 | 1E-11 | 9 705 242 134 | 49 739 365 933 |
| 10 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 12 | 1E-11 | 10 918 397 401 | 48 526 210 667 |
| 11 | 5,9445E+10 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,58971E-09 | 11 | 1E-11 | 12 131 552 668 | 47 313 055 400 |
| 12 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 11 | 1E-11 | 13 344 707 934 | 46 099 900 133 |
| 13 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,37225E-06 | 10 | 1E-11 | 14 557 863 201 | 44 886 744 867 |
| 14 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 2,40107E-09 | 10 | 1E-11 | 15 771 018 468 | 43 673 589 600 |
| 15 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 10 | 1E-11 | 16 984 173 734 | 42 460 434 333 |
| 16 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 10 | 1E-11 | 18 197 329 001 | 41 247 279 067 |
| 17 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 5,26488E-08 | 9 | 1E-11 | 19 410 484 268 | 40 034 123 800 |
| 18 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 9 | 1E-11 | 20 623 639 534 | 38 820 968 533 |
| 19 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 9 | 1E-11 | 21 836 794 801 | 37 607 813 267 |
| 20 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 9 | 1E-11 | 23 049 950 068 | 36 394 658 000 |
| 21 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 2,4795E-07 | 8 | 1E-11 | 24 263 105 334 | 35 181 502 733 |
| 22 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 3,84171E-09 | 8 | 1E-11 | 25 476 260 601 | 33 968 347 467 |
| 23 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 8 | 1E-11 | 26 689 415 868 | 32 755 192 200 |
| 24 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 8 | 1E-11 | 27 902 571 134 | 31 542 036 933 |
| 25 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 8 | 1E-11 | 29 115 726 401 | 30 328 881 667 |
| 26 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 7,80652E-07 | 7 | 1E-11 | 30 328 881 668 | 29 115 726 400 |
| 27 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 3,25672E-08 | 7 | 1E-11 | 31 542 036 934 | 27 902 571 133 |
| 28 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 32 755 192 201 | 26 689 415 867 |
| 29 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 33 968 347 468 | 25 476 260 600 |
| 30 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 35 181 502 734 | 24 263 105 333 |
| 31 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 36 394 658 001 | 23 049 950 067 |
| 32 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 37 607 813 268 | 21 836 794 800 |
| 33 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,35929E-07 | 6 | 1E-11 | 38 820 968 534 | 20 623 639 533 |
| 34 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 8,14907E-09 | 6 | 1E-11 | 40 034 123 801 | 19 410 484 267 |
| 35 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 41 247 279 068 | 18 197 329 000 |
| 36 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 42 460 434 334 | 16 984 173 733 |
| 37 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 43 673 589 601 | 15 771 018 467 |
| 38 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 44 886 744 868 | 14 557 863 200 |
| 39 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 46 099 900 134 | 13 344 707 933 |
| 40 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,35929E-07 | 5 | 1E-11 | 47 313 055 401 | 12 131 552 667 |
| 41 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 6,72298E-09 | 5 | 1E-11 | 48 526 210 668 | 10 918 397 400 |
| 42 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 49 739 365 934 | 9 705 242 133 |
| 43 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 50 952 521 201 | 8 492 086 867 |
| 44 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,74978E-10 | 5 | 1E-11 | 52 165 676 468 | 7 278 931 600 |
| 45 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 53 378 831 734 | 6 065 776 333 |
| 46 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,87647E-07 | 4 | 1E-11 | 54 591 987 001 | 4 852 621 067 |
| 47 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 3,84171E-09 | 4 | 1E-11 | 55 805 142 268 | 3 639 465 800 |
| 48 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 4 | 1E-11 | 57 018 297 534 | 2 426 310 533 |
| 49 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 4 | 1E-11 | 58 231 452 801 | 1 213 155 267 |
| 50 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,74978E-10 | 0 | 1E-11 | 59 444 608 068 | 0 |
| 51 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 4 | 1E-11 | 60 657 763 335 | 1 213 155 267 |
| 52 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 4 | 1E-11 | 61 870 918 601 | 2 426 310 533 |
| 53 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 5,28235E-09 | 4 | 1E-11 | 63 084 073 868 | 3 639 465 800 |
| 54 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 5,72458E-07 | 4 | 1E-11 | 64 297 229 135 | 4 852 621 067 |
| 55 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 65 510 384 401 | 6 065 776 333 |
| 56 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 66 723 539 668 | 7 278 931 600 |
| 57 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 5 | 1E-11 | 67 936 694 935 | 8 492 086 867 |
| 58 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,82044E-08 | 5 | 1E-11 | 69 149 850 201 | 9 705 242 133 |
| 59 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 8,76855E-07 | 5 | 1E-11 | 70 363 005 468 | 10 918 397 400 |
| 60 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 71 576 160 735 | 12 131 552 667 |
| 61 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 72 789 316 001 | 13 344 707 933 |
| 62 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 6 | 1E-11 | 74 002 471 268 | 14 557 863 200 |
| 63 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 9,71777E-08 | 6 | 1E-11 | 75 215 626 535 | 15 771 018 467 |
| 64 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 76 428 781 801 | 16 984 173 733 |
| 65 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 7 | 1E-11 | 77 641 937 068 | 18 197 329 000 |
| 66 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 2,40107E-09 | 7 | 1E-11 | 78 855 092 335 | 19 410 484 267 |
| 67 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 8 | 1E-11 | 80 068 247 601 | 20 623 639 533 |
| 68 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 8 | 1E-11 | 81 281 402 868 | 21 836 794 800 |
| 69 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,05792E-07 | 8 | 1E-11 | 82 494 558 135 | 23 049 950 067 |
| 70 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 9 | 1E-11 | 83 707 713 401 | 24 263 105 333 |
| 71 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,78575E-06 | 9 | 1E-11 | 84 920 868 668 | 25 476 260 600 |
| 72 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 3,83152E-08 | 10 | 1E-11 | 86 134 023 935 | 26 689 415 867 |
| 73 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | 1,18715E-07 | 11 | 1E-11 | 87 347 179 201 | 27 902 571 133 |
| 74 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 13 | 1E-11 | 88 560 334 468 | 29 115 726 400 |
| 75 | 59444608068 | 72,69064748 | 4,32107E+12 | 101040 | -4,6566E-10 | 16 | 1E-11 | 89 773 489 735 | 30 328 881 667 |
| 76 | Если начальная цена больше, чем 89773489734,5887, то метод Ньютона не сходится. | | | | | | | | |
| 77 |
| 78 |
| 79 |
| 80 |
| 81 |
| 82 |
| 83 |
| 84 |
| 85 |
| 86 |
| 87 |
| 88 |
| 89 |
| 90 |
| 91 |
| 92 |
| 93 |
| 94 |
| 95 |
| 96 |
| 97 |
| 98 |
| 99 |
| 100 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены.

На рисунке 8.2 видно, что чем меньше количество итераций, тем ближе задана начальная аппроксимация цены от оптимального значения цены. При Начальной цене 59444608067,8357 Количество итераций = 0. После начальной цены 59444608067,8357 количество итераций возрастает. График показывает, что данная зависимость экспоненциальная, что слева, что справа от оптимальной точки, данный метод имеет локальный тип сходимости, т. е. при некоторых значениях начальной точки, находящихся вне области сходимости, метод Ньютона перестает находить решение.

### 3. Ответы на вопросы.

### 3.1. Какому типу уравнения должна удовлетворять первая производная от целевой функции в экстремальной точке?

Предположим, что задана задача оптимизации 

Из теоремы 2 (о функции, имеющей локальный экстремум) нам известно:

* если интервал *[a; b]* является областью определения целевой функции и этот интервал является допустимым интервалом;
* если *х\** является элементом открытого интервала *(a; b)*, то есть является внутренней точкой замкнутого интервала *[a; b]*;
* если целевая функция  является дифференцируемой в точке *х*, равной *х\**;
* если целевая функция имеет локальный экстремум во внутренней точке *х\**;
* то тогда первая производная целевой функции удовлетворяет следующему уравнению:

### 3.2. Какой тип функции называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона?

Функция в правой части уравнения  называется итерационной функцией Ньютона-Рафсона.

Здесь , а .

### 3.3. Каким видом соотношения (формула, уравнение, выражение) полностью описывается алгоритм Ньютона?

Алгоритм Ньютона полностью описывается следующим соотношением:  ,

где , а .

### 3.4. Какой тип локального экстремума ищет алгоритмом Ньютона, если целевая функция – полимодальная?

Если целевая функция полимодальная, то алгоритм Ньютона будет искать либо локальный минимум, либо локальный максимум в зависимости от того, какой тип экстремума ближе к начальному значению *х0*.

### 3.5. Какие типы параметров должны быть заданы для вычисления по алгоритму Ньютона?

Для вычислений по алгоритму Ньютона необходимо задать начальную аппроксимацию х0.

### 3.6. Какие типы параметров могут быть использованы для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона?

Для поиска одного или нескольких возможных экстремумов по алгоритму Ньютона может быть использована начальная аппроксимация *х0*.

### 3.7. Какой тип итерационного процесса генерируется по алгоритму Ньютона?

Метод Ньютона генерирует стационарный (правило вычисления новой точки *xk+1* не меняется на каждом шаге, то есть размер шага не зависит от номера итерации), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для нахождения новой точки) итерационный процесс.

### 3.8. Можно ли использовать метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является унимодальной функцией?

Если целевая функция не является унимодальной, то метод Ньютона может применяться. Все зависит от того, насколько близко находится начальная точка аппроксимации *x0*.

### 3.9. Можно ли применить метод Ньютона в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой функцией?

Метод Ньютона нельзя применять, если целевая функция не дифференцируема, так как метод Ньютона использует производные от целевой функции.

### 4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода Ньютона.

**Таблица №5:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода Ньютона.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 8.3 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода Ньютона | | | | Таблица 8.4. Определение скорости сходимости Метода Ньютона | | | | | |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | 59388938779 | 55669288,65 |  | **2** | **59444608068** | 5,00E-04 | 1 | 465,7838421 | 0,000500331 |
| 2 | 59444488866 | 119201,7172 | 3,84637E-11 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | |  | 1,05 | 342,2805176 |  |
| 3 | 59444608067 | 0,546806335 | 3,8483E-11 |  | 1,1 | 251,4541407 |  |
| 4 | 59444608068 | 0,000259399 | 0,000867565 |  | 1,15 | 184,6589288 |  |
| 5 | 59444608068 | 0,000312805 | 4648,747405 |  | 1,2 | 135,5366309 |  |
| 6 | 59444608068 | 0,000366211 | 3742,686496 |  | 1,25 | 99,41128487 |  |
| 7 | 59444608068 | 0,000175476 | 1308,444444 |  | 1,3 | 72,84411099 |  |
| 8 | 59444608068 | 0,000228882 | 7433,194707 |  | 1,35 | 53,3061742 |  |
| 9 | 59444608068 | 0,000282288 | 5388,515556 |  | 1,4 | 38,93765402 |  |
| 10 | 59444608068 | 0,000335693 | 4212,686633 |  | 1,45 | 28,37080787 |  |
| 11 | 59444608068 | 0,000144958 | 1286,347107 |  | 1,5 | 20,59977536 |  |
| 12 | 59444608068 | 0,000198364 | 9440,088643 |  | 1,55 | 14,88483018 |  |
| 13 | 59444608068 | 0,00025177 | 6398,485207 |  | 1,6 | 10,68196548 |  |
| 14 | 59444608068 | 0,000305176 | 4814,398531 |  | 1,65 | 7,591109617 |  |
| 15 | 59444608068 | 0,000358582 | 3850,24 |  | 1,7 | 5,318043365 |  |
| 16 | 59444608068 | 0,000167847 | 1305,37981 |  | 1,75 | 3,646393043 |  |
| 17 | 59444608068 | 0,000221252 | 7853,487603 |  | 1,8 | 2,417033892 |  |
| 18 | 59444608068 | 0,000274658 | 5610,692033 |  | 1,85 | 1,512942946 |  |
| 19 | 59444608068 | 0,000328064 | 4348,839506 |  |  |  | 1,9 | 0,848059589 |  |
| 20 | 59444608068 | 0,000137329 | 1275,984857 |  |  |  | 1,95 | 0,359093428 |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **2** | 0,000500331 |  |

|  |
| --- |
| **Заключение**: Скорость сходимости Метода Ньютона зависит от задания значения начальной цены относительно оптимальной цены. **Интервал 1**- Скорость сходимости в интервале [1; 1] суперлинейная 1<SIGMA<2. **Интервал 2**- Скорость сходимости в интервале [1213155267,66989;1213155267,66989] квадратичная по тому, что SIGMA=2. **Интервал 3**- Скорость сходимости в интервале [2426310534,34001; 3639465801,01013] линейная, по тому, что SIGMA=1.  **Интервал 4**- Скорость сходимости в интервале [4852621067,68025;89773489734,5887] квадратичная, потому, что SIGMA=2. |
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
|
| Метод Ньютона имеет квадратичную скорость сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению A =4992 только при sigma=2, если начальная точка находится в окрестности оптимальной точки X\*=59444608067,8357 внутри интервала [4852621067,68025; 89773489734,5887], содержащей оптильную точку X\*=59444608067,8357 |
|
|
|
|
|
|
|
|

**Таблица №6:** Зависимость скорости сходимости итерационного алгоритма от Начальной цены

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | Начальная цена | Начальная цена — Оптимальная цена | **SIGMA** |
| 1 | 1 | 59 444 608 067 | 1,3 |
| 2 | 1 213 155 268 | 58 231 452 800 | 2 |
| 3 | 2 426 310 534 | 57 018 297 533 | 1 |
| 4 | 3 639 465 801 | 55 805 142 267 | 1 |
| 5 | 4 852 621 068 | 54 591 987 000 | 2 |
| 6 | 6 065 776 334 | 53 378 831 733 | 2 |
| 7 | 7 278 931 601 | 52 165 676 467 | 2 |
| 8 | 8 492 086 868 | 50 952 521 200 | 2 |
| 9 | 9 705 242 134 | 49 739 365 933 | 2 |
| 10 | 10 918 397 401 | 48 526 210 667 | 2 |
| 11 | 12 131 552 668 | 47 313 055 400 | 2 |
| 12 | 13 344 707 934 | 46 099 900 133 | 2 |
| 13 | 14 557 863 201 | 44 886 744 867 | 2 |
| 14 | 15 771 018 468 | 43 673 589 600 | 2 |
| 15 | 16 984 173 734 | 42 460 434 333 | 2 |
| 16 | 18 197 329 001 | 41 247 279 067 | 2 |
| 17 | 19 410 484 268 | 40 034 123 800 | 2 |
| 18 | 20 623 639 534 | 38 820 968 533 | 2 |
| 19 | 21 836 794 801 | 37 607 813 267 | 2 |
| 20 | 23 049 950 068 | 36 394 658 000 | 2 |
| 21 | 24 263 105 334 | 35 181 502 733 | 2 |
| 22 | 25 476 260 601 | 33 968 347 467 | 2 |
| 23 | 26 689 415 868 | 32 755 192 200 | 2 |
| 24 | 27 902 571 134 | 31 542 036 933 | 2 |
| 25 | 29 115 726 401 | 30 328 881 667 | 2 |
| 26 | 30 328 881 668 | 29 115 726 400 | 2 |
| 27 | 31 542 036 934 | 27 902 571 133 | 2 |
| 28 | 32 755 192 201 | 26 689 415 867 | 2 |
| 29 | 33 968 347 468 | 25 476 260 600 | 2 |
| 30 | 35 181 502 734 | 24 263 105 333 | 2 |
| 31 | 36 394 658 001 | 23 049 950 067 | 2 |
| 32 | 37 607 813 268 | 21 836 794 800 | 2 |
| 33 | 38 820 968 534 | 20 623 639 533 | 2 |
| 34 | 40 034 123 801 | 19 410 484 267 | 2 |
| 35 | 41 247 279 068 | 18 197 329 000 | 2 |
| 36 | 42 460 434 334 | 16 984 173 733 | 2 |
| 37 | 43 673 589 601 | 15 771 018 467 | 2 |
| 38 | 44 886 744 868 | 14 557 863 200 | 2 |
| 39 | 46 099 900 134 | 13 344 707 933 | 2 |
| 40 | 47 313 055 401 | 12 131 552 667 | 2 |
| 41 | 48 526 210 668 | 10 918 397 400 | 2 |
| 42 | 49 739 365 934 | 9 705 242 133 | 2 |
| 43 | 50 952 521 201 | 8 492 086 867 | 2 |
| 44 | 52 165 676 468 | 7 278 931 600 | 2 |
| 45 | 53 378 831 734 | 6 065 776 333 | 2 |
| 46 | 54 591 987 001 | 4 852 621 067 | 2 |
| 47 | 55 805 142 268 | 3 639 465 800 | 2 |
| 48 | 57 018 297 534 | 2 426 310 533 | 2 |
| 49 | 58 231 452 801 | 1 213 155 267 | 2 |
| 50 | 59 444 608 068 | 0 | 2 |
| 51 | 60 657 763 335 | 1 213 155 267 | 2 |
| 52 | 61 870 918 601 | 2 426 310 533 | 2 |
| 53 | 63 084 073 868 | 3 639 465 800 | 2 |
| 54 | 64 297 229 135 | 4 852 621 067 | 2 |
| 55 | 65 510 384 401 | 6 065 776 333 | 2 |
| 56 | 66 723 539 668 | 7 278 931 600 | 2 |
| 57 | 67 936 694 935 | 8 492 086 867 | 2 |
| 58 | 69 149 850 201 | 9 705 242 133 | 2 |
| 59 | 70 363 005 468 | 10 918 397 400 | 2 |
| 60 | 71 576 160 735 | 12 131 552 667 | 2 |
| 61 | 72 789 316 001 | 13 344 707 933 | 2 |
| 62 | 74 002 471 268 | 14 557 863 200 | 2 |
| 63 | 75 215 626 535 | 15 771 018 467 | 2 |
| 64 | 76 428 781 801 | 16 984 173 733 | 2 |
| 65 | 77 641 937 068 | 18 197 329 000 | 2 |
| 66 | 78 855 092 335 | 19 410 484 267 | 2 |
| 67 | 80 068 247 601 | 20 623 639 533 | 2 |
| 68 | 81 281 402 868 | 21 836 794 800 | 2 |
| 69 | 82 494 558 135 | 23 049 950 067 | 2 |
| 70 | 83 707 713 401 | 24 263 105 333 | 2 |
| 71 | 84 920 868 668 | 25 476 260 600 | 2 |
| 72 | 86 134 023 935 | 26 689 415 867 | 2 |
| 73 | 87 347 179 201 | 27 902 571 133 | 2 |
| 74 | 88 560 334 468 | 29 115 726 400 | 2 |
| 75 | 89 773 489 735 | 30 328 881 667 | 2 |
| 76 | 90 986 645 001 | 90 941 182 047 | 0 |
| 77 | 92 199 800 268 | 92 154 337 313 | 0 |
| 78 | 93 412 955 535 | 93 367 492 580 | 0 |
| 79 | 94 626 110 801 | 94 580 647 847 | 0 |
| 80 | 95 839 266 068 | 95 793 803 113 | 0 |
| 81 | 97 052 421 335 | 97 006 958 380 | 0 |
| 82 | 98 265 576 601 | 98 220 113 647 | 0 |
| 83 | 99 478 731 868 | 99 433 268 913 | 0 |
| 84 | 100 691 887 135 | 100 646 424 180 | 0 |
| 85 | 101 905 042 401 | 101 859 579 447 | 0 |
| 86 | 103 118 197 668 | 103 072 734 713 | 0 |
| 87 | 104 331 352 935 | 104 285 889 980 | 0 |
| 88 | 105 544 508 201 | 105 499 045 247 | 0 |
| 89 | 106 757 663 468 | 106 712 200 513 | 0 |
| 90 | 107 970 818 735 | 107 925 355 780 | 0 |
| 91 | 109 183 974 001 | 109 138 511 047 | 0 |
| 92 | 110 397 129 268 | 110 351 666 313 | 0 |
| 93 | 111 610 284 535 | 111 564 821 580 | 0 |
| 94 | 112 823 439 801 | 112 777 976 847 | 0 |
| 95 | 114 036 595 068 | 113 991 132 113 | 0 |
| 96 | 115 249 750 335 | 115 204 287 380 | 0 |
| 97 | 116 462 905 601 | 116 417 442 647 | 0 |
| 98 | 117 676 060 868 | 117 630 597 913 | 0 |
| 99 | 118 889 216 135 | 118 843 753 180 | 0 |
| 100 | 120 102 371 401 | 120 056 908 447 | 0 |

На основании этой таблицы исследована и получена следующая зависимость:

### 2.2. Зависимость Количества итераций от начального значения цены.

Рисунок 8.3. Скорость сходимости Метода Ньютона зависит от задания значения начальной цены. На графике видно, что если начальная цена задана от 4 852 621 068 до 89 773 489 735, то метод имеет квадратичную скорость сходимости. Вне этого интервала метод сходится с суперлинейной скоростью либо к линейной.

**Таблица №7:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!J11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 5. Определите тип сходимости для последовательности, которая генерируется методом Ньютона.

Последовательность, которая генерируется методом Ньютона, имеет локальный тип сходимости.

Величина скорости сходимости SC = 3742,686496.

### 6. Перечислите преимущества и недостатки метода Ньютона.

Преимущества метода Ньютона:

* Метод Ньютона производит меньше всего итераций среди всех методов оптимизации.
* Находит решение с любой точностью

Недостатки метода Ньютона:

* Начальное значение цены *х0* должно быть задано достаточно близко к оптимальному значению, что весьма сложно сделать потому что оптимальное значение всегда неизвестно.
* На каждую итерацию метод Ньютона затрачивает по 6 вычислений ЦФ (при вычислении первой производной методу требуется вычислить 2 раза ЦФ, а при вычислении второй производной – 4 раза), что удлиняет время вычислений каждой итерации.

## Раздел №9: Описание лабораторной работы №9

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации без ограничений на примере задачи №1: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара без учета ограничений на величину кредита при использовании метода золотого сечения».

Лабораторная работа №9: Исследование метода золотого сечения при решении задачи №1.

Задача №1: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка без учета ограничения на величину кредита.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос.

**Таблица №2**: Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.png   |  | | --- | | В исходное состояние | | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | **Выбор допустимой погрешности** | **Rone=r** | **Rtwo=(1-r)** | **alfa** |  |  |  |
| Программа, реализующая метод Золотого сечения |  |  |  |  |  | Пуск программы | 2 | 1E-13 | 0,618033989 | 0,381966011 | 2,4898E+40 |  |  | Допустимая Погрешность |
| Конечные точки начального интервала ak , bk | | | | | | | 1929 | 100 000 001 929 | 100 000 000 000 |  |  |  |  | 0,1 |
| Номер итерации k | | | | | | | 100 |  |  |  |  |  |  | 0,01 |
| **Обозначения точек интервала** | | | | | | | **ak** | **bk** | **ck** | **dk** | **hk** | **f(ck)** | **f(dk)** | 0,001 |
| Вычисление точек ak, bk, ck, dk | | | | | | | 1929,470669 | 1929,470669 | 1929,470669 | 1929,470669 | 1,26192E-10 | 3722856,56 | 3722856,6 | 0,0001 |
| Вычисление целевой функции | | | | | | | 2,38473E+31 | 2,38473E+31 | 2,38473E+31 | 2,38473E+31 |  |  |  | 0,00001 |
| Новые точки интервала ak+1, bk+1, ck+1, dk+1 | | | | | | | 1929,470669 | 1929,470669 | 1929,470669 | 1929,470669 | 7,79892E-11 | 3722856,56 | 3722856,6 | 0,000001 |
| Сообщение о состоянии процесса поиска | | | | | | | **Решение найдено с желаемой точностью!** |  |  |  |  |  |  | 0,0000001 |
| Оптимальная цена | | | | | | | 1,9295E+03 | 1,9295E+03 |  |  |  |  |  | 0,00000001 |
| Оптимальный спрос | | | | | | | 4,4205E+28 |  |  |  |  |  |  | 0,000000001 |
| Оптимальная Прибыль | | | | | | | 2,3847E+31 |  |  |  |  |  |  | 1E-10 |
| Оптимальный Кредит | | | | | | | 6,1445E+31 |  |  |  |  |  |  | 1E-11 |
| Количество итераций N\* | | | | | | | 98 |  |  |  |  |  |  | 1E-12 |
| Ширина интервала hk | | | | | | | 2,04182E-10 |  |  |  |  |  |  | 1E-13 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Модель программы:** | | | | | **alfa** |  | |
| L6:=sheet1!B11/(1+sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) |
| Конечные точки начального интервала ak , bk |  | I7:=H7-sheet5!H39 |  |  |  |  |  |
| Номер итерации k | H8:=IF(H6=1,0,H8+1) |  |  |  |  |  |  |
| **Обозначения точек интервала** | **ak** | **bk** | **ck** | **dk** | **hk** | **f(ck)** | **f(dk)** |
| Вычисление точек ak, bk, ck, dk | H10:=IF($H$8=0,H7,H12) | I10:=IF($H$8=0,I7,I12) | J10:=IF($H$8=0,$H$10+$K$6\*($I$10-$H$10),J12) | K10:=IF($H$8=0,$H$10+J6\*($I$10-$H$10),K12) | L10:=I10-H10 | M10:=J10^2-SIN(J10) | N10:=K10^2-SIN(K10) |
| Вычисление целевой функции | H11:=$L$6\*(H10-sheet1!$D$11)/(H10^(2\*sheet1!$E$11)) | I11:=$L$6\*(I10-sheet1!$D$11)/(I10^(2\*sheet1!$E$11)) | J11:=$L$6\*(J10-sheet1!$D$11)/(J10^(2\*sheet1!$E$11)) | K11:=$L$6\*(K10-sheet1!$D$11)/(K10^(2\*sheet1!$E$11)) |  |  |  |
| Новые точки интервала ak+1, bk+1, ck+1, dk+1 | H12:=IF($J$11>$K$11,H10,J10) | I12:=IF($J$11>$K$11,K10,I10) | J12:=IF($J$11>$K$11,$H$12+$K$6\*($I$12-$H$12),K10) | K12:=IF($J$11>$K$11,J10,$H$12+J6\*($I$12-$H$12)) | L12:=I12-H12 | M12:=J12^2-SIN(J12) | N12:=K12^2-SIN(K12) |
| Сообщение о состоянии процесса поиска | **H13:=IF(H6=1,"Программа в исходном состоянии",IF(ABS((I10-H10)/H10)<I6,"Решение найдено с желаемой точностью!","Продолжайте итерации, щелкая по кнопке <F9>"))** |  |  |  |  |  |  |
| Оптимальная цена | H14:=IF($H$8=0,$H$10,IF(ABS((I12-H12))<I6,H14,IF(H11<I11,H10,I10))) | I14:=sheet1!I11 |  |  |  |  |  |
| Оптимальный спрос | H15:=sheet1!B24/(H14+H14\*sheet1!C24)^(2\*sheet1!E24) |  |  |  |  |  |  |
| Оптимальная Прибыль | H16:=IF($H$8=0,$H$11,IF(ABS((I12-H12))<I6,H16,IF(H11<I11,H11,I11))) |  |  |  |  |  |  |
| Оптимальный Кредит | H17:=H15\*sheet1!D24 |  |  |  |  |  |  |
| Количество итераций N\* | H18:=IF($H$8=0,0,IF(ABS((I12-H12))<I6,H18,H8)) |  |  |  |  |  |  |
| Ширина интервала hk | H19:=IF(ABS((I12-H12))<I6,H19,I12-H12) |  |  |  |  |  |  |

**Таблица №3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Колличество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Размер области поиска=b-a** |
| 1 | 1582,12801 | 8,99004E+28 | 1,72724E+31 | 1,24962E+32 | 40 | 0,1 | 100 000 000 000 |
| 2 | 1955,3817 | 4,21454E+28 | 2,38283E+31 | 5,85821E+31 | 45 | 0,01 | 100 000 000 000 |
| 3 | 1927,47461 | 4,43689E+28 | 2,38472E+31 | 6,16728E+31 | 50 | 0,001 | 100 000 000 000 |
| 4 | 1929,6706 | 4,41886E+28 | 2,38473E+31 | 6,14221E+31 | 55 | 0,0001 | 100 000 000 000 |
| 5 | 1929,50148 | 4,42024E+28 | 2,38473E+31 | 6,14414E+31 | 59 | 0,00001 | 100 000 000 000 |
| 6 | 1929,46838 | 4,42051E+28 | 2,38473E+31 | 6,14452E+31 | 64 | 0,000001 | 100 000 000 000 |
| 7 | 1929,47037 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 69 | 0,0000001 | 100 000 000 000 |
| 8 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 74 | 0,00000001 | 100 000 000 000 |
| 9 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 78 | 0,000000001 | 100 000 000 000 |
| 10 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 83 | 1E-10 | 100 000 000 000 |
| 11 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 88 | 1E-11 | 100 000 000 000 |
| 12 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 93 | 1E-12 | 100 000 000 000 |
| 13 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 98 | 1E-13 | 100 000 000 000 |

На основании данной таблицы исследована и получена следующая зависимость:

**2.1 Зависимость Количества итераций от Д****опустимой П****огрешности.**

Из рисунка 9.1 видно, что чем выше точность вычислений, тем больше итераций необходимо совершить. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности в данной задаче линейная. Это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности.

**Таблица №4:** Зависимость Количества итераций от размера области поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Размер области поиска=b-a** |
| 1 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 98 | 1,00E-13 | 100 000 000 000 |
| 2 | 1929,47068 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 93 | 1,00E-13 | 10 000 000 000 |
| 3 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 88 | 1,00E-13 | 1 000 000 000 |
| 4 | 1929,47065 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 83 | 1,00E-13 | 100 000 000 |
| 5 | 1929,47063 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 78 | 1,00E-13 | 10 000 000 |
| 6 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 74 | 1,00E-13 | 1 000 000 |
| 7 | 1929,47068 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 69 | 1,00E-13 | 100 000 |
| 8 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 64 | 1,00E-13 | 10 000 |
| 9 | 1929,47066 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 59 | 1,00E-13 | 1 000 |
| 10 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 55 | 1,00E-13 | 100 |
| 11 | 1929,47065 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 50 | 1,00E-13 | 10 |
| 12 | 1929,47067 | 4,4205E+28 | 2,38473E+31 | 6,14449E+31 | 45 | 1,00E-13 | 1 |

На основании данной таблицы исследована и получена следующая зависимость

**2.2. Зависимость Количества итераций от раз****мера области поиска.**

Из рисунке 9.2 видно, что снижается количество итераций при уменьшении области поиска. Зависимость количества итераций от размера области поиска в данной задаче линейная.

### 3. Ответы на вопросы:

### 3.1. Что такое золотое соотношение (золотой коэффициент)?

Метод золотого сечения использует решающий процесс, суть которого заключается в сжатии исходного интервала *[0; r]* либо справа и получении нового интервала *[0; r]*, либо слева и получении нового интервала *[1-r; 1]*.

Затем этот новый подинтервал делится снова на три подинтервала с тем же самым соотношением, что и на первом шаге. Это означает что соотношение *()* должно быть равно соотношению *()*, то есть *() = ()*. Получается уравнение , где число  называется золотым числом или золотым соотношением.

Это число равно r =0, 6180339887498950

**3.2. Какому типу уравнения удовлетворяет зо****лотой коэфф****ициент?**

Золотой коэффициент удовлетворяет уравнению .

### 3.3. Какому типу условия должна удовлетворять целевая функция на заданном интервале [a;b], чтобы можно было использовать золотой поиск для нахождения экстремума?

Для того, чтобы можно было использовать метод золотого сечения для поиска экстремума некоторой целевой функции *f(x)*, необходимо выполнение следующего условия:

Целевая функция должна быть унимодальной на интервале *[a; b]* , то есть на этом интервале существует единственное оптимальное значение *х\**.

### 3.4. Какой вид внутренних точек, которые мы обозначили буквами c и d, требуется вычислять по алгоритму золотого поиска?

Применяя метод золотого сечения, мы делим начальный интервал *[a; b]* двумя точками на 3 подинтервала. Эти точки вычисляются так:







**3.5.** **Какой тип решающего (decision) процесса используется в алгоритме золотого поиска?**

В алгоритме золотого поиска используется стационарный (правило вычисления новой точки *xk+1* не меняется на каждом шаге, то есть размер шага не зависит от номера итерации), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для нахождения новой точки) итерационный процесс.

### 3.6. Какой блок-схемой описывается метод золотого поиска для нахождения:

а) минимума целевой функции

Поиск минимума целевой функции по методу золотого сечения описывается следующей блок-схемой:

Предположим, что интервал  был задан. Тогда алгоритм метода золотого сечения имеет вид:

Вычислим две внутренние точки этого интервала:





2) Вычислим значение целевой функции в точках ck и dk: f(ck) и f(dk).

*if *

*then *

3) Если , то тогда итерационный процесс заканчивается, в противном случае итерации продолжаются

б) максимума целевой функции

Поиск максимума целевой функции по методу золотого сечения описывается следующей блок-схемой:

Предположим, что интервал  был задан. Тогда алгоритм метода золотого сечения имеет вид:

Вычислим две внутренние точки этого интервала:





2) Вычислим значение целевой функции в точках *ck* и *dk*: *f(ck)* и *f(dk)*.

*if *

*then *

3) Если , то тогда итерационный процесс заканчивается, в противном случае итерации продолжаются.

### 3.7. Каким желаемым свойством обладает метод золотого сечения? Какое желаемое свойство присуще методу золотого сечения?

Метод золотого сечения затрачивает минимум времени на вычисления на каждой итерации, тем самым, уменьшая общее время вычисления оптимального значения целевой функции.

### 3.8. Какой тип параметров может быть использован для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения?

Для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения необходимо использовать параметры a и b, то есть границы области поиска.

### 3.9. Можно ли применить алгоритм золотого сечения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод золотого сечения использовать можно, так как метод золотого сечения не использует производные от целевой функции.

### 3.10. Можно ли использовать метод золотого сечения в случае, когда целевая функция не является унимодальной на интервале [a;b]?

Если целевая функция не является унимодальной на интервале *[a;b]*, то метод золотого сечения не может быть применен, так как этот метод предполагает, что на интервале *[a;b]* только один локальный экстремум.

### 4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода золотого сечения.

**Таблица №5:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода золотого сечения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 9.3 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода золотого сечения | | | | Таблица 9.4. Программа для оценки скорости сходимости Метода золотого сечения | | | | | |
|
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | 0 | 1929,47062 |  | **1** | **1929,47062** | 1,68E-08 | 1 | 1,68058E-08 | 1,68058E-08 |
| 2 | 2,4E+10 | 23606797750 | 12234857,32 |  |  |  | 1,05 | 0,023773428 |  |
| 3 | 1,5E+10 | 14589803375 | 0,618033989 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | |  | 1,1 | 0,046981696 |  |
| 4 | 9E+09 | 9016994374 | 0,618033989 |  | 1,15 | 0,069638223 |  |
| 5 | 5,6E+09 | 5572809000 | 0,618033989 |  | 1,2 | 0,091756127 |  |
| 6 | 3,4E+09 | 3444185374 | 0,618033989 |  | 1,25 | 0,113348212 |  |
| 7 | 2,1E+09 | 2128623625 | 0,618033989 |  | 1,3 | 0,134426979 |  |
| 8 | 1,3E+09 | 1315561749 | 0,618033989 |  | 1,35 | 0,15500463 |  |
| 9 | 8,1E+08 | 813061875,1 | 0,618033989 |  | 1,4 | 0,175093081 |  |
| 10 | 5E+08 | 502499873,6 | 0,618033989 |  | 1,45 | 0,194703959 |  |
| 11 | 3,1E+08 | 310562001 | 0,618033988 |  | 1,5 | 0,21384862 |  |
| 12 | 1,9E+08 | 191937872,1 | 0,618033988 |  | 1,55 | 0,232538146 |  |
| 13 | 1,2E+08 | 118624128,5 | 0,618033988 |  | 1,6 | 0,250783357 |  |
| 14 | 7,3E+07 | 73313743,12 | 0,618033987 |  | 1,65 | 0,268594817 |  |
| 15 | 4,5E+07 | 45310384,91 | 0,618033986 |  | 1,7 | 0,285982837 |  |
| 16 | 2,8E+07 | 28003357,74 | 0,618033985 |  | 1,75 | 0,302957485 |  |
| 17 | 1,7E+07 | 17307026,7 | 0,618033982 |  | 1,8 | 0,319528586 |  |
| 18 | 1,1E+07 | 10696330,57 | 0,618033978 |  | 1,85 | 0,335705735 |  |
| 19 | 6612625 | 6610695,665 | 0,618033972 |  | 1,9 | 0,351498298 |  |
| 20 | 4087564 | 4085634,43 | 0,618033962 |  |  |  | 1,95 | 0,366915417 |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **2** | 0,381966018 |  |

**Таблица №6:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!I11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 5. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом золотого сечения.

Последовательность, которая генерируется методом золотого сечения, имеет глобальный тип сходимости.

Величина скорости сходимости SC = 0,618033961557459.

### 6. Перечислите преимущества и недостатки метода золотого поиска.

Преимущества метода золотого сечения:

Метод можно применять в случае, если область поиска слишком велика.

Метод золотого сечения затрачивает минимум времени на вычисления на каждой итерации, тем самым, уменьшая общее время вычисления оптимального значения целевой функции.

Недостатки метода золотого сечения:

Целевая функция должна быть унимодальной на интервале [a;b], так как этот метод предполагает, что на интервале [a;b] только один локальный экстремум.

## Раздел №10: Описание лабораторной работы №10

### 1. Сформулируйте задачу оптимизации с учетом ограничений на примере задачи №2: «Найти максимум прибыли в зависимости от цены товара с учетом ограничений на величину кредита при использовании метода золотого сечения

Лабораторная работа №10: Исследование метода золотого сечения при решении задачи №2.

Задача №2: Найти максимум прибыли путем варьирования ценой рынка с учетом ограничения на величину кредита.

**Таблица №1:** Параметры модели рынка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ строки в Excel** | **№** | **A** | **B** | **Cost** | **D** | **Tolerance** | **Limit of Credit Value** | **Фамилия, Имя студента группы ПИ-1-14** | **X\*1** | **X\*2** | **alfa** |
| 11 | 7 | 3,10E+41 | 1,024 | 1390 | 1,7883 | 0,00001 | 1,010400E+05 | Готман Алексей Викторович | 1 929,470620 | 5,944461E+10 | 2E+40 |

**Модель рынка:**

Прибыль=Спрос\*(Цена-Себестоимость);

Спрос=A/(Цена+Цена\*B)^(2\*D);

Кредит=Себестоимость\*Спрос;

Кредит ≤ Ограничения

**Таблица №2:** Таблица Microsoft Excel:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image002.png   |  | | --- | | В исходное состояние | | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | Выбор допустимой погрешности | Rone=r | Rtwo=(1-r) | alfa |  |
| Программа, реализующая метод Золотого сечения |  |  |  |  |  | Пуск программы | 2 | 1E-15 | 0,618034 | 0,381966 | 2,4898E+40 | Допустимая Погрешность |
| Конечные точки начального интервала ak , bk | | | | | | | 1 | 100 000 000 000 000 000 |  |  |  | 0,001 |
| Номер итерации k | | | | | | | 900 |  |  |  |  | 0,0001 |
| **Обозначения точек интервала** | | | | | | | **ak** | **bk** | **ck** | **dk** | **hk** | 0,00001 |
| Вычисление точек ak, bk, ck, dk | | | | | | | 59444608068 | 59444608068 | 5,9445E+10 | 5,9445E+10 | 0 | 0,000001 |
| Вычисление целевой функции | | | | | | | 2,99871E-18 | 9,33854E-20 | 2,9987E-18 | 9,3385E-20 |  | 0,0000001 |
| Новые точки интервала ak+1, bk+1, ck+1, dk+1 | | | | | | | 59444608068 | 59444608068 | 5,9445E+10 | 5,9445E+10 | 0 | 0,00000001 |
| Сообщение о состоянии процесса поиска | | | | | | | **Решение найдено с желаемой точностью!** |  |  |  |  | 0,000000001 |
| Оптимальная цена | | | | | | | 5,944461E+10 | 5,944461E+10 |  |  |  | 1E-10 |
| Оптимальный спрос | | | | | | | 7,2691E+01 |  |  |  |  | 1E-11 |
| Оптимальная Прибыль | | | | | | | 3,4706E+11 |  |  |  |  | 1E-12 |
| Оптимальный Кредит | | | | | | | 1,0104E+05 |  |  |  |  | 1E-13 |
| Оптимальный Кредит-Ограничение | | | | | | | -4,6566E-10 |  |  |  |  | 1E-14 |
| Количество итераций N\* | | | | | | | 100 |  |  |  |  | 1E-15 |
| Ширина интервала hk | | | | | | | 7,62939E-05 |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Модель программы:** | | | | | alfa |
| L6:=sheet1!B11/(1+sheet1!C11)^(2\*sheet1!E11) |
| Конечные точки начального интервала ak , bk |  | I7:=H7-sheet5!$I$39 |  |  |  |
| Номер итерации k | H8:=IF(H6=1,0,H8+1) |  |  |  |  |
| **Обозначения точек интервала** | **ak** | **bk** | **ck** | **dk** | **hk** |
| Вычисление точек ak, bk, ck, dk | H10:=IF($H$8=0,H7,H12) | I10:=IF($H$8=0,I7,I12) | J10:=IF($H$8=0,$H$10+$K$6\*($I$10-$H$10),J12) | K10:=IF($H$8=0,$H$10+J6\*($I$10-$H$10),K12) | L10:=I10-H10 |
| Вычисление целевой функции | H11:=($L$6\*sheet1!$D$11/(H10^(2\*sheet1!$E$11))-sheet1!$G$11)^2 | I11:=($L$6\*sheet1!$D$11/(I10^(2\*sheet1!$E$11))-sheet1!$G$11)^2 | J11:=($L$6\*sheet1!$D$11/(J10^(2\*sheet1!$E$11))-sheet1!$G$11)^2 | K11:=($L$6\*sheet1!$D$11/(K10^(2\*sheet1!$E$11))-sheet1!$G$11)^2 |  |
| Новые точки интервала ak+1, bk+1, ck+1, dk+1 | H12:=IF($J$11<=$K$11,H10,J10) | I12:=IF($J$11<=$K$11,K10,I10) | J12:=IF($J$11<=$K$11,H12+K6\*(I12-H12),K10) | K12:=IF($J$11<=$K$11,J10,H12+J6\*(I12-H12)) | L12:=I12-H12 |
| Сообщение о состоянии процесса поиска | **H13:=IF(H6=1,"Программа в исходном состоянии",IF(ABS((I12-H12)/H12)<I6,"Решение найдено с желаемой точностью!","Продолжайте итерации, щелкая по кнопке <F9>"))** |  |  |  |  |
| Оптимальная цена | H14:=IF($H$8=0,$H$10,IF(ABS((I12-H12))<I6,H14,IF(J11<=K11,J10,K10))) | I14:=sheet1!J11 |  |  |  |
| Оптимальный спрос | H15:=sheet1!B24/(H14+H14\*sheet1!C24)^(2\*sheet1!E24) |  |  |  |  |
| Оптимальная Прибыль | H16:=L6\*(H14-sheet1!D24)/(H14+sheet1!C24\*H14)^(2\*sheet1!E24) |  |  |  |  |
| Оптимальный Кредит | H17:=H15\*sheet1!D24 |  |  |  |  |
| Оптимальный Кредит-Ограничение | H18:=H17-sheet1!G24 |  |  |  |  |
| Количество итераций N\* | H19:=IF($H$8=0,0,IF(ABS((I12-H12))<I6,H19,H8)) |  |  |  |  |
| Ширина интервала hk | H20:=IF(ABS((I12-H12))<I6,H20,I12-H12) |  |  |  |  |

**Таблица №3:** Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Размер области поиска: b-a** |
| 1 | 5,944527E+10 | 72,68774832 | 3,47045E+11 | 101035,9702 | -4,029835317 | 43 | 0,001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 2 | 5,944527E+10 | 72,68774832 | 3,47045E+11 | 101035,9702 | -4,029835317 | 47 | 0,0001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 3 | 5,944475E+10 | 72,69001552 | 3,47053E+11 | 101039,1216 | -0,87842342 | 52 | 0,00001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 4 | 5,944460E+10 | 72,6906771 | 3,47055E+11 | 101040,0412 | 0,041169885 | 57 | 0,000001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 5 | 5,944461E+10 | 72,69064727 | 3,47055E+11 | 101039,9997 | -0,000290184 | 62 | 0,0000001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 6 | 5,944461E+10 | 72,69064727 | 3,47055E+11 | 101039,9997 | -0,000290184 | 67 | 0,00000001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 7 | 5,944461E+10 | 72,69064752 | 3,47055E+11 | 101040 | 4,69121E-05 | 71 | 0,000000001 | 100 000 000 000 000 000 |
| 8 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -2,26912E-06 | 76 | 1E-10 | 100 000 000 000 000 000 |
| 9 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 4,71948E-07 | 81 | 1E-11 | 100 000 000 000 000 000 |
| 10 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 7,1348E-08 | 86 | 1E-12 | 100 000 000 000 000 000 |
| 11 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 1,24564E-08 | 90 | 1E-13 | 100 000 000 000 000 000 |
| 12 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -4,65661E-10 | 95 | 1E-14 | 100 000 000 000 000 000 |
| 13 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -4,65661E-10 | 100 | 1E-15 | 100 000 000 000 000 000 |

На основании данной таблицы исследована и получена следующая зависимость:

**2.1.** **Зависимость Количества итераций от Допустимой Погрешности.**

Из рисунке 10.1 видно, что чем выше точность вычислений, тем больше итераций необходимо совершить. Зависимость количества итераций от допустимой погрешности в данной задаче линейная. Это говорит о том, что мы найдем решение задачи при любой погрешности.

**Таблица №4:** Зависимость Количества итераций от размера области поиска.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **Оптимальная Цена** | **Оптимальный Спрос** | **Оптимальная Прибыль** | **Оптимальный Кредит** | **Оптимальный Кредит- Ограничение** | **Количество итераций** | **Допустимая Погрешность** | **Размер области поиска: b-a** |
| 1 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -4,65661E-10 | 100 | 1E-15 | 100 000 000 000 000 000 |
| 2 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -4,65661E-10 | 95 | 1E-15 | 10 000 000 000 000 000 |
| 3 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 91 | 1E-15 | 1 000 000 000 000 000 |
| 4 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 86 | 1E-15 | 100 000 000 000 000 |
| 5 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 81 | 1E-15 | 10 000 000 000 000 |
| 6 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 76 | 1E-15 | 1 000 000 000 000 |
| 7 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 71 | 1E-15 | 100 000 000 000 |
| 8 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 67 | 1E-15 | 10 000 000 000 |
| 9 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 62 | 1E-15 | 1 000 000 000 |
| 10 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 57 | 1E-15 | 100 000 000 |
| 11 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 52 | 1E-15 | 10 000 000 |
| 12 | 5,944461E+10 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 47 | 1E-15 | 1 000 000 |
| 13 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 43 | 1E-15 | 100000 |
| 14 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 38 | 1E-15 | 10000 |
| 15 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 33 | 1E-15 | 1000 |
| 16 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | -4,65661E-10 | 28 | 1E-15 | 100 |
| 17 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 23 | 1E-15 | 10 |
| 18 | 59444608068 | 72,69064748 | 3,47055E+11 | 101040 | 9,74978E-10 | 19 | 1E-15 | 1 |

На основании данной таблицы исследована и получена следующая зависимость

### 2.2. Зависимость Количества итераций от размера области поиска.

По рисунку 10.2 можно наблюдать снижение количества итераций при уменьшении области поиска. Зависимость количества итераций от размера области поиска в данной задаче линейная.

### 3. Ответы на вопросы:

### 3.1. Что такое золотое соотношение (золотой коэффициент)?

Метод золотого сечения использует решающий процесс, суть которого заключается в сжатии исходного интервала *[0; r]* либо справа и получении нового интервала *[0; r]*, либо слева и получении нового интервала *[1-r; 1].*

Затем этот новый подинтервал делится снова на три подинтервала с тем же самым соотношением, что и на первом шаге. Это означает что соотношение *()* должно быть равно соотношению *()*, то есть *() = ()*. Получается уравнение , где число  называется золотым числом или золотым соотношением.

Это число равно r = 0, 6180339887498950

### 3.2. Какому типу уравнения удовлетворяет золотой коэффициент?

Золотой коэффициент удовлетворяет уравнению .

### 3.3. Какому типу условия должна удовлетворять целевая функция на заданном интервале [a;b], чтобы можно было использовать золотой поиск для нахождения экстремума?

Для того, чтобы можно было использовать метод золотого сечения для поиска экстремума некоторой целевой функции *f(x)*, необходимо выполнение следующего условия:

Целевая функция должна быть унимодальной на интервале *[a; b]* , то есть на этом интервале существует единственное оптимальное значение *х\**.

### 3.4. Какой вид внутренних точек, которые мы обозначили буквами c и d, требуется вычислять по алгоритму золотого поиска?

Применяя метод золотого сечения, мы делим начальный интервал *[a; b]* двумя точками на 3 подинтервала. Эти точки вычисляются так:







### 3.5. Какой тип решающего (decision) процесса используется в алгоритме золотого поиска?

В алгоритме золотого поиска стационарный (правило вычисления новой точки *xk+1* не меняется на каждом шаге, то есть размер шага не зависит от номера итерации), одношаговый (использует только одну предыдущую точку для нахождения новой точки) итерационный процесс.

### 3.6. Какой блок-схемой описывается метод золотого поиска для нахождения:

а) минимума целевой функции

Поиск минимума целевой функции по методу золотого сечения описывается следующей блок-схемой:

Предположим, что интервал  был задан. Тогда алгоритм метода золотого сечения имеет вид:

Вычислим две внутренние точки этого интервала:





2) Вычислим значение целевой функции в точках *ck* и *dk*: *f(ck)* и *f(dk)*.

*if *

*then *

3) Если , то тогда итерационный процесс заканчивается, в противном случае итерации продолжаются

б) максимума целевой функции

Поиск максимума целевой функции по методу золотого сечения описывается следующей блок-схемой:

Предположим, что интервал  был задан. Тогда алгоритм метода золотого сечения имеет вид:

Вычислим две внутренние точки этого интервала:





Вычислим значение целевой функции в точках *ck* и *dk: f(ck)* и *f(dk)*.

*if *

*then *

Если , то тогда итерационный процесс заканчивается, в противном случае итерации продолжаются.

### 3.7. Каким желаемым свойством обладает метод золотого сечения? Какое желаемое свойство присуще методу золотого сечения?

Метод золотого сечения затрачивает минимум времени на вычисления на каждой итерации, тем самым, уменьшая общее время вычисления оптимального значения целевой функции.

### 3.8. Какой тип параметров может быть использован для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения?

Для поиска одного или нескольких возможных локальных экстремумов по методу золотого сечения необходимо использовать параметры a и b, то есть границы области поиска.

### 3.9. Можно ли применить алгоритм золотого сечения в случае, когда целевая функция не является дифференцируемой?

Если целевая функция не дифференцируема, то метод золотого сечения использовать можно, так как метод золотого сечения не использует производные от целевой функции.

### 3.10. Можно ли использовать метод золотого сечения в случае, когда целевая функция не является унимодальной на интервале [a;b]?

Если целевая функция не является унимодальной на интервале *[a;b]*, то метод золотого сечения не может быть применен, так как этот метод рассматривает на интервале *[a;b]* только один локальный экстремум.

### 4. Определите порядок сходимости и константу асимптотической ошибки для метода золотого сечения.

**Таблица №5:** Порядок сходимости σ и константа асимптотической ошибки А метода золотого сечения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 10.3 Исходные данные для определения скорости сходимости Метода золотого сечения | | | | Таблица 10.4. Программа для оценки скорости сходимости Метода золотого сечения | | | | | |
|
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | 3,81966E+16 | 3,81965E+16 |  | **1** | **59444608068** | 2,17E-03 | 1 | 0,002166147 | 0,002166147 |
| 2 | 2,36068E+16 | 2,36067E+16 | 0,618033394 |  |  |  | 1,05 | 0,021828025 |  |
| 3 | 1,45898E+16 | 1,45897E+16 | 0,618033027 | C:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.pngC:\Users\Neo\AppData\Local\Temp\msohtmlclip1\01\clip_image001.png | |  | 1,1 | 0,045247722 |  |
| 4 | 9,01699E+15 | 9,01693E+15 | 0,618032432 |  | 1,15 | 0,068106696 |  |
| 5 | 5,57281E+15 | 5,57275E+15 | 0,618031471 |  | 1,2 | 0,090418374 |  |
| 6 | 3,44419E+15 | 3,44413E+15 | 0,618029914 |  | 1,25 | 0,112195859 |  |
| 7 | 2,12862E+15 | 2,12856E+15 | 0,618027396 |  | 1,3 | 0,133451941 |  |
| 8 | 1,31556E+15 | 1,3155E+15 | 0,618023322 |  | 1,35 | 0,154199103 |  |
| 9 | 8,13062E+14 | 8,13002E+14 | 0,618016729 |  | 1,4 | 0,17444953 |  |
| 10 | 5,025E+14 | 5,0244E+14 | 0,61800606 |  | 1,45 | 0,194215115 |  |
| 11 | 3,10562E+14 | 3,10503E+14 | 0,617988798 |  | 1,5 | 0,213507466 |  |
| 12 | 1,91938E+14 | 1,91878E+14 | 0,617960863 |  | 1,55 | 0,232337914 |  |
| 13 | 1,18624E+14 | 1,18565E+14 | 0,617915654 |  | 1,6 | 0,250717518 |  |
| 14 | 7,33137E+13 | 7,32543E+13 | 0,617842483 |  | 1,65 | 0,268657071 |  |
| 15 | 4,53104E+13 | 4,52509E+13 | 0,61772403 |  | 1,7 | 0,28616711 |  |
| 16 | 2,80034E+13 | 2,79439E+13 | 0,617532213 |  | 1,75 | 0,303257918 |  |
| 17 | 1,7307E+13 | 1,72476E+13 | 0,617221439 |  | 1,8 | 0,319939533 |  |
| 18 | 1,06963E+13 | 1,06369E+13 | 0,616717525 |  | 1,85 | 0,336221751 |  |
| 19 | 6,6107E+12 | 6,55125E+12 | 0,615899358 |  | 1,9 | 0,352114135 |  |
| 20 | 4,08563E+12 | 4,02619E+12 | 0,614568114 |  |  |  | 1,95 | 0,367626019 |  |
|  |  |  |  | 0,0005 |  |  | **2** | 0,382766513 |  |

|  |
| --- |
| Вывод: Метод золотого сечения имеет линенийную сходимости потому, что ряд {abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma} сходится к значению А=0,618033961557459 только при sigma=1. |
|
|
|
|
|
|
|
|
|

**Таблица №6:** Формулы в ячейках:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Цена(k)** | **Ошибка: ek=abs(X\*-Xk)** | **Ak=ek+1/(ek)^sigma=abs(X\*-Xk+1)/abs(X\*-Xk)^sigma** | **sigma** | **X\*** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **List of sigma** | **abs((Ak-Ak+1)/Ak)** | **MIN[abs((Ak-Ak+1)/Ak)]** |
| 1 | B4:=ЕСЛИ(A4=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B4) | C4:=ABS($F$4-B4) |  | E4:=ИНДЕКС(H4:H24;L1) | F4:=sheet1!I11 | G4:=ABS((D43-D42)/D43) | 1 | I4:=ЕСЛИ($E$4=H4;$G$4;I4) | J4:=МИН(I4:I24) |
| 2 | B5:=ЕСЛИ(A5=sheet4!$A$7;sheet4!$B$7;B5) | C5:=ABS($F$4-B5) | D5:=C5/C4^$E$4 |  |  |  | 1,05 | I5:=ЕСЛИ($E$4=H5;$G$4;I5) |  |

### 5. Определите тип сходимости и значение скорости сходимости для последовательности, которая генерируется методом золотого сечения.

Последовательность, которая генерируется методом золотого сечения, имеет глобальный тип сходимости.

Величина скорости сходимости SC = 0,618033961557459.

### 6. Перечислите преимущества и недостатки метода золотого поиска.

Преимущества метода золотого сечения:

Метод можно применять в случае, если область поиска слишком велика.

Метод золотого сечения затрачивает минимум времени на вычисления на каждой итерации, тем самым, уменьшая общее время вычисления оптимального значения целевой функции.

Недостатки метода золотого сечения:

Целевая функция должна быть унимодальной на интервале [a;b], так как этот метод предполагает, что на интервале [a;b] только один локальный экстремум.

## Заключение

### 1.Сравните преимущества и недостатки методов оптимизации, которые вы изучали.

**Таблица №1:** Критерии для сравнения и выбора наилучшего алгоритма оптимизации при решении задачи № 1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Тип критерия | Метод равномерного поиска | Метод поразрядного приближения | Метод Ньютона | Метод Золотого сечения |
| 1 | Количество итераций на поиск решения при погрешности 0,01 | 8446 | 675 | 42 | 45 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | Минимально достижимая для данного метода Допустимая погрешность | 0,01 | 1E-09 | 1Е-11 | 1Е-13 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | Максимальный Размер начальной области поиска = =max|X0-X\*| | 84 | 1929 | 1928 | 1E+10 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 3 | 2 | 4 |
| 4 | Скорость сходимости | Линейная | Квадратичная | Квадратичная | Линейная |
|  | Максимальное количество баллов=3 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| 5 | Область сходимости | Глобальная | Глобальная | Локальная | Глобальная |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 6 | Использование производных от целевой функции | нет | нет | Да (f ‘(x), f ‘’(x)) | нет |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 7 | Количество вычислений целевой функции на каждой итерации | 1 | 1 | 6 | 1 |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | Время поиска решения с погрешностью 0.01 (в сек.) | 4,75 | 1,22 | 0,23 | 0,2 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 9 | Время на 1000 итераций (в сек.) | 1.37 | 0.26 | 0,2 | 0,2 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 4 | 4 |
| 10 | Баллы, оценивающие алгоритм | 12 | 20 | 23 | 25 |

**Таблица №2:** Критерии для сравнения и выбора наилучшего алгоритма оптимизации при решении задачи № 2.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Тип критерия | Метод равномерного поиска | Метод поразрядного приближения | Метод Ньютона | Метод Золотого сечения |
| 1 | Количество итераций на поиск решения при погрешности 0,01 | 5446 | 6024 | 103 | 43 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | Минимально достижимая для данного метода Допустимая погрешность | 100 | 0,000000001 | 1E-11 | 1E-15 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | Максимальный Размер начальной области поиска = =max|X0-X\*| | 500000000 | 59444608067 | 59 413 153 869 | 1E+17 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 3 | 2 | 4 |
| 4 | Скорость сходимости | Линейная | Квадратичная | Квадратичная | Линейная |
|  | Максимальное количество баллов=3 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| 5 | Область сходимости | Глобальная | Глобальная | Локальная | Глобальная |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 6 | Использование производных от целевой функции | нет | нет | Да (f ‘(x), f ‘’(x)) | нет |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 7 | Количество вычислений целевой функции на каждой итерации | 1 | 1 | 6 | 1 |
|  | Максимальное количество баллов=2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | Время поиска решения с погрешностью 0.01 (в сек.) | 15.88 | 1,32 | 0,31 | 0,2 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 9 | Время на 1000 итераций (в сек.) | 9,15 | 0.41 | 0.25 | 0.23 |
|  | Максимальное количество баллов=4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 10 | Баллы, оценивающие алгоритм | 12 | 20 | 20 | 27 |

Я сравнила 4 метода оптимизации, при которых были решены задачи №1 и №2, и получила следующие результаты (общие баллы, оценивающие алгоритм, в виде сумм результатов Таблицы №1 и Таблицы №2):

Метод Равномерного поиска имеет 24 балла

Метод Поразрядного приближения имеет 40 баллов

Метод Ньютона имеет 43 балла

Метод Золотого сечения имеет 52 балла.

По этим результатам видно, что метод Золотого сечения по сравнению с тремя другими методами имеет наивысший оценочный балл. Наихудшим является метод Равномерного поиска, а методы Поразрядного приближения и Ньютона имеют практически одинаковое количество баллов.

Итак, сравнение осуществлялось по 9 критериям:

*Количество итераций при погрешности 0,01***:** по этому критерию наилучшим является метод Золотого сечения, он тратит наименьшее количество итераций по итогам двух таблиц.

*Минимально возможная для метода Допустимая погрешность:*по итогам двух таблицпервое место занимает метод Золотого сечения. У него самая высокая точность решения.

*Максимальный Размер начальной области поиска max|X0-X\*|:*порезультатам двух таблиц лидирует метод Золотого сечения, так как у него самый большой размер области поиска.

*Скорость сходимости:*по этому критерию метод Ньютона и метод поразрядного приближения превосходят остальные методы, так как у этих двух методов квадратичная скорость сходимости, тогда как у метода Золотого сечения и метода равномерного поиска – линейная.

По *области сходимости*лучшими являются методы Золотого сечения, поразрядного поиска и равномерного поиска с глобальным типом сходимости. Последним является метод Ньютона, так как у него локальный тип сходимости.

По критерию *Использование производных от целевой функции* худшим является метод Ньютона, так, как только он требует вычисления первой и второй производных целевой функции.

*По количеству вычислений целевой функции на каждую итерацию*по итогам двух таблиц лучшими являются методы Золотого сечения, поразрядного поиска и равномерного поиска, так как они в процессе нахождения оптимального решения вычисляют целевую функцию только один раз. А метод Ньютона вычисляет 6 раз (во время вычисления первой производной -2 раза, во время вычисления второй – 4 раза).

По критерию *Время поиска решения с погрешностью 0.01* порезультатам двух таблиц лучшим является метод Золотого сечения и метод Ньютона.

*Время поиска решения за 1000 итераций:* по итогам двух таблицлучшим является метод Золотого сечения.

### Дайте ваши обоснованные рекомендации по выбору наилучшего метода оптимизации.

В результате сравнения четырех методов оптимизации, я пришла к выводу, что наилучшим из них является метод Золотого сечения, так как он имеет убедительное превосходство (8 из 9 критериев сравнения в пользу него) над другими рассмотренными методами оптимизации. И именно его я бы рекомендовала при решении задач оптимизации, подобных задачам №1 и №2. Обосновывая свой выбор тем, что применение этого метода оптимизации, по сравнению с тремя остальными, позволяет получить решение задачи с более высокой точностью при относительно меньших временных и материальных затратах.