Introduction

Оптимизационные проблемы возникают естественным образом во многих сверах. Например **инженер-строитель** должен выбрать материалы и пропорции для того, чтобы обеспечить безопасность здания и при этом экономичность. **Портфолио менеджер** должен выбрать инвестиции, которые позволяют получить наибольший уровень прибыи, при этом сохраняя риск потери капитала. **Руководитель предприятия** должен определить нагрузку на оборудование с целью максимизации объемов выпуска. **Ученый** стремится найти мат функцию, которая наилучшим образом описывает физ явления.

Во всех этих ситуациях общими являются 3 вещи: цель, ограничения, и решающие переменные.

1.Общей целью для инженера строителя может быть минимизировать затраты на строительство здания.

Прибыль = Доход – Затраты

2. Помима цели имеются ограничения, которые требуется учитывать при выборе действия. Инженер дожен учитывать опасность. Портфолио менеджер дожен сохранять риск потери основного капитала ниже уровня определенного руководство компании. Плант-менеджер должен учитывать спрос на свой товар. Кроме того он дожен учитывать рабочей силы и сырьевых материалов. Для ученого ограничений нет.

3. Оптимизационные переменные должны влиять на достижение цели.

**Экзаменационный вопрос**

Любые **оптимизационные проблемы** делятся на два типа:

1. Максимизировать результат, при заданных ресурсах
2. Минимизировать ресурсы, затраченные на достижение заданного результата

Формализация целей оптимизации

Она включает:

1. Описание проблемы на естественном языке.
2. Выбрать одну или более оптимизационных переменных.
3. Выбрать целевую функцию.
4. Определить множество ограничений
5. Формализация проблемы оптимизации. Лучше мат формулой.

Пример проектирования здания.

Описание проблемы:

Инженер-архитектор должен минимизировать затраты на подкоп к зданию.

n – number of flats

d – Depth

h – Height

l – Length

w – Width

Objective function:

Minimize an objective function d\*l\*w

Constraints:

Поскольку общее кол-во этажай заданно, общая высота здания выдается формулой (d + h) / n

Затраты на обогрев пропорционально общей площади сторон здания.

Наша задача: максимизировать прибиль за счет изменения цены товара, как для случая без ограничения на величину кридита, так и с учетом ее. Когда мы не учитываем это не четная лаба.

**Plant Operation**

Specification of problem: A tire manufacturing plant has the ability to produce both radial and bias-ply/cross-ply automobile tires. During the upcoming summer months, they have contracts to deliver rites as follows.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Date | Radial tires | Bias-ply tires |
| June 30 | 5000 | 3000 |
| July 31 | 6000 | 3000 |
| August 31 | 4000 | 5000 |
| Total | 15000 | 11000 |

The plant has two types of machines, gold machines and black machines, with appropriate molds to produce these tires

Портфолио менеджер инвестиционной компании хотел бы сделать инвестиции, такие чтобы инвесторы будут получать 10%, при условии минимизации риска потери. За предыдущие 6 лет прибыль от четырех главных типов инвестиций:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Type | Annual rates of return | | | | | | |
| Year | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Average |
| Blue chip stocks | 18.24 | 12.12 | 15.23 | 5.26 | 2.62 | 10.42 | 10.6483 |
| Technology stocks | 12.24 | 19.16 | 35.07 | 23.46 | -10.62 | -7.43 | 11.98 |
| Real estate | 8.23 | 8.96 | 8.35 | 9.16 | 8.05 | 7.29 | 8.34 |
| Bonds | 8.12 | 8.26 | 8.34 | 9.01 | 9.11 | 8.95 | 8.6317 |

Как мы видели в предыдущем параграфе большой набор ситуаций включающих оптимизацию может быть выражено общей формой

Для решения задач оптимизации рассматривают специальные формы общей задачи оптипизации. Для этих целей оптимизационные проблемы классифицируют на следующие типы:

1 – Задача оптимизации без ограничения. При этом целевые функции могут быть нелейными. Ленейные целевые функции не рассматриваются, потому что задачи оптимизации без ограничения с ленейной целевой функции не имеют смысла так как решение будет равно -

2 – Ленейные задачи. Для них существует спец метод Симплекс метод

3 - Квадратическое программирование. Целевая функция является квадратической, но все ограничительные функции являются линейными. Целевая функция называется квадратической если имеет один экстренум.

4 – Нелинейное программирование. Одна или более функций являются нелинейными.

Решение можно найти графическим способом. Построив график, мы увидим экстренум. Но он не точен. И кол-во переменных должно быть меньше двух.

Также решать можно Критерием оптимальности.

Численные методы для нелинеек. Метод наискорейшего спуска, метод сопряженного градиента, метод Ньютона.

Симплекс метод для линеек.

Метод внутренних точек.

Численные методы для решения общей задачи нелинейного программирования.

Так как для задач оптимизации без ограничения разработаны эффективные методы оптимизации, то появились методы которые преобразуют исходные задачи с ограничениями преобразуют в задачу без ограничениями. Это метод штрафных функций.

**Введение в методы оптимизации**

Оптимизационные проблемы это проблемы определение оптимального значения, которого достигает данная функция заданной области. Мы считаем что задана некая функция f: Rn -> R целевая функция достигает минимума при этом х f(x) <= f(y). Такая точка х называется минимайзером целевой функции.

Ограничивающее множество S обычно определяется системой неравенств. Любая точка х, которая является элементом множества S и которая удовлетворяет ограничениям называется допустимой точкой.

Если S = Rn, то проблема является задачей без ограничений. В общем виде любая оптимизационная проблема может быть описана в следующем виде.

Если какая либо из этих функций нелинейна, то мы имеем задачу нелинейного программирования.

Локальная против Глобальной оптимизации

Мы говорим что f имеет локальный минимум