Azerbaijan version. Birinci gün.
25 iyul 2007 – ci il.

Məsələ 1. Həqiqi $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ədədləri verilmişdir. Hər bir i $(1 \le i \le n)$ üçün

$$d_i = \max\left\{a_j : 1 \le j \le i\right\} - \min\left\{a_j : i \le j \le n\right\}$$

və

$$d = \max\left\{d_i : 1 \le i \le n\right\}$$

olsun.

(a) İsbat edin ki, istənilən həqiqi $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$ - ədədləri üçün

$$\max\{|x_i - a_i| \ : \ 1 \le i \le n\} \ge \frac{d}{2} \qquad (*)$$

bərabərsizliyi doğrudur.

(b) Göstərin ki, elə həqiqi $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$ ədədləri mövcuddur ki, onlar üçün $(*)$ bərabərsizliyi bərabərliyə çevrilir.

Məsələ 2. Elə beş A, B, C, D, E nöqtələri verilmişdir ki, $ABCD$ paraleloqramdır və $BCED$ dördbucaqlısının xaricinə çevrə çəkmək mümkündür. A nöqtəsindən keçən l düz xətti DC parçasını onun daxili F nöqtəsində, BC düz xəttini isə G nöqtəsində kəsir. Fərz edək ki, $EF = EG = EC$. İsbat edin ki, l düz xətti DAB bucağının tənbölənidir.

Məsələ 3. Riyaziyyat müsabiqəsində iştirakçılardan bəziləri öz aralarında dostluq edirlər ; əgər *A* *B*-nin dostudursa, onda *B* də *A*-nın dostudur. Əgər müsabiqə iştirakçılarından təşkil olunmuş hər hansı qrupdaki iştirakçılardan istənilən ikisi dostluq edirsə, onda bu qrupu *klik* adlandıracağıq. (Xüsusi halda, ikidən az saylı iştirakçıdan ibarət istənilən qrup klikdir)
Klikdə olan iştirakçılar sayına klikin *ölçüsü* deyəcəyik.

Məlumdur ki, bu müsabiqədəki kliklərin aldığı ən böyük ölçü cüt ədəddir. İsbat edin ki, bütün iştirakçıları iki otağa elə yerləşdirmək mümkündür ki, bir otaqdaki kliklərin ən böyük ölçüsü digər otaqdaki kliklərin ən böyük ölçüsünə bərabər olsun.

Ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə.
Hər bir məsələ 7 balla qiymətləndirilir.

Azerbaijan version. İkinci gün.
26 iyul 2007 – ci il.

Məsələ 4. *ABC* üçbucağının *BCA* bucağının tənböləni bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrəni ikinci dəfə *R* nöqtəsində, *BC* parçasının orta perpendikulyarını *P* nöqtəsində, *AC* parçasının orta perpendikulyarını isə *Q* nöqtəsində kəsir. *BC* parçasının orta nöqtəsi *K*, *AC* parçasının orta nöqtəsi isə *L* olsun. *RPK* və *RQL* üçbucaqlarının sahələrinin bərabər olduğunu isbat edin.

Məsələ 5..
a və b müsbət tam ədədlər olsun. $(4a^2-1)^2$ ədədi $(4ab-1)$ ədədinə qalıqsız bölünərsə, $a=b$ olduğunu isbat edin.

Məsələ 6. n müsbət tam ədəd olsun. Üç ölçülü fəzada $(n+1)^3-1$ sayda nöqtələrdən ibarət

$$S=\{(x,y,z): x,y,z\in\{0,1,\ldots,n\},\ x+y+z>0\}$$

çoxluğuna baxaq. Birləşmələri *S* çoxluğunu tamamilə özündə saxlayan, lakin *(0,0,0)* nöqtəsini saxlamayan müstəvilərin ən kiçik mümkün sayını tapın.

Ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə.
Hər bir məsələ 7 balla qiymətləndirilir.