Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики

Кафедра информатики и прикладной математики

**Домашняя работа №2**

**Вариант 19**

**Дисциплина «Моделирование»**

**Выполнил:**

Съестов Дмитрий Вячеславович

Группа P3317

**Преподаватель:**

Муравьёва-Витковская Людмила Александровна

Санкт-Петербург

2019

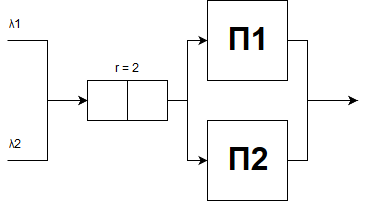
1. **Постановка задачи и исходные данные**

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования приоритетных моделей – систем массового обслуживания (СМО) с неоднородным потоком заявок.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Организация системы | | | | | | | | | | |
| К | П | ЕН | ВЗП | ДО | ПНП | ДБ | λ1 | λ2 | b1 | b2 |
| 19 | 2 | 2 | 2 | (а) | ОП | 1-2 | (б) | 1.0 | 1.5 | 0.1 | 0.2 |

**2) Описание исследуемой системы.**

* 2 обслуживающих прибора
* поток заявок неоднородный, в систему поступают два класса заявок
* имеется один общий накопитель ёмкостью 2
* **Дисциплина обслуживания:** относительные приоритеты (ОП); заявки 1 класса имеют приоритет по отношению к заявкам 2 класса
* **Варианты занятия прибора:** поступившая заявка занимает любой свободный прибор с равной вероятностью
* **Дисциплина буферизации:** заявка высокого приоритета, поступающая в систему при заполненном общем накопителе, вытесняет из него заявку низшего приоритета, которая теряется

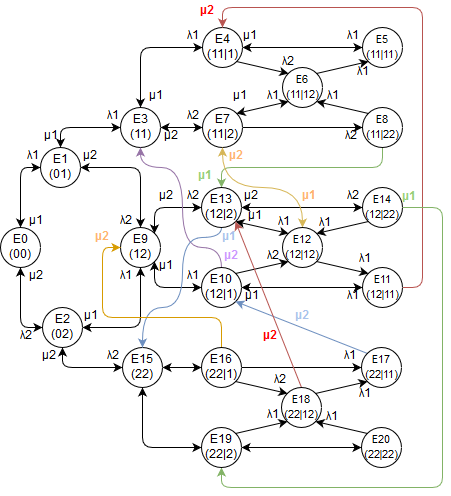


**Перечень состояний Марковского процесса для исследуемой системы**

Кодируем состояния следующим образом: П1П2|r, где П1 и П2 - приборы, а r – заявки в накопителе; 0 означает отсутствие заявки, 1 означает присутствие заявки первого класса, 2 – второго.

|  |  |
| --- | --- |
| Номер | Состояние |
| Е0 | 00 |
| E1 | 01 |
| Е2 | 02 |
| Е3 | 11 |
| Е4 | 11|1 |
| Е5 | 11|11 |
| Е6 | 11|12 |
| Е7 | 11|2 |
| Е8 | 11|22 |
| Е9 | 12 |
| Е10 | 12|1 |
| Е11 | 12|11 |
| Е12 | 12|12 |
| Е13 | 12|2 |
| Е14 | 12|22 |
| Е15 | 22 |
| Е16 | 22|1 |
| Е17 | 22|11 |
| Е18 | 22|12 |
| Е19 | 22|2 |
| Е20 | 22|22 |

# Граф переходов



# Матрица интенсивностей переходов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 0 |  | λ1 | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | μ1 |  |  | λ1 |  |  |  |  |  | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | μ2 |  |  |  |  |  |  |  |  | λ1 |  |  |  |  |  | λ2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  | μ1 |  |  | λ1 |  |  | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  | μ1 |  | λ1 | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  | λ1 |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  | λ1 |  | λ2 |  |  |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  | λ1 |  |  |  |  |  |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  | μ2 | μ1 |  |  |  |  |  |  |  | λ1 |  |  | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  | μ2 |  |  |  |  |  | μ1 |  | λ1 | λ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11 |  |  |  |  | μ2 |  |  |  |  |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  |  | λ1 |  | μ1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  | λ1 |  | λ2 | μ1 |  |  |  |  |  |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | λ1 | μ2 |  |  |  |  |  | μ1 |  |
| 15 |  |  | μ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | λ1 |  |  | λ2 |  |
| 16 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  |  |  |  |  |  | λ1 | λ2 |  |  |
| 17 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 18 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  |  | λ1 |  |  |  |
| 19 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | μ2 |  |  | λ1 |  | λ2 |
| 20 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | λ1 | μ2 |  |

# Стационарные вероятности состояний

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Вер-сть | 0,6298 | 0,0637 | 0,1876 | 0,0064 | 0,0007 | 0,0001 | 0,0003 | 0,0015 |
| Номер | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Вер-сть | 0,0002 | 0,0204 | 0,0019 | 0,0002 | 0,0014 | 0,0041 | 0,0004 | 0,0516 |
| Номер | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Вер-сть | 0,0069 | 0,0023 | 0,0044 | 0,0130 | 0,0032 |

**Результаты расчета характеристик функционирования системы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Характеристика** | **Класс**  **заявок** | **Расчетная формула** | **Значение** |
| Нагрузка | 1 | y1=λ1/μ1 | 0,1000 |
| 2 | y2=λ2/μ2 | 0,3000 |
| Сумм. | y=y1+y2 | 0,4000 |
| Загрузка | 1 | ρ1=p1+p3+…+p14 | 0,1013 |
| 2 | ρ2=p2+p9+…+p20 | 0,2974 |
| Сумм. | R=ρ1+ρ2 | 0,3987 |
| Длина очереди | 1 | l1= p4+2p5+p6 + p10+2p11+p12 + p16+2p17+p18 | 0,0208 |
| 2 | l2=p6+p7+2p8 + p12+p13+2p14 + p18+p19+2p20 | 0,0323 |
| Сумм. | l=l1+l2 | 0,0531 |
| Число заявок | 1 | m1 = l1 + p1 + 2(p3 + … + p8) + p9+…+p14 | 0,1313 |
| 2 | m2 = l2 + p2 + p9+…p14 + 2\*(p15+…+p20) | 0,4111 |
| Сумм. | m=m1+m2 | 0,5424 |
| Время ожидания | 1 | w1=l1/λ'1 | 0,0209 |
| 2 | w2=l2/λ'2 | 0,0218 |
| Сумм. | w=l/λ' | 0,0214 |
| Время пребывания | 1 | u1=m1/λ'1 | 0,1316 |
| 2 | u2=m2/λ'2 | 0,2775 |
| Сумм. | u=m/λ' | 0,2188 |
| Вероятность потери | 1 | π1=p5+p11+p17 | 0,0026 |
| 2 | π2=p5+p6+p8 + p11+p12+p14 + p17+p18+p20 | 0,0125 |
| Сумм. | π=(λ1\*π1+λ2\*π2)/(λ1+λ2) | 0,0085 |
| Производительность | 1 | λ'1=λ1(1-π1) | 0,9974 |
| 2 | λ'2=λ2(1-π2) | 1,4813 |
| Сумм. | λ'=λ'1+λ'2 | 2,4787 |

**Результаты варьирования параметров**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Класс заявок | Интенсивности потоков заявок (шаг = 0.5) | | | | | Интенсивности обслуживания (шаг = -0.75) | | | | |
| 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 9.25 | 8.5 | 7.75 | 7 | 6.25 |
| 2 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.25 | 3.5 | 2.75 | 2 | 1.25 |
| Нагрузка | 1 | 0,1500 | 0,2000 | 0,2500 | 0,3000 | 0,3500 | 0,1081 | 0,1176 | 0,1290 | 0,1429 | 0,1600 |
| 2 | 0,4000 | 0,5000 | 0,6000 | 0,7000 | 0,8000 | 0,3529 | 0,4286 | 0,5455 | 0,7500 | 1,2000 |
| Сумм. | 0,5500 | 0,7000 | 0,8500 | 1,0000 | 1,1500 | 0,4610 | 0,5462 | 0,6745 | 0,8929 | 1,3600 |
| Загрузка | 1 | 0,1013 | 0,1527 | 0,2038 | 0,2537 | 0,3015 | 0,1013 | 0,1066 | 0,1125 | 0,1189 | 0,1259 |
| 2 | 0,2973 | 0,3877 | 0,4662 | 0,5303 | 0,5796 | 0,2973 | 0,3284 | 0,3660 | 0,4121 | 0,4692 |
| Сумм. | 0,3986 | 0,5404 | 0,6700 | 0,7840 | 0,8811 | 0,3986 | 0,4350 | 0,4785 | 0,5310 | 0,5951 |
| Длина очереди | 1 | 0,0207 | 0,0520 | 0,0977 | 0,1548 | 0,2189 | 0,0207 | 0,0271 | 0,0364 | 0,0504 | 0,0723 |
| 2 | 0,0323 | 0,0684 | 0,1137 | 0,1627 | 0,2108 | 0,0323 | 0,0415 | 0,0544 | 0,0728 | 0,0997 |
| Сумм. | 0,0531 | 0,1204 | 0,2114 | 0,3175 | 0,4297 | 0,0531 | 0,0687 | 0,0908 | 0,1232 | 0,1719 |
| Число заявок | 1 | 0,1312 | 0,2249 | 0,3365 | 0,4612 | 0,5936 | 0,1312 | 0,1437 | 0,1598 | 0,1812 | 0,2111 |
| 2 | 0,4110 | 0,5871 | 0,7601 | 0,9167 | 1,0488 | 0,4110 | 0,4681 | 0,5407 | 0,6351 | 0,7599 |
| Сумм. | 0,5422 | 0,8120 | 1,0966 | 1,3779 | 1,6424 | 0,5422 | 0,6118 | 0,7005 | 0,8163 | 0,9710 |
| Время ожидания | 1 | 0,0139 | 0,0262 | 0,0398 | 0,0533 | 0,0658 | 0,0208 | 0,0272 | 0,0366 | 0,0508 | 0,0732 |
| 2 | 0,0164 | 0,0283 | 0,0404 | 0,0516 | 0,0614 | 0,0218 | 0,0282 | 0,0371 | 0,0502 | 0,0700 |
| Сумм. | 0,0153 | 0,0273 | 0,0401 | 0,0524 | 0,0636 | 0,0214 | 0,0278 | 0,0369 | 0,0505 | 0,0713 |
| Время пребывания | 1 | 0,0877 | 0,1134 | 0,1371 | 0,1589 | 0,1785 | 0,1315 | 0,1443 | 0,1607 | 0,1827 | 0,2138 |
| 2 | 0,2081 | 0,2427 | 0,2702 | 0,2909 | 0,3053 | 0,2775 | 0,3174 | 0,3692 | 0,4382 | 0,5333 |
| Сумм. | 0,1562 | 0,1845 | 0,2082 | 0,2276 | 0,2429 | 0,2188 | 0,2476 | 0,2849 | 0,3344 | 0,4026 |
| Вероятность потери | 1 | 0,0026 | 0,0083 | 0,0184 | 0,0325 | 0,0499 | 0,0026 | 0,0037 | 0,0054 | 0,0081 | 0,0130 |
| 2 | 0,0125 | 0,0325 | 0,0624 | 0,0995 | 0,1410 | 0,0125 | 0,0169 | 0,0236 | 0,0338 | 0,0501 |
| Сумм. | 0,0083 | 0,0218 | 0,0424 | 0,0686 | 0,0985 | 0,0085 | 0,0116 | 0,0163 | 0,0235 | 0,0352 |
| Производительность | 1 | 1,4961 | 1,9833 | 2,4541 | 2,9025 | 3,3253 | 0,9974 | 0,9963 | 0,9946 | 0,9919 | 0,9870 |
| 2 | 1,9750 | 2,4187 | 2,8129 | 3,1516 | 3,4359 | 1,4812 | 1,4746 | 1,4646 | 1,4493 | 1,4248 |
| Сумм. | 3,4711 | 4,4020 | 5,2670 | 6,0541 | 6,7612 | 2,4787 | 2,4709 | 2,4593 | 2,4411 | 2,4119 |

**Графики зависимостей параметров**

**Вывод**

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что увеличение интенсивности потока заявок ведет к увеличению нагрузки, загрузки, средней длины очереди и других характеристик, а при увеличении интенсивности обслуживания эти характеристики снижаются.