



## THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

... FLEURY ...  
 ... Sebastien ...  
 .....  
 .....

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☒6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☒9  
☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☒4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☒3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ☒ ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « ☒ » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

2/2 ☒ J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 5 entêtes sont +291/1/xx+...+291/5/xx+.

**Q.2** Soit  $L_1$  et  $L_2$  deux langages sur l'alphabet  $\Sigma$ . Si  $L_1 \cap \overline{L_2} = \emptyset$  alors

-1/2 ☒  $L_1 = L_2$  ☐  $L_1 \cap L_2 = \emptyset$  ☐  $L_1 \supseteq L_2$  ☒  $L_1 \subseteq L_2$

**Q.3** Pour  $L_1 = \{ab\}^*$ ,  $L_2 = \{a\}^*\{b\}^*$  :

2/2 ☒  $L_1 \not\subseteq L_2$  ☐  $L_1 \subseteq L_2$  ☐  $L_1 \supseteq L_2$  ☐  $L_1 = L_2$

**Q.4** Que vaut  $\{\epsilon, a, b\} \cdot \{a, b\}$  ?

2/2 ☐  $\{aa, bb\}$  ☐  $\{aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb\}$  ☒  $\{a, b, aa, ab, ba, bb\}$

**Q.5** Que vaut  $\text{Pref}(\{ab, c\})$  :

2/2 ☐  $\emptyset$  ☐  $\{b, \epsilon\}$  ☐  $\{b, c, \epsilon\}$  ☐  $\{a, b, c\}$  ☒  $\{ab, a, c, \epsilon\}$

**Q.6** Que vaut  $\text{Fact}(\{a\}\{b\}^*)$  (l'ensemble des facteurs)

0/2 ☐  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{\epsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$  ☐  $\{a\}\{b\}^*\{a\}$  ☐  $\{a, b\}^*\{b\}\{a, b\}^*$   
☒  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$

**Q.7** Pour toute expression rationnelle  $e$ , on a  $\emptyset e \equiv e\emptyset \equiv e$ .

2/2 ☐ vrai ☒ faux

**Q.8** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $(e + f)^* \equiv (e^* + f)^*$ .

2/2 ☐ faux ☒ vrai

**Q.9** Un langage quelconque

2/2 ☐ peut n'inclure aucun langage dénoté par une expression rationnelle  
☐ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire  
☐ peut être indénombrable  
☒ contient toujours ( $\supseteq$ ) un langage rationnel

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $a \in \Sigma$ ,  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , on a  $L_1^* = L_2^* \implies L_1 = L_2$ .

2/2 ☐ vrai ☒ faux



Q.11 Ces deux expressions rationnelles :

$$(a^* + b)^* + c((ab)^*(bc))^*(ab)^* \quad c(ab + bc)^* + (a + b)^*$$

- ☐ ne sont pas équivalentes ☐ sont identiques ☒ sont équivalentes  
☐ dénotent des langages différents

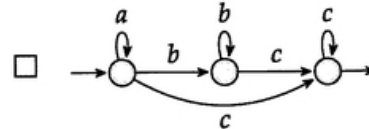
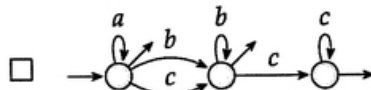
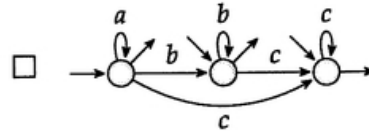
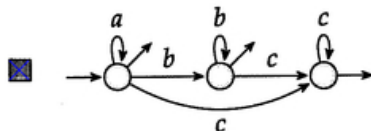
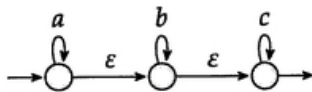
Q.12 Quelle est l'écriture la plus raisonnable ?

- ☐ machine à état fini ☒ machine à états finie ☐ machine à état finis  
☐ machine à états finis

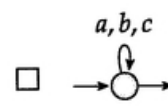
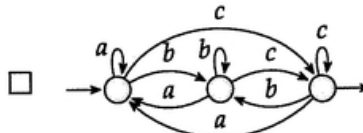
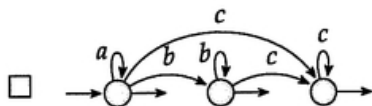
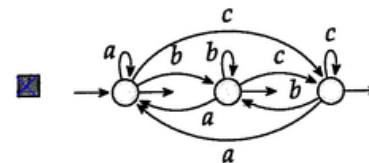
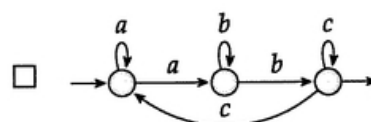
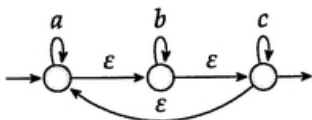
Q.13 L'automate de Thompson de l'expression rationnelle  $(ab)^*c$

- ☐ est déterministe ☐ n'a aucune transition spontanée ☐ ne contient pas de cycle  
☒ a 8, 10, ou 12 états

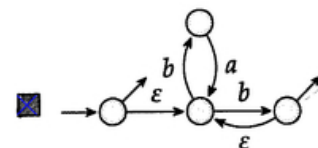
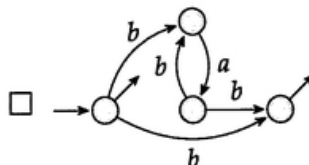
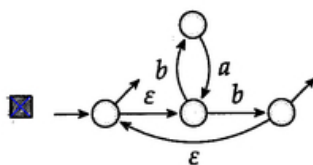
Q.14 Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées ?



Q.15 Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées ?



Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents ?



- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.17 Le langage  $\{\forall^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}$  est

- ☐ fini ☒ rationnel (!) ☐ vide ☐ non reconnaissable par automate fini



Q.18 A propos du lemme de pompage

- ☐ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas forcément rationnel  
☐ Si un langage le vérifie, alors il est rationnel  
☒ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas rationnel

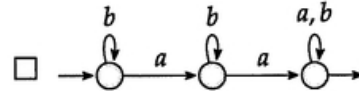
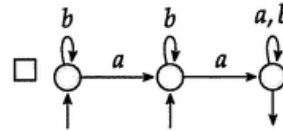
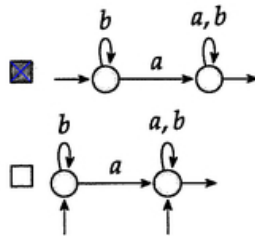
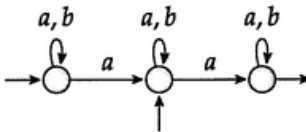
Q.19 Si  $L_1 \subseteq L \subseteq L_2$ , alors  $L$  est rationnel si :

- ☐  $L_2$  est rationnel ☐  $L_1, L_2$  sont rationnels ☐  $L_1$  est rationnel  
☒  $L_1, L_2$  sont rationnels et  $L_2 \subseteq L_1$

Q.20 Quelle séquence d'algorithmes teste l'appartenance d'un mot au langage d'une expression rationnelle ?

- ☐ Thompson, détermination, Brzozowski-McCluskey.  
☒ Thompson, élimination des transitions spontanées, détermination, minimisation, évaluation.  
☐ Thompson, détermination, évaluation.  
☐ Thompson, détermination, élimination des transitions spontanées, évaluation.

Q.21 Déterminer cet automate :



Q.22 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- ☒ Complémentaire ☒ Différence symétrique ☒ Union ☒ Intersection  
☒ Différence ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.23 Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

- ☐  $Rec \supseteq Rat$  ☐  $Rec \not\subseteq Rat$  ☐  $Rec \subseteq Rat$  ☒  $Rec = Rat$

Q.24 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- ☒ Suff ☒ Pref ☒ Sous-mot ☒ Fact ☒ Transpose  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.25 On peut tester si un automate nondéterministe reconnaît un langage non vide.

- ☐ souvent ☐ rarement ☒ oui, toujours ☐ jamais

Q.26 On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

- ☒ Oui ☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel ☐ Cette question n'a pas de sens  
☐ Non

Q.27 Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

- ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi ☒  $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$  aussi ☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$   
☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$

Q.28 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b\}^+$  ?

- ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ Il en existe plusieurs !

**Q.29** Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement?

2/2

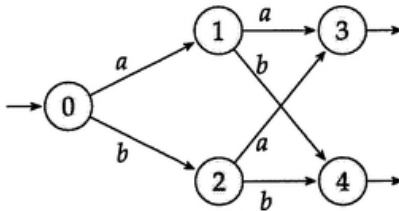
- $$\begin{array}{lll} \blacksquare & \{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\} & \square \quad \{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\} \\ & \square \quad \{u \in \Sigma^* \mid u \in L\} & \square \quad \{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\} \end{array}$$

**Q.30** Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, ab, abc\}$ ?

2/2

- ☐ Il n'existe pas. ☒ 4 ☐ 6 ☐ 7

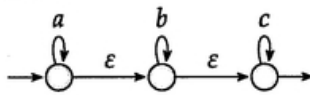
**Q.31** ♣ Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.



2/2

- ☒ 3 avec 4  
☐ 2 avec 4  
☒ 1 avec 2  
☐ 0 avec 1 et avec 2  
☐ 1 avec 3  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Q.32**



Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

2/2

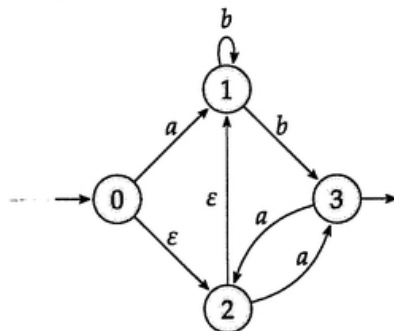
- ☐  $(abc)^*$       ☐  $a^* + b^* + c^*$       ☐  $(a + b + c)^*$       ☒  $a^*b^*c^*$

**Q.33** Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son transposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

0/2

- ☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$       ☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$       ☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage

**Q.34**

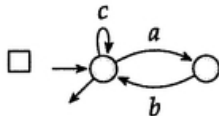
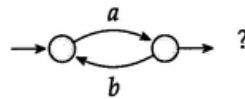


0/2

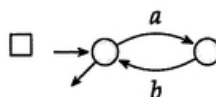
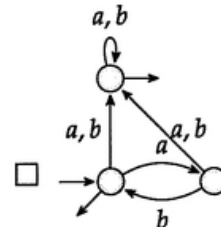
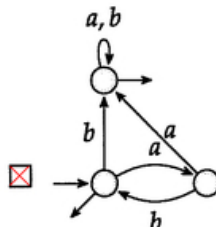
Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0?

- ☒  $(ab^+ + a + b^+)(a(a + b^+))^*$   
☐  $(ab^* + (a + b)^*)a(a + b)^*$   
☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b)^*$   
☐  $(ab^* + (a + b)^*)(a + b)^+$   
☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b^*)$

Q.35 Sur  $\{a, b\}$ , quel est le complémentaire de  $\rightarrow \text{---} \overset{a}{\curvearrowright} \text{---} \rightarrow$  ?



0/2

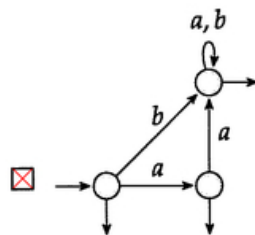
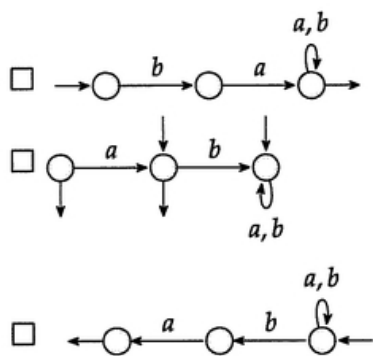


Q.36 Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de  ?



+291/5/26+

0/2



Fin de l'épreuve.



+291/6/25+