



# THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

LEON.....  
Felix.....  
.....  
.....

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☒1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☒1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☒7 ☐8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

2/2 ☒ J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 5 entêtes sont +158/1/xx+...+158/5/xx+.

**Q.2** Un alphabet est toujours muni d'une relation d'ordre :

2/2 ☒ faux ☐ vrai

**Q.3** Pour  $L_1 = \{a, b\}^*$ ,  $L_2 = \{a\}^* \{b\}^*$  :

2/2 ☒  $L_1 \supseteq L_2$  ☐  $L_1 \subseteq L_2$  ☐  $L_1 = L_2$  ☐  $L_1 \not\subseteq L_2$

**Q.4** Soit le langage  $L = \{a, b\}^*$ .

2/2 ☐  $\text{Suff}(L) \subseteq \text{Pref}(L)$  ☒  $\text{Suff}(L) = \text{Pref}(L)$  ☐  $\text{Suff}(L) \cup \text{Pref}(L) = \emptyset$   
☐  $\text{Suff}(L) \cap \text{Pref}(L) = \emptyset$

**Q.5** Que vaut  $\text{Pref}(\{ab, c\})$  :

2/2 ☐  $\{a, b, c\}$  ☐  $\{b, c, \epsilon\}$  ☐  $\emptyset$  ☐  $\{b, \epsilon\}$  ☒  $\{ab, a, c, \epsilon\}$

**Q.6** Que vaut  $\overline{\{a\}\{b\}^*} \cap \{a\}^*$

-1/2 ☐  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$  ☒  $\{\epsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$  ☒  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{a, b\}^* \{b\}\{a, b\}^*$   
☐  $\{a\}\{b\}^* \{a\}$

**Q.7** Pour toute expression rationnelle  $e$ , on a  $e + \emptyset \equiv \emptyset + e \equiv e$ .

2/2 ☒ vrai ☐ faux

**Q.8** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $(ef)^* e \equiv e(fe)^*$ .

2/2 ☒ vrai ☐ faux

**Q.9** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , simplifier  $e^*(e + f)^* f^*$ .

2/2 ☒  $(e + f)^*$  ☐  $e^* + f^*$  ☐  $e^* f^*$  ☐  $e + f^*$  ☐  $e^* + f$

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $A, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , on a  $A \cdot L_1 = A \cdot L_2 \implies L_1 = L_2$ .

2/2 ☒ faux ☐ vrai

**Q.11** L'expression Perl ' $[ -+ ]? [ 0-9A-F ] + ( [ -+ / * ] [ -+ ]? [ 0-9A-F ] + )^*$ ' n'engendre pas :

2/2 ☐ '-42-42' ☐ '-42' ☐ '42+42' ☒ '42+(42\*42)'



Q.12 Combien d'états compte l'automate de Thompson d'une expression rationnelle composée de  $n$  opérations autres que la concaténation :

0/2

- ☐  $n$ 
☐  $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}$   $n$  fois
☐  $2^n$ 
☒  $2n$ 
☐  $n^2$ 
☐  $\frac{n}{2}$

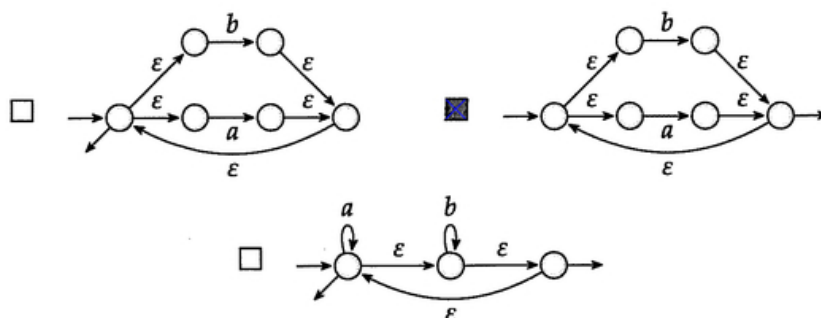
Q.13 Un automate fini qui a des transitions spontanées...

2/2

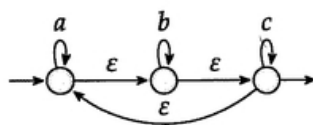
- ☐ est déterministe
 ☒ n'est pas déterministe
 ☐ n'accepte pas  $\epsilon$ 
☐ accepte  $\epsilon$

Q.14 Quel automate ne reconnaît pas le langage décrit par l'expression  $(a^*b^*)^*$ .

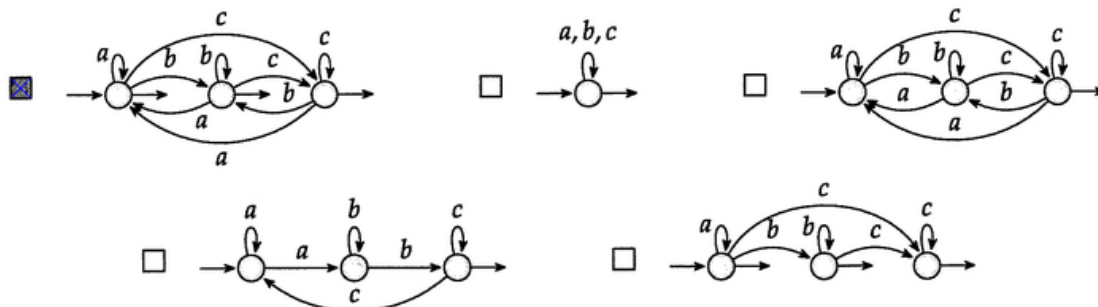
2/2



Q.15



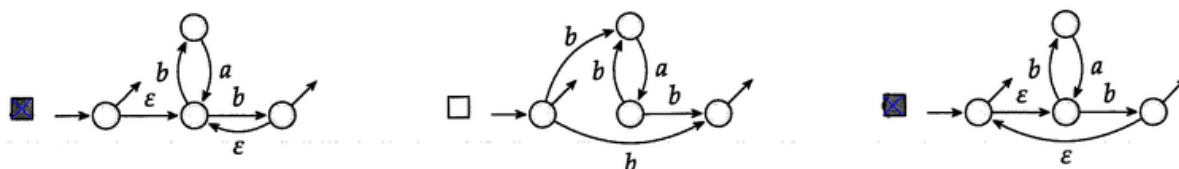
Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées?



2/2

Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents?

2/2



☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.17 Le langage  $\{a^n b^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}$  est

2/2

- ☐ rationnel
 ☒ non reconnaissable par automate
 ☐ fini
 ☐ vide

Q.18 A propos du lemme de pompage

2/2

- ☐ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas forcément rationnel  
☐ Si un langage le vérifie, alors il est rationnel  
☒ Si un langage ne le vérifie pas, alors il n'est pas rationnel

Q.19 Si un automate de  $n$  états accepte  $a^n$ , alors il accepte...



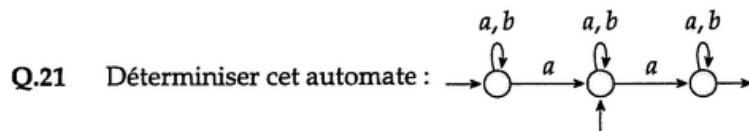
2/2

- ☒  $a^p(a^q)^*$  avec  $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^* : p + q \leq n$ 
☐  $a^{n+1}$ 
☐  $a^n a^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$   
☐  $(a^n)^m$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$

**Q.20** Combien d'états au moins a un automate déterministe émondé qui accepte les mots sur  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  dont la  $n$ -ième lettre avant la fin est un  $a$  (i.e.,  $(a + b + c + d)^* a (a + b + c + d)^{n-1}$ ) :

0/2

- ☒  $2^n$ 
☐  $4^n$ 
☐ Il n'existe pas.
 ☐  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$



2/2



**Q.22** ☞ Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

0/2

- ☒ Différence
 ☒ Différence symétrique
 ☒ Union
 ☒ Intersection  
☒ Complémentaire
 ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Q.23** ☞ Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

0/2

- ☒ Sous-mot
 ☒ Suff
 ☒ Transpose
 ☒ Fact
 ☒ Pref  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Q.24** Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

-1/2

- ☒  $Rec \supseteq Rat$ 
☒  $Rec = Rat$ 
☐  $Rec \subseteq Rat$ 
☐  $Rec \not\subseteq Rat$

**Q.25** Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

0/2

- ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi
 ☒  $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$  aussi
 ☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$   
☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$

**Q.26** En soumettant à un automate un nombre fini de mots de notre choix et en observant ses réponses, mais sans en regarder la structure (test boîte noire), on peut savoir s'il...

0/2

- ☐ accepte un langage infini
 ☐ est déterministe
 ☐ a des transitions spontanées  
☒ accepte le mot vide

**Q.27** On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

0/2

- ☒ Oui
 ☐ Non
 ☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel  
☐ Cette question n'a pas de sens

**Q.28** Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b, c, \dots, y, z\}^+$  ?

2/2

- ☒ 2
 ☐ Il en existe plusieurs!
 ☐ 26
 ☐ 1
 ☐ 52

**Q.29** Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement ?

2/2

- ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\}$ 
☒  $\{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\}$ 
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L\}$   
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\}$

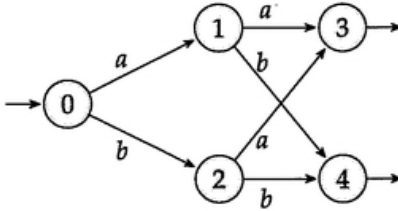
**Q.30** Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, ab, abc\}$ ?

2/2

☐ Il n'existe pas.      ☐ 7      ☒ 4      ☐ 6

**Q.31** Ⓢ Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.

1/2



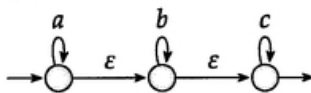
☐ 1 avec 3  
☒ 3 avec 4  
☐ 2 avec 4  
☐ 0 avec 1 et avec 2  
☒ 1 avec 2  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Q.32** Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son transposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

2/2

☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$       ☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage  
☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$       ☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$

**Q.33**

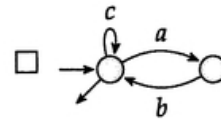
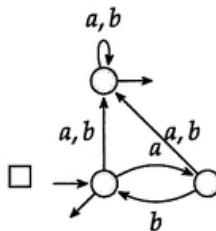
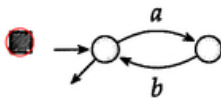
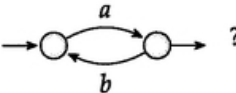


Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

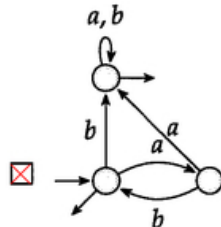
2/2

☐  $a^* + b^* + c^*$       ☐  $(abc)^*$       ☐  $(a + b + c)^*$       ☒  $a^*b^*c^*$

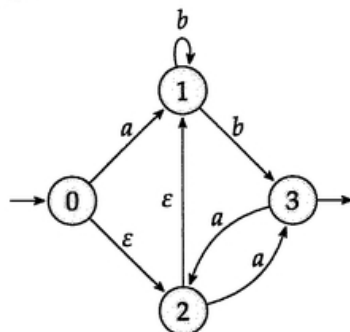
**Q.34** Sur  $\{a, b\}$ , quel est le complémentaire de  $\rightarrow \textcircled{\phantom{x}} \xrightarrow{a} \textcircled{\phantom{x}} \rightarrow ?$



-1/2



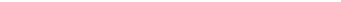
**Q.35**

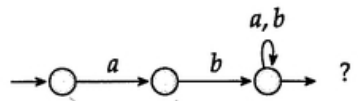


Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0?

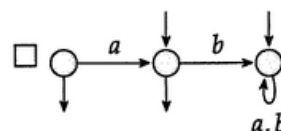
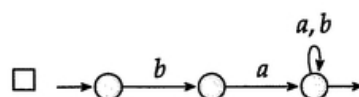
- ☐  $(ab^* + (a + b)^*)(a + b)^+$
- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b^*)$
- ☒  $(ab^+ + a + b^+)(a(a + b^+))^*$
- ☐  $(ab^* + a + b^*)a(a + b)^*$
- ☐  $(ab^* + (a + b)^*)a(a + b)^*$

2/2

**Q.36** Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de  ?



2/2

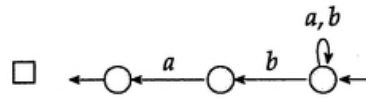
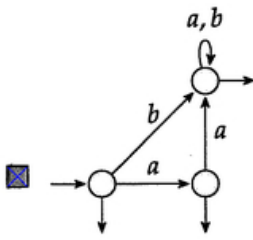


157



+158/5/2+

2/2



Fin de l'épreuve.

157



+158/6/1+