



## THLR Contrôle (35 questions), Septembre 2016

Nom et prénom, lisibles :

de ARAUJO  
 Clement  
 6.7

Identifiant (de haut en bas) :

☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☐0 ☐1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9  
☒0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

**Q.1** Ne rien écrire sur les bords de la feuille, ni dans les éventuels cadres grisés « ». Noircir les cases plutôt que cocher. Renseigner les champs d'identité. Les questions marquées par « » peuvent avoir plusieurs réponses justes. Toutes les autres n'en ont qu'une; si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive (par exemple s'il est demandé si 0 est nul, non nul, positif, ou négatif, cocher nul). Il n'est pas possible de corriger une erreur, mais vous pouvez utiliser un crayon. Les réponses justes créditent; les incorrectes pénalisent; les blanches et réponses multiples valent 0.

J'ai lu les instructions et mon sujet est complet: les 5 entêtes sont +49/1/xx+...+49/5/xx+.

**Q.2** Soit  $L_1$  et  $L_2$  deux langages sur l'alphabet  $\Sigma$ . Si  $L_1 \cap \overline{L_2} = \emptyset$  alors

☐  $L_1 \supseteq L_2$  ☐  $L_1 = L_2$  ☐  $L_1 \cap L_2 = \emptyset$  ☒  $L_1 \subseteq L_2$

**Q.3** Pour tout langage  $L$ , le langage  $L^+ = \cup_{i>0} L^i$

☐ contient toujours  $\varepsilon$  ☒ peut contenir  $\varepsilon$  mais pas forcément ☐ ne contient pas  $\varepsilon$

**Q.4** Que vaut  $\{\varepsilon, a, b\} \cdot \{\varepsilon, a, b\}$ ?

☐  $\{aa, ab, bb\}$  ☐  $\{aa, ab, ba, bb\}$  ☒  $\{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb\}$  ☐  $\{aa, bb\}$   
☐  $\{a, b, aa, ab, ba, bb\}$

**Q.5** Que vaut  $\text{Fact}(L)$  (l'ensemble des facteurs) :

☒  $\text{Suff}(\text{Pref}(L))$  ☐  $\text{Pref}(\text{Pref}(L))$  ☐  $\text{Pref}(\overline{\text{Pref}(L)})$  ☐  $\text{Suff}(\text{Suff}(L))$   
☐  $\text{Suff}(\overline{\text{Pref}(L)})$

**Q.6** Que vaut  $\text{Fact}(\{a\}\{b\}^*)$  (l'ensemble des facteurs)

☐  $\{a, b\}^*\{b\}\{a, b\}^*$  ☐  $\{b\}\{a\}^* \cup \{b\}^*$  ☒  $\{a\}\{b\}^* \cup \{b\}^*$  ☐  $\{\varepsilon\} \cup \{a\}\{a\}\{a\}^*$   
☐  $\{a\}\{b\}^*\{a\}$

**Q.7** Pour toute expression rationnelle  $e$ , on a  $e\varepsilon \equiv e\varepsilon \equiv e$ .

☐ faux ☒ vrai

**Q.8** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , on a  $(e + f)^* \equiv (e^* f)^* e^*$ .

☐ faux ☒ vrai

**Q.9** Pour toutes expressions rationnelles  $e, f$ , simplifier  $e^*(e + f)^* f^*$ .

☐  $e^* f^*$  ☐  $e^* + f^*$  ☒  $(e + f)^*$  ☐  $e + f^*$  ☐  $e^* + f$

**Q.10** Soit  $\Sigma$  un alphabet. Pour tout  $a \in \Sigma, L \subseteq \Sigma^*$ , on a  $\{a\}.L = \{a\}.M \implies L = M$ .

☒ vrai ☐ faux

**Q.11** Ces deux expressions rationnelles :

$(a^* + b)^* + c((ab)^*(bc))^*(ab)^*$   $c(ab + bc)^* + (a + b)^*$



2/2

- ☐ ne sont pas équivalentes    ☐ dénotent des langages différents    ☐ sont identiques  
☒ sont équivalentes

Q.12 Un automate fini non-déterministe à transitions spontanées peut avoir plusieurs états finaux.

2/2

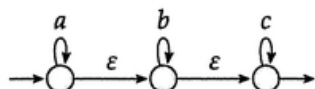
- ☐ faux    ☒ vrai

Q.13 Un automate fini déterministe...

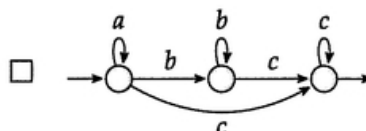
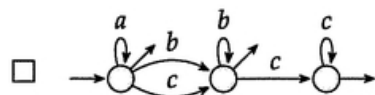
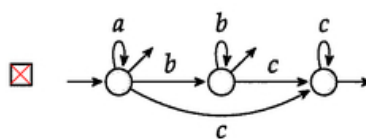
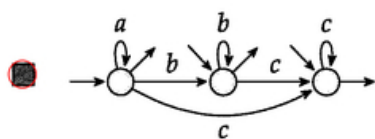
2/2

- ☐ n'est pas nondéterministe    ☒ n'a pas plusieurs états initiaux  
☐ n'est pas à transitions spontanées    ☐ n'a pas plusieurs états finaux

Q.14

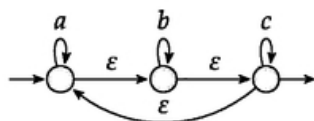


Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées?

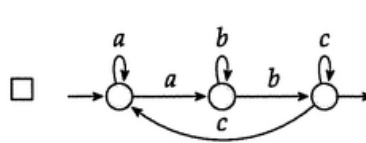
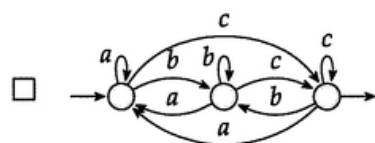


-1/2

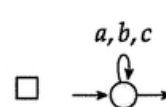
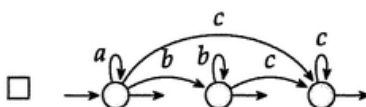
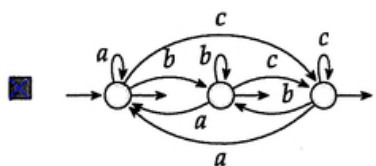
Q.15



Quel est le résultat d'une élimination arrière des transitions spontanées?

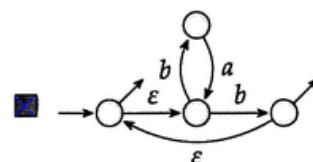
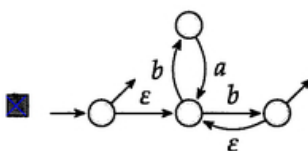
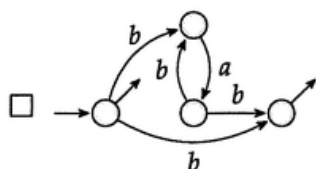


2/2



Q.16 Parmi les 3 automates suivants, lesquels sont équivalents?

2/2



☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.17 Le langage  $\{a^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}$  est

2/2

- ☐ vide    ☒ rationnel    ☐ non reconnaissable par automate fini    ☐ fini

Q.18 Quels langages ne vérifient pas le lemme de pompage?

2/2

- ☐ Certains langages reconnus par DFA    ☒ Certains langages non reconnus par DFA  
☐ Tous les langages reconnus par DFA    ☐ Tous les langages non reconnus par DFA



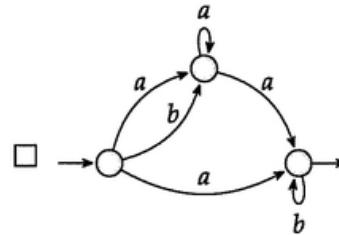
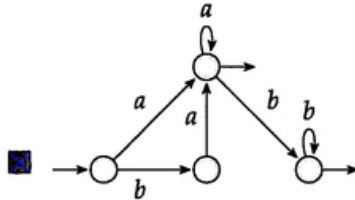
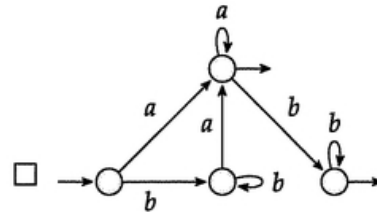
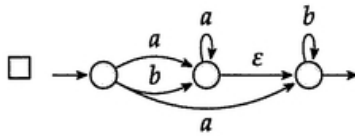
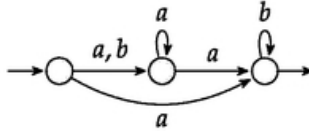
Q.19 Si  $L_1 \subseteq L \subseteq L_2$ , alors  $L$  est rationnel si :

- 2/2 ☐  $L_2$  est rationnel ☐  $L_1$  est rationnel ☒  $L_1, L_2$  sont rationnels et  $L_2 \subseteq L_1$   
☐  $L_1, L_2$  sont rationnels

Q.20 Quelle séquence d'algorithmes teste l'appartenance d'un mot au langage d'une expression rationnelle ?

- 2/2 ☐ Thompson, déterminisation, évaluation.  
☒ Thompson, élimination des transitions spontanées, déterminisation, minimisation, évaluation.  
☐ Thompson, déterminisation, Brzozowski-McCluskey.  
☐ Thompson, déterminisation, élimination des transitions spontanées, évaluation.

Q.21 Déterminiser cet automate.



Q.22 Soit  $Rec$  l'ensemble des langages reconnaissables par DFA, et  $Rat$  l'ensemble des langages définissables par expressions rationnelles.

- 2/2 ☐  $Rec \subseteq Rat$  ☐  $Rec \not\subseteq Rat$  ☒  $Rec = Rat$  ☐  $Rec \supseteq Rat$

Q.23 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- 1.6/2 ☒ Complémentaire ☒ Différence ☒ Union ☒ Intersection  
☒ Différence symétrique ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.24 Quelle(s) opération(s) préserve(nt) la rationalité ?

- 1.6/2 ☒ Transpose ☒ Sous-mot ☒ Fact ☒ Suff ☒ Pref  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.25 On peut tester si un automate déterministe reconnaît un langage non vide.

- 2/2 ☐ Cette question n'a pas de sens ☒ Oui ☐ Seulement si le langage n'est pas rationnel  
☐ Non

Q.26 On peut tester si un automate nondéterministe reconnaît un langage non vide.

- 2/2 ☒ oui, toujours ☐ rarement ☐ souvent ☐ jamais

Q.27 Si  $L_1, L_2$  sont rationnels, alors :

- 2/2 ☐  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$  aussi ☐  $L_1 \subseteq L_2$  ou  $L_2 \subseteq L_1$  ☐  $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$   
☒  $(L_1 \cap L_2) \cup (\overline{L_1} \cap \overline{L_2})$  aussi



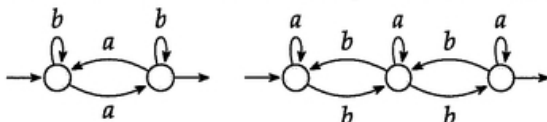
Q.28 Si  $L$  et  $L'$  sont rationnels, quel langage ne l'est pas nécessairement?

- ☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \notin L'\}$ 
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L\}$ 
☐  $\{u \in \Sigma^* \mid u \in L \wedge u \in L'\}$   
☒  $\{u^n v^n \mid u \in L, v \in L', n \in \mathbb{N}\}$

Q.29 Combien d'états a l'automate minimal qui accepte le langage  $\{a, b, c, \dots, y, z\}^+$ ?

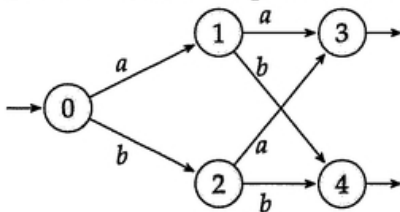
- ☐ 52
 ☐ 1
 ☐ 26
 ☒ 2
 ☐ Il en existe plusieurs!

Q.30 Quel mot reconnaît le produit de ces automates?



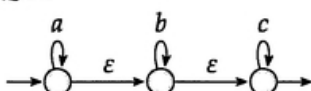
- ☐  $(bab)^{22}$   
☒  $(bab)^{333}$   
☐  $(bab)^{666666}$   
☐  $(bab)^{4444}$

Q.31 Quels états peuvent être fusionnés sans changer le langage reconnu.



- ☐ 2 avec 4  
☐ 0 avec 1 et avec 2  
☐ 1 avec 3  
☒ 3 avec 4  
☒ 1 avec 2  
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Q.32



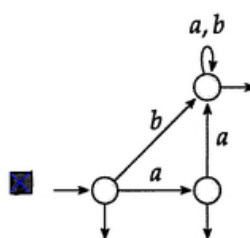
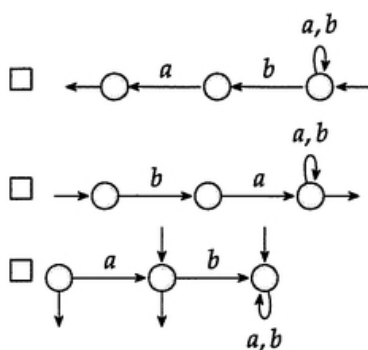
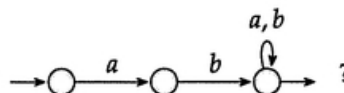
Si on élimine les transitions spontanées de cet automate, puis qu'on applique la déterminisation, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

- ☐  $(a + b + c)^*$ 
☐  $(abc)^*$ 
☐  $a^* + b^* + c^*$ 
☒  $a^* b^* c^*$

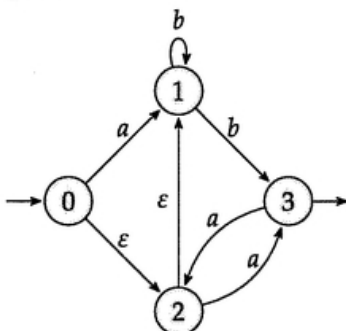
Q.33 Considérons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des *palindromes* (mot  $u$  égal à son transposé/image miroir  $u^R$ ) de longueur paire sur  $\Sigma$ , i.e.,  $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^*\}$ .

- ☐ Il existe un  $\varepsilon$ -NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☐ Il existe un DFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☐ Il existe un NFA qui reconnaisse  $\mathcal{P}$   
☒  $\mathcal{P}$  ne vérifie pas le lemme de pompage

Q.34 Sur  $\{a, b\}$ , quel automate reconnaît le complémentaire du langage de



Q.35



Quel est le résultat de l'application de BMC en éliminant 1, puis 2, puis 3 et enfin 0?

- ☒  $(ab^+ + a + b^+)(a(a + b^+))^*$   
☐  $(ab^+ + (a + b)^*)(a + b)^+$   
☐  $(ab^+ + a + b^+)a(a + b)^*$   
☐  $(ab^+ + a + b^+)a(a + b^*)$   
☐  $(ab^+ + (a + b)^*)a(a + b)^*$





+49/6/15+