

Chương 4

Một số cấu trúc dữ liệu và giải thuật căn bản

cuu duong than cong . com

qui

u (5LT-3BT)

cuu duong than cong . com

1. Các khái niệm cơ bản

Cấu trúc dữ liệu

- Cấu trúc dữ liệu là cách tổ chức và thao tác có hệ thống trên dữ liệu
- Một cấu trúc dữ liệu :
 - Mô tả
 - Các dữ liệu cấu thành
 - Mối liên kết về mặt cấu trúc giữa các dữ liệu đó
 - Xác định các thao tác trên dữ liệu đó

1. Các khái niệm cơ bản

Kiểu dữ liệu

- Kiểu dữ liệu cơ bản (primitive data type)
 - Đại diện cho các dữ liệu giống nhau, không thể phân chia nhỏ hơn được nữa
 - Thường được các ngôn ngữ lập trình định nghĩa sẵn
 - Ví dụ:
 - C/C++: int, long, char, boolean, v.v.
 - Thao tác trên các số nguyên: + - * / ...
- Kiểu dữ liệu có cấu trúc (structured data type)
 - Được xây dựng từ các kiểu dữ liệu (cơ bản, có cấu trúc) khác
 - Có thể được các ngôn ngữ lập trình định nghĩa sẵn hoặc do lập trình viên tự định nghĩa

1. Các khái niệm cơ bản

Dữ liệu, kiểu dữ liệu, cấu trúc dữ liệu

Machine Level Data Storage 0100110001101001010001

Primitive Data Types

28

3.1415

'A'

Basic Data Structures

array

High-Level Data Structures

stack

queue

list

hash table

tree

II. Cấu trúc dữ liệu

cuu duong than cong . com

- c)

- Danh sách

- Cây

- Bảng băm

1. Danh sách (list)

- Danh sách :
 - Tập hợp các phần tử cùng kiểu
 - Số lượng các phần tử của danh sách không cố định
- Phân loại:
 - Danh sách tuyến tính:
 - Có phần tử đầu tiên, phần tử cuối cùng
 - Thứ tự trước / sau của các phần tử được xác định rõ ràng
 - Danh sách không tuyến tính: các phần tử trong danh sách không được sắp thứ tự
- Có nhiều hình thức lưu trữ danh sách
 - Sử dụng vùng các ô nhớ liên tiếp trong bộ nhớ → danh sách kế tiếp
 - Sử dụng vùng các ô nhớ không liên tiếp trong bộ nhớ → danh sách móc nối
 - Danh sách nối đơn
 - Danh sách nối kép

.....

1. Danh sách

- Thao tác trên danh sách tuyến tính
 - Khởi tạo danh sách (create)
 - Kiểm tra danh sách rỗng (isEmpty)
 - Kiểm tra danh sách đầy (isFull)
 - Tính kích thước (sizeof)
 - Xóa rỗng danh sách (clear)
 - Thêm một phần tử vào danh sách tại một vị trí cụ thể (insert)
 - Loại bỏ một phần tử tại một vị trí cụ thể khỏi danh sách (remove)
 - Lấy một phần tử tại một vị trí cụ thể (retrieve)
 - Thay thế giá trị của một phần tử tại một vị trí cụ thể (replace)
 - Duyệt danh sách và thực hiện một thao tác tại các vị trí trong danh sách (traverse)
 -

1.1. Danh sách kế tiếp

- Sử dụng một vector lưu trữ gồm một số các ô nhớ liên tiếp để lưu trữ một danh sách tuyến tính
 - Các phần tử liên kế nhau được lưu trữ trong những ô nhớ liên kế nhau
 - Mỗi phần tử của danh sách cũng được gán một chỉ số chỉ thứ tự được lưu trữ trong vector
 - Tham chiếu đến các phần tử sử dụng địa chỉ được tính giống như lưu trữ mảng.

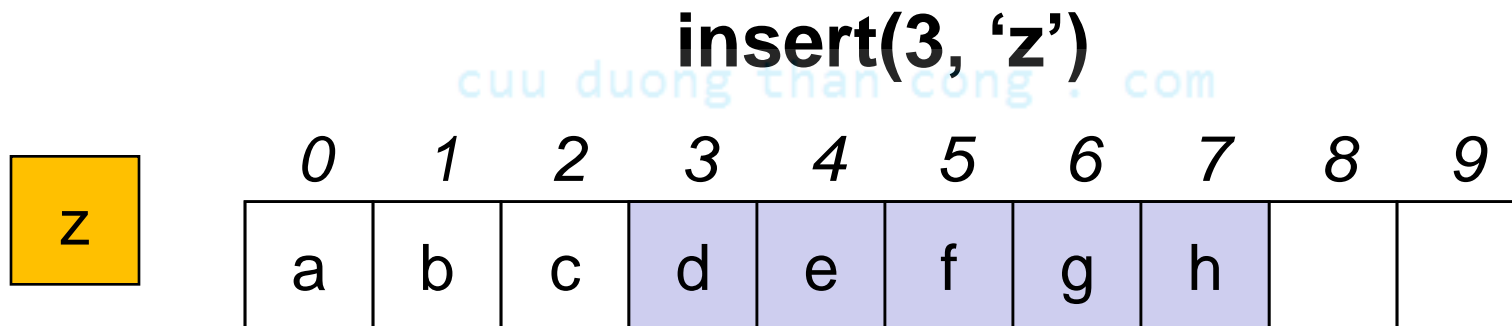


1.1. Danh sách kế tiếp

- Ưu điểm của cách lưu trữ kế tiếp
 - Tốc độ truy cập vào các phần tử của danh sách nhanh
- Nhược điểm của cách lưu trữ kế tiếp
 - Cần phải biết trước kích thước tối đa của danh sách
 - Tại sao?
 - Thực hiện các phép toán bổ sung các phần tử mới và loại bỏ các phần tử cũ khá tốn kém
 - Tại sao?

1.1.a. Thêm một phần tử vào một danh sách kế tiếp

- 2 trường hợp
 - `insert(index, element)`: thêm một phần tử `element` vào một vị trí cụ thể `index`
 - `insert(list, element)`: thêm một phần tử `element` vào vị trí bất kỳ trong danh sách `list`
- Điều kiện tiên quyết:
 - Danh sách phải được khởi tạo rồi
 - Danh sách chưa đầy
 - Phần tử thêm vào chưa có trong danh sách
- Điều kiện hậu nghiệm:
 - Phần tử cần thêm vào có trong danh sách



1.1.a. Thêm một phần tử vào một danh sách kế tiếp

Algorithm Insert

Input: index là vị trí cần thêm vào, element là giá trị cần thêm vào

Output: tình trạng danh sách

if list đầy

return overflow

if index nằm ngoài khoảng $[0..count]$

return range_error

//Dời tất cả các phần tử từ index về sau 1 vị trí

for $i = count-1$ **down to** index

entry[i+1] = entry[i]

entry[index] = element

// Gán element vào vị trí index

count++

// Tăng số phần tử lên 1

return success;

End Insert

1.1.b.Xóa 1 phần tử khỏi danh sách kế tiếp

remove(3, 'd')

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	b	c	d	e	f	g	h		

count=8

1.1.b.Xóa 1 phần tử khỏi danh sách kế tiếp

Algorithm Remove

Input: index là vị trí cần xóa bỏ, element là giá trị lấy ra được

Output: danh sách đã xóa bỏ phần tử tại index

if list rỗng

return underflow

if index nằm ngoài khoảng $[0..\text{count}-1]$

return range_error

element = entry[index] *//Lấy element tại vị trí index ra*

count-- *//Giảm số phần tử đi 1*

//Dời tất cả các phần tử từ index về trước 1 vị trí

for i = index **to** count-1

 entry[i] = entry[i+1]

return success;

End Remove

1.1.c.Duyệt danh sách kế tiếp

Algorithm Traverse

Input: hàm visit dùng để tác động vào từng phần tử

Output: danh sách được cập nhật bằng hàm visit

cuu duong than cong . com

//Quét qua tất cả các phần tử trong list

for index = 0 **to** count-1

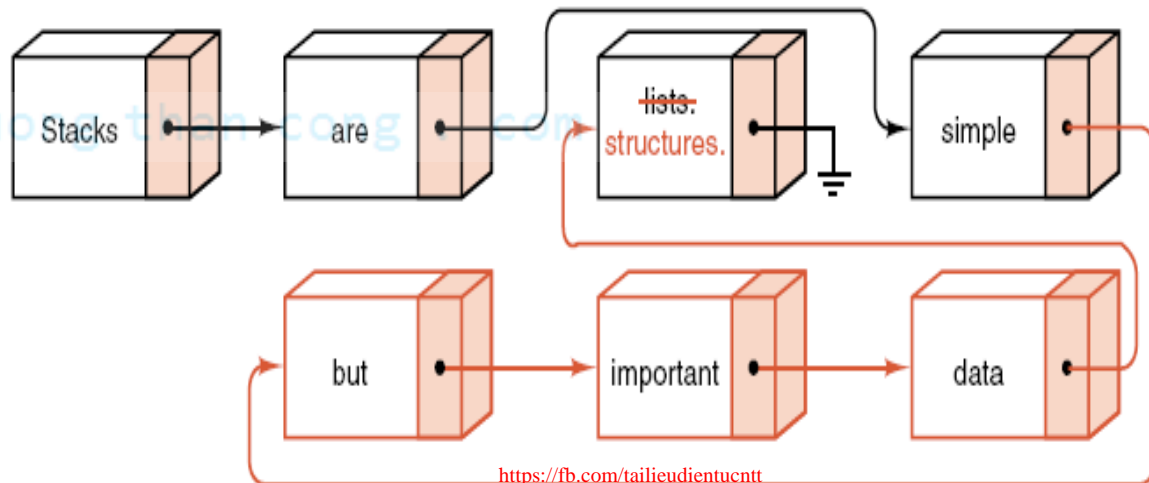
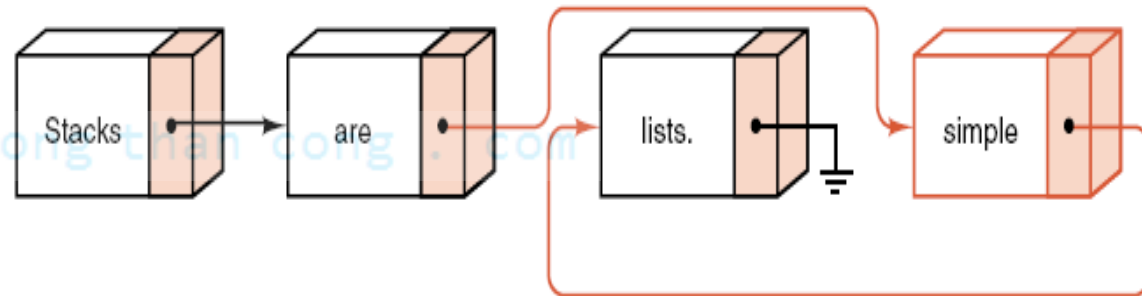
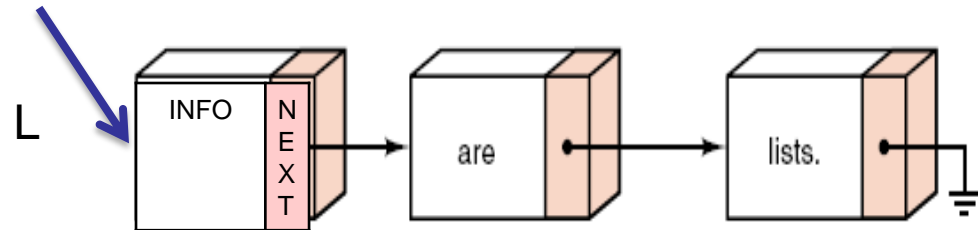
Thi hành hàm visit để duyệt phần tử entry[index]

End Traverse

cuu duong than cong . com

1.2. Danh sách nối đơn

- Một phần tử trong danh sách = một nút
- Quy cách của một nút
 - INFO: chứa thông tin (nội dung, giá trị) ứng với phần tử
 - NEXT: chứa địa chỉ của nút tiếp theo
- Để thao tác được trên danh sách, cần nắm được địa chỉ của nút đầu tiên trong danh sách, tức là biết được con trỏ L trỏ tới đầu danh sách



Tổ chức danh sách móc nối

- Nút = dữ liệu + móc nối □
- Định nghĩa:

```
typedef struct node {  
    typed data;  
    struct node *next; } Node;
```
- Tạo nút mới:

```
Node *p = malloc(sizeof(Node)); □
```
- Giải phóng nút:

```
free(p);
```


Khởi tạo và truy cập danh sách móc nối

- Khai báo một con trỏ

Node *Head;

Head là con trỏ trỏ đến nút đầu của danh sách. Khi danh sách rỗng thì Head = NULL.

- Tham chiếu đến các thành phần của một nút trỏ bởi p
 - INFO(p)
 - NEXT(p)
- Một số thao tác với danh sách nối đơn
 - 1. Thêm một nút mới tại vị trí cụ thể
 - 2. Tìm nút có giá trị cho trước
 - 3. Xóa một nút có giá trị cho trước
 - 4. Ghép 2 danh sách nối đơn
 - 5. Hủy danh sách nối đơn

Truyền danh sách móc nối vào hàm

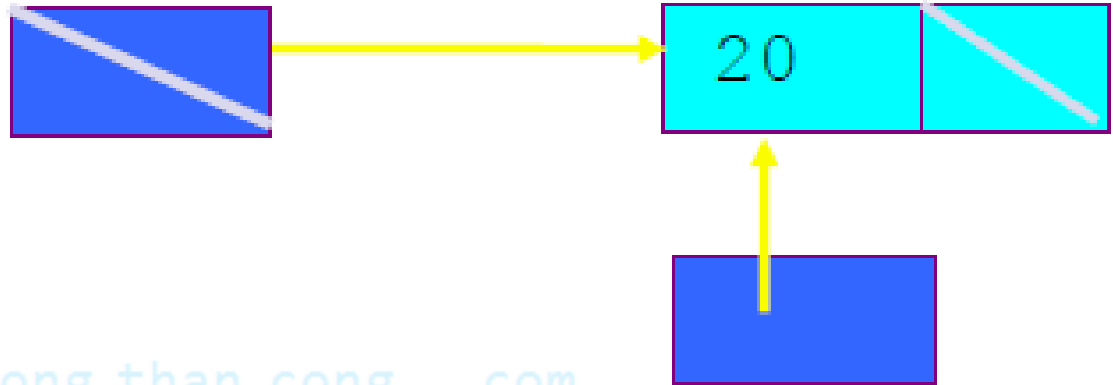
- ☐ Khi truyền danh sách móc nối vào hàm, chỉ cần truyền Head.
- ☐ Sử dụng Head để truy cập toàn bộ danh sách
 - ☐ Note: nếu hàm thay đổi vị trí nút đầu của danh sách (thêm hoặc xóa nút đầu) thì Head sẽ không còn trỏ đến đầu danh sách
 - ☐ Do đó nên truyền Head theo tham biến (hoặc trả lại một con trỏ mới)

Thêm một nút mới

- Các trường hợp của thêm nút
 1. Thêm vào danh sách rỗng
 2. Thêm vào đầu danh sách
 3. Thêm vào cuối danh sách
 4. Thêm vào giữa danh sách
- ☐ Thực tế chỉ cần xét 2 trường hợp
 - Thêm vào đầu danh sách (TH1 và TH2)
 - Thêm vào giữa hoặc cuối danh sách (TH3 và TH4)

Thêm vào danh sách rỗng

- Head = NULL



```
Node *newNode;  
newNode=  
    malloc(sizeof(Node));  
newNode->data = 20;  
newNode->next = NULL;  
Head = newNode;
```

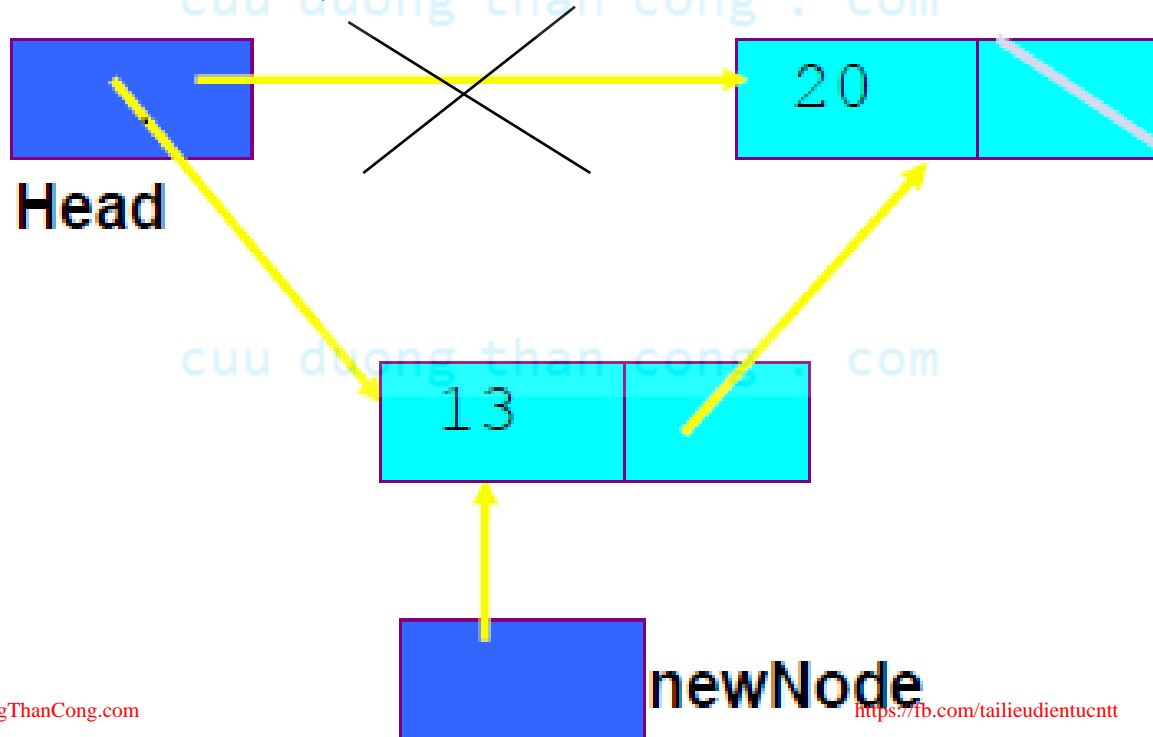
Thêm một nút vào đầu danh sách

```
newNode= malloc(sizeof(Node));
```

```
newNode->data = 13;
```

```
newNode->next = Head;
```

```
Head = newNode;
```



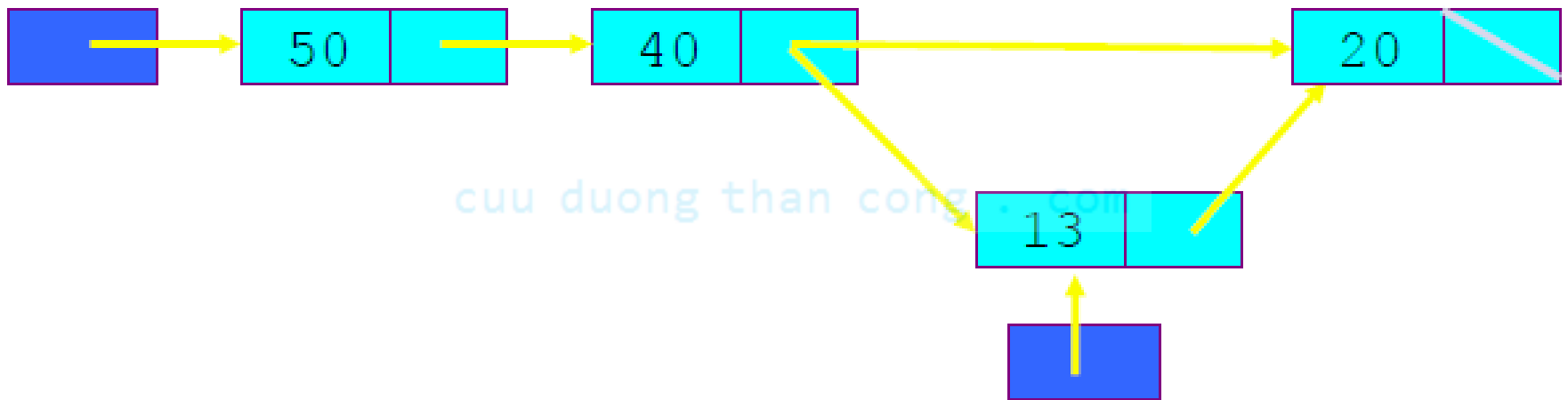
Thêm một nút vào giữa/cuối danh sách

```
newNode= malloc(sizeof(Node));
```

```
newNode->data = 13;
```

```
newNode->next = currNode->next;
```

```
currNode->next= newNode;
```



Thêm một nút mới

□ **Node *InsertNode(Node *head, int index, int x)**

- Thêm một nút mới với dữ liệu là x vào sau nút thứ index. (ví dụ, khi index = 0, nút được thêm là phần tử đầu danh sách; khi index = 1, chèn nút mới vào sau nút đầu tiên, v.v)
- Nếu thao tác thêm thành công, trả lại nút được thêm. Ngược lại, trả lại NULL.
 - (Nếu index < 0 hoặc > độ dài của danh sách, không thêm được.)

□ Giải thuật

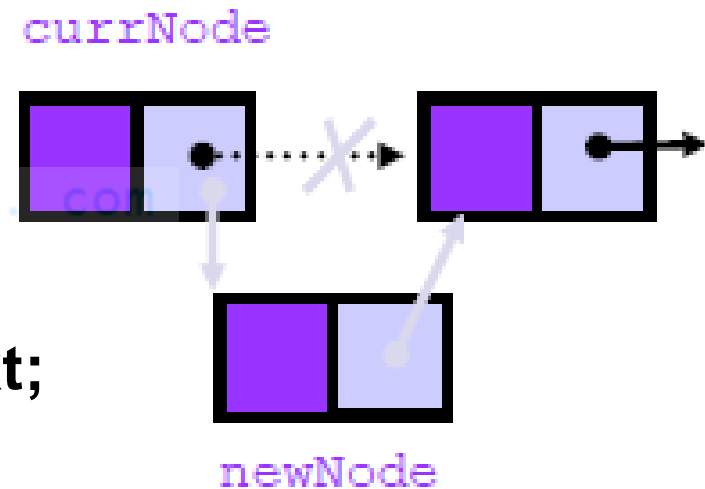
1. Tìm nút thứ index – currNode

2. Tạo nút mới

3. Móc nối nút mới vào danh sách

newNode->next = currNode->next;

currNode->next = newNode;



Thêm một nút mới

```
Node * InsertNode(Node *head,int index,int x)
{
```

```
    if (index < 0) return NULL;
```

```
    int currIndex = 1;
```

```
    Node *currNode = head;
```

```
    while(currNode && index > currIndex) {
```

```
        currNode = currNode->next;
```

```
        currIndex++;
```

```
    }
```

```
    if (index < 0 && currNode== NULL) return NULL;
```

```
    Node *newNode = (Node *) malloc(sizeof(Node));
```

```
    newNode->data = x;
```

```
    if (index == 0) {
```

```
        newNode->next = head;
```

```
        head = newNode;
```

```
    else {
```

```
        newNode->next = currNode->next;
```

```
        currNode->next = newNode;
```

```
    return newNode;
```

Tìm nút thứ index, nếu
Không tìm được trả về
NULL

Tạo nút mới

Thêm vào đầu ds

Thêm vào sau currNode

Tìm nút

□ **int FindNode(int x)**

- □ Tìm nút có giá trị x trong danh sách.
- □ Nếu tìm được trả lại vị trí của nút. Nếu không, trả lại 0.

```
Int FindNode(Node *head,int x) {  
    Node *currNode = head;  
    int currIndex = 1;  
    while (currNode && currNode->data != x) {  
        currNode = currNode->next;  
        currIndex++;  
    }  
    if (currNode) return currIndex;  
    else return 0;
```

Xóa nút

- ☐ `int DeleteNode(int x)`
- ☐ Xóa nút có giá trị bằng x trong danh sách.
- ☐ Nếu tìm thấy nút, trả lại vị trí của nó.
Nếu không, trả lại 0.
- ☐ Giải thuật
 - Tìm nút có giá trị x (tương tự như FindNode)
 - Thiết lập nút trước của nút cần xóa nối đến nút sau của nút cần xóa
 - Giải phóng bộ nhớ cấp phát cho nút cần xóa
 - Giống như InsertNode, có 2 trường hợp
 - Nút cần xóa là nút đầu tiên của danh sách
 - Nút cần xóa nằm ở giữa hoặc cuối danh sách

```

Int DeleteNode(Node *head, int x) {
    Node *prevNode = NULL;
    Node *currNode = head;
    int currIndex = 1;
    while (currNode && currNode->data != x) {
        prevNode = currNode;
        currNode = currNode->next;
        currIndex++;
    }
    if (currNode) {
        if (prevNode) {
            prevNode->next = currNode->next;
            free (currNode);
        } else {
            head = currNode->next;
            free (currNode);
        }
        return currIndex;
    }
    return 0;
}

```

Tìm nút có giá trị = x

Xóa nút ở giữa

Xóa nút head

Hủy danh sách

- void DestroyList(Node *head)
- □ Dùng để giải phóng bộ nhớ được cấp phát cho danh sách.
- □ Duyệt toàn bộ danh sách và xóa lần lượt từng nút.

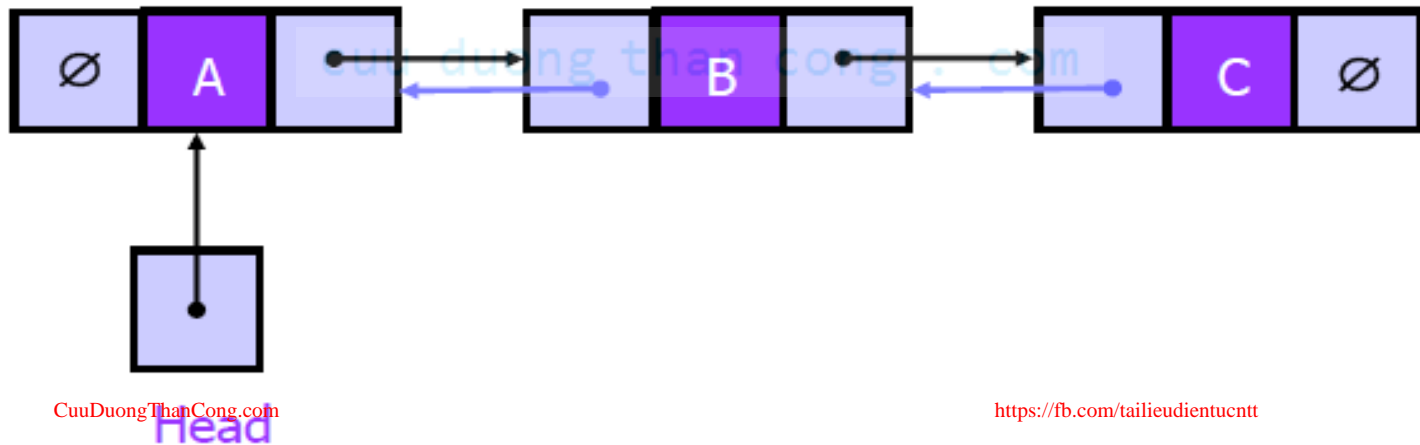
```
Void DestroyList(Node* head){  
    Node *currNode = head, *nextNode= NULL;  
    while(currNode != NULL){  
        nextNode = currNode->next;  
        free(currNode); // giải phóng nút vừa duyệt  
        currNode = nextNode;  
    }  
}
```

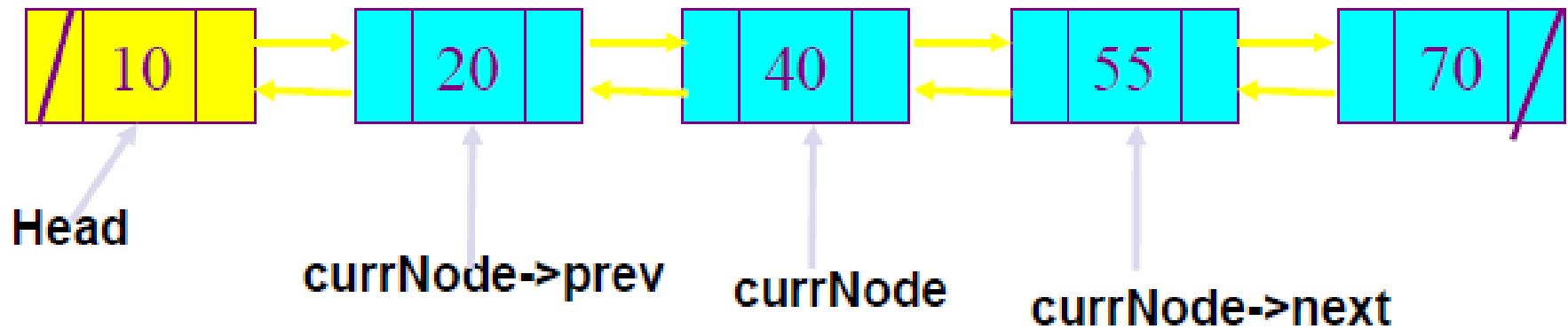
So sánh mảng và danh sách liên kết

- ☐ Việc lập trình và quản lý danh sách liên kết khó hơn mảng, nhưng nó có những ưu điểm:
- ☐ **Linh động**: danh sách liên kết có kích thước tăng hoặc giảm rất linh động.
 - ☐ Không cần biết trước có bao nhiêu nút trong danh sách. Tạo nút mới khi cần.
 - ☐ Ngược lại, kích thước của mảng là cố định tại thời gian biên dịch chương trình.
- ☐ **Thao tác thêm và xóa dễ dàng**
 - ☐ Để thêm và xóa một phần tử mảng, cần phải copy dịch chuyển phần tử.
 - ☐ Với danh sách móc nối, không cần dịch chuyển mà chỉ cần thay đổi các móc nối

Danh sách nối kép

- Mỗi nút không chỉ nối đến nút tiếp theo mà còn nối đến nút trước nó
- □ Có 2 mối nối NULL: tại nút đầu và nút cuối của danh sách
- □ Ưu điểm: tại một nút có thể thăm nút trước nó một cách dễ dàng. Cho phép duyệt danh sách theo chiều ngược lại





- Mỗi nút có 2 mối nối
 - prev nối đến phần tử trước
 - next nối đến phần tử sau

```
typedef struct Node{
```

```
    Int data;
```

```
    structNode *next;
```

```
    structNode *prev;
```

```
} Node;
```

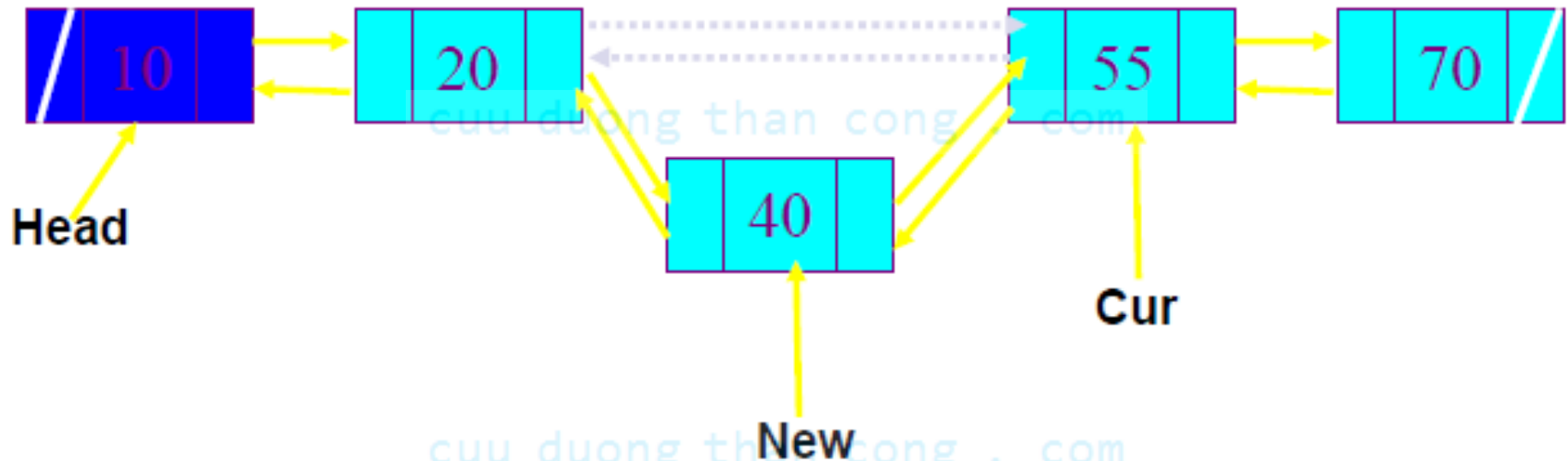
- Thêm nút New nằm ngay trước Cur (không phải nút đầu hoặc cuối danh sách)

New->next = Cur;

New->prev = Cur->prev;

Cur->prev = New;

(New->prev)->next = New;



- Xóa nút Cur (không phải nút đầu hoặc cuối danh sách)

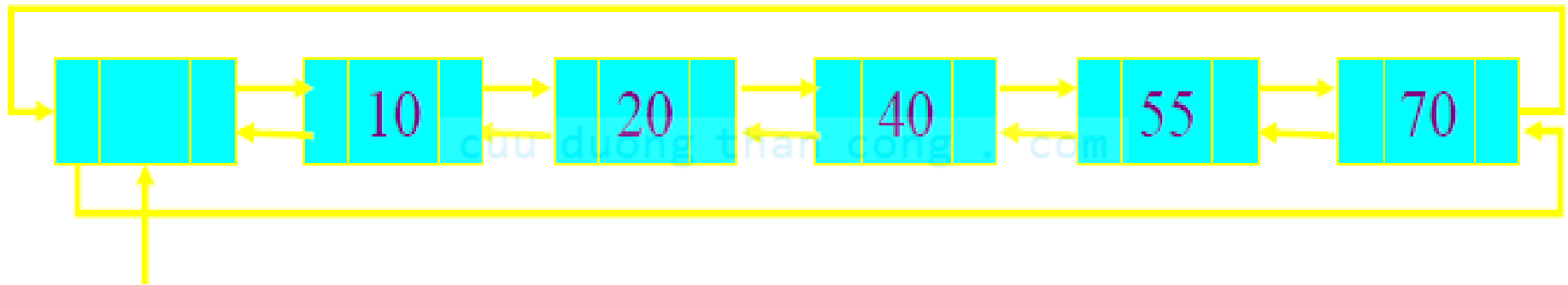
(Cur->prev)->next = Cur->next;

(Cur->next)->prev = Cur->prev;

free (Cur);

Danh sách nối kép với nút đầu giả

- Danh sách không rỗng



- Danh sách rỗng



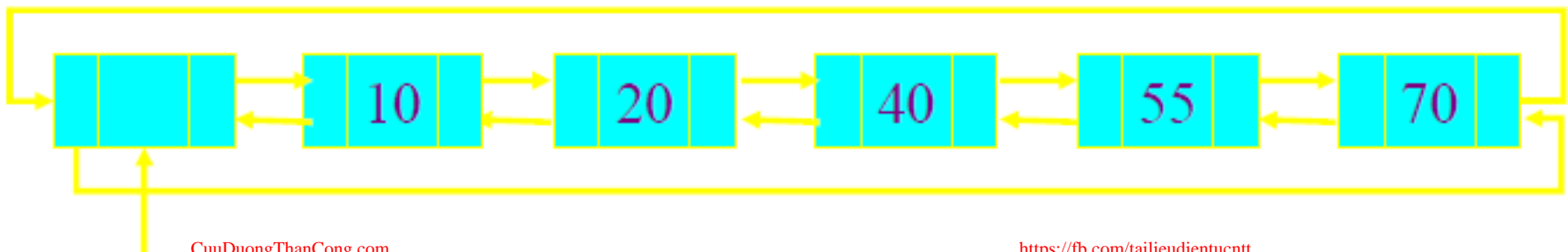
- Tạo danh sách nối kép rỗng

```
Node *Head = malloc (sizeof(Node));
```

```
Head->next = Head;
```

```
Head->prev = Head;
```

- Khi thêm hoặc xóa các nút tại đầu ds, giữa hay cuối ds ???



Xóa nút

```
void deleteNode(Node *Head, int x){  
    Node *Cur;  
    Cur = FindNode(Head, x);  
    if (Cur != NULL){  
        Cur->prev->next = Cur->next;  
        Cur->next->prev = Cur->prev;  
        free(Cur);  
    }  
}
```

Thêm nút

```
void insertNode(Node *Head, int item) {  
    Node *New, *Cur;  
    New = malloc(sizeof(Node));  
    New->data = item;  
    Cur = Head->next;  
    while (Cur != Head){  
        if (Cur->data < item)  
            Cur = Cur->next;  
        else  
            break;  
    }  
    New->next = Cur;  
    New->prev = Cur->prev;  
    Cur->prev = New;  
    (New->prev)->next = New;  
}
```

Bài tập

Sử dụng danh sách móc nối kép với nút đầu giả, xây dựng bài toán quản lý điểm SV đơn giản, với các chức năng sau :

1. Nhập dữ liệu vào ds
2. Hiện thị dữ liệu 1 lớp theo thứ tự họ và tên
3. Sắp xếp dữ liệu
4. Tìm kiếm kết quả

c định nghĩa trong cấu trúc sau

```
typedef struct {  
    int masv; // mã hiệu sv  
    char malop[12];  
    char hovaten[30];  
    float diemk1;  
    float diemk2;
```

```
} sinhvien
```

05/04/2019
Last Update 8-2010

SE-SolCT

KTLT4-2.37

<https://fb.com/tailieudientuontt>

1.3 Ngăn xếp và hàng đợi

- 1.Định nghĩa Stack
- 2.Lưu trữ kế tiếp với Stack (sử dụng mảng)
- 3.Ứng dụng của Stack
- 4.Định nghĩa Queue
- 5.Lưu trữ kế tiếp với Queue (sử dụng mảng)
- 6.Ứng dụng của Queue
- 7.Lưu trữ móc nối với Stack
- 8.Lưu trữ móc nối với Queue (bài tập)

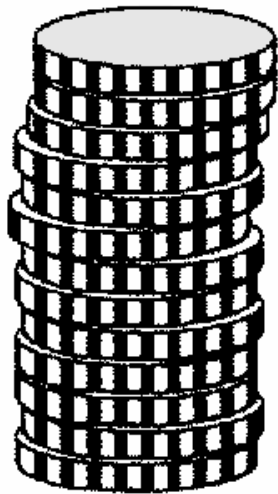
1. Định nghĩa Stack

- □ i danh sách tuyến tính đặc biệt:
 - Ngăn xếp –Stack
 - Hàng đợi –Queue

-

cuu duong than cong . com LIFO.

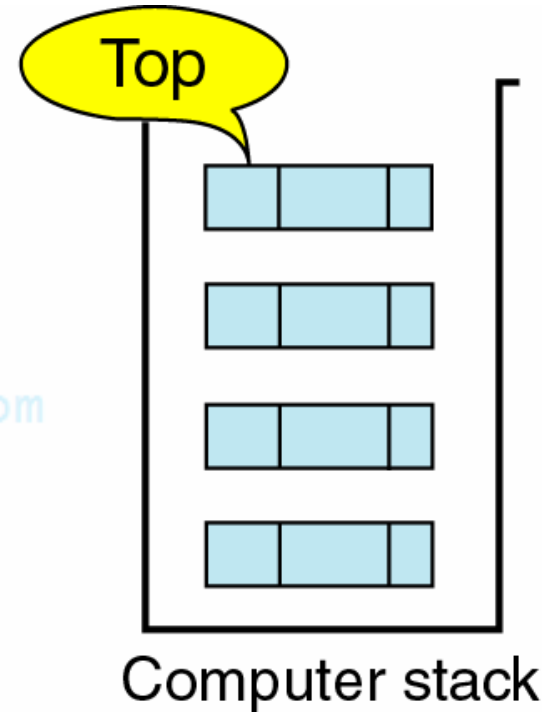
Stack trong thực tế



Stack of coins



Stack of books



Stack là một cấu trúc LIFO: Last In First Out.

03/04/2019

SE-Solict

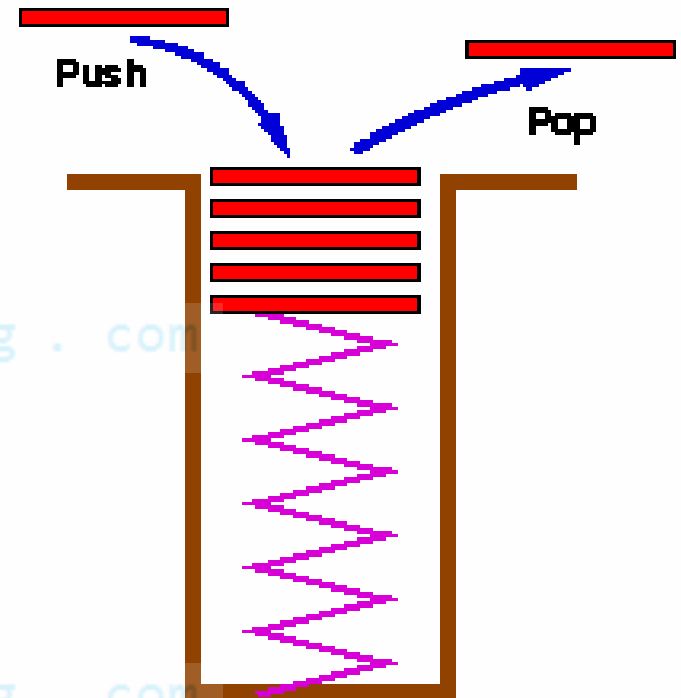
RIET-2.40

Last Update 8-2010

<https://fb.com/tailieudientuontt>

Các thao tác cơ bản trên Stack

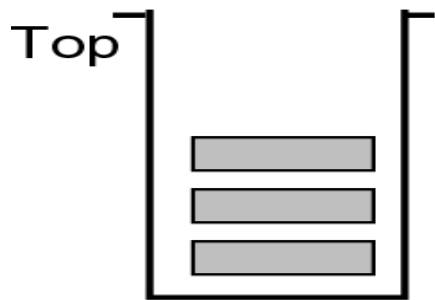
- ☐ Push
 - ☐ Thêm một phần tử
 - Tràn (overflow)
- ☐ Pop
 - ☐ Xóa một phần tử
 - Underflow
- ☐ Top
 - ☐ Phần tử đỉnh
 - stack rỗng
- ☐ Kiểm tra rỗng/đầy



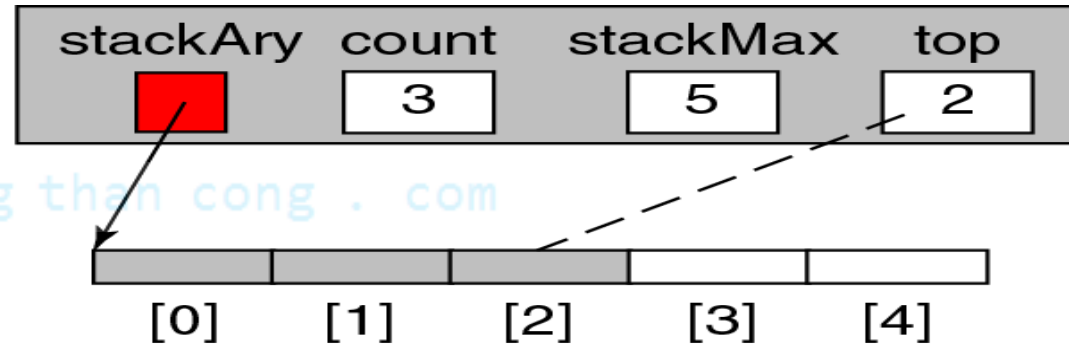
Lưu trữ Stack

2 cách lưu trữ:

- □ Lưu trữ kế tiếp: sử dụng mảng



(a) Conceptual



(b) Physical array

- □ Lưu trữ móc nối: sử dụng danh sách móc nối (sau)

Cấu trúc dữ liệu

```
/* Stack của các số nguyên: intstack*/  
typedef struct intstack{  
    Int *stackArr; /*mảng lưu trữ các phần tử*/  
    Int count;      /*số ptử hiện có của stack */  
    Int stackMax; /* giới hạn Max của số ptử*/  
    Int top;        /*chỉ số của phần tử đỉnh*/  
} IntStack;
```

Tạo Stack

```
IntStack *CreateStack(int max){  
    IntStack *stack;  
    stack =(IntStack *) malloc(sizeof(IntStack));  
    if (stack == NULL)  
        return NULL;  
    /*Khởi tạo stack rỗng*/  
    stack->top = -1;  
    stack->count = 0;  
    stack->stackMax= max;  
    stack->stackArr=malloc(max * sizeof(int));  
    return stack ;  
}
```

Push

```
Int PushStack(IntStack *stack, int dataIn) {  
    /*Kiểm tra tràn*/  
    if(stack->count == stack->stackMax)  
        Return 0;  
    /* Thêm phần tử vào stack */  
    (stack->count)++;  
    (stack->top)++; /* Tăng đỉnh */  
    stack->stackArr[stack->top] =dataIn;  
    Return 1;  
}
```

Pop

```
Int PopStack(IntStack *stack, int *dataOut){  
    /* Kiểm tra stack rỗng */  
    if(stack->count == 0)  
        return 0;  
    /* Lấy giá trị phần tử bị loại */  
    *dataOut=stack->stackArr[stack->top];  
    (stack->count)--;  
    (stack->top)--; /* Giảm đỉnh */  
    Return 1;  
}
```

Top

```
Int TopStack(IntStack *stack, int *dataOut){  
    if(stack->count ==0) // Stack rỗng  
        return 0;  
    *dataOut = stack->stackArr[stack->top];  
    return 1;  
}
```

Kiểm tra rỗng ?

```
Int IsEmptyStack(IntStack *stack){  
    return(stack->count == 0);  
}
```

Kiểm tra đầy ?

```
int IsFullStack(IntStack*stack) {  
    return(stack->count==stack->stackMax);  
}
```

Ứng dụng của Stack

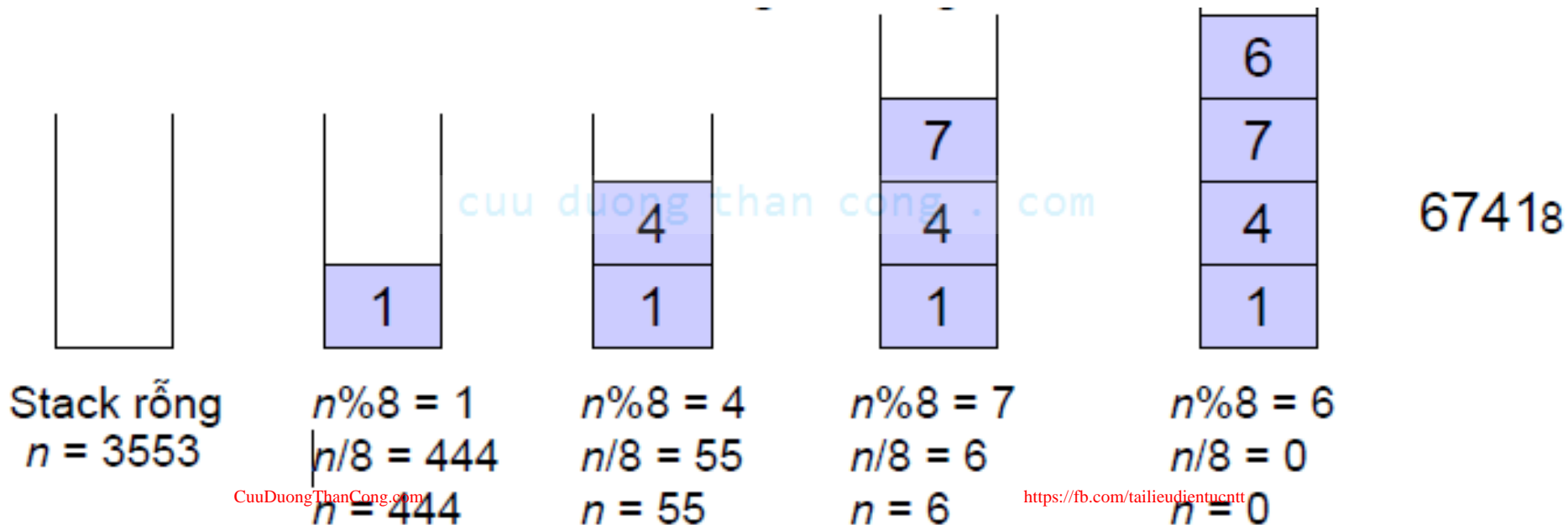
- Bài toán đổi cơ số: Chuyển một số từ hệ thập phân sang hệ cơ số bất kỳ
 - (base 8) $28_{10} = 3 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 34_8$
 - (base 4) $72_{10} = 1 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = 1020_4$
 - (base 2) $53_{10} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 110101_2$

Đầu vào số thập phân n , cơ số a

Đầu ra số hệ cơ số b tương đương

1. Chữ số bên phải nhất của kết quả $= n \% b$. Đẩy vào Stack.
2. Thay $n = n / b$ (để tìm các số tiếp theo).
3. Lặp lại bước 1-2 cho đến khi $n = 0$.
4. Rút lần lượt các chữ số lưu trong Stack, chuyển sang dạng ký tự tương ứng với hệ cơ số trước khi in ra kết quả

Ví dụ : Đổi 3553 ($a = 10$) sang cơ số $b = 8$



Chuyển sang dạng ký tự tương ứng:

Char *digitChar= "0123456789ABCDEF";

char d = digitChar[13]; // $13_{10} = D_{16}$

char f = digitChar[15]; // $15_{10} = F_{16}$

cuu duong than cong . com

Đổi cơ số

```
void DoiCoSo(int n,int b) {  
    char*digitChar= "0123456789ABCDEF";  
    //Tạo một stack lưu trữ kết quả  
    IntStack *stack = CreateStack(MAX);  
    do{  
        //Tính chữ số bên phải nhất,đẩy vào stack  
        PushStack(stack, n% b);  
        n/= b;    //Thay n = n/b để tính tiếp  
    }while(n!= 0); //Lặp đến khi n = 0  
    while( !IsEmptyStack(stack) ){  
        // Rút lần lượt từng phần tử của stack  
        PopStack(stack, &n);  
        // chuyển sang dạng ký tự và in kết quả  
        printf("%c", digitChar[n]);  
    }  
}
```

Ứng dụng của Stack (tiếp)

Các biểu thức số học được biểu diễn bằng ký pháp trung tố . Với phép toán 2 ngôi: Mỗi toán tử được đặt giữa hai toán hạng. Với phép toán một ngôi: Toán tử được đặt trước toán hạng: vd

$$-2 + 3 * 5 \quad \Leftrightarrow \quad (-2) + (3 * 5)$$

- Thứ tự ưu tiên của các phép tử:

$$() > ^ > * = \% = / > + = -$$

- Việc đánh giá biểu thức trung tố khá phức tạp

Ký pháp hậu tố

Là giải pháp thay thế ký pháp trung tố, trong đó : Toán hạng đặt *trước* toán tử, Không cần dùng các dấu ().

Ví dụ :

$$a*b*c*d*e*f \Rightarrow ab*c*d*e*f*$$

$$1 + (-5) / (6 * (7+8)) \Rightarrow 1\ 5\ -6\ 7\ 8\ +\ *\ / +$$

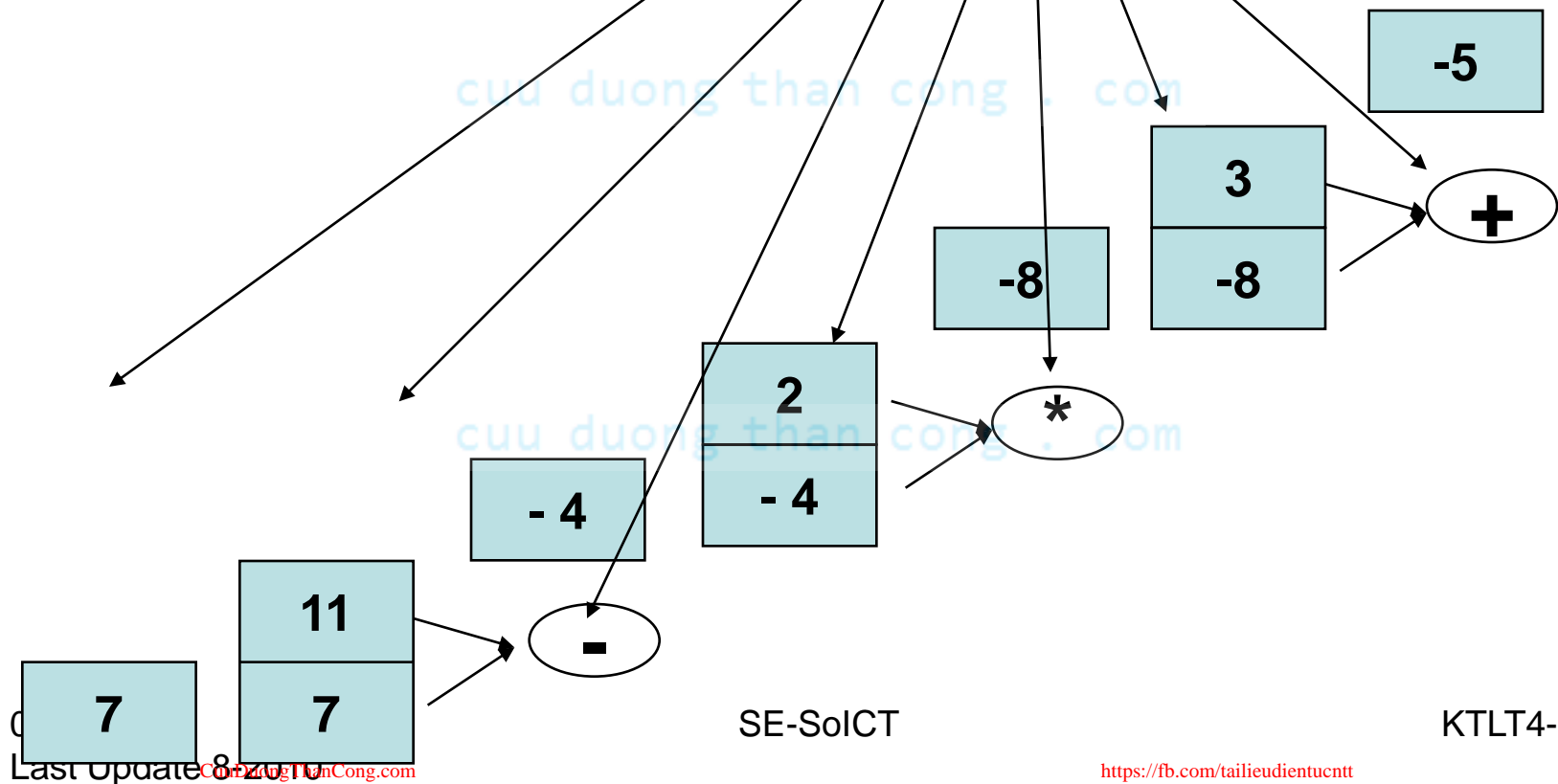
$$(x/y - a*b) * ((b+x) - y) \Rightarrow x\ y\ /\ a\ b\ *\ -b\ x\ +\ y\ y\ \wedge\ -*$$

$$(x*y*z - x^2 / (y^2 - z^3) + 1/z) * (x - y) \Rightarrow xy*z*x2^y2*z3^ - / -1z/+xy -*$$

Tính giá trị biểu thức hậu tố

Biểu thức trung tố: $(7 - 11) * 2 + 3$

Biểu thức hậu tố: 7 11 - 2 * 3 +



Tính giá trị của biểu thức hậu tố

- Tính giá trị của một biểu thức hậu tố được lưu trong một xâu ký tự và trả về giá trị kết quả
- Với :
 - Toán hạng: Là các số nguyên không âm một chữ số (cho đơn giản)
 - Toán tử: $+$, $-$, $*$, $/$, $\%$, $^$

```

Bool isOperator(char op) {
    return    op == '+' || op == '-' ||
              op == '*' || op == '%' ||
              op == '/' || op == '^' ;
}

```

```

Int compute(int left, int right, char op){
    int value;
    switch(op){
        case '+': value = left + right;    break;
        case '-': value = left - right;    break;
        case '*': value = left * right;    break;
        case '%': value = left % right;    break;
        case '/': value = left / right;    break;
        case '^': value = pow(left, right);
    }
    return value;
}

```



```

Int TinhBtHauTo(string Bt) {
    Int left, right, kq;
    char ch;
    IntStack *stack = CreateStack(MAX);
    for(int i=0; i < Bt.length(); i++)
    {
        ch = Bt[i];
        if ( isdigit(ch) )
            PushStack(stack, ch-'0'); // đẩy toán hạng vào stack
        else if (isOperator(ch)) {
            // rút stack 2 lần để lấy 2 toán hạng left và right
            PopStack(stack, &right);
            PopStack(stack, &left);
            kq =compute(left, right, ch); // Tính "leftop right"
            PushStack(stack, kq);    // Đẩy kq vào stack
        } else //không phải toán hạng hoặc toán tử
            printf("Bieu thuc loi");
    }
    // Kết thúc tính toán, giá trị biểu thức nằm trên đỉnh stack, đưa vào kq
    PopStack(stack, &kq);
    Return kq;
}

```

Bài tập

- c hậu tổ với các toán hạng tổng quát (có thể là số thực, có thể âm ...)
- Xây dựng chương trình chuyển

ưu tiên như sau : $() > ^ > *$

$= \% = / > + = -$

Queue

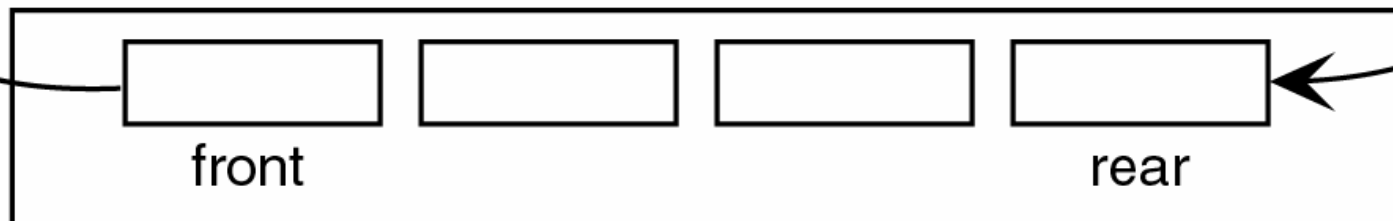
- Là danh sách mà thêm phải được thực hiện tại một đầu còn xóa phải thực hiện tại đầu kia.
- Queue là một kiểu cấu trúc FIFO: First In First Out



(a) A queue (line) of people

Remove
(dequeue)

Insert
(enqueue)



(b) A computer queue

- Phần tử đầu hàng sẽ được phục trước, phần tử này được gọi là **front**, hay **head** của hàng. Tương tự, phần tử cuối hàng , cũng là phần tử vừa được thêm vào hàng, được gọi là **rear** hay **tail** của hàng.

cuu duong than cong . com

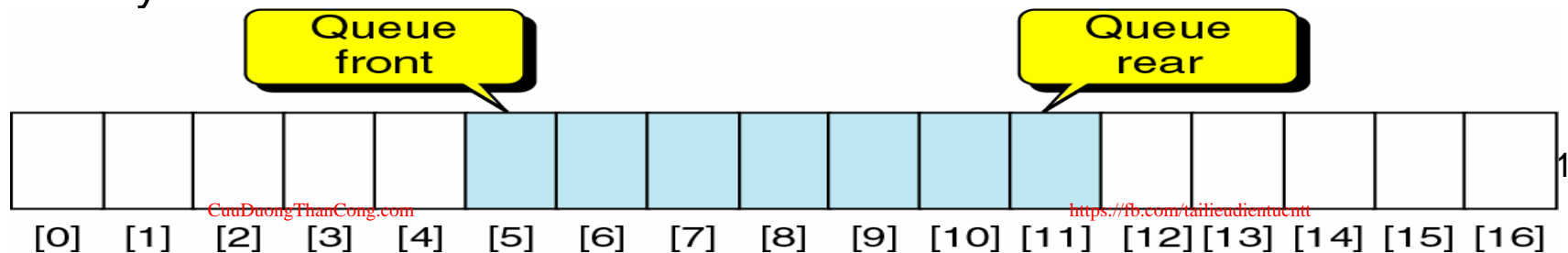
Các phương án thực hiện hàng

• Mô hình vật lý

- Có thể dùng 1 mảng. Tuy nhiên, cần phải nắm giữ cả **front** và **rear**.
- Một cách đơn giản là ta luôn giữ front luôn là vị trí đầu của dãy. Lúc đó nếu thêm PT vào hàng ta chỉ việc thêm vào cuối dãy. Nhưng nếu lấy ra 1 pt ta phải dịch chuyển tất cả các pt của dãy lên 1 vị trí.
- Mặc dù cách làm này rất giống với hình ảnh hàng đợi trong thực tế, nhưng lại là 1 lựa chọn rất dở với máy tính

• Hiện thực tuyến tính

- Ta dùng 2 chỉ số Front và Rear để lưu trữ đầu và cuối hàng mà không di chuyển các phần tử.
- Khi thêm ta chỉ việc tăng rear lên 1 và thêm pt vào vị trí đó
- Khi rút pt ra, ta lấy pt tại front và tăng front lên 1
- Nhược điểm : front và Rear chỉ tăng mà không giảm => lãng phí bộ nhớ
- Có thể cải tiến bằng cách khi hàng đợi rỗng thì ta gán lại front=rear= đầu dãy



• **Hiện thực của dãy vòng**

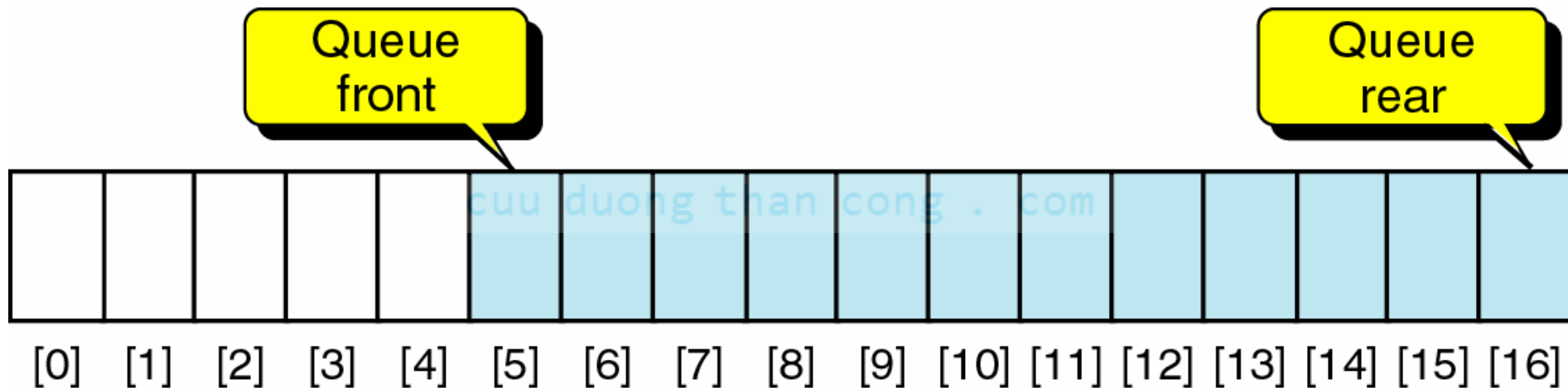
- Ta dùng 1 dãy tuyến tính để mô phỏng 1 dãy vòng.
- Các vị trí trong vòng tròn được đánh số từ 0 đến $\text{max}-1$, trong đó max là tổng số PTử.
- Để thực hiện dãy vòng, chúng ta cũng sử dụng các phân tử được đánh số tương tự dãy tuyến tính.
- Sự thay đổi các chỉ số chỉ đơn giản là phép lấy phần dư số học: khi một chỉ số vượt quá $\text{max}-1$, nó đc bắt đầu trở lại với trị 0. Điều này tương tự với việc cộng thêm giờ trên đồng hồ mặt tròn

$i = ((i+1) == \text{max}) ? 0 : (i+1);$

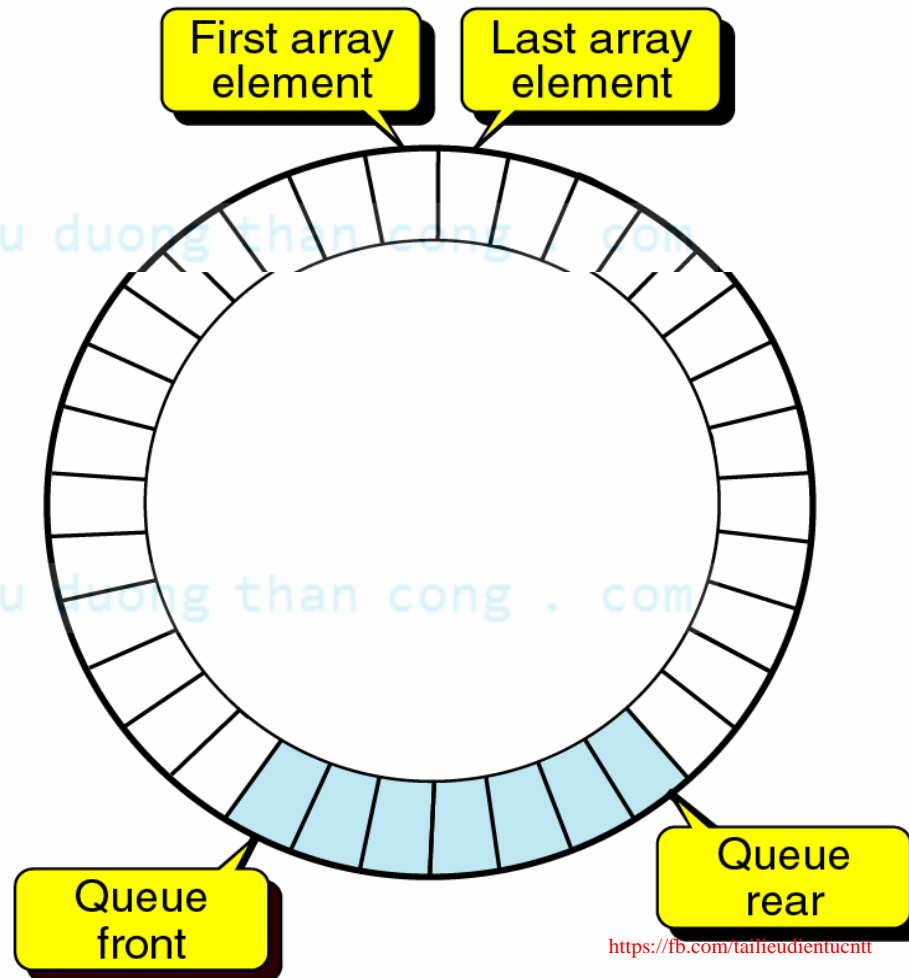
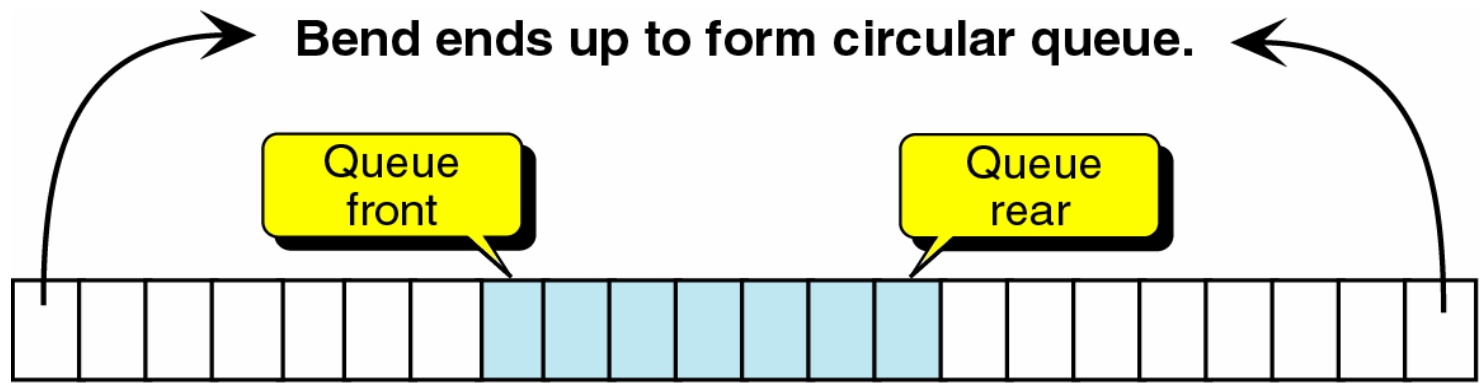
Hoặc $\text{if } ((i+1) == \text{max}) \ i = 0; \text{ else } i = i+1;$

Hoặc $i = (i+1) \% \text{max};$

Queue tăng hết mảng



- Phải xử dụng mảng với kích thước lớn



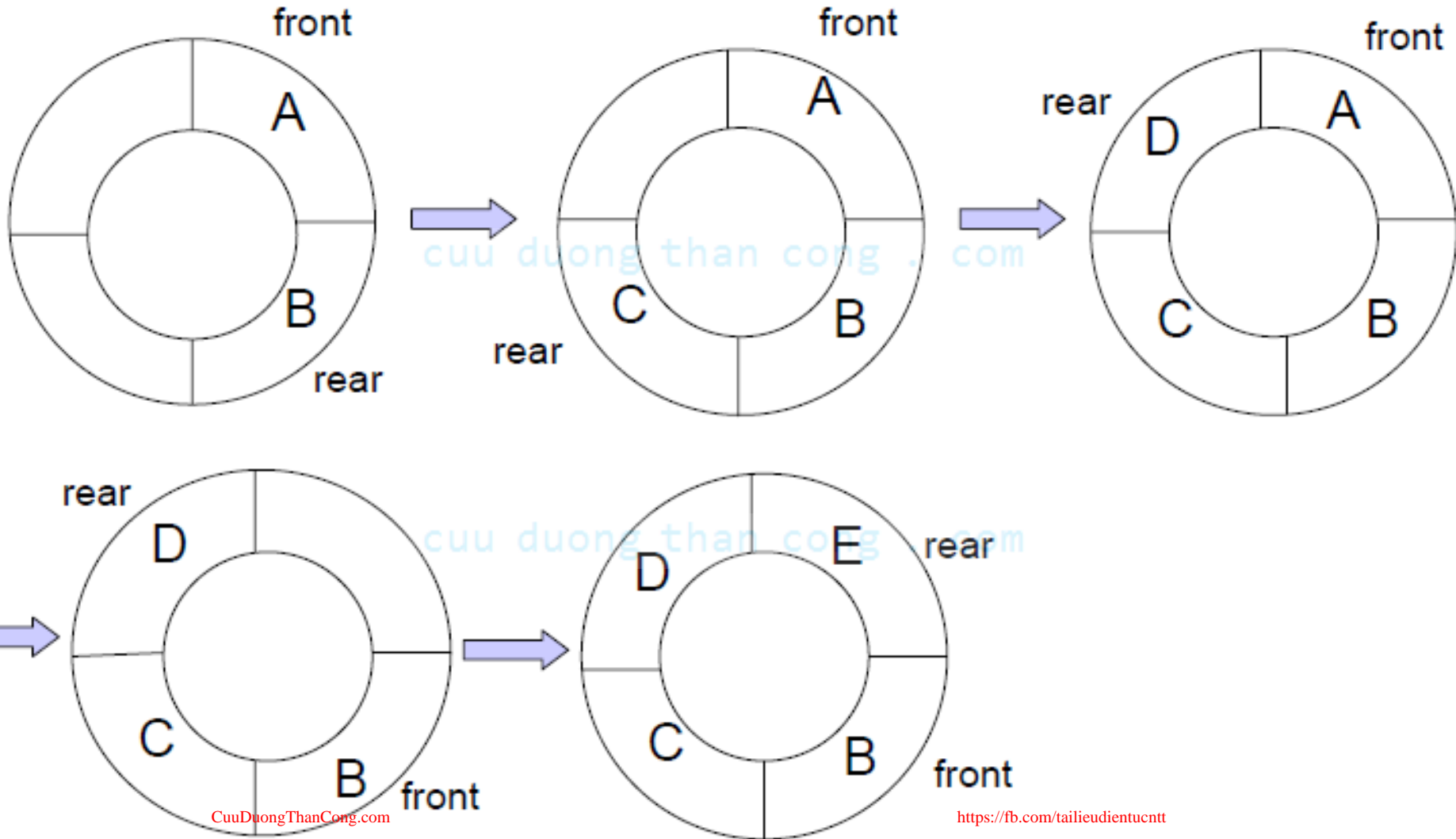
05/04/2019

Last Update 8/2/2019

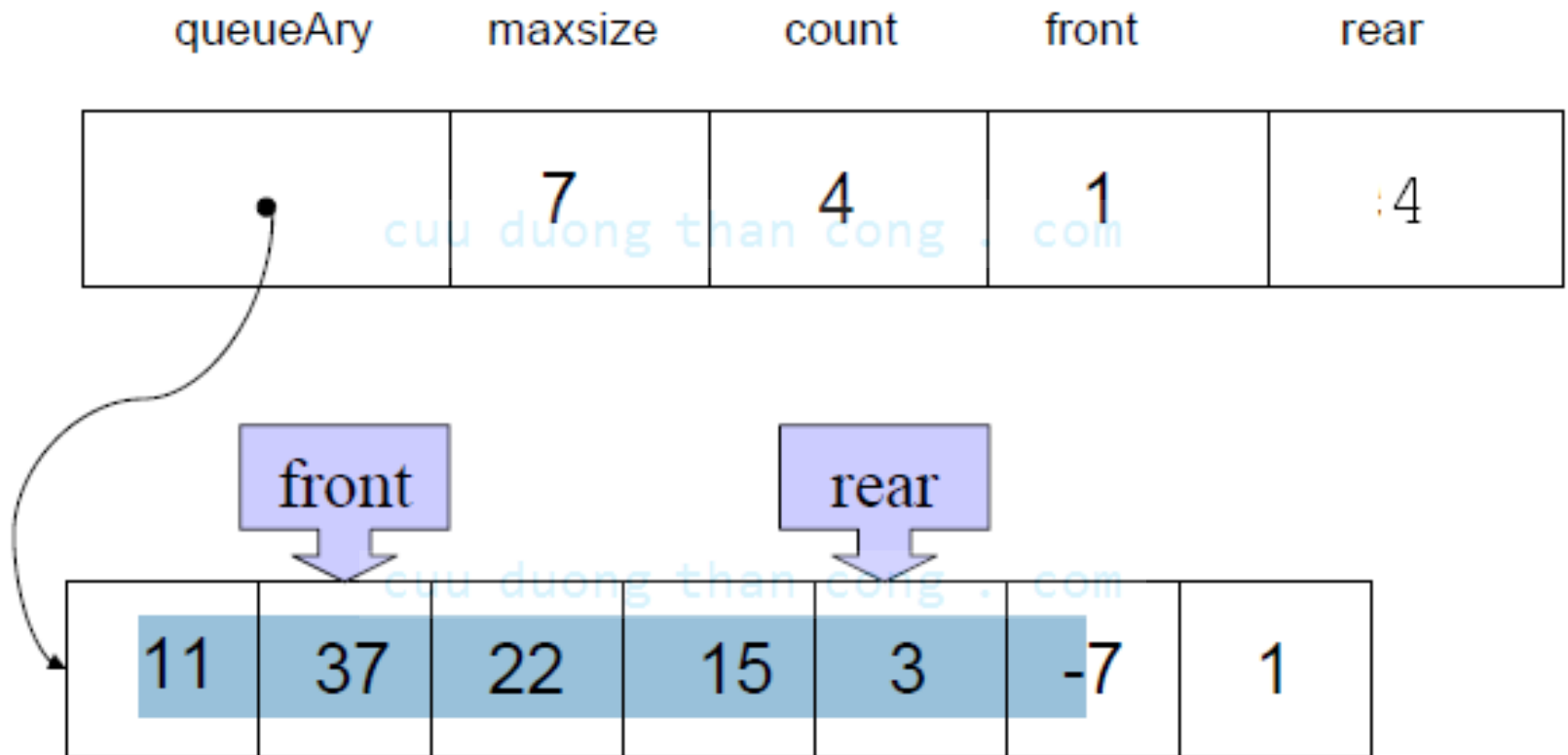
CuuDangThanCong.com

<https://fb.com/tailheudientuclit>

Queue dạng vòng

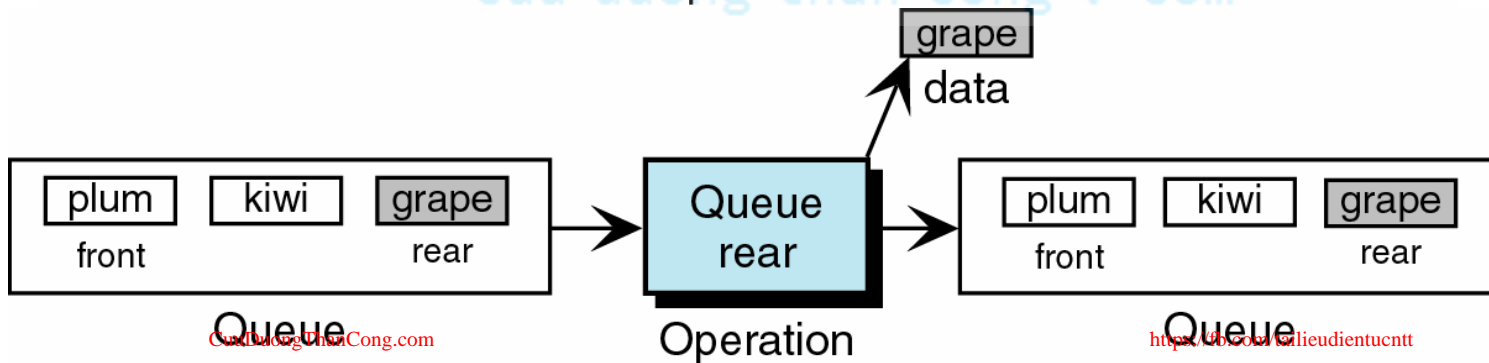
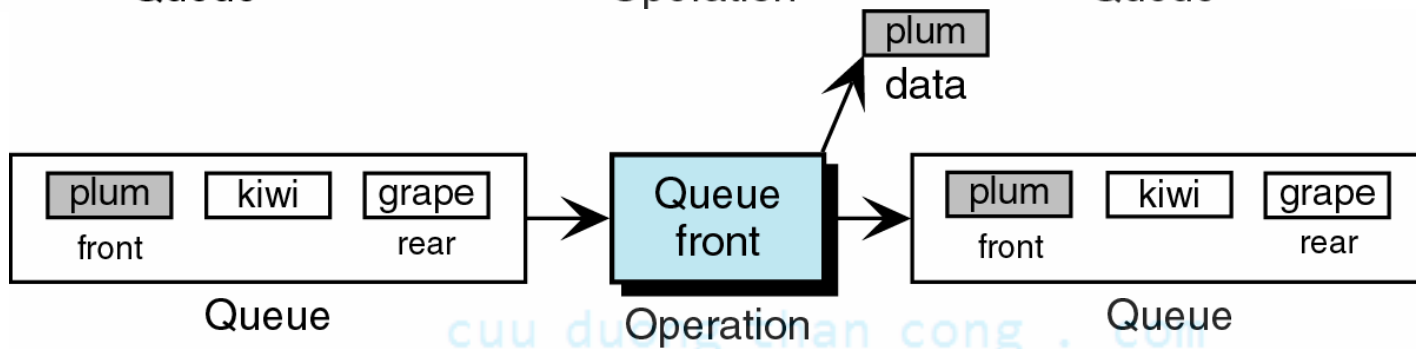
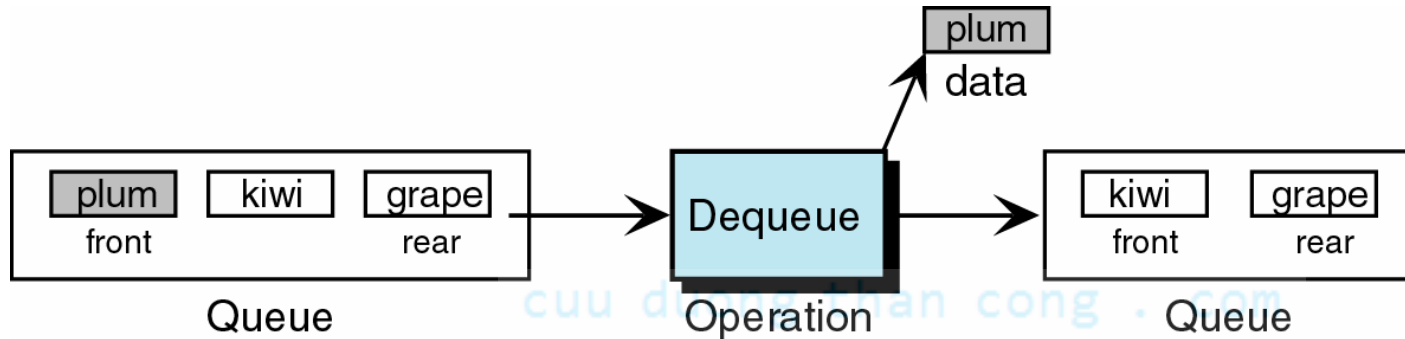
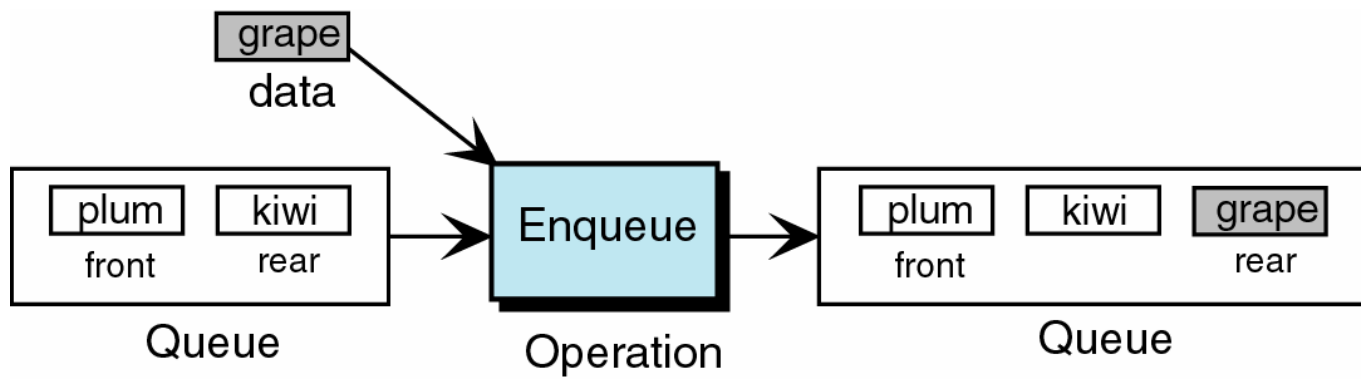


Queue thực hiện trên mảng



Các thao tác cơ bản với Queue

- ☐ Enqueue—Thêm một phần tử vào cuối queue
 - ☐ Tràn Overflow ?
- ☐ Dequeue—Xóa một phần tử tại đầu queue
 - ☐ Queue rỗng?
- ☐ Front —Trả lại phần tử tại đầu queue
 - ☐ Queue rỗng?
- ☐ Rear —Trả lại phần tử tại cuối queue
 - ☐ Queue rỗng



- Định nghĩa cấu trúc Queue

```
typedef struct intqueue{
```

```
    Int *queueAry;
```

```
    Int maxSize;
```

```
    Int count;
```

```
    Int front;
```

```
    Int rear;
```

```
} IntQueue;
```

• Tạo Queue

```
IntQueue *CreateQueue(int max){  
    IntQueue *queue;  
    queue = (IntQueue *)malloc(sizeof(IntQueue));  
    /*Cấp phát cho mảng */  
    queue->queueAry= malloc(max *sizeof(int));  
    /* Khởi tạo queue rỗng */  
    queue->front = -1;  
    queue->rear = -1;  
    queue->count = 0;  
    queue->maxSize= maxSize;  
    return queue;  
} /* createQueue*/
```

i queue

```
Int enqueue(struct intqueue *queue, int datain)
{
    if (queue->count >= queue->maxSize) return 0;
    (queue->count)++;
    queue->rear = queue->rear % queue->maxSize + 1;
    queue->queueAry[queue->rear] = datain;
    return 1;
}
```

cuu duong than cong . com

Dequeue : Xóa PT ở đầu queue

```
int dequeue(struct intqueue *queue, int *dOutPtr)
{
    if(!queue->count)
        return 0;
    *dOutPtr= queue->queueAry[queue->front];
    (queue->count)--;
    queue->front = (queue->front +1) % queue->maxSize;
    return 1;
}
```


- **Front : Lấy pt đầu queue**

```
Int Front(struct intqueue *queue,int *dOutPtr) {  
    if(!queue->count)  
        return 0;  
    else{  
        *dOutPtr= queue->queueAry[queue->front];  
        return 1;  
    }  
}
```

- **Rear : lấy PT cuối Queue**

```
int Rear(struct intqueue *queue,int*dOutPtr) {  
    if(!queue->count)  
        return 0;  
    else{  
        *daOutPtr= queue->queueAry[queue->rear];  
        return 1;  
    }  
}
```

- **emptyQueue và fullQueue**

```
Int emptyQueue(struct intqueue *queue)  
{  
    return(queue->count == 0);  
}/* emptyQueue*/
```

```
Int fullQueue(struct intqueue *queue )  
{  
    return( queue->count == queue->maxSize);  
}/* fullQueue*/
```

- destroyQueue

```
struct intqueue *destroyQueue(struct intqueue *queue)
{
    if(queue)
    {
        free(queue->queueAry);
        free(queue);
    }
    return NULL;
}/* destroyQueue*/
```

Bài tập

- Xây dựng Stack và Queue móc nối, cài đặt các thao tác tương ứng

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com

4.11.2 Tree

1. Định nghĩa và khái niệm

2. Cây nhị phân

- ☐ Định nghĩa và Tính chất
- ☐ Lưu trữ
- ☐ Duyệt cây

3. Cây tổng quát

- ☐ Biểu diễn cây tổng quát
- ☐ Duyệt cây tổng quát (nói qua)

4. Ứng dụng của cấu trúc cây

- Cây biểu diễn biểu thức (tính giá trị, tính đạo hàm)
- Cây quyết định

1. Định nghĩa và khái niệm

- So với cấu trúc liên tục như mảng, danh sách có ưu điểm vượt trội về tính mềm dẻo
- Nhưng nhược điểm lớn của ds là tính tuần tự và chỉ thể hiện được các mối quan hệ tuyến tính.
- Thông tin còn có thể có quan hệ dạng phi tuyến, ví dụ:
 - ☐ Các thư mục file
 - ☐ Các bước di chuyển của các quân cờ
 - ☐ Sơ đồ nhân sự của tổ chức
 - ☐ Cây phả hệ
- ☐ Sử dụng cây cho phép tìm kiếm thông tin nhanh

Các khái niệm cơ bản về cây

- Một **cây** (*tree*) gồm một tập hữu hạn các **nút** (*node*) và 1 tập hữu hạn các **cành** (*branch*) p “cha-con”.
- Số cạnh ra (con) tại một nút gọi là **p** (*degree*) của nút đó. Nếu cây không rỗng thì phải có 1 nút gọi là **nút gốc** (*root*), **nút này không có cạnh vào**
- t trên cây.
- **Định nghĩa (ĐQ):** Một cây là tập các nút mà :
 - là tập rỗng, hoặc
 - có 0 hoặc nhiều cây con, các cây con cũng là cây.

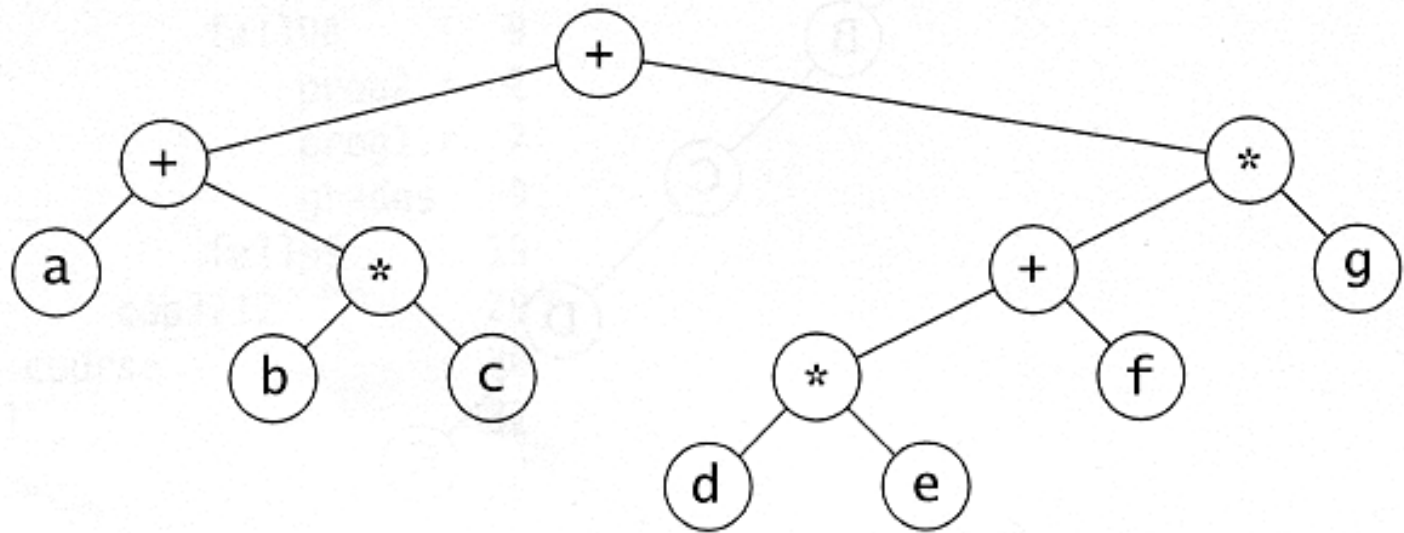


Figure 4.14 Expression tree for $(a + b * c) + ((d * e + f) * g)$

cuu duong than cong . com

$M(A(NC(B))DO(Y(TX)ELS))$

(c)

cuu duong than cong . com

Các cách biểu diễn cây

(b)

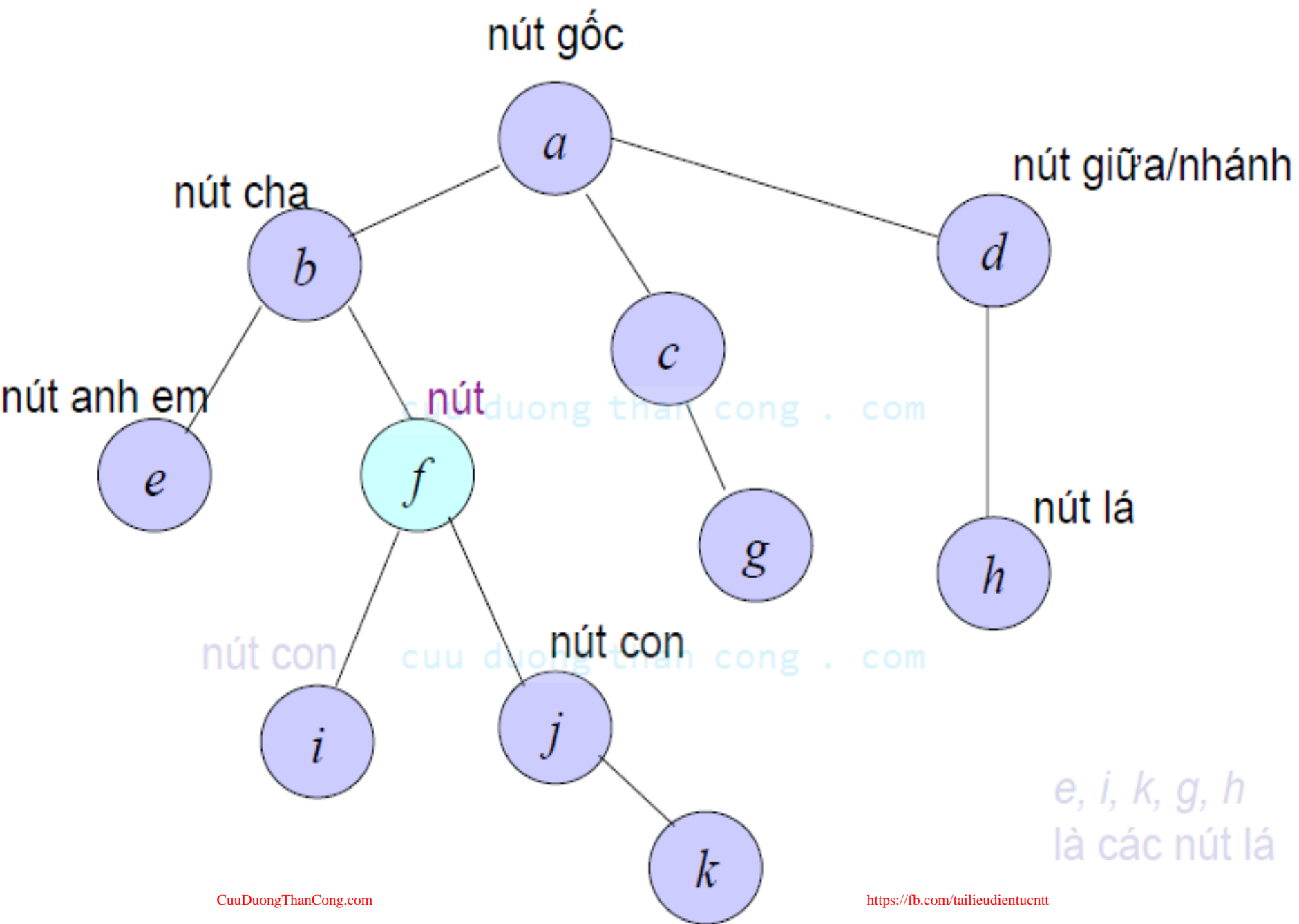
05/04/2019

Last Update 8-2010

SE-SOIC I

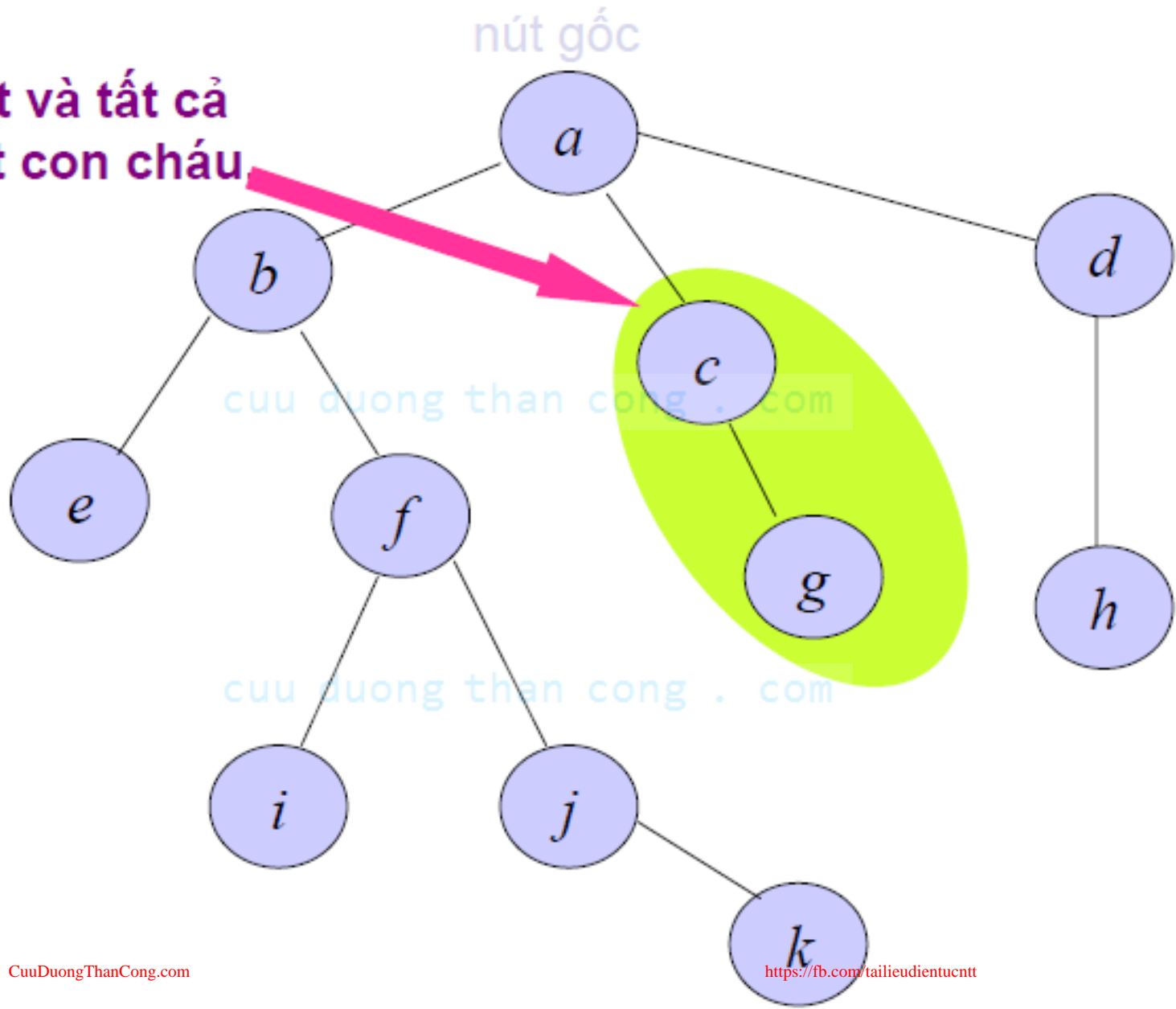
KILI4-2.81

<https://fb.com/tailieudientucntt>



Cây con

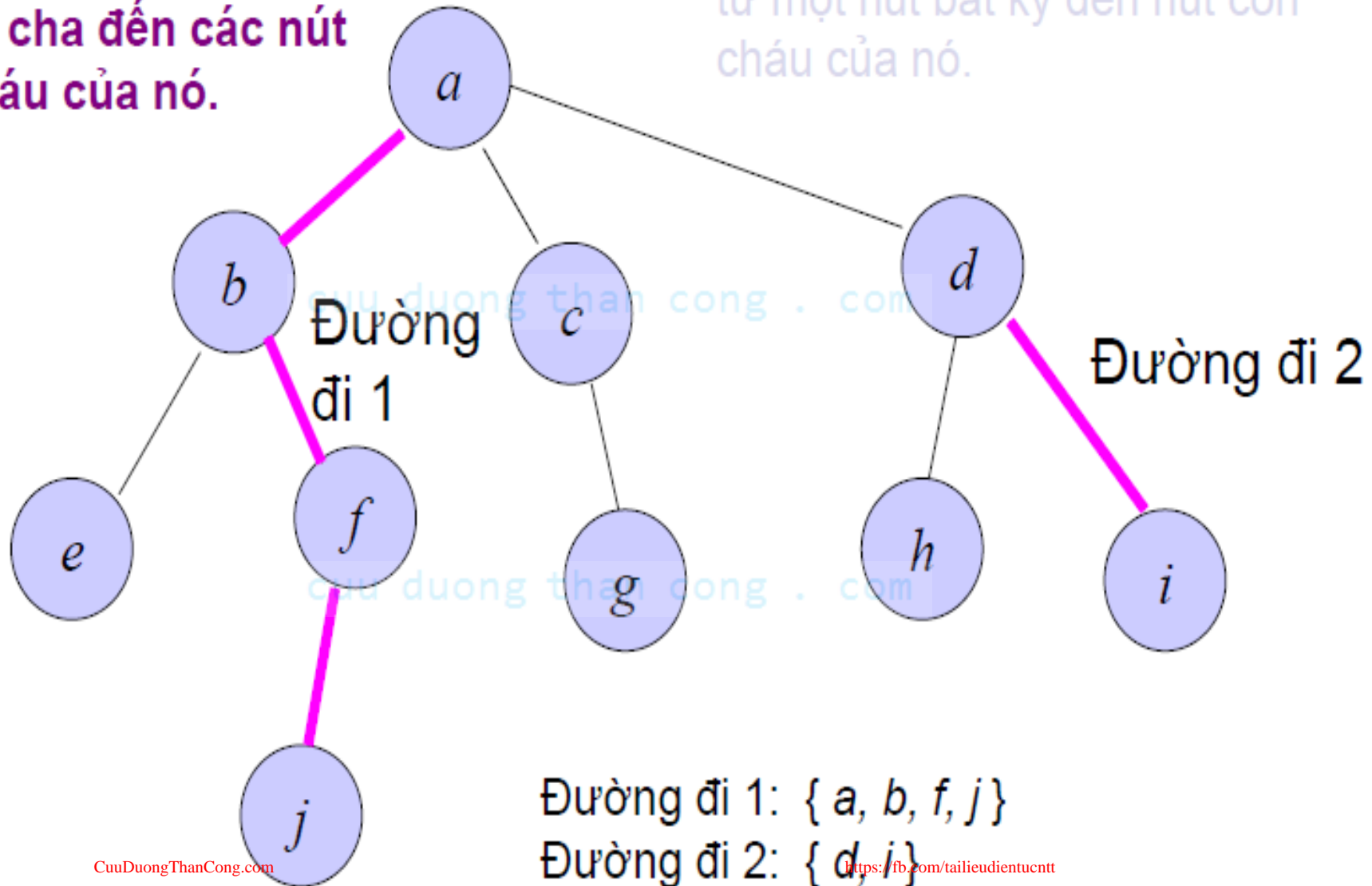
Một nút và tất cả
các nút con cháu



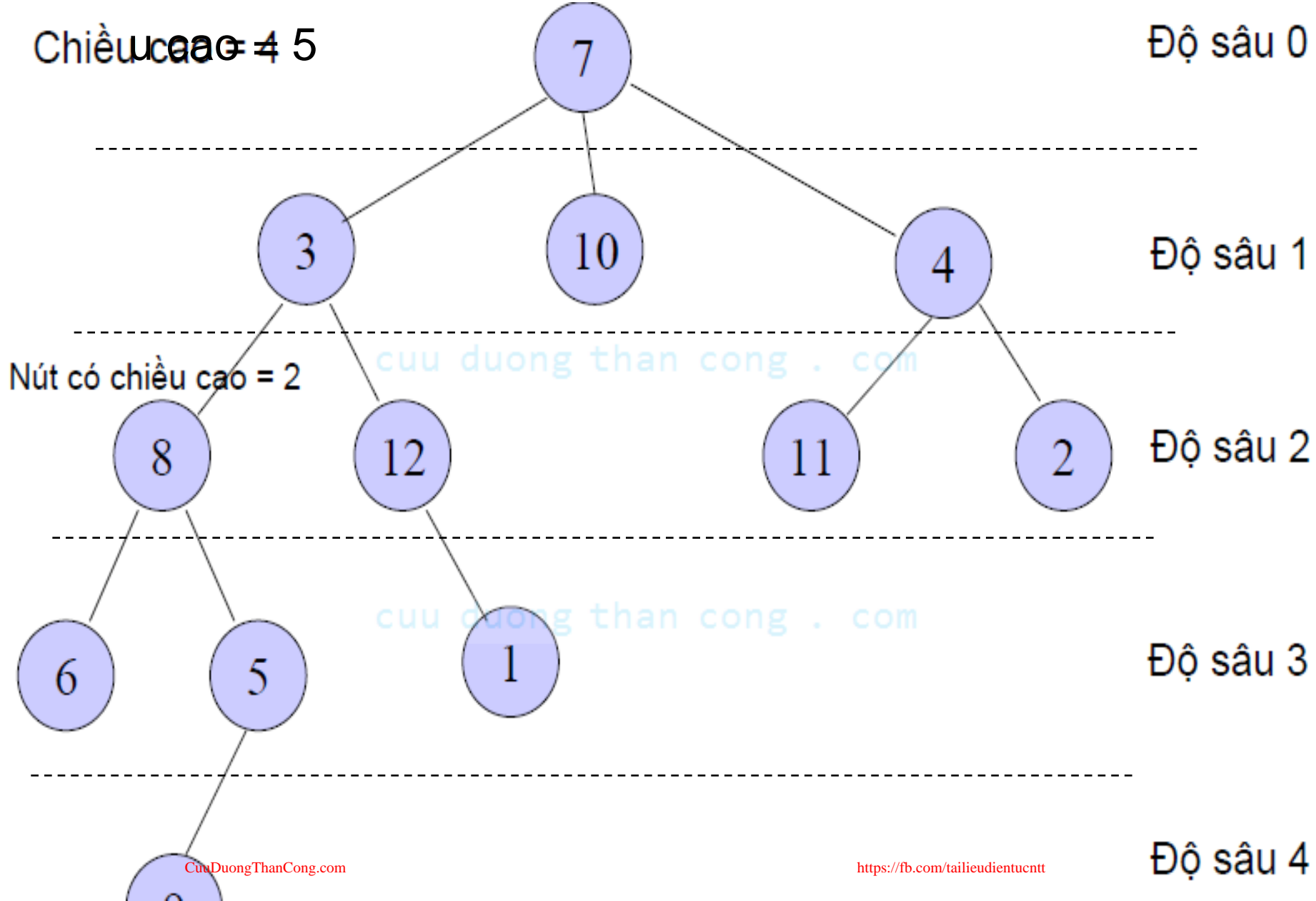
Đường đi

Từ nút cha đến các nút con cháu của nó.

Tồn tại một **đường đi duy nhất** từ một nút bất kỳ đến nút con cháu của nó.

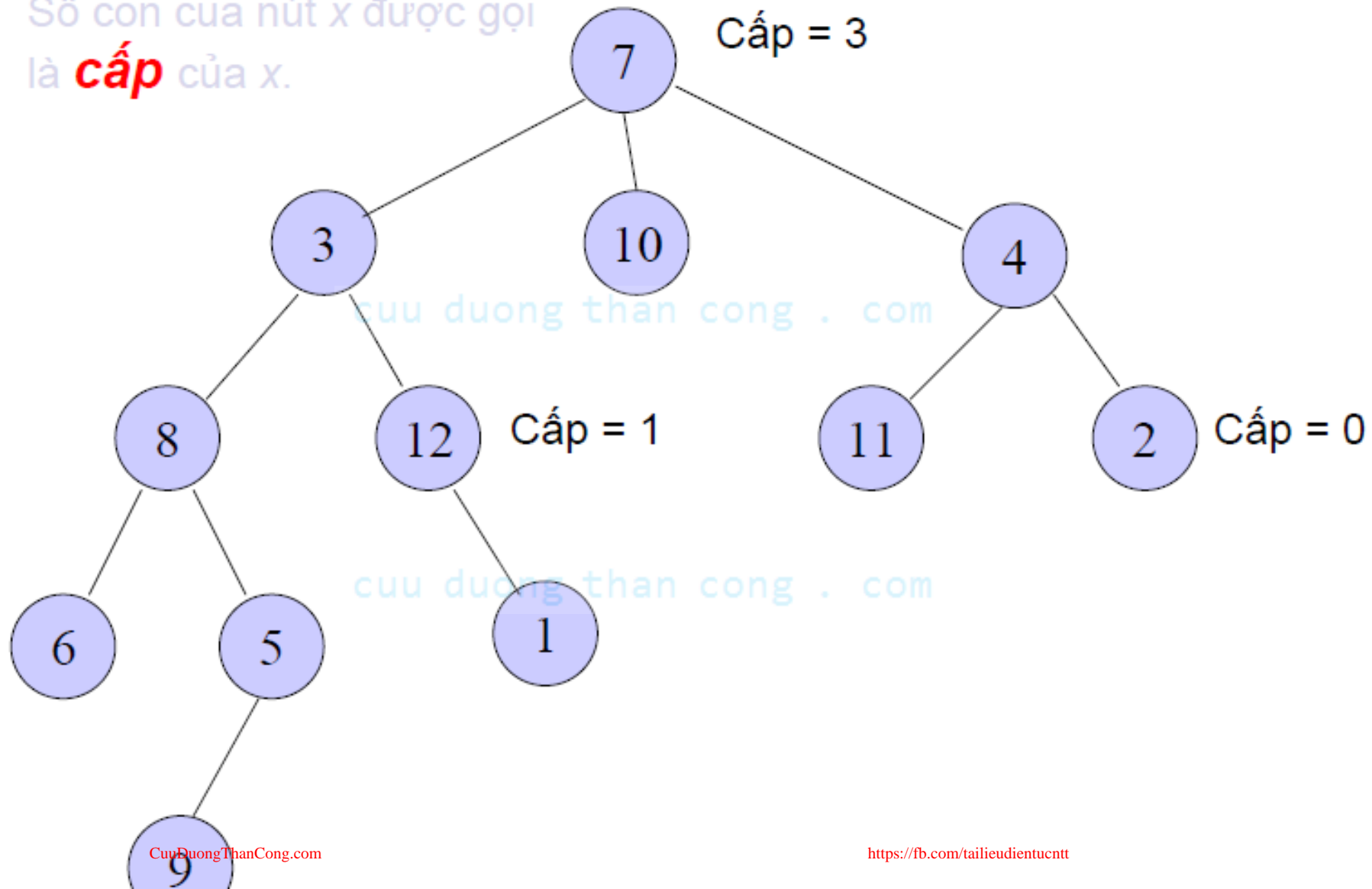


Độ sâu và chiều cao



Cấp

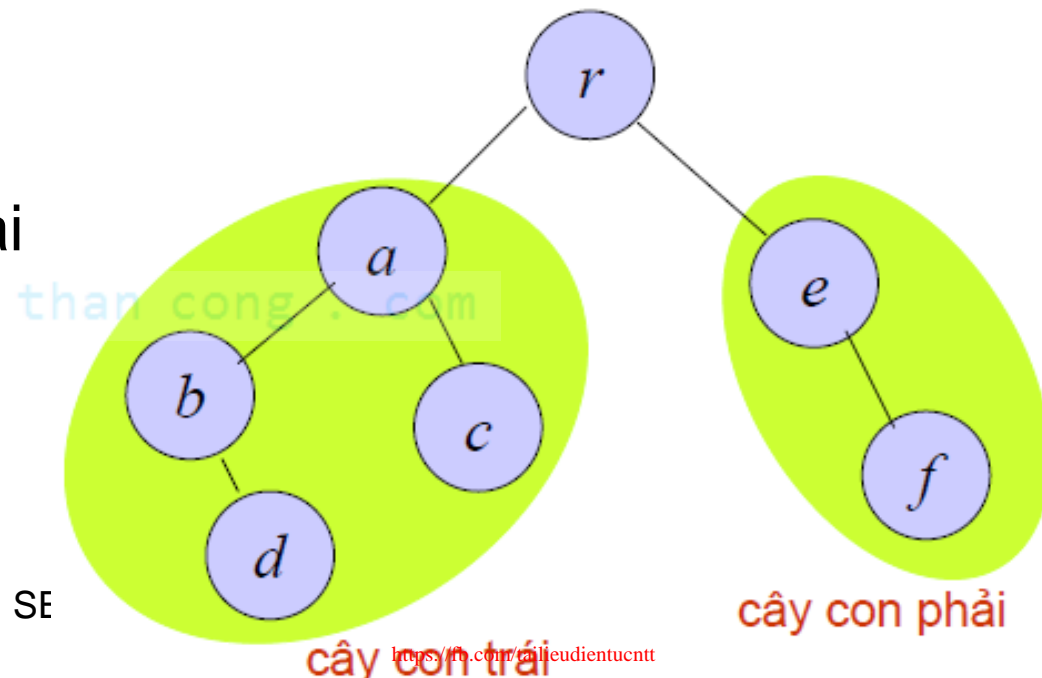
Số con của nút x được gọi là **cấp** của x .



2. Cây nhị phân

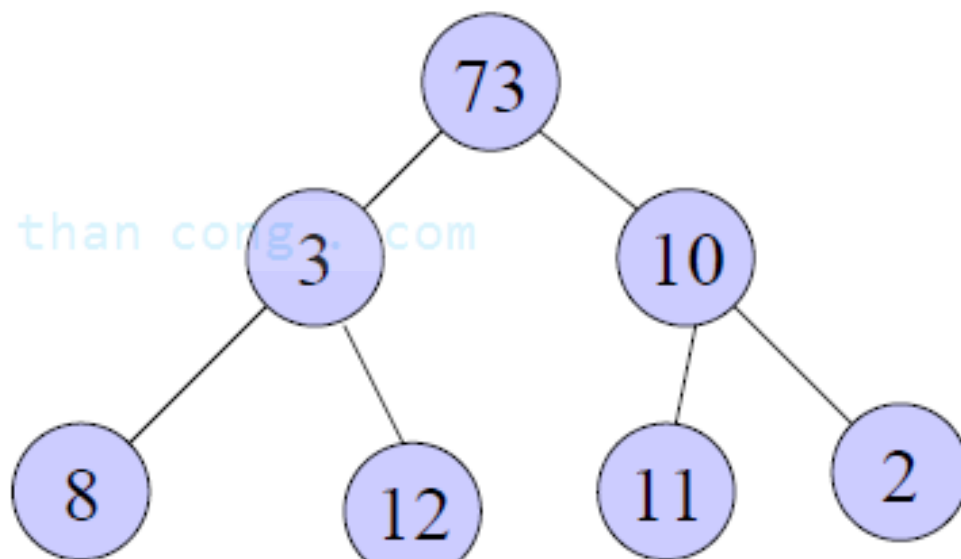
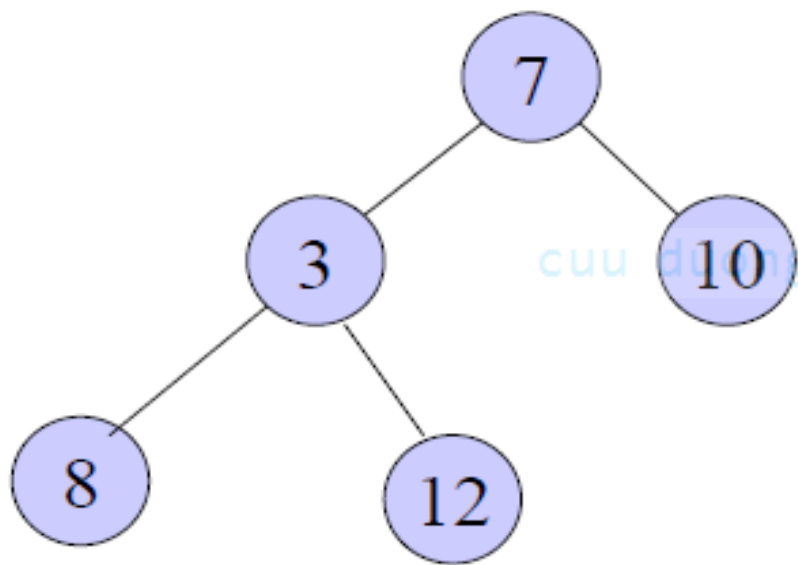
2.1. Định nghĩa và tính chất

- Mỗi nút có nhiều nhất 2 nút con. Nút trái và nút phải
- Một tập các nút T được gọi là cây nhị phân, nếu :
 - a) Nó là cây rỗng, hoặc
 - b) Gồm 3 tập con không trùng nhau:
 - 1) một nút gốc
 - 2) Cây nhị phân con trái
 - 3) Cây nhị phân con phải



Cây nhị phân hoàn chỉnh và Cây nhị phân đầy đủ

Đã 2 con Tất cả nút lá đều có cùng
độ sâu và tất cả nút
giữa có cấp = 2



Một số tính chất

- $c_i : 2^{i-1}$
-

u cao H thì $N = 2^H - 1$

$$- H_{\max} = N, H_{\min} = \lceil \log_2 N \rceil + 1$$

phân

c)

- Khoảng cách từ 1 nút đến nút gốc xác định chi phí cần để định vị nó : 1 nút có độ sâu là 5 => phải đi từ nút gốc và qua 5 cạnh

-

cuu duong than cong . com

ng của cây nhị phân. Hệ số cân bằng của cây (*balance factor*) chênh lệch giữa chiều cao của 2 cây con trái và phải của nó:

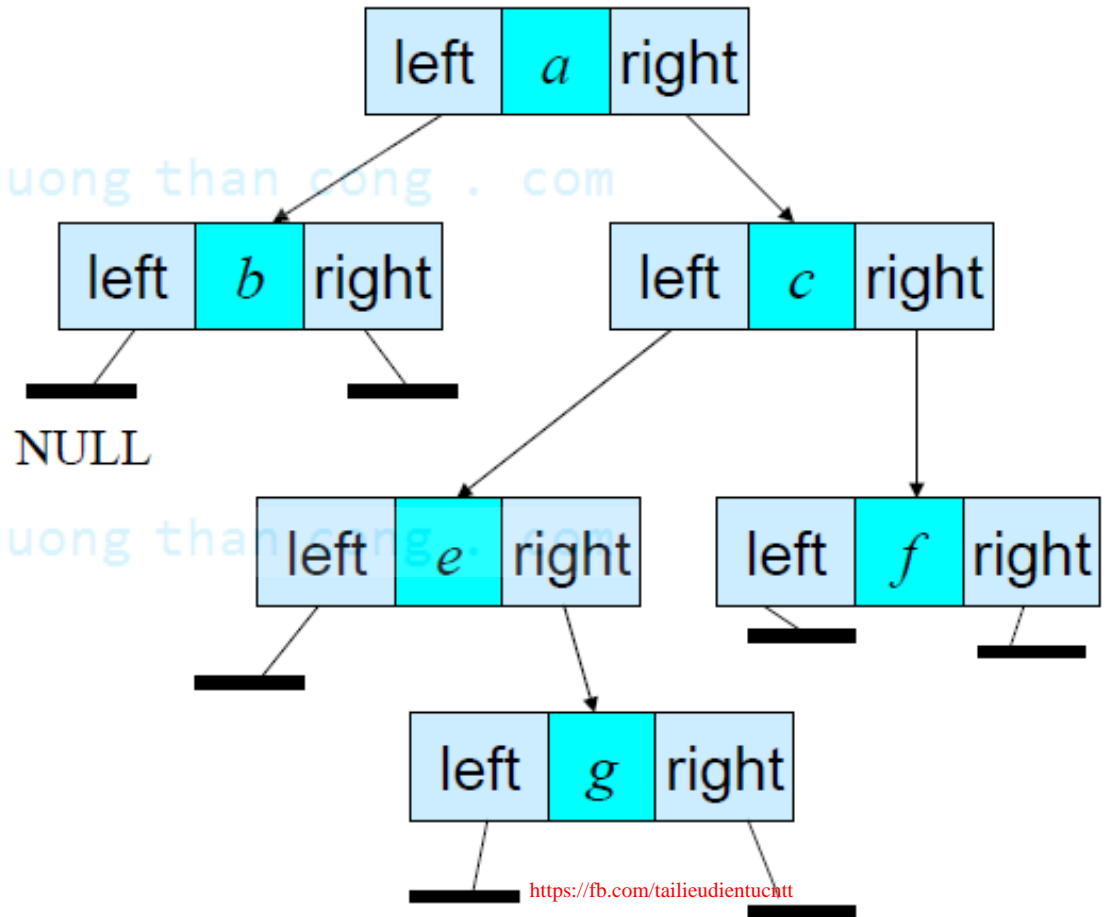
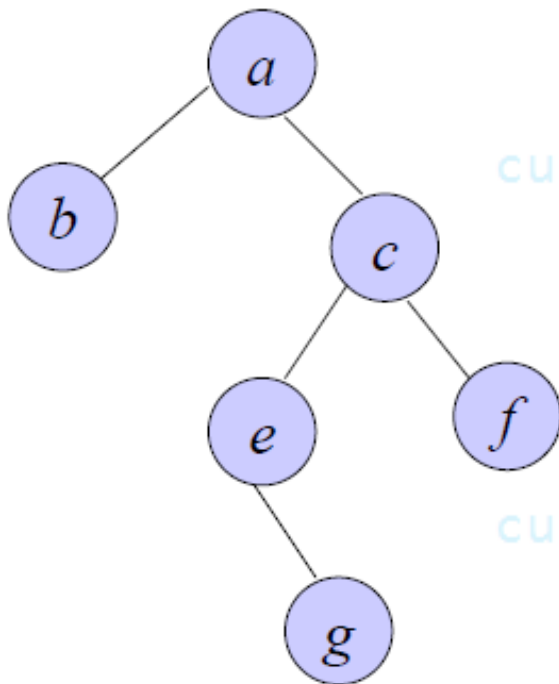
$$B = HL - HR$$

- Một **cây cân bằng** khi $B = 0$ và các cây con của nó cũng cân bằng

cuu duong than cong . com

2.2 Lưu trữ cây nhị phân

- Lưu trữ kế tiếp : Sử dụng mảng
- Lưu trữ móc nối : Sử dụng con trỏ



- Cấu trúc cây nhị phân

```
typedef struct tree_node
```

```
{
```

```
    int data ;
```

```
    struct tree_node *left ;
```

```
    struct tree_node *right ;
```

```
} TREE_NODE;
```

• Tạo cây nhị phân

```
TREE_NODE *root, *leftChild, *rightChild;
```

```
// Tạo nút con trái
```

```
leftChild= (TREE_NODE *)malloc(sizeof(TREE_NODE));
```

```
leftChild->data = 20;
```

```
leftChild->left = leftChild->right = NULL;
```

```
// Tạo nút con phải
```

```
rightChild = (TREE_NODE *)malloc(sizeof(TREE_NODE));
```

```
rightChild->data = 30;
```

```
rightChild->left = rightChild->right = NULL;
```

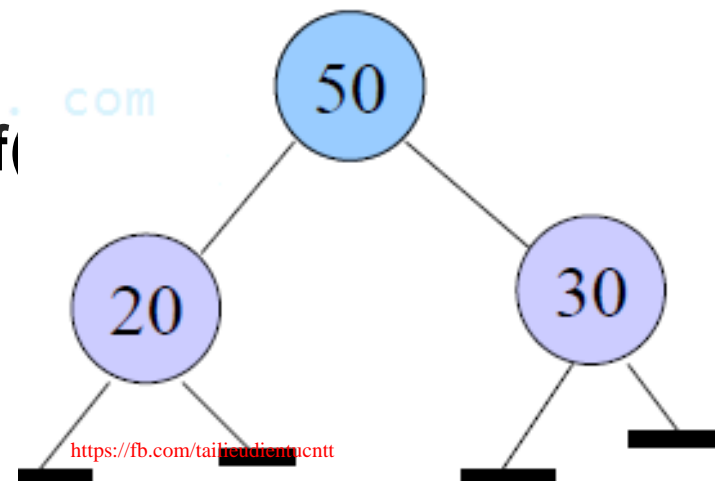
```
// Tạo nút gốc
```

```
root = (TREE_NODE *)malloc(sizeof(TREE_NODE));
```

```
root->left = leftChild;
```

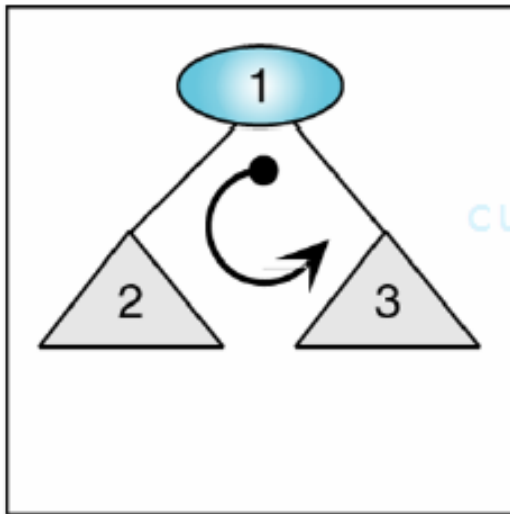
```
root->right = rightChild;
```

```
root->data= 50;// gán 50 cho root
```

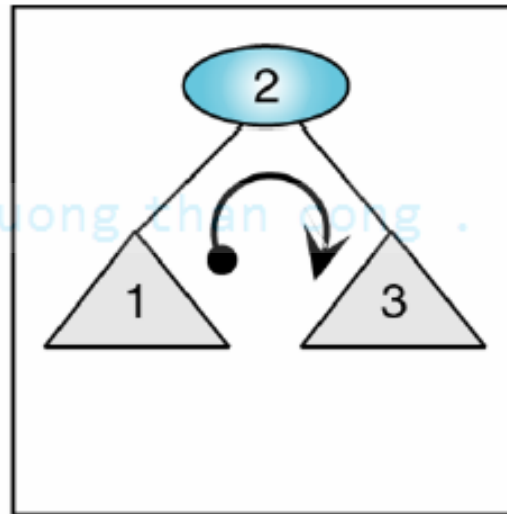


2.3. Duyệt cây nhị phân

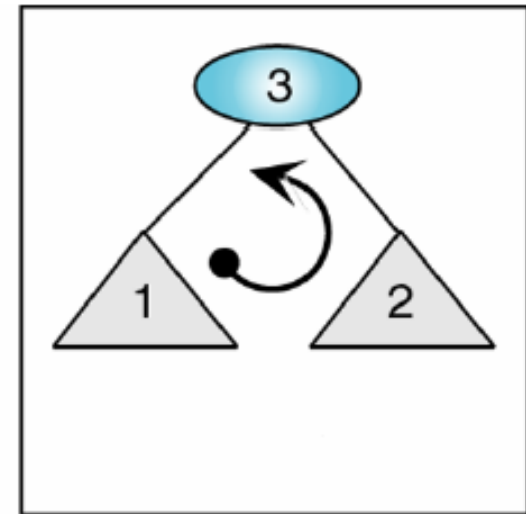
- Duyệt cây: lần lượt duyệt toàn bộ nút trên cây
- Có 3 cách duyệt cây:
 - □ Duyệt theo thứ tự trước
 - □ Duyệt theo thứ tự giữa
 - □ Duyệt theo thứ tự sau
- Định nghĩa duyệt cây nhị phân là những định nghĩa đệ quy.



(a) Thứ tự trước



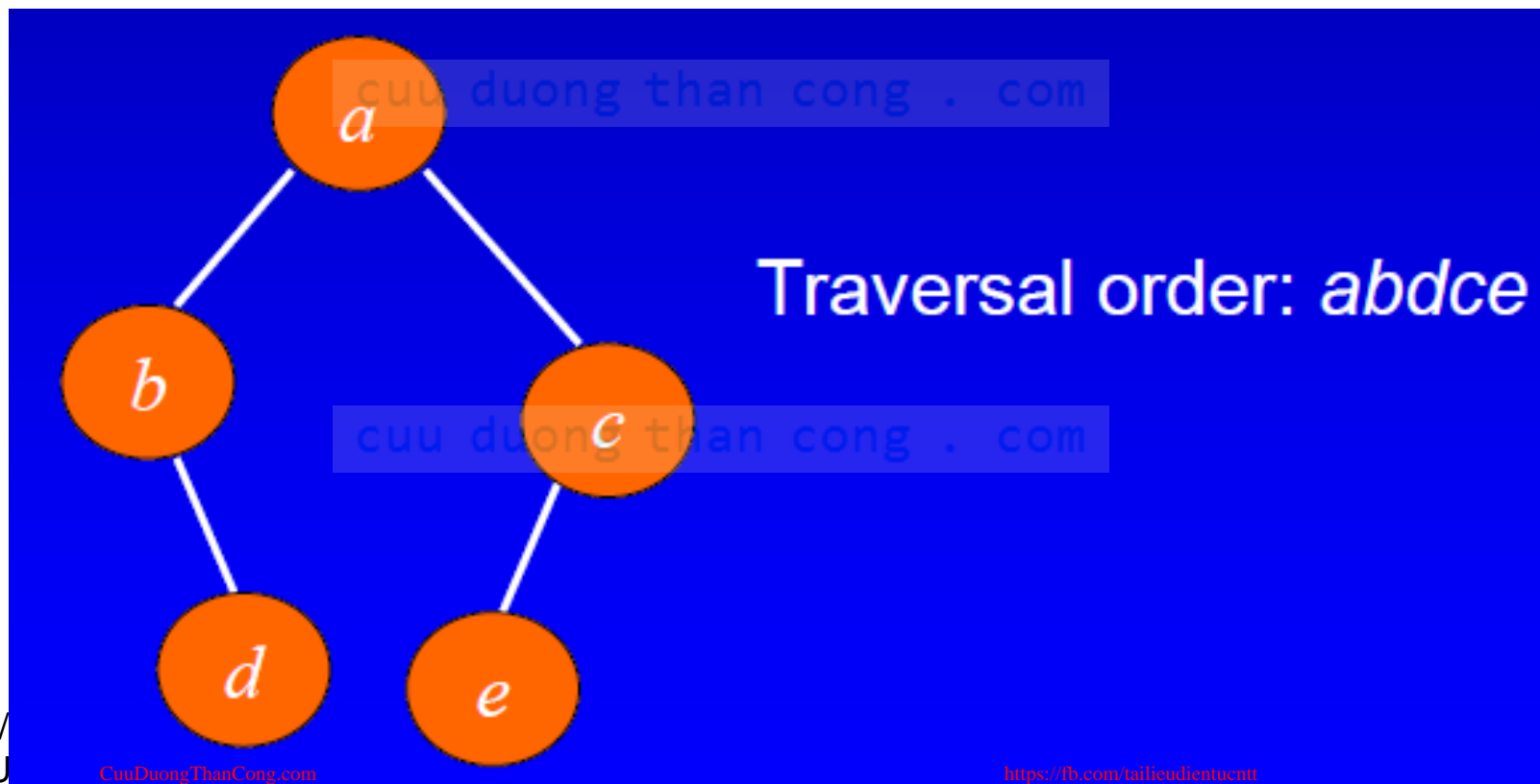
(b) Thứ tự giữa



(c) Thứ tự sau

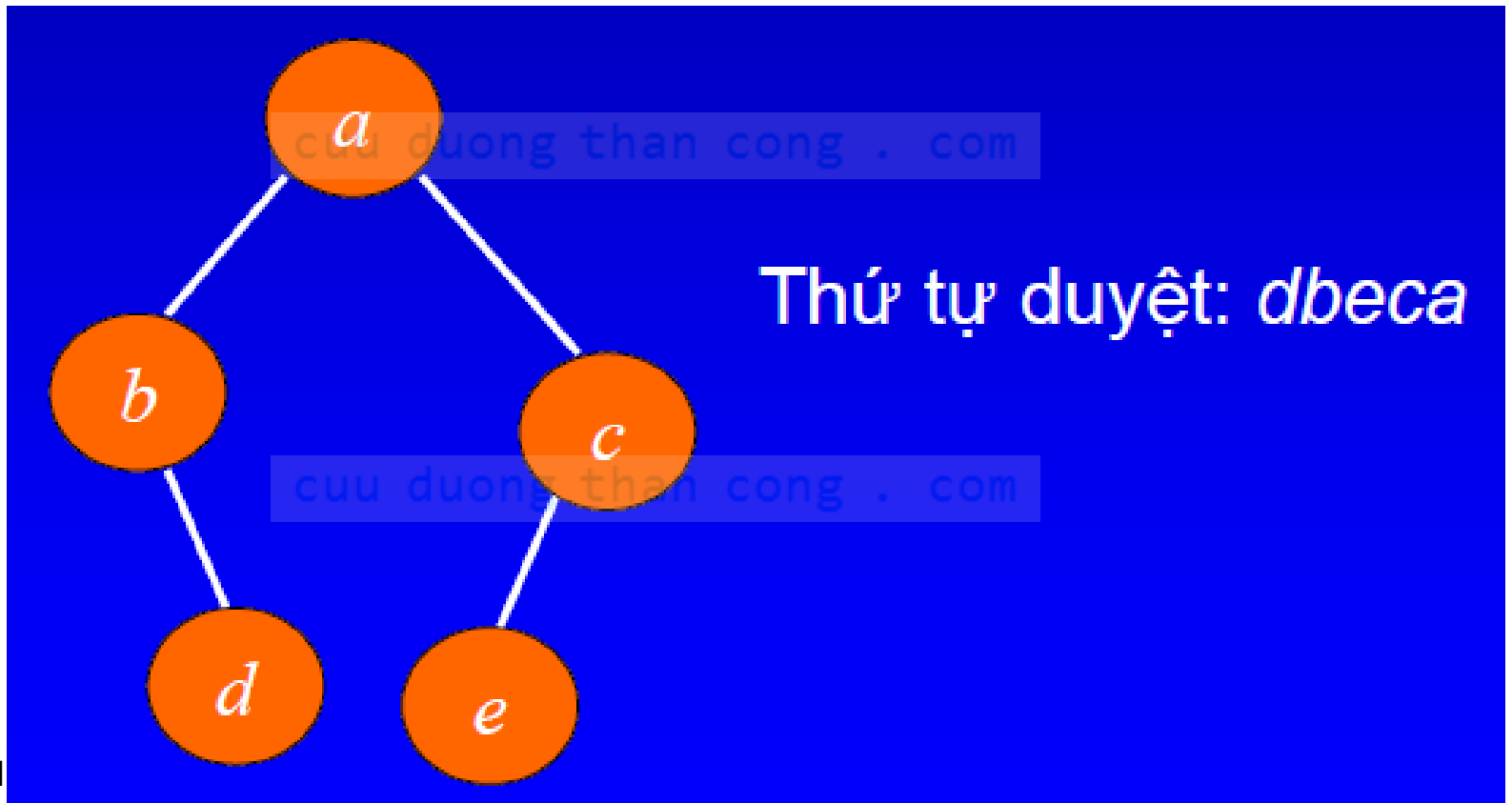
Duyệt theo thứ tự trước

1. Thăm nút.
2. Duyệt cây con trái theo thứ tự trước.
3. Duyệt cây con phải theo thứ tự trước.



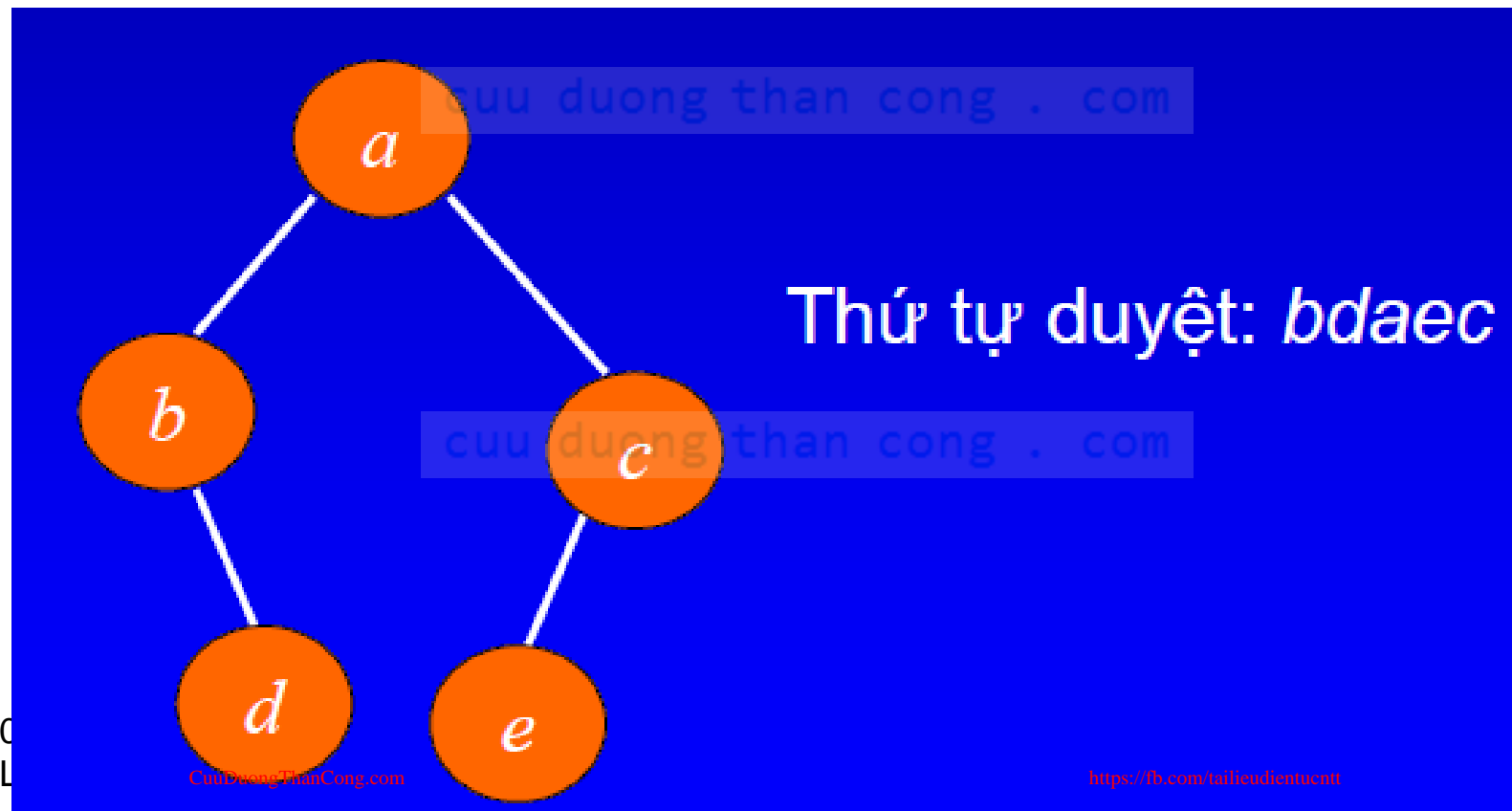
Duyệt theo thứ tự sau

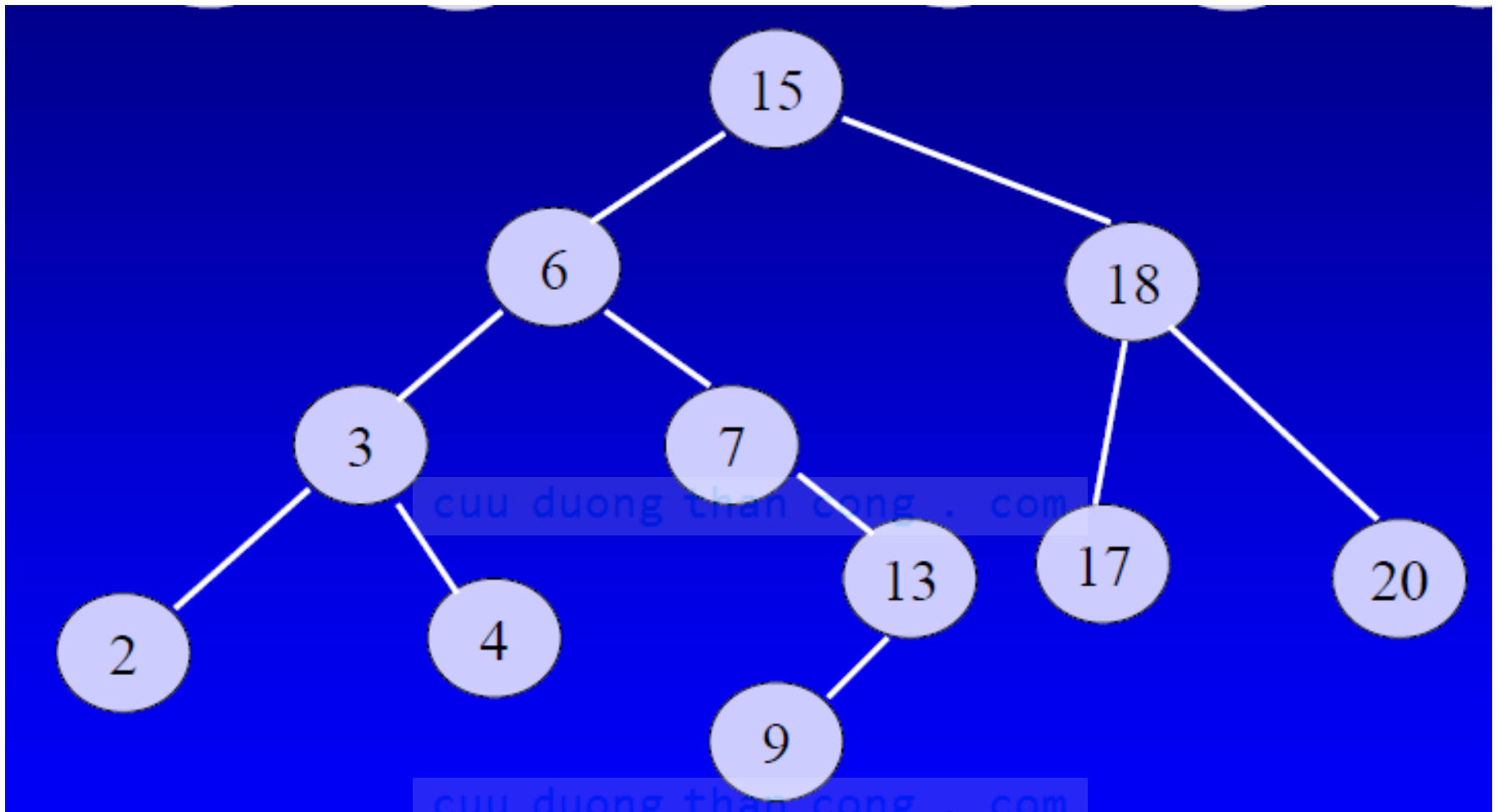
1. Duyệt cây con trái theo thứ tự sau.
2. Duyệt cây con phải theo thứ tự sau.
3. Thăm nút.



Duyệt theo thứ tự giữa

1. Duyệt cây con trái theo thứ tự giữa
2. Thăm nút.
3. Duyệt cây con phải theo thứ tự giữa.





Thứ tự trước: 15, 6, 3, 2, 4, 7, 13, 9, 18, 17, 20

Thứ tự giữa : 2, 3, 4, 6, 7, 9, 13, 15, 17, 18, 20

Thứ tự sau : 2, 4, 3, 9, 13, 7, 6, 17, 20, 18, 15

Duyệt theo thứ tự trước—Đệ quy

```
void Preorder(TREE_NODE *root)
{
    if (root != NULL)
    {
        // tham aNode
        printf("%d", root->data);
        // duyệt cây con trái
        Preorder(root->left);
        // duyệt cây con phải
        Preorder(root->right);
    }
}
```

Bài tập: Viết giải thuật đệ quy của

- ☐ Duyệt theo thứ tự giữa
- ☐ Duyệt theo thứ tự sau

Duyệt theo thứ tự trước–Vòng lặp

```
void Preorder_iter(TREE_NODE *treeRoot)
```

i ưuu!!! Xem trongCTDL>

```
TREE_NODE *curr= treeRoot;
```

```
STACK *stack= createStack(MAX);// khởi tạostack
```

```
while (curr != NULL || !IsEmpty(stack))
```

```
{
```

```
    printf("%d", curr->data); // thămcurr
```

```
    // nếu có cây con phải, đẩy cây con phải vào stack
```

```
    if (curr->right != NULL)
```

```
        pushStack(stack, curr->right);
```

```
    if(curr->left!=NULL)
```

```
        curr= curr->left; // duyệt cây con trái
```

```
    else
```

```
        popStack(stack, &curr);// duyệt cây con phải
```

```
}
```

```
destroyStack(&stack);// giải phóng stack
```

- **Duyệt theo thứ tự giữa**

```
void Inorder_iter(TREE_NODE *root){
    TREE_NODE *curr= root;
    STACK *stack= createStack(MAX); //tạo stack
    while(curr != NULL || !IsEmpty(stack))
    {
        if (curr==NULL){
            popStack(stack, &curr);
            printf("%d", curr->data);
            curr= curr->right;
        }
        else{
            pushStack(stack, curr);
            curr= curr->left; // duyệt cây con trái
        }
    }
    destroyStack(stack); //giải phóng stack
}
```

Duyệt theo thứ tự cuối

```
void Postorder_iter(TREE_NODE *treeRoot)
{
    TREE_NODE *curr= treeRoot;
    STACK *stack= createStack(MAX); // tạo một stack
    while( curr != NULL || !IsEmpty(stack)) {
        if (curr == NULL) {
            while(!IsEmpty(stack) && curr==Top(stack)->right){
                PopStack(stack, &curr);
                printf("%d", curr->data);
            }
            curr= isEmpty(stack)? NULL: Top(stack)->right;
        }
        else{
            PushStack(stack, curr);
            curr= curr->left;
        }
    }
    destroyStack(&stack); // giải phóng stack
}
```

05/04/2019

Last Update 8-2010

SE-SolCT

KTLT4-2.102

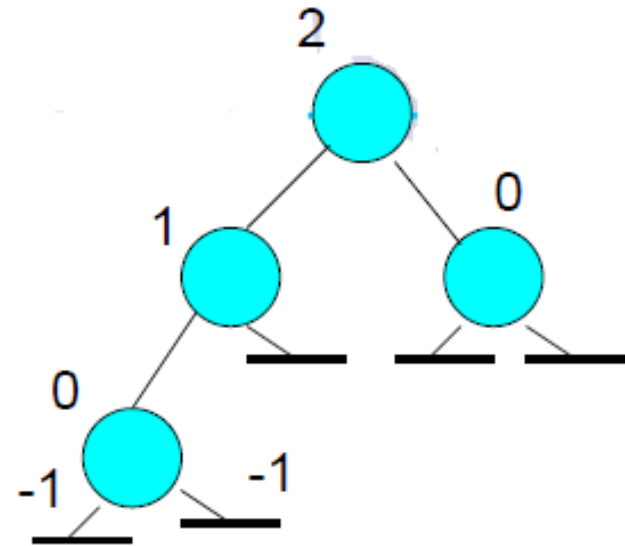
<https://fb.com/tailieudientuontt>

Một vài ứng dụng của duyệt cây

1. Tính độ cao của cây
2. Đếm số nút lá trong cây
3. Sao chép cây
4. Xóa cây

cuu duong than cong . com

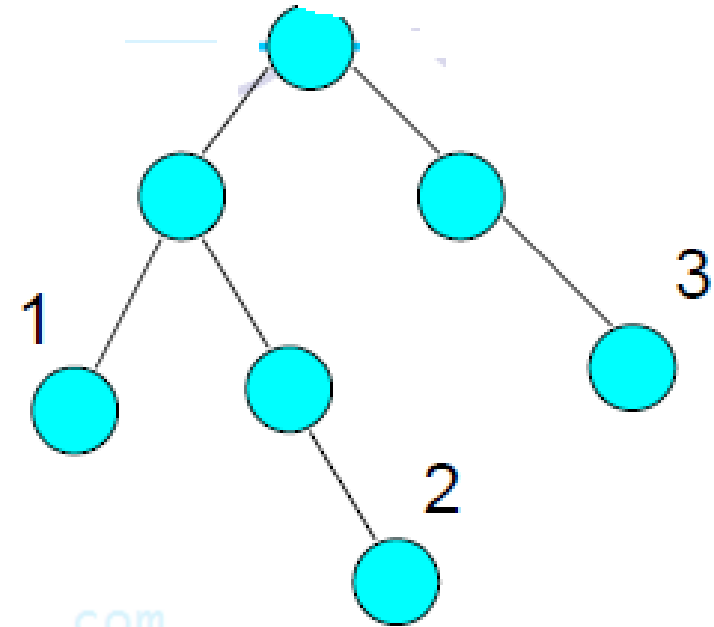
Tính độ cao của cây



```
int Height(TREE_NODE *tree)
{
    Int heightLeft, heightRight, heightval;
    if( tree== NULL )
        heightval= 0;
    else
    { // Sử dụng phương pháp duyệt theo thứ tự sau
        heightLeft= Height (tree->left);
        heightRight= Height (tree->right);
        heightval= 1 + max(heightLeft,heightRight);
    }
    return heightval;
}
```


Đếm số nút

```
int Count(TREE_NODE *tree)
{
    if (tree == NULL)    return 0;
    else {
        int count;
        count = 1 + Count(tree->left) + Count(tree->right);
        return count;
    }
```

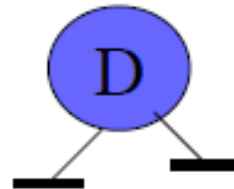
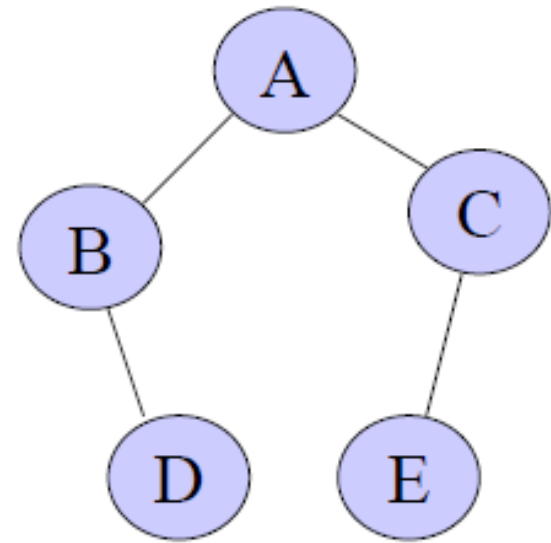


cuu duong than cong . com

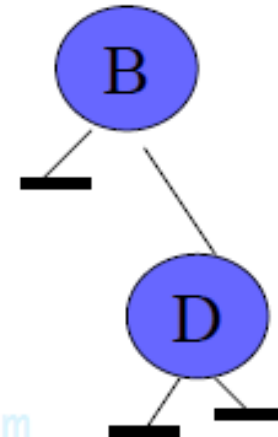
cuu duong than cong . com

a cây!!!

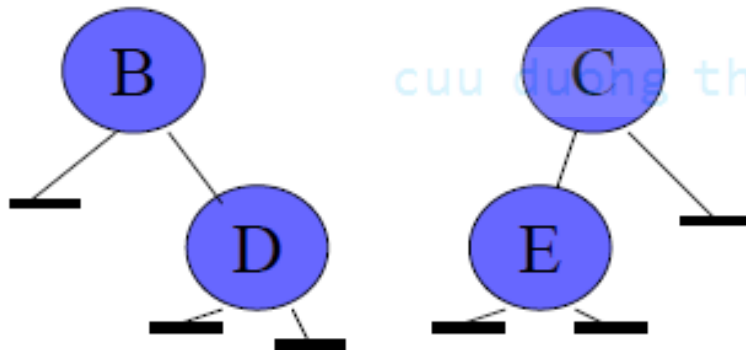
Sao chép cây



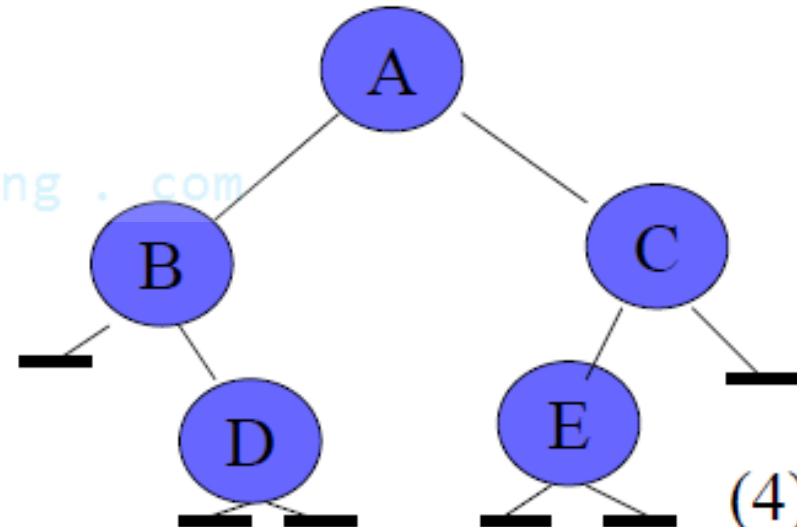
(1)



(2)



(3)



(4)

```
TREE_NODE *CopyTree(TREE_NODE *tree)
{
    // Dừng đệ quy khi cây rỗng
    if (tree== NULL) return NULL;
    TREE_NODE *leftsub, *rightsub, *newnode;
    leftsub=CopyTree(tree->left);
    rightsub= CopyTree(tree->right);
    // tạo cây mới
    newnode= malloc(sizeof(TREE_NODE));
    newnode->data = tree->data;
    newnode->left = leftsub;
    newnode->right = rightsub;
    return newnode;
}
```

Xóa cây

```
void DeleteTree(TREE_NODE *tree)  
{  
    //xóa theo thứ tự sau  
    if(tree != NULL)  
    {  
        DeleteTree(tree-> left);  
        DeleteTree(tree-> right);  
        free(tree);  
    }  
}
```

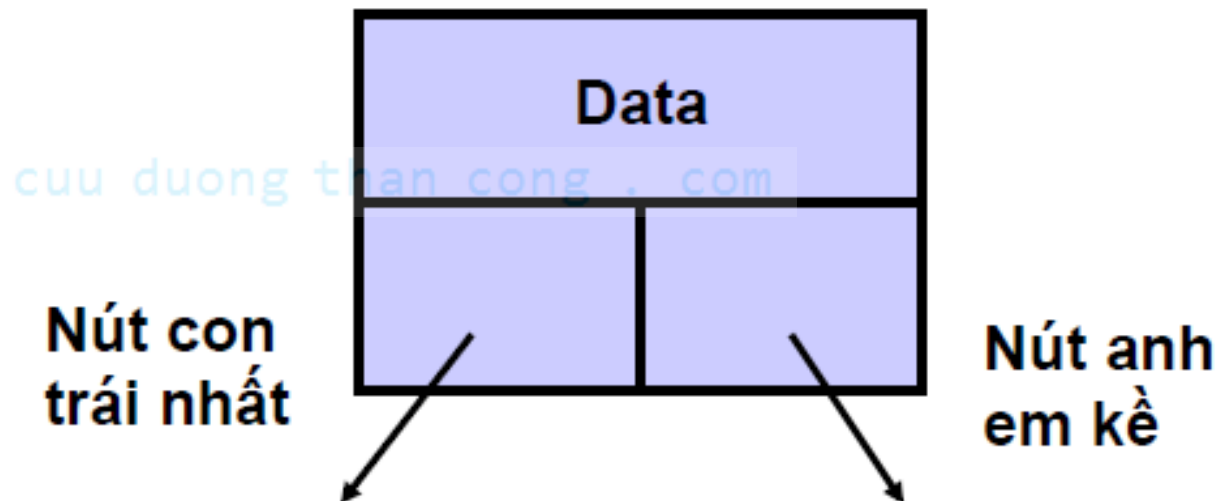
3. Cây tổng quát

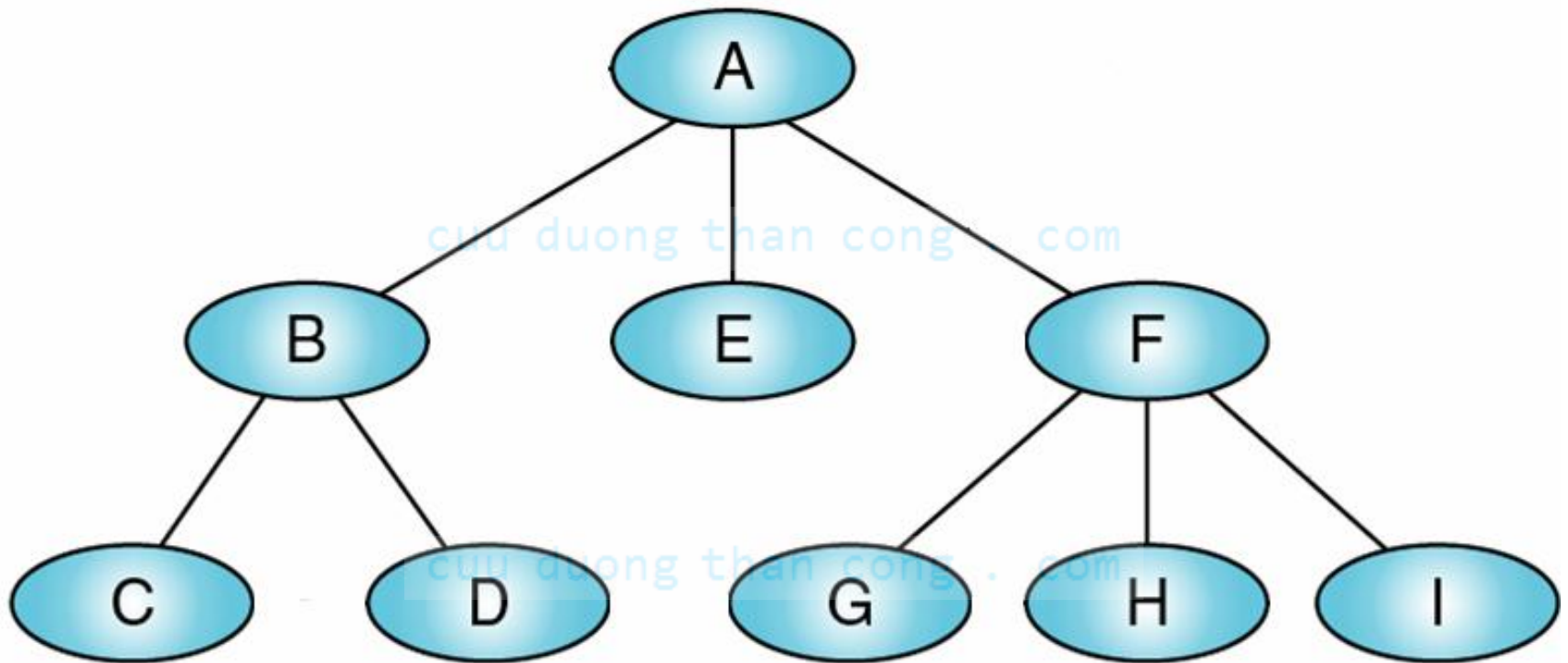
3.1. Biểu diễn cây tổng quát

- Biểu diễn giống như cây nhị phân?
 - Mỗi nút sẽ chứa giá trị và **các** con trỏ trỏ đến các nút con của nó?
 - Bao nhiêu con trỏ cho một nút? >>Không hợp lý
- Mỗi nút sẽ chứa giá trị và **một** con trỏ trỏ đến một “**tập**” các nút con
 - Xây dựng “tập” như thế nào?

Biểu diễn cây tổng quát

- Sử dụng con trỏ nhưng mở rộng hơn:
 - ☐ Mỗi nút sẽ có 2 con trỏ: một con trỏ trỏ đến **nút con đầu tiên** của nó, con trỏ kia trỏ đến **nút anh em kề với nó**
 - ☐ Cách này cho phép quản lý số lượng tùy ý của các nút con





3.2. Duyệt cây tổng quát

1. Thứ tự trước:

1. Thăm gốc
2. Duyệt cây con thứ nhất theo thứ tự trước
3. Duyệt các cây con còn lại theo thứ tự trước

2. Thứ tự giữa cuu duong than cong . com

1. Duyệt cây con thứ nhất theo thứ tự giữa
2. Thăm gốc
3. Duyệt các cây con còn lại theo thứ tự giữa

3. Thứ tự sau: cuu duong than cong . com

1. Duyệt cây con thứ nhất theo thứ tự sau
2. Duyệt các cây con còn lại theo thứ tự sau
3. Thăm gốc

4. Ứng dụng của cây nhị phân

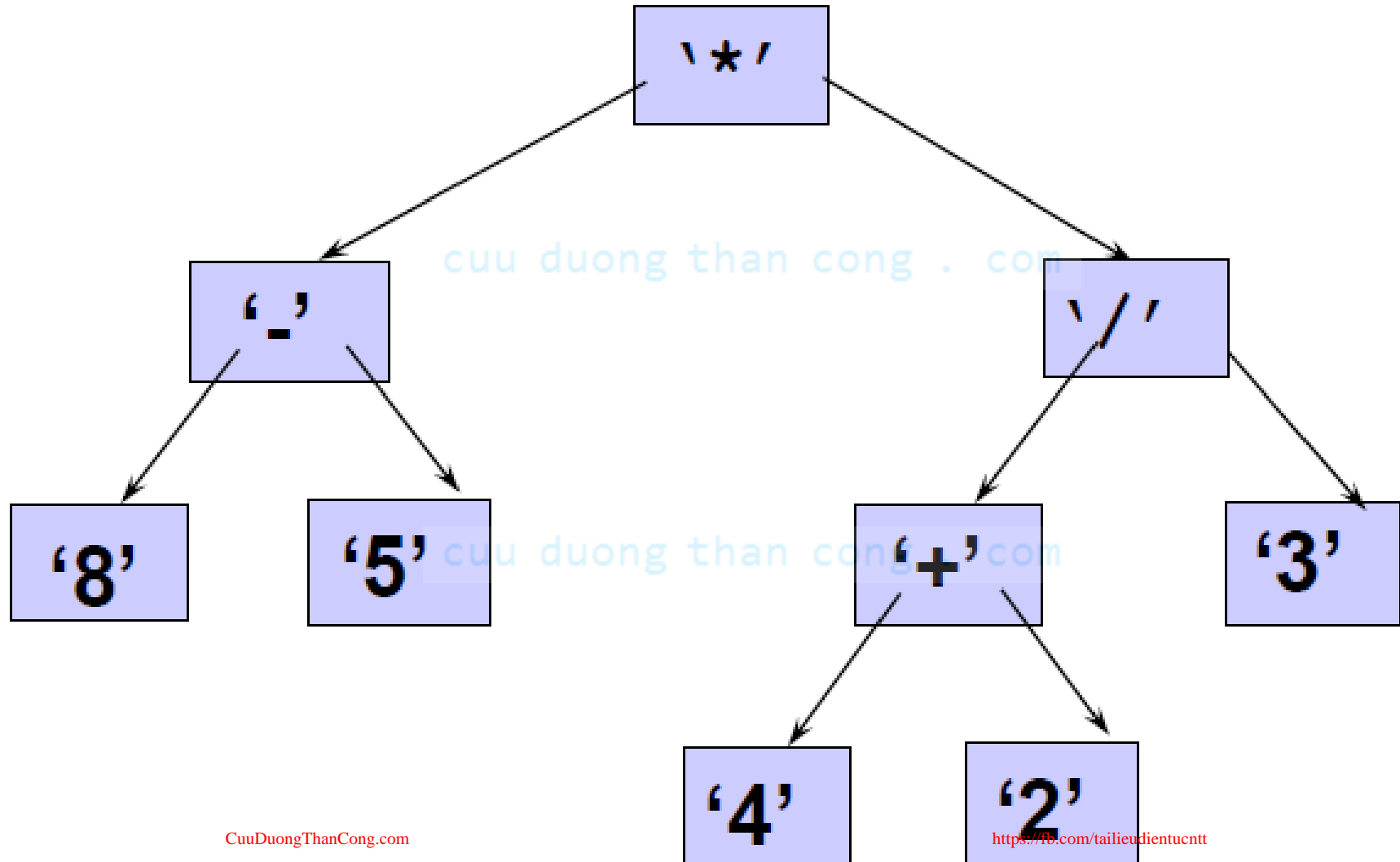
- ☐ Cây biểu diễn biểu thức
 - ☐ Tính giá trị biểu thức
 - ☐ Tính đạo hàm
- ☐ Cây quyết định

Cây biểu diễn biểu thức là.

Một loại cây nhị phân đặc biệt, trong đó:

1. Mỗi **nút lá** chứa một **toán hạng**
2. Mỗi **nút giữa** chứa một **toán tử**
3. Cây con trái và phải của một nút toán tử thể hiện các **biểu thức con** cần được đánh giá **trước khi** thực hiện toán tử tại nút gốc

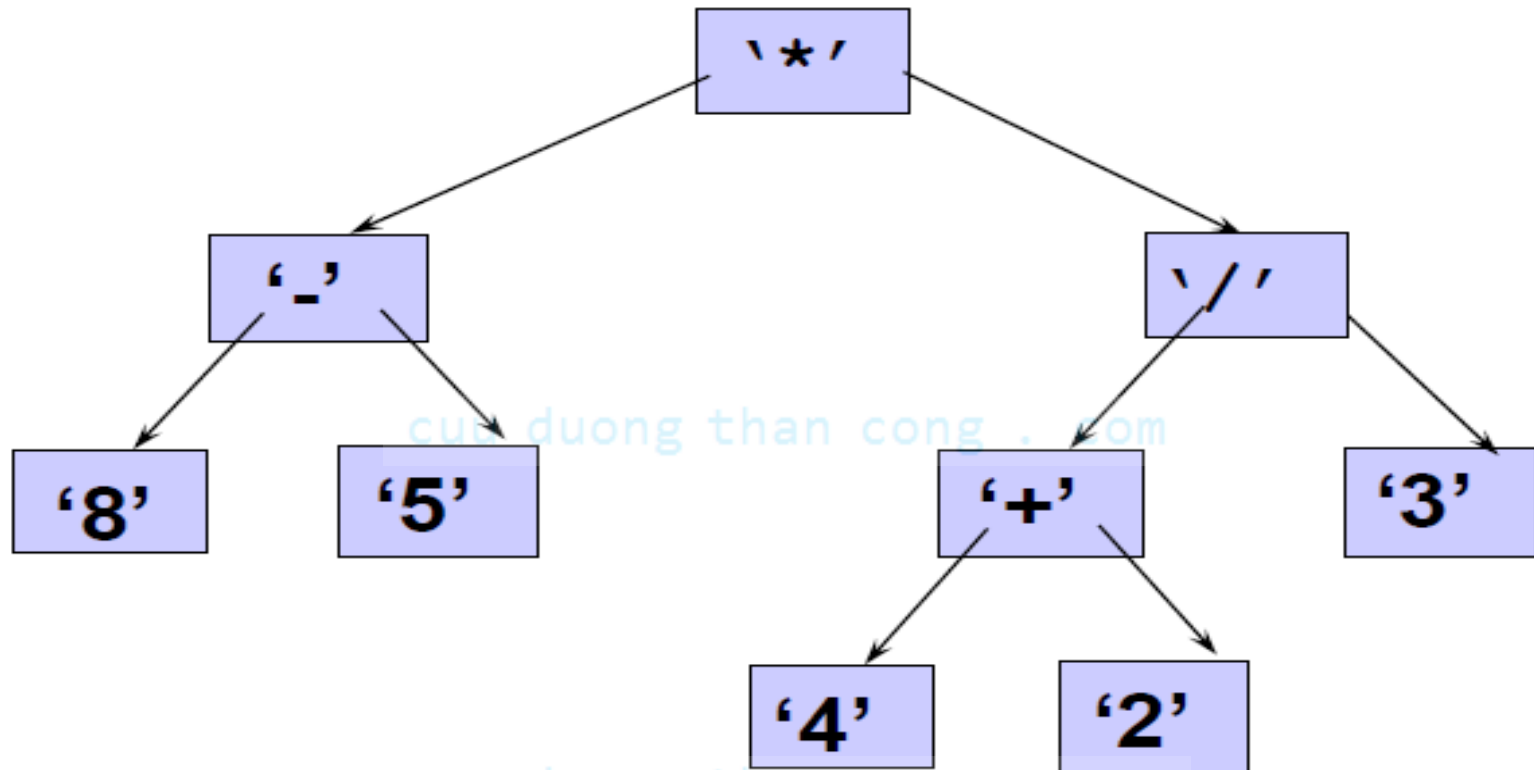
Biểu thức nhị phân



Các mức chỉ ra thứ tự ưu tiên

- Các mức (độ sâu) của các nút chỉ ra thứ tự ưu tiên tương đối của chúng trong biểu thức (không cần dùng ngoặc để thể hiện thứ tự ưu tiên).
- Các phép toán tại mức cao hơn sẽ được tính sau các các phép toán có mức thấp.
- Phép toán tại gốc luôn được thực hiện cuối cùng.

- Dễ dàng để tạo ra các biểu thức tiền tố, trung tố, hậu tố



- Trung tố: $((8 - 5) * ((4 + 2) / 3))$
- Tiền tố: $* -8\ 5\ /\ +\ 4\ 2\ 3$
- Hậu tố: $8\ 5\ -4\ 2\ +\ 3\ /\ *$

Cài đặt cây biểu thức

- Mỗi nút có 2 con trỏ

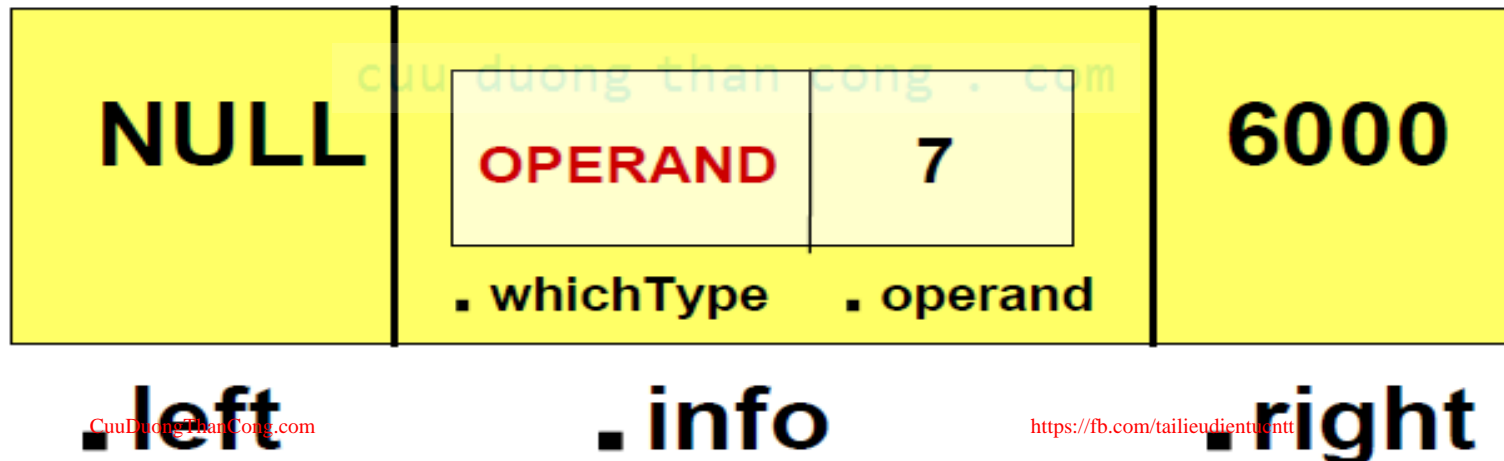
```
struct TreeNode {
```

```
    InfoNode info ;// Dữ liệu
```

```
    TreeNode *left ;// Trỏ tới nút con trái
```

```
    TreeNode *right ; // Trỏ tới nút con phải
```

```
};
```



- InfoNode có 2 dạng

```
enum OpType { OPERATOR, OPERAND } ;
```

```
struct InfoNode {
```

```
    OpType    whichType;
```

```
    union                // ANONYMOUS union
```

```
{
```

cuu duong than cong . com

```
    char operator;
```

```
    int operand ;
```

```
}
```

cuu duong than cong . com

```
};
```

OPERATOR	'+'
-----------------	------------

OPERAND	7
----------------	----------

▪ **whichType** ▪ **operation**

▪ **whichType** ▪ **operand**

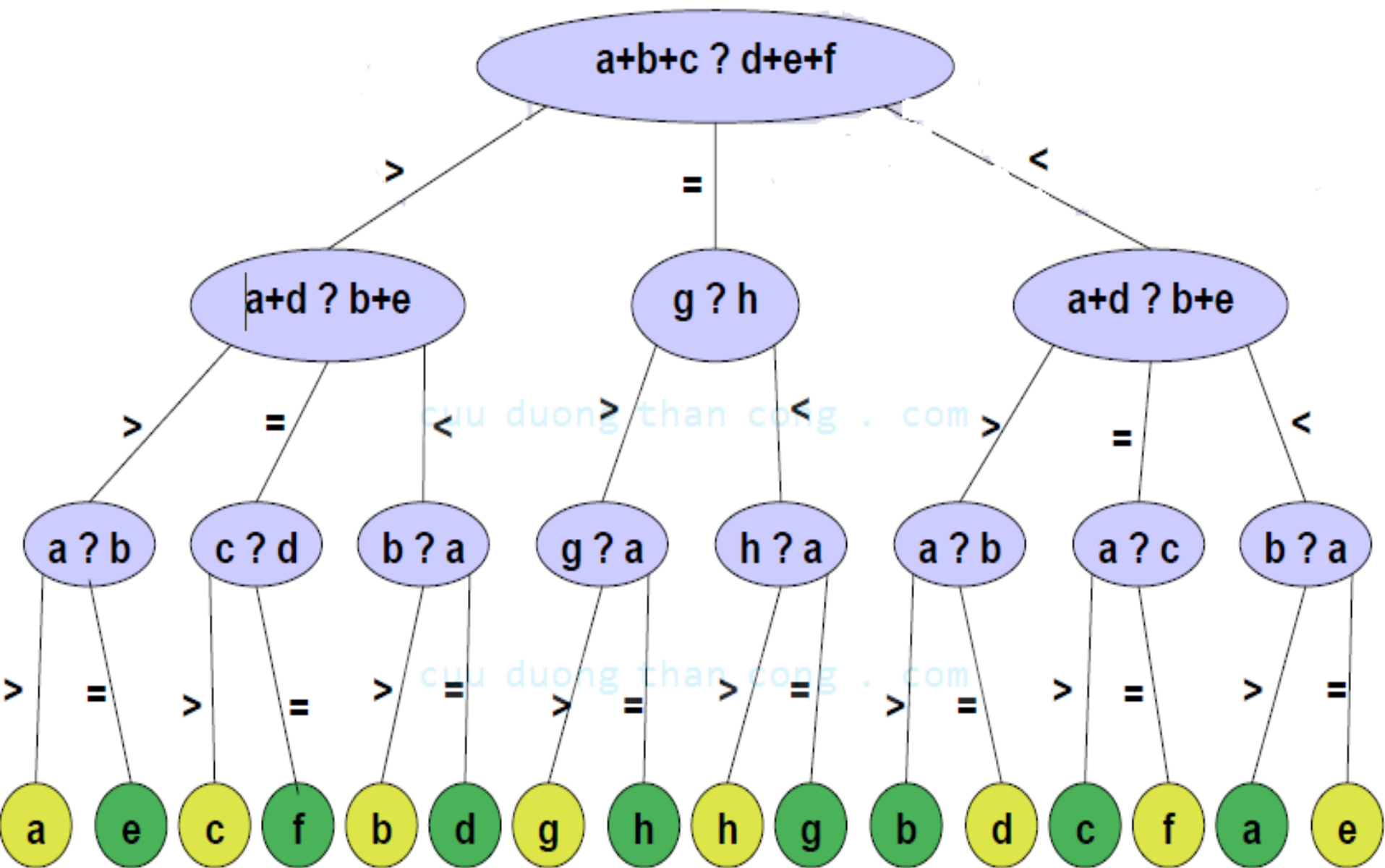
```

int Eval(TreeNode* ptr){
    switch(ptr->info.whichType) {
        case OPERAND :
            return ptr->info.operand ;
        case OPERATOR :
            switch ( ptr->info.operation ){
                case '+':
                    return ( Eval( ptr->left ) + Eval( ptr->right ) ) ;
                case '-':
                    return ( Eval( ptr->left ) - Eval( ptr->right ) ) ;
                case '*':
                    return ( Eval( ptr->left ) * Eval( ptr->right ) ) ;
                case '/':
                    return ( Eval( ptr->left ) / Eval( ptr->right ) ) ;
            }
        }
    }
}

```


c)

- Dùng để biểu diễn lời giải của bài toán cần quyết định lựa chọn
- Bài toán 8 đồng tiền vàng:
 - Có 8 đồng tiền vàng a, b, c, d, e, f, g, h
 - Có một đồng có trọng lượng không chuẩn
 - Sử dụng một cân Roberval (2 đĩa)
 - Output:
 - Đồng tiền k chuẩn là nặng hơn hay nhẹ hơn
 - Số phép cân là ít nhất



```

void EightCoins(a, b, c, d, e, f, g, h) {
    if (a+b+c == d+e+f) {
        if (g > h) Compare(g, h, a);
        else Compare(h, g, a);
    }
    else if (a+b+c > d+e+f){
        if (a+d == b+e) Compare(c, f, a);
        else if (a+d > b+e) Compare(a, e, b);
        else Compare(b, d, a);
    }
    else{
        if (a+d == b+e) Compare(f,c,a);
        else if (a+d > b+e) Compare(d, b, a);
        else Compare(e, a, b);
    }
}

```

// so sánh x với đồng tiền chuẩn z

```

void Compare(x,y,z){
    if(x>y) printf("x nặng");
    else printf("y nhẹ");
}

```