



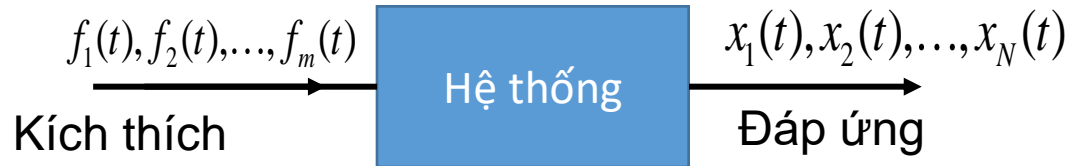
## Chương 5: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính

- Quan hệ tuyến tính giữa các biến
- Quan hệ tuyến tính giữa ảnh phức của đáp ứng và kích thích
- Quan hệ tuyến tính giữa ảnh của các đáp ứng
- Hàm truyền đạt



# Quan hệ tuyến tính (1)

## ■ Quan hệ tuyến tính giữa các biến



- Kích thích và đáp ứng có quan hệ tuyến tính với nhau nếu chúng liên hệ nhau bằng một hệ phương trình vi tích phân tuyến tính hoặc những toán tử tuyến tính

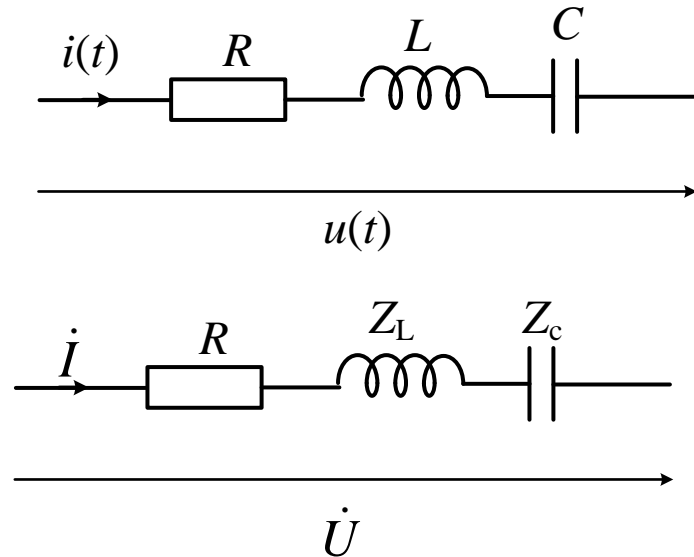
Ví dụ mạch R-L-C:

Miền thời gian :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = Z \cdot i(t)$$

Miền phức:

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = \left( R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \dot{I} = Z \cdot \dot{I}$$





## Quan hệ tuyến tính (2)

- Quan hệ tuyến tính giữa ảnh phức của đáp ứng và kích thích

- Nếu hệ chỉ có một kích thích  $\dot{F}_m$  : kích thích

$$\dot{X}_k = T_{mk} \dot{F}_m$$

$\dot{X}_k$  : đáp ứng

$$T_{mk} = \frac{\partial \dot{X}_k}{\partial \dot{F}_m} : \text{hàm truyền đạt từ kích thích sang đáp ứng}$$

- Nếu hệ chỉ có n kích thích (cùng tần số)

$$\dot{X}_k = T_{1k} \dot{F}_1 + T_{2k} \dot{F}_2 + \dots + T_{nk} \dot{F}_n$$

- Nếu hệ chỉ có n kích thích (cùng tần số) nhưng chỉ có một kích thích (ví dụ  $f_1$ ) biến động:

$$\dot{X}_k = T_{1k} \dot{F}_1 + \dot{X}_{k0}$$



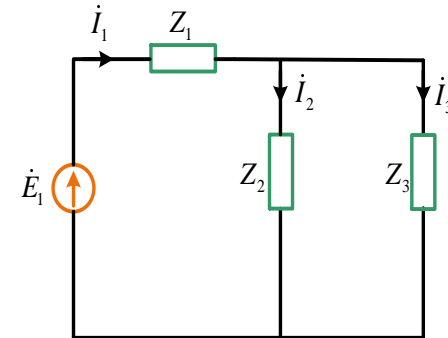
## Quan hệ tuyến tính (3)

### ■ Ví dụ 1: Biểu diễn dòng điện theo nguồn

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \dot{E}_1$$

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \dot{I}_1 = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \dot{E}_1 = \frac{Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \dot{E}_1$$

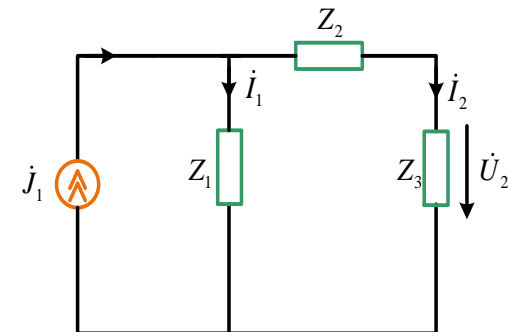
$$\dot{I}_3 = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \dot{I}_1 = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \dot{E}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \dot{E}_1$$



### ■ Ví dụ 2

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dot{J}_1$$

$$\dot{U}_2 = Z_3 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dot{J}_1$$





## Quan hệ tuyến tính (4)

- Quan hệ tuyến tính giữa các ảnh của đáp ứng

Mỗi đáp ứng đều có một quan hệ tuyến tính với ít nhất một đáp ứng khác

$$\dot{X}_k = T_{1k} \dot{F}_1 + \dot{X}_{k0}$$

$$\dot{X}_j = T_{1j} \dot{F}_1 + \dot{X}_{j0}$$



$$\begin{aligned} T_{1j} \dot{X}_k &= T_{1j} T_{1k} \dot{F}_1 + T_{1j} \dot{X}_{k0} \\ T_{1k} \dot{X}_j &= T_{1k} T_{1j} \dot{F}_1 + T_{1k} \dot{X}_{j0} \end{aligned}$$

$$T_{1j} \dot{X}_k - T_{1k} \dot{X}_j = T_{1j} \dot{X}_{k0} - T_{1k} \dot{X}_{j0}$$

$$\Rightarrow \dot{X}_k = \frac{T_{1k}}{T_{1j}} \dot{X}_j - \frac{T_{1k} \dot{X}_{j0}}{T_{1j}}$$

$$\dot{X}_k = A_{jk} \dot{X}_j + B$$



- Ví dụ 3: Biểu diễn quan hệ tuyến tính giữa các ảnh của đáp ứng: điện áp và dòng điện qua  $Z_t$

$$\dot{U}_3 = A\dot{I}_3 + B$$

- Xét:  $Z_t = \infty \rightarrow \dot{I}_3 = 0$  : Hở mạch nhánh 3

Trên các cực a b hở mạch sẽ có

một điện áp hở:  $\dot{U}_{3ho} = \dot{U}_{abho} = Z_2 \dot{I}_{2ho} = Z_2 \left( \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + Z_2} \right)$

Mặt khác theo phương trình tuyến tính:

$$\dot{U}_{3ho} = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{3ho}$$

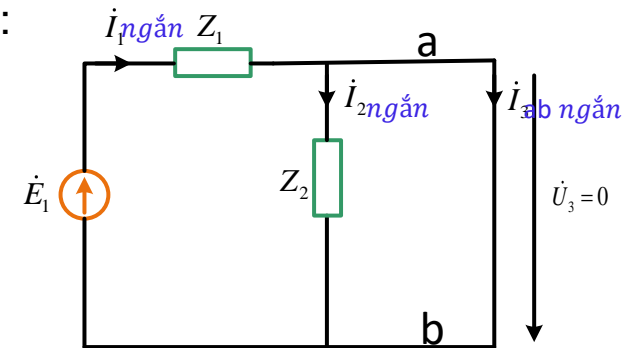
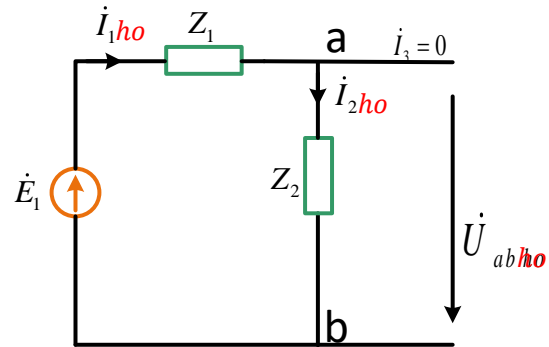
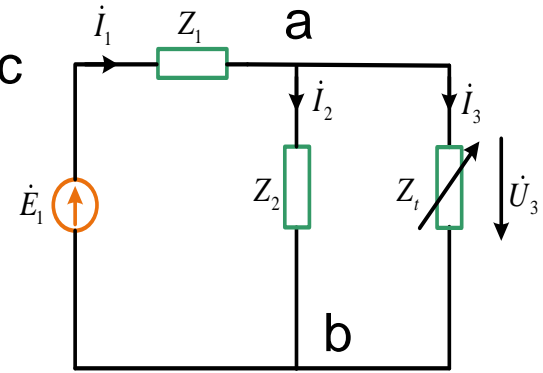
- Xét :  $Z_t = 0 \rightarrow \dot{U}_3 = 0$ : Ngắn mạch a b

Trên các cực a b ngắn mạch sẽ có một dòng ngắn mạch:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{abngan} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} \Rightarrow 0 = A\dot{I}_{abngan} + \dot{U}_{3ho}$$

$$\rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{3ho}}{\dot{I}_{abngan}} = \frac{-Z_2 \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + Z_2}}{\frac{\dot{E}_1}{Z_1}} = \frac{-Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\dot{U}_3 = \frac{-Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I}_3 + \frac{Z_2 \dot{E}_1}{Z_1 + Z_2}$$



$$Z_2 \dot{I}_{2ngan} = 0 \rightarrow \dot{I}_{2ngan} = 0 \leftrightarrow \dot{I}_{abngan} = \dot{I}_{1ngan}$$



## Quan hệ tuyến tính (6)

### ■ Ví dụ 4

Cho tổng trở  $Z_3$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$ . Tìm quan hệ tuyến tính của dòng trên nhánh 2 và 3?.

$$\dot{I}_2 = A\dot{I}_3 + B$$

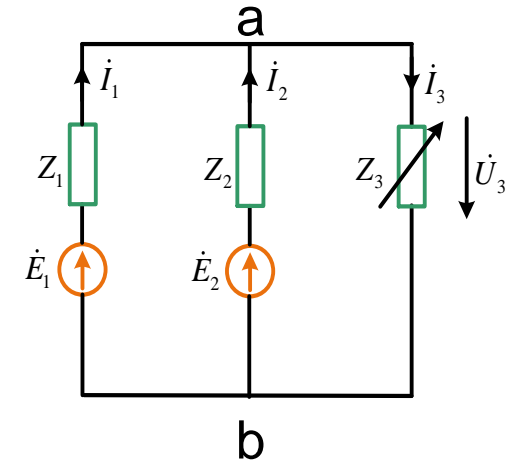
$$Z_3 = \infty \rightarrow \dot{I}_3 = 0 \quad \dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_1}{Z_1 + Z_2}$$

Mặt khác  $\dot{I}_3 = 0 \Rightarrow B = \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_1}{Z_1 + Z_2}$

$$Z_3 = 0 \rightarrow \dot{U}_3 = 0 \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{Z_2}$$

$$\dot{I}_2 = A\dot{I}_3 + B$$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{E}_2}{Z_2} = A \left( \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2}{Z_2} \right) + \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_1}{Z_1 + Z_2} \quad \rightarrow A = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$





## Quan hệ tuyến tính (7)

### ■ Hàm truyền đạt

Là tỷ số riêng hoặc đạo hàm riêng của ảnh đáp ứng trên ảnh kích thích

$$T_{mk} \omega = \frac{\partial \dot{X}_k}{\partial \dot{F}_m} \omega$$

- Hàm truyền đạt áp: đo khả năng cung cấp áp thứ k từ riêng nguồn áp thứ m

$$K_{umk} = \frac{\partial \dot{U}_k}{\partial \dot{E}_m}$$

- Hàm truyền đạt dòng: đo khả năng cung cấp dòng thứ k từ riêng nguồn dòng thứ m

$$K_{imk} = \frac{\partial \dot{I}_k}{\partial \dot{J}_m}$$

- Hàm tổng trở: đo khả năng cung cấp áp thứ k từ riêng nguồn dòng thứ m

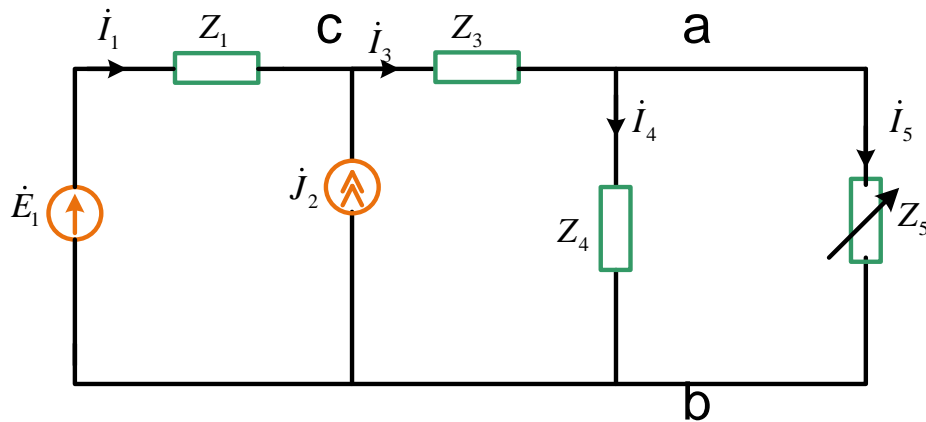
$$Z_{mk} = \frac{\partial \dot{U}_k}{\partial \dot{J}_m}$$

- Hàm tổng dẫn: đo khả năng cung cấp dòng thứ k từ riêng nguồn áp thứ m

$$Y_{mk} = \frac{\partial \dot{I}_k}{\partial \dot{E}_m}$$



# ■ Bài tập 1: Tìm quan hệ tuyến tính giữa áp và dòng qua $Z_5$



$$\dot{E}_1 = 100 \angle 0^\circ \text{V}; \dot{J}_2 = 0,3 \angle -30^\circ \text{A};$$

$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega;$$

$$\dot{U}_5 = A\dot{I}_5 + B$$

$$Z_5 = \infty \rightarrow \dot{I}_5 = 0$$

và trên các cực a b hở mạch

sẽ có một điện áp hở:  $\dot{U}_{ab\text{ ho}} = A.0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{ab\text{ ho}}$

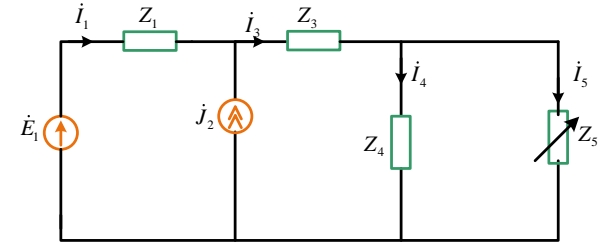
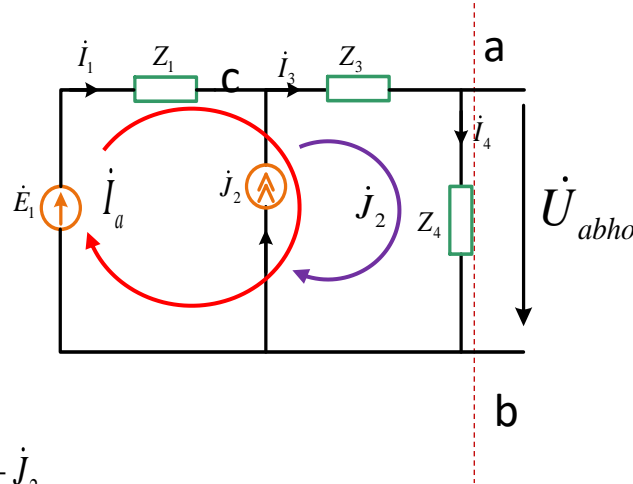
$$Z_5 = 0 \rightarrow \dot{U}_5 = 0$$

và trên các cực a b ngắn mạch sẽ có một dòng điện ngắn mạch:

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{ab\text{ ngắn}} \Rightarrow 0 = A\dot{I}_{ab\text{ ngắn}} + \dot{U}_{ab\text{ ho}} \rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngắn}}}$$



➤ Tính  $\dot{U}_{abho}$



Thế nút (chọn b nối đất):

$$\left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3 + Z_4} \right) \dot{\phi}_c = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2 \Rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3 + Z_4}}$$

$$\dot{U}_{abho} = \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \dot{\phi}_c$$

Hoặc dòng vòng:

$$(Z_1 + Z_3 + Z_4) \dot{I}_a + (Z_3 + Z_4) \dot{J}_2 = \dot{E}_1$$

$$\dot{U}_{abho} = Z_4 \dot{I}_4 = Z_4 (\dot{I}_a + \dot{J}_2)$$

Thay số

$$\dot{E}_1 = 100 \angle 0^\circ \text{V}; \dot{J}_2 = 0,3 \angle -30^\circ \text{A};$$

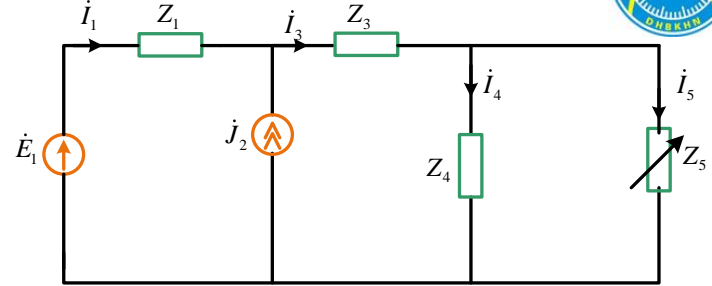
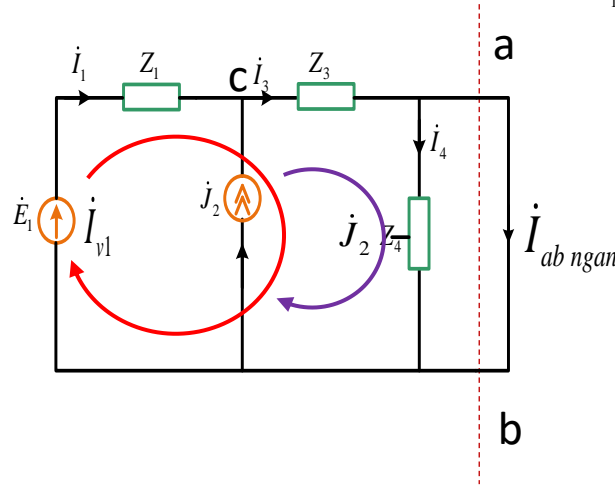
$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega;$$

$$\dot{U}_{abho} = 165,57 - j24,93 \text{V}$$



➤ Tính  $\dot{I}_{ab\text{ ngan}}$



$$(Z_1 + Z_3)\dot{I}_{v1} + Z_3\dot{J}_2 = \dot{E}_1$$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = \dot{I}_{v1} + \dot{J}_2$$

Hoặc thể nút:

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}\right)\dot{\phi}_c = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2 \Rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}}$$

$$\dot{I}_{abngan} = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_3}$$

Thay số

$$\dot{E}_1 = 100\text{V}; \dot{J}_2 = 0,3 / -30^\circ \text{A};$$

$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega;$$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = 0,591 - j0,393\text{A}$$



$$\dot{U}_{ab\ ho} = A.0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{ab\ ho}$$

$$\dot{U}_{ab\ ho} = 165,57 - j24,93V$$

$$A\dot{I}_{ab\ ngan} + \dot{U}_{ab\ ho} = 0 \rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{ab\ ho}}{\dot{I}_{ab\ ngan}}$$

$$\dot{I}_{ab\ ngan} = 0,591 - j0,393A$$

$$A\dot{I}_{ab\ ngan} + \dot{U}_{ab\ ho} = 0 \rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{ab\ ho}}{\dot{I}_{ab\ ngan}} = -(213,65 + j99,93)\Omega$$



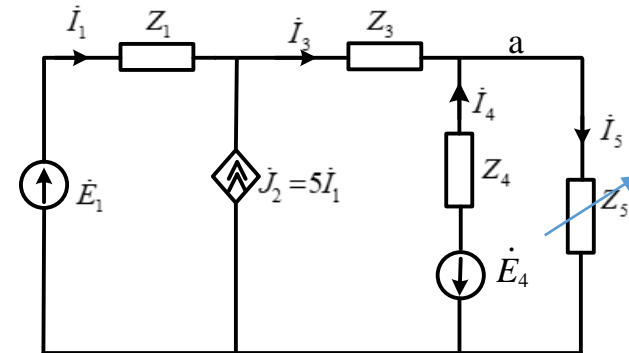
## ■ Bài tập 2:

Cho mạch điện như hình bên

$$\dot{E}_1 = 220 \angle -30^\circ \text{ V}; Z_1 = 10 + j25 \Omega$$

$$Z_3 = 50 - j15 \Omega; Z_4 = 5 + j60 \Omega$$

$$\dot{E}_4 = 50 \angle 60^\circ \text{ V}$$



b

Đặt  $\alpha=5$

Tìm quan hệ tuyến tính giữa điện áp và dòng trên khi  $Z_5$  thay đổi (từ 0 đến  $\infty$ )

$$\dot{U}_5 = A\dot{I}_5 + B$$

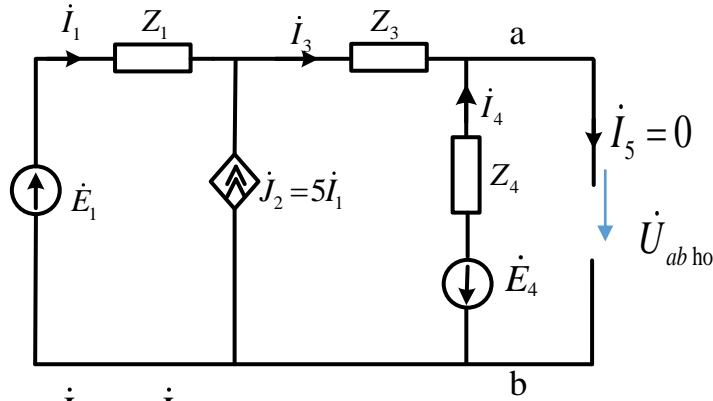
$Z_5 = \infty \rightarrow \dot{I}_5 = 0$  : hở mạch nhánh 5, trên các cực a b hở mạch sẽ có một điện áp hở:  $\dot{U}_{ab\text{ ho}} = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{ab\text{ ho}}$

$Z_5 = 0 \rightarrow \dot{U}_5 = 0$  : a b ngắn mạch, trên a b có dòng điện ngắn mạch:

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{ab\text{ ngắn}} \Rightarrow 0 = A\dot{I}_{ab\text{ ngắn}} + \dot{U}_{ab\text{ ho}} \rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngắn}}}$$



Tính điện áp hở



$$\dot{U}_{ab \text{ ho}} = -Z_4 \dot{I}_4 - \dot{E}_4 \quad \dot{I}_4 = -\dot{I}_3$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 - Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_1 + \dot{E}_4$$

$$\dot{I}_1 + \dot{J}_2 = \dot{I}_3 \Leftrightarrow \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_1 = \dot{I}_3$$

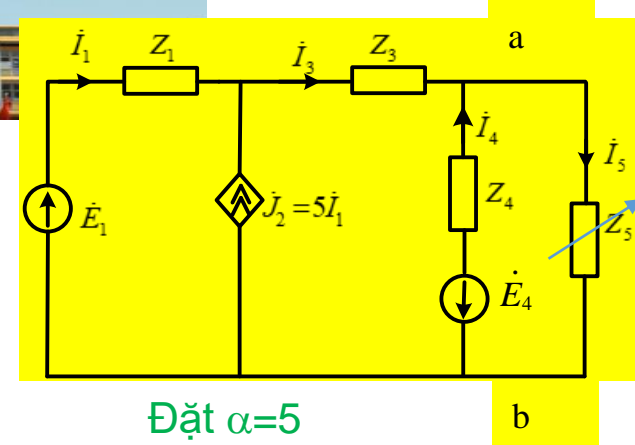
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_4}{Z_3 + Z_4 + Z_1 / (1 + \alpha)}$$

$$\dot{U}_{ab \text{ ho}} = -Z_4 \dot{I}_4 - \dot{E}_4 = Z_4 \dot{I}_3 - \dot{E}_4$$

$$\rightarrow \dot{U}_{ab \text{ ho}} = Z_4 \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_4}{Z_3 + Z_4 + Z_1 / (1 + \alpha)} - \dot{E}_4$$

Thay số:

$$\rightarrow \dot{U}_{ab \text{ ho}} = 136,1885 + j39,1624 = 141,707 / 16,04^\circ \text{ V}$$

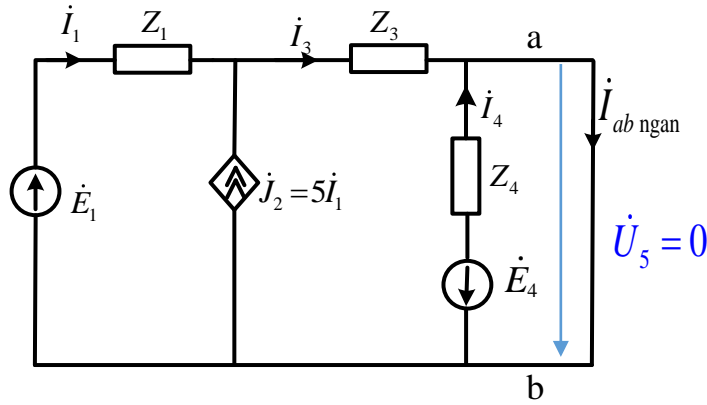




Tính dòng ngắn mạch

$$\dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = \dot{I}_3 + \dot{I}_4$$

$$Z_4 \dot{I}_4 = -\dot{E}_4 \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{-\dot{E}_4}{Z_4}$$

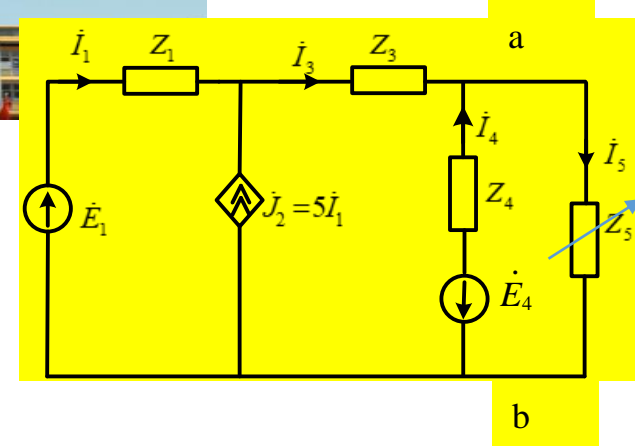


$$\begin{cases} Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 + \dot{J}_2 = \dot{I}_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_1 = \dot{I}_3 \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} Z_1 \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_1}{Z_3 + \frac{Z_1}{1 + \alpha}} \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_1}{Z_3 + \frac{Z_1}{1 + \alpha}} - \frac{\dot{E}_4}{Z_4}$$

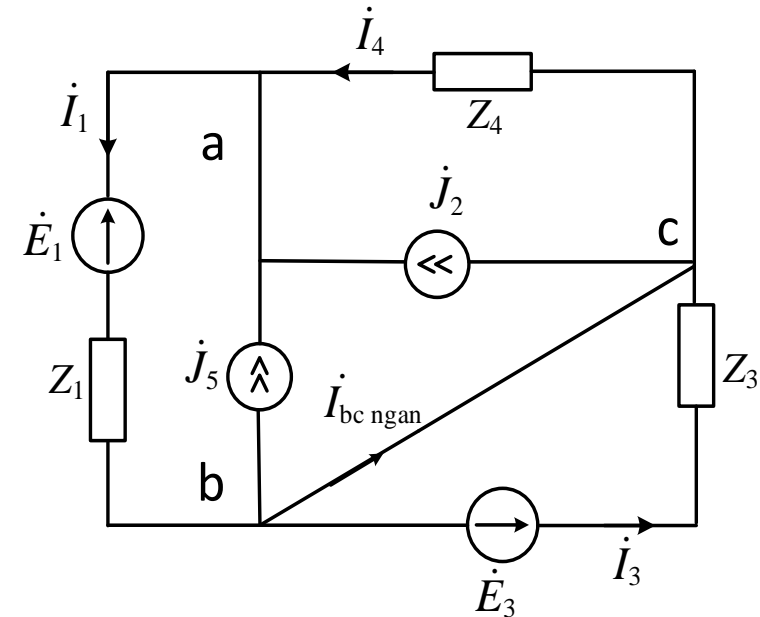
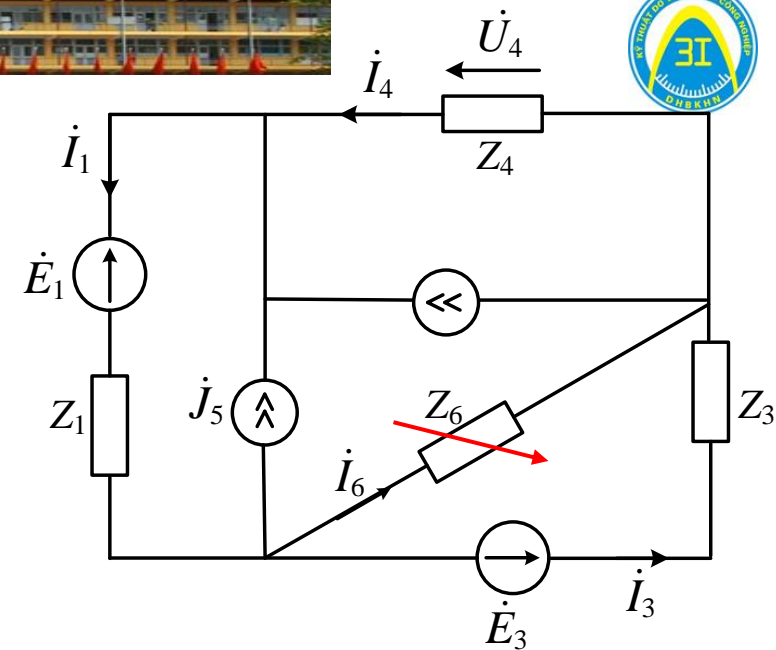
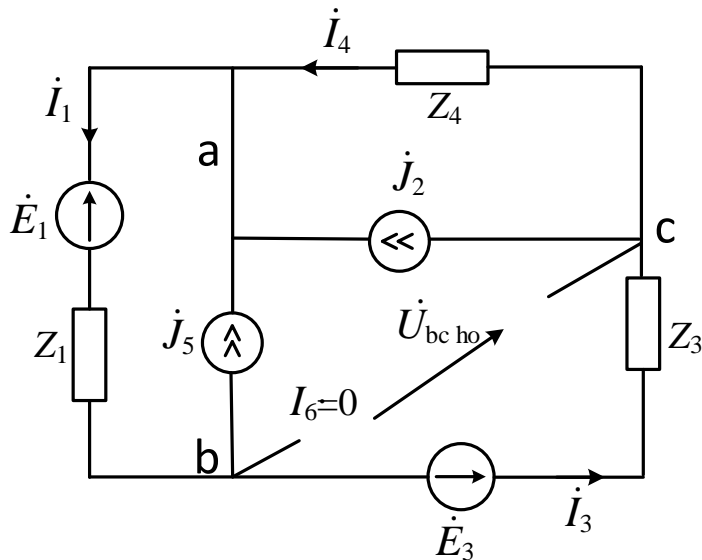
$$\Rightarrow \dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = 3,209 - j0,948 = 3,345 / -16,41^\circ \text{ A}$$





## ■ Bài tập 3:

- Tính hiệu điện thế giữa b và c khi dòng  $I_6=0$  (hở mạch)?
- Tính  $I_6$  khi ngắn mạch  $Z_6$ ?







c) Tính hiệu điện thế giữa a và c khi dòng  $I_6=0$  (hở mạch)?

Dòng vòng: Chọn vòng 1 đi qua nhánh 1,4,3

$$-Z_1 \dot{I}_1 - Z_4 \dot{I}_4 - Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

$J_5$  khép qua nhánh 1,  $J_2$  qua nhánh 4

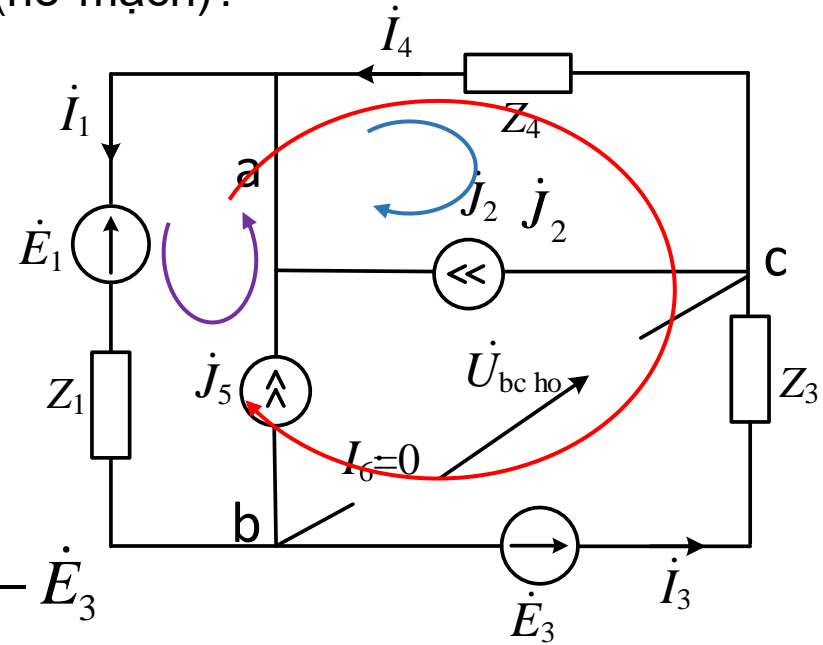
$$\dot{I}_1 = \dot{J}_5 - \dot{I}_{v1}; \dot{I}_4 = -\dot{J}_2 - \dot{I}_{v1}; \dot{I}_3 = -\dot{I}_{v1}$$

$$-Z_1 (\dot{J}_5 - \dot{I}_{v1}) - Z_4 (-\dot{J}_2 - \dot{I}_{v1}) + Z_3 \dot{I}_{v1} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

$$\rightarrow (Z_1 + Z_4 + Z_3) \dot{I}_{v1} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2$$

$$\rightarrow \dot{I}_{v1} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)} \rightarrow \dot{I}_3 = -\dot{I}_{v1} = -\frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)}$$

$$\dot{U}_{bc ho} = Z_3 \dot{I}_3 - \dot{E}_3 = -Z_3 \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)} - \dot{E}_3$$





d) Tính  $I_{bc \text{ ngan}}$  khi ngắn mạch b và c (ngắn mạch)?

Coi c (bằng thế b) là điểm đất

$$\left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right) \dot{\phi}_a = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_a = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4}}$$

$$\dot{U}_{ac} = \dot{\phi}_a = -Z_4 \dot{I}_4 \Rightarrow \dot{I}_4 = -\frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{Z_4 \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3}{Z_3}$$

$$\dot{I}_{bc \text{ ngan}} = \dot{I}_4 - \dot{I}_3 + \dot{J}_2 = -\frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{Z_4 \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right)} - \frac{\dot{E}_3}{Z_3} + \dot{J}_2$$

