



Reviews

- Định luật Coulomb:

$$|\mathbf{F}| = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_o (R_{12})^2}$$

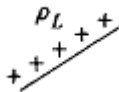
- Các phân bố điện tích:

- Điểm:



$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o R^2} \mathbf{a}_R$$

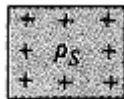
- Đường:



$$dQ = \rho_L dl \rightarrow Q = \int_L \rho_L dl$$

$$\mathbf{E} = \int \frac{\rho_L dl}{4\pi\epsilon_o R^2} \mathbf{a}_R$$

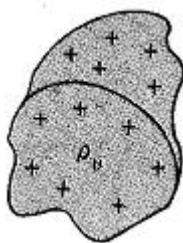
- Mặt:



$$dQ = \rho_S dS \rightarrow Q = \int_S \rho_S dS$$

$$\mathbf{E} = \int \frac{\rho_S dS}{4\pi\epsilon_o R^2} \mathbf{a}_R$$

- Khối:



$$dQ = \rho_v dv \rightarrow Q = \int_v \rho_v dv$$

$$\mathbf{E} = \int \frac{\rho_v dv}{4\pi\epsilon_o R^2} \mathbf{a}_R$$

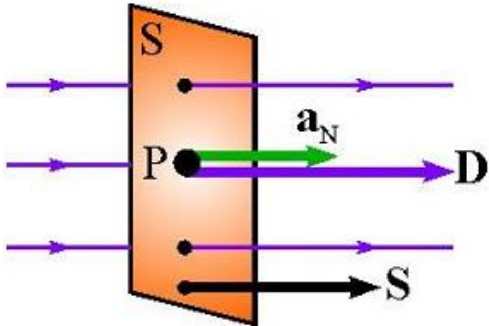


Reviews

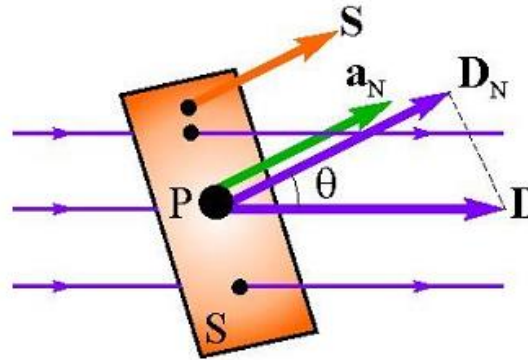
- Thông lượng

$$\Phi = \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

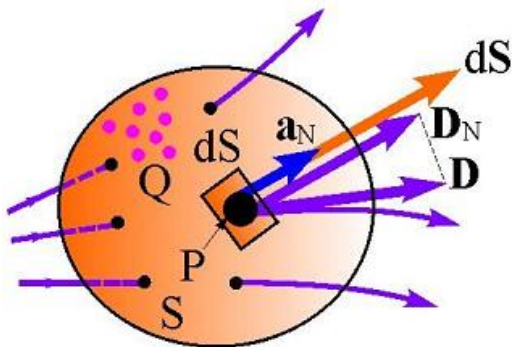
$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$



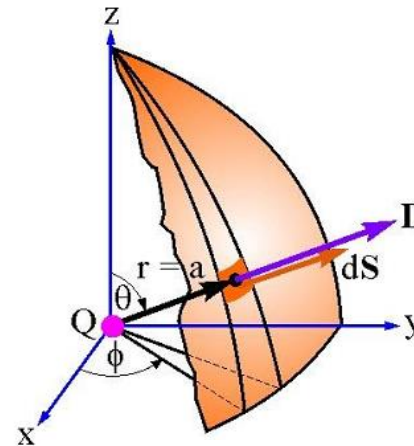
$$\Phi = DS$$



$$\begin{aligned}\Phi &= D_N S \\ \Phi &= DS \cos \theta \\ \Phi &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}\end{aligned}$$



$$d\Phi = D_N dS = D dS \cos \theta = \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \mathbf{a}_N = \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$



$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \frac{Q}{4\pi a^2} dS$$

$$= \frac{Q}{4\pi a^2} \oint_S dS = \frac{Q}{4\pi a^2} S = Q$$



Reviews

- Định luật Gauss:

$$\Phi = \int_{\text{mặt kín } S} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

$$\mathbf{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \mathbf{a}_r$$

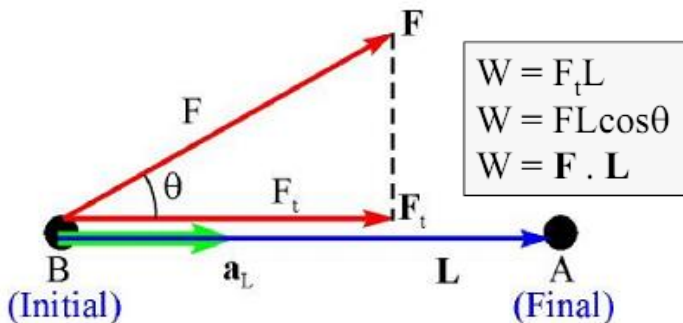
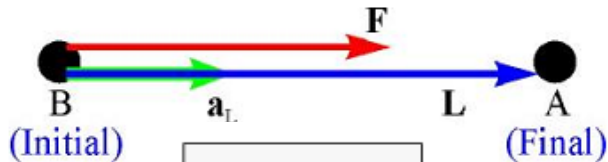
$$\rho_v = \nabla \cdot \mathbf{D}$$

Dạng vi phân của luật Gauss:

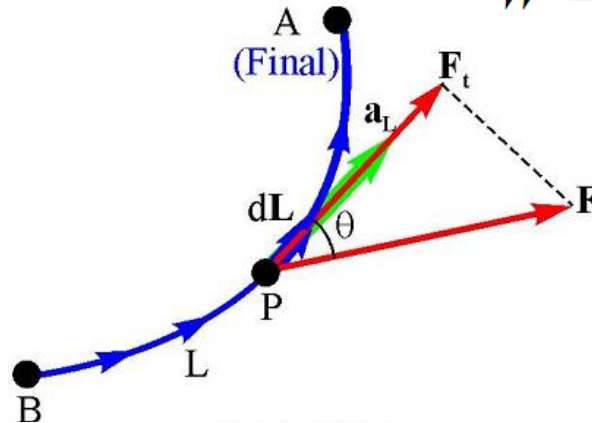
$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \text{baoboi } S (\nabla \cdot \mathbf{D}) dv$$

- Công dịch chuyển điện tích:

$$W = \int_L dW = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{L} = -Q \int_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$



$$W = -Q \int_{\text{đầu}}^{\text{cuối}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$



$$dW = F_t dL = F dL \cos \theta = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{L} = -QE \cdot d\mathbf{L}$$



Reviews

- Nếu dịch chuyển điện tích theo một đường kín, thì công thực hiện bằng không

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0 \quad \text{tính chất thế của trường tĩnh}$$

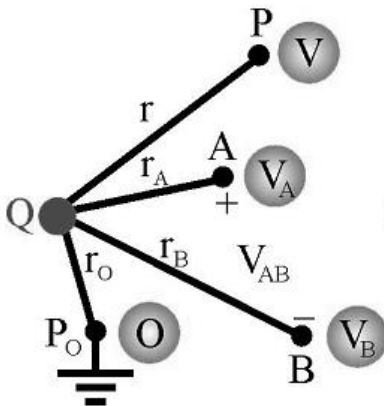
- Hiệu điện thế: $V_{AB} = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$

- Điện thế chuẩn (tham chiếu):

- Thường chọn ở:
 - Đất
 - Vỏ của thiết bị điện
 - Vô cùng

Ví dụ với điện tích điểm:

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$



Nếu chọn điểm vô cực làm gốc điện thế ($P_0 = \infty$), P bất kỳ, cách Q một khoảng r , thì điện thế V do Q tạo ra tại P là:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} (P_0 = \infty)$$

Nếu chọn $P_0(r_0, \theta_0, \phi_0)$ cách Q một khoảng r_0 làm gốc điện thế, thì

$$V = V_{PP_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$



Nội dung

- Khái niệm, giải tích vector
- Định luật Coulomb và cường độ điện trường
- Luật Gauss và dịch chuyển điện
- Năng lượng và điện thế
- Vật dẫn, điện môi và điện dung
- Dòng điện không đổi
- Giải phương trình Laplace-Poisson
- Trường điện từ dừng
- Lực từ, vật liệu từ, điện cảm
- Hệ phương trình Maxwell-Trường điện từ biến thiên



Vật dẫn & điện môi trong điện trường



Vật liệu điện và hạt tích điện trong vật liệu

- Năm 1729, Stephen Gray đã phân loại các vật liệu thành các vật liệu **dẫn điện** và các vật liệu cách điện (**điện môi**)
- Trong các chất dẫn điện, tồn tại các điện tích chuyển động
 - Trong một kim loại thông thường, các hạt chuyển động tạo ra dòng điện là các electron
- Dưới tác động của vector cường độ điện trường, các **electron** và **lỗ trống** trong vật liệu rắn có đáp ứng giống như chúng là các hạt tự do trong không gian, nhưng khác về khối lượng
 - Khối lượng thông thường của một electron: $m_e : 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Xét một điện tích điểm nằm trong một điện trường ngoài
 - Nếu là **electron**, chúng sẽ gia tốc dưới tác dụng của lực điện trường, vận tốc ngày càng tăng nếu electron ở trong điện trường càng lâu



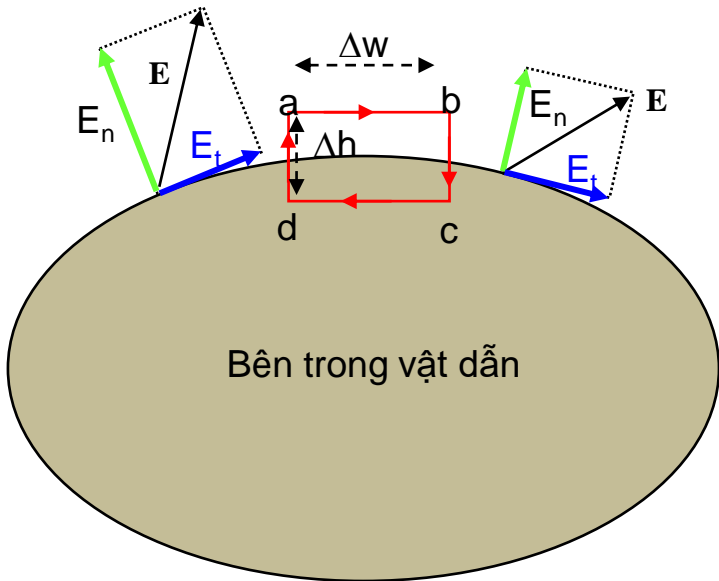
Vật dẫn điện trong điện trường tĩnh

- Bên trong một chất dẫn điện hầu hết là trung hòa về điện
- Giả thiết tồn tại các electron bên trong một vật dẫn. Cường độ trường của các electron làm chúng chuyển động ra bề mặt của vật dẫn và có xu hướng tách rời nhau.
 - Tại mọi điểm trong vật dẫn, dòng điện bằng không
 - Theo luật Ohm cường độ điện trường tại mọi điểm trong vật dẫn bằng không
 - Mật độ điện tích tại mọi điểm bên trong vật dẫn bằng không, bề mặt vật dẫn xuất hiện một điện tích mặt.

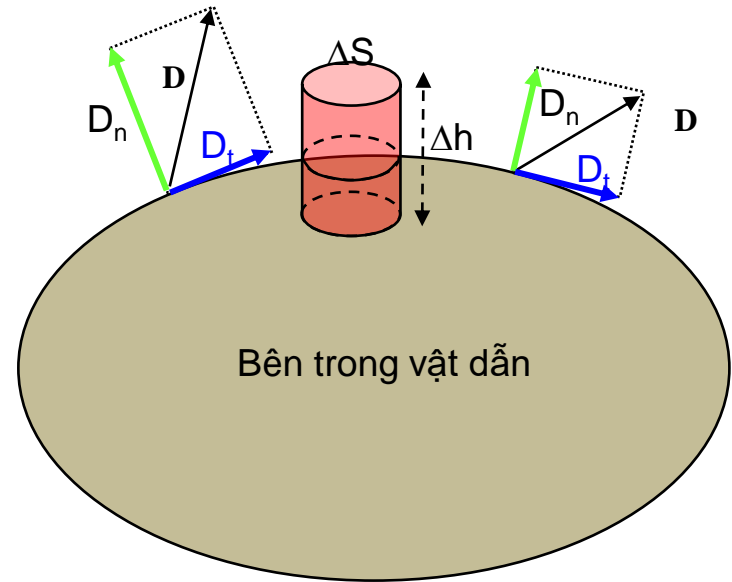
Cường độ điện trường phải vuông góc với bề mặt vật dẫn!



Tính chất vật dẫn, điều kiện bờ



$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} D_n = \rho_s \\ \epsilon E_n = \rho_s \end{cases}$$



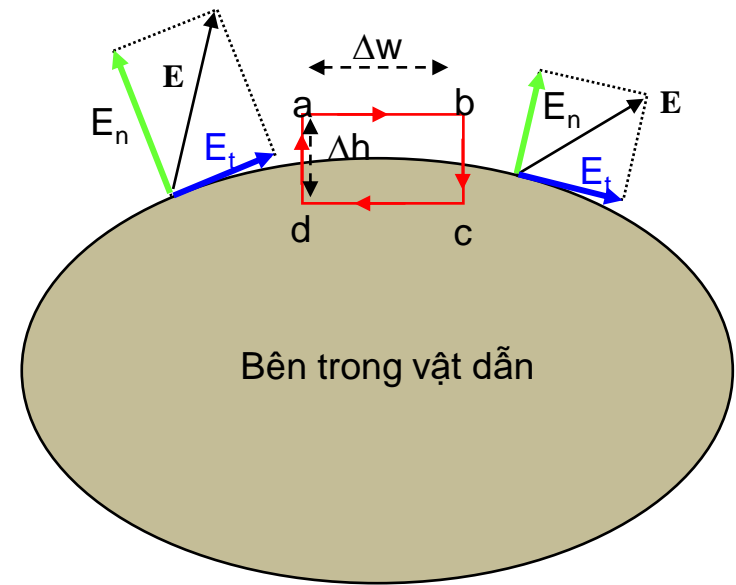
Chứng minh công thức điều kiện bờ

❖ Chứng minh

$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$

Ta đã biết:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$



- Giả sử có một điện trường \mathbf{E} tại bề mặt của vật dẫn. Xét điện thể chạy dọc theo đường a-b-c-d-a

- Do điện thế dọc theo một đường cong kín bằng 0, ta có thể viết:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_c^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_d^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$



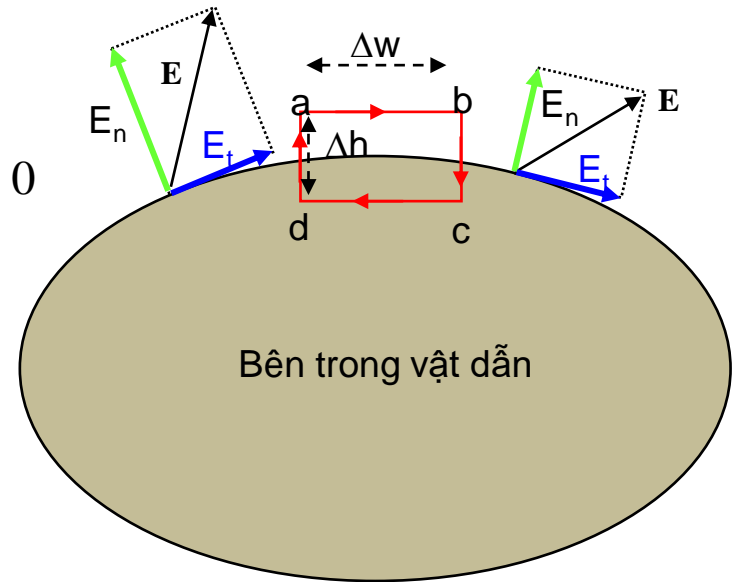
Chứng minh công thức điều kiện bờ

Đã có:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_c^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} + \int_d^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$$

Và cường độ trường E bên trong bằng 0

Chọn các đường đủ nhỏ để E không thay đổi trên mỗi đoạn của đường cong



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \underbrace{E_{t \text{ ngoài}}(+\Delta w)}_{a \text{ sang } b} + \underbrace{\left[E_{n \text{ ngoài}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right) + E_{n \text{ trong}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right) \right]}_{b \text{ sang } c} + \underbrace{E_{t \text{ trong}}(-\Delta w)}_{c \text{ sang } d} + \underbrace{\left[E_{n \text{ trong}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right) + E_{n \text{ ngoài}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right) \right]}_{d \text{ sang } a} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \underbrace{E_{t \text{ ngoài}}(+\Delta w)}_{a \text{ sang } b} + \left[E_{n \text{ ngoài}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right) + \underbrace{E_{n \text{ trong}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right)}_{\text{ZERO!!}} \right] + \underbrace{E_{t \text{ trong}}(-\Delta w)}_{\text{ZERO!!}} + \left[\underbrace{E_{n \text{ trong}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right)}_{\text{ZERO!!}} + E_{n \text{ ngoài}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right) \right] = 0$$



Chứng minh công thức điều kiện bờ

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \underbrace{E_{t \text{ ngoài}}(+\Delta w)}_{a \text{ sang } b} + \left[E_{n \text{ ngoài}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right) + \underbrace{E_{n \text{ trong}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right)}_{\text{ZERO!!}} \right] + \underbrace{E_{t \text{ trong}}(-\Delta w)}_{\text{ZERO!!}} + \left[\underbrace{E_{n \text{ trong}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right)}_{\text{ZERO!!}} + E_{n \text{ ngoài}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = E_{t \text{ ngoài}}(+\Delta w) + E_{n \text{ ngoài}}\left(-\frac{\Delta h}{2}\right) + E_{n \text{ ngoài}}\left(+\frac{\Delta h}{2}\right) = 0$$

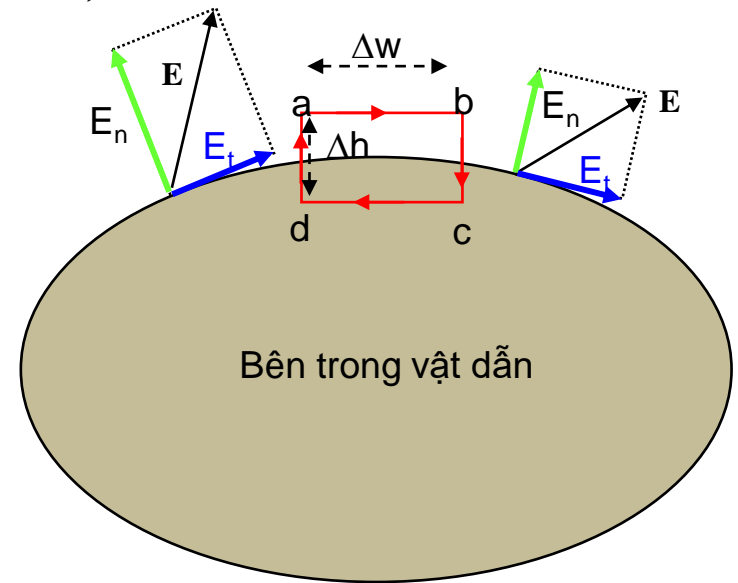
$$\Rightarrow \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = E_{t \text{ ngoài}}(+\Delta w) = 0$$



$$E_{t \text{ ngoài}} = 0$$

Như vậy: Khi không có dòng điện, thành phần tiếp tuyến với bề mặt vật dẫn của vector cường độ điện trường phải bằng 0.

$$\rightarrow \begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$





Chứng minh công thức điều kiện bờ

❖ Chứng minh

$$\begin{cases} D_n = \rho_s \\ \epsilon E_n = \rho_s \end{cases}$$

Giả thiết có một vector \mathbf{D} tại bề mặt vật dẫn.
Ta chọn một mặt kín và tính thông lượng

Theo luật Gauss: $\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{enclosed}$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{sides} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{enclosed}$$

Chọn mặt kín đủ nhỏ sao cho \mathbf{D} không đổi

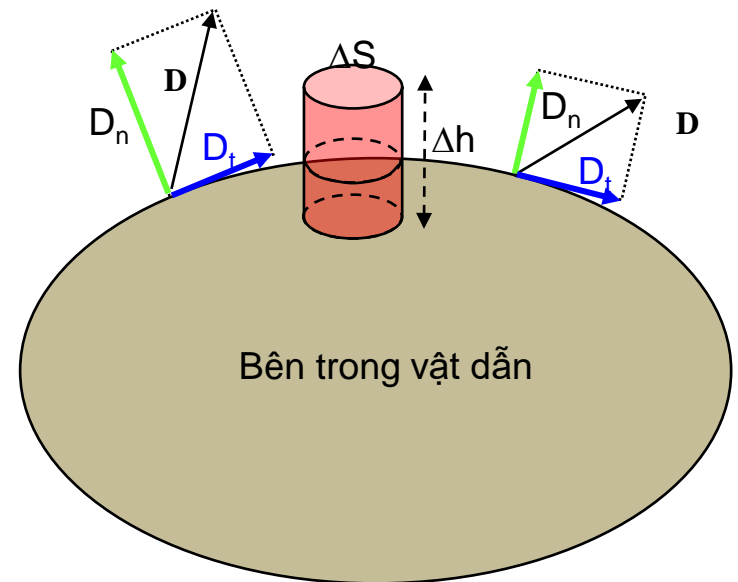
-Đối với các mặt bên, tích vô hướng $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ chỉ xét đến thành phần tiếp tuyến với bề mặt kim loại của \mathbf{D} .

-Do thành phần tiếp tuyến $D_t=0$ (do $E_t=0$), thành phần tích phân theo các mặt bên bằng 0

$$\int_{sides} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Khi không có dòng điện, trường bên trong bằng 0, do đó thành phần tích phân theo mặt đáy bằng 0:

$$\int_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$$





Chứng minh công thức điều kiện bờ

Như vậy chỉ còn thông lượng qua mặt đỉnh:

$$\int_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{enclosed}$$

→ Tích vô hướng $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ chỉ xét đến thành phần pháp tuyến của \mathbf{D} .

Nếu $\Delta S \rightarrow 0$, có thể viết:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} [D_n \cdot \Delta S = Q_{enclosed}]$$

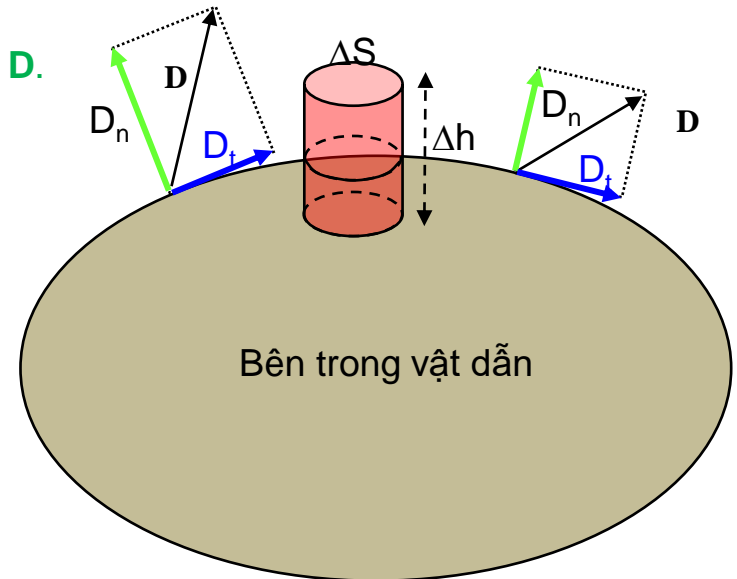
$$\Rightarrow D_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{Q_{enclosed}}{\Delta S} = \rho_s$$

Công thức điều kiện bờ ở bên ngoài vật dẫn trong trường tĩnh

$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_n = \rho_s \\ \epsilon E_n = \rho_s \end{cases}$$

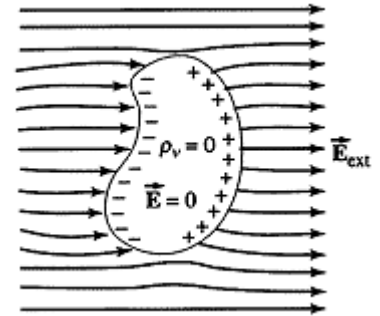
$$\int_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{enclosed}$$





Tính chất vật dẫn, điều kiện bờ

- Tóm lại: Khi không có dòng điện (tĩnh điện), ở vật dẫn:
 - Cường độ điện trường \mathbf{E} (do đó \mathbf{D}) bên trong vật dẫn bằng 0.
 - Tại bề mặt vật dẫn, trường vuông góc (chỉ có thành phần pháp tuyến) với vật dẫn ở khắp nơi trên bề mặt đó.
 - Bề mặt vật dẫn là một mặt đẳng thế.



$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_n = \rho_s \\ \epsilon E_n = \rho_s \end{cases}$$



Điện môi trong điện trường (short)

- Trong một chất điện môi, không có hoặc có rất ít các điện tích tự do đúng nghĩa, các điện tích không thể đi tới các bề mặt.
- Tuy nhiên sự dịch chuyển điện tích ở mức độ nguyên tử vẫn có thể sinh ra các điện trường cảm ứng, làm triệt tiêu một phần điện trường ngoài ở bên trong vật liệu.
- Trong điện môi: $\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$

Với ϵ_r là hằng số điện môi **tương đối** của vật liệu

Hằng số điện môi của một số chất:

Không khí (ở nhiệt độ 0°C và áp suất 760mmHg) là 1,000 594
Dầu hỏa là 2,1
Nước nguyên chất là 81
Parafin là 2

Giấy là 2
Mica là 5,7 đến 7.
Ebonit là 2,7
Thủy tinh là 5 đến 10.
Thạch anh là 4,5



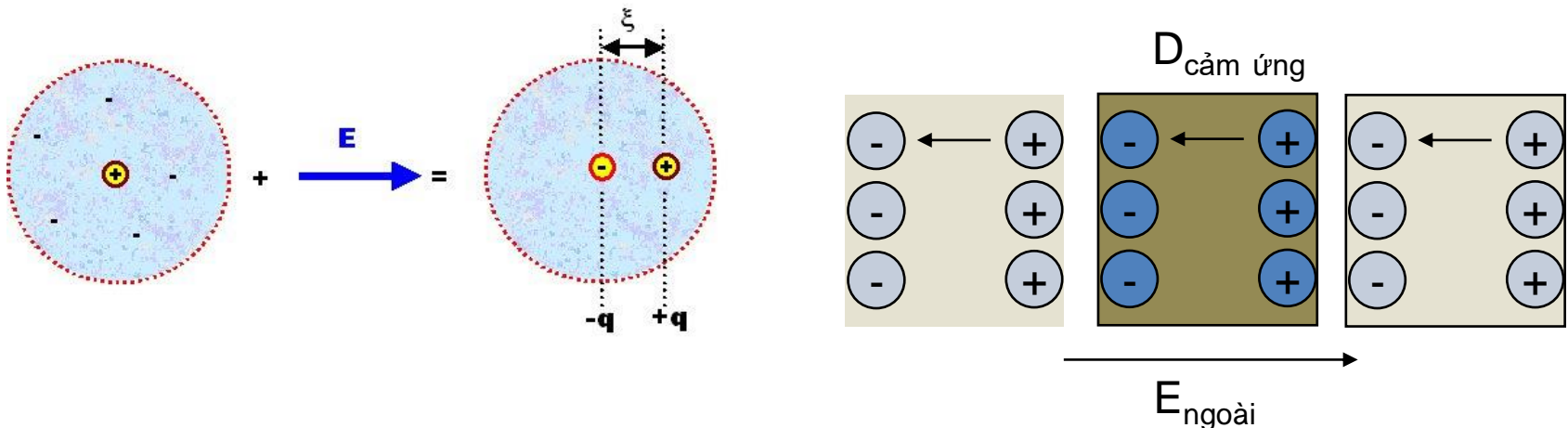
Điện môi trong điện trường (details)

- Khi một điện trường được đặt vào một vật liệu thì các điện tích tạo nên các nguyên tử trong vật liệu sẽ đáp ứng lại tác động của điện trường.

- Trong một chất điện môi, không có hoặc có rất ít các điện tích tự do đúng nghĩa, các điện tích không thể đi tới các bề mặt.

- Tuy nhiên sự dịch chuyển điện tích ở mức độ nguyên tử vẫn có thể sinh ra các điện trường cảm ứng, làm triệt tiêu một phần điện trường ngoài ở bên trong vật liệu

Mỗi cặp điện tích dương-âm trong chất điện môi được coi là một lưỡng cực điện

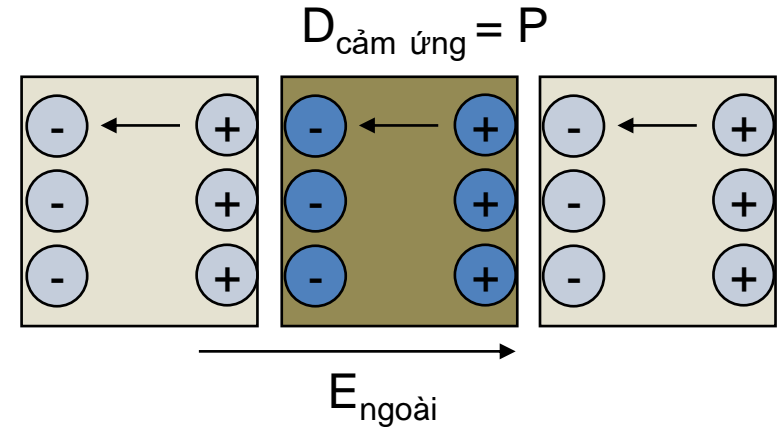
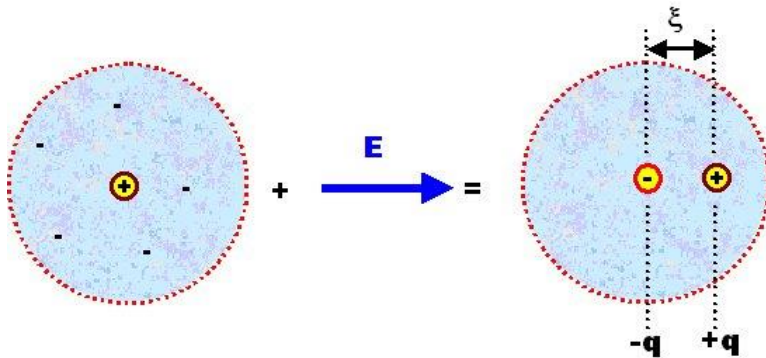


Một mảnh vật liệu nhỏ



Điện môi trong điện trường (details)

- Trường cảm ứng $D_{\text{cảm ứng}}$ được gọi là phân cực điện P



- Trong một môi trường tuyến tính, phân cực điện tỉ lệ tuyến tính với điện trường ngoài theo công thức:

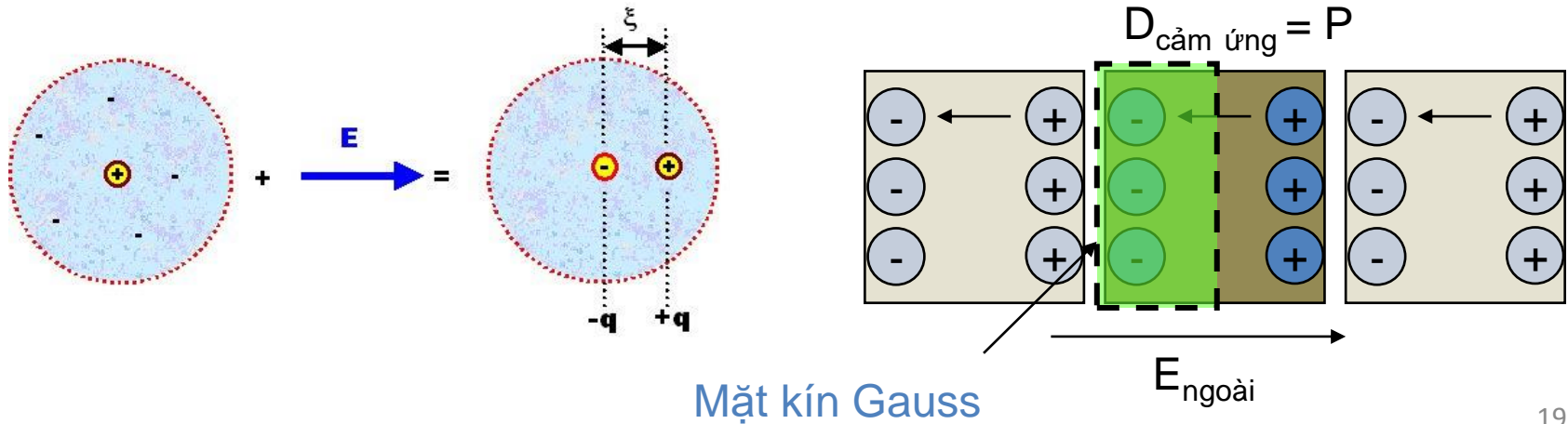
$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

Trong đó χ là một đại lượng không thứ nguyên, đặc trưng cho hệ số cảm ứng điện của vật liệu

- Cặp điện tích dương-âm tạo nên một lưỡng cực được gọi là điện tích liên kết



Điện môi trong điện trường (details)



19

- Khi đó trong vật liệu sẽ tồn tại điện tích liên kết Q_b và điện tích tự do Q_f . Điện tích tổng sẽ là: $Q_{tô'ng} = Q_b + Q_f$

- Áp dụng định luật Gauss:

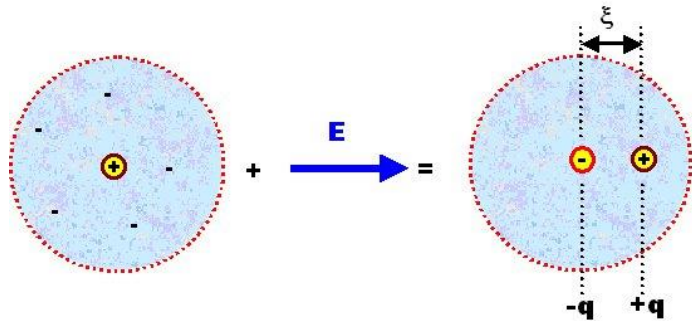
$$Q_b = -\oint \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$$

$$Q_{tô'ng} = \oint \epsilon_o \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

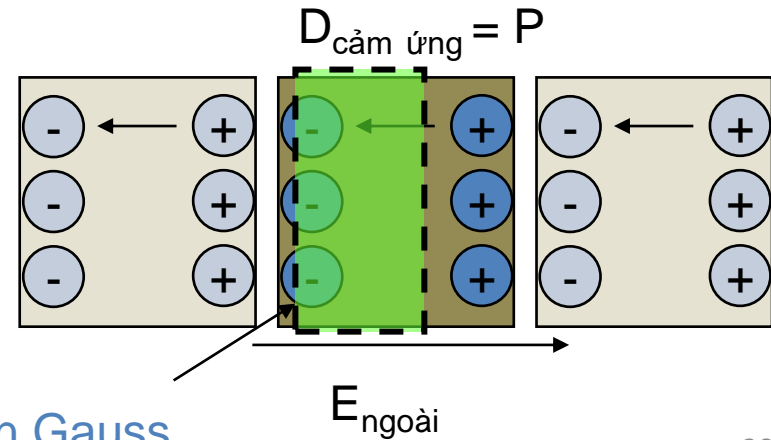
$$\Rightarrow Q_f = Q_{tô'ng} - Q_b = \oint (\epsilon_o \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} = \oint (\epsilon_o \mathbf{E} + \epsilon_o \chi \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S}$$



Điện môi trong điện trường (details)



Mặt kín Gauss



- Hay có thể viết:

$$Q_f = \oint (\epsilon_o \mathbf{E} + \epsilon_o \chi \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = \oint \underbrace{(1 + \chi)}_{\epsilon_r} \epsilon_o \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{D}}$

$$Q_f = \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

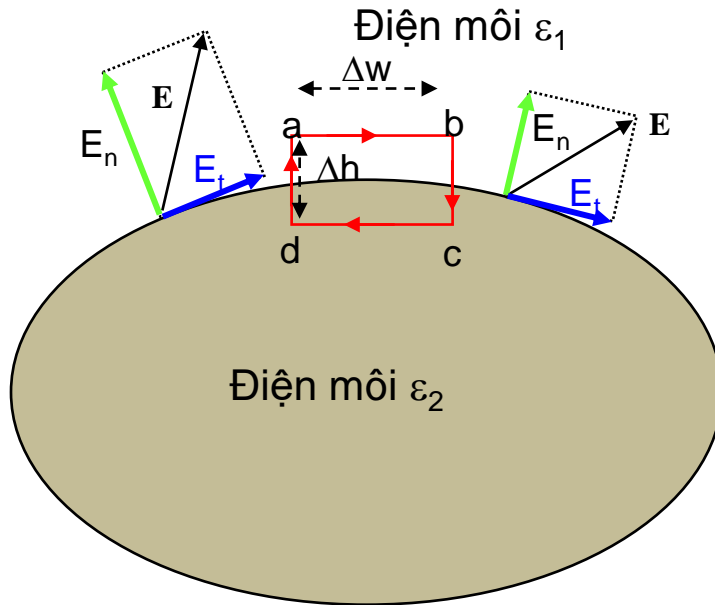
$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_o \mathbf{E}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi$$

Trong đó χ là một đại lượng không thứ nguyên, đặc trưng cho hệ số cảm ứng điện của vật liệu



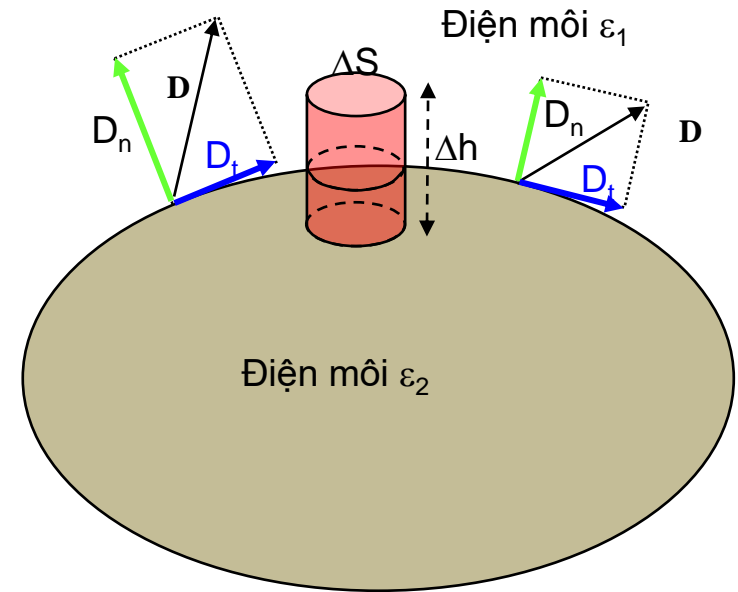
Điện môi-Điều kiện bờ



$$E_{t1} = E_{t2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Thành phần tiếp tuyến của E tại bề mặt phân cách hai điện môi là liên tục!



$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_{s \text{ free}}$$

- Thông thường, do mặt tiếp giáp hai điện môi không có điện tích tự do nên:

$$\rho_{s \text{ free}} = 0$$

$$D_{n1} - D_{n2} = 0$$



Chứng minh công thức điều kiện bờ

❖ Chứng minh $E_{t1} = E_{t2}$

▪ Ta biết: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$

▪ Giả thiết có vector \mathbf{E} tại mặt phân cách giữa hai điện môi. Cần xác định điện áp trên đường cong kín a-b-c-d-a

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} &= \underbrace{E_{t1} (+\Delta w)}_{a \text{ sang } b} + \underbrace{\left[E_{n1} \left(-\frac{\Delta h}{2} \right) + E_{n2} \left(-\frac{\Delta h}{2} \right) \right]}_{b \text{ sang } c} + \\ &+ \underbrace{E_{t2} (-\Delta w)}_{c \text{ sang } d} + \underbrace{\left[E_{n2} \left(+\frac{\Delta h}{2} \right) + E_{n1} \left(+\frac{\Delta h}{2} \right) \right]}_{d \text{ sang } a} = 0 \end{aligned}$$

▪ Khi cho $\Delta h \rightarrow 0$:

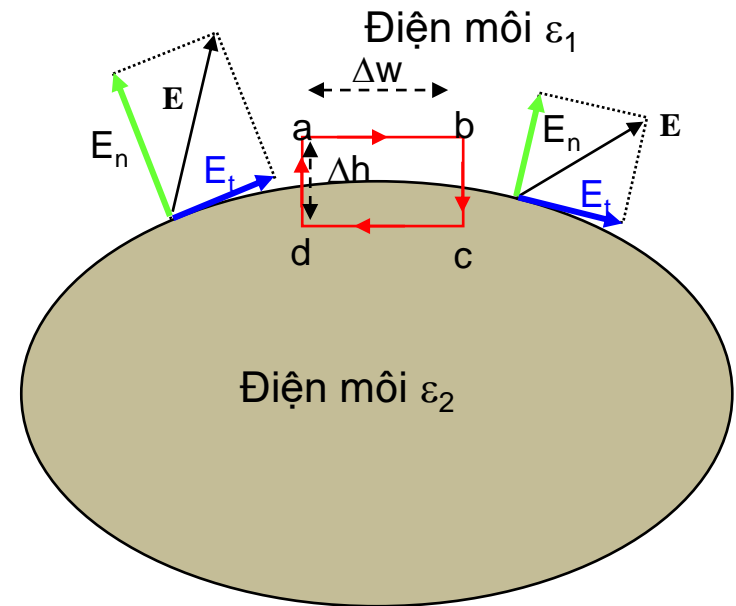


$$E_{t1} = E_{t2}$$

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \underbrace{E_{t1} (\Delta w)}_{a \text{ sang } b} - \underbrace{E_{t2} (\Delta w)}_{c \text{ sang } d} = 0$$

Thành phần tiếp tuyến của \mathbf{E} tại bề mặt phân cách hai điện môi là liên tục!





Chứng minh công thức điều kiện bờ

❖ Chứng minh $D_{n1} - D_{n2} = \rho_{s, free}$

- Giả thiết có một vector \mathbf{D} tại mặt phân cách giữa hai điện môi

- Theo luật Gauss:

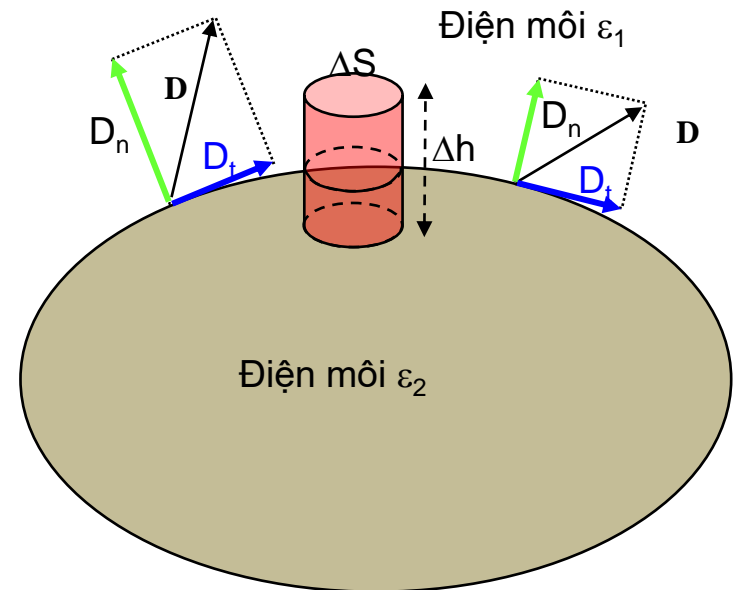
$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{bao\ voi\ S}$$

Hay:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{sides} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{bao\ voi\ S}$$

- Khi cho $\Delta h \rightarrow 0$: Ta chỉ còn xét mặt đỉnh và đáy

Tích $\mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ chỉ còn tính đến thành phần pháp tuyến của \mathbf{D}





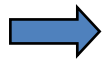
Chứng minh công thức điều kiện bờ

- Do vậy có thể viết:

$$Q_{bao\ voi\ S} = \int_{top} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{bottom} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

- Hay:

$$\rho_{s\ free} \Delta S = (D_{n1} \Delta S) + (-D_{n2} \Delta S)$$



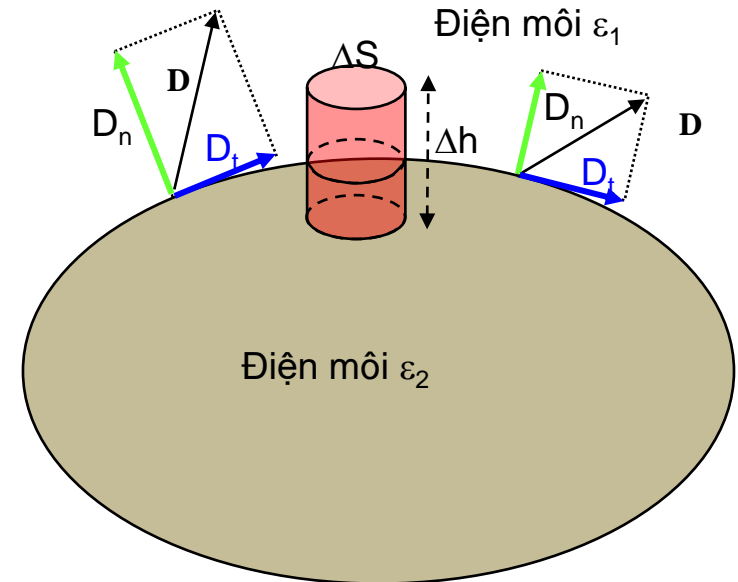
$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_{s\ free}$$

- Thông thường, do không có điện tích tự do nên:

$$\rho_{s\ free} = 0$$



$$D_{n1} - D_{n2} = 0$$





So sánh điều kiện bờ tĩnh điện cho vật dẫn và điện môi

■ Vật dẫn khi không có dòng điện

- Cường độ điện trường (và cả D) bên trong vật dẫn bằng 0
- Tại bề mặt vật dẫn, trường vuông góc với mọi nơi trên bề mặt đó
- Vật dẫn là đẳng thế
- Tại bề mặt của một vật dẫn, thành phần pháp tuyến của trường sinh ra (cảm ứng) một điện tích bề mặt tỷ lệ với độ lớn của trường

$$E_{\text{tiếp tuyến với bề mặt vật dẫn}} = 0 = D_{\text{tiếp tuyến với bề mặt vật dẫn}}$$

$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_t = 0 \end{cases}$$

$$D_{\text{trục giao với bề mặt vật dẫn}} = \rho_{\text{bề mặt}} = \epsilon E_{\text{trục giao với bề mặt vật dẫn}}$$

$$\begin{cases} D_n = \rho_s \\ \epsilon E_n = \rho_s \end{cases}$$

■ Tại mặt phân cách giữa hai chất điện môi

- Thành phần tiếp tuyến với bề mặt phân cách của hai điện môi là liên tục

$$E_{t1} = E_{t2}$$

- Nhưng thành phần D_t không liên tục (gián đoạn): $D_{t1}/D_{t2} = \epsilon_1/\epsilon_2$

- Thành phần vuông góc với mặt phân cách giữa hai điện môi của D có thể thay đổi

- Nếu không có điện tích tự do ở mặt phân cách
- Nếu có điện tích bề mặt tự do

$$D_{n1} = D_{n2}$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_{f, \text{Mặt}}$$

- Thành phần E_n không liên tục

- Đặc tính của vật liệu $\vec{D} = \underbrace{\epsilon}_{\epsilon' \epsilon_o} \vec{E}$

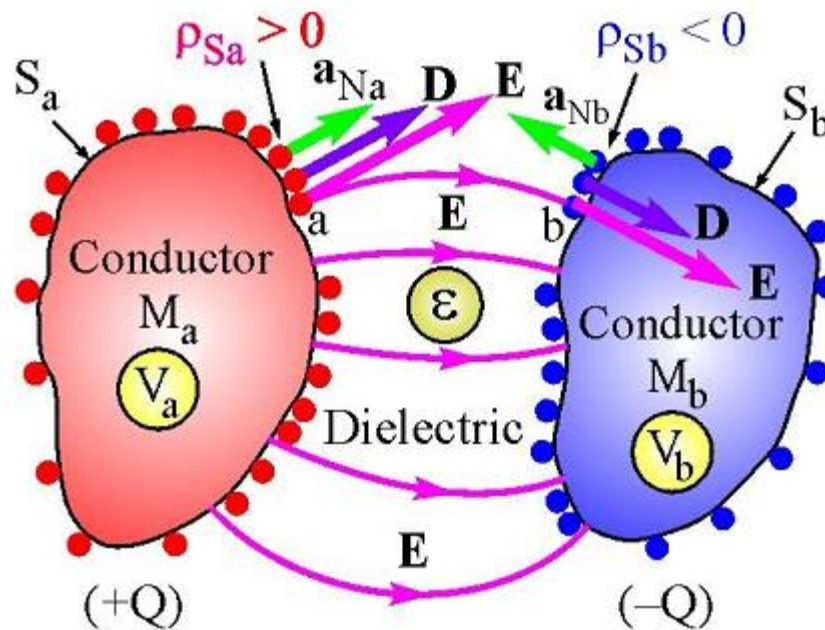


Tụ điện- Điện dung



Tụ điện

- Gồm hai **vật dẫn** mang điện tích trái dấu M_a (mang điện tích Q) và M_b (mang điện tích $-Q$) đặt trong **điện môi** ϵ



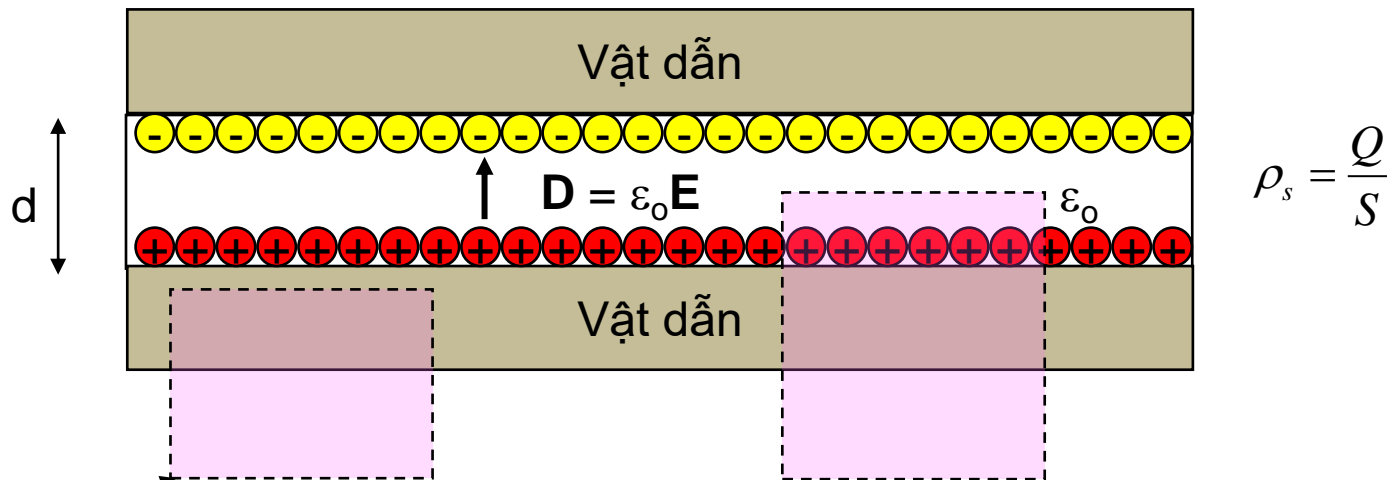


Bản mỏng song song: Vật dẫn-chân không

- Xét hai bản mỏng dẫn điện (**vật dẫn**) song song có bề rộng lớn hơn rất nhiều so với khoảng cách giữa chúng

Giả thiết ta tích điện cho hai bản mỏng này, bản phía trên với điện tích $-Q$ và bản dưới với điện tích $+Q$

Khi đó gần như toàn bộ các điện tích sẽ nằm trên mặt trong của cả hai bản mỏng.
Và mật độ điện tích bề mặt $\rho_s \sim Q/\text{diện tích bản mỏng}$



Mặt Gauss, không có điện tích bên trong

$$D \cdot \Delta S = 0 \rightarrow D = 0 \rightarrow E = 0$$

Mặt Gauss, có điện tích bên trong

$$D \cdot \Delta S = \rho_s \cdot \Delta S$$

$$D = \rho_s \rightarrow E = \rho_s / \epsilon_0$$



Tụ điện phẳng

Khi điền giữa hai bản mỏng (vật dẫn một lớp điện môi ϵ_r : Diện tích trên hai bản mỏng không thay đổi \rightarrow **D không thay đổi**

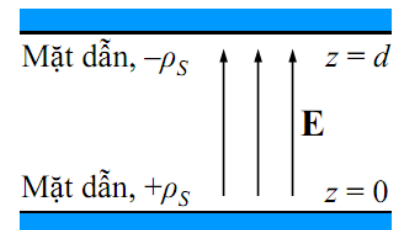
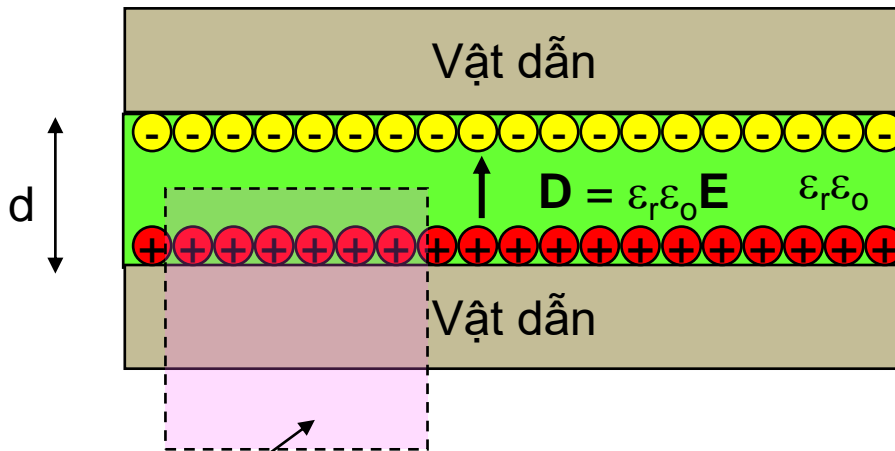
Vì mật độ điện tích bề mặt $\rho_s \sim Q/\text{diện tích bản mỏng}$

Nhưng **E thay đổi**, thực tế nó bị giảm ϵ_r lần so với ban đầu

Với chân không ϵ_0 : $E = \rho_s/\epsilon_0$

Với điện môi: $E = (\rho_s/\epsilon_0)/\epsilon_r$

$$\rho_s = \frac{Q}{S}$$



Mặt kín Gauss $D \cdot \Delta S = \rho_s \cdot \Delta S$

$D = \rho_s \rightarrow E = \rho_s/\epsilon_r \epsilon_0$



Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện

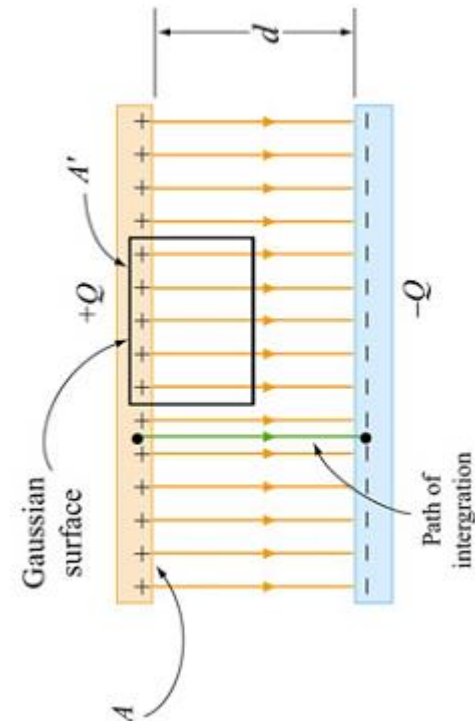
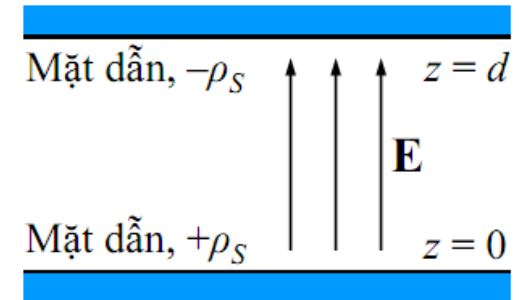
$$E = \frac{\rho_s}{\epsilon_r \epsilon_o}$$

- Lấy tích phân đường thẳng nối đỉnh và đáy

$$|V_{AB}| = \left| \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \right| = \frac{\rho_s}{\epsilon_r \epsilon_o} d = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_o} \frac{d}{S}$$

$$\frac{Q}{|V_{AB}|} = \frac{\left| \oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \right|}{\left| \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \right|} = \frac{\epsilon_r \epsilon_o S}{d}$$

Tỷ số giữa điện tích và hiệu điện thế là một hàm số của cấu trúc hình học (diện tích bản mỏng S và khoảng cách d), và hằng số điện môi ϵ





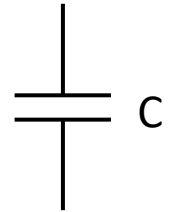
Điện dung

$$E = \frac{\rho_s}{\epsilon_r \epsilon_o}$$

- Đối với hệ thống gồm hai vật dẫn tích điện trái dấu, tỷ số giữa điện tích và hiệu điện thế chính là điện dung của hệ thống đó

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = \frac{\left| \oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \right|}{\left| \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \right|}$$

~ Cấu trúc hình học và ϵ



Điện dung là một hàm số của cấu trúc hình học và hằng số điện môi ϵ

- Điện dung của tụ điện phẳng:

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = \frac{\left| \oint_S \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \right|}{\left| \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \right|} = \frac{\epsilon_r \epsilon_o S}{d} = \frac{\epsilon S}{d}$$

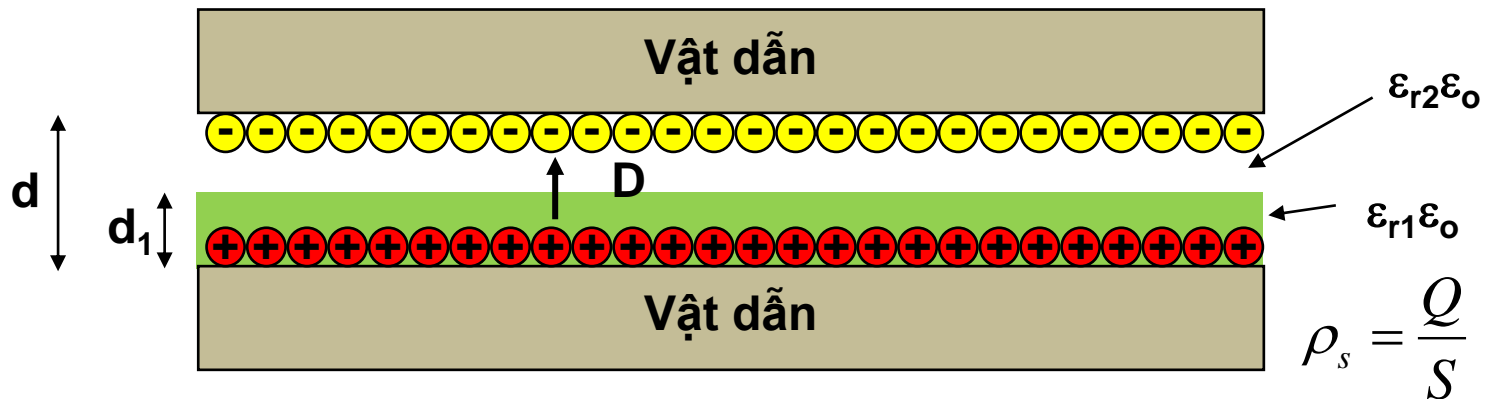


Tụ điện với hai lớp điện môi

- Giữa hai bản mỏng là **hai lớp điện môi khác nhau**

D liên tục giữa hai lớp điện môi

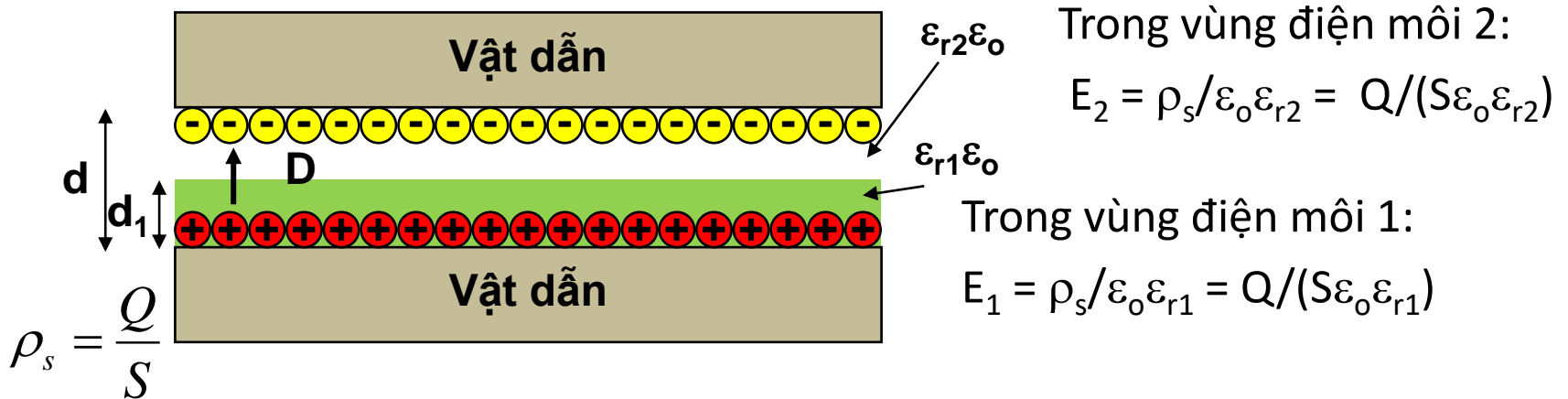
Nhưng **E** thay đổi



$$D \cdot \Delta S = \rho_s \cdot \Delta S \rightarrow D = \rho_s = Q/S$$



Tụ điện với hai lớp điện môi



Khi đó hiệu điện thế giữa hai bản cực:

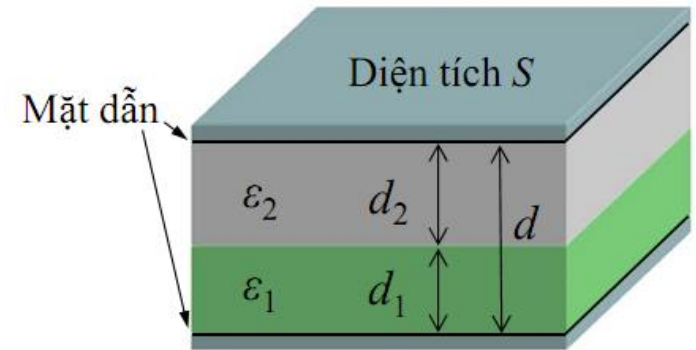
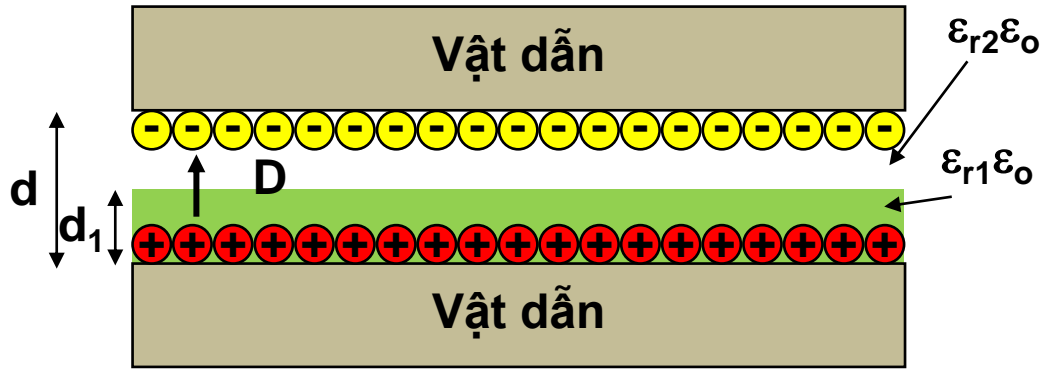
$$|V_{AB}| = \left| \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \right| = \int_0^{d_1} \frac{Q}{S \epsilon_{r1} \epsilon_o} dx + \int_{d_1}^d \frac{Q}{S \epsilon_{r2} \epsilon_o} dx = \frac{Q d_1}{S \epsilon_{r1} \epsilon_o} + \frac{Q (d - d_1)}{S \epsilon_{r2} \epsilon_o}$$

Và điện dung:

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = Q / \left[\frac{Q d_1}{S \epsilon_{r1} \epsilon_o} + \frac{Q (d - d_1)}{S \epsilon_{r2} \epsilon_o} \right]$$



Tụ điện với hai lớp điện môi



$$\rho_s = \frac{Q}{S}$$

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = Q / \left[\frac{Qd_1}{S\epsilon_{r1}\epsilon_o} + \frac{Q(d-d_1)}{S\epsilon_{r2}\epsilon_o} \right] = 1 / \left[\frac{d_1}{S\epsilon_{r1}\epsilon_o} + \frac{(d-d_1)}{S\epsilon_{r2}\epsilon_o} \right]$$

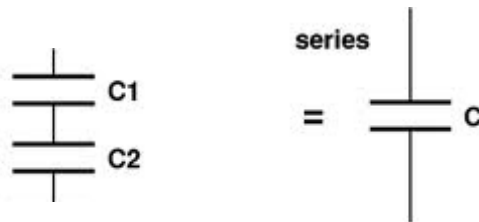
Đặt:

$$C_1 = \frac{\epsilon_o \epsilon_{r1} S}{d_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_o \epsilon_{r2} S}{d-d_1} = \frac{\epsilon_o \epsilon_{r2} S}{d_2}$$

$$\rightarrow C = 1 / \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] \leftrightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

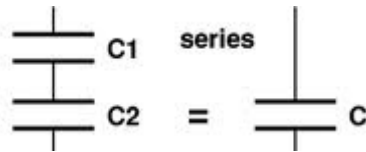
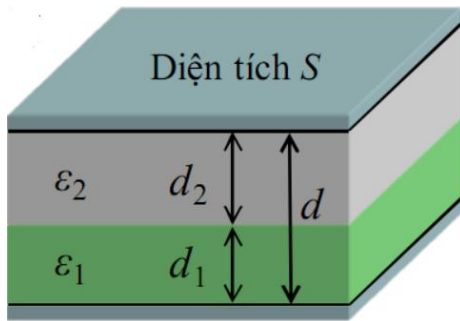
Coi như hai tụ điện mắc nối tiếp





Tụ điện mắc nối tiếp-Song song

Nối tiếp

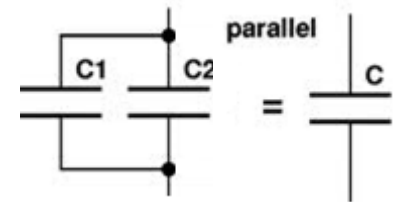
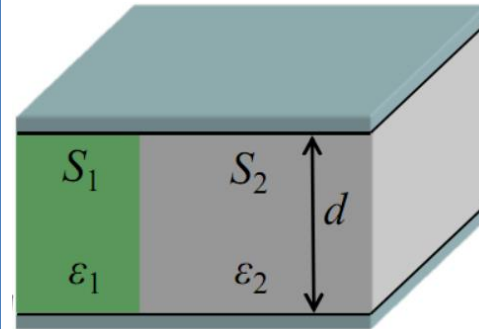


$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} S}{d_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} S}{d_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\epsilon_{r2} d_1 + \epsilon_{r1} d_2}{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} S}$$

Song song



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} S_1}{d}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r2} S_2}{d}$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_{r1} S_1 + \epsilon_{r2} S_2)}{d}$$



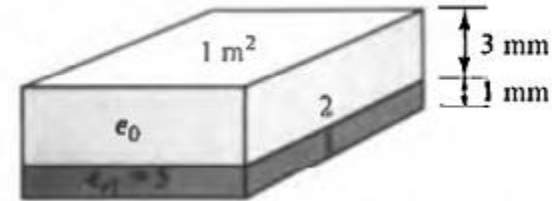
- ❖ **Ví dụ 1:** Tụ điện gồm hai lớp điện môi, $\epsilon_{r1}=5$, $\epsilon_{r2}=1$ với chiều dày tương ứng là $d_1=1$ mm và $d_2=3$ mm như hình vẽ. Diện tích mỗi bản tụ là 1 m^2 .
Tính điện dung của tụ?

$$C_1 = \frac{\epsilon_o (5)(1)}{10^{-3}} = 5000\epsilon_o$$

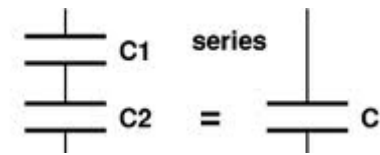
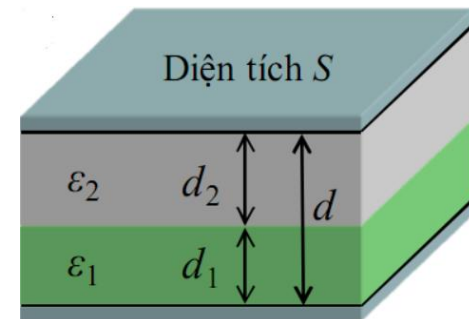
$$C_2 = \frac{\epsilon_o (1)(1)}{3 \cdot 10^{-3}} = \frac{1000\epsilon_o}{3}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2,77 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$



Hai tụ nối tiếp



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\epsilon_{r2}d_1 + \epsilon_{r1}d_2}{\epsilon_o \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} S}$$



❖ **Ví dụ 2:** Cho hiệu điện thế giữa bản cực của tụ điện là $U=200\text{ V}$.
 Tìm cường độ điện trường bên trong tụ và hiệu điện thế giữa mỗi lớp điện môi trong tụ

$$C_1 = \frac{\epsilon_o (5)(1)}{10^{-3}} = 5000\epsilon_o$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_o (1)(1)}{3 \cdot 10^{-3}} = \frac{1000\epsilon_o}{3}$$

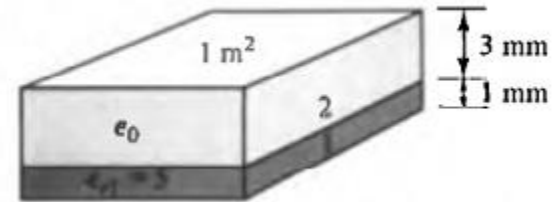
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2,77 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$D_n = \rho_s = \frac{Q}{S} = \frac{CU}{S}$$

$$D_n = \frac{(2,77 \cdot 10^{-9})(200)}{1} = 5,54 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_o \epsilon_{r1}} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$V_1 = E_1 d_1 = 12,5 \text{ V}$$

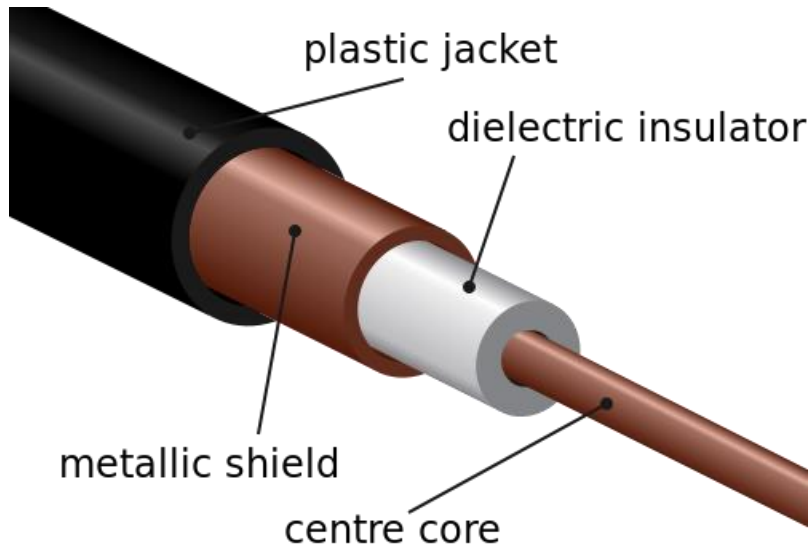


$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_o \epsilon_{r2}} = 6,25 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$V_2 = E_2 d_2 = 187,5 \text{ V}$$



Cáp đồng trục

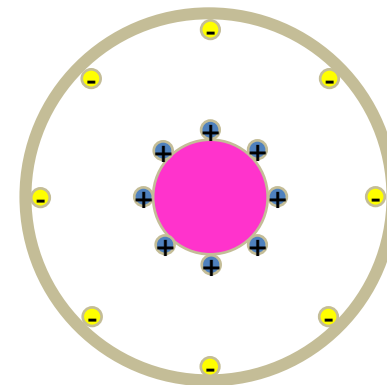
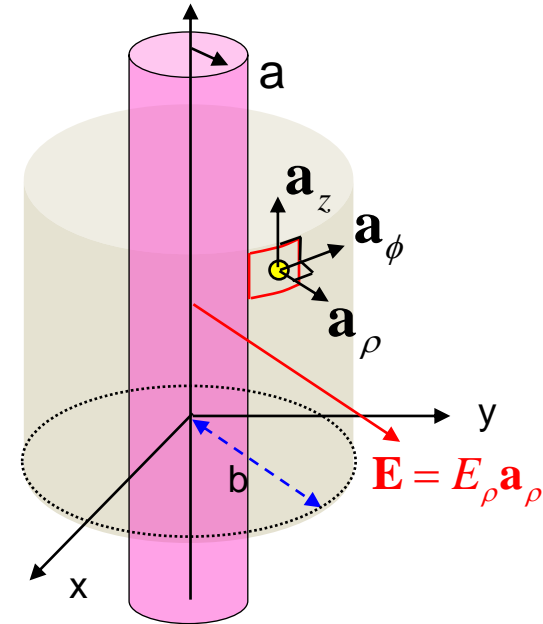


Cross-sectional view of a coaxial cable



Hệ đồng trục

- Xét một hệ thống đồng trục
 - Dây dẫn trụ bên trong có bán kính a : Toàn bộ điện tích tập trung ở mặt ngoài dây dẫn
 - Vỏ hình trụ dẫn điện bên ngoài có bán kính b : Toàn bộ điện tích tập trung ở mặt trong vỏ hình trụ
- Do tính đối xứng, trường có phương bán kính và hướng ra từ mặt ngoài của dây dẫn trụ bên trong tới mặt trong của vỏ hình trụ bên ngoài



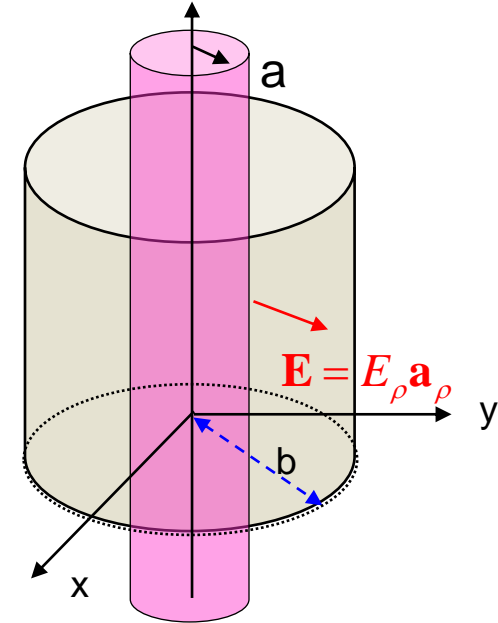
$$\rho_{S \text{ trong}} = \frac{Q/l}{2\pi a}$$

$$\rho_{S \text{ ngoa'i}} = -\frac{Q/l}{2\pi b}$$



Hệ đồng trục

- Trường sinh ra bởi điện tích trên dây dẫn bên trong có thể được xác định nhờ định luật Gauss, giống như phương pháp tính với một điện tích dây
- Dây dẫn này giống như một điện tích dây
- Với điện tích dây nằm trên trục z, trường có tính đối xứng trụ

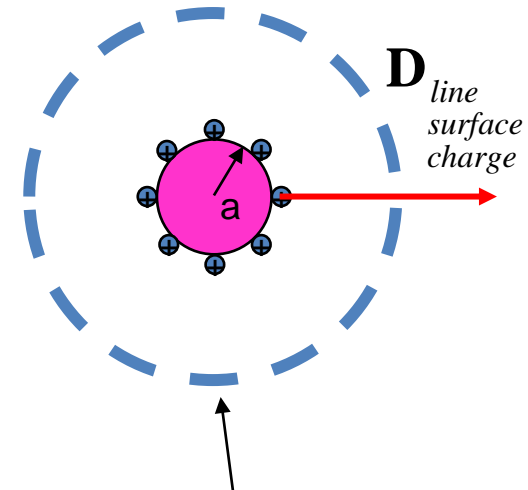


$$\Phi = \int_{\text{mặt kín bất kỳ } S} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{bao bởi } S}$$

$$D(\rho)(2\pi\rho \cdot l) = \rho_s (2\pi a \cdot l)$$

$$\frac{Q/l}{2\pi a}$$

$$D_{\text{dây}} = \frac{Q/l}{2\pi\rho}$$

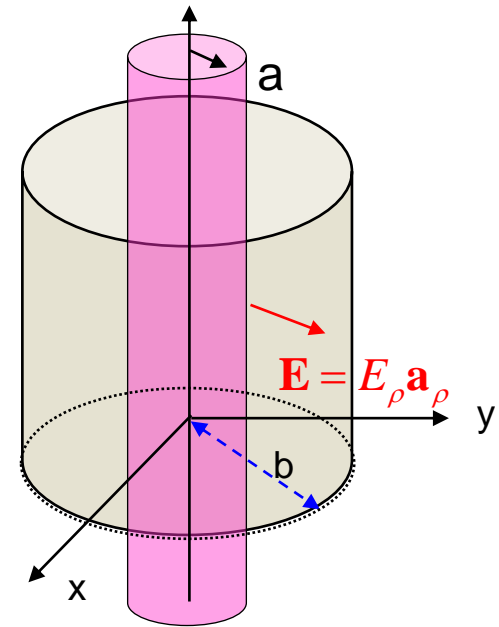
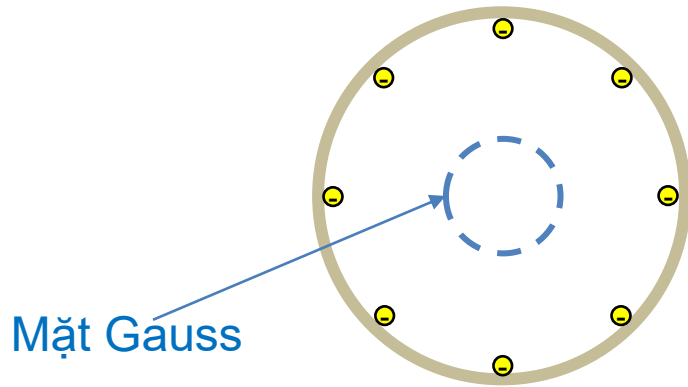


Mặt Gauss bán kính ρ



Hệ đồng trục

- Tương tự, trường sinh ra bởi các điện tích trên trụ ngoài có thể được xác định bằng luật Gauss



- Điện tích trên trụ ngoài không sinh ra trường bên trong (do mặt kín không bao điện tích nào)

$$D_{\text{trong}} + D_{\text{ngoài}} = \frac{Q/l}{2\pi\rho}$$

$D_{\text{dây}} \quad 0$

$$E_{\text{đồng trục}} = E_{\text{dây}} = \frac{Q/l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o\rho}$$



Hệ đồng trục

- Ta đã biết cách xác định được hiệu điện thế giữa hai điểm trong trường sinh ra bởi một điện tích dây

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q/l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o} \ln \left[\frac{b}{a} \right]$$

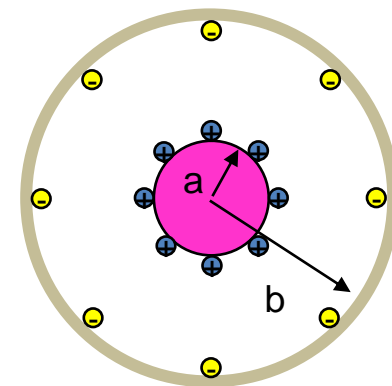
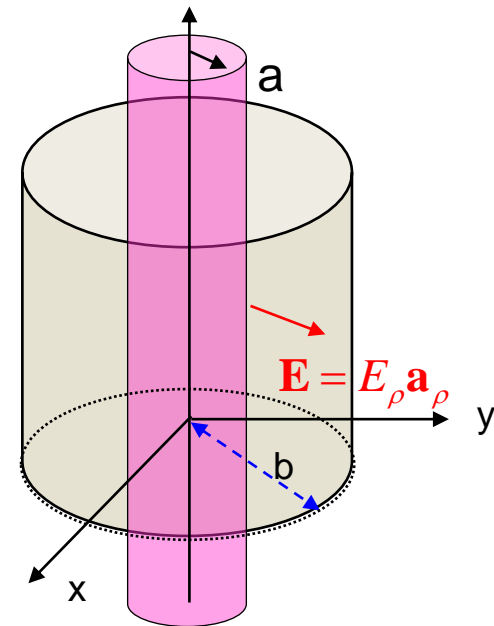
$$V_{AB} = -\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o} \int_{\rho_B}^{\rho_A} \frac{1}{\rho} d\rho = \frac{Q/l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o} \ln \left[\frac{b}{a} \right]$$

- Vậy điện dung có thể tính theo:

$$C = Q/|V_{AB}| = Q / \left(\frac{Q/l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o} \ln \left[\frac{b}{a} \right] \right) = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_o}{\ln[b/a]} \cdot l$$

- Hay điện dung trên một đơn vị chiều dài bằng:

$$C/l = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_o}{\ln[b/a]}$$

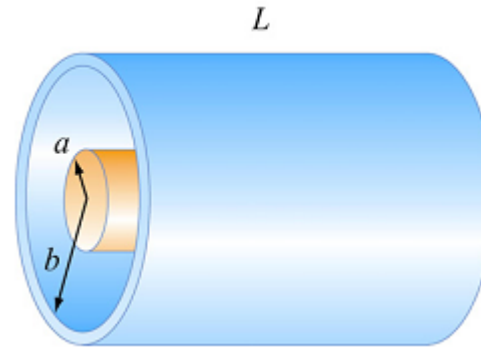




Điện dung: tụ hình trụ tròn

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_r\epsilon_o} \ln\left[\frac{b}{a}\right]$$

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_o L}{\ln\frac{b}{a}}$$



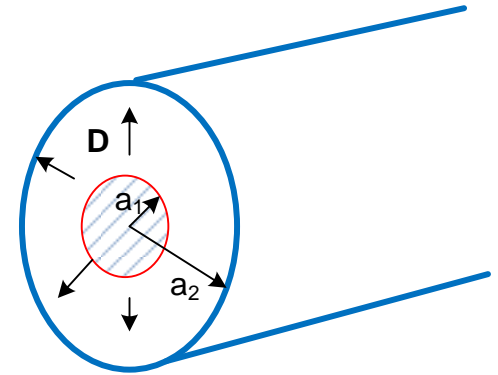


- **Ví dụ 3:** Một tụ điện trụ tròn dài L có bán kính trong a_1 , bán kính ngoài a_2 , được nạp điện tích $\pm Q$, lớp điện môi ϵ_r . Tìm điện dung C và năng lượng dự trữ giữa các bản?

- Theo luật Gauss: do tụ tròn có tính đối xứng xuyên trục:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum q = Q_\rho$$

Q_ρ là tổng điện tích trong khối trụ bao bởi mặt trụ S bán kính ρ



- Xét bên trong khoảng giữa hai bản cực: $a_1 < \rho < a_2$

$$\Phi_{tổng} = Q$$

$$\Phi_{tổng} = D \cdot 2\pi\rho L; \quad Q = \int_0^L \int_0^{2\pi} \rho_s a_1 d\phi dz = 2\pi a_1 L \rho_s$$

$$\rightarrow D = \frac{a_1 \rho_s}{\rho} \rightarrow \mathbf{D} = \frac{a_1 \rho_s}{\rho} \mathbf{a}_\rho \rightarrow \mathbf{E} = \frac{a_1 \rho_s}{\epsilon_0 \epsilon_r \rho} \mathbf{a}_\rho$$



- Hiệu điện thế giữa hai bản tụ:

$$U = U_{12} = V_1 - V_2 = \int_{a_1}^{a_2} E_\rho d\rho = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon\rho L} d\rho = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

- Điện dung :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{a_2}{a_1}}$$

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{a_2}{a_1}} \frac{Q^2}{(2\pi\epsilon L)^2} \left(\ln \frac{a_2}{a_1} \right)^2 = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r L} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

❖ Cách khác (nếu chưa biết Q nhưng biết U):

$$U = U_{12} = V_1 - V_2 = \int_{a_1}^{a_2} \frac{a_1\rho_s}{\epsilon_0\epsilon_r\rho} \mathbf{a}_\rho d\rho \mathbf{a}_\rho = \int_{a_1}^{a_2} \frac{a_1\rho_s}{\epsilon_0\epsilon_r\rho} d\rho = \frac{a_1\rho_s}{\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

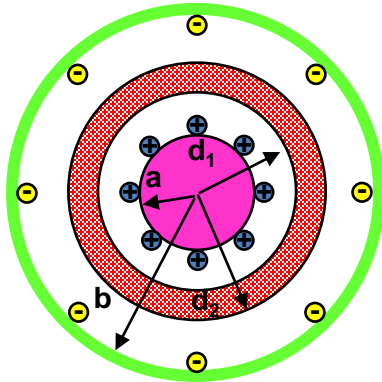
Tổng điện tích ở mặt trong: $Q = \rho_s (2\pi a_1 L)$

$$U = \frac{a_1}{\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{Q}{2\pi a_1 L} \right) \ln \frac{a_2}{a_1} \qquad C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{a_2}{a_1}}$$



Tụ điện nối tiếp-song song

Nối tiếp



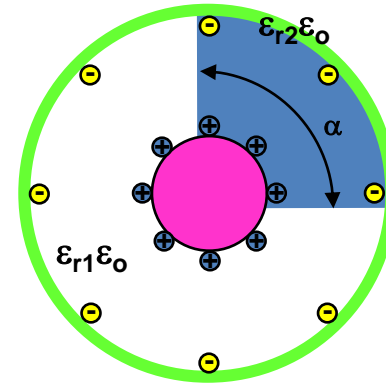
$$C_{total} = \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right]^{-1}$$

$$C_1/l = \frac{2\pi\epsilon_{r1}\epsilon_o}{\ln[d_1/a]}$$

$$C_2/l = \frac{2\pi\epsilon_{r2}\epsilon_o}{\ln[d_2/d_1]}$$

$$C_3/l = \frac{2\pi\epsilon_{r3}\epsilon_o}{\ln[b/d_2]}$$

Song song



$$C_{total} = C_1 + C_2$$

$$C_1/l = \frac{(2\pi - \alpha)\epsilon_{r1}\epsilon_o}{\ln[b/a]}$$

$$C_2/l = \frac{\alpha\epsilon_{r2}\epsilon_o}{\ln[b/a]}$$



Tụ điện cầu

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r$$

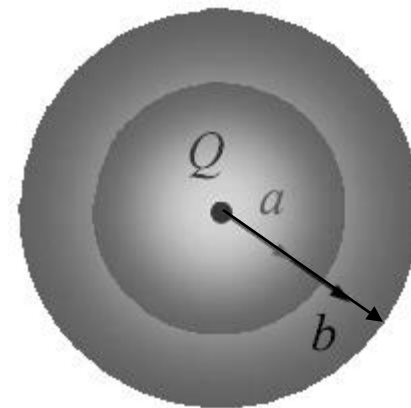
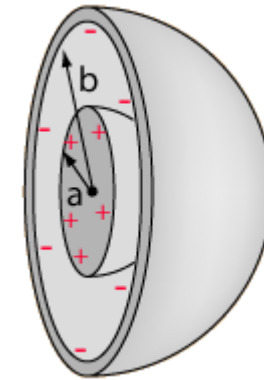
$$\begin{aligned} V_{AB} &= \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_B^A \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \cdot d\mathbf{r} \mathbf{a}_r \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \end{aligned}$$

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{4\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

- Năng lượng điện dự trữ trong tụ

$$W_E = \frac{1}{2} \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dv = \frac{1}{2} \int \epsilon_r \epsilon_0 E^2 dv$$

$$W_E = \frac{1}{2} CV^2$$





Các bước tính điện dung

- 1) Xác định hướng của cường độ điện trường sử dụng tính đối xứng
- 2) Tính cường độ điện trường tại mọi điểm
- 3) Tính hiệu điện thế ΔV
- 4) Tính điện dung: $C = Q / |\Delta V|$

Tụ	Tụ phẳng	Tụ trụ	Tụ cầu
1) Xác định hướng của cường độ điện trường sử dụng tính đối xứng			
2) Tính cường độ điện trường tại mọi điểm	$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon}$ $E = \frac{Q}{S\epsilon} = \frac{\rho_s}{\epsilon}$	$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E_\rho \cdot (2\pi\rho L) = \frac{Q}{\epsilon}$ $E_\rho = \frac{\rho_s}{2\pi\epsilon\rho}$	$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E_r \cdot (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon}$ $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2}$
3) Tính hiệu điện thế ΔV	$\Delta V = V_+ - V_-$ $= \int_+^- \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -Ed$	$\Delta V = V_b - V_a$ $= -\int_a^b E_\rho \cdot d\rho$ $= -\frac{\rho_s}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a}$	$\Delta V = V_b - V_a$ $= -\int_a^b E_r \cdot dr$ $= -\frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$



- ❖ **Ví dụ 4:** Cho tụ điện tạo bởi hai mặt bên bán kính r_1, r_2 .
Giữa hai bán kính là hai lớp điện môi ϵ_r . Điện áp giữa hai bản cực V_0 .
Tính điện dung trên đơn vị dài của tụ?

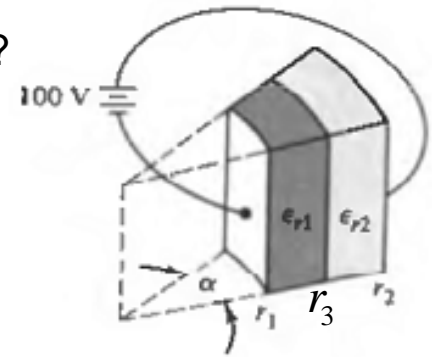


$$C_2/l = \frac{\alpha \epsilon_{r2} \epsilon_o}{\ln[b/a]}$$

❖ **Ví dụ 5:** Cho tụ điện tạo bởi hai mặt bên bán kính $r_1=2\text{cm}$, $r_2=2,5\text{cm}$
Giữa hai bán kính là hai lớp điện môi $\epsilon_{r1}=2$, $\epsilon_{r2}=5$.
Điện áp giữa hai bản cực 100V.
Tính hiệu điện thế giữa mỗi cực và điểm tiếp giáp hai lớp điện môi?

$$V_1 = 74\text{V}$$

$$V_2 = 26\text{V}$$





- ❖ **Ví dụ 6:** Cho tụ điện tạo bởi hai mặt dẫn hình nêm tạo thành góc α , bán kính 1mm, 30mm như hình vẽ, giữa là lớp điện môi $\varepsilon_r=4,5$. Tìm điện dung của tụ?

Vector chuyển dịch điện trong lớp điện môi:

$$C = 7,76 \text{ pF}$$

