

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

CHƯƠNG 1: Tín hiệu liên tục

TS. Jingxian Wu

wuj@uark.edu

MỤC LỤC

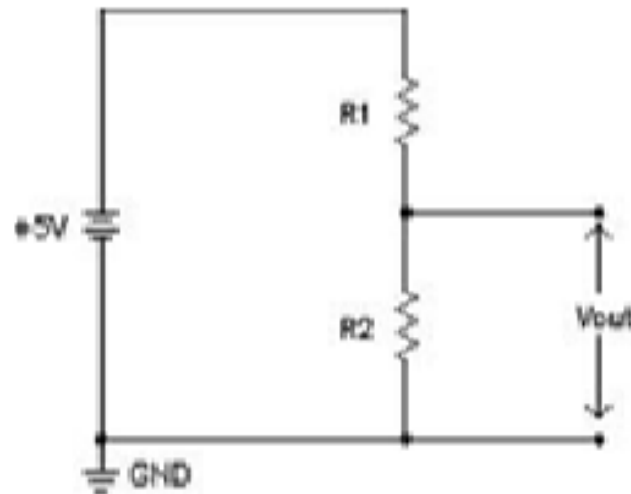
- **Mở đầu: Tín hiệu và hệ thống là gì ?**
- **Tín hiệu**
- **Phân loại tín hiệu**
- **Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản**
- **Các tín hiệu tiêu biểu**

MỞ ĐẦU

- Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (hệ thống điện)

- Bộ chia áp

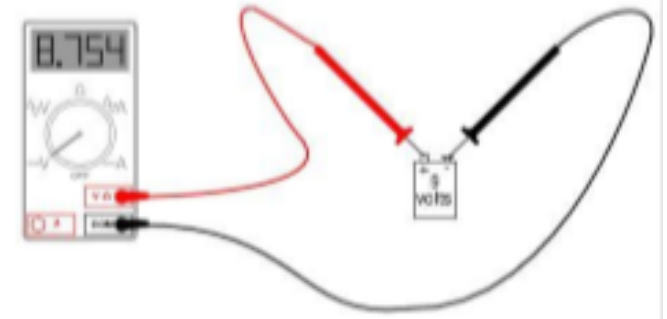
- Tín hiệu vào: $x=5V$
 - Tín hiệu ra: $y=V_{out}$
 - Tín hiệu đầu ra của hệ thống bằng 1 phân số của tín hiệu đầu vào ($y = \frac{R_2}{R_1 + R_2} x$)



MỞ ĐẦU

-Đồng hồ vạn năng

- Tín hiệu vào: điện áp của ắc quy
- Tín hiệu ra: điện áp đọc trên màn hình LCD
- Hệ thống đo hiệu điện thế giữa 2 điểm



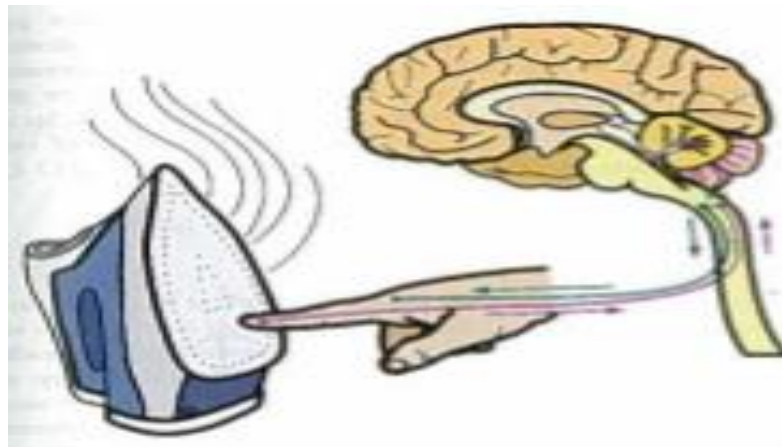
- Radio và điện thoại di động

- Tín hiệu vào: tín hiệu điện từ
- Tín hiệu ra: tín hiệu âm thanh
- Hệ thống nhận tín hiệu điện từ và biến đổi nó thành tín hiệu âm thanh



MỞ ĐẦU

- Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (hệ thống sinh học)
 - Hệ thần kinh trung ương (Central nervous system - CNS)
 - Tín hiệu vào: một dây thần kinh ở đầu ngón tay cảm nhận được nhiệt độ cao và gửi một **tín hiệu thần kinh** đến hệ thần kinh trung ương
 - Tín hiệu ra: hệ thần kinh trung ương sẽ phát ra những tín hiệu đầu ra đến những cơ khác nhau ở bàn tay
 - Hệ thống xử lý tín hiệu thần kinh đầu vào và sau đó tạo ra những tín hiệu thần kinh đầu ra dựa trên những tín hiệu đầu vào



MỞ ĐẦU

- Võng mạc

- Tín hiệu vào: ánh sáng
- Tín hiệu ra: tín hiệu thần kinh
- Tế bào cảm quang hay còn được gọi là tế bào nón và tế bào que trong võng mạc biến đổi năng lượng ánh sáng tới thành tín hiệu và sau đó được gửi tới não bằng dây thần kinh thị giác

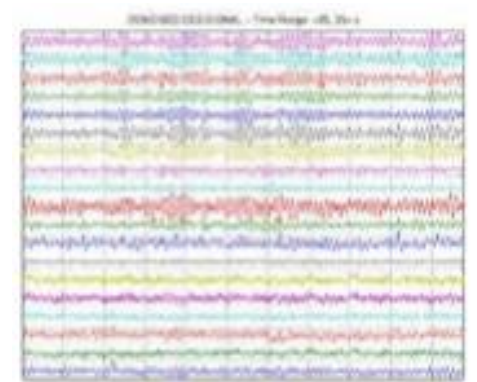


MỞ ĐẦU

- Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (các thiết bị y sinh)

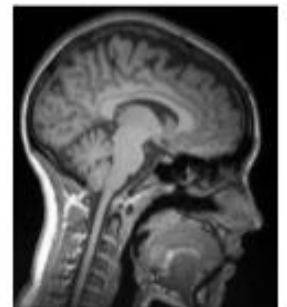
- Cảm biến điện não (EEG)

- Tín hiệu vào: tín hiệu của não
 - Tín hiệu ra: tín hiệu điện
 - Chuyển đổi từ tín hiệu não sang tín hiệu điện



- Chụp cộng hưởng từ (MRI)

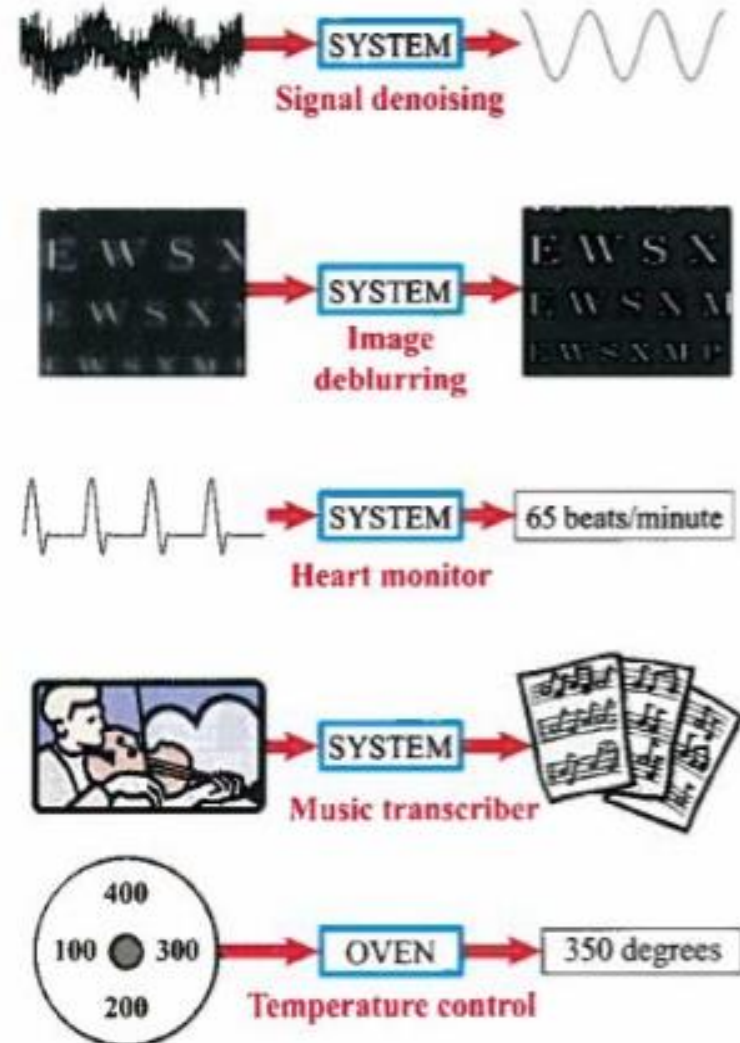
- Tín hiệu vào: khi tạo ra một từ trường dao động ở một tần số nào đó, nguyên tử hidro trong cơ thể chúng ta sẽ phát ra tín hiệu tần số vô tuyến và tín hiệu này có thể đo được bằng máy MRI
 - Tín hiệu ra: hình ảnh của một bộ phận nào đó trong cơ thể
 - Sử dụng từ trường mạnh và sóng vô tuyến để tạo ra các hình ảnh của các bộ phận trong cơ thể



MỞ ĐẦU

• Tín hiệu và hệ thống

- Mặc dù có rất nhiều loại tín hiệu và hệ thống khác nhau nhưng giữa chúng vẫn có những đặc điểm chung
- Trong môn học này chúng ta sẽ học:
 - Cách biểu diễn một tín hiệu và hệ thống
 - Các đặc điểm của tín hiệu
 - Các đặc điểm của hệ thống
 - Cách xử lý tín hiệu với hệ thống
- Các lý thuyết (kiến thức) này có thể được áp dụng cho bất kỳ tín hiệu và hệ thống nào như: điện, y sinh, cơ khí, kinh tế,...



Mục lục

- Giới thiệu: Tín hiệu và hệ thống là gì ?
- **Tín hiệu**
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Các tín hiệu tiêu biểu

TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

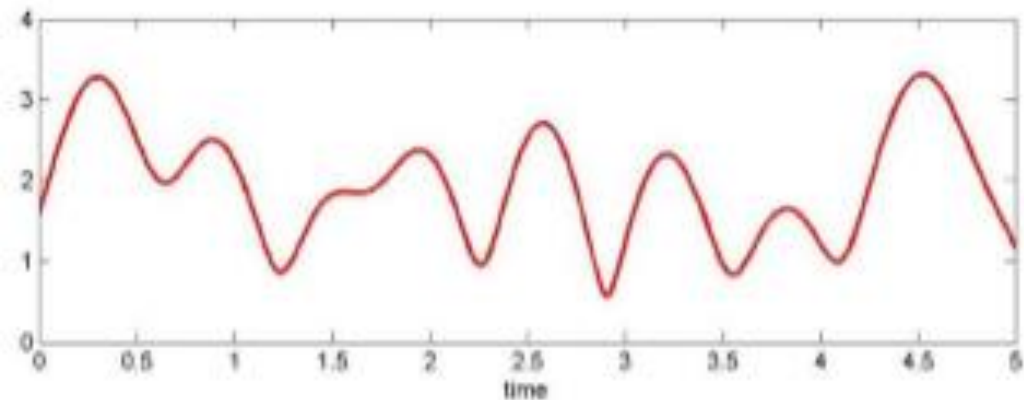
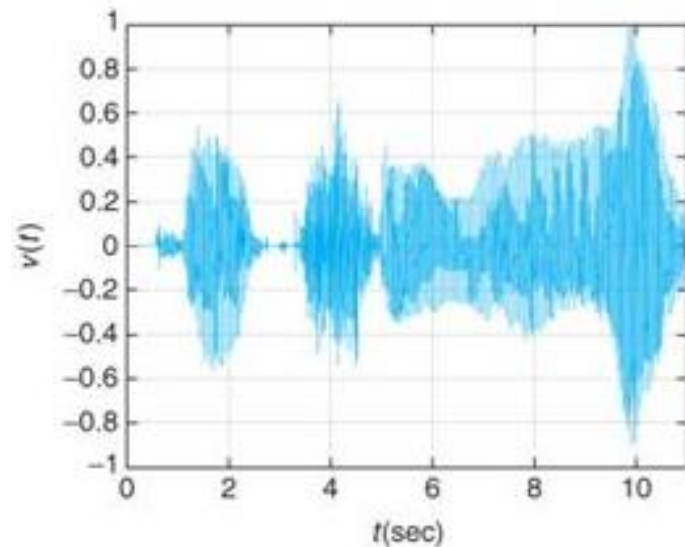
- Tín hiệu là gì?

- Là đại lượng vật lý mang thông tin và thay đổi theo thời gian
- Ví dụ: tiếng nói, hình ảnh vô tuyến, điện báo

TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

- Tín hiệu điện

- Mang thông tin với các đại lượng điện (điện áp, dòng điện)
- Tất cả các loại tín hiệu đều có thể chuyển đổi thành tín hiệu điện
- Giọng nói -> micro -> tín hiệu điện -> loa -> giọng nói



Tín hiệu thay đổi theo thời gian

TÍN HIỆU VÀ CÁC LOẠI TÍN HIỆU

• Biểu diễn toán học của tín hiệu

- Tín hiệu có thể biểu diễn dưới dạng một hàm số theo thời gian t

$$s(t)$$

$$t_1 \leq t \leq t_2$$

- Miền xác định : $t_1 \leq t \leq t_2$

- VD: $s_1(t) = \sin(2t) \quad -\infty \leq t \leq +\infty$

- VD: $s_2(t) = \sin(2t) \quad 0 \leq t \leq \pi$

$s_1(t)$ và $s_2(t)$ là 2 tín hiệu khác nhau !

- Biểu diễn toán học của tín hiệu gồm 2 thành phần:

- * Phương trình: $s(t)$

- * Khoảng thời gian: $t_1 \leq t \leq t_2$

Khoảng thời gian có thể bỏ qua nếu : $-\infty < t < +\infty$

VD: $s_1(t) = \sin(2t)$

Mục lục

- Tín hiệu và hệ thống là gì ?
- Tín hiệu
- **Phân loại tín hiệu**
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Các tín hiệu tiêu biểu

TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

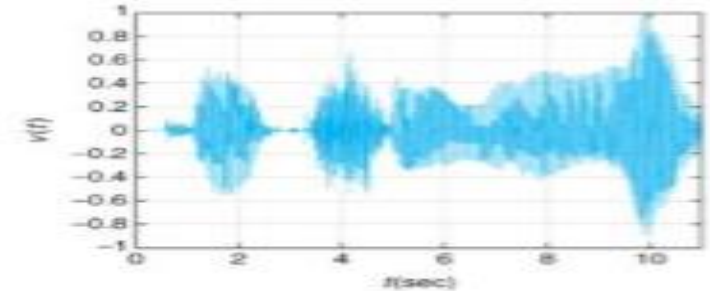
- **Phân loại tín hiệu**

- Tín hiệu liên tục và rời rạc theo thời gian
- Tín hiệu tương tự và tín hiệu số
- Tín hiệu vô hạn và hữu hạn thời gian
- Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ
- Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn
- Tín hiệu công suất và tín hiệu năng lượng

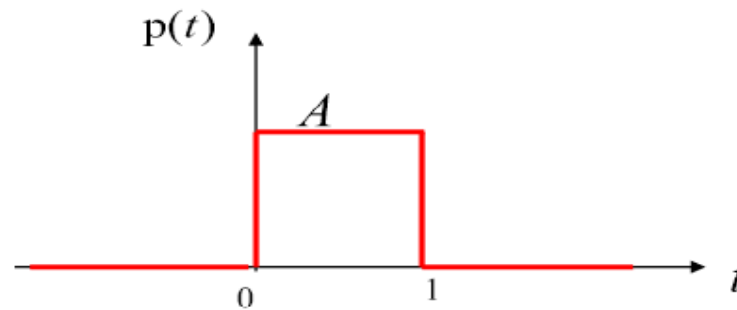
TÍN HIỆU: LIÊN TỤC VÀ RỜI RẠC

- **Tín hiệu liên tục theo thời gian**

- -Nếu một tín hiệu được định nghĩa tại tất cả các thời điểm trong một khoảng thời gian thì tín hiệu đó là **tín hiệu liên tục (theo thời gian)**
 - VD: tín hiệu sin $s(t)=\sin(4t)$
 - VD: tín hiệu giọng nói
 - VD: hàm xung chữ nhật



$$p(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$$



TÍN HIỆU VÀ CÁC LOẠI TÍN HIỆU

- Tín hiệu rời rạc

-Nếu thời gian t chỉ lấy các giá trị rời rạc như:

$$t = kT_s \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

thì tín hiệu $s(t) = s(kT_s)$ là **tín hiệu rời rạc (theo thời gian)**

-E.g: lượng mưa trung bình hàng tháng ở Fayetteville

- Tín hiệu không liên tục theo thời gian **không xác định** khi $t \neq kT_s$

- Thường được biểu diễn dưới dạng $s(k)$



$T_s = 1 \text{ month}$
 $k = 1, 2, \dots, 12$

TÍN HIỆU: TƯƠNG TỰ VÀ SỐ

- Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

- Tín hiệu liên tục

- Thời gian liên tục, biên độ liên tục
-VD: tín hiệu giọng nói
 - Thời gian liên tục, biên độ rời rạc
-VD: tín hiệu đèn giao thông

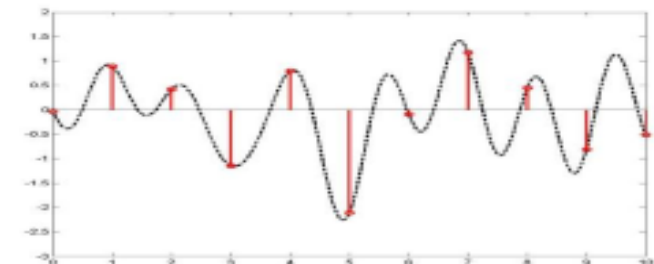
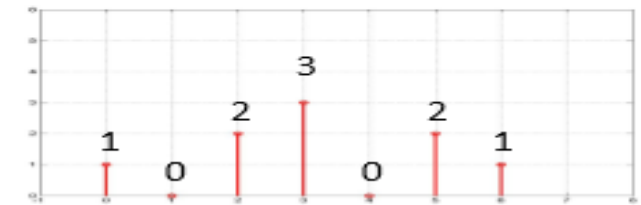
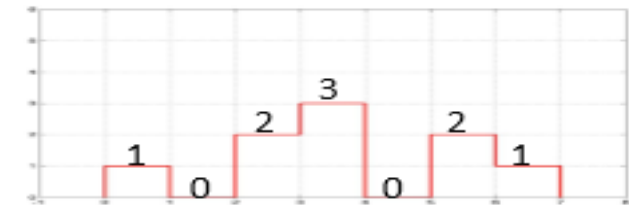
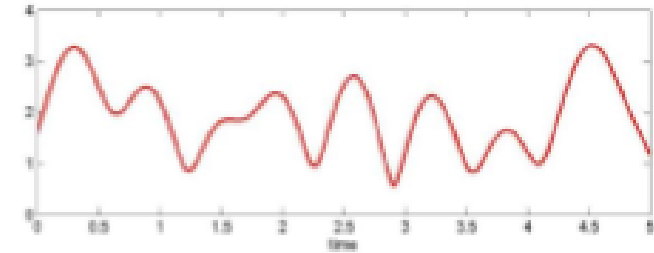
- Tín hiệu rời rạc

- Thời gian rời rạc, biên độ rời rạc => **tín hiệu số**

VD: điện báo, văn bản, đồ xúc sắc

- Thời gian rời rạc, biên độ liên tục

VD: Các mẫu của tín hiệu tương tự nhiệt độ trung bình hàng tháng



TÍN HIỆU: CHẼN VÀ LẼ

- Chẵn và lẻ

- $x(t)$ là tín hiệu chẵn

$$x(t) = x(-t)$$

- E.g: $x(t) = \cos(2t)$

- $x(t)$ là tín hiệu lẻ nếu

$$x(-t) = -x(t)$$

- E.g: $x(t) = \sin(2t)$

-Một số tín hiệu không chẵn, không lẻ

- E.g: $x(t) = e^t$ $x(t) = \cos(2t), (t > 0)$

-Mọi tín hiệu đều có thể tách thành tổng của một tín hiệu chẵn và một tín hiệu lẻ

$$y(t) = y_e(t) + y_o(t)$$

Chẵn

Lẻ

$$y_e(t) = 0.5 [y(t) + y(-t)]$$

$$y_o(t) = 0.5 [y(t) - y(-t)]$$

TÍN HIỆU: TÍN HIỆU CHẴN VÀ TÍN HIỆU LẺ

- **E.g:**

Tìm thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu sau

$$x(t) = e^t$$

- **E.g:**

Tìm thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu sau

$$x(t) = \begin{cases} 2\sin(4t), & t > 0 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$$

TÍN HIỆU: TUẦN HOÀN VÀ KHÔNG TUẦN HOÀN

- **Tín hiệu tuần hoàn/không tuần hoàn**

- Một tín hiệu liên tục là tuần hoàn nếu

- Tồn tại một giá trị T dương thỏa mãn $s(t)=s(t+nT)$

- Đúng với mọi giá trị của t $-\infty \leq t \leq \infty$

- Chu kì cơ sở T_0 : giá trị dương T_0 nhỏ nhất thỏa mãn

$$s(t)=s(t+nT_0)$$

- VD: $T_1=2T_0$

$$s(t+nT_1)=s(t+2nT_0)=s(t)$$

$\Rightarrow T_1$ là một chu kỳ của $s(t)$ nhưng không là chu kỳ cơ sở của $s(t)$

TÍN HIỆU: TUẦN HOÀN VÀ KHÔNG TUẦN HOÀN

- Ví dụ

- Tìm chu kỳ của $s(t) = A \cos(\Omega_0 t + \theta)$ $-\infty \leq t \leq \infty$

- biên độ: A

- tần số góc: Ω_0

- pha ban đầu: θ

- chu kỳ: $T_0 =$

- tần số thường: $f_0 =$

TÍN HIỆU: TUẦN HOÀN VÀ KHÔNG TUẦN HOÀN

- Tín hiệu mũ phức

- Công thức Euler

$$e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$$

- Tín hiệu mũ phức:

$$e^{j\Omega_0 t} = \cos(\Omega_0 t) + j\sin(\Omega_0 t)$$

- Tín hiệu mũ phức là tuần hoàn với chu kỳ:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0}$$

Chứng minh:

*Tín hiệu mũ phức có cùng chu kỳ với tín hiệu sin!

TÍN HIỆU: TUẦN HOÀN VÀ KHÔNG TUẦN HOÀN

- **Tổng của hai tín hiệu tuần hoàn**

- $x(t)$ có chu kỳ: T_1
- $y(t)$ có chu kỳ: T_2
- Định nghĩa: $z(t)=ax(t)+by(t)$
- $z(t)$ có tuần hoàn hay không ?

$$z(t+T)=ax(t+T)+by(t+T)$$

- Để $x(t)=x(t+T)$, T phải thỏa mãn $T=kT_1$
- Để $y(t)=y(t+T)$, T phải thỏa mãn $T=lT_2$
- Vì vậy, nếu $T=kT_1=lT_2$

$$z(t+T)=ax(t+kT_1)+by(t+lT_2)=ax(t)+by(t)=z(t)$$

Tổng của hai tín hiệu tuần hoàn là tuần hoàn khi và chỉ khi tỷ số của hai chu kỳ có thể được biểu thị dưới dạng số hữu tỷ.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{l}{k}$$

Chu kỳ của tín hiệu tổng là : $T=kT_1=lT_2$

TÍN HIỆU: TUẦN HOÀN VÀ KHÔNG TUẦN HOÀN

- Ví dụ

$$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

$$y(t) = \exp\left(j\frac{2\pi}{9}t\right)$$

$$z(t) = \exp\left(j\frac{2}{9}t\right)$$

- Tìm chu kỳ của $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$
- $2x(t)-3y(t)$ có tuần hoàn không? Nếu có, tìm chu kỳ
- $x(t)+z(t)$ có tuần hoàn không? Nếu có, tìm chu kỳ
- $y(t)z(t)$ có tuần hoàn không? Nếu có, tìm chu kỳ

- Tín hiệu không tuần hoàn: không phải là tín hiệu tuần hoàn

TÍN HIỆU: NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

- **Tín hiệu năng lượng**

- Giả sử $x(t)$ biểu diễn điện áp qua một điện trở R

- Dòng điện(định luật ohm): $i(t) = x(t) / R$

- Công suất tức thời: $p(t) = x^2(t) / R$

- Công suất của tín hiệu:công suất khi $R=1\text{ohm}$: **$p(t)=x^2(t)$**

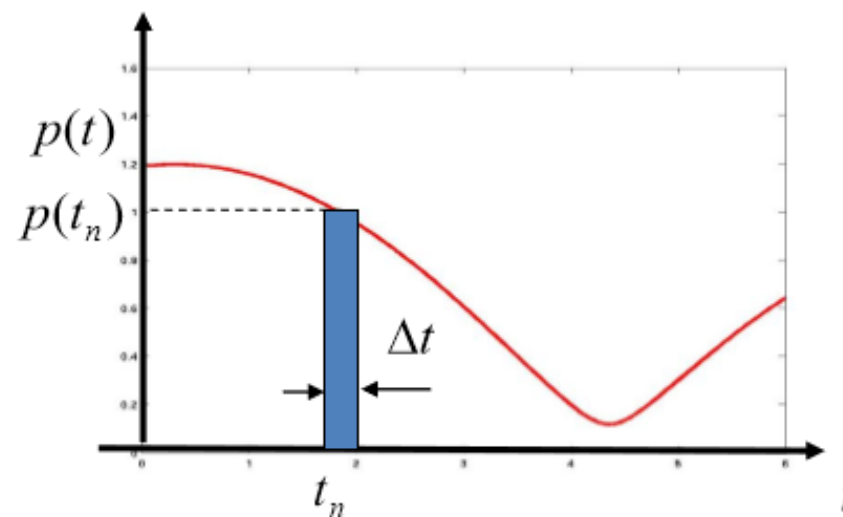
- Năng lượng của tín hiệu tại: $[t_n, t_n + \Delta_t]$

$$E_n \approx p(t_n)\Delta_t$$

- Tổng năng lượng:

$$E = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_n p(t_n)\Delta_t$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$



Nhắc lại: Tích phân của tín hiệu là diện tích phía dưới tín hiệu

TÍN HIỆU: NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

- **Năng lượng của tín hiệu $x(t)$ trong khoảng $t \in [-\infty, +\infty]$**

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

-Nếu $0 < E < \infty$ thì $x(t)$ được gọi là **tín hiệu năng lượng**

- **Công suất trung bình của tín hiệu**

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

-Nếu $0 < P < \infty$ thì $x(t)$ được gọi là **tín hiệu công suất**

Một tín hiệu có thể là tín hiệu công suất hoặc tín hiệu năng lượng hoặc không phải một trong hai loại đó, nhưng không bao giờ là cả hai

TÍN HIỆU: NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

• **VD1:** $x(t) = A \exp(-t) \quad t > 0$

• **VD2:** $x(t) = A \cos(\Omega_0 t + \theta)$

• **VD3:** $x(t) = (1+j) e^{j\pi t} \quad 0 \leq t \leq 10$

• **Tất cả các tín hiệu tuần hoàn đều là tín hiệu công suất với công suất trung bình:**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |x_t|^2 dt$$

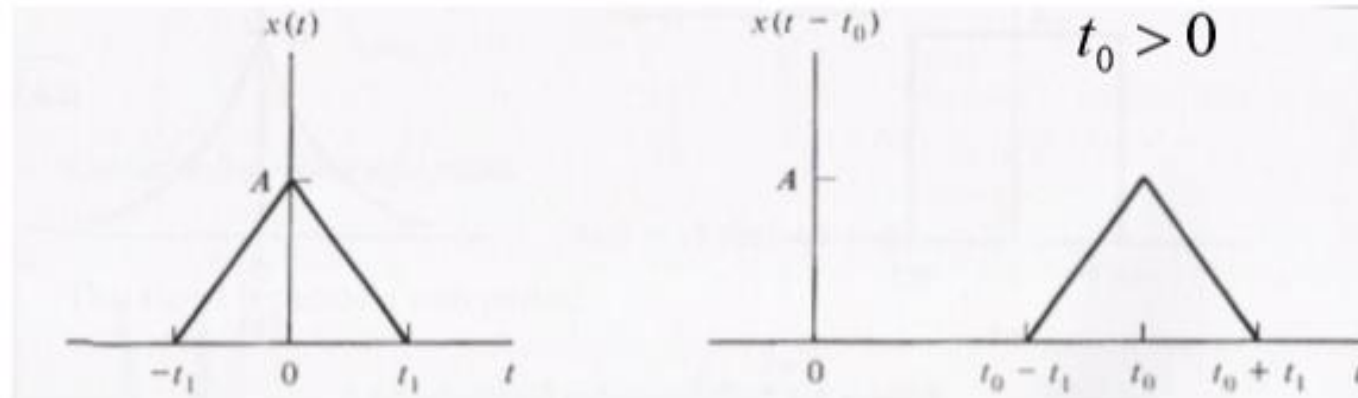
MỤC LỤC

- Tín hiệu và hệ thống là gì ?
- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- **Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản**
- Các tín hiệu tiêu biểu

PHÉP DỊCH

- **Phép dịch**

- $x(t-t_0)$ dịch tín hiệu $x(t)$ sang bên **phải** bởi t_0



- Tại sao lại là bên phải?

$$\begin{aligned}x(0) &= A & y(t) &= x(t-t_0) & y(t_0) &= x(t_0-t_0) = x(0) = A \\x(0) &= y(t_0)\end{aligned}$$

PHÉP DỊCH

- Ví dụ

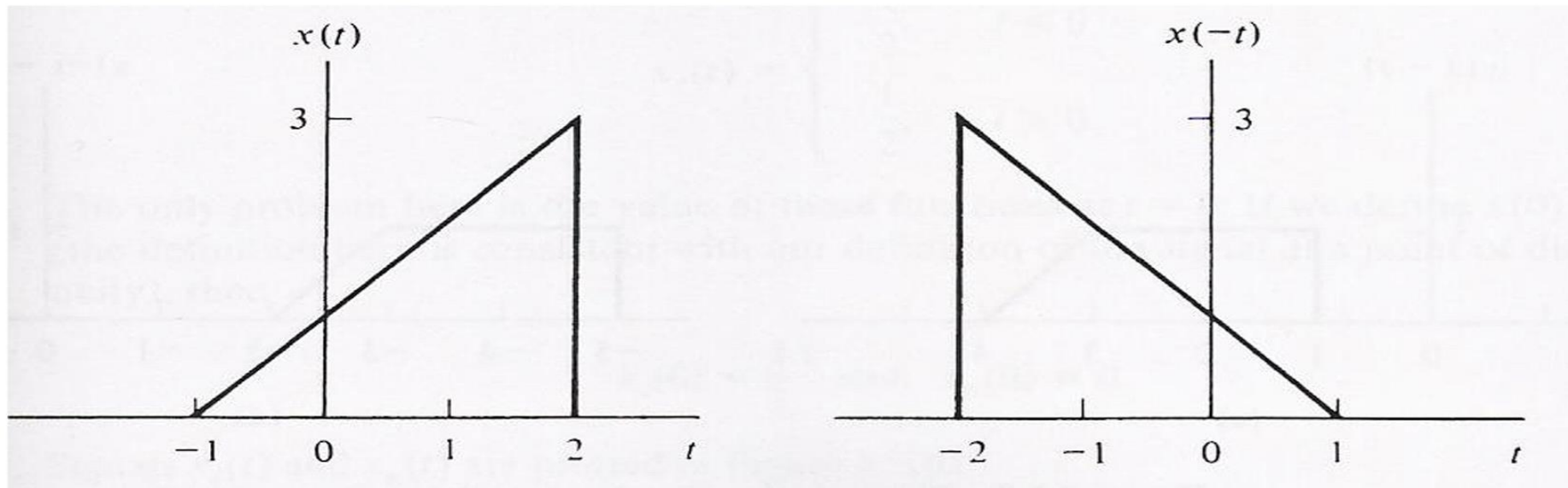
$$x(t) = \begin{cases} t+1 & -1 \leq t \leq 0 \\ 1 & 0 < t \leq 2 \\ -t+3 & 2 < t \leq 3 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

- Tìm: $x(t+3)$

PHÉP ĐẢO

- **Phép đảo**

- $x(-t)$ thu được bằng việc lấy đối xứng $x(t)$ qua trục tung ($t=0$)

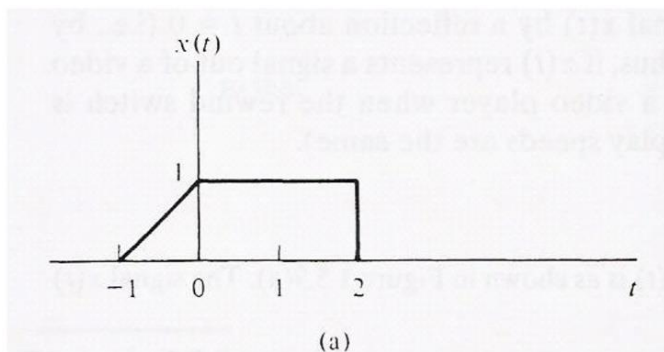


PHÉP ĐẢO

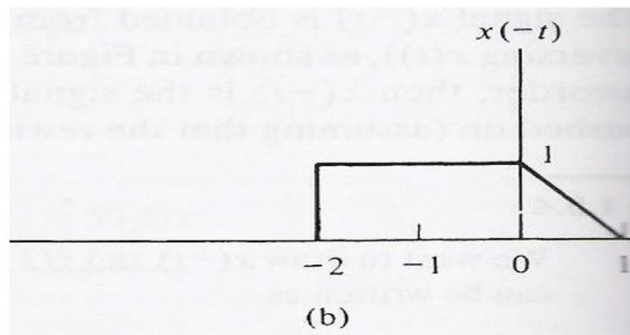
- Ví dụ:

$$x(t) = \begin{cases} t + 1 & -1 \leq t \leq 0 \\ 1 & 0 < t \leq 2 \\ 0 & \text{còn lại} \end{cases}$$

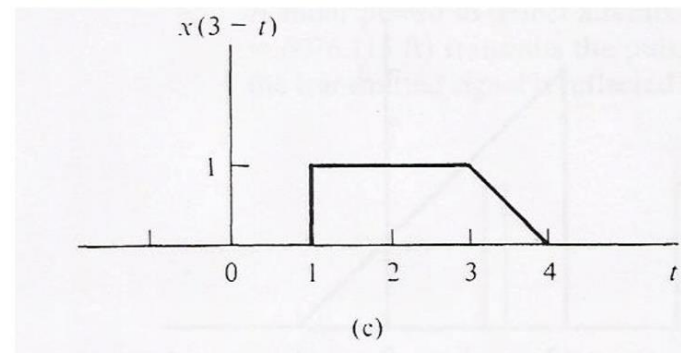
- Tìm $x(3-t)$



$x(t)$



$$y(t) = x(-t)$$



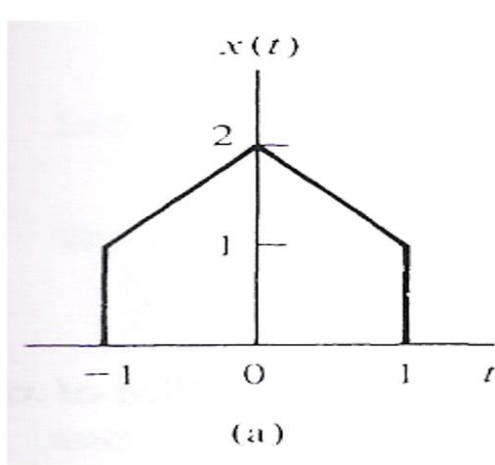
$$z(t) = y(t-3) = x(-(t-3))$$

Các phép biến đổi luôn được thực hiện trực tiếp với tham số thời gian t !

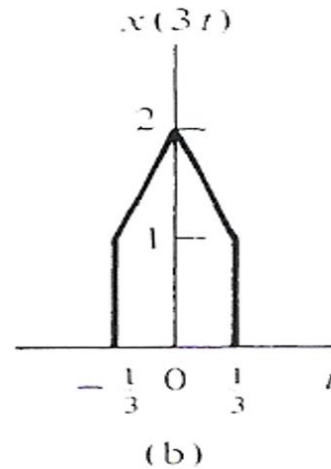
PHÉP CO GIÃN THỜI GIAN

- **Phép co giãn thời gian**

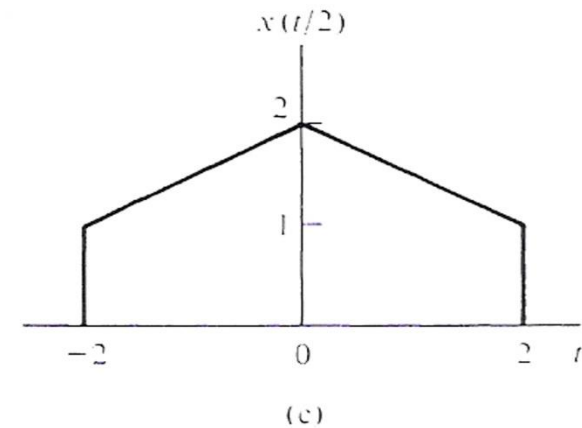
- $x(at)$ thu được bằng việc nhân rộng tín hiệu $x(t)$ theo thời gian.
- $|a| > 1$, tín hiệu co lại trong miền thời gian
- $|a| < 1$, tín hiệu giãn ra trong miền thời gian.



$x(t)$



$a = 3$



$a = 1/2$

PHÉP CO GIÃN THỜI GIAN

- Ví dụ:

$$x(t) = \begin{cases} t + 1, & -1 \leq t \leq 0 \\ 1, & 0 < t \leq 2 \\ -t + 3, & 2 < t \leq 3 \\ 0, & \text{còn lại} \end{cases}$$

- Tìm $x(3t-6)$

$x(at+b)$ 1. co giãn thời gian của tín hiệu bởi a : $y(t) = x(at)$

2. dịch tín hiệu sang trái bởi b/a : $z(t) = y(t+b/a) = x(at+b)$

Các phép biến đổi luôn luôn được thực hiện trực tiếp với biến thời gian t (cần trọng với $-t$ và hoặc at)!

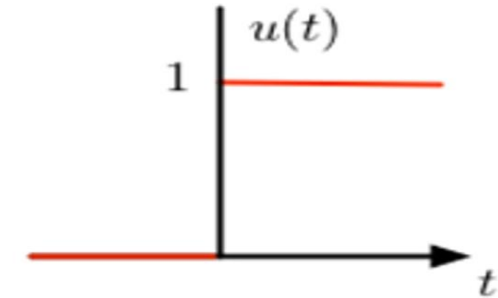
MỤC LỤC

- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Một số tín hiệu tiêu biểu

TÍN HIỆU BƯỚC NHẢY ĐƠN VỊ

- Tín hiệu bước nhảy đơn vị

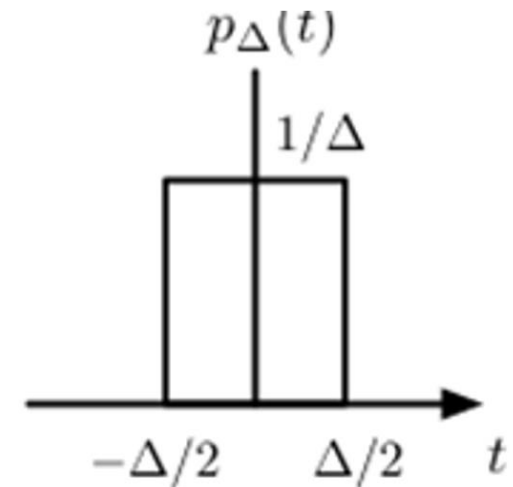
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



- Ví dụ: xung chữ nhật

$$p_{\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & -\frac{\Delta}{2} \leq t \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & t \text{ còn lại} \end{cases}$$

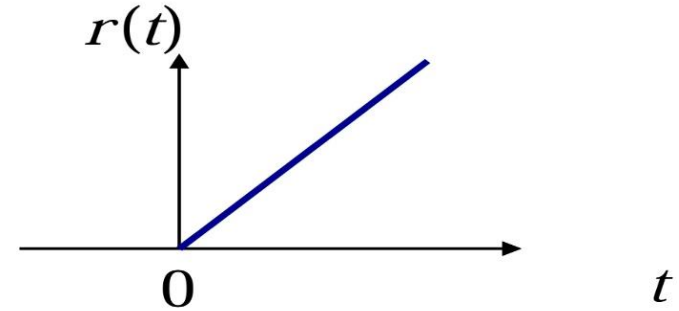
Biểu thị $p_{\Delta}(t)$ như hàm của $u(t)$



TÍN HIỆU DỐC

- Tín hiệu dốc

$$r(t) = t \cdot u(t)$$



- Tín hiệu dốc thu được bằng việc lấy tích phân hàm bước nhảy đơn vị $u(t)$

$$\int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau =$$

TÍN HIỆU XUNG ĐƠN VỊ

- Tín hiệu xung đơn vị (Xung Dirac)

$$\delta(0) = \infty$$

$$\delta(t) = 0, t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(t) dt = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

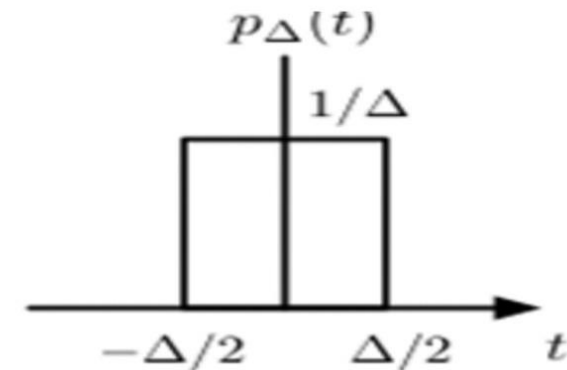
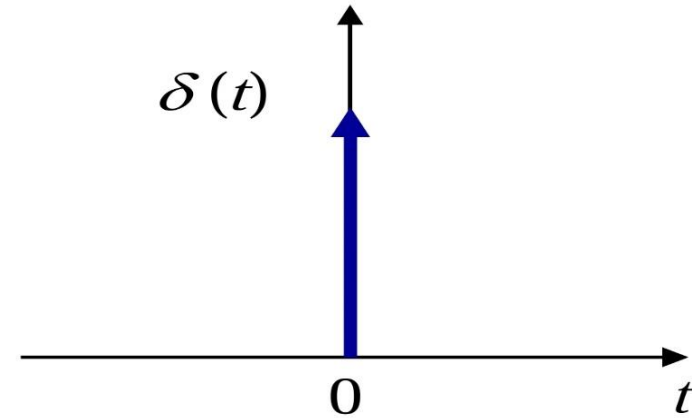
- Xung Dirac được xem như giới hạn của xung chữ nhật

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} p_{\Delta}(t)$$

- Mối quan hệ giữa $\delta(t)$ và $u(t)$

$$\int_{-\infty}^t \delta(t) dt = u(t)$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$



TÍNH HIỆU XUNG ĐƠN VỊ

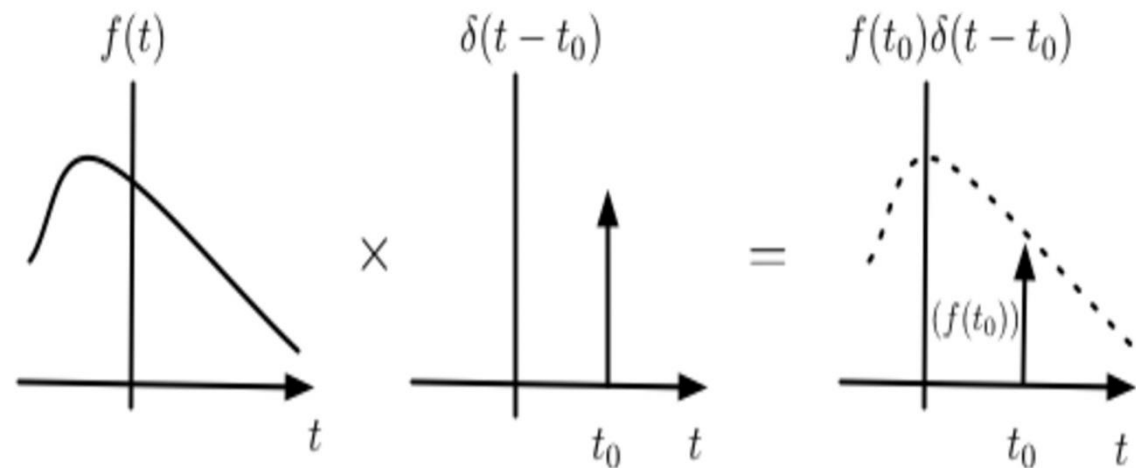
- **Tính chất lấy mẫu**

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0)$$

- **Tính chất sàng lọc**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t - t_0)dt = x(t_0)$$

- Chứng minh:



TÍNH HIỆU XUNG ĐƠN VỊ

- Tính chất co giãn thời gian

$$\delta(at + b) = \frac{1}{|a|} \delta\left(t + \frac{b}{a}\right)$$

- Chứng minh

TÍNH HIỆU XUNG ĐƠN VỊ

- Ví dụ

$$\int_{-2}^4 (t + t^2) \delta(t - 3) dt =$$

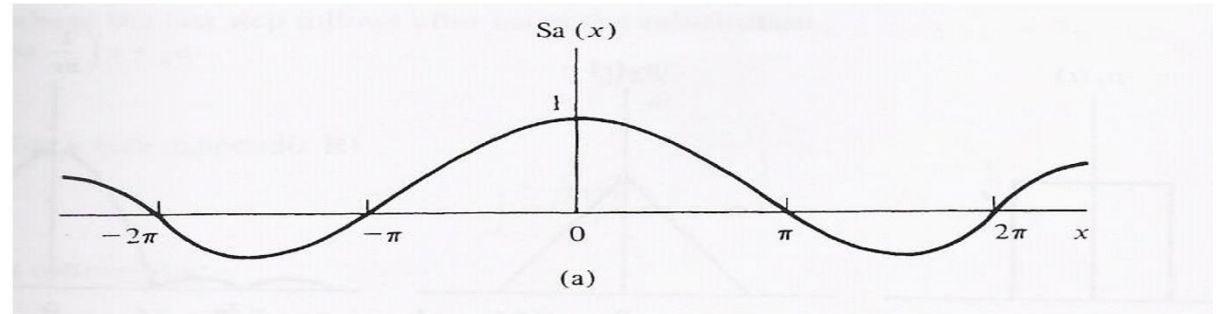
$$\int_{-2}^1 (t + t^2) \delta(t - 3) dt =$$

$$\int_{-2}^3 \exp(t - 1) \delta(2t - 4) dt =$$

HÀM LẤY MẪU

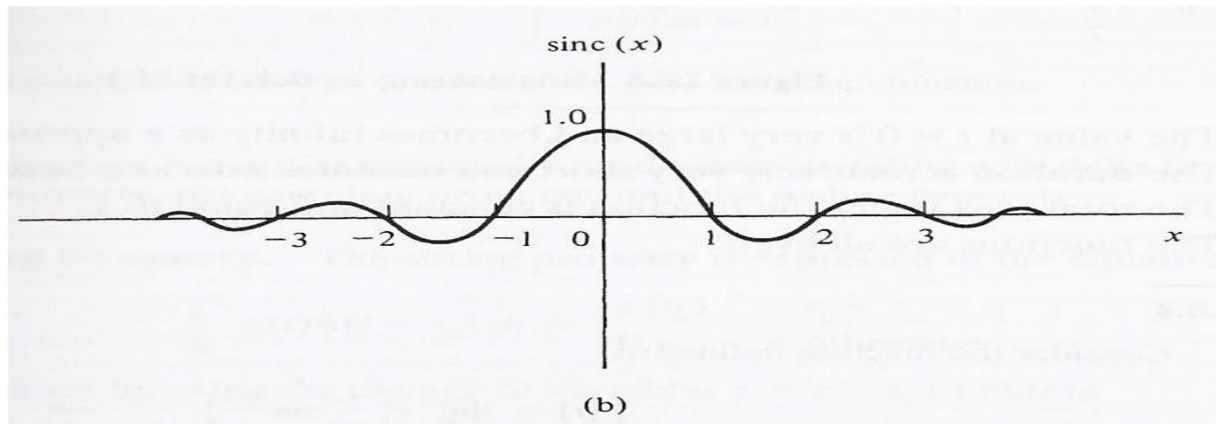
- Hàm lấy mẫu

$$Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$$



- Hàm lấy mẫu được coi như là phiên bản co giãn thời gian của tín hiệu $\text{sinc}(x)$

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x} = sa(\pi x)$$



TÍN HIỆU MŨ PHỨC

- Tín hiệu phức mũ

$$x(t) = e^{(r+j\Omega_0)t}$$

- Có tuần hoàn hay không?

- Ví dụ:

- Sử dụng Matlab để vẽ phần thực của tín hiệu:

$$x(t) = e^{(-1+j2\pi)t}[u(t+2) - u(t-4)]$$

TỔNG KẾT

- **Định nghĩa và phân loại**

- Biểu diễn toán học $s(t)$, $t_1 \leq t \leq t_2$
- Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc
- Tương tự và số
- Chẵn và lẻ
- Tuần hoàn và không tuần hoàn
- Năng lượng và công suất

- **Các phép biến đổi căn bản**

- Phép đảo
- Phép dịch thời gian
- Phép co giãn thời gian

- **Các tín hiệu tiêu biểu**

- bước nhảy đơn vị, xung đơn vị, dốc, hàm lấy mẫu, tín hiệu mũ phức