

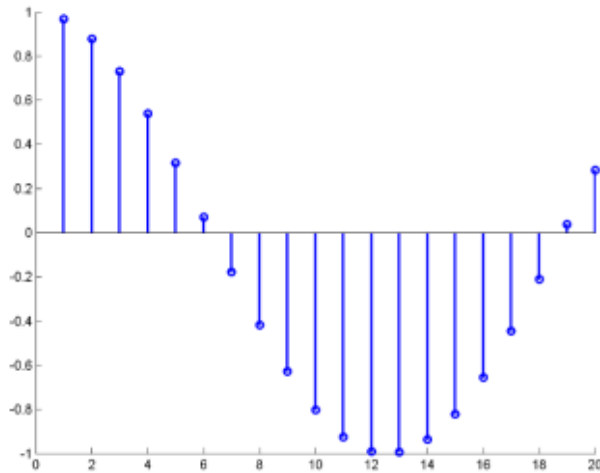
TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

CHƯƠNG 6: Tín hiệu rời rạc

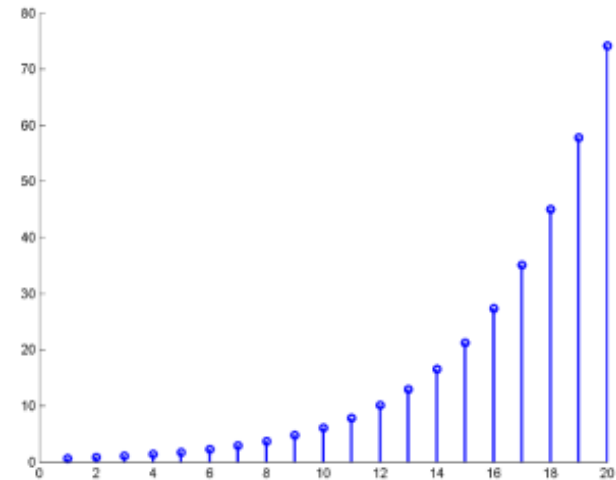
TÍN HIỆU

- Tín hiệu rời rạc

- Thời gian



$$x(n) = \cos\left(\frac{n}{4}\right)$$



$$x(n) = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{n}{4}\right)$$

PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

- Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

- Năng lượng

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

- Công suất

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

- Tín hiệu năng lượng: $E < \infty$

- Tín hiệu công suất: $P < \infty$

PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

- Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

- Tín hiệu tuần hoàn $x(n) = x(n + N)$

- Giá trị nhỏ nhất của N thỏa mãn phương trình trên được gọi là chu kỳ cơ sở

- $\cos(\omega n)$ có tính chu kỳ không ?

- $\cos(\omega n)$ tuần hoàn nếu $\frac{2k\pi}{\omega}$ là số nguyên với mọi số nguyên k

❖ Ví dụ : $\cos(3n)$
 $\cos(0.75n)$

CÁC TÍN HIỆU TIÊU BIỂU

- Hàm xung đơn vị $\delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0, \\ 0, n \neq 0. \end{cases}$
- Hàm bước nhảy đơn vị $u(n) = \begin{cases} 0, n < 0, \\ 1, n \geq 0. \end{cases}$
- Mối quan hệ giữa hàm đơn vị và hàm bước nhảy đơn vị

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k)$$

CÁC TÍN HIỆU TIÊU BIỂU

- Hàm mũ

$$x(n) = \exp(\alpha n)$$

- Hàm mũ phức

$$x(n) = \exp(j\omega_0 n) = \cos(\omega_0 n) + j \sin(\omega_0 n)$$

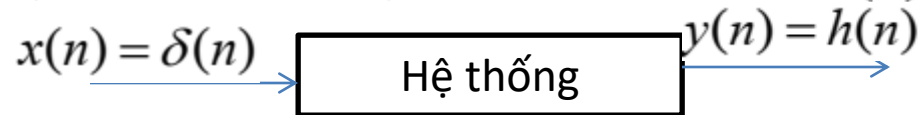
NỘI DUNG CHÍNH

- Các tín hiệu rời rạc
- *Các hệ thống rời rạc*
- Biến đổi Z

Hệ thống: Đáp ứng xung

- Đáp ứng xung của hệ thống LTI

- Đáp ứng của hệ thống khi đầu vào là $\delta(n)$

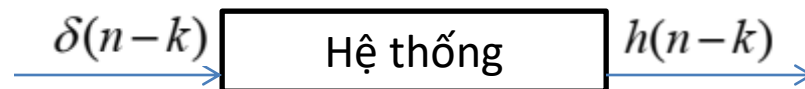


- Đáp ứng của hệ thống với tín hiệu là xung bất kì

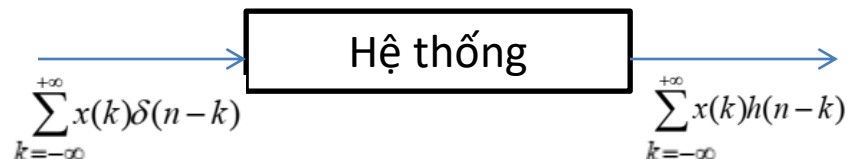
- Bất kì một tín hiệu có thể phân tích thành tổng của các xung bị dịch theo thời gian

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k)$$

- Bất biến theo thời gian



- Tuyến tính



HỆ THỐNG TỔNG CHẬP

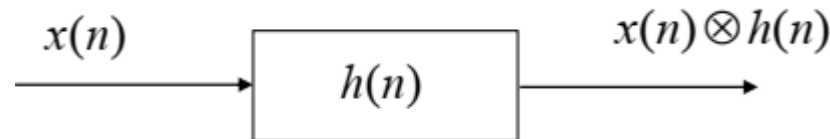
- Tổng chập

- Tổng chập của hai tín hiệu $x(n)$ và $h(n)$ là

$$x(n) \otimes h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$$

- Đáp ứng của hệ thống LTI

- Đầu ra của hệ thống LTI là tổng chập của tín hiệu vào và đáp ứng xung của hệ thống



HỆ THỐNG TỔNG CHẬP

- Ví dụ

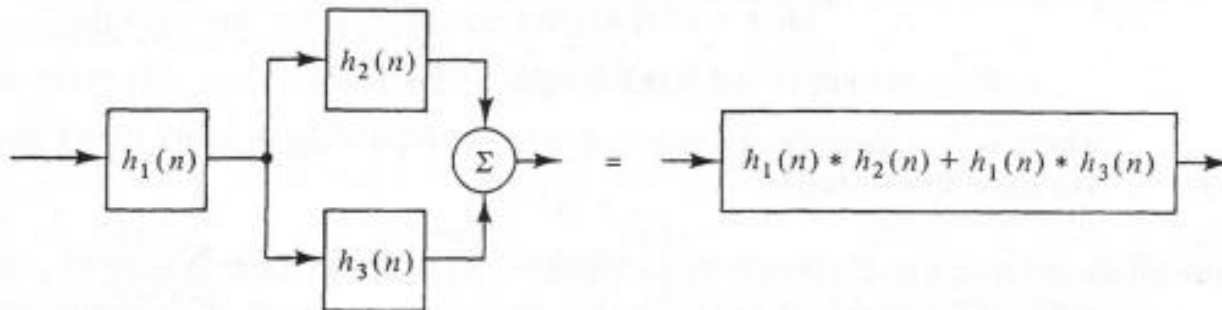
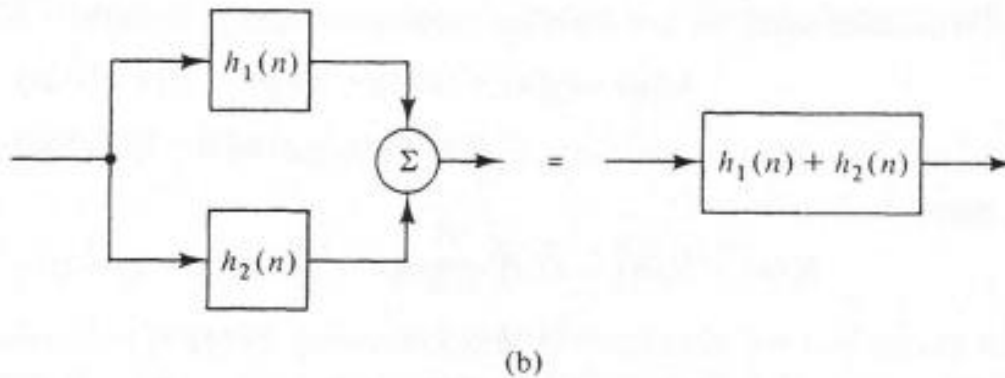
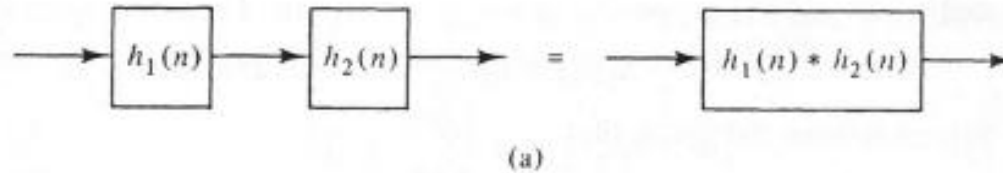
- 1. $x(n) \otimes \delta(n-m)$

- 2. $x(n) = \alpha^n u(n), \quad h(n) = \beta^n u(n)$
 $x(n) \otimes h(n) =$

HỆ THỐNG TỔNG CHẬP

- Ví dụ
 - Cho $x(n) = [1; 3; -1; -2]$ và $h(n) = [1; 2; 0; -1; 1]$ là hai dãy, hãy tìm
$$x(n) \otimes h(n)$$

HỆ THỐNG: GHÉP NỐI HỆ THỐNG



HỆ THỐNG: PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

NỘI DUNG CHÍNH

- Các tín hiệu rời rạc
- Các hệ thống rời rạc
- **Biến đổi Z**

BIẾN ĐỔI Z

- Biến đổi Z hai phía

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

- Biến đổi Z một phía

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

- Biến đổi Z

- Dễ dàng cho việc phân tích
- Không có ý nghĩa vật lý (mô tả trong miền tần số của tín hiệu rời rạc có thể đạt được thông qua phân tích chuỗi Fourier rời rạc)
- Của hệ thống liên tục: Laplace

BIẾN ĐỔI Z

- Ví dụ: tìm biến đổi Z

- 1. $x(n) = \delta(n)$

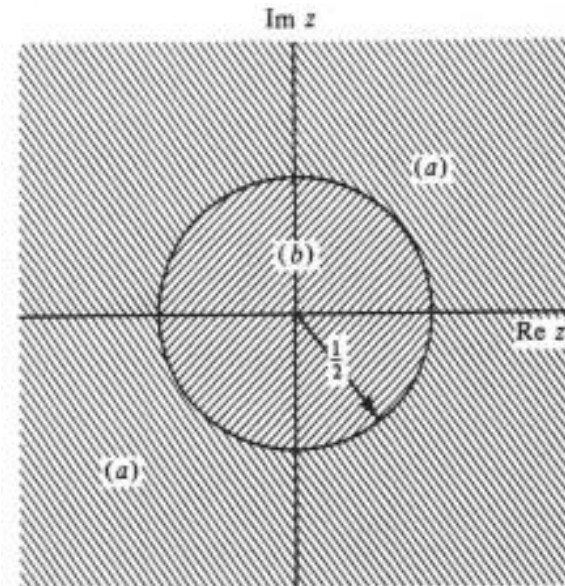
- 2. $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

BIẾN ĐỔI Z

- Ví dụ

– 3.
$$x(n) = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$$

- Miền hội tụ (ROC)



BIẾN ĐỔI Z: Sự hội tụ

- Sự hội tụ của tín hiệu nhân quả

$$x(n) = \alpha^n u(n)$$

- Sự hội tụ của tín hiệu phản nhân quả

$$x(n) = \beta^n u(-n-1)$$

BIẾN ĐỔI Z: TÍNH CHẤT DỊCH THỜI GIAN

- Dịch thời gian

- Cho $x(n)$ là một dãy nhân quả với biến đổi Z $X(z)$
- Suy ra

$$Z[x(n + n_0)] = z^{n_0} X(z) - z^{n_0} \sum_{m=0}^{n_0-1} x(m) z^{-m}$$

$$Z[x(n - n_0)] = z^{-n_0} X(z) + z^{-n_0} \sum_{m=-n_0}^{-1} x(m) z^{-m}$$

BIẾN ĐỔI Z: HỆ THỐNG LTI

- Phương trình sai phân :

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

- Mô tả trên miền Z:

$$\left[\sum_{k=0}^N a_k z^{-k} \right] Y(z) = \left[\sum_{k=0}^M b_k z^{-k} \right] X(z)$$

- Hàm truyền

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\left[\sum_{k=0}^M b_k z^{-k} \right]}{\left[\sum_{k=0}^N a_k z^{-k} \right]}$$

BIẾN ĐỔI Z: HỆ THỐNG LTI

- Ví dụ
 - Hãy tìm hàm truyền của hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân :

$$y(n) - 2y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$$

BIẾN ĐỔI Z: TÍNH ỔN ĐỊNH

$$H(z) = \frac{z}{z - a}$$

$$h(n) = a^n u(n)$$

- Hệ thống LTI ổn định khi tất cả các cực nằm trong vòng đơn vị ($|a| < 1$)
- Hệ thống LTI không ổn định khi có ít nhất một điểm cực nằm ngoài vòng đơn vị ($|a| > 1$)