



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 2

Giáo viên: TS. Nguyễn Việt Sơn

Bộ môn: Kỹ thuật đo và Tin học công nghiệp

C1 - 108 - Đại học Bách Khoa Hà Nội

Email: nvson3i@gmail.com



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 2



Nội dung chương trình:

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến.

- I. Khái niệm về mạch phi tuyến.
- II. Tính chất mạch phi tuyến.
- III. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.
- IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

- I. Khái niệm chung.
- II. Phương pháp đồ thị.
- III. Phương pháp dò.
- IV. Phương pháp lặp



Nội dung chương trình:

Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

- I. Khái niệm chung.
- II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.
- III. Phương pháp cân bằng điều hòa.
- IV. Phương pháp điều hòa tương đương.
- V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

- I. Khái niệm chung.
- II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).
- III. Phương pháp sai phân liên tiếp.
- IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).
- V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 2



Nội dung chương trình:

Chương 5: Lý thuyết về mạch có thông số dải - Đường dây dài đều tuyến tính.

- I. Mô hình đường dây dài đều.
- II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài.
- III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 2



Tài liệu tham khảo:

1. **Cơ sở kỹ thuật điện 1 & 2** - Nguyễn Bình Thành - Nguyễn Trần Quân - Phạm Khắc Chương - 1971.
2. **Cơ sở kỹ thuật điện** - Quyển 1 - Bộ môn Kỹ thuật đo và Tin học công nghiệp - 2004
3. **Giáo trình lý thuyết mạch điện** - PGS - TS. Lê Văn Bảng - 2005.
4. **Fundamentals of electric circuits** - David A.Bell - Prentice Hall International Edition - 1990.
5. **Electric circuits** - Norman Blabonian - Mc Graw Hill - 1994.
6. **Methodes d'etudes des circuit electriques** - Fancois Mesa - Eyrolles - 1987.
7. **An introduction to circuit analysis a system approach** - Donald E.Scott - Mc Graw Hill - 1994.

<http://www.mica.edu.vn/perso/Nguyen-Viet-Son/LTM2/>



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 2



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I. Khái niệm về mạch phi tuyến.

II. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

III. Tính chất mạch phi tuyến.

IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Bài tập: 1 - 4, 6, 7, 8 - 13.



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I. Khái niệm về mạch phi tuyến.

I.1. Mạch và hệ phương trình mạch phi tuyến.

I.2. Phần tử mạch phi tuyến.

I.3. Hàm đặc tính của phần tử phi tuyến.

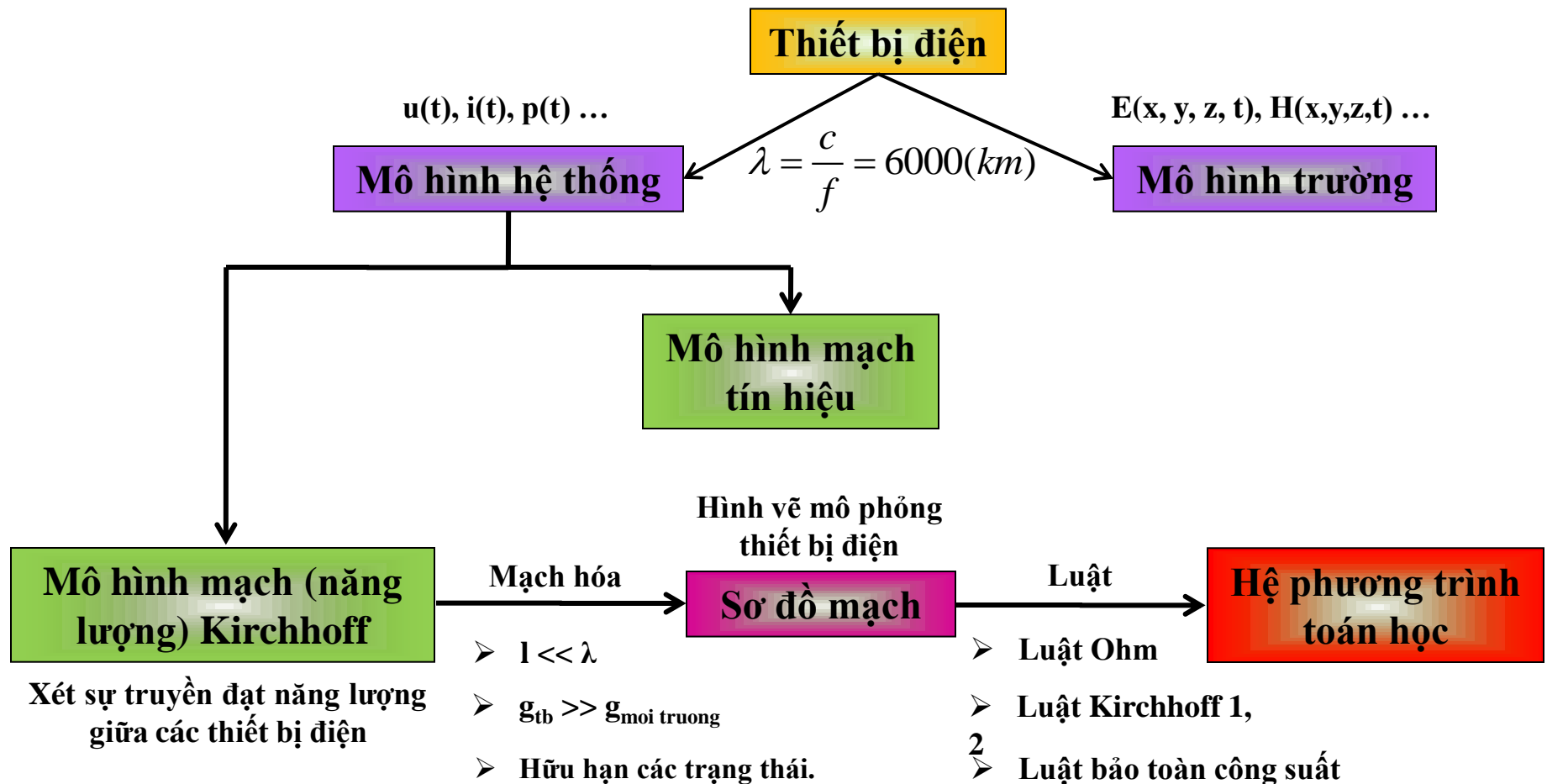
II. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

III. Tính chất mạch phi tuyến.

IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I.1. Mạch và hệ phương trình mạch phi tuyến.



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I.1. Mạch và hệ phương trình mạch phi tuyến.

- Mô hình mạch phi tuyến là mô hình mạch mà quá trình xét được mô tả bởi một hệ phương trình vi tích phân phi tuyến trong miền thời gian.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \end{cases}$$

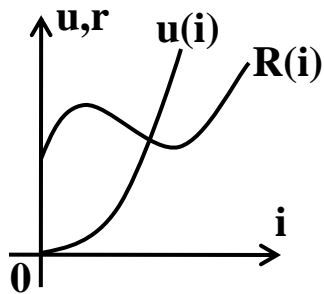
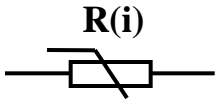
- Trong mạch điện, ta có:
 - ❖ Biến trạng thái x_1, \dots, x_n là dòng điện, điện áp, từ thông, điện tích ...
 - ❖ f_1, \dots, f_n là các kích thích, hàm phi tuyến.
 - ❖ t biến độc lập thời gian

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I.2. Phần tử mạch phi tuyến.

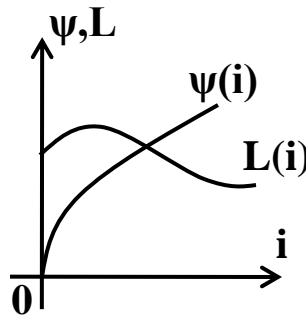
- Phần tử mạch phi tuyến là một phần tử của mạch điện mà quan hệ các trạng thái trên đó là một phương trình (hệ phương trình) vi tích phân phi tuyến.

➤ **Điện trở phi tuyến:**



$$u(t) = R(i).i(t)$$

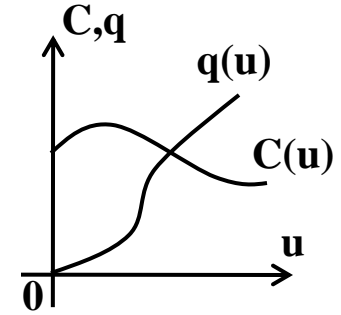
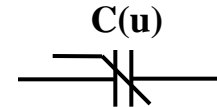
➤ **Cuộn dây phi tuyến:**



$$u_L(t) = \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_L(t) = L(i) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

➤ **Tụ điện phi tuyến:**



$$i_C(t) = \frac{\partial q(t)}{\partial t} = \frac{\partial q(u)}{\partial u} \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C(u) \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I.3. Hàm đặc tính của phần tử phi tuyến.



➤ Để thuận tiện cho tính toán, khảo sát, cần phân tích phương trình trạng thái các phần tử, xác định rõ những quan hệ hàm đặc trưng (*hàm đặc tính*) của quá trình mỗi phần tử.

➤ Có 2 loại hàm đặc tính:

➤ **Đặc tính trạng thái:** Nói lên quan hệ giữa 2 trạng thái của cùng một phần tử phi tuyến.

Ví dụ: $u = u(i)$, $\psi = \psi(i)$, $q = q(u)$, ...

➤ **Đặc tính hệ số:** Nói lên tính chất và quá trình của thiết bị điện (tuyến tính hay phi tuyến, phi tuyến nhiều hay ít, đối xứng hay không đối xứng ...)

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I.3. Hàm đặc tính của phần tử phi tuyến.

➤ Có 2 loại đặc tính hệ số:

❖ Hệ số động: $K_d = \frac{\partial y}{\partial x}$

$$Ví dụ: \frac{d\psi(i)}{dt} = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = L(i) \cdot \frac{di}{dt}$$

❖ Hệ số tĩnh: $K_t = \frac{y(x)}{x}$

$$Ví dụ: r_t(i) = \frac{u(i)}{i}; c_t(u) = \frac{q(u)}{u}, \dots$$

➤ Với một phần tử phi tuyến:

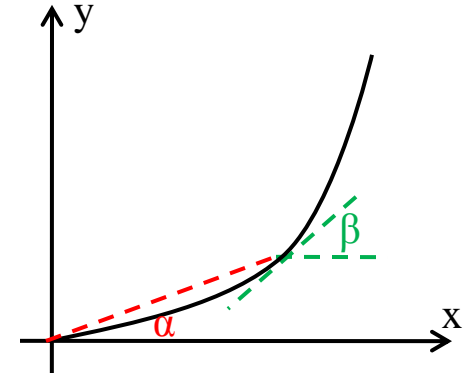
❖ Định nghĩa những hàm đặc tính (đặc tính trạng thái hay đặc tính hệ số).

❖ Tìm cách đo và biểu diễn chúng:

✓ Bảng số.

✓ Đồ thị.

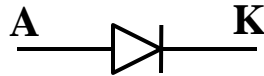
✓ Hàm giải tích.



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến`

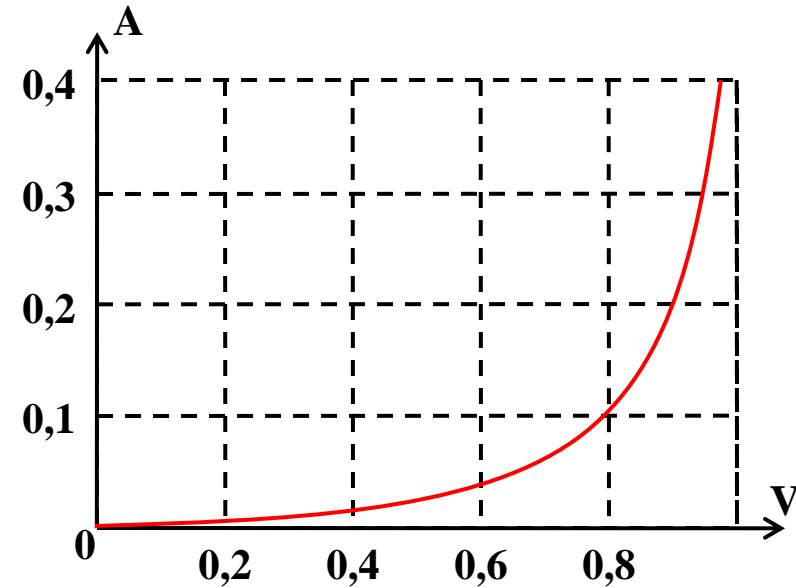
I.3. Hàm đặc tính của phần tử phi tuyến.

Ví dụ: Cho một diode



- Đặc tính dạng đồ thị:
- Đặc tính dạng bảng số:

U(V)	0	0,2	0,4	0,6	0,8
I(A)	0	0,01	0,02	0,05	0,1



- Đặc tính dạng giải tích: $I = a.U + b.U^2$

Bằng cách coi đặc tính gần đúng đi qua 2 điểm B(0,2 ; 0,01) và C(0,8 ; 0,1)

$$\begin{cases} 0,2.a + 0,2^2.b = 0,01 \\ 0,8.a + 0,8^2.b = 0,1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 0,025 \\ b = 0,125 \end{cases}$$

$$\rightarrow I = 0,025.U + 0,125.U^2$$



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I. Khái niệm về mạch phi tuyến - Phần tử phi tuyến.

II. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

II.1. Tuyến tính hóa.

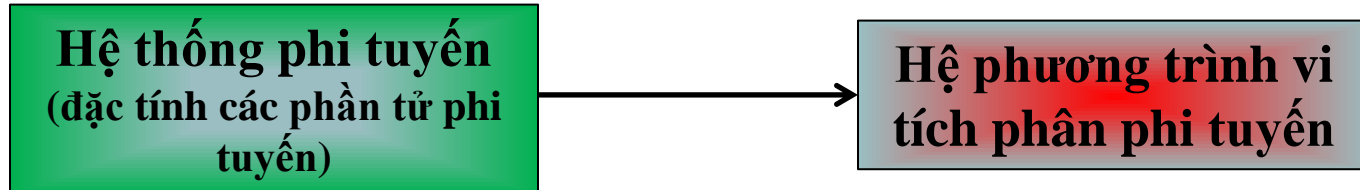
II.2. Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

III. Tính chất mạch phi tuyến.

IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

II.1. Tuyến tính và phi tuyến



- Hệ thống ***phi tuyến nhiều*** nếu trong phạm vi làm việc, đoạn đặc tính trạng thái khác xa với đường thẳng (hoặc đặc tính hệ số động biến thiên nhiều so với giá trị hằng (ngược lại ta có hệ thống ***phi tuyến ít***)).
- Trong 1 hệ thống, đặc tính phi tuyến của 1 phần tử có thể (hoặc không) quyết định tính phi tuyến nhiều / ít của hệ thống.
- ***Tuyến tính hóa:***
 - ❖ Đặc tính phi tuyến: Coi đoạn đặc tính làm việc gần với 1 đoạn thẳng.
 - ❖ Phương trình toán học: Coi gần đúng số hạng phi tuyến trong phương trình là tuyến tính hoặc triệt tiêu số hạng phi tuyến (phương trình tuyến tính suy biến)

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

II.2. Quán tính hóa phần tử phi tuyến

- Tính quán tính nói lên độ tức thì của 1 quá trình khi có sự thay đổi trạng thái.

Ví dụ: Xét quá trình nhiệt của bếp điện, lò nung cao tần ...

- Phần tử có quán tính là phần tử có các thông số phi tuyến theo giá trị hiệu dụng và tuyến tính theo giá trị tức thời
- Phương pháp xét phần tử phi tuyến có quán tính được gọi là phương pháp quán tính hóa (phương pháp điều hòa tương đương).



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I. Khái niệm về mạch phi tuyến và phần tử phi tuyến.

II. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

III. Tính chất mạch phi tuyến.

IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

III. Tính chất của mạch phi tuyến

➤ *Không có tính chất của mạch tuyến tính*

- ❖ Tính chất tuyến tính

- ❖ Tính chất xếp chồng

➤ *Tính tạo tần*

➤ *Có nhiều tính chất đặc biệt khác*

Ví dụ: Tính chất đa trạng thái, tính chất tự dao động phi tuyến,



Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

I. Khái niệm về mạch phi tuyến và phần tử phi tuyến.

II. Tuyến tính hóa - Quán tính hóa phần tử phi tuyến.

III. Tính chất mạch phi tuyến.

IV. Phương pháp xét mạch phi tuyến.

Chương 1: Khái niệm về mạch phi tuyến

IV. Các phương pháp xét mạch phi tuyến

➤ *Phương pháp giải tích:*

- ❖ Biểu diễn đặc tính phi tuyến bằng những hàm giải tích phù hợp.
- ❖ Tìm nghiệm dưới dạng các chuỗi hàm.

Ví dụ: Phương pháp cân bằng điều hòa, phương pháp biên pha biến thiên chậm, phương pháp tham số bé ...

➤ *Phương pháp đồ thị:*

- ❖ Sử dụng đường cong phi tuyến để tìm nghiệm dưới dạng đồ thị.
- ❖ Thường dùng để giải các mạch đơn giản (không quá cấp 2).

➤ *Phương pháp số:*

- ❖ Sử dụng các thuật toán, chương trình để tính nghiệm dạng xấp xỉ, bảng số ...
- ❖ Cho phép tính nghiệm đến độ chính xác tùy ý.

Ví dụ: Phương pháp dò, phương pháp lặp, phương pháp sai phân liên tiếp ...



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

- I. Khái niệm chung.
- II. Phương pháp đồ thị.
- III. Phương pháp dò.
- IV. Phương pháp lặp

Bài tập: 1, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 17, 18 + bài thêm



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị.

III. Phương pháp dò.

IV. Phương pháp lặp

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung

➤ Xét mạch phi tuyến có kích thích hằng, vậy đáp ứng trong mạch có 2 trạng thái:

❖ Dao động chu kỳ (tự dao động phi tuyến). → Không xét

❖ Trạng thái hằng (dừng).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \dots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \end{array} \right. \xrightarrow[t = 0, \frac{d}{dt} = 0]{\text{Chế độ dừng}} \left\{ \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right.$$

Hệ phương trình vi tích phân phi tuyến

Hệ phương trình đại số phi tuyến

➤ Mạch phi tuyến ở chế độ xác lập hằng là mạch phi tuyến thuần trở.

➤ Phương pháp giải: Phương pháp đồ thị, phương pháp dò, phương pháp lặp.



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị.

III. Phương pháp dò.

IV. Phương pháp lặp

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp đồ thị

➤ Sử dụng các phép đồ thị để giải hệ phương trình đại số phi tuyến.

➤ **Nội dung:**

- ❖ Biểu diễn các quan hệ hàm dưới dạng đồ thị
- ❖ Thực hiện các phép đại số (cộng, trừ) các quan hệ hàm.
- ❖ Thực hiện phép cân bằng các quan hệ hàm.

➤ **Ưu, nhược điểm:**

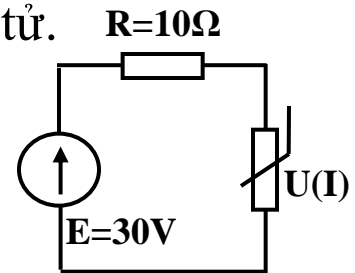
- ❖ Cho kết quả nhanh.
- ❖ Sai số nghiệm lớn.
- ❖ Chỉ thực hiện đối với các bài toán đơn giản.

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp đồ thị

Ví dụ 2.1: Cho mạch phi tuyến ở chế độ xác lập hằng. Đặc tính phi tuyến của điện trở phi tuyến cho như hình vẽ. Tìm dòng điện, điện áp trên các phần tử.

Giải: Lập phương trình mạch: $E = U_R + U(I) = R.I + U(I)$



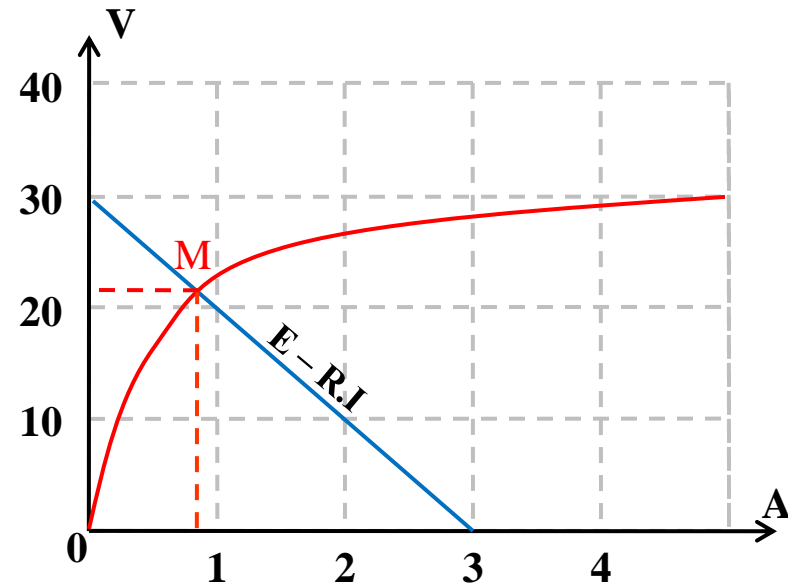
Phương pháp trừ đồ thị:

$$1. E - R.I = U(I) \rightarrow 30 - 10I = U(I)$$

$$2. \text{Điểm cắt: } M(0.85A ; 21V)$$

$$3. \text{Sai số: } E^* = 0.85.10 + 21 = 29.5(V)$$

$$\varepsilon\% = \left| \frac{E^* - E}{E} \right| = \left| \frac{29.5 - 30}{30} \right| . 100\% = 1,667\%$$

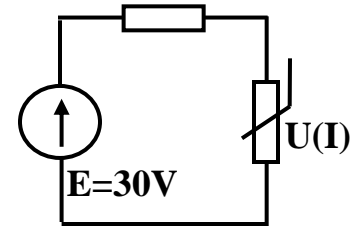


Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp đồ thị

Ví dụ 2.1: Cho mạch phi tuyến ở chế độ xác lập hằng. Đặc tính phi tuyến của điện trở phi tuyến cho như hình vẽ. Tìm dòng điện, điện áp trên các phần tử. $R=10\Omega$

Giải: Lập phương trình mạch: $E = U_R + U(I) = R.I + U(I)$



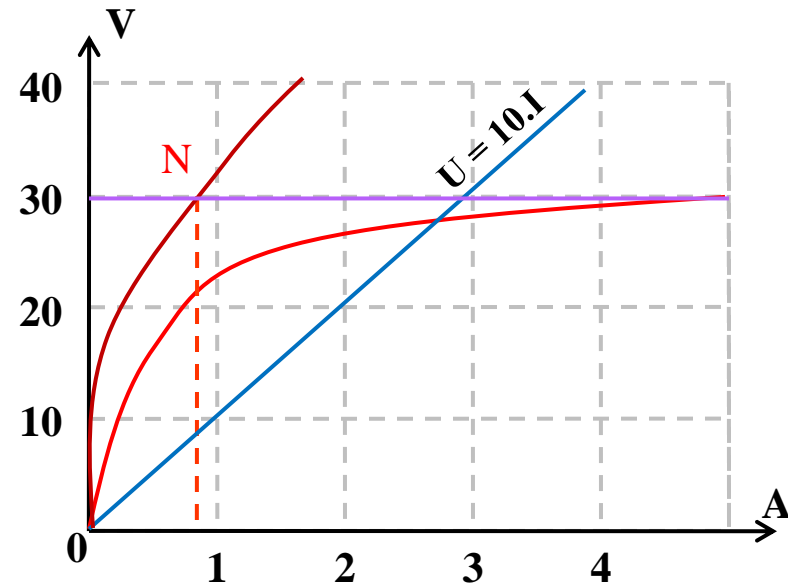
Phương pháp cộng đồ thị:

$$1. E = R.I + U(I) \rightarrow 30 = 10.I + U(I)$$

$$2. \text{Điểm cắt: } N(0.85A ; 30V)$$

➤ **Nhận xét:**

Trong trường hợp này, phương pháp trừ đồ thị cho kết quả chính xác hơn phương pháp cộng đồ thị.



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp đồ thị

Ví dụ 2.2: Cho mạch phi tuyến ở chế độ xác lập hằng. Đặc tính phi tuyến của các điện trở phi tuyến cho như hình vẽ. Tìm dòng điện, điện áp trên các phần tử.

Giải: Phương pháp cộng đồ thị

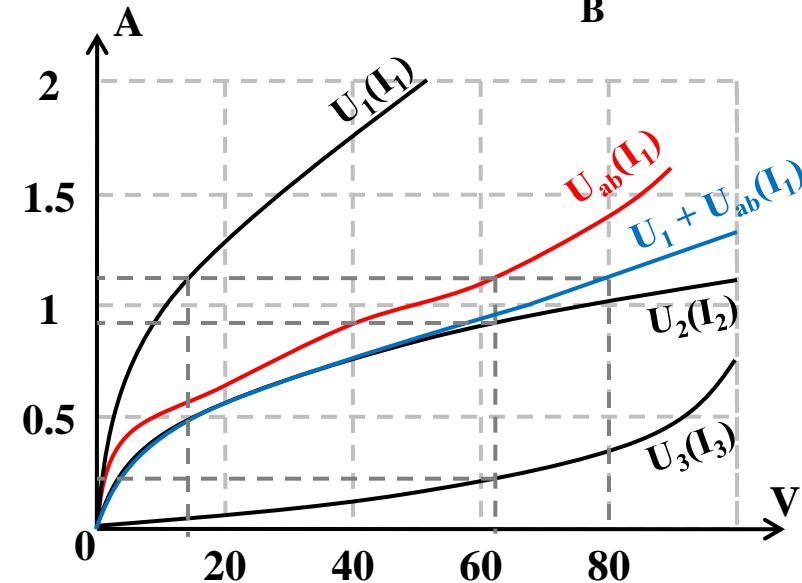
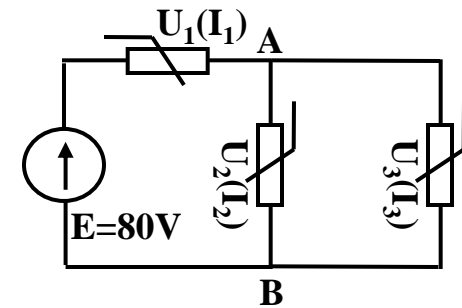
➤ Lập phương trình mạch:
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ U_1 + U_{ab} = E \\ U_2 = U_3 = U_{ab} \end{cases}$$

➤ Cộng dòng: $I_1(U_{ab}) = I_2(U_{ab}) + I_3(U_{ab})$

➤ Cộng áp: $E = U_1(I_1) + U_{ab}(I_1)$

➤ Đọc kết quả:

$$\begin{cases} I_1 = 1.15(A) \\ U_{ab} = 61(V) \\ U_1 = 17(V) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_2 = 0.9(A) \\ I_3 = 0.25(A) \end{cases}$$



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

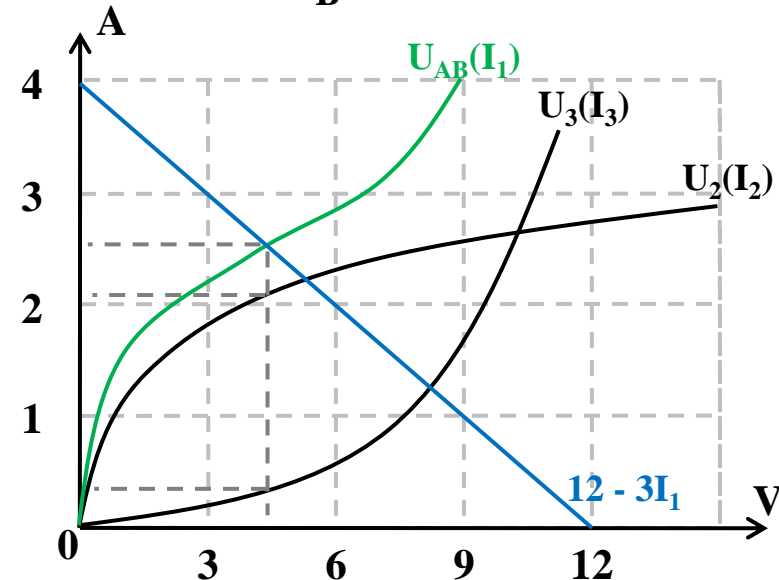
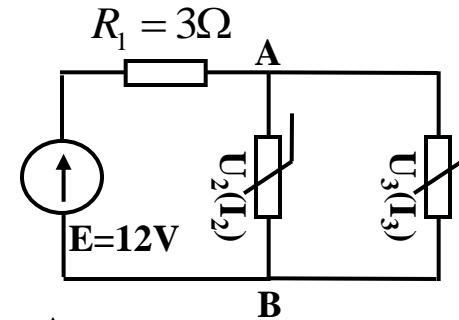
II. Phương pháp đồ thị

Ví dụ 2.3: Cho mạch điện như hình vẽ biết đặc tính phi tuyến của điện trở phi tuyến R_2 và R_3 cho như hình vẽ. Tính dòng điện các nhánh theo phương pháp đồ thị

Giải:

- Lập phương trình mạch:
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ E = RI_1 + U_{AB} \end{cases}$$
- Cộng dòng: $I_1(U_{ab}) = I_2(U_{ab}) + I_3(U_{ab})$
- Trừ áp: $U_{ab}(I_1) = E - RI_1 = 12 - 3I_1$
- Đọc kết quả:

$$\begin{cases} I_1 = 2,5(A) \\ U_{ab} = 4,2(V) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_2 = 2,1(A) \\ I_3 = 0.25(A) \end{cases}$$





Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị.

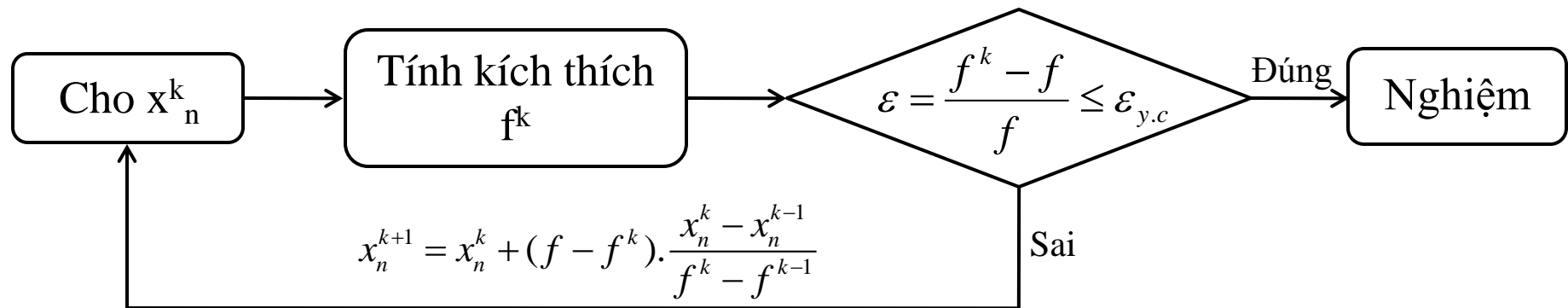
III. Phương pháp dò.

IV. Phương pháp lặp

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

➤ Thuật toán:



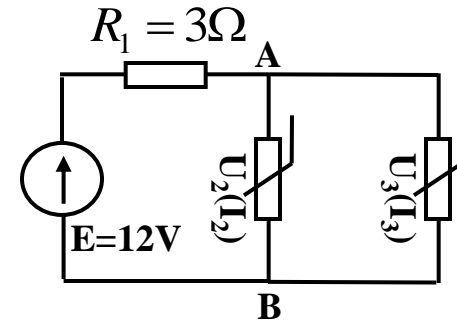
➤ Ưu, nhược điểm:

- ❖ Phù hợp với mạch phức tạp **nối dạng xâu chuỗi**.
- ❖ Tính nhanh, cho phép tính đến sai số nhỏ tùy ý.
- ❖ Có thể sử dụng máy tính để tính nghiệm (sử dụng hệ “chuyên gia”).

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

Ví dụ 2.4: Cho mạch điện biết đặc tính phi tuyến của điện trở phi tuyến R_2 và R_3 cho như hình vẽ. Tính dòng điện các nhánh theo dò

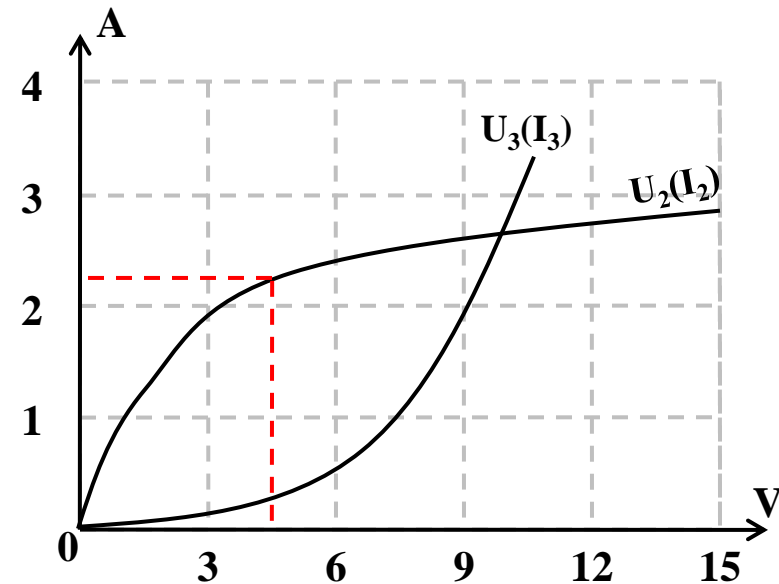


Các bước dò:

- ❖ Cho U_{ab}
 - Tra $U_3(I_3) \rightarrow I_3$
 - Tra $U_2(I_2) \rightarrow I_2$
- ❖ Tính $I_1 = I_2 + I_3$; $E_{tính} = R_1 \cdot I_1 + U_{ab}$
- ❖ So sánh $E_{tính}$ và $E_{cho} = 12V$

Kết quả dò:

n	Uab	I_2	I_3	I_1	$E_{tính} = R_1 \cdot I_1 + U_{ab}$
1	3V	1.95A	0.2A	2.15A	9.45V
2	6V	2.45A	0.5A	2.95A	14.85V
3	4.5V	2.2A	0.25A	2.45A	11.85V



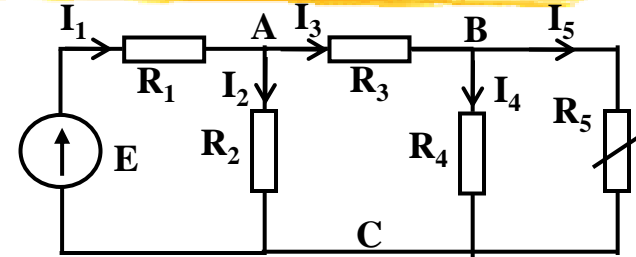
Sai số:

$$\varepsilon\% = \frac{11,85 - 12}{12} 100\% = 1,25\%$$

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

Ví dụ 2.5: Cho mạch điện: $R_1 = R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 8\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $E = 15V$. Tính dòng I_5 theo phương pháp dò.

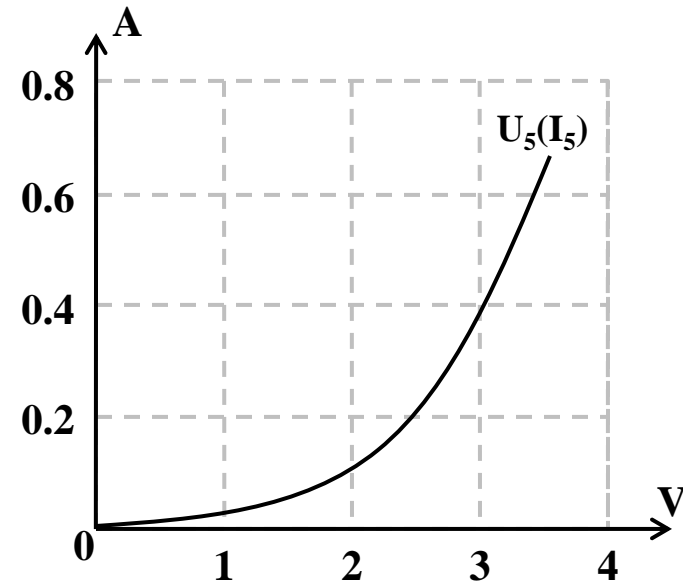


Cách 1: Dò trực tiếp từ sơ đồ mạch

$$\begin{aligned} \text{Cho } I_5 &\xrightarrow{\text{Tra } U_5(I_5)} U_5 \longrightarrow I_4 = \frac{U_5}{R_4} \longrightarrow I_3 = I_4 + I_5 \longrightarrow U_3 = I_3 R_3 \longrightarrow U_{AC} = U_3 + U_5 \\ &\longrightarrow I_2 = \frac{U_{AC}}{R_2} \longrightarrow I_1 = I_2 + I_3 \longrightarrow E_{\text{tính}} = R_1 I_1 + U_{AC} \end{aligned}$$

n	I_5	U_5	I_4	I_3	U_3	U_{AC}	I_2	I_1	$E_{\text{tính}}$
1	0.4	3	0.3	0.7	5.6	8.6	2.15	2.85	20V > 15V
2	0.2	2.5	0.25	0.45	3.6	6.1	1.53	1.98	14V < 15V
3	0.25	2.6	0.26	0.51	4.08	6.68	1.67	2.18	15.4V

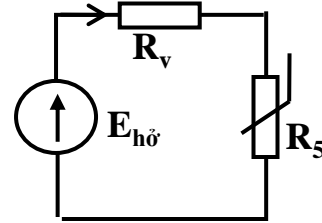
$$\text{Sai số: } \varepsilon\% = \frac{15.4 - 15}{15} 100\% = 2,67\%$$



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

Ví dụ 2.5: Cho mạch điện: $R_1 = R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 8\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $E = 15V$. Tính dòng I_5 theo phương pháp dò.



Cách 2:

➤ Biến đổi mạch theo sơ đồ Thevenil: $R_v = R_4 // [(R_1 // R_2) + R_3] \rightarrow R_v = 5\Omega$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} \right) \varphi_A = \frac{E}{R_1} \rightarrow \varphi_A = 6.75V \rightarrow E_{hở} = \frac{\varphi_A}{R_3 + R_4} R_4 = 3.75V$$

➤ Lập phương trình: $E_{hở} = R_v I + U_5(I_5)$

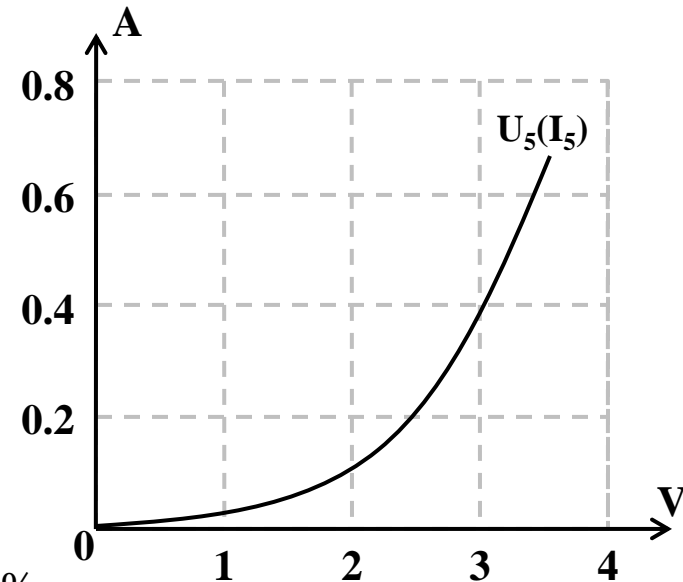
$$\text{Cho } I_5 \xrightarrow{\text{Tra } U_5(I_5)} U_5 \longrightarrow E_{tính} = R_v I_5 + U_5(I_5)$$

➤ Kết quả dò:

n	I_5	U_5	$E_{tính}$
1	0.4A	3V	$5V > 3.75V$
2	0.2A	2.5V	$3.5V < 3.75V$
3	0.25A	2.6V	$3.85V > 3.75V$

➤ Sai số:

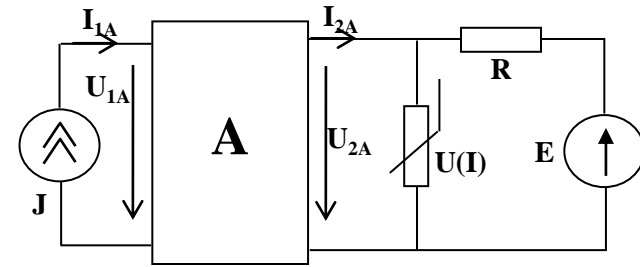
$$\varepsilon\% = \frac{3.85 - 3.75}{3.75} 100\% = 2,67\%$$



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

Ví dụ 2.6: Cho mạch điện biết $J = 12A$ (1 chiều), $E = 20V$ (1 chiều), $R = 30\Omega$. Mạng 2 cửa thuần trở có bộ số: $A_{11} = 1.1$; $A_{12} = 20$; $A_{21} = 0.5$; $A_{22} = 10$. Phần tử phi tuyến có đặc tính cho theo bảng:

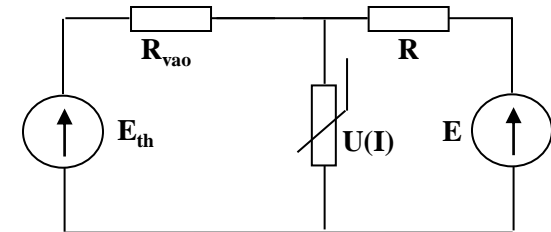


I(A)	0	0.5	1	1.5	2	2.2
U(V)	0	7	10	14	20	25

Tính dòng chảy qua điện trở phi tuyến.

Giải:

➤ Biến đổi mạng 2 cửa + nguồn dòng → sơ đồ Thevenil



$$R_{vao} = -\left. \frac{U_{2A}}{I_{2A}} \right|_{I_1=0} = \frac{A_{22}}{A_{21}} = \frac{10}{0.5} = 20\Omega$$

$$E_{th} = U_{2ho} = \left. \frac{I_1}{A_{21}} \right|_{I_2=0} = \frac{J_1}{A_{21}} = \frac{12}{0.5} = 24(V)$$

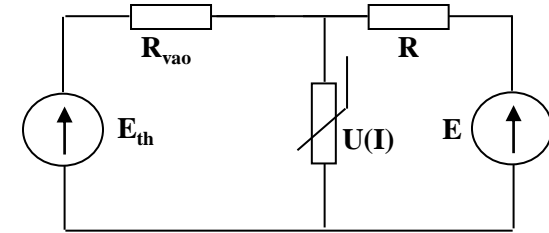
$$E_{TD} = \frac{\frac{E_{th}}{R_{vao}} + \frac{E}{R}}{\frac{1}{R_{vao}} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{24}{20} + \frac{20}{30}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30}} = 22,4(V)$$

$$R_{TD} = \frac{R_{th} \cdot R}{R_{th} + R} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp dò

I(A)	0	0.5	1	1.5	2	2.2
U(V)	0	7	10	14	20	25



$$E_{TD} = 22,4(V)$$

$$R_{TD} = 12\Omega$$

➤ Phương trình dò: $E_{TD} = R_{TD} \cdot I + U(I)$

I(A)	$R_{TD} \cdot I$	$E_{tính} = R_{TD} \cdot I + U(I)$
0.5	6	$13V < 22.4V$
1	12	$22 < 22.4V$
1.5	18	$32 > 22.4V$

➤ Áp dụng công thức nội suy tuyến tính:

$$I = 1.5 + (22.4 - 32) \cdot \frac{1.5 - 1}{32 - 22} = 1.02(A)$$

➤ Vậy dòng điện chảy qua điện trở phi tuyến là: $I = 1.02(A)$



Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị.

III. Phương pháp dò.

IV. Phương pháp lặp.

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

➤ Nội dung phương pháp:

❖ Biểu diễn quá trình mạch Kirhoff theo phương trình phi tuyến dạng:

$$x = \varphi(x)$$

❖ Cho một giá trị của $x_0 \rightarrow$ tính giá trị $x_1 = \varphi(x_0)$

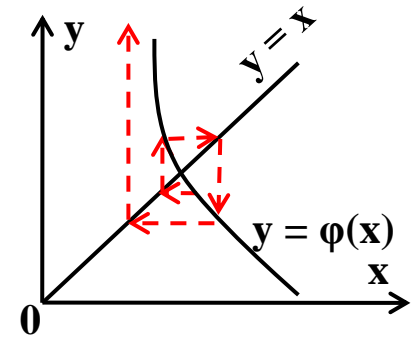
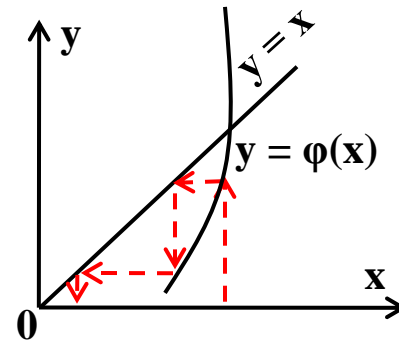
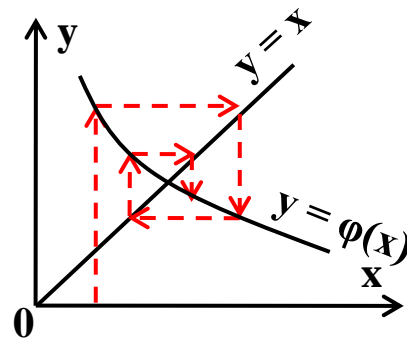
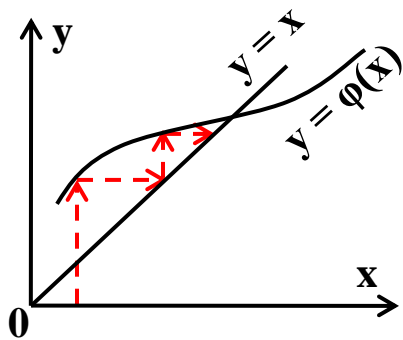
❖ Thay giá trị x_1 để tính giá trị $x_2 = \varphi(x_1)$

❖ Quá trình tính lặp dừng khi $x_n - x_{n-1}$ nhỏ hơn sai số cho trước.

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

➤ Nội dung phương pháp:



$$x = \varphi(x)$$

❖ Nghiệm là hoành độ giao điểm:

➤ Đường thẳng $y = x$

➤ Đường cong $y = \varphi(x)$

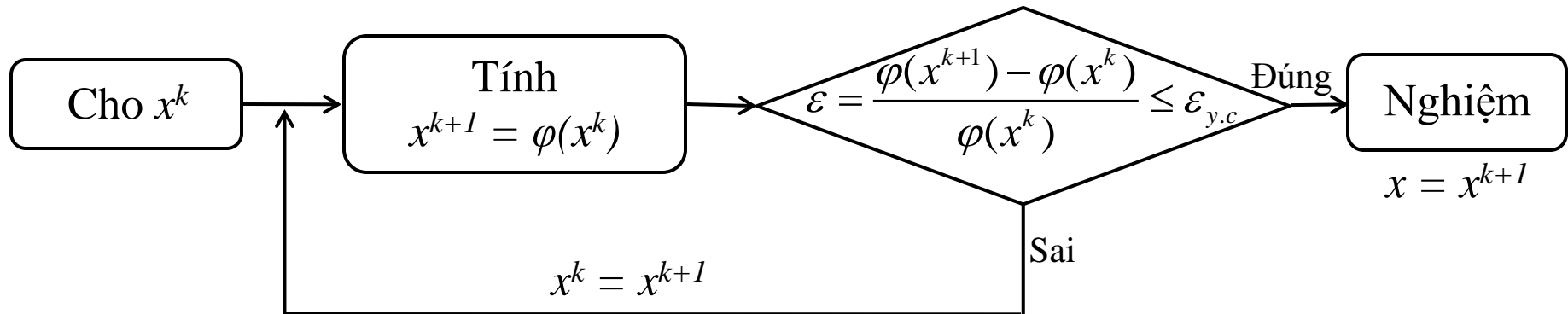
Điều kiện hội tụ : Trong miền các giá trị lặp x^k , trị tuyệt đối độ dốc đường $y = \varphi(x)$ nhỏ hơn độ dốc đường $y = x$.

$$|\varphi'(x)| < 1$$

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

➤ Thuật toán:



➤ Ưu, nhược điểm:

- ❖ Cần kiểm tra điều kiện hội tụ của phép lặp.
- ❖ Tính nhanh, cho phép tính đến sai số nhỏ tùy ý.
- ❖ Có thể lập trình cho máy tính để tính nghiệm tự động.

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

Ví dụ 2.7: Cho mạch điện gồm điện dẫn tuyến tính $g = 0.2(S)$ mắc nối tiếp với phần tử phi tuyến có đặc tính $u(i) = 2i^2$. Nguồn cung cấp một chiều $E = 10V$. Dùng phương pháp lặp để tính các giá trị dòng áp trong mạch.

Giải: Lập phương trình mạch: $u = u(i) + u_g$

➤ **Chọn biến lặp i :** $u = Ri + 2i^2 \rightarrow 10 = 5i + 2i^2 \rightarrow i = -0.4i^2 + 2$

➤ Kết quả lặp:

k	i_k	$i_{k+1} = 2 - 0.4.i_k^2$	$ \Delta i_k = i_{k+1} - i_k $
0	1(A)	1,6(A)	0,6(A)
1	1,6(A)	0,976(A)	0,624(A)
2	0,976(A)	1,619(A)	0,643(A)
3	1,619(A)	0,952(A)	0,667(A)
4	0,952(A)

➤ Điều kiện hội tụ:

$$\left| \frac{d\varphi}{dx} \right| = |-0,8i| < 1$$

$$\rightarrow 0 < i < 1,25$$

Không hội tụ

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

Ví dụ 2.7: Cho mạch điện gồm điện dẫn tuyến tính $g = 0.2(S)$ mắc nối tiếp với phần tử phi tuyến có đặc tính $u(i) = 2i^2$. Nguồn cung cấp một chiều $E = 10V$. Dùng phương pháp lặp để tính các giá trị dòng áp trong mạch.

Giải: Lập phương trình mạch: $u = u(i) + u_g$

➤ **Chọn biến lặp u_1 :** $u = u_1 + 2i^2 \rightarrow 10 = u_1 + 2(u_1 / R)^2 \rightarrow u_1 = 10 - 0,08 \cdot u_1^2$

➤ Kết quả lặp:

k	u_k	$u_{k+1} = 10 - 0,08 \cdot u_k^2$	$ \Delta u_k = u_{k+1} - u_k $
0	6(V)	7,12(V)	1,12(V)
1	7,12(V)	5,945(V)	1,176(V)
2	5,945(V)	7,173(V)	1,228(V)
3	7,173(V)	5,884(V)	1,289(V)
4	5,884(V)

➤ Điều kiện hội tụ:

$$\left| \frac{d\varphi(x)}{dx} \right| = |-0,16u_1| < 1$$

$$\rightarrow 0 < u_1 < 6,25$$

Không hội tụ

Chương 2: Chế độ xác lập hằng trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp lặp

Giải: Lập phương trình mạch: $u = u(i) + u_g$

➤ *Chọn biến lặp u :*
$$\begin{cases} u = Ri + u(i) \\ u = 2i^2 \rightarrow i = \sqrt{\frac{u}{2}} \end{cases} \rightarrow 10 = 5\sqrt{\frac{u}{2}} + u \rightarrow u = 10 - 5\sqrt{\frac{u}{2}}$$

➤ Kết quả lặp:

k	u_k	$u_{k+1} = 10 - 5.\text{sqrt}(u_k/2)$	$ \Delta u_k = u_{k+1} - u_k $
0	3,2(V)	3,67(V)	0,47(V)
1	3,67(V)	3,23(V)	0,44(V)
2	3,23(V)	3,65(V)	0,42(V)
3	3,65(V)	3,24(V)	0,41(V)
4	3,24(V)	3,64(V)	0,40(V)
5	3,64(V)	3,25(V)	0,39(V)
6	3,25(V)	3,63(V)	0,38(V)
7	3,63(V)	3,26(V)	0,37(V)

Hội tụ



Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.

III. Phương pháp cân bằng điều hòa.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương.

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

Bài tập: 2, 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16 + bài thêm

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung

- Xét mạch phi tuyến làm việc ở chế độ dao động xác lập:
 - ❖ Kích thích không chu kỳ \rightarrow tự dao động phi tuyến.
 - ❖ Kích thích chu kỳ \rightarrow dao động cưỡng bức.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \dots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Chế độ xác lập dao động}} \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega t) \\ \dots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega t) \end{array} \right.$$

Hệ phương trình vi tích phân phi tuyến

Hệ phương trình vi tích phân phi tuyến

- ❖ **Phương pháp giải:** Đồ thị với giá trị tức thời ; Cân bằng điều hòa ; Điều hòa tương đương ; Phương pháp dò ; Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.



Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.

III. Phương pháp cân bằng điều hòa.

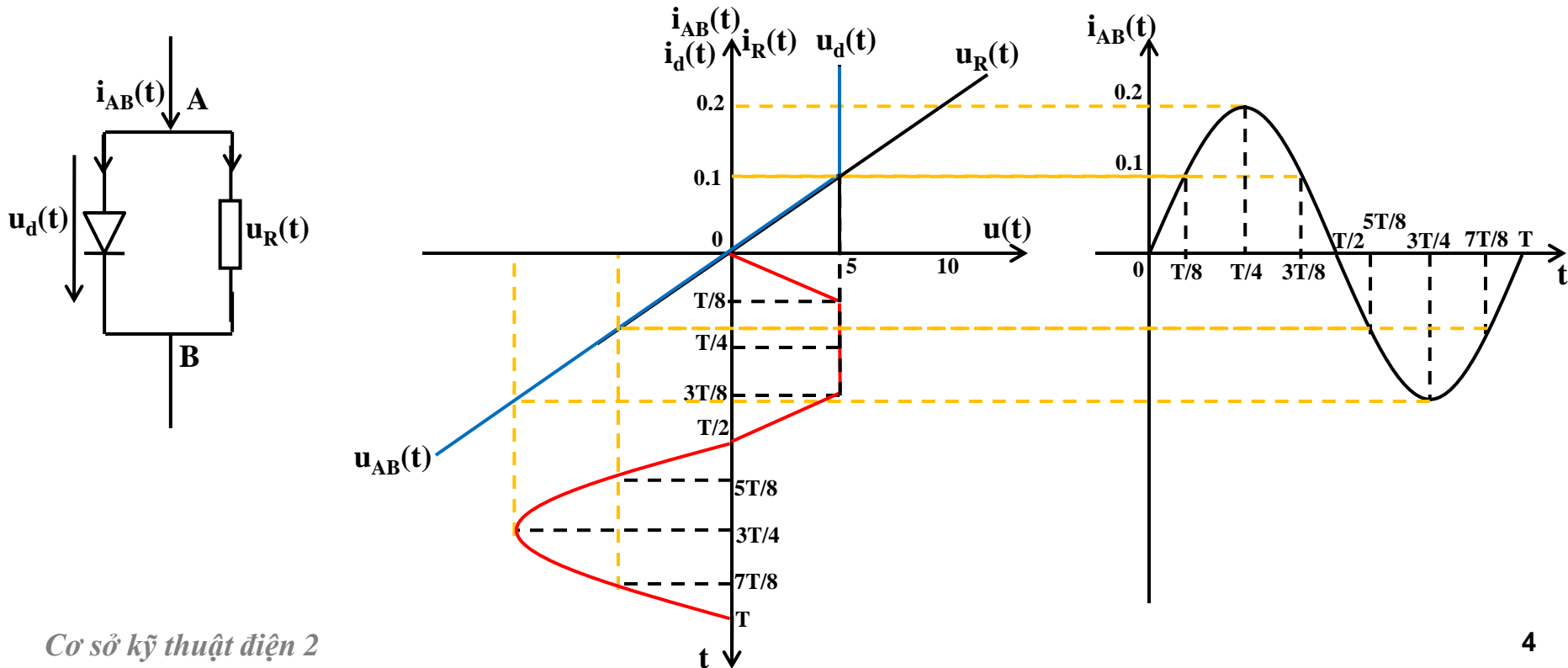
IV. Phương pháp điều hòa tương đương.

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời

- **Nội dung:** Thực hiện bằng đồ thị những phép đại số và giải tích (đạo hàm, tích phân ...) trên các biến thời gian và những hàm đặc tính nhằm giải hệ phương trình vi tích phân phi tuyến của mạch.

Ví dụ 3.1: Cho mạch điện gồm 1 điện trở $R = 50\Omega$ mắc song song với một diode biết đặc tính V-A như hình vẽ. Dòng điện $i_{AB}(t) = 0,2.\sin 1000t$ (A). Vẽ điện áp $u_{AB}(t)$





Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.

III. Phương pháp cân bằng điều hòa.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương.

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp cân bằng điều hòa

➤ Phương pháp cân bằng điều hòa thường sử dụng xét :

- ❖ Mạch tự dao động xác lập (không có kích thích chu kỳ)
- ❖ Mạch dao động phi tuyến kích thích chu kỳ.

➤ **Nội dung:**

- ❖ Xét hệ phi tuyến có kích thích chu kỳ với tần số cơ bản ω mô tả bởi hệ vi phân :

$$f(x, x', x'', \dots, t) = 0$$

- ❖ Đặt nghiệm cần tìm dạng các hàm điều hòa bội (đến cấp cần thiết) của ω :

$$x(t) = \sum_1^n A_k \cdot \cos k\omega t + \sum_1^n B_k \cdot \sin k\omega t$$

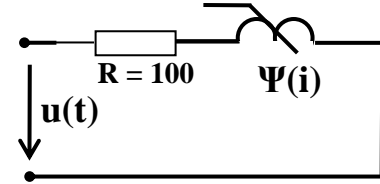
- ❖ Thay nghiệm $x(t)$ vào phương trình mạch và áp dụng nguyên tắc cân bằng điều hòa để tính các giá trị biên độ hiệu dụng A_k, B_k .

➤ **Chú ý:** Cần vận dụng các tính chất của mạch (mạch thuần trở, thuần kháng ...) để đơn giản hóa việc đặt nghiệm.

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ 3.2: Điện cảm có đặc tính phi tuyến $\psi(i) = 2.i - 3,75.i^3$. Dùng phương pháp cân bằng điều hòa tính điều hòa bậc 1 và bậc 3 của áp $u(t)$ nếu biết dòng $i(t) = 0,5\sin 314t$ (A)



➤ Giải:

❖ Lập pt mạch: $u(t) = R.i(t) + \frac{d\psi}{dt} = R.i + \frac{\partial\psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \rightarrow u(t) = 100i + 2i' - 11,25i^2i' (*)$

$$i(t) = 0,5 \sin 314t (A) \rightarrow i' = 157 \cos(314t) (A)$$

$$i^2i' = 0,25.157 \sin^2 314t \cdot \cos 314t = 39,25(1 - \cos^2 314t) \cos 314t$$

$$i^2i' = 9,8125 \cos 314t - 9,8125 \cos 942t$$

❖ Đặt nghiệm: $u(t) = A \sin 314t + B \cos 314t + C \sin 942t + D \cos 942t$

❖ Thay vào phương trình (*):

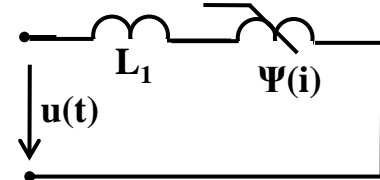
$$VP = 50 \sin 314t + 203,58 \cos 314t + 110,39 \cos 942t \rightarrow \begin{cases} A = 50 \\ B = 203,58 \\ C = 0 \\ D = 110,39 \end{cases}$$

❖ Vậy nghiệm:

$$u(t) = 50 \sin 314t + 203,58 \cos 314t + 110,39 \cos 942t (V)$$

III. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ 3.3: Xét mạch điện nối tiếp bởi cuộn dây tuyến tính $L_1 = 0,5H$ và một cuộn dây phi tuyến có đặc tính $\psi(i) = a.i - b.i^3 = 0,5.i - 0,01.i^3$ với $-4A < I < 4A$. Cho $u(t) = 300.\cos 314t$ (V). Tìm hàm điều hòa cơ bản của dòng điện xác lập trong mạch.



➤ Giải:

❖ Lập phương trình vi tích phân của mạch:

$$u_{L_1}(t) + u_{L_2}(t) = u(t) \leftrightarrow L_1.i' + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} = u(t)$$

$$L_1.i' + (a - 3.b.i^2).i' = u(t) \leftrightarrow i' - 0,03.i^2.i' = 300.\cos \omega t$$

❖ Đặt nghiệm: $i(t) = A_m \sin \omega t + B_m \cos \omega t \xrightarrow{\text{Thuần cảm}} i(t) = A_m \sin \omega t$

$$i' = \omega.I_m.\cos \omega t \rightarrow i^2.i' = \omega.I_m^3.\sin^2(\omega t).\cos(\omega t) = 0,5.\omega.I_m^3.\sin(2\omega t).\sin(\omega t)$$

$$i^2 = I_m^2.\sin^2 \omega t \rightarrow i^2.i' = 0,25.\omega.I_m^3.[\cos(\omega t) - \cos(3\omega t)]$$

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp cân bằng điều hòa

➤ Giải:

❖ Thay vào phương trình:

$$\omega \cdot I_m \cdot \cos \omega t - 0,03 \cdot 0,25 \cdot \omega I_m^3 \cdot [\cos(\omega t) - \cos(3\omega t)] = 300 \cdot \cos(\omega t)$$

❖ Cân bằng điều hòa cùng cấp:

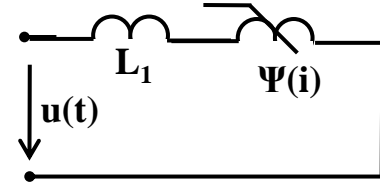
$$\omega \cdot I_m - 0,0075 \cdot \omega \cdot I_m^3 = 300$$

$$3,26 \cdot I_m^3 - 314 \cdot I_m + 300 = 0$$

❖ Giải phương trình ta có: $I_{1m} = 0,96 \text{ (A)}$; $I_{2m} = -10,26 \text{ (A)}$; $I_{3m} = 9,3 \text{ (A)}$

❖ Vậy dòng điện trong mạch là:

$$i(t) = 0,96 \cdot \sin(314t) \text{ (A)}$$





Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.

III. Phương pháp cân bằng điều hòa.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương.

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương

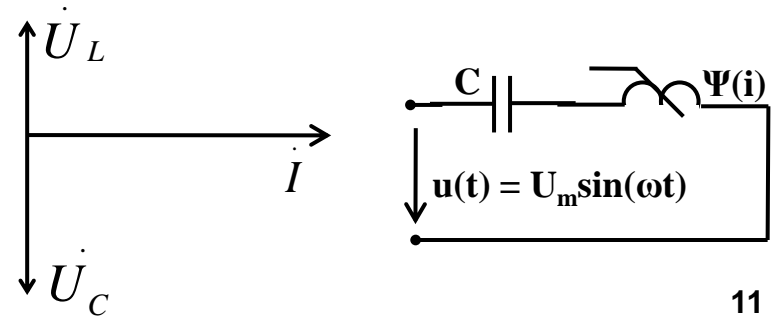
➤ Phương pháp điều hòa tương đương dùng để giải bài toán *phần tử phi tuyến có quán tính*:

- ❖ Với trị tức thời \sim có thể coi phần tử phi tuyến có quán tính như phần tử tuyến tính.
- ❖ Với kích thích điều hòa \rightarrow đáp ứng rất gần với điều hòa.
- ❖ Bỏ qua hiện tượng tạo tần số \rightarrow có thể lập phương trình phức với trị hiệu dụng.

1. Phương pháp đồ thị với trị hiệu dụng:

Ví dụ 3.4: Xét mạch thuần kháng gồm tụ điện C mắc nối tiếp với một cuộn dây phi tuyến có quán tính cung cấp bằng nguồn áp điều hòa.

➤ Phương trình mạch:

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C$$
$$U = |U_L - U_C|$$


IV. Phương pháp điều hòa tương đương

1. Phương pháp đồ thị với trị hiệu dụng:

- Từ phương trình, ta có đồ thị dạng chữ N.
- Hiện tượng trigơ dòng (đa trạng thái dòng):

❖ **Tăng áp** liên tục từ $0 \rightarrow \infty$:

- ☐ Dòng tăng từ điểm $0 \rightarrow a$.
- ☐ Dòng nhảy từ $a \rightarrow c$.
- ☐ Dòng tăng liên tục từ $c \rightarrow \infty$.

❖ **Giảm áp** liên tục từ $\infty \rightarrow 0$:

- ☐ Dòng giảm từ $\infty \rightarrow c \rightarrow b$.
- ☐ Dòng nhảy từ $b \rightarrow \sim 0$ (do có điện áp rơi trên điện trở của cuộn dây).

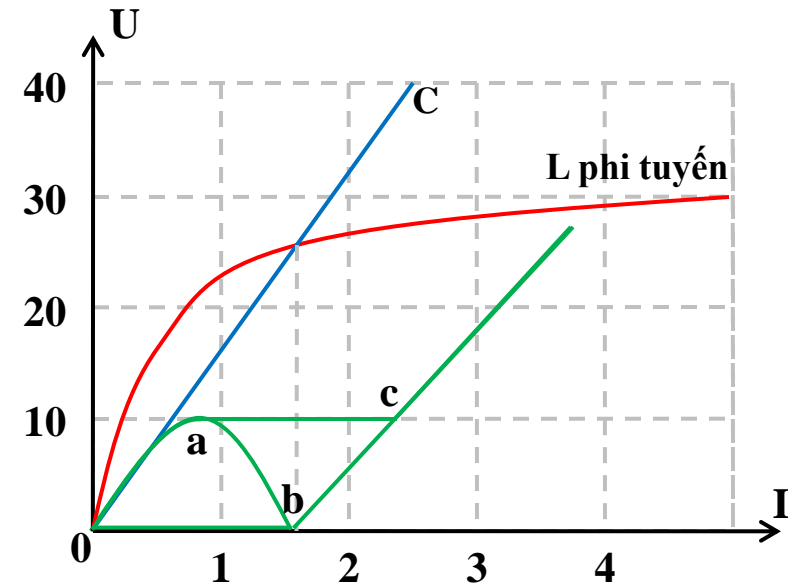
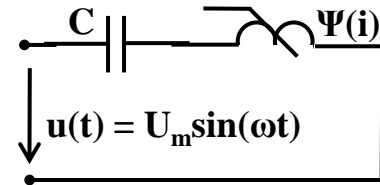
❖ **Tăng (giảm) dòng** liên tục từ $0 \rightarrow \infty$ ($\infty \rightarrow 0$): Ta thu được toàn bộ đặc tính chữ N.

➤ Tính chất:

- ❖ Đa trạng thái về dòng điện: một giá trị áp có 2 - 3 trạng thái dòng.
- ❖ Tồn tại 2 trạng thái ổn định của áp: 1 khi áp tăng, 1 khi áp giảm.

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$U = |U_L - U_C|$$



Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp điều hòa tương đương

1. Phương pháp đồ thị với trị hiệu dụng:

Ví dụ 3.5: Xét mạch thuần kháng gồm tụ C mắc song song với một cuộn dây phi tuyến có quán tính.

➤ Phương trình mạch: $I = I_L + I_C$; $I = |I_L - I_C|$

➤ Hiện tượng trigơ áp (đa trạng thái áp):

❖ **Tăng dòng** liên tục từ $0 \rightarrow \infty$:

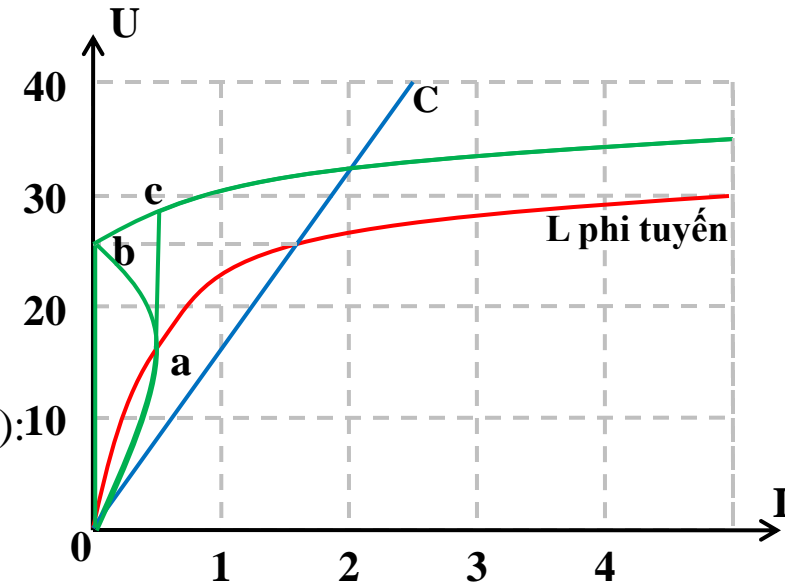
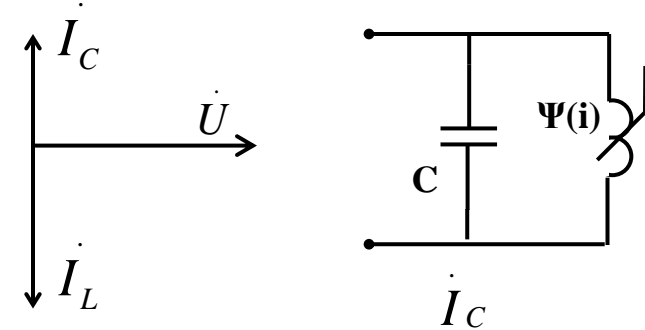
- ☐ Áp tăng từ điểm $0 \rightarrow a$.
- ☐ Áp nhảy từ $a \rightarrow c$.
- ☐ Áp tăng liên tục từ $c \rightarrow \infty$.

❖ **Giảm dòng** liên tục từ $\infty \rightarrow 0$:

- ☐ Áp giảm từ $\infty \rightarrow c \rightarrow b$.
- ☐ Áp nhảy từ $b \rightarrow \sim 0$.
- ☐ **Tăng (giảm) áp** liên tục từ $0 \rightarrow \infty$ ($\infty \rightarrow 0$):
Ta thu được toàn bộ đặc tính.

➤ **Tính chất:**

- ❖ Đa trạng thái về điện áp.
- ❖ Tồn tại 2 trạng thái ổn định của dòng.

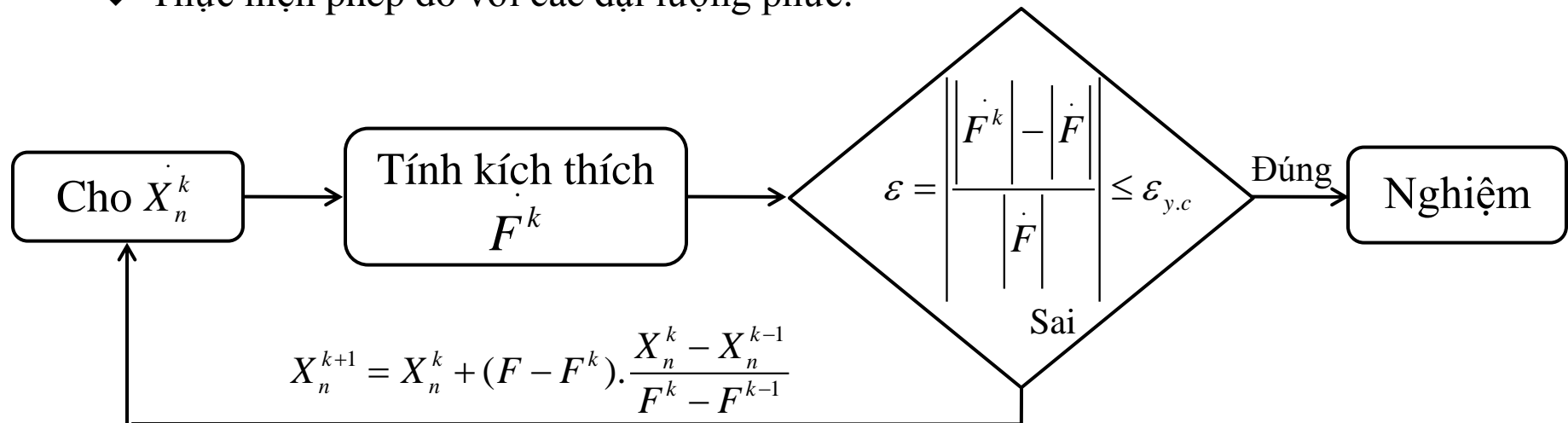


IV. Phương pháp điều hòa tương đương

2. Phương pháp dò phức:

➤ Nội dung:

- ❖ Thuật toán dò giống với phép dò đã xét.
- ❖ Thực hiện phép dò với các đại lượng phức.

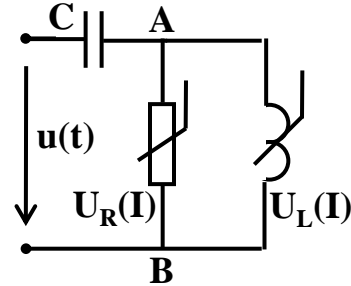


- **Chú ý:** Trong phương pháp dò phức, nói chung góc pha của các đại lượng phức được hiệu chỉnh sau khi dò.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương

2. Phương pháp dò phức:

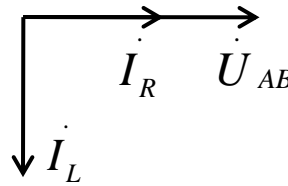
Ví dụ 3.6: Cho mạch điện, biết phần tử phi tuyến có quán tính có đặc tính như hình vẽ. Biết $u(t) = 130\sqrt{2} \sin(10^3 t + 30^\circ) (V)$, tụ điện tuyến tính $C = 20\mu F$. Tìm điện áp trên các phần tử.



Giải:

❖ Lập phương trình mạch:

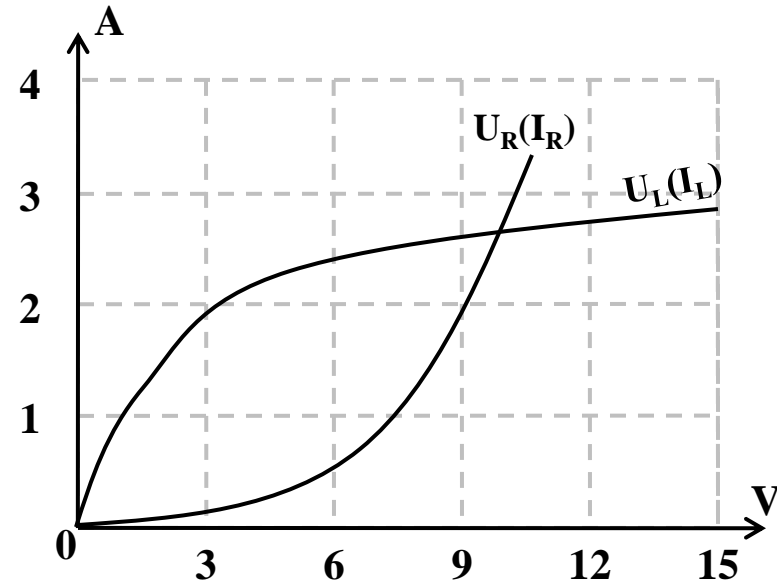
$$\begin{cases} \dot{U}_R = \dot{U}_L = \dot{U}_{AB} \\ \dot{I}_C = \dot{I}_R + \dot{I}_L \end{cases}$$



❖ Các bước dò:

Cho $\dot{U}_{AB} = U_{AB} \angle 0^\circ (V)$ $\xrightarrow{\text{Tra đồ thị}}$ $\begin{cases} \dot{I}_R = I_R \angle 0^\circ (A) \\ \dot{I}_L = I_L \angle -90^\circ (A) \end{cases}$

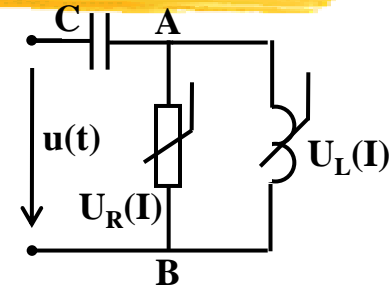
Tính $\dot{I}_C = I_C \angle \varphi^0 = \dot{I}_R + \dot{I}_L \longrightarrow$ Tính $\begin{cases} \dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I}_C \\ \dot{U} = \dot{U}_C + \dot{U}_{AB} \end{cases} \xrightarrow{\text{So sánh}} |\dot{U}_{\text{tinh}}| = 130$



IV. Phương pháp điều hòa tương đương

2. Phương pháp dò phức:

❖ Bảng kết quả dò:

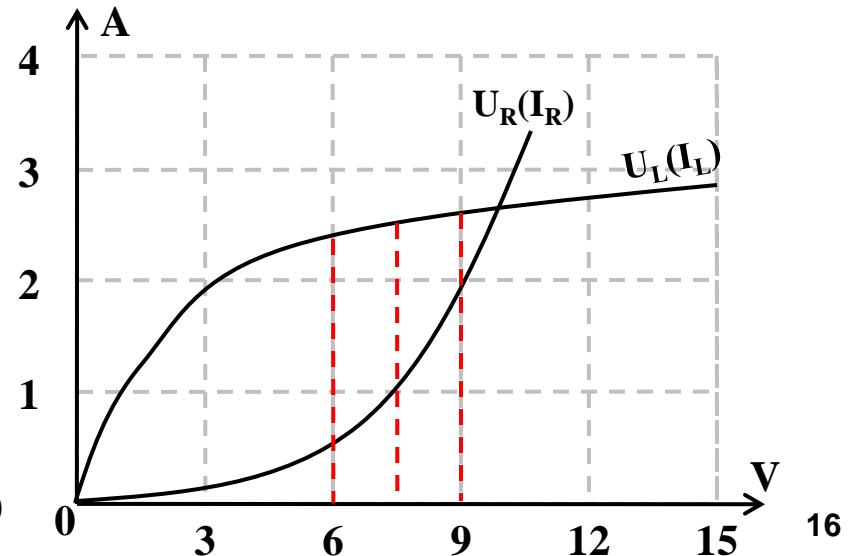


n	$U_{AB}(V)$	$I_L(A)$	$I_R(A)$	$\dot{I}_C(A)$	$\dot{U}_C(V)$	$\dot{U}_{tinh}(V)$	So sánh
1	$6\angle 0$	$2,3\angle -90$	$0,5\angle 0$	$2,35\angle -77,74$	$117,5\angle -167,74$	$111,64\angle -167,09$	$< 130V$
2	$9\angle 0$	$2,6\angle -90$	$2\angle 0$	$3,28\angle -52,43$	$164\angle -142,43$	$156,97\angle -140,43$	$> 130V$
3	$7,5\angle 0$	$2,5\angle -90$	$1\angle 0$	$2,69\angle -68,2$	$134,5\angle -158,2$	$127,59\angle -156,93$	$\sim 130V$

$$\varepsilon\% = \left| \frac{U_{tinh} - U_{cho}}{U_{cho}} \right| = \left| \frac{127,59 - 130}{130} \right| = 1,85\%$$

❖ Hiệu chỉnh góc pha:

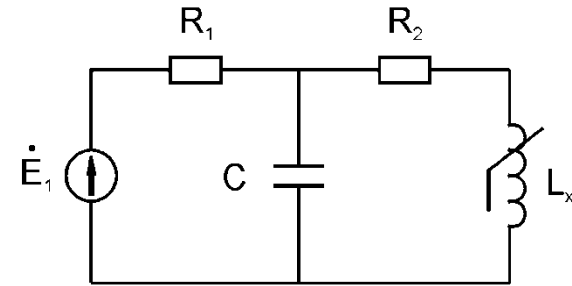
$$\begin{aligned} \dot{U} = 130\angle 30(V) &\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_{AB} = 7,5\angle 186,93(V) \\ \dot{U}_C = 134,5\angle 28,73(V) \end{cases} \\ \rightarrow \dot{I}_L = 2,5\angle 96,93(A) &; \quad \dot{I}_R = 1\angle 186,93(A) \\ &\quad \dot{I}_C = 2,69\angle 118,73(A) \end{aligned}$$



IV. Phương pháp điều hòa tương đương

2. Phương pháp dò phức:

Ví dụ 3.7: Cho mạch điện, biết nguồn điều hòa $E_1 = 20V$, $\omega = 5 \text{ rad/s}$, $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $Z_C = -j10\Omega$. Cuộn dây phi tuyến có đặc tính phi tuyến theo trị hiệu dụng cho theo bảng. Tính công suất phát của nguồn và công suất tiêu tán trên R_1 , R_2 .



Giải:

❖ Các bước dò:

$$\begin{aligned} \text{Cho } \dot{I}_L = I_L \angle 0^\circ &\rightarrow \dot{U}_L = \omega \frac{\psi}{I} I \angle 90^\circ \rightarrow \dot{U}_{R2} = R_2 I_L \angle 0^\circ \rightarrow \dot{U}_C = \dot{U}_{R2} + \dot{U}_L \\ &\rightarrow \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} \rightarrow \dot{I}_{R1} = \dot{I}_{R2} + \dot{I}_C \rightarrow \dot{E}_{1\text{tính}} = R_1 \cdot \dot{I}_{R1} + \dot{U}_C \end{aligned}$$

❖ Bảng kết quả dò:

n	\dot{I}_L	\dot{U}_L	\dot{U}_{R2}	\dot{U}_C	\dot{I}_C	\dot{I}_{R1}	$\dot{E}_{1\text{tính}}$
1	$0.5 \angle 0^\circ$	$4.5 \angle 90^\circ$	$5 \angle 0^\circ$	$6.73 \angle 41.99^\circ$	$0.67 \angle 131.99^\circ$	$0.5 \angle 84.06^\circ$	$15.71 \angle 67.39^\circ$
2	$0.75 \angle 0^\circ$	$7 \angle 90^\circ$	$7.5 \angle 0^\circ$	$10.26 \angle 43.03^\circ$	$1.03 \angle 133.03^\circ$	$0.75 \angle 86.41^\circ$	$23.56 \angle 69.01^\circ$

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp điều hòa tương đương

2. Phương pháp dò phức:

❖ Bảng kết quả dò:

$$X_n^{k+1} = X_n^k + (F - F^k) \cdot \frac{X_n^k - X_n^{k-1}}{F^k - F^{k-1}}$$

n	\dot{I}_L	\dot{U}_L	\dot{U}_{R2}	\dot{U}_C	\dot{I}_C	\dot{I}_{R1}	$\dot{E}_{1\text{tính}}$
1	0.5 0°	4.5 90°	5 0°	6.73 41.99°	0.67 131.99°	0.5 84.06°	15.71 67.39°
2	0.75 0°	7 90°	7.5 0°	10.26 43.03°	1.03 133.03°	0.75 86.41°	23.56 69.01°
3	0.64 0°	5.9 90°	6.4 0°	8.7 42.67°	0.87 132.67°	0.64 85.53°	20.11 68.41°

❖ Áp dụng công thức nội suy tuyến tính:

$$|\dot{I}_L| = 0,5 + (20 - 15,71) \frac{0,5 - 0,75}{15,71 - 23,56} = 0,64 \quad |\dot{U}_L| = 4,5 + (0,64 - 0,5) \frac{7 - 4,5}{0,75 - 0,5} = 5,9$$

❖ Công suất phát của nguồn:

$$P_{E_1} = \text{Re}(\dot{E}_1 \cdot \dot{I}_{R1}^*) = \text{Re}(20,11 \angle 68,41^\circ \cdot 0,64 \angle -85,53^\circ) = 12,30(\text{W})$$

❖ Công suất tiêu tán trên điện trở:

$$P_{R_1} = R_1 |\dot{I}_{R1}|^2 = 20 \cdot 0,64^2 = 8,19(\text{W}) \quad P_{R_2} = R_2 |\dot{I}_{R2}|^2 = 10 \cdot 0,64^2 = 4,10(\text{W})$$



Chương 3: Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp đồ thị với giá trị tức thời.

III. Phương pháp cân bằng điều hòa.

IV. Phương pháp điều hòa tương đương.

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc.

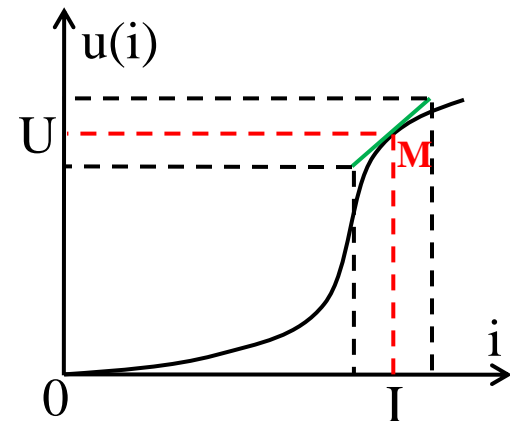
V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

1. Khái niệm:

- Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc là phương pháp tìm cách thay thế đặc tính phi tuyến của một phần tử phi tuyến bằng đoạn thẳng tuyến tính tại điểm làm việc của phần tử phi tuyến đó.
- Quá trình tuyến tính hóa đặc tính phi tuyến tại điểm làm việc phải đảm bảo sai số giữa đường cong phi tuyến và đường thẳng tuyến tính luôn nhỏ hơn sai số yêu cầu:

$$\delta_k < \gamma_{y.c}$$

- Sau khi tuyến tính hóa, tại vị trí điểm làm việc M, mạch phi tuyến được xét như một mạch tuyến tính.



V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

2. Nội dung

- Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc thường được sử dụng giải mạch phi tuyến có nguồn kích thích chu kỳ (1 chiều + xoay chiều điều hòa các tần số) trong đó thành phần 1 chiều có biên độ lớn hơn nhiều so với thành phần điều hòa.
 - ❖ Xét thành phần *1 chiều* : Tìm *điểm làm việc* của mạch.
 - ❖ Xét *thành phần điều hòa*:
 - ☐ Gây ra *dao động nhỏ xung quanh điểm làm việc*.
 - ☐ Thay thế phần tử phi tuyến bằng **hệ số động K_d** .
 - ☐ Xét và giải mạch tuyến tính.
 - ❖ Tổng hợp nghiệm.

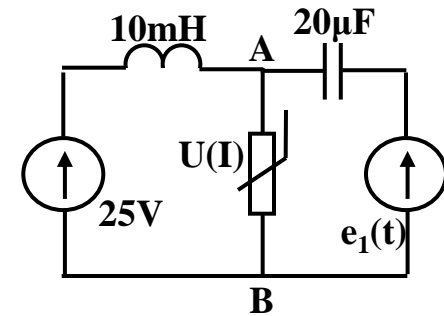
Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Ví dụ 3.8: Cho mạch điện biết $e_1(t) = \sqrt{2} \sin 10^3 t (V)$. Điện trở phi tuyến có đặc tính $U(I)$ như hình vẽ. Tính dòng điện qua nhánh không nguồn.

Giải:

➤ **Xét thành phần 1 chiều:** $U(I) = 25V \rightarrow$ dùng phương pháp đồ thị xác định được điểm làm việc $M(0,14A ; 25V)$.

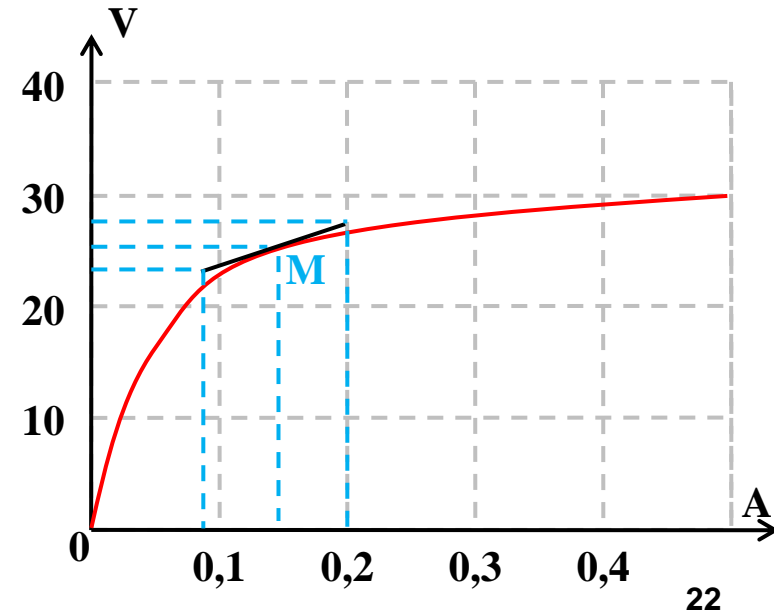


➤ **Xét thành phần xoay chiều:**

➤ Kẻ tiếp tuyến của đặc tính tại điểm làm việc M

➤ Thay điện trở phi tuyến bằng hệ số động R_d

$$R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{27 - 22}{0,2 - 0,09} \approx 46\Omega$$



V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Giải:

➤ Xét thành phần xoay chiều:

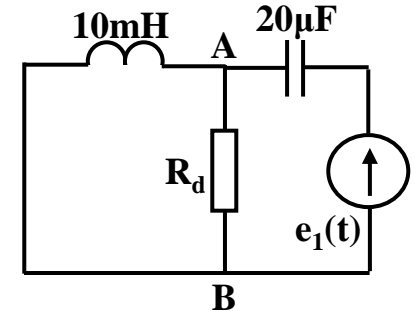
❖ Tính dòng điện trong các nhánh

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_1}{Z_C + \frac{R_d \cdot Z_L}{R_d + Z_L}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{2,0758 - j \cdot 40,4513} = 0,0013 + j \cdot 0,0247 (A)$$

$$\dot{I}_R = \frac{Z_L}{R + Z_L} \dot{I}_C = \frac{-0,0051 + j \cdot 0,0014}{0,0052 \angle 165^\circ} (A)$$

➤ Tổng hợp nghiệm:

$$i_R(t) = i_0 + i_1(t) = 0,14 + 0,0052 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10^3 t + 165^\circ) (A)$$

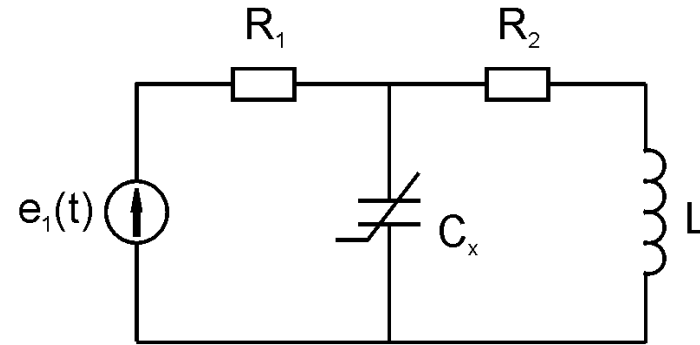


V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Ví dụ 3.9: Cho mạch điện biết $e_1(t) = 50 + 2\sin 5.t(V)$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $L = 0.1H$, tụ điện phi tuyến C_x có đặc tính $q = 10^{-3}u + 10^{-5}u^3$. Tính công suất trên R_1 , R_2 .

Giải:

➤ Xét thành phần 1 chiều: $E_{10} = 50V$



$$I_1 = \frac{E_{10}}{R_1 + R_2} = \frac{50}{25} = 2(A) \quad \rightarrow \text{Điểm làm việc của } C_x : U_C = U_{R_2} = R_2 I_1 = 30(V)$$

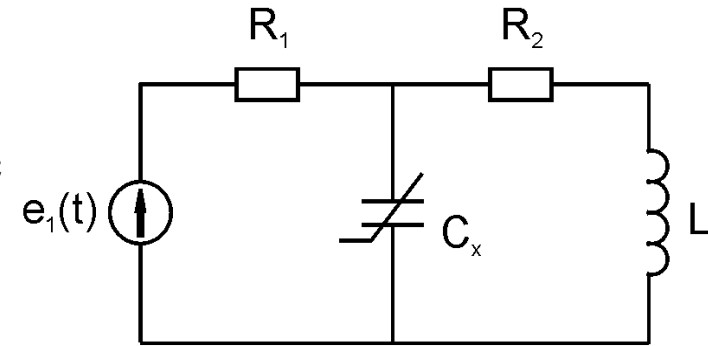
Tuyến tính hóa tụ phi tuyến bằng hệ số động:

$$C_d = q'(u)|_{u=30} = \left(10^{-3} + 10^{-5} \cdot 3u^2\right)|_{u=30} = 0,028(F)$$

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Ví dụ 3.9: Cho mạch điện biết $e_1(t) = 50 + 2 \sin 5.t(V)$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $L = 0.1H$, tụ điện phi tuyến C_x có đặc tính $q = 10^{-3}u + 10^{-5}u^3$. Tính công suất trên R_1 , R_2 .



Giải:

➤ Xét thành phần xoay chiều: $\dot{E}_{11} = \sqrt{2} \angle 0^\circ V$

$$Z_L = j\omega L = j.5.0,1 = j0,5\Omega \quad ; \quad Z_{C_d} = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{5.0,028} = -j7,14\Omega$$

$$Z_{td} = R_1 + [Z_{C_d} // (R_2 + Z_L)] = 14,12 \angle -24,61^\circ \Omega$$

$$\rightarrow \dot{I}_{R1} = \frac{\dot{E}_{11}}{Z_{td}} = 0,1 \angle 24,61^\circ A \quad \rightarrow \dot{I}_{R2} = \frac{Z_{C_d}}{Z_{C_d} + R_2 + Z_L} \dot{I}_{R1} = 0,044 \angle -41,51^\circ A$$

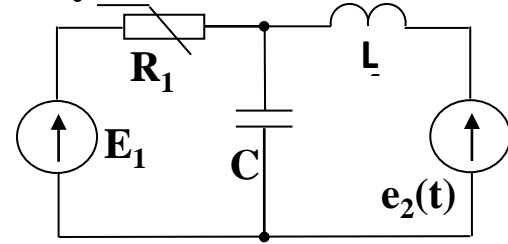
$$P_{R_1} = 10.2^2 + 10.0,1^2 = 40,10(W)$$

$$P_{R_2} = 15.2^2 + 15.0,044^2 = 60,03(W)$$

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Ví dụ 3.10: Cho mạch phi tuyến ở chế độ xác lập điều hòa. Biết $E_1 = 15V$ (1 chiều), $C = 20\mu F$, $L = 20mH$, $e_2(t) = 2\sqrt{2} \sin 1000t(V)$, điện trở phi tuyến có đặc tính cho trong bảng. Tính áp $u_C(t)$ và công suất của nguồn.



I(A)	0	0.4	1.6	2	2.5	3
U(V)	0	13.5	16.5	20	22	23

Giải:

➤ Xét thành phần 1 chiều:

Đoạn chứa điểm làm việc: $(0.4A ; 13.5V) - (1.6A ; 16.5V)$

$$I = 1.6 + (15 - 16.5) \cdot \frac{1.6 - 0.4}{16.5 - 13.5} = 1(A) \rightarrow \text{Điểm làm việc: } (1A ; 15V)$$

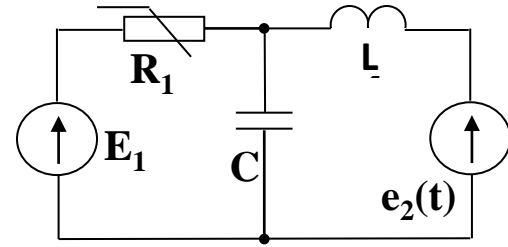
Tuyến tính hóa điện trở phi tuyến bằng hệ số động:

$$R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{16.5 - 13.5}{1.6 - 0.4} = 2.5\Omega$$

Chương 3 : Chế độ xác lập dao động trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc

Ví dụ 3.10: Cho mạch phi tuyến ở chế độ xác lập điều hòa. Biết $E_1 = 15V$ (1 chiều), $C = 20\mu F$, $L = 20mH$, $e_2(t) = 2\sqrt{2}\sin 1000t(V)$, điện trở phi tuyến có đặc tính cho trong bảng. Tính áp $u_C(t)$ và công suất của nguồn.



I(A)	0	0.4	1.6	2	2.5	3
U(V)	0	13.5	16.5	20	22	23

Giải:

➤ Xét thành phần xoay chiều:

$$\dot{U}_C = \frac{\frac{\dot{E}_2}{Z_L}}{\frac{1}{R_d} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}} = 0.2493 \angle -85.7212^\circ$$

Vậy áp $u_C(t)$ là:

$$u_C(t) = 0.2493\sqrt{2} \cdot \sin(1000t - 85.7212^\circ)(V)$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}_2}{Z_L + (R_d // Z_C)} = 0.1 \angle -82.8678^\circ$$

Công suất nguồn 1 chiều:

$$P_{E1} = 15.1 = 15W$$

$$\text{Công suất nguồn xoay chiều: } P_{E2} = \text{Re}(\dot{E}_2^* \cdot \dot{I}_L) = 0.0249(W)$$



Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

III. Phương pháp sai phân liên tiếp.

IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).

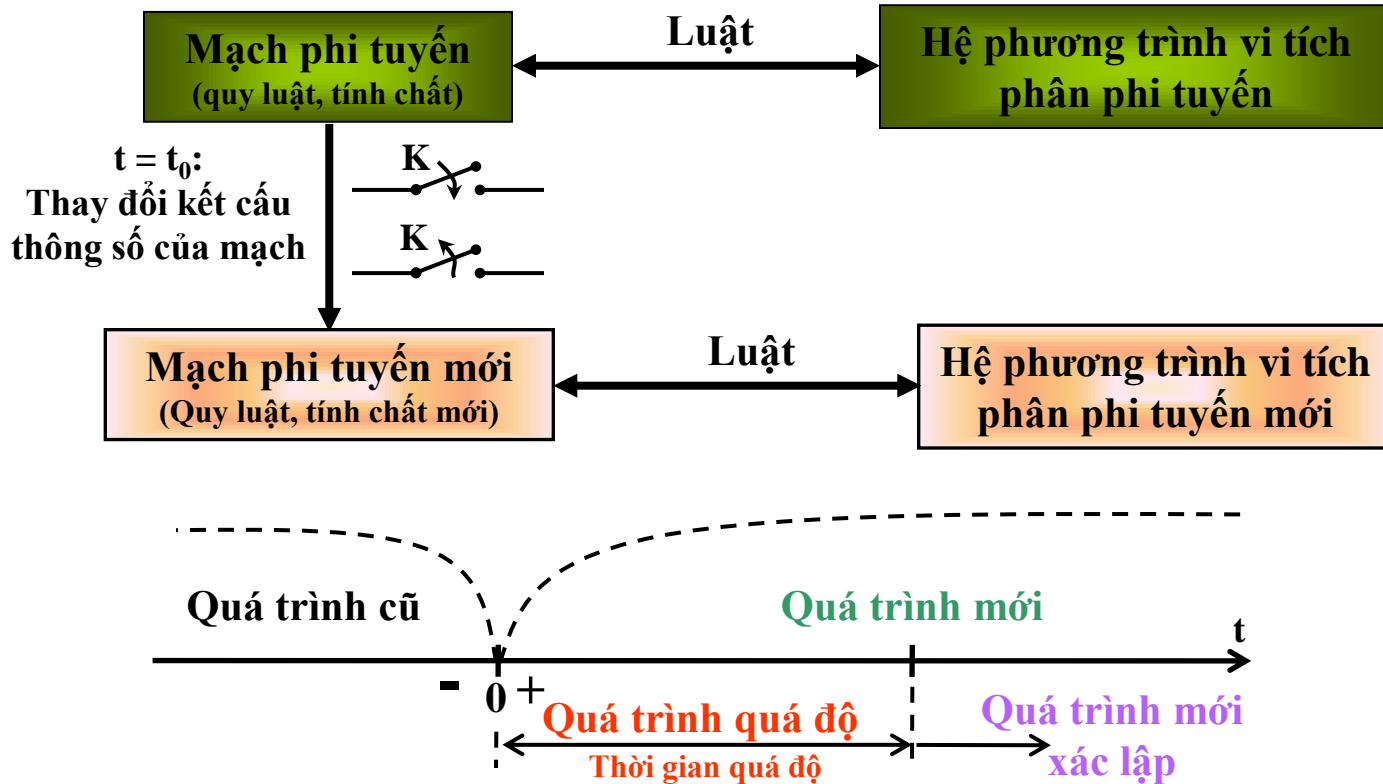
V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.

Bài tập: 2, 3, 7, 13 + bài thêm.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

I. Khái niệm chung

- Mạch phi tuyến được mô tả bởi những hệ phương trình vi tích phân phi tuyến trong miền thời gian.



- Động tác đóng mở kết thúc một quá trình cũ và khởi đầu một quá trình quá độ hiện hành.
- Quá trình quá độ của hệ thống nghiệm đúng hệ phương trình mới, khởi đầu từ thời điểm $t = 0^+$.



Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

III. Phương pháp sai phân liên tiếp.

IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

- **Nội dung:** Được sử dụng để giải các bài toán quá độ của mạch phi tuyến (tính phi tuyến ít) có phương trình mô tả dạng:

$$f(x, x', x'', \dots, t) = \mu \cdot \varphi(x, x', \dots) \quad (*)$$

trong đó: $f(x, x', x'', \dots)$ là những số hạng tuyến tính.

$\mu \cdot \varphi(x, x', \dots)$ là số hạng phi tuyến (ít \rightarrow đủ nhỏ so với số hạng tuyến tính).

➤ **Phương pháp:**

- ❖ Tìm nghiệm của phương trình tuyến tính cốt yếu: $f(x, x', x'', \dots, t) = 0 \rightarrow x_0(t)$.
- ❖ Đặt nghiệm của phương trình (*) dưới dạng các hàm hiệu chỉnh (*số hàm hiệu chỉnh được đặt tùy theo độ chính xác yêu cầu*):

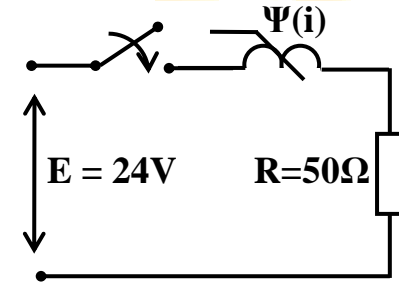
$$x(t) = x_0(t) + \mu \cdot x_1(t) + \mu^2 \cdot x_2(t) + \dots$$

- ❖ Thay vào phương trình (*) và cân bằng theo bậc của μ để tìm các hàm hiệu chỉnh.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

Ví dụ 4.1: Dùng phương pháp nhiễu loạn tính dòng quá độ với 1 hàm hiệu chỉnh trong cuộn dây lõi thép đóng vào nguồn áp $E = 24V$, biết đặc tính cuộn dây: $\psi(i) = 2.i - 3,75.i^3$, $R = 50\Omega$.



Giải:

➤ Lập phương trình mạch: $50.i + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} = 24 \Leftrightarrow 2.i' + 50.i - 24 = 11,25.i^2.i'$ (*) ($\mu = 11,25$)

➤ Đặt nghiệm gần đúng với 1 hàm hiệu chỉnh: $i(t) = i_0(t) + \mu.i_1(t) \rightarrow$
 $i' = i_0' + \mu.i_1'$
 $i^2 = i_0^2 + \mu^2.i_1^2 + 2.\mu.i_0.i_1$

➤ Thay vào (*):

$$2.i_0' + 2.\mu.i_1' + 50.i_0 + 50.\mu.i_1 - 24 = \mu.(i_0^2 + \mu^2.i_1^2 + 2.\mu.i_0.i_1)(i_0' + \mu.i_1')$$

$$\rightarrow (2.i_0' + 50.i_0 - 24) + \mu.(2.i_1' + 50.i_1 - i_0^2.i_0') + \mu^2.(...) + \mu^3.(...) = 0$$

➤ Cân bằng theo bậc của μ :

❖ μ bậc 0 (phương trình tuyến tính suy biến)

❖ μ bậc 1:

Cơ sở kỹ thuật điện 2 $2.i_0' + 50.i_0 - 24 = 0$

$$2.i_1' + 50.i_1 - i_0^2.i_0' = 0$$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

➤ Xét phương trình tuyến tính suy biến: $2.i_0' + 50.i_0 - 24 = 0$

❖ Sơ kiện: $i(0) = 0$; Nghiệm xác lập: $i = 24/50 = 0,48(A)$

❖ Phương trình đặc trưng: $2.p + 50 = 0 \rightarrow p = -25$

❖ Nghiệm là : $i_0(t) = 0,48.(1 - e^{-25.t}) (A) = I_0.(1 - e^{-\alpha.t}) (A) \rightarrow$
 $i_0^2 = I_0^2.(1 - 2.e^{-\alpha.t} + e^{-2.\alpha.t})$
 $i_0' = \alpha.I_0.e^{-\alpha.t}$

➤ Xét phương trình μ bậc 1: $2.i_1' + 50.i_1 - i_0^2.i_0' = 0$

❖ Thay vào ta có: $2.i_1' + 50.i_1 = \alpha.I_0^3.(e^{-\alpha.t} - 2.e^{-2.\alpha.t} + e^{-3.\alpha.t})$

❖ Chuyển sang miền ảnh Laplace: $2(p + \alpha).I_1(p) = \alpha.I_0^3.(\frac{1}{p + \alpha} - \frac{2}{p + 2.\alpha} + \frac{1}{p + 3.\alpha})$

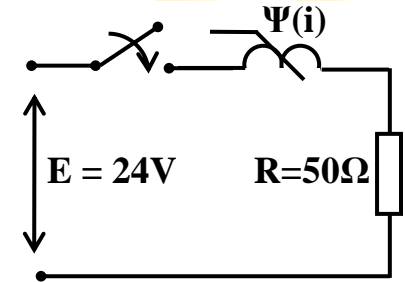
$$\rightarrow I_1(p) = \frac{\alpha.I_0^3}{2} \cdot \left[\frac{1}{(p + \alpha)^2} - \frac{2}{(p + 2.\alpha).(p + \alpha)} + \frac{1}{(p + 3.\alpha).(p + \alpha)} \right]$$

➤ Tra bảng Ảnh - Gốc (dùng công thức Hevixaide):

$$i_1(t) = 0,0555. \left[(25.t - 1,5).e^{-25.t} + 2.e^{-50.t} - 0,5.e^{-75.t} \right]$$

➤ Vậy nghiệm của bài toán là:

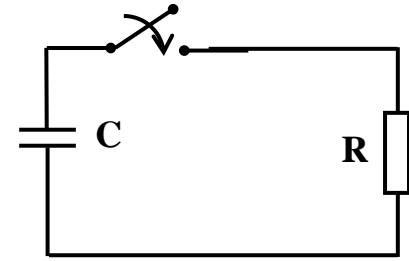
$$i(t) = 0,48.(1 - e^{-25.t}) + 0,625. \left[(25.t - 1,5).e^{-25.t} + 2.e^{-50.t} - 0,5.e^{-75.t} \right]$$



Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

Ví dụ 4.2: Dùng phương pháp nhiễu với 1 hàm hiệu chỉnh tính quá trình điện tích khi 1 tụ phi tuyến phóng điện qua 1 điện trở R . Biết sơ kiện $q(0) = Q$ và đặc tính phi tuyến của tụ $u_C(q) = q/C_0 + \alpha q^3$ ($\alpha > 0$)



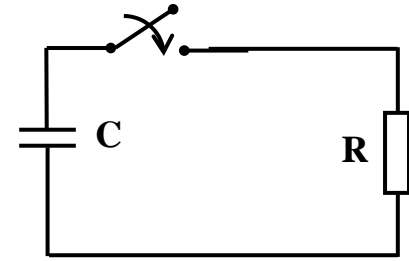
Giải:

- Lập phương trình: $u_C + u_R = 0 \rightarrow \frac{1}{C_0} q + \alpha q^3 + Rq' = 0 \rightarrow Rq' + \frac{1}{C_0} q = -\alpha q^3 = \mu q^3 (*)$
- Đặt nghiệm với 1 hàm hiệu chỉnh: $q(t) = q_0(t) + \mu \cdot q_1(t) \rightarrow q' = q'_0 + \mu \cdot q'_1$
- Thay vào (*): $R(q'_0 + \mu q'_1) + \frac{1}{C_0}(q_0 + \mu q_1) = \mu(q_0 + \mu q_1)^3$
- Cân bằng theo bậc của μ :
 - ❖ μ bậc 0 (phương trình tuyến tính suy biến): $2 \cdot q'_0 + \frac{1}{C_0} \cdot q_0 = 0$
 - ❖ μ bậc 1: $R \cdot q'_1 + \frac{1}{C_0} q_1 = q_0^3$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

Ví dụ 4.2: Dùng phương pháp nhiễu với 1 hàm hiệu chỉnh tính quá trình điện tích khi 1 tụ phi tuyến phóng điện qua 1 điện trở R . Biết sơ kiện $q(0) = Q$ và đặc tính phi tuyến của tụ $u_C(q) = q/C_0 + \alpha q^3$ ($\alpha > 0$)



Giải:

- Xét phương trình tuyến tính suy biến: $2q_0' + \frac{1}{C_0} q_0 = 0$
 - ❖ Phương trình đặc trưng: $Rp + \frac{1}{C_0} = 0 \rightarrow p = -\frac{1}{RC_0} = -\beta \rightarrow q_{0\text{ td}} = Ae^{-\beta t}$
 - ❖ Nghiệm quá độ: $q_{0\text{ qđ}} = q_{0\text{ xl}} + q_{0\text{ td}} = Ae^{-\beta t} \xrightarrow[\substack{\text{Sơ kiện} \\ q(0) = Q_0}]{\text{Sơ kiện}} q_{0\text{ qđ}} = Q_0 \cdot e^{-\beta t}$
- Xét phương trình μ bậc 1: $q_1' + \beta q_1 = \frac{Q_0^3}{R} e^{-3\beta t} \xrightarrow{\text{Laplace}} (p + \beta)Q_1(p) = \frac{Q_0^3}{R} \frac{1}{p + 3\beta}$

$$\rightarrow Q_1(p) = \frac{Q_0^3}{R(p + 3\beta)(p + \beta)} \xrightarrow{\text{Hevixaide}} q_1(t) = \frac{Q_0^3}{2\beta R} (e^{-\beta t} - e^{-3\beta t})$$

$$\rightarrow q' = q_0' + \mu \cdot q_1' = Q_0 e^{-\beta t} + \frac{\alpha C_0 Q_0^3}{2} e^{-\beta t} - \frac{\alpha C_0 Q_0^3}{2} e^{-3\beta t}$$



Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

III. Phương pháp sai phân liên tiếp.

IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

III. Phương pháp sai phân liên tiếp

- Là phương pháp gần đúng tính bằng số dùng sai phân hóa để giải bài toán vi tích phân thời gian của các hệ thống phi tuyến và tuyến tính.
- Sai phân hóa là thay thế gần đúng những vi phân của biến thời gian t của ẩn x bằng những vi phân của chúng.
- Phương pháp sai phân liên tiếp chuyển hệ phương trình vi phân thành hệ sai phân gần đúng và dùng phương pháp số để tìm dần từng bước nghiệm gần đúng:

- ❖ Chia trục thời gian t thành những bước $h = \Delta t$.

$$t_0 = 0 ; t_1 = \Delta t ; t_2 = 2.\Delta t ; \dots ; t_k = k.\Delta t$$

- ❖ Sai phân hóa:

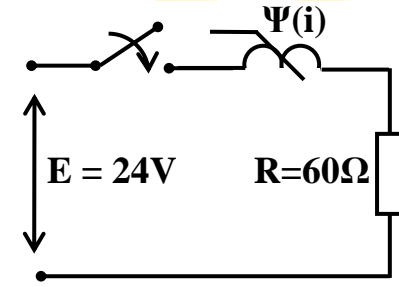
$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} \approx \frac{x_{k+2} - 2.x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

- ❖ Sai phân hóa hệ phương trình mạch bằng những biểu thức sai phân \rightarrow thu được một hệ sai phân liên hệ trị x_k ở các bước thời gian liên tiếp \rightarrow biết $x_k \rightarrow$ tính được giá trị x_{k+1}

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp sai phân liên tiếp

Ví dụ 4.3: Dùng phương pháp sai phân tính dòng quá độ khi đóng nguồn hằng $E = 24V$ vào mạch gồm cuộn dây có đặc tính $\psi(i) = 1,75i - 2,8.i^3$, mắc nối tiếp với điện trở $R = 60\Omega$.



➤ Lập phương trình mạch: $60.i + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} = 24 \Leftrightarrow 60.i + (1,75 - 8,4.i^2).i' = 24$

➤ Sai phân hóa phương trình mạch: $60.i_k + (1,75 - 8,4.i_k^2) \cdot \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = 24$

$$\rightarrow i_{k+1} = \frac{(24 - 60.i_k).h}{1,75 - 8,4.i_k^2} + i_k$$

➤ Tính bước sai phân: Xét phương trình tuyến tính suy biến:

$$1,75.i' + 60i = 24 \rightarrow 1,75.p + 60 = 0 \rightarrow p = -34,3 \rightarrow \tau = \frac{1}{|p|} = 0,03s \rightarrow h = \frac{1}{10} \cdot 3 \cdot \tau \approx 10ms$$

➤ Nghiệm xác lập: $i_{xl} = \frac{24}{60} = 0,4(A)$

➤ Bảng kết quả:

t(ms)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
i(A)	0	0,14	0,24	0,32	0,37	0,4	0,4	0,4	0,4

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp sai phân liên tiếp

Ví dụ 4.4: Cho mạch điện, biết $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $C = 100\mu F$, $E = 40V$, cuộn dây phi tuyến có đặc tính $\psi(i) = 1,75i - 2,8.i^3$. Tính 10 giá trị đầu tiên của dòng quá độ trên tụ C (cho $h = 10ms$)

Giải:

➤ Biến đổi mạch: $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 17,14\Omega$ $E_{12} = \frac{E}{R_1 + R_2} R_2 = 22,86V$

➤ Lập phương trình mạch: $u_{R12} + u_L + u_C = E_{12}$

$$\rightarrow R_{12}i + \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = R_{12}i + (1,75 - 8,4i^2) \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = E_{12}$$

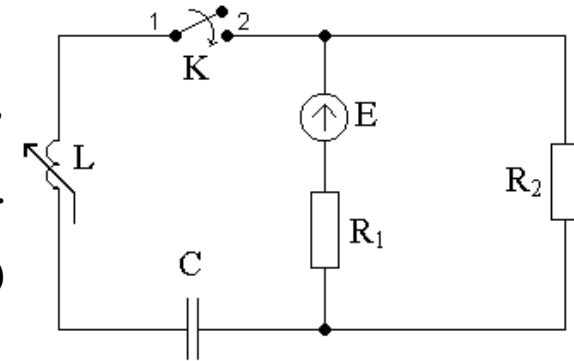
➤ Đạo hàm 2 vế của phương trình: $R_{12}i' - 16,8i(i')^2 + (1,75 - 8,4i^2)i'' + \frac{i}{C} = 0$

$$\rightarrow 17,14i' - 16,8i(i')^2 + (1,75 - 8,4i^2)i'' + \frac{i}{10^{-4}} = 0$$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp sai phân liên tiếp

Ví dụ 4.4: Cho mạch điện, biết $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $C = 100\mu F$, $E = 40V$, cuộn dây phi tuyến có đặc tính $\psi(i) = 1,75i - 2,8.i^3$.
 Tính 10 giá trị đầu tiên của dòng quá độ trên tụ C (cho $h = 10ms$)



Giải:

➤ Sai phân hóa:

$$17,14 \frac{i_{k+1} - i_k}{h} - 16,8 i_k \left(\frac{i_{k+1} - i_k}{h} \right)^2 + (1,75 - 8,4 i_k^2) \frac{i_{k+2} - 2i_{k+1} + i_k}{h^2} + \frac{i_k}{10^{-4}} = 0$$

$$\rightarrow i_{k+2} = 2i_{k+1} - i_k - \frac{h^2 i_k + 17,14 \cdot 10^{-4} h (i_{k+1} - i_k) - 16,8 \cdot 10^{-4} i_k (i_{k+1} - i_k)^2}{10^{-4} (1,75 - 8,4 i_k^2)}$$

➤ Tính sơ kiện: $i_0 = i(0) = 0$; $u_C(0) = 0$ $i'(0) \approx \frac{i_1 - i_0}{h} = \frac{i_1 - i(0)}{h} \rightarrow i_1 = i(0) + h i'(0)$

Phương trình mạch ở chế độ mới:

$$R_{12} i + (1,75 - 8,4 i^2) i'(t) + u_C(t) = E_{12} \rightarrow 17,14 i(0) + [1,75 - 8,4 i^2(0)] i'(0) + u_C(0) = 22,86$$

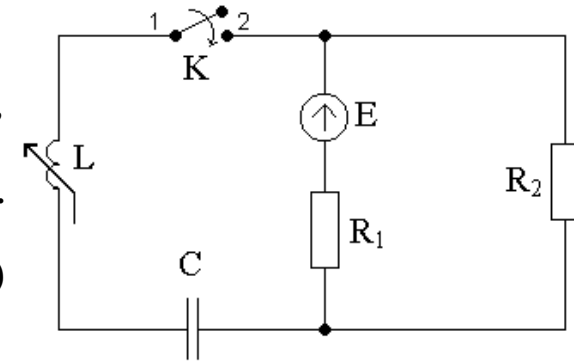
$$\rightarrow i'(0) = 13,06(A/s) \rightarrow i_1 = i(0) + h i'(0) = 13.06h$$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

IV. Phương pháp sai phân liên tiếp

Ví dụ 4.4: Cho mạch điện, biết $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $C = 100\mu F$, $E = 40V$, cuộn dây phi tuyến có đặc tính $\psi(i) = 1,75i - 2,8.i^3$.
 Tính 10 giá trị đầu tiên của dòng quá độ trên tụ C (cho $h = 10ms$)

Giải:



➤ Phương trình sai phân:

$$\rightarrow i_{k+2} = 2i_{k+1} - i_k - \frac{h^2 i_k + 17,14.10^{-4} h(i_{k+1} - i_k) - 16,8.10^{-4} i_k (i_{k+1} - i_k)^2}{10^{-4} (1,75 - 8,4i_k^2)}$$

$$i_0 = 0$$

➤ Bảng kết quả: $i_1 = 13.06h$

t(ms)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
i(A)	0	0,0131	0,0260	0,0387	0,0513	0,0635	0,0754	0,0869	0,0979	0,1084



Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

III. Phương pháp sai phân liên tiếp.

IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp biên pha biến thiên chậm

➤ Nội dung:

- ❖ Phương pháp biên pha biến thiên chậm (phương pháp biến thiên hệ số tích phân) thường được dùng để xét bài toán mạch phi tuyến Kirchoff cấp 2 với chế độ tự dao động phi tuyến:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \mu f(x, \dot{x}) = 0$$

- ❖ Nghiệm của phương trình xét có tính dao động, nhưng do tính chất phi tuyến nên dao động **rất gần với điều hòa** → được biểu diễn toán học bằng các hàm điều hòa có **biên độ** và **góc pha biến thiên**.

$$x(t) = A(t) \cdot \cos[\omega_0 t + \theta(t)] = B(t) \cdot \cos \omega_0 t + C(t) \sin \omega_0 t$$

- ❖ Với những dao động gần với điều hòa, các cặp $A(t)$, $\theta(t)$ hay $B(t)$, $C(t)$ sẽ biến thiên chậm: $\frac{dA(t)}{dt} = \dot{A}(t)$ và $\frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$ đủ nhỏ → gia tốc và lũy thừa của tốc độ rất nhỏ, có thể bỏ qua.

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp biên pha biến thiên chậm

➤ Nội dung:

- ❖ Do nghiệm của bài toán rất gần với điều hòa \rightarrow có thể coi nghiệm $x(t)$ chuyển dần từ nghiệm dao động điều hòa $x_0(t)$ của phương trình dao động tuyến tính suy biến:

$$x_0(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

- ❖ Nghiệm $x(t)$ của bài toán sẽ có dạng:

$$x(t) = \left[A_0 + \int_0^t \dot{A}(t) dt \right] \cdot \cos \left[\omega_0 t + \theta_0 + \int_0^t \dot{\theta}(t) dt \right] = A(t) \cdot \cos \psi(t)$$

- ❖ Vậy ta có:

$$\dot{x} = \dot{A} \cdot \cos \psi - A \cdot (\omega_0 + \dot{\theta}) \cdot \sin \psi \xrightarrow[\text{hạng nhỏ}]{\text{Bỏ qua những số}} \dot{x} \approx -\omega_0 \cdot A \cdot \sin \psi$$

$$\ddot{x} = \ddot{A} \cdot \cos \psi - \dot{A} \cdot (\omega_0 + \dot{\theta}) \cdot \sin \psi - \ddot{\theta} \cdot A \cdot \sin \psi - (\omega_0 + \dot{\theta}) \cdot \dot{A} \cdot \sin \psi - (\omega_0 + \dot{\theta})^2 \cdot A \cdot \cos \psi$$

$$\xrightarrow[\text{hạng nhỏ}]{\text{Bỏ qua những số}} \ddot{x} \approx -2 \cdot \omega_0 \cdot \dot{A} \cdot \sin \psi - (\omega_0^2 + 2 \cdot \omega_0 \cdot \dot{\theta}) \cdot A \cdot \cos \psi$$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp biên pha biến thiên chậm

Ví dụ 4.5: Cho phương trình Vanderpol $\ddot{x} + x - \mu.(1 + x^2).\dot{x} = 0$ (*)

Sơ kiện $x(0) = X_0$ và $\dot{x}(0) = 0$

➤ Phân tích phương trình: $\underbrace{\ddot{x} + x}_{\text{tuyến tính}} - \underbrace{\mu.(1 + x^2).\dot{x}}_{\text{phi tuyến}} = 0$

➤ Xét phương trình tuyến tính: $\ddot{x} + x = 0 \rightarrow$ đa thức đặc trưng $p^2 + 1 = 0 \rightarrow p = \pm j$

\rightarrow Nghiệm: $x_0(t) = A_0.\cos(t + \varphi_0) \rightarrow dx_0/dt = -A_0.\sin(t + \varphi_0)$

Xét tại $t = 0$: $\begin{cases} X_0 = A_0.\cos \varphi_0 \\ 0 = -A_0.\sin \varphi_0 \end{cases} \rightarrow x_0(t) = X_0.\cos(t)$

➤ Nghiệm của phương trình (*) là: $x(t) = \left[X_0 + \int_0^t \dot{A} dt \right] . \cos \left[t + \int_0^t \dot{\theta} dt \right] = A(t). \cos \psi(t)$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp biên pha biến thiên chậm

Ví dụ 4.5:

- Thay vào phương trình (*):

$$-2.\dot{A}.\sin\psi - (1 + 2.\dot{\theta}).A.\cos\psi + A.\cos\psi + \mu.(1 + A^2.\cos^2\psi).A.\sin\psi = 0$$

- Biến đổi lượng giác:

$$-2.\dot{A}.\sin\psi - 2.\dot{\theta}.A.\cos\psi = -\mu.A.\sin\psi + \frac{\mu.A^3}{4}\sin\psi + \frac{\mu.A^3}{4}.\sin 2\psi$$

- Cân bằng các điều hòa cùng cấp:

$$\begin{cases} -2.\dot{A} = \frac{\mu.A^3}{4} - \mu.A \\ 2.\dot{\theta}.A = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{A} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\mu.A^3}{4} - \mu.A\right) \\ \dot{\theta} = 0 \quad \text{do } A \neq 0 \end{cases}$$

- Vậy nghiệm là:

$$x(t) = \left[X_0 - \int_0^t \frac{1}{2} \left(\frac{\mu.A^3}{4} - \mu.A \right) dt \right] \cos t$$



Chương 4: Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến.

I. Khái niệm chung.

II. Phương pháp tham số bé (nhiều loạn).

III. Phương pháp sai phân liên tiếp.

IV. Phương pháp biên pha biến thiên chậm (hệ số tích phân).

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn.

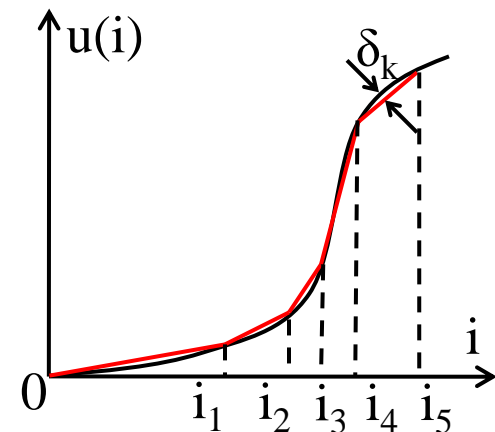
Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

- Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn là phương pháp tìm cách thay thế từng đoạn đặc tính làm việc của một phần tử phi tuyến bằng nhiều đoạn thẳng tuyến tính
- Quá trình tuyến tính hóa từng đoạn đặc tính làm việc phải đảm bảo sai số giữa đường cong phi tuyến và đường thẳng tuyến tính luôn nhỏ hơn sai số yêu cầu:

$$\delta_k < \gamma_{y.c}$$

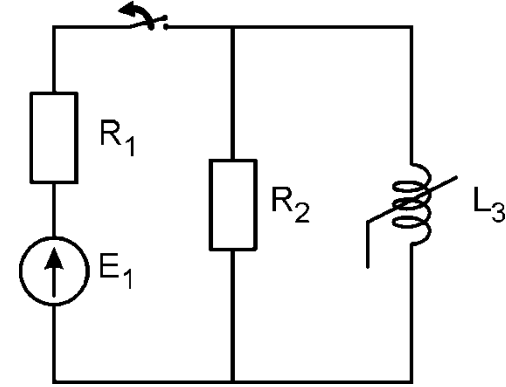
- Sau khi tuyến tính hóa, trong mỗi khoảng tuyến tính hóa, mạch phi tuyến được xét như một mạch tuyến tính.



Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

Ví dụ 4.6: Cho mạch điện phi tuyến. Tại $t = 0$, khóa mở ra. Sử dụng phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn, tính dòng qua cuộn dây phi tuyến trong quá trình quá độ. Biết $E_1 = 12V$ (một chiều), $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, cuộn dây phi tuyến có đặc tính cho theo bảng.



$\Psi(I)$	0	2	3
I	0	1	3

Giải:

- Sơ kiện: $i_L(-0) = \frac{E_1}{R_1} = 2,4A$
- Tại thời điểm bắt đầu quá độ, điểm làm việc của cuộn dây thuộc đoạn $i \in [1, 3] \rightarrow$ cuộn dây có giá trị tương đương cuộn dây tuyến tính:

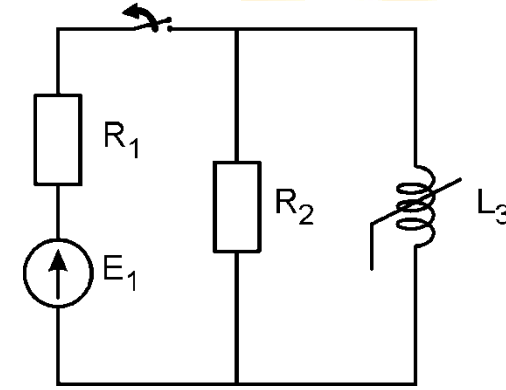
$$L_d = \frac{\Delta \Psi}{\Delta I} = \frac{3-2}{3-1} = 0,5H$$

- Khi đó dòng điện trên cuộn dây phi tuyến là: $i_{L_3}(t) = i_{L_3}(-0).e^{-\frac{R}{L_d}t} = 2,4.e^{-16t}$

Chương 4 : Quá trình quá độ trong mạch phi tuyến

V. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

Ví dụ 4.6: Cho mạch điện phi tuyến. Tại $t = 0$, khóa mở ra. Sử dụng phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn, tính dòng qua cuộn dây phi tuyến trong quá trình quá độ. Biết $E_1 = 12V$ (một chiều), $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, cuộn dây phi tuyến có đặc tính cho theo bảng.



Giải:

- Thời điểm dòng điện cuộn dây giảm về $I = 1(A)$: $t_1 = \frac{\ln(1/2,4)}{-16} = 0,0547(s)$
- Khi đó, điểm làm việc của cuộn dây thuộc đoạn $i \in [0, 1] \rightarrow$ cuộn dây có giá trị tương đương cuộn dây tuyến tính:

$$L_d = \frac{\Delta \Psi}{\Delta I} = \frac{2}{1} = 2H$$

- Khi đó dòng điện trên cuộn dây phi tuyến là: $i_{L_3}(t) = i_{L_3}(-0) \cdot e^{-\frac{R}{L_d}(t-0,0547)} = e^{-4(t-0,0547)}$

- Tổng hợp nghiệm:
$$i_{L_3}(t) = \begin{cases} 2,4 & \text{khi } t \leq 0 \\ 2,4e^{-16t} & \text{khi } 0 \leq t \leq 0,0547 \\ e^{-4(t-0,0547)} & \text{khi } 0,0547 \leq t \end{cases}$$



Chương 5: Lý thuyết về mạch có thông số dải - Đường dây dài đều tuyến tính

- I. Mô hình đường dây dài đều.**
- II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài.**
- III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.**

Bài tập: 1 - 7, 10, 11, 19 - 24 + Bài thêm.



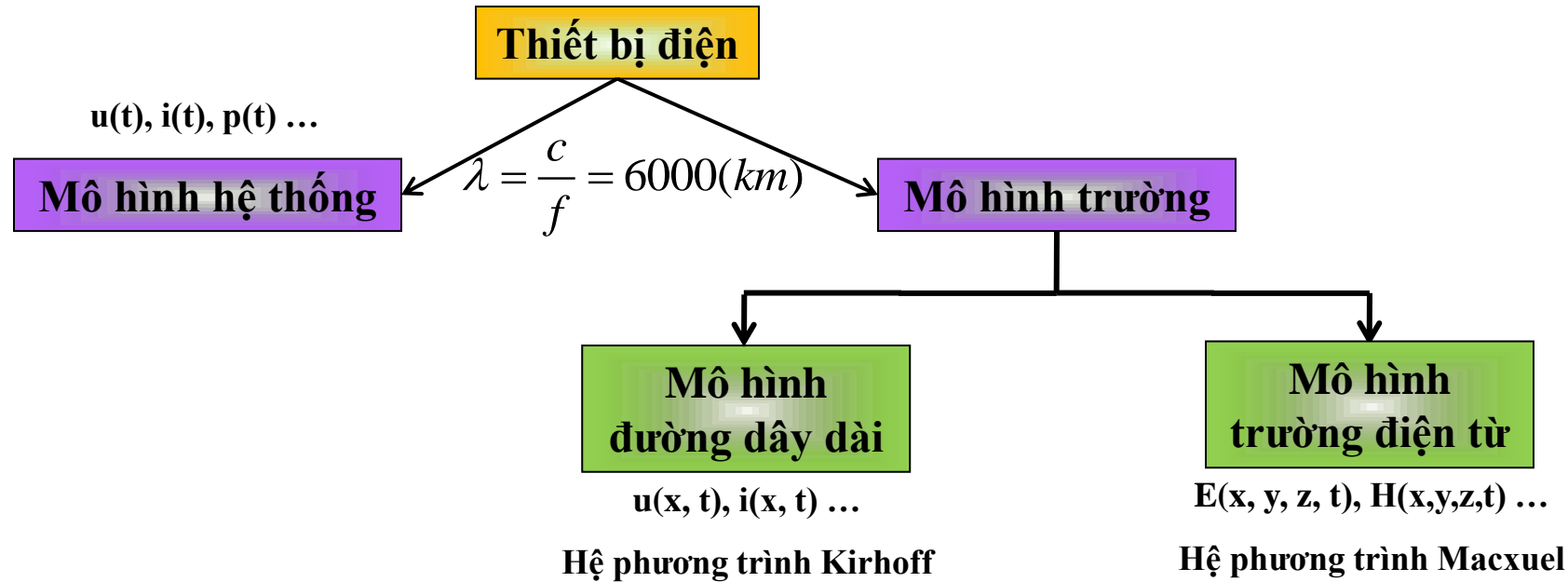
Chương 5: Lý thuyết về mạch có thông số dài - Đường dây dài đều tuyến tính

- I. Mô hình đường dây dài đều.**
- II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài.
- III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

I. Mô hình đường dây dài đều



- Mô hình đường dây dài mô tả những đường dây trên không, cáp có chiều dài so được với độ dài sóng hoặc độ dài xung: $l \sim 1/10$ bước sóng.
- Thời gian truyền sóng điện từ dọc đường dây đủ lớn \rightarrow quá trình dòng điện, điện áp ở hai đầu dây sai khác rõ rệt.
- Không thể mô tả sự phân bố dòng, áp liên tục dọc đường dây bằng một vài phần tử mạch.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

I. Mô hình đường dây dài đều

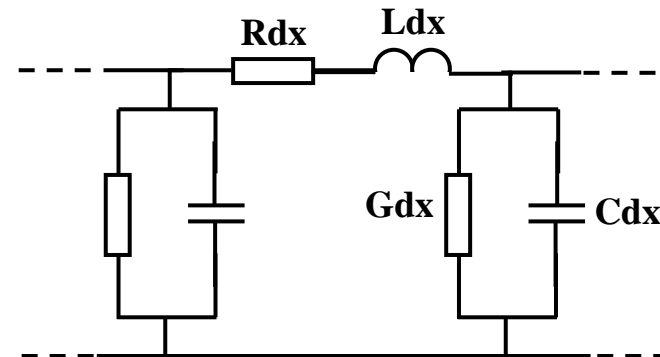
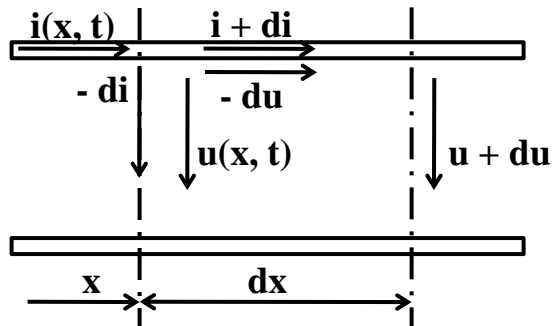
- Trong mô hình đường dây dài: Biến $u(x, t)$, $i(x, t)$ phân bố, truyền dọc đường dây.
- Xét nguyên tố đường dây dx trên đó có cặp $i(x, t)$, $u(x, t)$:

- **Luật Kirchoff 1:** $-di(x, t) = i(x, t) - i(x+dx, t) = di_c(x, t) + di_g(x, t)$

Gọi C và G là điện dung và điện dẫn rò tính cho một vi phân đường dây dx .

$$di_g(x, t) = G \cdot u(x, t) \cdot dx \quad di_c(x, t) = C \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} dx$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + G \cdot u(x, t)$$



Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

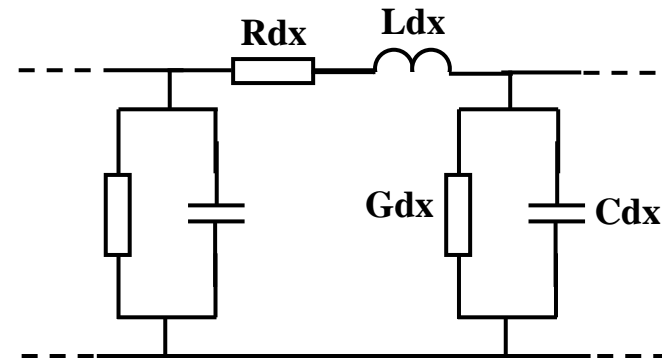
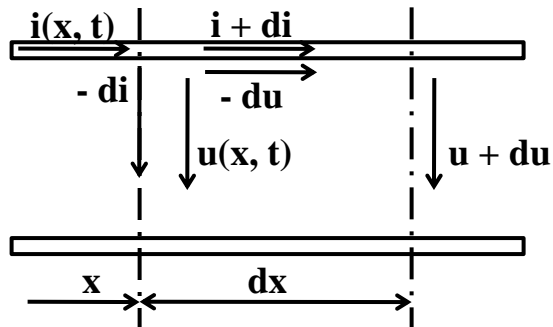
I. Mô hình đường dây dài đều

- **Luật Kirchoff 2:** $-du(x, t) = u(x, t) - u(x+dx, t) = du_L(x, t) + du_R(x, t)$

Gọi L và R là điện cảm và điện trở tính cho một vi phân đường dây dx.

$$du_L(x, t) = L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} dx \quad du_R(x, t) = R.i(x, t)dx$$

$$-\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + R.i(x, t)$$



- Mô hình toán học của đường dây dài:

$$\begin{cases} -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + G.u(x, t) \\ -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + R.i(x, t) \end{cases}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

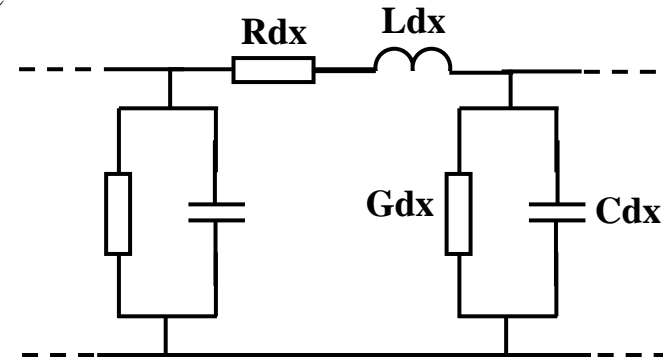
Đường dây dài đều tuyến tính

I. Mô hình đường dây dài đều

➤ Mô hình toán học của đường dây dài:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + R \cdot i(x,t) \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + G \cdot u(x,t) \end{cases}$$

- Hệ phương trình ứng với sơ đồ mạch tạo bởi các phần tử của mạch Kirchoff, nhưng vô cùng nhỏ: Rdx , Ldx , Cdx , Gdx và phân bố rải dọc đường dây.



- Bài toán đường dây dài là bài toán bờ có sơ kiện: Nghiệm được xác định bởi điều kiện bờ hai đầu đường dây ($x = x_1$, $x = x_2$) và sơ kiện tại $t = t_0$.

- **Đường dây dài đều** là mô hình đường dây dài có các thông số cơ bản của đường dây (R , L , C , G) không thay đổi theo không gian và thời gian.

➤ **Đường dây dài đều không tiêu tán:** $R = G = 0 \longrightarrow$

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \end{cases}$$



Chương 5: Lý thuyết về mạch có thông số dài - Đường dây dài đều tuyến tính

I. Mô hình đường dây dài đều.

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài.

- 1. Hiện tượng sóng chạy.**
- 2. Các thông số đặc trưng sự truyền sóng trên đường dây.**
- 3. Hiện tượng méo – Đường dây dài không méo.**
- 4. Hiện tượng phản xạ sóng trên đường dây dài.**
- 5. Sự phân bố áp, dòng dạng hàm lượng giác Hyperbolic.**
- 6. Đường dây dài đều không tiêu tán.**

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

➤ Xét đường dây hệ số hằng có kích thích điều hòa:

➤ Ở chế độ xác lập điều hòa: Trạng thái dòng, áp trên mỗi vi phân đường dây là một hàm điều hòa có **biên – pha tùy thuộc vào x** .

$$\begin{cases} u(x, t) = U(x) \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + \psi_u(x)] \leftrightarrow [U(x), \psi_u(x)] \\ i(x, t) = I(x) \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + \psi_i(x)] \leftrightarrow [I(x), \psi_i(x)] \end{cases}$$

➤ Xét trong miền ảnh phức ta có:

$$\begin{cases} u(x, t) \leftrightarrow U(x) \cdot e^{j\psi_u(x)} = \dot{U}(x) \\ i(x, t) \leftrightarrow I(x) \cdot e^{j\psi_i(x)} = \dot{I}(x) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \leftrightarrow j \cdot \omega \cdot \dot{U}(x) \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \leftrightarrow \frac{d \dot{U}(x)}{dx} \end{cases}$$

➤ Vậy ta có mô hình toán học trong miền ảnh phức:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + R \cdot i(x, t) \\ -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + G \cdot u(x, t) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -\frac{d \dot{U}}{dx} = (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot \dot{I} = Z \cdot \dot{I} \\ -\frac{d \dot{I}}{dx} = (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot \dot{U} = Y \cdot \dot{U} \end{cases} \quad 8$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R + j\omega L) \cdot \dot{I} = Z \cdot \dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G + j\omega C) \cdot \dot{U} = Y \cdot \dot{U} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{hai vế phương trình}]{\text{Đạo hàm theo } x} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = Z \cdot Y \cdot \dot{U} = \gamma^2 \cdot \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = Z \cdot Y \cdot \dot{I} = \gamma^2 \cdot \dot{I} \end{array} \right.$$

Trong đó:

$$Z(j\omega) = R + j\omega L : \text{Tổng trở trên đơn vị dài} \quad \gamma^2 = Z \cdot Y$$

$$Y(j\omega) = G + j\omega C : \text{Tổng dẫn trên đơn vị dài} \quad \gamma = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$$

➤ Phương trình đặc trưng có dạng: $p^2 - \gamma^2 = 0 \rightarrow p = \pm(\alpha + j\beta)$

➤ Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $\dot{U}(x) = \dot{A}_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + \dot{A}_2 \cdot e^{\gamma \cdot x} ; \quad \dot{I}(x) = \dot{B}_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + \dot{B}_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}$

➤ Mặt khác:
$$\dot{I} = -\frac{1}{Z} \frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{Z} \dot{A}_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} - \frac{\gamma}{Z} \dot{A}_2 \cdot e^{\gamma \cdot x} = \frac{\dot{A}_1}{\frac{Z}{\gamma}} \cdot e^{-\gamma \cdot x} - \frac{\dot{A}_2}{\frac{Z}{\gamma}} \cdot e^{\gamma \cdot x}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

➤ Đặt: $Z_c = \frac{Z}{\gamma} = Z_c \cdot e^{j\theta}$ là tổng trở sóng của đường dây.

➤ Vậy ta có:
$$I = \frac{\dot{A}_1}{Z_c} \cdot e^{-\gamma \cdot x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_c} \cdot e^{\gamma \cdot x} = \frac{\dot{A}_1}{|Z_c|} \cdot e^{-\gamma \cdot x - j\theta} - \frac{\dot{A}_2}{|Z_c|} \cdot e^{\gamma \cdot x - j\theta}$$

➤ Thay vào phương trình ta có:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = A_1 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot x + j \cdot \varphi_1} + A_2 \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j \cdot \beta \cdot x + j \cdot \varphi_2} \\ \dot{I}(x) = \frac{A_1}{|Z_c|} \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta \cdot x + j \cdot \varphi_1 - j \cdot \theta} - \frac{A_2}{|Z_c|} \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j \cdot \beta \cdot x + j \cdot \varphi_2 - j \cdot \theta} \end{cases}$$

➤ Chuyển về miền thời gian ta có:

$$\begin{cases} u(x, t) = \sqrt{2} \cdot A_1 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \beta \cdot x) + \sqrt{2} \cdot A_2 \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2 + \beta \cdot x) \\ i(x, t) = \sqrt{2} \cdot \frac{A_1}{|Z_c|} \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \theta - \beta \cdot x) - \sqrt{2} \cdot \frac{A_2}{|Z_c|} \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2 - \theta + \beta \cdot x) \end{cases}$$

$$\dot{U}(x) = \dot{A}_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + \dot{A}_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}$$

$$\dot{I}(x) = \dot{B}_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + \dot{B}_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}$$

Giả sử: $\dot{A}_1 = A_1 \cdot e^{j \cdot \varphi_1}$

$$\dot{A}_2 = A_2 \cdot e^{j \cdot \varphi_2}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

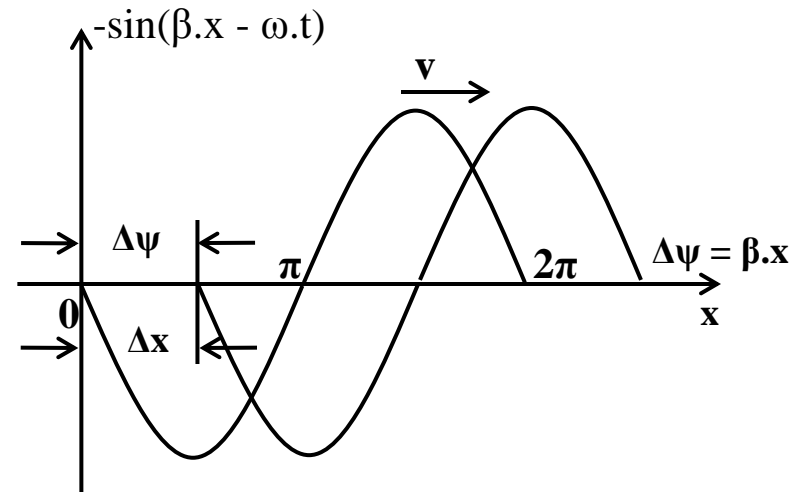
II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

$$\begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \beta.x) + \sqrt{2}.A_2.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 + \beta.x) \\ i(x,t) = \sqrt{2}.\frac{A_1}{|Z_C|}.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \theta - \beta.x) - \sqrt{2}.\frac{A_2}{|Z_C|}.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 - \theta + \beta.x) \end{cases}$$

➤ Xét hàm $\sin(\omega.t - \beta.x) = -\sin(\beta.x - \omega.t)$:

- ❖ Tại $t = 0$: $-\sin(\beta.x)$
- ❖ Sau khoảng Δt : $-\sin(\beta.x - \omega.\Delta t)$
- ❖ Sóng truyền đi theo chiều x một đoạn $\beta\Delta x$ tương ứng với một đoạn dịch pha của tín hiệu là $\Delta\psi = \omega.\Delta t$.



$$\beta.\Delta x = \Delta\psi = \omega.\Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{\omega}{\beta}.\Delta t$$

- ❖ Vậy hàm $\sin(\omega.t - \beta.x)$ với 2 đối số không gian – thời gian ngược dấu nhau mô tả **sóng hình sin dịch theo chiều x** với vận tốc đều: $v = \frac{\omega}{\beta}$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

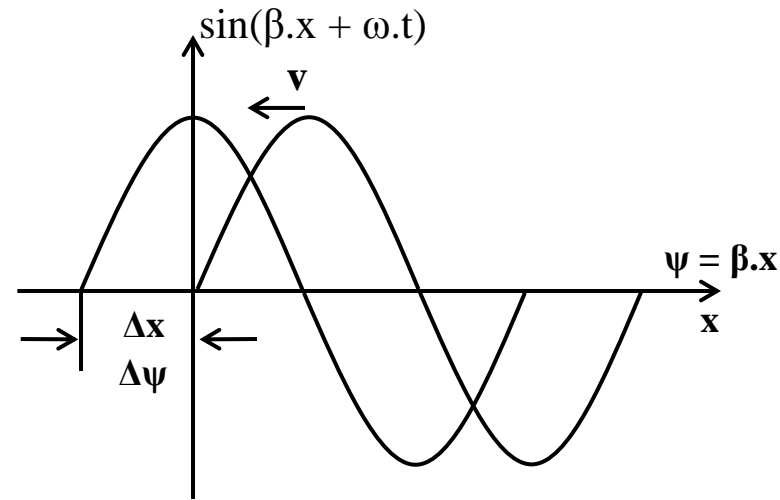
II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

$$\begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \beta.x) + \sqrt{2}.A_2.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 + \beta.x) \\ i(x,t) = \sqrt{2}.\frac{A_1}{|Z_C|}.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \theta - \beta.x) - \sqrt{2}.\frac{A_2}{|Z_C|}.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 - \theta + \beta.x) \end{cases}$$

➤ Xét hàm $\sin(\beta.x + \omega.t)$

- ❖ Tại $t = 0$: $\sin(\beta.x)$
- ❖ Sau khoảng Δt : $\sin(\beta.x + \omega.\Delta t)$
- ❖ Sóng truyền đi theo chiều $-x$ một đoạn $\beta\Delta x$ tương ứng với một đoạn dịch pha của tín hiệu là $\Delta\psi = \omega.\Delta t$.



$$\beta.\Delta x = \Delta\psi = \omega.\Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{\omega}{\beta}.\Delta t$$

- ❖ Vậy hàm $\sin(\omega.t + \beta.x)$ với 2 đối số không gian – thời gian cùng dấu nhau mô tả **sóng hình sin chạy theo ngược chiều x** với vận tốc đều: $v = \frac{\omega}{\beta}$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

1. Hiện tượng sóng chạy

$$\begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \beta.x) + \sqrt{2}.A_2.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 + \beta.x) \\ i(x,t) = \sqrt{2}.\frac{A_1}{|Z_C|}.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \theta - \beta.x) - \sqrt{2}.\frac{A_2}{|Z_C|}.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 - \theta + \beta.x) \end{cases}$$

➤ Vậy ở chế độ xác lập điều hòa:

❖ Sự phân bố dòng, áp trên dây là sự xếp chồng của sóng chạy thuận và sóng chạy ngược

$$\begin{cases} u(x,t) = u^+(x,t) + u^-(x,t) \\ i(x,t) = i^+(x,t) - i^-(x,t) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}^+(x) + \dot{U}^-(x) = \dot{A}_1.e^{-\gamma.x} + \dot{A}_2.e^{\gamma.x} \\ \dot{I}(x) = \dot{I}^+(x) - \dot{I}^-(x) = \frac{\dot{U}^+(x)}{Z_C} - \frac{\dot{U}^-(x)}{Z_C} \end{cases}$$

❖ Sóng thuận $u^+(x, t)$, $i^+(x, t)$ có dạng hình sin với **biên độ giảm dần theo chiều truyền sóng** (chiều x).

❖ Sóng ngược $u^-(x, t)$, $i^-(x, t)$ có dạng hình sin với biên độ tăng dần theo chiều x (**giảm dần theo chiều truyền sóng**).

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

2. Các thông số đặc trưng sự truyền sóng trên đường dây

$$\begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \beta.x) + \sqrt{2}.A_2.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 + \beta.x) \\ i(x,t) = \sqrt{2}.\frac{A_1}{|Z_C|}.e^{-\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_1 - \theta - \beta.x) - \sqrt{2}.\frac{A_2}{|Z_C|}.e^{\alpha.x}.\sin(\omega t + \varphi_2 - \theta + \beta.x) \end{cases}$$

➤ Hệ số tắt $\alpha(\omega)$:

- ❖ Đặc trưng cho tốc độ tắt của biên độ sóng dọc đường dây theo chiều truyền sóng.
- ❖ Xét trên một đơn vị dài đường dây \rightarrow biên độ sóng giảm đi **exp(α)** lần.

$$\frac{U^+(x)}{U^+(x+1)} = \frac{\sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.x}}{\sqrt{2}.A_1.e^{-\alpha.(x+1)}} = e^{\alpha} \rightarrow \alpha = \ln \frac{U^+(x)}{U^+(x+1)} \quad [nep/m ; nep/km ; dB]$$
$$1nep = 8,68dB$$

➤ Hệ số pha $\beta(\omega)$ [rad/m ; rad/km]:

- ❖ Đặc trưng cho tốc độ biến thiên góc pha của sóng dọc đường dây theo chiều truyền sóng.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

2. Các thông số đặc trưng sự truyền sóng trên đường dây

➤ Hệ truyền sóng $\gamma(\omega)$:

- ❖ Đặc trưng cho quá trình truyền sóng (biến thiên về biên độ và góc pha) dọc đường dây theo chiều truyền sóng.

$$\gamma = \alpha + j.\beta = \sqrt{Z.Y}$$

➤ Vận tốc truyền sóng $v(\omega)$: $v = \frac{\omega}{\beta}$

- ❖ Đặc trưng cho tốc độ truyền sóng trên đường dây.
- ❖ Sự phân bố vận tốc truyền sóng theo tần số gọi là *sự tán sắc vận tốc trong quá trình truyền sóng*.

➤ Tổng trở sóng $Z_C(\omega)$: $Z_C = \frac{\dot{U}^+}{\dot{I}^+} = \frac{\dot{U}^-}{\dot{I}^-} = \frac{Z}{\gamma} = \frac{Z}{\sqrt{Z.Y}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

3. Hiện tượng méo - Đường dây dài không méo

- Xét đường dây tiêu tán truyền tín hiệu dòng (áp) gồm phổ sóng điều hòa nhiều tần số.
- Do α , v , Z_C là các hàm phụ thuộc vào tần số \rightarrow các điều hòa sẽ lan truyền:
 - ❖ Vận tốc khác nhau $v(\omega)$
 - ❖ Thay đổi tỷ số biên độ các điều hòa.
 - ❖ Biên độ tắt khác nhau: $\alpha(\omega)$ \longrightarrow ❖ Thay đổi vị trí tương đối các điều hòa.
 - ❖ Tổng trở sóng khác nhau: $Z_C(\omega)$ ❖ Thay đổi quan hệ sóng áp - sóng dòng.

Hiện tượng méo tín hiệu

- Một đường dây dài có tiêu tán không làm méo tín hiệu nếu các thông số của đường dây thỏa mãn điều kiện: $\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \longrightarrow \gamma = \sqrt{R.G} ; v = \frac{1}{\sqrt{L.C}} ; Z_C = \sqrt{\frac{R}{G}}$
- Các đường dây thông tin muốn tránh méo phải thực hiện **Pupin hóa đường dây**: Nối thêm vào đường dây những cuộn cảm tập trung L có giá trị phù hợp.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

4. Hiện tượng phản xạ sóng trên đường dây dài

➤ Ta coi sóng ngược là kết quả phản xạ của sóng thuận đi tới.

➤ Hệ số phản xạ $n(x)$ tại điểm x là tỉ số của sóng ngược $\dot{U}^-(x)$ và $\dot{I}^-(x)$ với sóng thuận $\dot{U}^+(x)$ và $\dot{I}^+(x)$ ở điểm đó.

$$n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)} = \frac{\dot{U}(x) - Z_C \cdot \dot{I}(x)}{\dot{U}(x) + Z_C \cdot \dot{I}(x)} \xrightarrow{\text{Tổng trở vào tại } x} n(x) = \frac{Z(x) - Z_C}{Z(x) + Z_C} \text{ với } Z(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)}$$

➤ Tại vị trí cuối dây (đầu dây) nối tải Z_2 (Z_1) ta có: $n_2 = \frac{Z_2 - Z_C}{Z_2 + Z_C}$; $n_1 = \frac{Z_1 - Z_C}{Z_1 + Z_C}$

❖ Nếu $Z_2 = Z_C$ ($n_2 = 0$) \rightarrow không có sóng phản xạ (*tải hòa hợp đường dây*)

❖ Nếu $Z_2 = \infty$ ($n_2 = 1$) \rightarrow *phản xạ toàn phần.*

❖ Nếu $Z_2 = 0$ hoặc $Z_1 = 0$ ($n_2 = -1$; $n_1 = -1$) \rightarrow phản xạ toàn phần có đổi dấu

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

5. Sự phân bố áp – dòng dạng hàm lượng giác Hyperbol

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = Z.Y.\dot{U} = \gamma^2.\dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = Z.Y.\dot{I} = \gamma^2.\dot{I} \end{cases}$$

➤ Đặt: $\dot{U}(x) = M.ch(\gamma.x) + N.sh(\gamma.x)$

➤ Ta có: $\dot{I}(x) = -\frac{1}{Z} \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = -\frac{\gamma}{Z} M.sh(\gamma.x) - \frac{\gamma}{Z} N.ch(\gamma.x) = -\frac{1}{Z_c} [M.sh(\gamma.x) + N.ch(\gamma.x)]$

➤ Tại gốc tọa độ $x = 0$ có: $\dot{U}_0, \dot{I}_0 \longrightarrow \begin{cases} \dot{U}_0 = M.ch0 + N.sh0 = M \\ -Z_c.\dot{I}_0 = M.sh0 + N.ch0 = N \end{cases}$

➤ Vậy ta có phương trình dạng Hyperbol:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_0.ch(\gamma.x) - Z_c.\dot{I}_0.sh(\gamma.x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{\dot{U}_0}{Z_c}.sh(\gamma.x) + \dot{I}_0.ch(\gamma.x) \end{cases}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

5. Sự phân bố áp, dòng dạng hàm lượng giác Hyperbol

- Khi biết trị số dòng – áp ở đầu dây → gán gốc tọa độ $x = 0$ ở đầu dây, hướng chiều x về phía cuối dây. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_1 .ch(\gamma .x) - Z_C .\dot{I}_1 .sh(\gamma .x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{\dot{U}_1}{Z_C} .sh(\gamma .x) + \dot{I}_1 .ch(\gamma .x) \end{cases}$$

- Khi biết trị số dòng - áp ở cuối dây → gán gốc tọa độ $x = 0$ ở cuối dây, hướng chiều x về phía đầu dây. Khi đó:

$$x = -x$$

$$sh(-\gamma .x) = -sh(\gamma .x) \longrightarrow$$

$$ch(-\gamma .x) = ch(\gamma .x)$$

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 .ch(\gamma .x) + Z_C .\dot{I}_2 .sh(\gamma .x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_C} .sh(\gamma .x) + \dot{I}_2 .ch(\gamma .x) \end{cases}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

5. Sự phân bố áp – dòng dạng hàm lượng giác Hyperbol

➤ Mạng hai cửa tương đương của đường dây dài đều:

- ❖ Khi dùng đường dây dài truyền tải năng lượng, ta quan tâm quan hệ truyền đạt dòng áp giữa 2 đầu đường dây.
- ❖ Ta coi quá trình truyền đạt của đường dây theo mô hình mạng 2 cửa Kiffhoff.
- ❖ Do kết cấu đối xứng của đường dây, mạng 2 cửa của đường dây dài là đối xứng.

➤ Xét phương trình bộ số A

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = ch(\gamma.l).\dot{U}_2 + Z_C.sh(\gamma.l).\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{sh(\gamma.l)}{Z_C}.\dot{U}_2 + ch(\gamma.l).\dot{I}_2 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}.\dot{U}_2 + A_{12}.\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}.\dot{U}_2 + A_{22}.\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{11}.A_{22} - A_{12}.A_{21} = ch^2(\gamma.l) - sh^2(\gamma.l) = 1 \\ A_{11} = A_{22} = ch(\gamma.l) \end{cases}$$

Mạng 2 cửa tuyến tính, tương hỗ, đối xứng

→ T

→ π

20

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

6. Đường dây dài đều không tiêu tán.

- Một đường dây dài đều không tiêu tán nếu các thông số của đường dây thỏa mãn điều kiện:

$$\mathbf{R} \ll \omega.\mathbf{L} \text{ (} \mathbf{R} = 0 \text{)} \quad ; \quad \mathbf{G} \ll \omega.\mathbf{C} \text{ (} \mathbf{G} = 0 \text{)}$$

- Đặc điểm của đường dây dài đều không tiêu tán:

❖ Hệ số tắt: $\alpha(\omega) = 0$

❖ Tổng trở sóng: $Z_c(\omega) = \sqrt{L/C}$

❖ Hệ số pha: $\beta(\omega) = \omega.\sqrt{L.C}$

❖ Vận tốc sóng: $v(\omega) = 1/\sqrt{L.C}(\text{const})$

❖ Hệ số truyền sóng: $\gamma(\omega) = j.\beta(\omega)$

- Phân bố dòng – áp trên đường dây không tiêu tán:

$$sh(j\beta x) = j.\sin(\beta.x)$$

$$ch(j\beta x) = \cos(\beta.x)$$



$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2.\cos(\beta.x) + j.Z_c.\dot{I}_2.\sin(\beta.x) \\ \dot{I}(x) = j.\frac{\dot{U}_2}{Z_c}.\sin(\beta.x) + \dot{I}_2.\cos(\beta.x) \end{cases}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

Ví dụ 5.1: Cho đường dây dài đều $R = 0,3\Omega/Km$, $L = 2,88mH/Km$, $C = 3,85.10^{-9}F/Km$, $G = 0$. Tính hệ số truyền sóng γ , vận tốc truyền sóng v , bước sóng λ và tổng trở sóng Z_C của đường dây ở tần số $f = 50Hz$.

Giải:

$$Z = R + j\omega L = 0,3 + j0,9\Omega / Km \quad ; \quad Y = G + j\omega C = j1,21.10^{-6} Si / Km$$

➤ Hệ số truyền sóng:

$$\rightarrow \gamma = \sqrt{Z.Y} = \sqrt{(0,3 + j0,9)j1,21.10^{-6}} = (0,18 + j1,09).10^{-3} (1 / Km)$$

➤ Vận tốc truyền sóng:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{314}{1,09.10^{-3}} = 2,88.10^5 Km / s$$

➤ Tổng trở sóng:

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = 886,1\angle -9,2\Omega$$

➤ Bước sóng:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,88.10^5}{50} = 5760km$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

Ví dụ 5.2: Cho đường dây dài đều. Chứng minh rằng:

a. Ở tần số đủ cao: $v \rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}}; \beta \rightarrow \omega\sqrt{LC}; Z_c \rightarrow \sqrt{\frac{L}{C}}$

b. Ở tần số đủ thấp: $\alpha \rightarrow \sqrt{RG}; Z_c \rightarrow \sqrt{\frac{R}{G}}$

Giải:

a. Ở tần số đủ cao:
$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \rightarrow Z \simeq j\omega L \\ Y &= G + j\omega C \rightarrow Y \simeq j\omega C \end{aligned} \rightarrow \gamma = \sqrt{Z.Y} = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega\sqrt{LC}$$

$$\rightarrow \beta = \omega\sqrt{LC} \quad \rightarrow Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \rightarrow v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

b. Ở tần số đủ thấp:
$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \rightarrow Z \simeq R \\ Y &= G + j\omega C \rightarrow Y \simeq G \end{aligned} \rightarrow \gamma = \sqrt{Z.Y} = \sqrt{R.G} = \alpha$$

$$\rightarrow Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R}{G}}$$

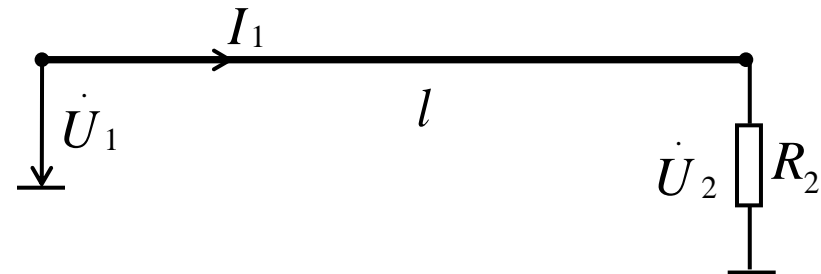
Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

Ví dụ 5.3: Cho đường dây dài đều không tiêu tán biết hệ số truyền sóng $\gamma = j\beta l$, hệ số phản xạ cuối dây n_2 . Đầu dây cung cấp bởi nguồn điều hòa có biên độ U_1 , cuối dây nối tải R_2 . Coi mọi trạng thái dòng áp trên đường dây là sự xếp chồng của sóng tới và sóng phản xạ.

a. Tính \dot{U}_1^+ theo $\dot{U}_1, n_2, j\beta l$



$$\dot{U}_1 = \dot{U}_1^+ + \dot{U}_1^- \rightarrow \dot{U}_1^+ = \dot{U}_1 - \dot{U}_1^-$$

$$\dot{U}_1^- \text{ chạy từ phía 2 về 1} \rightarrow \dot{U}_1^- = \dot{U}_2^- . e^{-j\beta l}$$

$$\text{Mặt khác: } n_2 = \frac{\dot{U}_2^-}{\dot{U}_2^+} \rightarrow \dot{U}_2^- = n_2 \dot{U}_2^+ \rightarrow \dot{U}_1^- = n_2 . \dot{U}_2^+ . e^{-j\beta l}$$

$$\dot{U}_2^+ \text{ chạy từ phía 1 về 2} \rightarrow \dot{U}_2^+ = \dot{U}_1^+ . e^{-j\beta l} \rightarrow \dot{U}_1^- = n_2 . \dot{U}_1^+ . e^{-2j\beta l}$$

$$\dot{U}_1^+ = \dot{U}_1 - \dot{U}_1^- = \dot{U}_1 - n_2 \dot{U}_1^+ . e^{-j2\beta l} \rightarrow \dot{U}_1^+ = \dot{U}_1^+ (1 + n_2 . e^{-j2\beta l}) \rightarrow \dot{U}_1^+ = \frac{\dot{U}_1}{(1 + n_2 . e^{-j2\beta l})}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

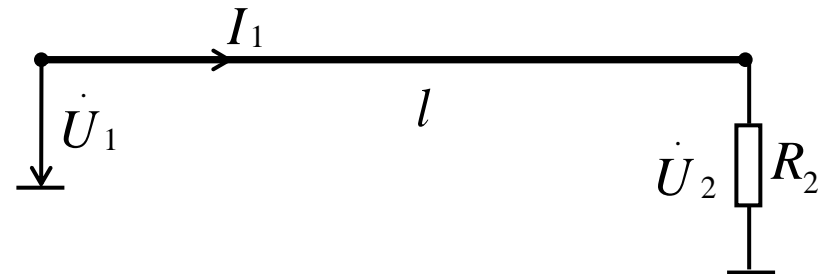
Ví dụ 5.3: Cho đường dây dài đều không tiêu tán biết hệ số truyền sóng $\gamma = j\beta l$, hệ số phản xạ cuối dây n_2 . Đầu dây cung cấp bởi nguồn điều hòa có biên độ \dot{U}_1 , cuối dây nối tải R_2 . Coi mọi trạng thái dòng áp trên đường dây là sự xếp chồng của sóng tới và sóng phản xạ.

b. Tính \dot{U}_2^+ , \dot{U}_2^- , K_U

$$\dot{U}_2^+ = \dot{U}_1^+ e^{-j\beta l} = \frac{\dot{U}_1 e^{-j\beta l}}{1 + n_2 e^{-j2\beta l}}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_2^+ + \dot{U}_2^- = \frac{\dot{U}_1 e^{-j\beta l}}{1 + n_2 e^{-j2\beta l}} (1 + n_2)$$

$$\rightarrow K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{(1 + n_2) e^{-j\beta l}}{1 + n_2 e^{-j2\beta l}}$$



Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

Ví dụ 5.4: Cho đường dây dài đều không tiêu tán có kích thước $l = 10\text{Km}$, biết thông số đặc trưng $L_0 = 10^{-6}\text{H/m}$, $C_0 = 2,8 \cdot 10^{-11}\text{F/m}$ làm việc ở tần số $\omega = 3 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$. Cuối đường dây nối tải gồm $R_2 = 200\Omega$ mắc nối tiếp với $L_2 = 0,01\text{H}$. Điện áp thuận cuối đường dây $U_2^+ = 56\text{V}$

a. Tính các thông số truyền sóng trên đường dây (γ , α , β , Z_C , v)

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = j\omega\sqrt{LC} = j \cdot 1,59 \cdot 10^{-4} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1,59 \cdot 10^{-4} \text{ rad/m} \end{cases}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = 189\Omega \quad v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1,89 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b. Tính dòng điện và điện áp đầu đường dây.

➤ Tổng trở tải ở cuối dây: $Z_T = R_2 + j\omega L_2 = 200 + j300\Omega$

➤ Hệ số phản xạ cuối dây: $n_2 = \frac{Z_T - Z_C}{Z_T + Z_C} = 0,39 + j0,47$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài

Ví dụ 5.4: Cho đường dây dài đều không tiêu tán có kích thước $l = 10\text{Km}$, biết thông số đặc trưng $L_0 = 10^{-6}\text{H/m}$, $C_0 = 2,8 \cdot 10^{-11}\text{F/m}$ làm việc ở tần số $\omega = 3 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$. Cuối đường dây nối tải gồm $R_2 = 200\Omega$ mắc nối tiếp với $L_2 = 0,01\text{H}$. Điện áp thuận cuối đường dây $\dot{U}_2^+ = 56\text{V}$

b. Tính dòng điện và điện áp đầu đường dây.

➤ Điện áp cuối dây: $\dot{U}_2 = (1 + n_2) \dot{U}_2^+ = \frac{77,84 + j26,32}{82,17 \angle 18,68} \text{ V}$

➤ Dòng điện cuối dây: $I_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{0,18 - j0,14}{0,23 \angle -37,63} \text{ A}$

➤ Do đường dây dài không tiêu tán, quan hệ điện áp, dòng điện đầu dây với cuối dây là:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \beta l + jZ_C \dot{I}_2 \sin \beta l \\ \dot{I}_1 = j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin \beta l + \dot{I}_2 \cos \beta l \end{cases} \xrightarrow[\pi]{\beta l = 1,59 \text{ rad} = \frac{1,59 \cdot 180}{\pi}} \begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{-27,61 + j77,39}{82,17 \angle 109,64} \text{ V} \\ \dot{I}_1 = \frac{-0,14 + j0,41}{0,44 \angle 108,96} \text{ A} \end{cases}$$



Chương 5: Lý thuyết về mạch có thông số dài - Đường dây dài đều tuyến tính

I. Mô hình đường dây dài đều.

II. Chế độ xác lập điều hòa trên đường dây dài.

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

1. Khái niệm.

2. Phương pháp Petecxen.

3. Phản xạ nhiều lần trên đường dây.

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

1. Khái niệm

- Xét sự truyền sóng dạng bất kỳ trên đường dây dài không tiêu tán khi có một kích thích tác động lên đường dây (đóng 1 nguồn áp, xung sét đánh hoặc cảm ứng vào đường dây).
- Xét phương trình cơ bản của đường dây không tiêu tán:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{ảnh Laplace}]{\text{Chuyển sang miền}} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{dU(x,p)}{dx} = p.L.I(x,p) - L.i(x,0) \\ -\frac{dI(x,p)}{dx} = p.C.U(x,p) - C.u(x,0) \end{array} \right.$$

- Giả thiết tại $t = 0$, trên đường dây không có dòng và áp: $u(x, 0) = 0$; $i(x, 0) = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{dU(x,p)}{dx} = p.L.I(x,p) \\ -\frac{dI(x,p)}{dx} = p.C.U(x,p) \end{array} \right. \xrightarrow[\text{theo } x]{\text{Đạo hàm}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 U(x,p)}{dx^2} = p^2 .L.C.U(x,p) = \gamma^2 .U(x,p) \\ \frac{d^2 I(x,p)}{dx^2} = p^2 .L.C.I(x,p) = \gamma^2 .I(x,p) \end{array} \right.$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

1. Khái niệm

➤ Nghiệm của phương trình có dạng:

$$\begin{cases} U(x, p) = A_1(x, p).e^{-p.\sqrt{L.C}.x} + A_2(x, p).e^{p.\sqrt{L.C}.x} \\ I(x, p) = \frac{A_1(x, p)}{\sqrt{\frac{L}{C}}}.e^{-p.\sqrt{L.C}.x} - \frac{A_2(x, p)}{\sqrt{\frac{L}{C}}}.e^{p.\sqrt{L.C}.x} \end{cases}$$

➤ Biến đổi ngược từ ảnh ra gốc, đặt:

$$\begin{aligned} U(x, p) \leftrightarrow u(x, t) \quad ; \quad A_1(x, p) \leftrightarrow f_1(x, t) \\ I(x, p) \leftrightarrow i(x, t) \quad ; \quad A_2(x, p) \leftrightarrow f_2(x, t) \end{aligned} \xrightarrow{\text{Dịch gốc}} \begin{aligned} A_1(x, p).e^{-p.\sqrt{L.C}.x} &\leftrightarrow f_1(t - \sqrt{L.C}.x) \\ A_2(x, p).e^{p.\sqrt{L.C}.x} &\leftrightarrow f_2(t + \sqrt{L.C}.x) \end{aligned}$$

➤ Đặt: $\sqrt{L.C} = \frac{1}{v}$; $\sqrt{\frac{L}{C}} = Z_C$

➤ Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} u(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = u^+\left(t - \frac{x}{v}\right) + u^-\left(t + \frac{x}{v}\right) \\ i(x, t) = \frac{1}{Z_C}.u^+\left(t - \frac{x}{v}\right) - \frac{1}{Z_C}.u^-\left(t + \frac{x}{v}\right) = i^+\left(t - \frac{x}{v}\right) - i^-\left(t + \frac{x}{v}\right) \end{cases}$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

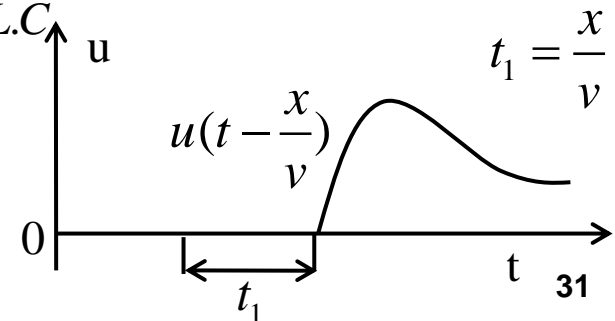
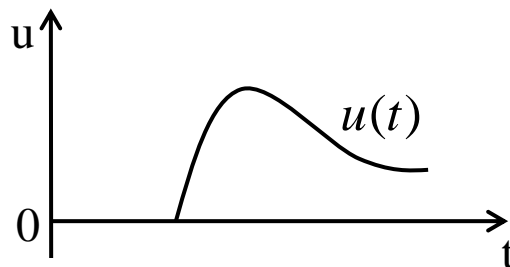
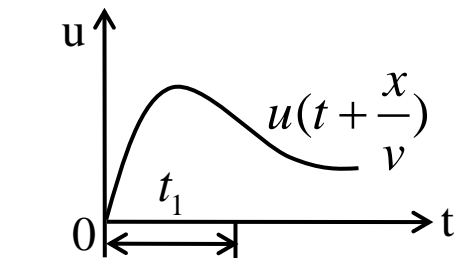
1. Khái niệm

➤ Nghiệm tổng quát của phương trình:

$$\begin{cases} u(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = u^+\left(t - \frac{x}{v}\right) + u^-\left(t + \frac{x}{v}\right) \\ i(x,t) = \frac{1}{Z_c} \cdot u^+\left(t - \frac{x}{v}\right) - \frac{1}{Z_c} \cdot u^-\left(t + \frac{x}{v}\right) = i^+\left(t - \frac{x}{v}\right) - i^-\left(t + \frac{x}{v}\right) \end{cases}$$

➤ Nhận xét:

- ❖ Sự phân bố áp là tổng 2 thành phần: Áp thuận $u^+\left(t - \frac{x}{v}\right)$ và áp ngược $u^-\left(t + \frac{x}{v}\right)$
- ❖ Sự phân bố dòng là hiệu 2 thành phần: Dòng thuận $i^+\left(t - \frac{x}{v}\right)$ và dòng ngược $i^-\left(t + \frac{x}{v}\right)$
- ❖ Các sóng dòng, áp đều truyền với vận tốc đều: $v = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$



Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

- Dùng tính dòng, áp cuối dây trong chế độ quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.
- Xét một sóng tới $u_{tới}$ từ phía đầu dây truyền tới, đập vào tải tập trung Z_2 :
 - ❖ Gặp 1 điều kiện bờ mới, tạo trên tải Z_2 một hàm $u_2(t) = Z_2 \cdot i_2$.
 - ❖ Tại thời điểm đó và xuất phát từ vị trí tải sẽ có một sóng phản xạ ngược lại $u_{phản}$ sao cho hợp với $u_{tới}$ vừa bằng u_2 .
- Gắn gốc tọa độ vào cuối dây, và chọn gốc thời gian là thời điểm sóng tới đập vào cuối dây, khi đó:

❖ Tại tải tập trung, có quan hệ:	$\begin{aligned} u_2(t) &= u_{2tới} + u_{2ph} \\ i_2(t) &= i_{2tới} - i_{2ph} \end{aligned}$	\longrightarrow	$\begin{aligned} u_2(t) &= u_{2tới} + Z_C \cdot i_{2ph} \\ u_2(t) &= u_{2tới} + Z_C \cdot (i_{2tới} - i_2) \end{aligned}$
❖ Quan hệ sóng tới, sóng phản:	$\begin{aligned} Z_C \cdot i_{2tới} &= u_{2tới} \\ Z_C \cdot i_{2ph} &= u_{2ph} \end{aligned}$		$\begin{aligned} u_2(t) &= 2 \cdot u_{2tới} - Z_C \cdot i_2 \\ \boxed{2 \cdot u_{2tới} &= (Z_C + Z_2) i_2} \end{aligned}$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

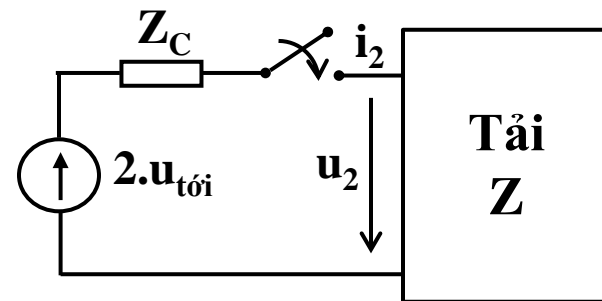
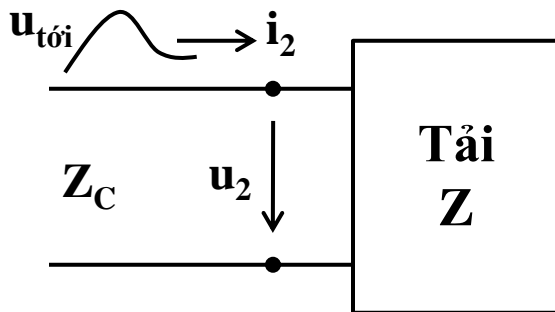
III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

$$2 \cdot u_{2\text{tới}} = (Z_C + Z_2) i_2$$

➤ Dòng, áp cuối dây $u_2(t)$, $i_2(t)$ được tính theo một sơ đồ tập trung gồm:

- ❖ 01 nguồn áp bằng 2 lần sóng tới: $2 \cdot u_{\text{tới}}$
- ❖ Tổng trở trong của nguồn có giá trị bằng tổng trở sóng Z_C của đường dây tới.
- ❖ Đóng mạch vào tải tập trung ở cuối đường dây.



Sơ đồ Petecxen

- ❖ Dòng, áp phản xạ truyền về phía đầu dây:

$$u_{2\text{ph}}(t) = u_2 - u_{2\text{tới}}$$

$$i_{2\text{ph}}(t) = i_{2\text{tới}} - i_2 = u_{2\text{ph}} / Z_C$$

$$u_{\text{ph}}(x', t) = u_{2\text{ph}}(t - x'/v)$$

$$i_{\text{ph}}(x', t) = i_{2\text{ph}}(t - x'/v)$$

(Gốc: $x'=0$ ở cuối dây)

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

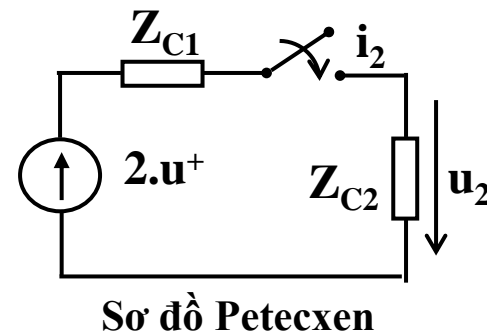
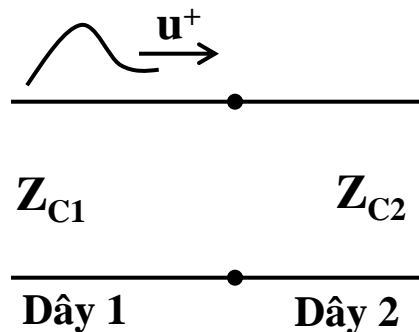
Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

➤ Xét đường dây Z_{C1} nối với đường dây Z_{C2} :

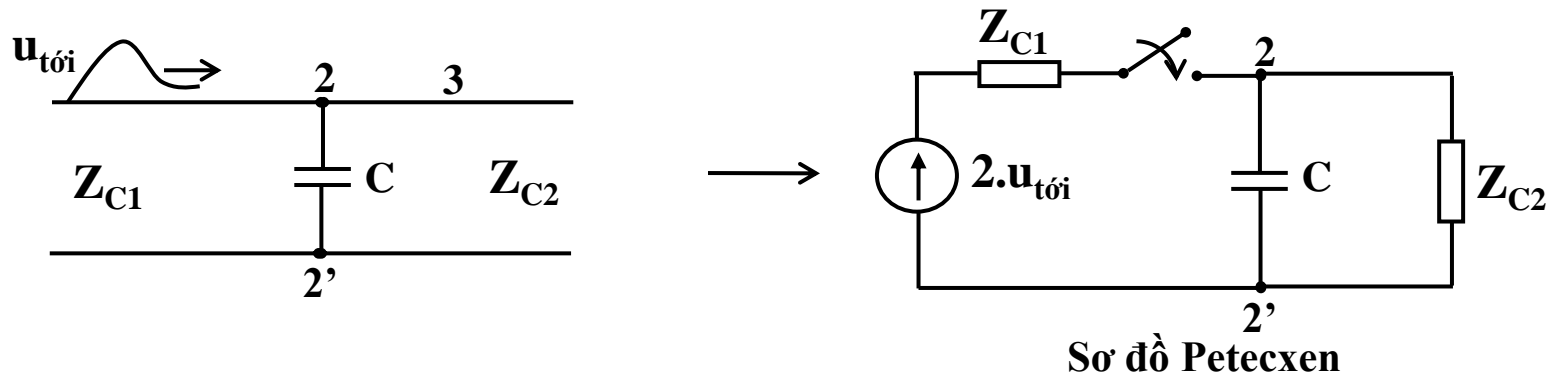
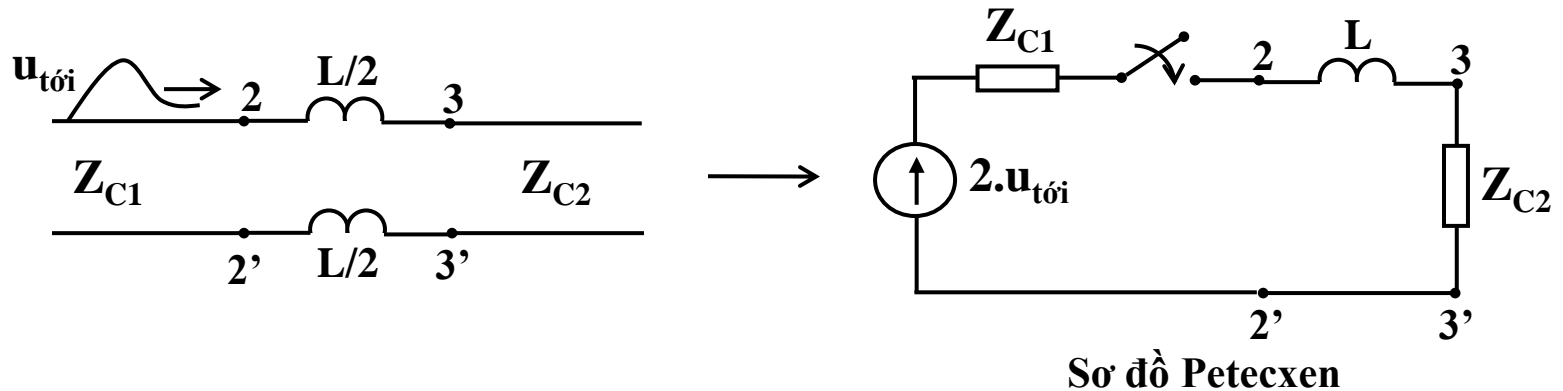
- ❖ Sóng từ đường dây 1 đến điểm nối sẽ sinh ra sóng phản xạ và tín hiệu $u_2(t)$, $i_2(t)$ truyền (*khúc xạ*) vào đường dây 2 (*sóng khúc xạ u_{kx} , i_{kx}*)
- ❖ Khi sóng khúc xạ chưa truyền tới cuối đường dây 2 (chưa có sóng phản xạ lại) thì chúng liên hệ với nhau qua Z_{C2} : $u_{2kx}(t) = Z_{C2} \cdot i_{2kx}(t)$



- ❖ Nếu tại điểm nối giữa 2 đường dây có thêm các tải tập trung (L, C, ...) thì trong sơ đồ Petecxen cần bổ sung các phần tử tập trung đó.

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:



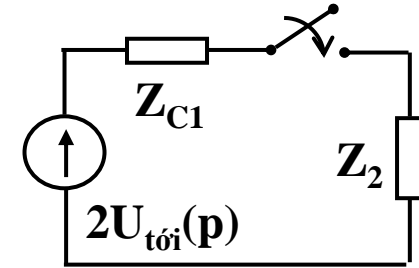
Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.5: Cho đường dây có $Z_{C1} = 300\Omega$ nối với máy phát $Z_2 = 1200\Omega$. Sóng áp hình chữ nhật $U = 1000kV$ đánh vào đường dây.



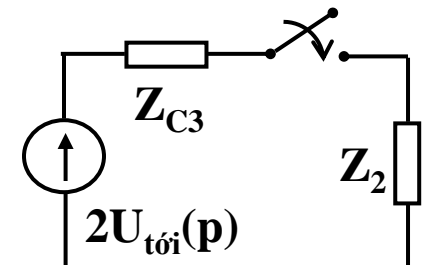
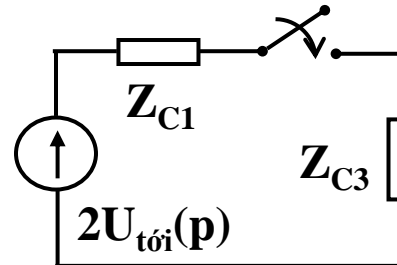
a. Tính sóng khúc xạ vào máy phát.

$$U_{kx \text{ máy}}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_{C1} + Z_2} Z_2 = \frac{2000}{p(300 + 1200)} 1200 = \frac{1600}{p} kV \rightarrow U_{kx \text{ máy}} = 1600kV$$

b. Giữa dây và máy có cáp $Z_{C3} = 60\Omega$. Tính sóng khúc xạ từ dây vào cáp, từ cáp vào máy.

$$U_{kx \text{ cáp}}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_{C1} + Z_{C3}} Z_{C3} = \frac{333}{p} kV$$

$$\rightarrow U_{kx \text{ cáp}} = 333kV$$



$$U_{kx \text{ máy}}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_{C3} + Z_2} Z_2 = \frac{635}{p} kV \rightarrow U_{kx \text{ máy}} = 635kV$$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

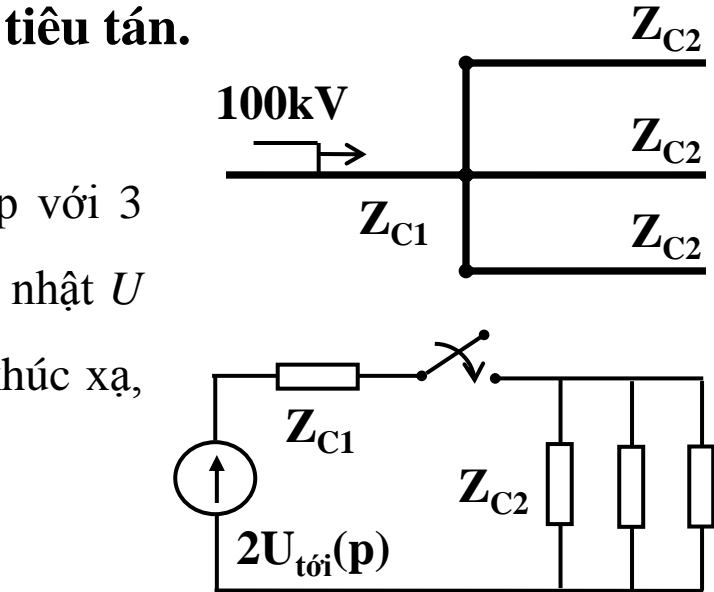
III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.6: Cho đường dây có $Z_{C1} = 400\Omega$ nối nối tiếp với 3 đường dây song song có $Z_{C2} = 300\Omega$. Sóng áp hình chữ nhật $U = 100kV$ đánh vào đường dây thứ nhất. Tính dòng, áp khúc xạ, phản xạ.

Giải:

➤ Áp dụng phương pháp Petecxen ta có sơ đồ:



$$\rightarrow I_{kx} = 0,4kA$$

$$\rightarrow I_{kx \text{ mỗi đường}} = \frac{0,4}{3} = 133A$$

$$U_{kx} = I_{kx \text{ mỗi đường}} \cdot Z_{C2} = 133 \cdot 300 = 40kV \rightarrow U_{\text{phản xạ}} = U_{kx} - U_{\text{tới}} = 40 - 100 = -60kV$$

$$\rightarrow I_{\text{phản xạ}} = \frac{U_{\text{phản xạ}}}{Z_{C1}} = \frac{-60}{400} = -0,15kA$$

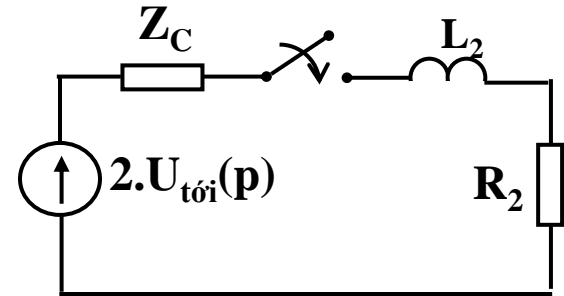
Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.7: Cho đường dây có $l > 30\text{km}$, $Z_C = 400\Omega$, tải tập trung có $R_2 = 100\Omega$, $L_2 = 0,5H$, đóng vào một nguồn áp hằng $35kV$. Sau khi sóng phản xạ đã chạy được 30km tính dòng áp khúc xạ, phản xạ tại cuối dây ?



➤ Áp dụng phương pháp Petecxen ta có sơ đồ:

$$I_{kx}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_C + R_2 + pL_2} = \frac{70}{p(500 + 0,5p)} = \frac{140}{p(p + 1000)} \rightarrow i_{kx}(t) = 0,14(1 - e^{-1000t}) \text{ kA}$$

$$U_{kx}(p) = \frac{70(100 + 0,5p)}{p(0,5p + 500)} = \frac{140(0,5p + 100)}{p(p + 1000)} = \frac{14000}{p(p + 1000)} + \frac{70}{p + 1000}$$

$$\rightarrow u_{kx}(t) = 14 + 56e^{-1000t} \text{ (kV)} \quad \rightarrow u_{phản}(t) = u_{kx}(t) - u_{tôi}(t) = -21 + 56e^{-1000t} \text{ (kV)}$$

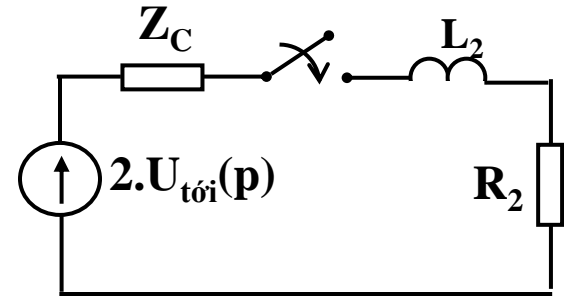
Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.7: Cho đường dây có $l > 30\text{km}$, $Z_C = 400\Omega$, tải tập trung có $R_2 = 100\Omega$, $L_2 = 0,5H$, đóng vào một nguồn áp hằng $35kV$. Sau khi sóng phản xạ đã chạy được 30km tính dòng áp khúc xạ, phản xạ tại cuối dây ?



$$\rightarrow i_{\text{phản}}(t) = \frac{u_{\text{phản}}(t)}{Z_C} = -52,5 + 140e^{-1000t} \text{ A}$$

➤ Coi vận tốc truyền sóng $v = 3.10^8 \text{ m/s} \rightarrow$ thời gian sóng chạy 30km là:

$$T = \frac{30.10^3}{3.10^8} = 10^{-4} \text{ s}$$

➤ Vậy ta có:

$$\rightarrow \begin{cases} u_{kx}(t = T) = 64,67kV \\ i_{kx}(t = T) = 13,3A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{\text{phản}}(t = T) = 29,67kV \\ i_{\text{phản}}(t = T) = 74,18A \end{cases}$$

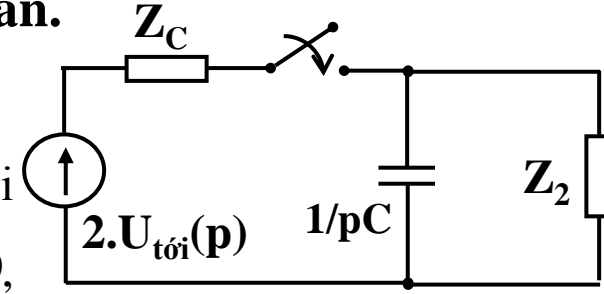
Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.8: Cho đường dây dài $Z_C = 400\Omega$. Cuối đường dây nối tụ $C = 0,5\mu F$ song song với máy phát $Z_2 = 1000\Omega$. Tại $t = 0$, một sóng hình chữ nhật $U = 200kV$ chạy tới cuối đường dây.



Tính sóng khúc xạ, phản xạ của dòng, áp vào máy.

$$U_{kx}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_C + \left(\frac{1}{pC} // Z_2\right)} \left(\frac{1}{pC} // Z_2\right) = \frac{2 \cdot 10^6}{p(p + 7000)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad F_2' = 2p + 7000$$

$$F_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} p_1 = 0 \\ p_2 = -7000 \end{cases}$$

➤ Áp dụng công thức Hevixaide: $u_{kx}(t) = 285,71(1 - e^{-7000t})kV$

➤ Dòng khúc xạ vào máy: $i_{kx}(t) = \frac{u_{kx}(t)}{Z_2} = 285,71(1 - e^{-7000t})A$

➤ Áp phản xạ: $u_{ph}(t) = u_{kx}(t) - u_{tôi}(t) = 85,71 - 285,71e^{-7000t}kV$

➤ Dòng phản xạ: $i_{ph}(t) = \frac{u_{ph}(t)}{Z_C} = \frac{85,71 - 285,71e^{-7000t}}{400} = 214,28 - 714,28e^{-7000t}A$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

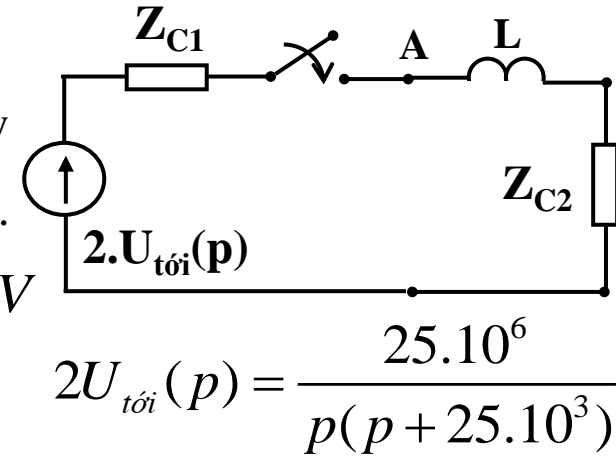
III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.9: Đường dây dài $Z_{C1} = 500\Omega$ nối với một đường dây dài có $Z_{C2} = 300\Omega$. Giữa 2 đường dây nối điện cảm $L = 5mH$.

Tính áp khúc xạ, phản xạ khi có áp $u(t) = 500(1 - e^{-25.10^3 t})kV$

truyền từ đường dây 1 tới



➤ Dòng điện khúc xạ:

$$I_{kx}(p) = \frac{2U_{tôi}(p)}{Z_{C1} + pL + Z_{C2}} = \frac{5.10^9}{p(p + 160.10^3)(p + 25.10^3)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

➤ Áp dụng công thức Hevixaide: $i_{kx}(t) = 1,25 + 0,23.e^{-160.10^3 t} - 1,48.e^{-25.10^3 t} kA$

➤ Áp khúc xạ vào đường dây 2: $u_{kx}(t) = Z_{C2}.i_{kx}(t) = 375 + 69.e^{-160.10^3 t} - 444.e^{-25.10^3 t} kV$

Chương 5 : Lý thuyết về mạch có thông số rải

Đường dây dài đều tuyến tính

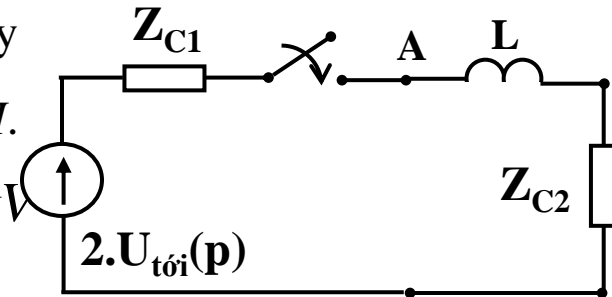
III. Quá trình quá độ trên đường dây dài không tiêu tán.

2. Phương pháp Petecxen:

Ví dụ 5.9: Đường dây dài $Z_{C1} = 500\Omega$ nối với một đường dây dài có $Z_{C2} = 300\Omega$. Giữa 2 đường dây nối điện cảm $L = 5mH$.

Tính áp khúc xạ, phản xạ khi có áp $u(t) = 500(1 - e^{-25 \cdot 10^3 t}) kV$

truyền từ đường dây 1 tới



➤ Ta có: $U_A(p) = (Z_{C2} + pL)I_{kx}(p) = 5 \cdot 10^{-3}(p + 60 \cdot 10^3) \cdot I_{kx}(p)$

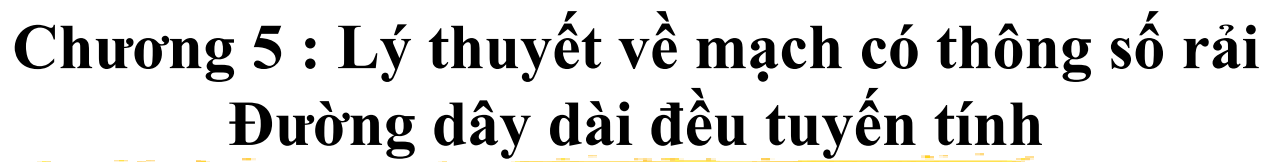
$$\rightarrow u_A(t) = 375 - 259 \cdot e^{-25 \cdot 10^3 t} - 115,7 \cdot e^{-160 \cdot 10^3 t} kV$$

➤ Áp phản xạ trở lại đường dây 1:

$$u_{ph}(t) = u_A(t) - u_{toi}(t) = -125 + 241 \cdot e^{-25 \cdot 10^3 t} - 115,7 \cdot e^{-160 \cdot 10^3 t} kV$$

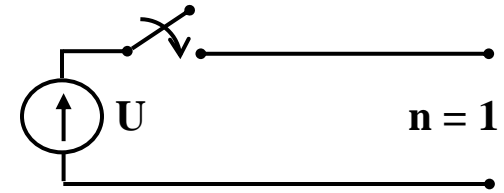
➤ Dòng phản xạ trở lại đường dây 1:

$$i_{ph}(t) = \frac{u_{ph}(t)}{Z_{C1}} = -0,25 + 0,482 \cdot e^{-25 \cdot 10^3 t} - 0,23 e^{-160 \cdot 10^3 t} A$$



➤ Tại $t = 0$, xét một nguồn áp hằng U đóng vào đường dây không tiêu tán có chiều dài l , không nối với tải ($Z_2 = \infty$).

$$n_2 = \frac{Z_2 - Z_C}{Z_2 + Z_C} = 1 \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} U_{ng1} &= n_2 \cdot U_{th1} = U \\ I_{ng1} &= n_2 \cdot I_{th1} = I \end{aligned}$$



$$U = U_{th1} + U_{ng1} = 2.U$$

$$I = I_{th1} - I_{ng1} = 0$$


$$\left[\begin{array}{l} n_1 = \frac{Z_1 - Z_C}{Z_1 + Z_C} = -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ U_{th2} = n_1 \cdot U_{ng1} = -U \right.$$

$$I_{th2} = n_1 \cdot I_{ng1} = -I$$

Chu kỳ: $T = \frac{4.l}{v}$

$$0 \leq t < \frac{l}{v}: \quad \text{Diagram showing a rectangular pulse moving to the right with velocity } U \text{ on an } x \text{-axis.}$$

$\frac{l}{v} \leq t < \frac{2.l}{v}$: 

$$\frac{2.l}{v} \leq t < \frac{3.l}{v} : \quad \xrightarrow{\quad} \sqrt{\quad} \text{2.U}$$

$$\frac{3.l}{\gamma} \leq t < \frac{4.l}{\gamma}: \quad \text{Diagram showing a block on a surface with a force U applied to its right side, pointing left.$$

$$\frac{4.l}{v} \leq t < \frac{5.l}{v}: \quad \text{---} \boxed{\text{---}} \xrightarrow{\mathbf{U}}$$

A diagram showing a horizontal beam. A unit load, represented by a downward arrow and labeled I , is applied at the right end of the beam. A coordinate x is indicated by an arrow pointing to the right along the beam's axis.

A horizontal wire is shown with an arrow pointing to the left labeled I . Above the wire, a vertical arrow points upwards labeled B .