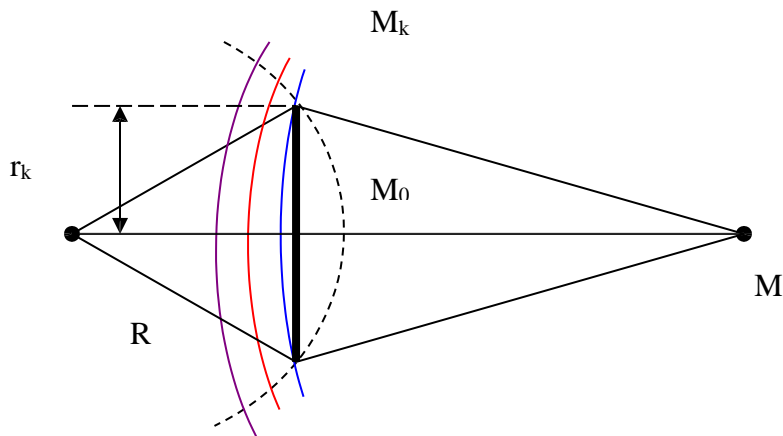


2.1. Tìm diện tích của mỗi đới cầu Frênen và chứng minh rằng nếu bỏ qua số hạng chứa λ^2 (λ – bước sóng ánh sáng) thì diện tích của tất cả các đới cầu Frênen đều bằng nhau.

Giải



$$\text{Đặt } r_k = M_k H_k \quad h_k = M_0 H_k$$

$$\Rightarrow r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2$$

$$\Rightarrow r_k^2 = \left(b + \frac{k\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_k)^2$$

$$\Rightarrow 2Rh_k - h_k^2 = b\lambda_0 k + \left(\frac{k\lambda_0}{2}\right)^2 - 2bh_k - h_k^2$$

Khi bỏ qua số hạng có λ_0^2

$$\Rightarrow h_k \approx \frac{Rb\lambda_0}{2(R+b)}$$

$$\text{Ta lại có : } r_k \approx \sqrt{2Rh_k} = \sqrt{\frac{Rbk\lambda_0}{(R+b)}}$$

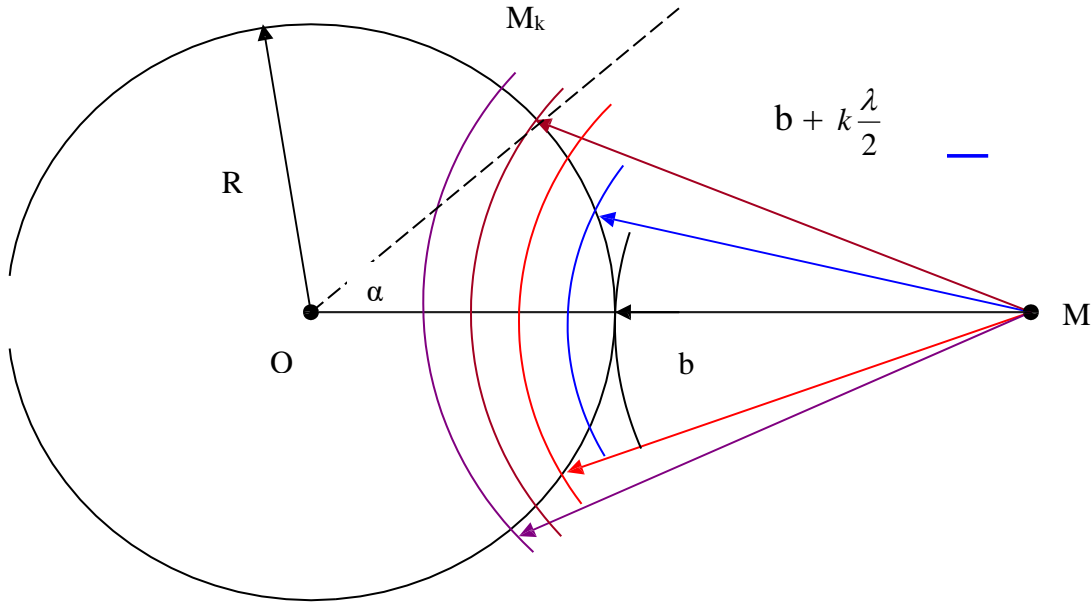
$$\text{Ta có : } S_{\text{nửa mặt cầu}} = 2\pi R^2$$

$$\Rightarrow M_k M_0 M'_k \text{ có diện tích : } \Sigma_k = 2\pi R^2 \frac{h_k}{R} \text{ (do diện tích tỉ lệ với độ cao)}$$

2.2. Tính bán kính của đới cầu Frênen thứ k. suy ra bán kính của bốn đới cầu Frênen đầu tiên nếu bán kính của mặt sóng $R = 1\text{m}$, khoảng cách từ tâm sóng

đến điểm quan sát $b = 2\text{m}$, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}$.

Giải



Ta có $\overrightarrow{M_k M} = \overrightarrow{OM_k} + \overrightarrow{OM}$

$$\Rightarrow (b + k \frac{\lambda}{2})^2 = R^2 + (R + b)^2 - 2R(R + b)\cos\alpha$$

Theo bài 2.1. ta bỏ qua số hạng chứa λ^2 , vì α bé nên $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Khai triển ra ta có

$$b^2 + \frac{k^2\lambda^2}{4} + bk\lambda = R^2 + R^2 + b^2 + 2Rb - (2R^2 + 2Rb)(1 - \frac{\alpha^2}{2})$$

$$\Rightarrow bk\lambda = (2R^2 + 2Rb) \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{bk\lambda}{R^2 + Rb}}$$

$$\text{Mà } r_k = R\sin\alpha \approx R\alpha = \sqrt{\frac{Rbk\lambda}{R + b}}$$

2.3. Tính bán kính của 5 đới cầu Frênen trong trường hợp sóng phẳng. Biết rằng khoảng cách từ mặt sóng đến điểm quan sát là $b = 1\text{m}$, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}\text{ m}$.

Giải

Vì sóng là sóng phẳng do đó ta coi $R = \infty$

Ta có :

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{k} \Rightarrow r_k = \sqrt{\frac{\lambda b k}{1 + \frac{b}{R}}}$$

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{\lambda b k} \quad k=1,2,3,\dots\dots$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow r_1 &= 7,07.10^{-4} \text{ m} \\ r_2 &= 10^{-3} \text{ m} \\ r_3 &= 1,224.10^{-3} \text{ m} \\ r_4 &= 1,41.10^{-3} \text{ m} \\ r_5 &= 1,58.10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

2.4. Một nguồn sáng điểm chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,50\mu\text{m}$ vào một lỗ tròn bán kính $r = 1,0\text{mm}$. Khoảng cách từ nguồn sáng tới lỗ tròn $R = 1\text{m}$. Tìm khoảng cách từ lỗ tròn tới điểm quan sát để lỗ tròn chứa ba đới Frênen.

Giải

$$\text{Ta có bán kính vân sáng là } r_k = \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{k}$$

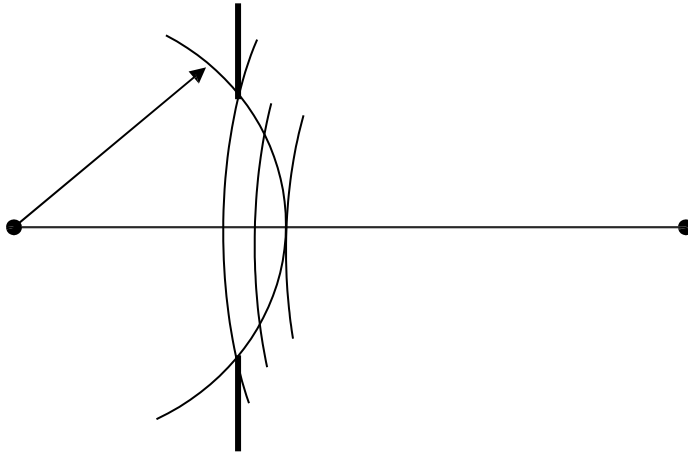
Để lỗ tròn chứa 3 đới Frenel thì $r_k = r = 1\text{m}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{3} = 1$$

$$\Rightarrow b = \frac{Rr^2}{3R\lambda - r^2} = \frac{1.10^{-6}}{3.1.0,5.10^{-6} - 10^{-6}} = 2\text{m}$$

2.5. Chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ vào một lỗ tròn bán kính chưa biết. Nguồn sáng điểm đặt cách lỗ tròn 2m, sau lỗ tròn 2m có đặt một màn quan sát. Hỏi bán kính của lỗ tròn phải bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất.

Giải



Muốn cho tâm cầu là tối nhất thì lỗ tròn phải chứa hai đới cầu Frênen
 $k = 2$

$$\rightarrow r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda k}{R+b}} = \sqrt{\frac{2.2.0,5.10^{-6}.2}{2+2}} = 1.10^{-3}(\text{m})$$

2.6. Người ta đặt một màn quan sát cách một nguồn sáng điểm (phát ra ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6\mu\text{m}$) một khoảng là x . Chính giữa khoảng x có đặt một màn tròn chắn sáng, đường kính 1mm. Hỏi x phải bằng bao nhiêu để điểm M_0 trên màn quan sát có độ sáng gần giống như lúc chưa đặt màn tròn, biết rằng điểm M_0 và nguồn sáng đều nằm trên trục của màn tròn.

Giải

Khi chưa có màn cường độ sáng tại M_0 là $I_0 = \left(\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_1^2}{4}$

Khi có màn chắn k đới cường độ sáng tại M_0 là $I_0 = \left(\frac{a_{k+1}^2}{4} \pm \frac{a_n^2}{4}\right)^2 \approx \frac{a_{k+1}^2}{4}$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Vậy để cường độ sáng tại M_0 vậy để cường độ sáng tại M_0 không đổi thì $k = 1$

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{bR\lambda}{x}} \approx \sqrt{\frac{x\lambda}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4r^2}{\lambda} = 1,67\text{m}$$

2.7. Một màn ảnh được đặt cách một nguồn sáng điểm đơn sắc ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$) một khoảng 2m. Chính giữa khoảng ấy có đặt một lỗ tròn đường kính 0,2cm. Hỏi hình nhiễu xạ trên màn ảnh có tâm sáng hay tối?

Giải

Lỗ tròn chứa k đới cầu Frênen. k ứng với đới cầu có bán kính bằng lỗ tròn

$$k = \frac{(R+b)r^2}{Rb\lambda} = \frac{(1+1)0,1^2 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 4$$

Lỗ chứa số chẵn đới cầu vậy tâm hình nhiễu xạ là tối.

2.8. Giữa nguồn sáng điểm và màn quan sát người ta đặt một lỗ tròn có bán kính thay đổi được trong quá trình thí nghiệm. Khoảng cách giữa lỗ tròn và nguồn sáng $R = 100\text{cm}$, khoảng cách giữa lỗ tròn và màn quan sát $b = 125\text{cm}$.

Xác định bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm nếu tâm của hình nhiễu xạ có độ sáng cực đại khi bán kính của lỗ $r_1 = 1\text{mm}$ và có độ sáng cực đại tiếp theo khi bán kính của lỗ $r_2 = 1,29\text{mm}$.

Giải

Hai cực đại liên tiếp ứng với k và k+2 (k lẻ)

$$r_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda k}{R+b}} ; \quad r_2 = \sqrt{\frac{Rb\lambda(k+2)}{R+b}}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{1 + \frac{2}{k}} \Rightarrow k = \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Vậy

$$\lambda = \frac{R+b}{Rbk} r_1^2 = \frac{(R+b)(r_2^2 - r_1^2)}{2Rb} = \frac{(1+1,25)(1,29^2 - 1^2)10^{-6}}{2 \cdot 1 \cdot 1,25} \approx 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,6\mu\text{m}$$

2.9. Trên đường đi của một chùm tia sáng đơn sắc có cường độ sáng I_0 , người ta đặt lần lượt một màn có lỗ tròn và một màn quan sát (song song với nó).

Hỏi cường độ sáng tại tâm của màn quan sát (đổi diện tâm lỗ tròn) sẽ bằng bao nhiêu nếu:

- a) Kích thước của lỗ tròn bằng:
 - + Kích thước của đôi cầu Fresnel thứ nhất?
 - + Kích thước của nửa đầu đôi cầu Fresnel thứ nhất?
- b) Kích thước của lỗ tròn bằng đôi cầu Fresnel thứ nhất nhưng nửa trên của nó bị che kín?
- c) Màn có lỗ tròn được thay thế bằng đĩa tròn kích thước bằng đôi cầu Fresnel thứ nhất.

Giải

Cường độ sáng khi chưa có màn chắn sáng là $I_0 = \left(\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_1^2}{4}$

a) Khi lỗ tròn chỉ chứa đôi cầu Fresnel thứ nhất

$$I = a_1^2 = 4I_0$$

Khi lỗ tròn chỉ chứa nửa đôi cầu Fresnel thứ nhất

$$\text{Đặt } r_k = M_k H_k \quad h_k = M_0 H_k$$

$$\Rightarrow r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2$$

$$\Rightarrow r_k^2 = \left(b + \frac{\lambda}{4}\right)^2 - (b + h_k)^2$$

$$\Rightarrow R h_k - h_k^2 = b \frac{\lambda_0}{2} + \left(\frac{\lambda_0}{4}\right)^2 - 2b h_k - h_k^2$$

Khi bỏ qua số hạng có λ_0^2

$$h_k \approx \frac{R b \lambda_0}{4 \cdot (R + b)}$$

$$\text{Ta lại có } r_k \approx \sqrt{2 R h_k} = \sqrt{\frac{R b \lambda_0}{2 \cdot (R + b)}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

Biên độ dao động sáng do nửa đôi cầu Fresnel gây ra tại M là $\frac{a_1}{\sqrt{2}}$

Vậy cường độ sáng do nửa đôi cầu Fresnel gây ra tại M là $I = \frac{I_0}{2}$

b) Do tính đối xứng biên độ dao động sáng do nửa dưới đới cầu Frenel gây ra tại M là $\frac{a_1}{2}$

Vậy cường độ sáng do nửa dưới đới cầu Frenel gây ra tại M là $I = \frac{a_1^2}{4} = I_0$

c) Vì đĩa tròn che mất đới cầu thứ nhất nên cường độ sáng tại M là:

$$I_0 = \left(\frac{a_2}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_2^2}{4} \approx \frac{a_1^2}{4} = I_0$$

2.10. Cho một bản phẳng trong suốt khá lớn. Ở một phía của bản có phủ một lớp nhựa mỏng trong suốt. Người ta cạo lớp nhựa giữa bản đi để tạo thành một lỗ tròn tương ứng với 1,5 đới cầu Frênen đầu tiên.

Hỏi bề dày của lớp nhựa phải bằng bao nhiêu để cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại? Biết rằng bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 0,60\mu\text{m}$, chiết suất của lớp nhựa $n = 1,50$.

Giải

Khi nửa thứ hai của đới cầu thứ hai cùng pha với đới cầu thứ nhất thì cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại. Hiệu quang lộ là:

$$L_1 = d + b + \frac{\lambda}{4} \text{ (quang lộ của đới cầu thứ nhất)}$$

$$L_2 = nd + b + \frac{\lambda}{2} + \frac{3\lambda}{8} \text{ (quang lộ của nửa thứ hai của đới cầu thứ hai)}$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = d(n - 1) + \frac{5\lambda}{8}$$

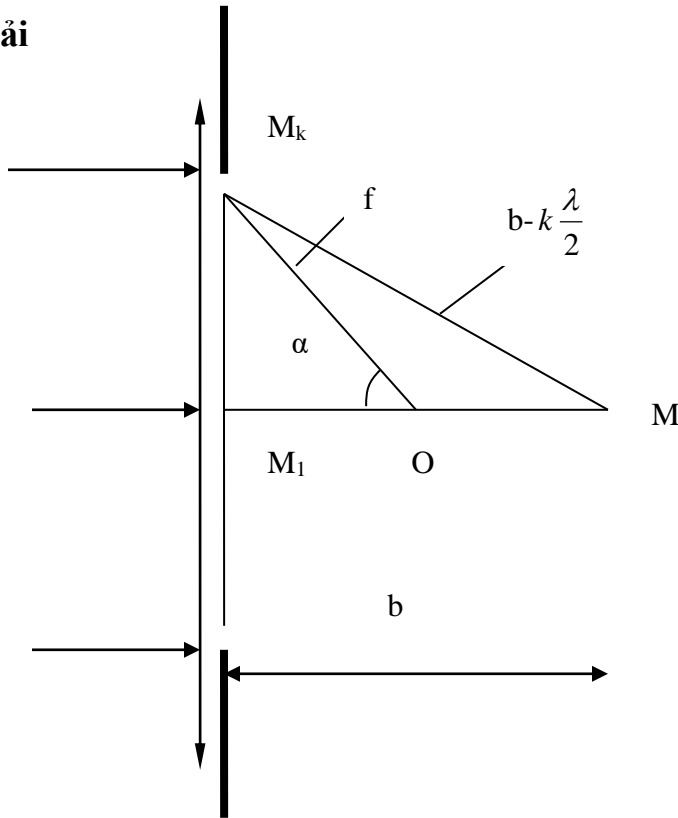
Áp dụng điều kiện cực đại

$$d(n - 1) + \frac{5\lambda}{8} = k\lambda$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{n-1} \left(k - \frac{5}{8}\right) \text{ với } k = 1, 2, 3, \dots$$

2.11. Trên đường đi của một song phẳng ánh sáng (bước sóng $\lambda = 0,54\mu\text{m}$) người ta đặt một thấu kính hội tụ mỏng tiêu cự $f = 50\text{cm}$ ngay sau thấu kính đặt một lỗ tròn rồi ở sau và cách lỗ tròn một đoạn $b = 75\text{cm}$ có đặt một màn quan sát. Hỏi lỗ tròn phải có bán kính bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là cực đại sáng?

Giải



Ta có $\overrightarrow{M_k M} = \overrightarrow{M_k O} + \overrightarrow{OM}$

$$\Rightarrow \left(b - k \frac{\lambda}{2}\right)^2 = f^2 + (b - f)^2 + 2f(b - f)\cos\alpha$$

Theo bài 2.1. ta bỏ qua số hạng chứa λ^2 , vì α bé nên $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Khai triển ra ta có

$$b^2 + \frac{k^2 \lambda^2}{4} - bk\lambda = f^2 + f^2 + b^2 - 2fb + (2fb - 2f^2)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow bk\lambda = (2fb - 2f^2) \frac{\alpha^2}{2} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{bk\lambda}{fb - f^2}}$$

$$\text{Mà } r_k = f\sin\alpha \approx f\alpha = \sqrt{\frac{bf\lambda}{b-f}} \sqrt{k} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-2} \cdot 75 \cdot 10^{-2} \cdot 0,57 \cdot 10^{-6}}{75 \cdot 10^{-2} - 50 \cdot 10^{-2}}} = 9,25 \cdot 10^{-4} \sqrt{k} \text{ m}$$

$$\Rightarrow r_k = 0,925 \sqrt{k} \text{ mm}$$

2.12. Một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,589\mu\text{m}$ chiếu thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2\mu\text{m}$. Hỏi những cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới những góc nhiễu xạ bằng bao nhiêu(so với phương ban đầu).

Giải

Cực tiểu nhiễu xạ khi

$$\sin\varphi = k \frac{\lambda}{b} \text{ với } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Vậy } \varphi = \arcsin \left(k \frac{0,589}{2} \right) = \arcsin (0,2945k) = 17^\circ 8' ; 36^\circ 5' ; 62^\circ 4' \dots$$

2.13. Chiếu một chùm tia sáng song song vuông góc với một khe hẹp. Bước sóng ánh sáng tới bằng $1/6$ bề rộng của khe. Hỏi cực tiểu nhiễu xạ thứ ba được quan sát dưới góc lệch bao nhiêu?

Giải

$$\text{Theo bài } \lambda = \frac{1}{6}d$$

$$\text{Ta có: } \sin\varphi = \frac{k\lambda}{b} = \frac{3\lambda}{b} = 3 \cdot \frac{1}{6} = 0,5$$

\Rightarrow Cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới góc lệch bằng 30°

2.14. Một chùm tia sáng đơn sắc song song ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}\text{cm}$) được rọi thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2 \cdot 10^{-3}\text{cm}$. Tính bề rộng của ảnh của khe trên màn quan sát, biết màn cách khe $d = 1\text{m}$, bề rộng của ảnh là khoảng cách giữa 2 cực tiểu đầu tiên ở hai bên cực đại giữa.

Giải

Cực tiểu thứ nhất ở 2 bên là:

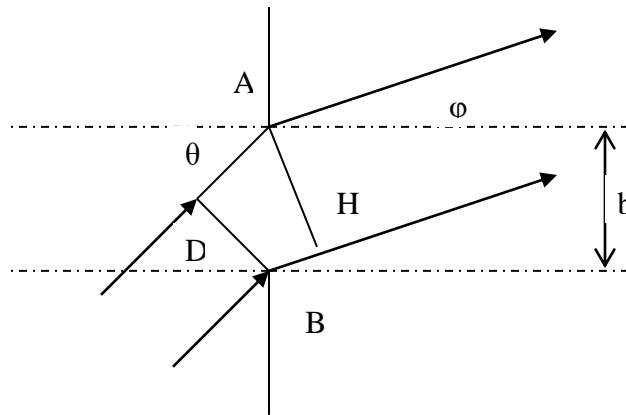
$$\sin\varphi = \pm \frac{\lambda}{b}$$

$$\Rightarrow \sin\varphi_1 = 2,25 \cdot 10^{-4} \approx \text{tg}\varphi_1$$

$$\Rightarrow \text{Bề rộng của ảnh là: } l = 2d \text{tg } \varphi_1 = 2 \cdot 1 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4}\text{m}$$

2.15. Tìm góc nhiễu xạ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở hai bên cực đại giữa trong nhiễu xạ Fraunôfe qua một khe hẹp (bề rộng $b = 10\mu\text{m}$) biết rằng chùm tia sáng đập vào khe với góc tới $\theta = 30^\circ$ và bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,50\mu\text{m}$.

Giải



Hiệu quang lộ giữa các mặt trực giao là như nhau nên hiệu quang lộ giữa hai tia là

$$L_1 - L_2 = AD - BH = b \sin \theta - b \sin \varphi$$

Áp dụng điều kiện cực tiểu ta có

$$b \sin \theta - b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \theta - (2k + 1) \frac{\lambda}{2b}$$

$$-1 < \sin \varphi < 1 \Rightarrow -1 < \sin \theta - (2k + 1) \frac{\lambda}{2b} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < \sin 30^\circ - (2k + 1) \frac{0,5}{2 \cdot 10} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < 0,5 - 0,05k - 0,025 < 1$$

$$\Rightarrow -10,5 < k < 29,5$$

Vậy cực tiểu nhiễu xạ ứng với góc có $\sin\varphi = \sin\theta - (2k+1)\frac{\lambda}{2b}$
 $(-10 \leq k \leq 29)$

2.16. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song (bước sóng $\lambda = 4358,34\text{\AA}$) vuông góc với một cách tử truyền qua. Tìm góc lệch ứng với vạch quang phổ thứ ba biết trên 1mm cách tử có 500 vạch.

Giải

Ta có $\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d} = \frac{3\lambda}{d}$

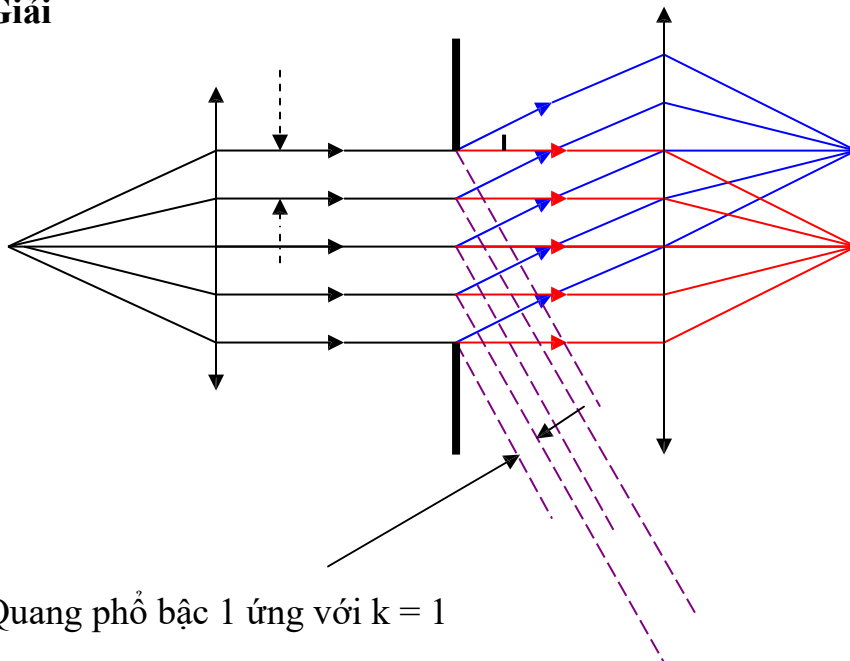
mà trên 1mm của cách tử có 500 vạch do đó $d = \frac{1}{500} \text{ mm}$

$$\Rightarrow \sin\varphi = \frac{3 \cdot 4358,34}{2} = 0,654$$

$$\Rightarrow \varphi = 40,8^\circ$$

2.17. Vạch quang phổ ứng với bước sóng $\lambda = 0,5461\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc 1 của hơi thủy ngân được quan sát với góc $\varphi = 19^\circ 8'$. Hỏi số vạch trên 1mm của cách tử.

Giải



Quang phổ bậc 1 ứng với $k = 1$

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin\varphi} = \frac{0,5461.10^{-6}}{\sin 19^{\circ}8'} = 1,66.10^{-6} \text{ m} = 1,66.10^{-3} \text{ mm}$$

Vậy 1mm chứa số vạch là $\frac{1}{d} = 600$ vạch

2.18. Một chùm tia sáng được rọi vuông góc với một cách tử. Biết rằng góc nhiễu xạ đối với vạch quang phổ $\lambda_1 = 0,65\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc hai bằng $\varphi_1 = 45^\circ$. Xác định góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ $\lambda = 0,50\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc ba.

Giải

$$\text{Ta có : } \sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{k_1\lambda_1}{k_2\lambda_2} = \frac{13}{15}$$

$$\text{Do đó : } \sin\varphi_2 = \frac{15}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,815$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 54,675^\circ$$

2.19. Một chùm tia sáng phá ra từ một ống phóng điện chứa đầy khí hiđrô tới đập vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Theo phương $\varphi = 41^\circ$ người ta quan sát thấy có hai vạch $\lambda_1 = 0,6563\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,4102\mu\text{m}$ ứng với bậc quang phổ bé nhất trùng nhau. Hãy xác định chu kì cách tử.

Giải

$$\sin\varphi = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = k_2 \frac{\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,6563}{0,4102} = 1,6 = \frac{8}{5}$$

Vì các vạch ứng với bậc quang phổ bé nhất nên $k_1 = 5$. Chu kì của cách tử là

$$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{5 \cdot 0,6563.10^{-6}}{\sin 41} = 5.10^{-6} \text{ m}$$

2.20. Chiếu một chùm tia sáng trắng song song vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Dưới một góc nhiễu xạ 35° , người ta quan sát thấy hai vạch cực đại ứng với các bước sóng $\lambda_1 = 0,63\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,42\mu\text{m}$ trùng nhau.

Xác định chu kỳ của cách tử biết bậc cực đại đối với vạch thứ hai trong quang phổ bằng 5.

Giải

Ta có :

$$\sin \varphi = \frac{k_1 \lambda_1}{d} = \frac{k_2 \lambda_2}{d}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Suy ra: $k_1 = 2, 4, 6, \dots$; $k_2 = 3, 6, 9, \dots$

Vì với bậc cực đại với vạch 2 trong quang phổ cách tử bằng 5 nghĩa là $k \leq 5$

Do đó $k_1 = 2$, $k_2 = 3$

$$\Rightarrow d = \frac{k_2 \lambda_2}{\sin \varphi} = 2,2 \mu\text{m}$$

2.21. Trong một thí nghiệm đo bước sóng ánh sáng, người ta dùng một cách tử phẳng truyền qua dài 5cm, ánh sáng tới vuông góc với mặt của cách tử.

Đối với ánh sáng natri ($\lambda = 0,589 \mu\text{m}$) góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ bậc 1 bằng $17^\circ 8'$.

Đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng cần đo, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc 3 dưới góc nhiễu xạ $24^\circ 12'$.

a) Tìm tổng số khe trên cách tử.

b) Xác định bước sóng ánh sáng đơn sắc cần đo.

Giải

a) Ta có:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda_1}{\sin \varphi_1} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{\sin 17^\circ 18'} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Tổng số khe trên cách tử là } \frac{l}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-6}} = 25 \text{ 000 khe}$$

b) Bước sóng ánh sáng cần đo là:

$$\lambda_2 = d \sin \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 24^\circ 12' \approx 0,820 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,82 \mu\text{m}$$

2.22. Một chùm ánh sáng trắng song song tới đập vuông góc với mặt của một cách tử phẳng truyền qua (có 50 vạch/mm).

a) Xác định các góc lệch ứng với cuối quang phổ bậc 1 và đầu quang phổ bậc 2. Biết rằng bước sóng của tia hồng ngoại và tia cực tím lần lượt bằng $0,760\mu\text{m}$ và $0,400\mu\text{m}$.

b) Tính hiệu các góc lệch của cuối quang phổ bậc hai và đầu quang phổ bậc ba.

Giải

a) Chu kỳ cách tử là

$$d = \frac{1}{50 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Cuối quang phổ bậc 1 ứng với $\lambda_1 = 0,760\mu\text{m}$

$$\sin \varphi_1 = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = \frac{0,76 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,038 \Rightarrow \varphi_1 = 2^\circ 11'$$

Đầu quang phổ bậc 2 ứng với $\lambda_2 = 0,400\mu\text{m}$

$$\sin \varphi_2 = k_2 \frac{\lambda_2}{d} = 2 \frac{0,4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,04 \Rightarrow \varphi_2 = 2^\circ 18'$$

b)

$$\sin \varphi_1' = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = 2 \frac{0,76 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,076 \Rightarrow \varphi_1' = 4^\circ 22'$$

$$\sin \varphi_2' = k_2 \frac{\lambda_2}{d} = 3 \frac{0,4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,06 \Rightarrow \varphi_2' = 3^\circ 26'$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = 55'$$

$\varphi_1' > \varphi_2' \Rightarrow$ chứng tỏ quang phổ bậc hai đè lên quang phổ bậc ba

2.23. Cho một cách tử có chu kỳ $2\mu\text{m}$.

a) Hãy xác định số vạch cực đại chính tối đa cho bởi cách tử nếu ánh sáng dùng trong thí nghiệm là ánh sáng vàng của ngọn lửa natri ($\lambda = 5890\text{\AA}$).

b) Tìm bước sóng cực đại mà ta có thể quan sát được trong quang phổ cho bởi cách tử đó.

Giải

$$\text{a) Ta có } \sin \varphi = k \frac{\lambda}{d} = k \frac{5890 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0,2945k \leq 1$$

$$\Rightarrow k \leq 3,39$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 3$$

Vậy số vạch cực đại chính là $2k + 1 = 7$ vạch

b) Bước sóng cực đại ứng với $\sin\varphi = 1$

$$\lambda_{\max} = \frac{d}{k_{\min}} = d = 2\mu\text{m}$$

Vậy ta quan sát được toàn bộ bước sóng của ánh sáng nhìn thấy

2.24. Một chùm tia sáng đơn sắc tới vuông góc với một cách tử có chu kì $2,2\mu\text{m}$. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới nếu góc giữa các vạch cực đại của quang phổ bậc 1 và 2 bằng 15° .

Giải

Theo bài ta có hệ phương trình sau

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{\sqrt{d^2 - \lambda^2}}{d}$$

$$\sin\varphi_2 = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = 15^\circ$$

từ (3) và (2) ta có:

$$\sin\varphi_2 = \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \sin\varphi_1 \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \cos\varphi_1 = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda}{d} \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \frac{\sqrt{d^2 - \lambda^2}}{d} = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \sqrt{\frac{d^2}{\lambda^2} - 1} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{\lambda^2} - 1 = \left(\frac{2 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{\lambda^2} = \frac{4 - 4\cos\Delta\varphi + \cos^2\Delta\varphi + \sin^2\Delta\varphi}{\sin^2\Delta\varphi} = \frac{5 - 4\cos\Delta\varphi}{\sin^2\Delta\varphi}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{d \sin\Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4\cos\Delta\varphi}} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6} \sin 15^\circ}{\sqrt{5 - 4\cos 15^\circ}} = 0,534 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

2.25. Cho một cách tử phẳng phản chiếu, chu kỳ $d = 1\text{mm}$, chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vào cách tử với góc tới $\theta = 89^\circ$. Với góc nhiễu xạ $\varphi = 87^\circ$, người ta quan sát được vạch cực đại bậc hai. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới.

Giải

Hiệu quang lộ xuất phát từ hai khe của cách tử là $\Delta L = d \cdot (\sin \theta - \sin \varphi)$

Để cường độ sáng đạt cực đại thì $\Delta L = k \lambda$

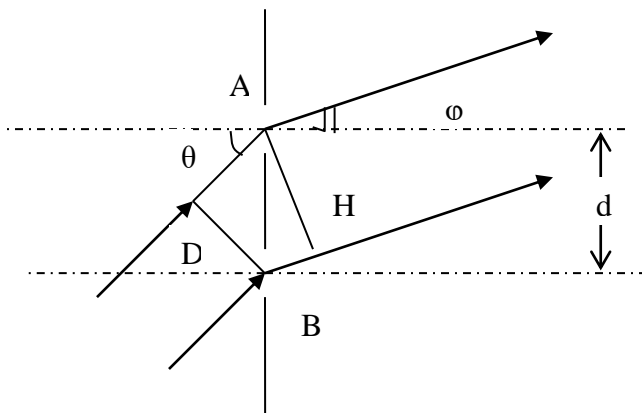
$$\text{Vậy } \lambda = \frac{1 \cdot (\sin 89^\circ - \sin 87^\circ)}{2} = 0,61 \mu\text{m}$$

2.26. Rọi một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $0,510\mu\text{m}$ lên một cách tử nhiễu xạ truyền qua có chu kỳ $1,50\mu\text{m}$, góc tới bằng 60° . Xác định góc nhiễu xạ (tính từ pháp tuyến của cách tử) để có thể quan sát thấy vạch cực đại ứng với bậc quang phổ lớn nhất.

Giải

Hiệu quang lộ giữa các mặt trực giao là bằng nhau nên hiệu quang lộ giữa hai tia là

$$L_1 - L_2 = AD - BH = d \sin \theta - d \sin \varphi$$



Áp dụng điều kiện cực đại ta có

$$d \sin \theta - d \sin \varphi = k \lambda$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \theta - k \frac{\lambda}{d} \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện } -1 < \sin \varphi < 1 \Rightarrow -1 < \sin \theta - k \frac{\lambda}{d} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < \sin 60^\circ - k \frac{0,51}{1,5} < 1$$

$$\Rightarrow -0,39 < k < 5,49$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 5$$

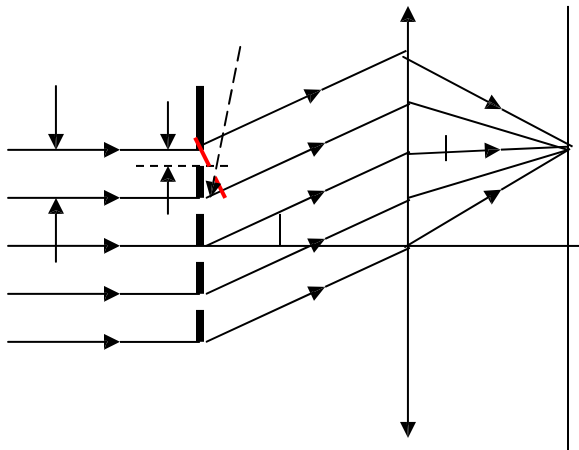
Thay vào (1)

$$\sin \varphi = \sin 60^\circ - 5 \frac{0,51}{1,5} = -0,8339$$

$$\Rightarrow \varphi = -56^\circ 31'$$

2.27. Cho cách tử nhiễu xạ có hằng số bằng $2\mu\text{m}$. Sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ, trên mặt phẳng tiêu của thấu kính người ta đặt một màn quan sát. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại của kali (ứng với bước sóng 4044 \AA và 4047 \AA) trong quang phổ bậc nhất trên màn quan sát bằng $0,1\text{mm}$. Hãy tìm tiêu cự của thấu kính.

Giải



Ta có : $\sin \varphi_1 = \frac{k\lambda_1}{d} \Rightarrow \varphi_1 = 11,65^\circ$

$\sin \varphi_2 = \frac{k\lambda_2}{d} \Rightarrow \varphi_2 = 11,67^\circ$

Mà

$f.(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1) = 0,1$

$\Rightarrow f = 638 \text{ mm} = 0,64\text{m}$

2.28. Chiếu sáng vuông góc với mặt phẳng của một cách tử nhiễu xạ bằng một thị kính. Khi quay thị kính một góc φ nào đó, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc ba ứng với bước sóng $\lambda = 4,4.10^{-4}\text{mm}$. Hỏi dưới cùng góc φ đó người ta có thể quan sát thấy mấy vạch quang phổ ứng với bước sóng nào nằm trong giới hạn từ $\lambda_1 = 4.10^{-4}\text{mm}$ đến $\lambda_2 = 7.10^{-4}\text{mm}$. Vạch đó thuộc quang phổ bậc mấy?

Giải

Theo bài $d.\sin\varphi = k\lambda = 3.0,44.10^{-6} = 1,32.10^{-6} \text{ m}$

Từ công thức

$$\sin\varphi = k \frac{\lambda}{d} \Rightarrow k = \frac{d.\sin\varphi}{\lambda}$$

Ta có $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$

$$\Rightarrow \frac{d.\sin\varphi}{\lambda_2} \leq k \leq \frac{d.\sin\varphi}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1,32.10^{-6}}{0,7.10^{-6}} \leq k \leq \frac{1,32.10^{-6}}{0,4.10^{-6}}$$

$$\Rightarrow 1,89 \leq k \leq 3,3$$

Vậy k chỉ có thể nhận giá trị 2 hoặc 3. $k = 3$ ứng với trường hợp đề bài.

Trường hợp còn lại là quang phổ bậc 2 bước sóng

$$\lambda = \frac{d.\sin\varphi}{k} = \frac{1,32.10^{-6}}{2} = 0,66.10^{-6} \text{ m}$$

2.29. Hãy xác định khoảng cách giữa hai vạch của một hồ quang thủy ngân (có bước sóng 5770\AA và 5791\AA) trong quang phổ bậc 1, biết rằng quang phổ cho bởi cách tử truyền qua có chu kỳ $d = 2.10^{-4}\text{cm}$ và được quan sát trong mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ đặt sau cách tử, $f = 0,6\text{m}$.

Giải

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} = 0,2885 \Rightarrow \varphi_1 = 16,769^\circ$$

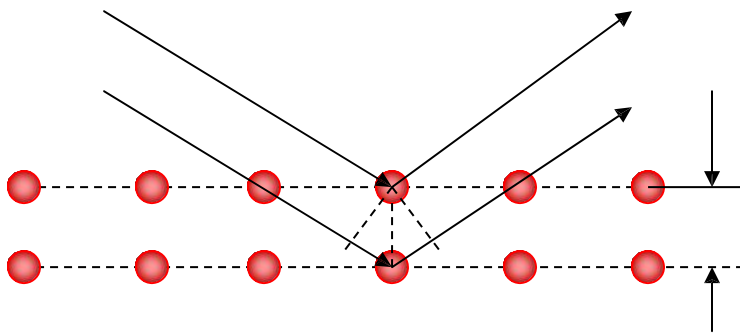
$$\sin \varphi_2 = \frac{\lambda_1}{d} = 0,28955 \Rightarrow \varphi_2 = 16,83^\circ$$

Vậy khoảng cách giữa hai vạch là : $(\operatorname{tg} 16,83^\circ - \operatorname{tg} 16,768^\circ) \cdot 0,6 = 718 \mu\text{m}$

2.30. Để nghiên cứu cấu trúc tinh thể, người ta chiếu một chùm tia Ronghen bước sóng $\lambda = 10^{-8} \text{ cm}$ vào tinh thể và quan sát hình nhiễu xạ của nó.

Xác định khoảng cách giữa hai lớp iôn (nút mạng) liên tiếp, biết rằng góc tới của chùm tia Ronghen trên các lớp iôn bằng 30° và bậc của cực đại nhiễu xạ tương ứng $k = 3$.

Giải



Từ công thức Vunphơ-Brêgơ

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

Suy ra

$$d = \frac{k\lambda}{2 \sin \varphi} = \frac{3 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 3 \text{ \AA}$$

2.31. Một chùm tia Ronghen hẹp tới đập vào mặt tự nhiên của đơn tinh thể NaCl dưới góc tới bằng 30° . Theo phương phản xạ gương trên mặt đa tinh thể, người ta quan sát thấy cực đại của nhiễu xạ bậc hai.

Xác định bước sóng của ánh sáng tới biết rằng khoảng cách giữa các mặt phẳng nguyên tử liên tiếp bằng $2,82 \cdot 10^{-10} \text{m}$.

Giải

Từ công thức Vunphơ-Brêgơ

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

Suy ra

$$\lambda = \frac{2d \sin \varphi}{k} = \frac{2 \cdot 2,82 \cdot 10^{-8} \cdot \sin 30^\circ}{2} = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{m} = 1,41 \text{ \AA}$$

2.32. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ vuông góc với một cách tử nhiễu xạ có chu kỳ $d = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{m}$. Tính độ tán sắc góc của cách tử ứng với quang phổ bậc 1 (độ tán sắc góc của cách tử là đại lượng vật lý đo bằng $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$, trong đó φ là góc nhiễu xạ ứng với các vạch cực đại chính, λ là bước sóng ánh sáng).

Giải

$$\text{Từ công thức } \sin \varphi = k \frac{\lambda}{d} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-6}} = 0,2356 \Rightarrow \varphi = 13,627^\circ$$

$$\text{và } \cos \varphi d\varphi = k \frac{d\lambda}{d}$$

Độ tán sắc góc của cách tử trong quang phổ bậc 1

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-6} \cos 13,627^\circ} = 4,12 \cdot 10^5 \text{ rad/m}$$

2.33. Một chùm tia sáng được chiếu thẳng góc với một cách tử nhiễu xạ. trong quang phổ bậc 3, vạch đỏ ($\lambda = 6300 \text{\AA}$) được quan sát với góc nhiễu xạ $\varphi = 60^\circ$.

a) Hỏi với góc nhiễu xạ trên, người ta sẽ quan sát thấy vạch quang phổ ứng với bước sóng bằng bao nhiêu trong quang phổ bậc bốn?

b) Tìm số khe trên 1mm chiều dài của cách tử.

c) Độ tán sắc góc của cách tử đối với vạch $\lambda = 6300\text{\AA}$ trong quang phổ bậc ba bằng bao nhiêu?

Giải

a)

$$\lambda_1 = \frac{d \sin \varphi}{k_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{d \sin \varphi}{k_2}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{k_1}{k_2} = 6300 \cdot 10^{-10} \frac{3}{4} = 4725 \cdot 10^{-10} \text{m} = 0,4725 \mu\text{m}$$

b) Chu kì của cách tử là

$$d = \frac{k_1 \lambda_1}{\sin \varphi} = \frac{3 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}}{\sin 60^\circ} = 2,18 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Số khe trên 1mm chiều dài của cách tử $d^{-1} \cdot 10^{-3} = 458,2$ vạch/mm

c) Từ công thức $\sin \varphi = k \frac{\lambda}{d}$

$$\Rightarrow \cos \varphi d \varphi = k \frac{d \lambda}{d}$$

Độ tán sắc góc của cách tử trong quang phổ bậc ba

$$D = \frac{d \varphi}{d \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{3}{2,18 \cdot 10^{-6} \cos 60^\circ} = 2,75 \cdot 10^6 \text{ rad/m}$$

2.34. Góc tới của chùm ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 0,6 \mu\text{m}$) chiếu vào cách tử bằng $\theta = 30^\circ$, cách tử có chu kỳ $d = 1,5 \mu\text{m}$. Tìm độ tán sắc góc của cách tử ứng với vạch cực đại bậc ba.

Giải

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \sin \theta - k \frac{\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi d \varphi = \frac{k}{d} d \lambda$$

Thay vào

$$D = \frac{d \varphi}{d \lambda} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{k}{\sqrt{d^2 - (d \sin \theta - k \lambda)^2}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{3}{\sqrt{(1,5 \cdot 10^{-6})^2 - (1,5 \cdot 10^{-6} \sin 30^\circ - 3,0 \cdot 10^{-6})^2}} = 28 \cdot 10^5 \text{ rad/m}$$

2.35. Độ tán sắc dài D_1 liên hệ với độ tán sắc góc D bởi hệ thức $D_1 = fD$, trong đó f là tiêu cự của thấu kính dùng để chiếu quang phổ lên màn quan sát (đặt tại mặt phẳng của thấu kính).

Tìm độ tán sắc dài của cách tử đối với ánh sáng bước sóng $\lambda = 0,668 \mu\text{m}$ biết rằng chu kì của cách tử bằng $5 \cdot 10^{-4} \text{cm}$, thấu kính có tiêu cự $f = 0,4 \text{m}$.

Giải

Trong quang phổ bậc một độ tán sắc là

$$\begin{aligned} D &= \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{d\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{1}{d\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(5 \cdot 10^{-6})^2 - (0,668 \cdot 10^{-6})^2}} = 2,02 \cdot 10^5 \text{ rad/m} \\ D_1 &= fD = 0,4 \cdot 2,02 \cdot 10^5 = 8,1 \cdot 10^4 \text{ mm/\AA} \end{aligned}$$

2.36. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ vuông góc với một cách tử nhiều xạ có chứa $N = 10^4$ khe, có chu kỳ $d = 1,5 \mu\text{m}$. Xác định bề rộng góc của vạch cực đại nhiều xạ (cực đại chính) bậc hai biết rằng giữa hai cực đại nhiều xạ, vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi:

$$\sin \varphi = \frac{k' \lambda}{Nd} \text{ với } k' = 1, 2, \dots, N - 1.$$

Giải

Cực đại chính thứ k được xác định bởi $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$

Vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi $\sin \varphi = \frac{k'\lambda}{Nd}$

Khoảng cách góc giữa hai cực tiểu phụ hai bên cực tiểu chính đúng bằng bề rộng góc của cực đại chính.

Ta có vị trí cực tiểu thứ nhất $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{Nd}$

Ta có vị trí cực tiểu thứ hai $\sin \varphi_2 = \frac{-\lambda}{Nd}$

$\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = 2 \cos \varphi$ Mà $\sin \frac{\Delta \varphi}{2}$, $\frac{\Delta \varphi}{2}$ rất nhỏ

$$\Rightarrow \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \approx \frac{\Delta \varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = \frac{2\lambda}{Nd \cos \varphi} \quad \text{mà } \cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}$$

$$\text{Do đó } \Delta \varphi = \frac{2\lambda}{N\sqrt{d^2 - (k\lambda)^2}} = 26''$$

2.37. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng 3cm, chu kỳ bằng 3μm. Tìm:

a) Năng suất phân li của cách tử trong quang phổ bậc hai.

b) Bước sóng của vạch quang phổ nằm cạnh vạch màu xanh $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ mà ta có thể phân biệt được. (Năng suất phân li của một cách tử được tính bởi công thức $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = Nk$).

Giải

a) Theo công thức $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = Nk = k \frac{l}{d} = 2 \frac{3 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-6}} = 20\,000$

b)

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{20000} = 0,000025 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Vậy vạch nằm cạnh vạch màu xanh là $\lambda' = 0,500025 \mu\text{m}$

2.38. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng $l = 2,5\text{cm}$, số khe trên một đơn vị dài bằng $n = 400 \text{ khe/mm}$. Xác định:

a) Năng suất phân li của cách tử đối với quang phổ bậc ba.

b) Hiệu bước sóng nhỏ nhất của hai vạch phổ cùng cường độ sáng ở gần bước sóng $\lambda = 0,56\mu\text{m}$ mà cách tử có thể phân li được trong quang phổ bậc lớn nhất, biết ánh sáng chiếu thẳng góc với cách tử.

Giải

a) Năng suất phân li tính theo công thức:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk = k \frac{l}{d} = knl = 3.400.10^3.2,5.10^{-2} = 3.10^4$$

$$b) \sin\varphi = k \frac{\lambda}{d} = k\lambda n = 0,56.10^{-6}.400.10^3 k = 0,224k \leq 1$$

$$\Rightarrow k \leq 4,46 \Rightarrow k_{\max} = 4$$

$$R' = R \frac{4}{3} = 4.10^4$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R'} = \frac{0,56.10^{-6}}{4.10^4} = 0,14.10^{-10} \text{ m} = 0,14\text{\AA}$$

2.39. Hỏi cách tử phải có số khe ít nhất bằng bao nhiêu để nó có thể phân li được hai vạch vàng của natri ($\lambda_1 = 5890\text{\AA}$, $\lambda_2 = 5896\text{\AA}$), biết rằng chu kì của cách tử bằng $2,5\mu\text{m}$?

Giải

Bậc cao nhất của quang phổ ứng với $\sin\varphi = 1$

$$k_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{2,5.10^{-6}}{5896.10^{-10}} = 4,24$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 4$$

Ta có

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 6.10^{-10} \text{ m}$$

Suy ra

$$N_{\min} = \frac{\lambda}{k_{\max} \Delta\lambda} = \frac{5890.10^{-10}}{4.6.10^{-10}} = 245 \text{ vạch}$$