



Chương 6: Mạng một cửa tuyến tính

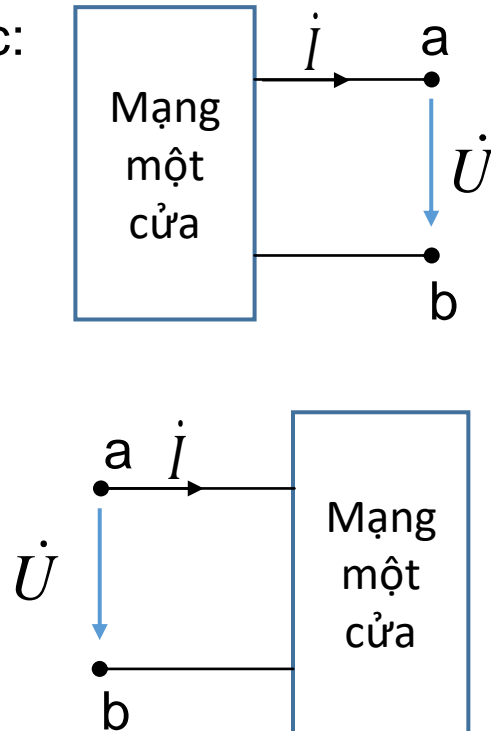
- Khái niệm
- Phương trình và sơ đồ tương đương mạng một cửa tuyến tính có nguồn
- Định lý Thevenin và Norton
- Hòa hợp giữa nguồn và tải



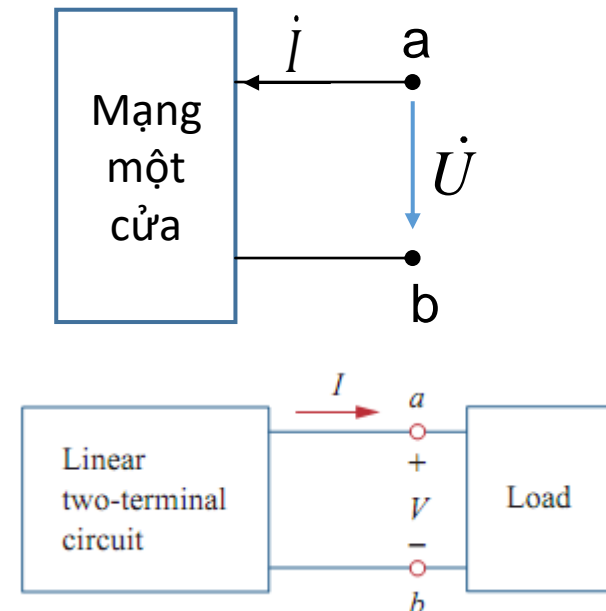
Khái niệm mạng một cửa

- Là một kết cấu mạch có một ngõ ra để trao đổi năng động lượng và tín hiệu với bên ngoài (phần tử mạch hay mạng một cửa khác)
- Còn gọi là mạng hai cực

Dạng phức:



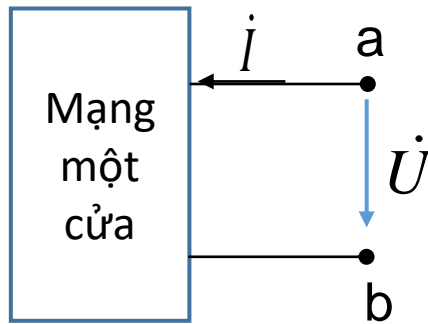
Biến đặc trưng: \dot{U}, \dot{I}





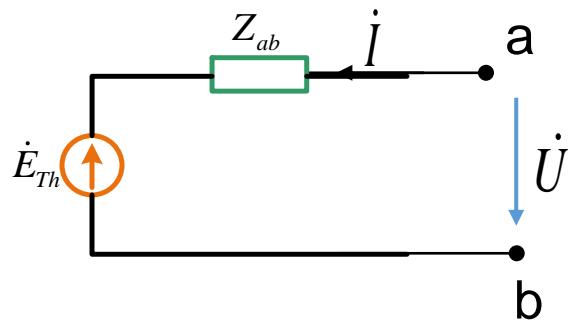
Sơ đồ tương đương Thevenin

Do Léon Charles Thévenin, kỹ sư người Pháp, đề xuất năm 1883



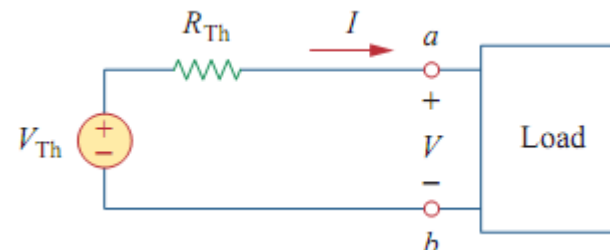
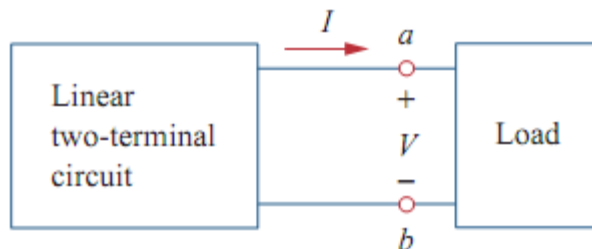
$$\dot{U} = Z_{ab} \dot{I} + \dot{E}_{Th}$$

\dot{E}_{Th} Điện áp trên a-b khi hở mạch mạng một cửa ($\dot{I} = 0$)



$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{abho}$$

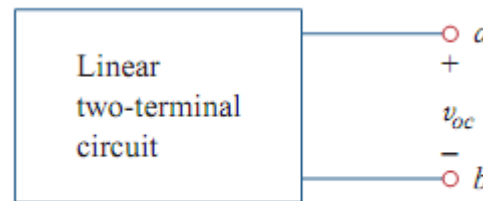
Z_{ab} Tổng trở vào của mạng một cửa



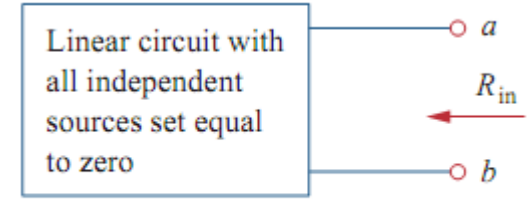


Tổng trở vào của mạng một cửa

- Tổng trở vào của mạng một cửa tuyến tính, không nguồn
 - Mạng một cửa tuyến tính không nguồn thường chỉ gồm các tổng trở ghép với nhau
 - Ở chế độ xác lập điều hòa, với phần mạch điện bên ngoài thì mạng một cửa không nguồn có thể được thay thế bằng một tổng trở tương đương gọi là tổng trở vào của mạng một cửa không nguồn



$$V_{Th} = v_{oc}$$

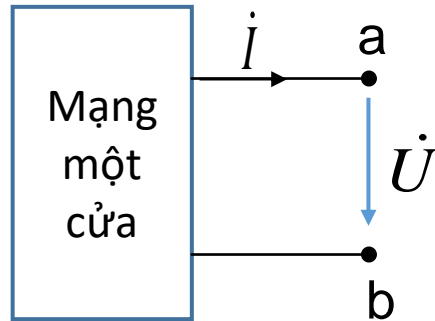


$$R_{Th} = R_{in}$$



Sơ đồ Norton

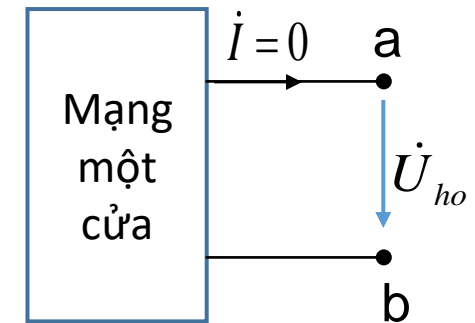
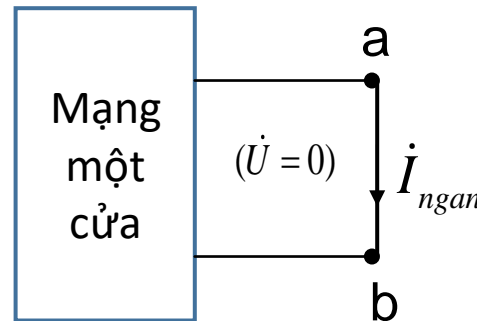
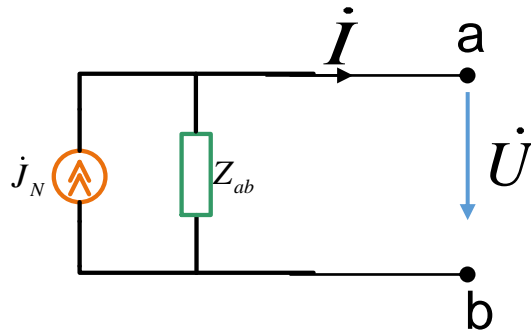
Do E. L Norton, một kỹ sư ở Bell Telephone Laboratories đề xuất năm 1926



$$\dot{I} = -Y_{ab}\dot{U} + \dot{J}_N$$

\dot{J}_N : Dòng điện (từ a → b) khi ngắn mạch mạng một cửa

$$\dot{J}_N = \dot{I}_{abngan}$$



$$Y_{ab} = \frac{1}{Z_{ab}} : \text{Tổng dẫn vào của mạng một cửa}$$



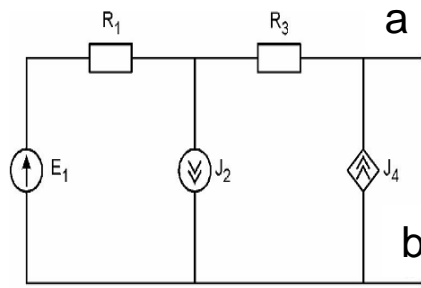
Tổng trở vào (1)

- Tính tổng trở (\rightarrow tổng dẫn) vào của mạng một cửa tuyến tính có nguồn
 - Cách 1: Tính điện áp khi hở mạch và dòng điện khi ngắn mạch ở cửa

$$Z_{ab} = \frac{\dot{U}_{abho}}{\dot{I}_{abngan}} = \frac{\dot{E}_{Th}}{\dot{J}_N}$$

- Cách 2: Tính bằng tổng trở tương đương
 - Triệt tiêu các **nguồn độc lập** (nguồn áp ngắn mạch, nguồn dòng hở mạch). Sau đó tính tổng trở tương đương ở cửa vào
 - Chỉ nên áp dụng đối với mạng một cửa trong đó không chứa nguồn phụ thuộc, không có hồi cảm.

Trường hợp có nguồn phụ thuộc (hoặc hồi cảm)?

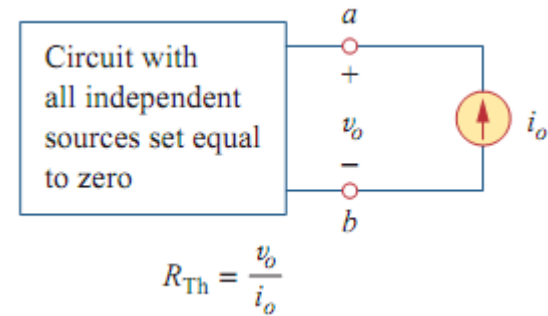
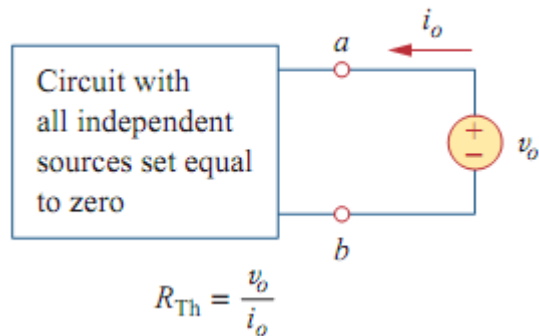


$$\left. \begin{array}{l} \dot{E}_{Th} = \dot{\phi}_{abho} \\ \dot{J}_N = \dot{I}_{abngan} \end{array} \right\} \Rightarrow Z_{ab} = \frac{\dot{E}_{Th}}{\dot{J}_N}$$

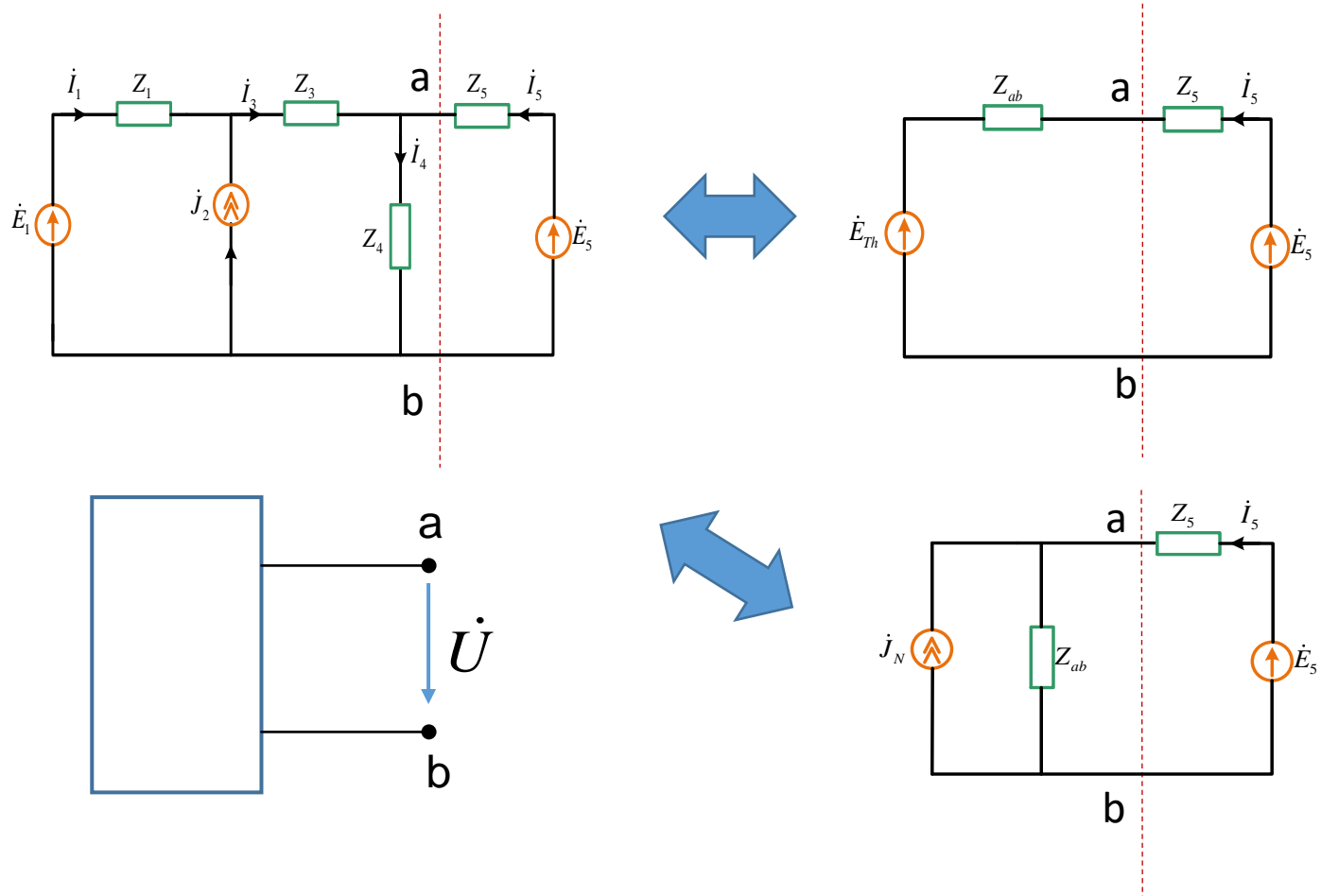


Tổng trở vào (2)

- Cách 3: Tính bằng cách cấp một nguồn áp (thường 1 volt) hoặc nguồn dòng (1 Ampe), sau đó tính dòng/ hoặc áp đáp tương ứng:

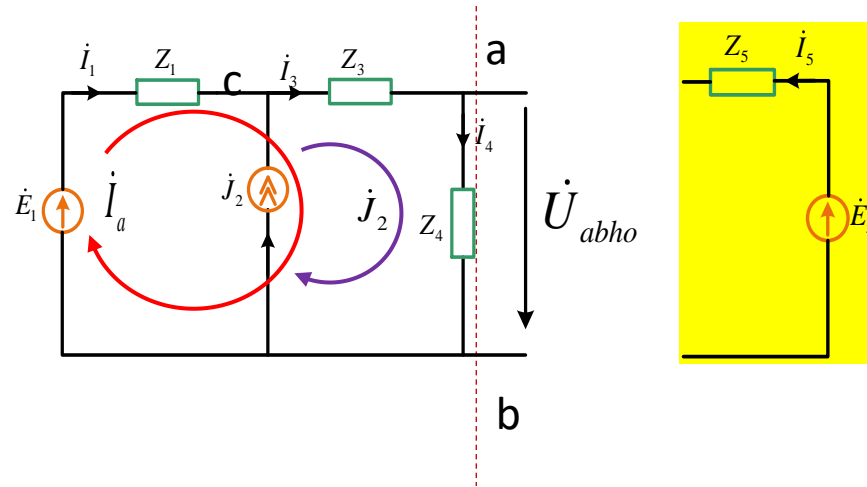


❑ Ví dụ 1: Tính dòng qua nhánh 5





➤ Tính \dot{U}_{abho}



Thế nút:

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3 + Z_4} \right) \dot{\phi}_c = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + j_2 \Rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + j_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3 + Z_4}}$$

$$\dot{U}_{abho} = \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \dot{\phi}_c$$

Hoặc dòng vòng:

$$(Z_1 + Z_3 + Z_4) \dot{I}_a + (Z_3 + Z_4) j_2 = \dot{E}_1$$

$$\dot{U}_{abho} = Z_4 \dot{I}_4 = Z_4 (\dot{I}_a + j_2)$$

Thay số

$$\dot{E}_1 = 100 \angle 0^\circ \text{V}; \dot{E}_5 = 50 \angle 15^\circ \text{V}; j_2 = 0,3 \angle -30^\circ \text{A};$$

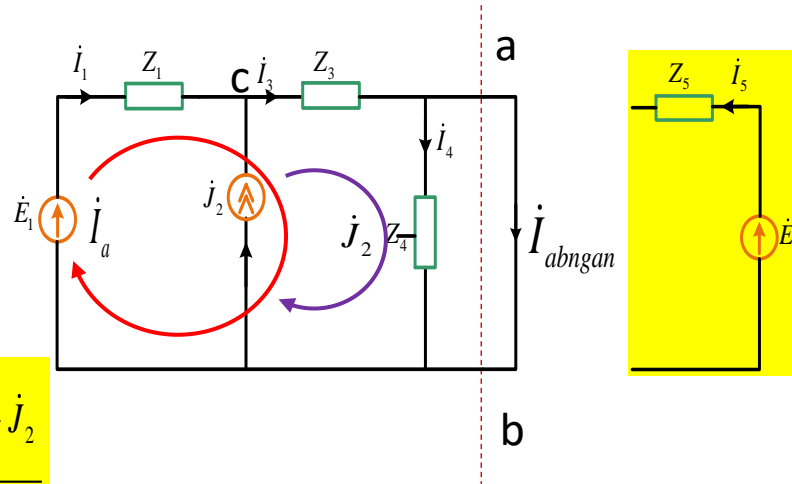
$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega; Z_5 = 240\Omega$$

$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{abho} = 165,57 - j24,93 \text{V}$$



➤ Tính \dot{I}_{abngan}



$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} \right) \dot{\phi}_c = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2 \Rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}}$$

$$\dot{I}_{abngan} = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_3}$$

Thay số

$$\dot{E}_1 = 100V; \dot{E}_5 = 50/\underline{15^\circ}V; \dot{J}_2 = 0,3/\underline{-30^\circ}A;$$

$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega; Z_5 = 240\Omega$$

$$\dot{J}_N = \dot{I}_{abngan} = 0,591 - j0,393A$$

$$(Z_1 + Z_3)\dot{I}_a + Z_3\dot{J}_2 = \dot{E}_1$$

$$\dot{I}_{abngan} = \dot{I}_a + \dot{J}_2$$



➤ Tính tổng trở vào

$$Z_{ab} = \frac{\dot{E}_{Th}}{\dot{J}_N} = \frac{\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$$

Thay số

$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{ab\text{ ho}} = 165,57 - j24,93\text{V}$$

$$\dot{J}_N = \dot{I}_{ab\text{ ngan}} = 0,591 - j0,393\text{A}$$

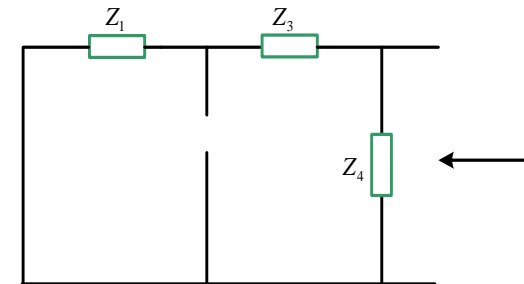
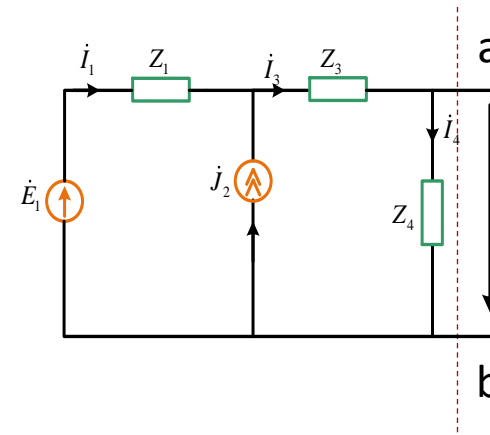
$$\Rightarrow Z_{ab} = 213,65 + j99,93\Omega$$

■ Cách 2 (để tính tổng trở vào)

- Triệt tiêu các **nguồn độc lập**, tính tổng trở tương đương ở cửa vào:

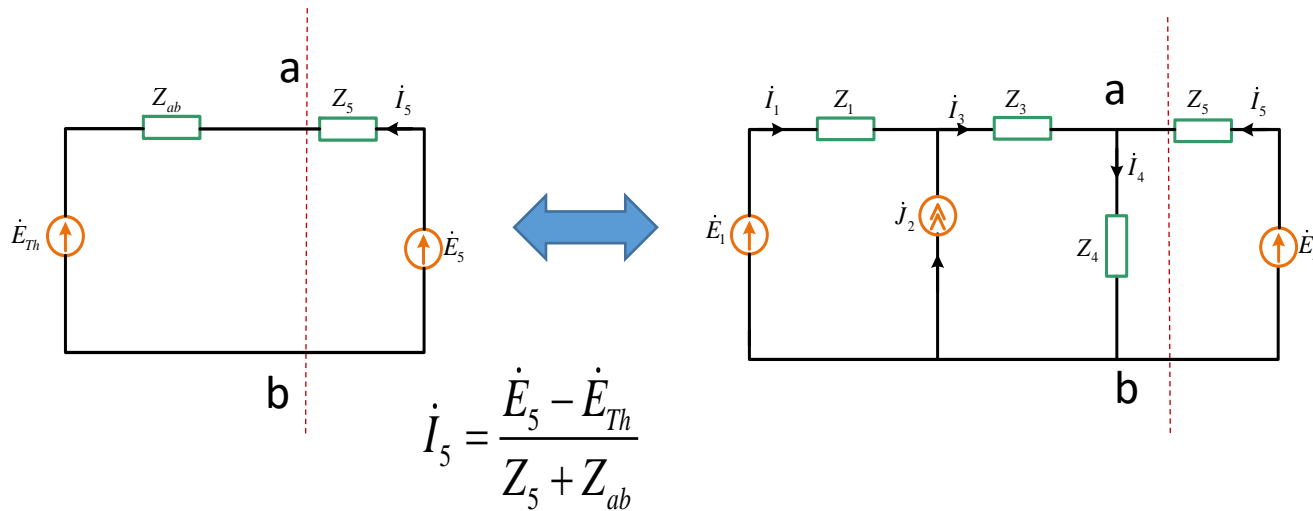
$$Z_{ab} = Z_4 \parallel (Z_3 + Z_1)$$

$$\Rightarrow Z_{ab} = 213,65 + j99,93\Omega$$



➤ Tính dòng và áp trên mạng một cửa

- Sau khi đã tính được điện áp hở và tổng trở vào mạng một cửa, có thể tính được các đại lượng khác ngoài mạng



$$\dot{E}_{Th} = 165,57 - j24,93V$$

$$Z_{ab} = 213,65 + j99,93\Omega$$

$$\Rightarrow \dot{I}_5 = -0,229 + j0,134A$$

$$\dot{E}_1 = 100V; \dot{E}_5 = 50/\underline{15^\circ}V; \dot{J}_2 = 0,3/\underline{-30^\circ}A;$$

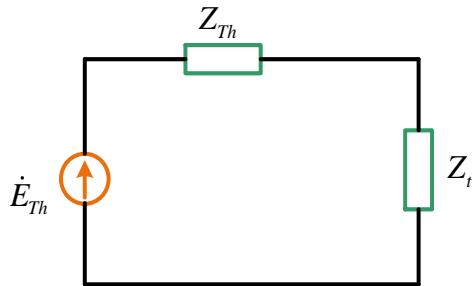
$$Z_1 = 200 + j62,8\Omega; Z_3 = j47,1\Omega;$$

$$Z_4 = -j3185,7\Omega; Z_5 = 240\Omega$$



Điều kiện hòa hợp tải

- Xác định giá trị của tải để công suất thu được từ mạch nguồn là lớn nhất (tìm tải Z_t để công suất trên nó là lớn nhất)



$$Z_t = Z_{Th}^*$$

Tải này gọi là tải hòa hợp của mạng một cửa có nguồn

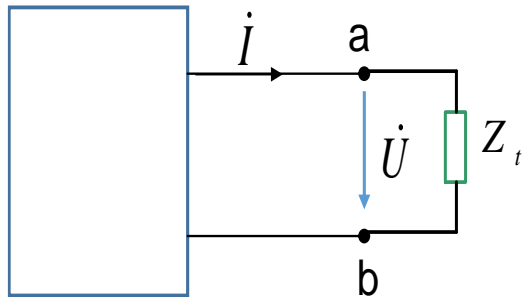
$$Z_t = R_t + jX_t$$

$$Z_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$$

$$Z_{Th}^* = R_{Th} - jX_{Th}$$

Nhiều tài liệu ký hiệu liên hiệp của tải là \hat{Z}_{Th}

$$Z_t = Z_{Th}^* \Leftrightarrow \begin{cases} R_t = R_{Th} \\ X_t = -X_{Th} \end{cases}$$



■ Khi đó: $I_t = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_t} = \frac{\dot{E}_{Th}}{2R_{Th}} \Rightarrow P_t = R_{Th} I_t^2 = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}}$

- Hiệu suất truyền năng lượng từ nguồn tương đương đến tải:

$$\eta = \frac{P_t}{P_{nguồn}} = \frac{R_t I_t^2}{(R_{Th} + R_t) I_t^2} = 50\%$$



Bài tập 1:

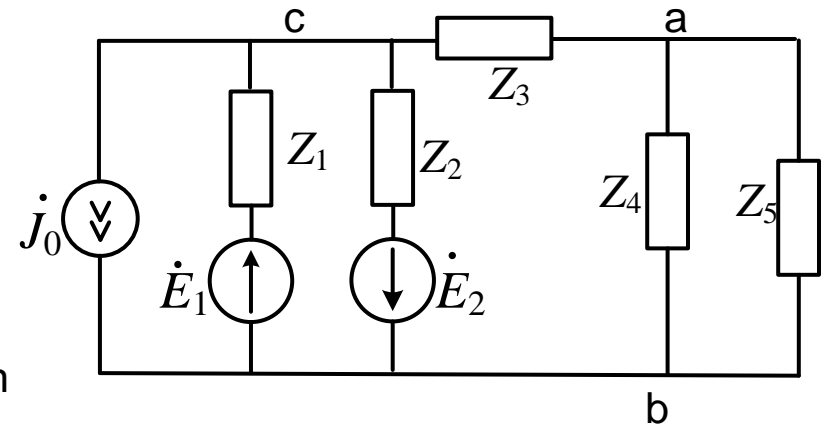
$$\dot{E}_1 = 120 \angle 0^\circ \text{ V}; \quad \dot{E}_2 = 60 \angle 30^\circ \text{ V};$$

$$\dot{J}_0 = 1 \angle 0^\circ \text{ A}; Z_1 = 30 - j20 \Omega;$$

$$Z_2 = j30 \Omega; Z_3 = 30 \Omega; Z_4 = -j50 \Omega;$$

Tìm Z_5 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất?

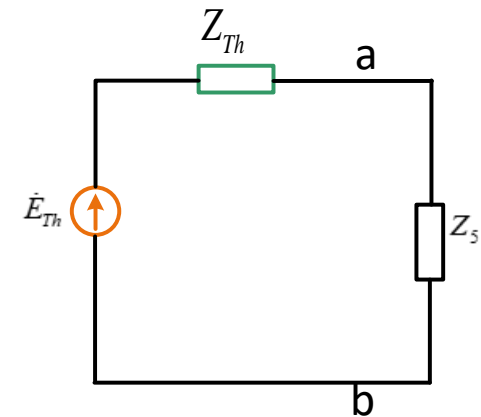
Với Z_5 vừa tìm được, tính dòng điện qua Z_5 và Z_3

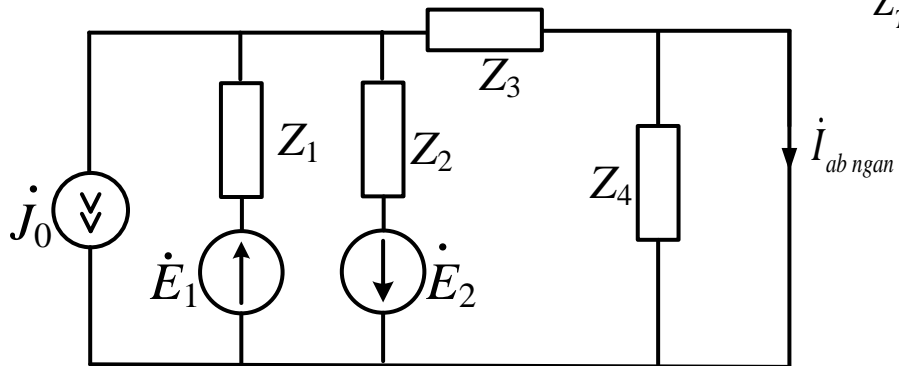
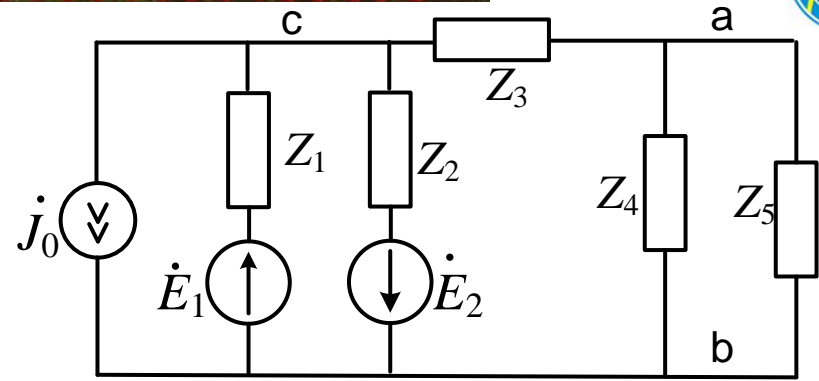
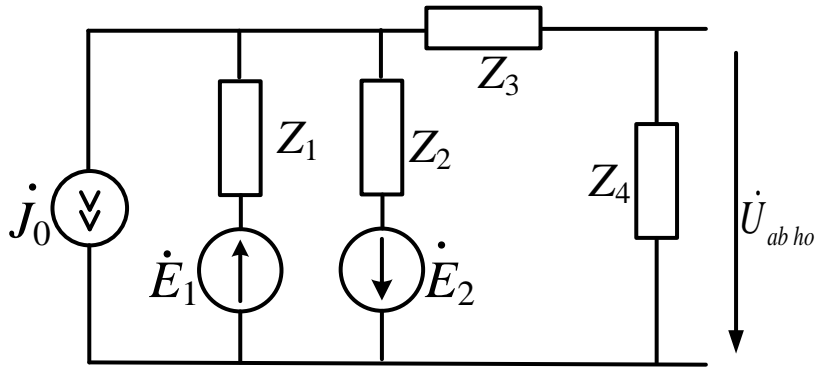


A. Tính tổng trở vào:

Cách 1: Tính tổng trở vào theo điện áp hở mạch và dòng ngắn mạch

$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$$

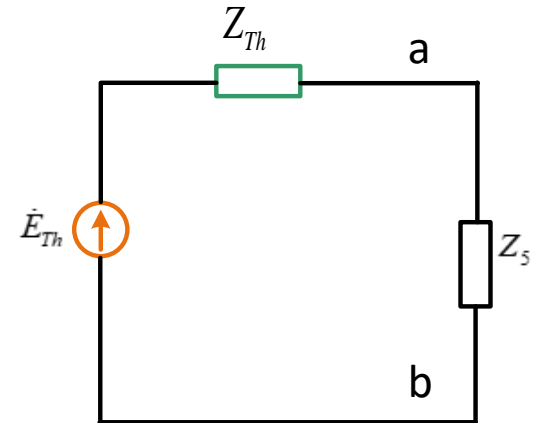




$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{ab\ ho}$$

$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ab\ ho}}{\dot{I}_{ab\ ngan}}$$

- Sơ đồ tương đương Thevenin:





- Tính $\dot{U}_{ab\ ho}$

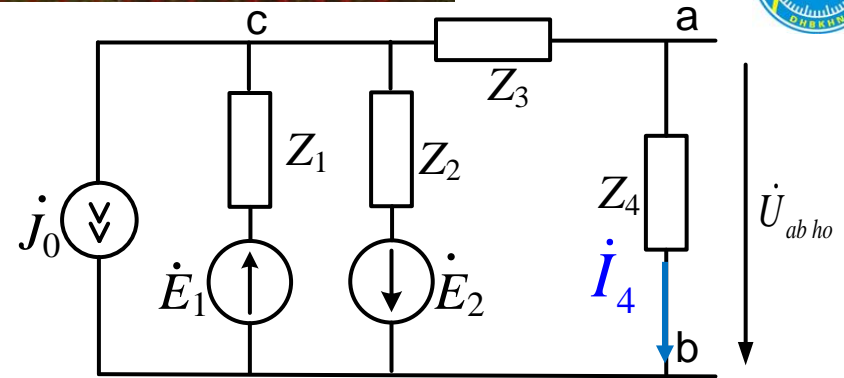
Phương trình thế nút (với b nối đất)

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3 + Z_4} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3 + Z_4}}$$

$$\rightarrow \dot{U}_{ab\ ho} = Z_4 \dot{i}_4 = Z_4 \frac{\dot{\phi}_c}{Z_3 + Z_4}$$

$$\dot{U}_{ab\ ho} = 59,301 + j77,866V$$





- Tính $\dot{I}_{ab \text{ ngan}}$

Phương trình thế nút (với b nối đất)

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \rightarrow \dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_3}$$

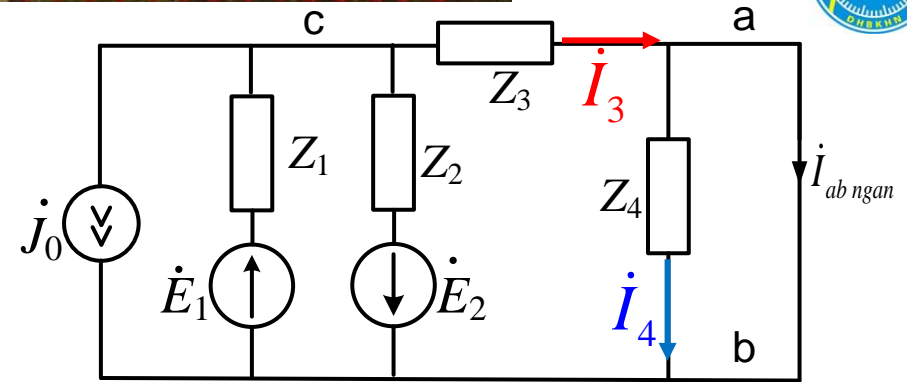
$$\dot{I}_{ab \text{ ngan}} = \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_{ab \text{ ngan}} = -0,198 + j2,051 \text{ A}$$

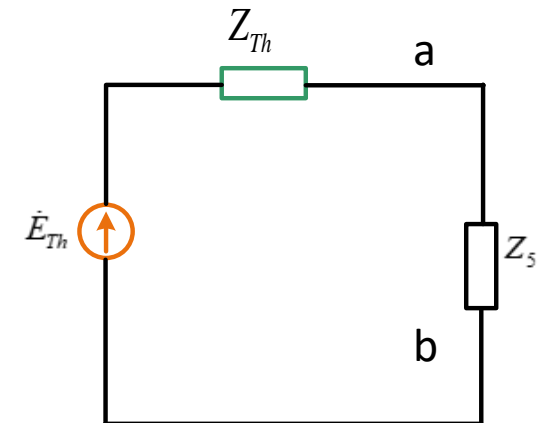
- Tổng trở vào ab:

$$Z_{Th} = Z_{vao \text{ ab}} = \frac{\dot{U}_{ab \text{ ho}}}{\dot{I}_{ab \text{ ngan}}}$$

$$Z_{Th} = Z_{vao \text{ ab}} = 34,84 - j32,27 \Omega$$



$$\dot{I}_4 = 0; \dot{\phi}_a = \dot{\phi}_b$$



$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{ab \text{ ho}} = 59,301 + j77,866 \text{ V}$$



Cách 2: Tính tổng trở tương đương (do mạng một cửa không có nguồn phụ thuộc và không có phần tử hồi cảm)

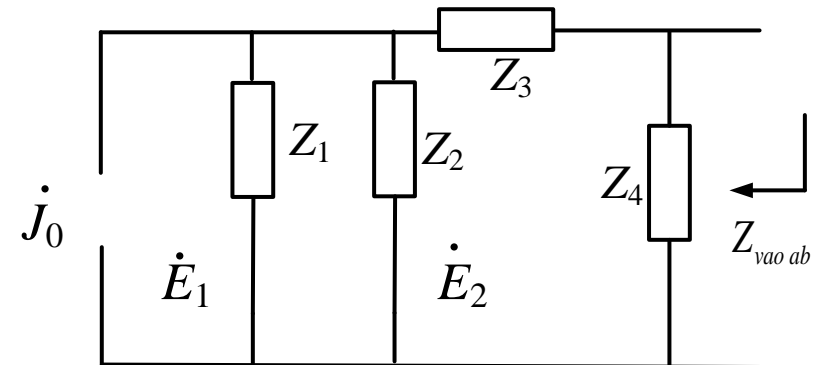
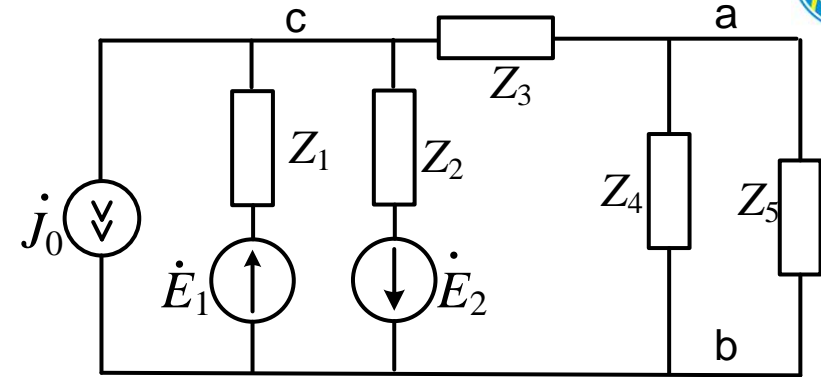
Triệt tiêu các nguồn độc lập:

$$Z_{Th} = Z_{vao\ ab}$$

$$Z_{vao\ ab} = Z_4 \parallel (Z_3 \text{ nt } (Z_1 \parallel Z_2))$$

$$\Leftrightarrow Z_{vao\ ab} = \frac{Z_4 (Z_3 + Z_{12})}{Z_4 + Z_3 + Z_{12}}; \quad Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_{vao\ ab} = 34,84 - j32,27 \Omega$$



B. Tìm Z_5 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất? (bài toán hòa hợp tải)

$$Z_5 = Z_{vao\ ab}^* = 34,84 + j32,27 \Omega$$



C. Với Z_5 vừa tìm được, tính dòng điện qua Z_5 và Z_3

Từ sơ đồ tương đương Thevenin

$$Z_{Th} \dot{I}_5 + Z_5 \dot{I}_5 = \dot{E}_{Th} \rightarrow \dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_5}$$

$$\dot{I}_5 = 0,85 + j 1,12 \text{ A}$$

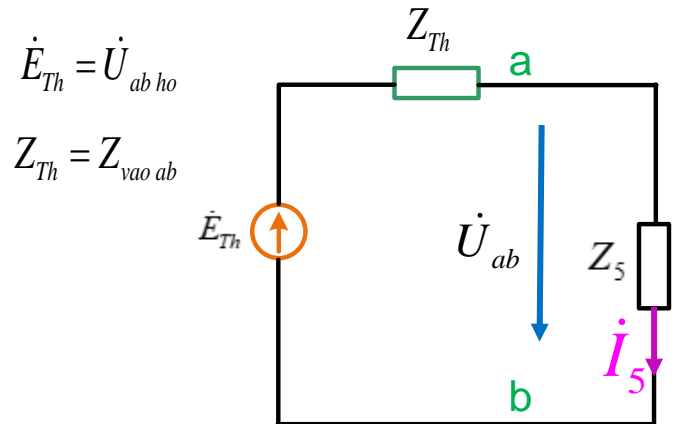
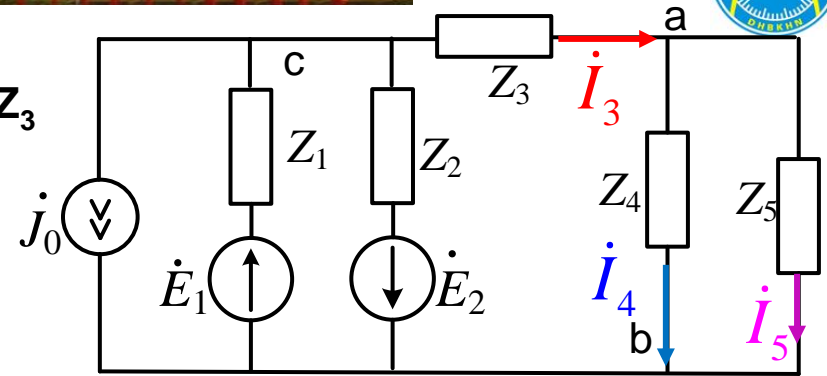
Mặt khác: $\dot{U}_{ab} = Z_5 \dot{I}_5$

$$\dot{U}_{ab} = Z_4 \dot{I}_4 \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_4} = \frac{Z_5}{Z_4} \dot{I}_5$$

$$\dot{I}_4 = -1,33 - j 0,13 \text{ A}$$

Dòng qua Z_3 : $\dot{I}_3 = \dot{I}_4 + \dot{I}_5$

$$\dot{I}_3 = -0,48 + j 0,99 \text{ A} = 1,1 / 115,7^\circ \text{ A}$$





Tham khảo thêm cách khác để tính dòng qua Z_5 và Z_3 : dùng biến đổi tương đương các nhánh 3, 4, 5 thay vì sơ đồ Thevenin (nếu bạn đầu bài toán đã cho Z_5)

$$\text{Do } Z_4 \parallel Z_5: \quad Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

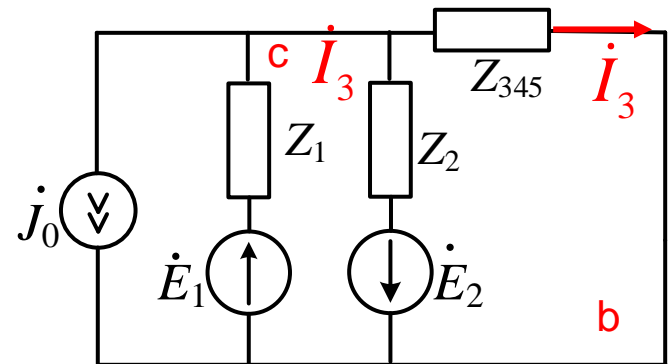
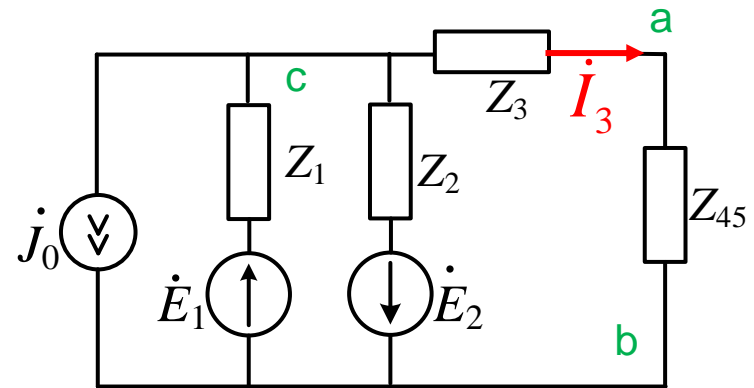
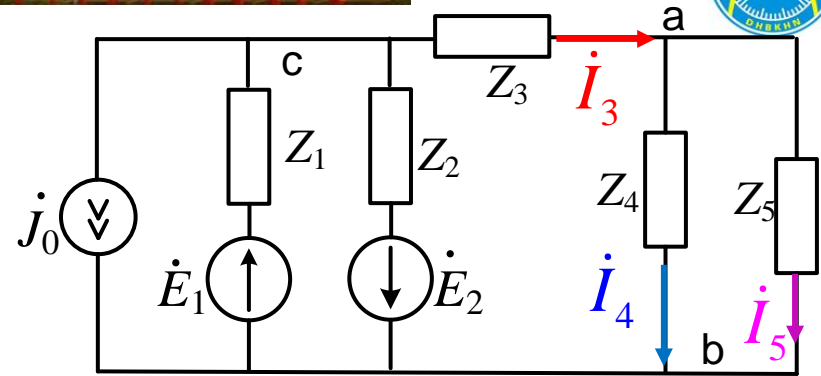
$$\text{Do } Z_{45} \text{ nối tiếp } Z_3: \quad Z_{345} = Z_3 + Z_{45} = Z_3 + \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

Phương trình thế nút (cho mạch tương đương, với b nối đất)

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{345}} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{j}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{j}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_2}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{345}}} \quad \rightarrow \dot{i}_3 = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_{345}}$$

$$\dot{i}_3 = -0,48 + j 0,99 \text{ A} = 1,1 / 115,7^\circ \text{ A}$$



$$\rightarrow \dot{U}_{ab} = Z_{45} \dot{i}_3 \quad \rightarrow \dot{i}_4 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_4}; \quad \dot{i}_5 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_5};$$

$$\dot{i}_4 = -1,33 - j 0,13 \text{ A}; \quad \dot{i}_5 = 10,85 + j 1,12 \text{ A}$$



$$Z_{12} = Z_1 * Z_2 / (Z_1 + Z_2)$$

$$Z_v = Z_4 * (Z_3 + Z_{12}) / (Z_4 + Z_3 + Z_{12})$$

$$\phi = (E_1 / Z_1 - E_2 / Z_2 - J_0) / (1 / Z_1 + 1 / Z_2 + 1 / (Z_3 + Z_4))$$

$$U_{ho} = Z_4 * \phi / (Z_3 + Z_4)$$

$$\text{abs}(U_{ho})$$

$$\text{angle}(U_{ho}) * 180 / \pi$$

$$I_5 = U_{ho} / (Z_v + Z_5)$$

$$I_4 = Z_5 * I_5 / Z_4$$

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$34.8411 - 32.2738i$$

$$Z_5 = 34.8411 + 32.2738i$$

$$\phi = 1.2581e+01 + 1.1345e+02i$$

$$U_{ho} = 59.3008 + 77.8663i$$

$$= 97.8762$$

$$/_\ 52.7081$$

$$I_5 = 0.8510 + 1.1174i$$

$$I_4 = -1.3280 - 0.1283i$$

$$I_3 = -0.4770 + 0.9892i = 1.0982 / _\ 115.7424$$



Bài tập 2:

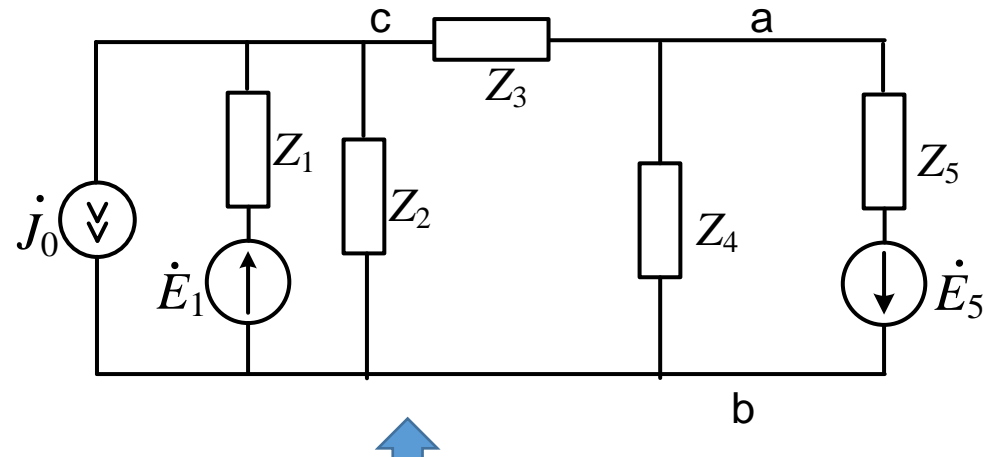
$$\dot{E}_1 = 120 \angle 0^\circ \text{ V}; \quad \dot{E}_5 = 60 \angle 30^\circ \text{ V};$$

$$\dot{J}_0 = 1 \angle 0^\circ \text{ A}; Z_1 = 30 - j20 \Omega;$$

$$Z_2 = j30 \Omega; Z_3 = 30 \Omega; Z_5 = -j60 \Omega;$$

Tìm Z_4 để công suất tiêu thụ
trên nó là lớn nhất?

Tìm công suất đó?

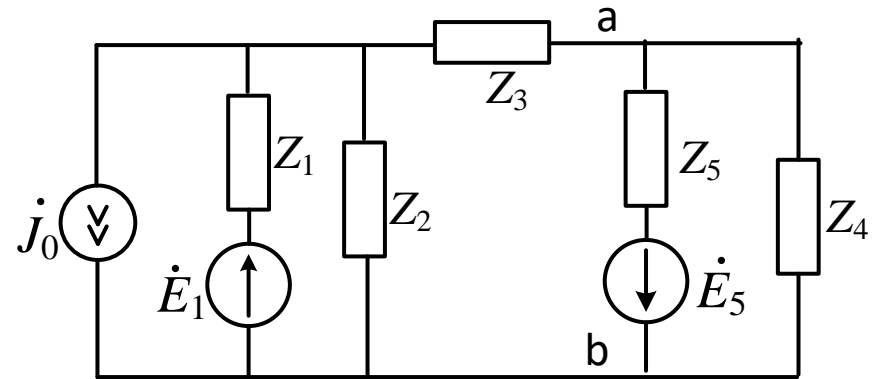


Phương pháp: Hòa hợp tải

A. Tính tổng trở vào:

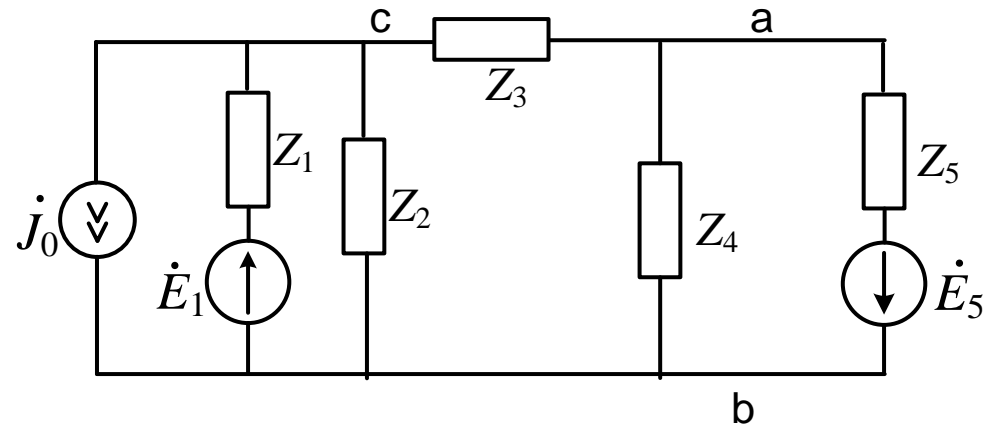
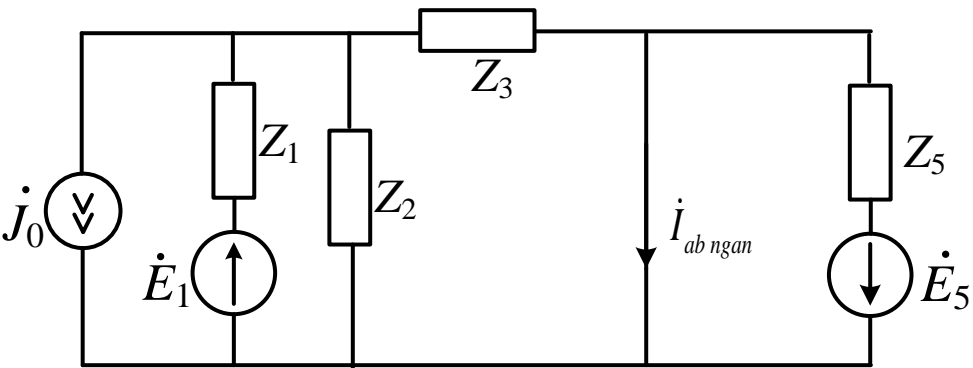
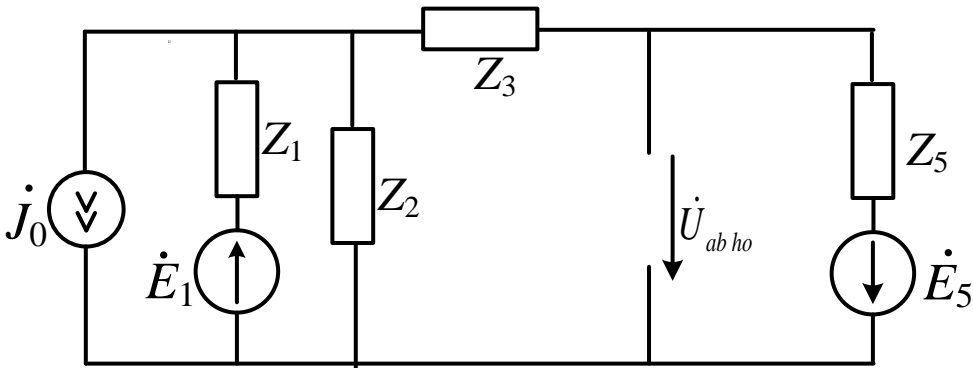
Cách 1:

$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$$

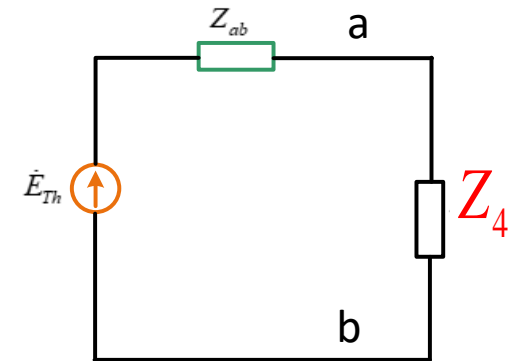


A. Tính tổng trở vào:

Cách 1:
$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ab\ ho}}{\dot{I}_{ab\ ngan}}$$



Sơ đồ tương đương Thevenin:





▪ Tính $\dot{U}_{ab\ ho}$

Phương trình thế nút (với b nối đất)

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{35}} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_5}{Z_{35}}$$

$$Z_{35} = Z_3 + Z_5$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_5}{Z_{35}}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{35}}}$$

Mặt khác:

$$Z_3 \dot{I}_5 + Z_5 \dot{I}_5 + \dot{U}_{bc} = \dot{E}_5$$

$$\Leftrightarrow Z_3 \dot{I}_5 + Z_5 \dot{I}_5 + (\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_c) = \dot{E}_5$$

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_5 - (\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_c)}{Z_3 + Z_5} = \frac{\dot{E}_5 - (0 - \dot{\phi}_c)}{Z_3 + Z_5} = \frac{\dot{E}_5 + \dot{\phi}_c}{Z_3 + Z_5}$$

Tính hiệu điện thế trên ab (điện áp hở):

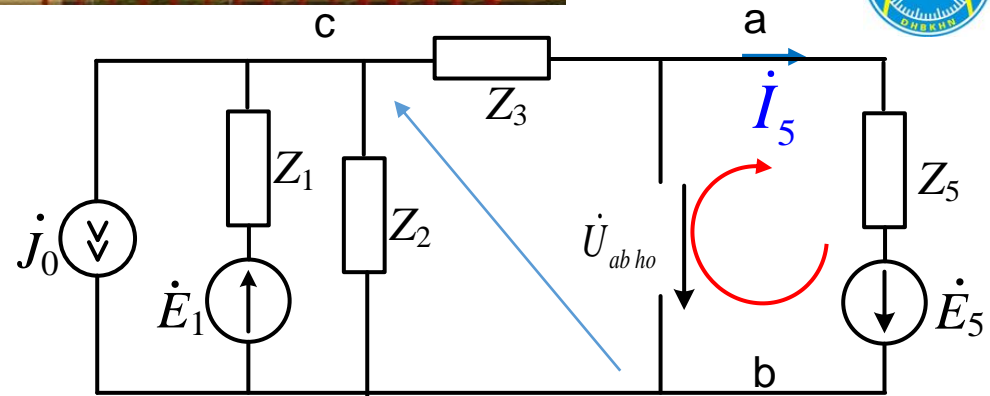
$$Z_5 \dot{I}_5 + \dot{U}_{ba} = \dot{E}_5 \Leftrightarrow Z_5 \dot{I}_5 - \dot{U}_{ab} = \dot{E}_5$$

$$\rightarrow \dot{U}_{ab\ ho} = Z_5 \dot{I}_5 - \dot{E}_5$$

Hoặc theo công thức:

$$\dot{U}_{ab\ ho} = \dot{U}_{ac} + \dot{U}_{cb} = -Z_3 \dot{I}_5 - \dot{\phi}_c$$

$$\dot{U}_{ab\ ho} = 61,831 - j16,312V$$





- Tính $\dot{I}_{ab\text{ ngan}}$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = \dot{I}_3 - \dot{I}_5$$

Phương trình thế nút (với b trùng a nối đất)

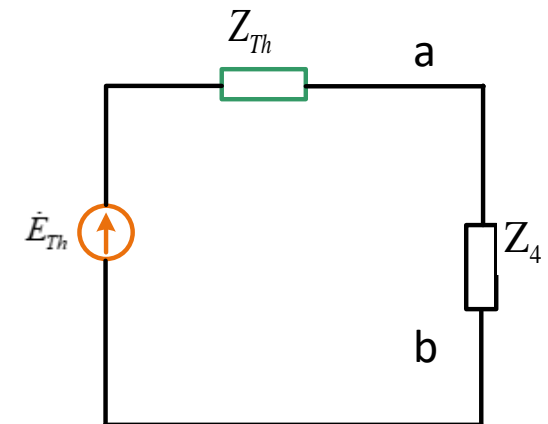
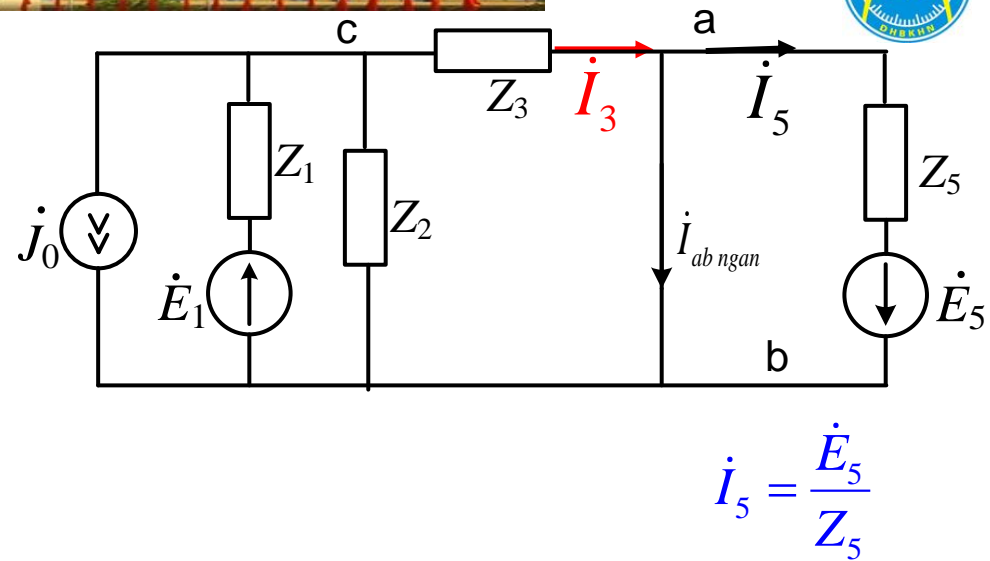
$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1}$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{J}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} \rightarrow \dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_3}$$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = \dot{I}_3 - \dot{I}_5 \quad \dot{I}_{ab\text{ ngan}} = 1,134 + j0,427 \text{ A}$$

Tổng trở vào ab: $Z_{Th} = Z_{vao\text{ ab}} = \frac{\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$

$$Z_{vao\text{ ab}} = 43,019 - j30,566 \Omega$$



$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = 61,831 - j16,312 \text{ V}$$



Cách 2: Tính tổng trở tương đương (do M1C không có nguồn phụ thuộc và không có phần tử hồi cảm)

Triệt tiêu các nguồn độc lập: $Z_{Th} = Z_{vao\ ab}$

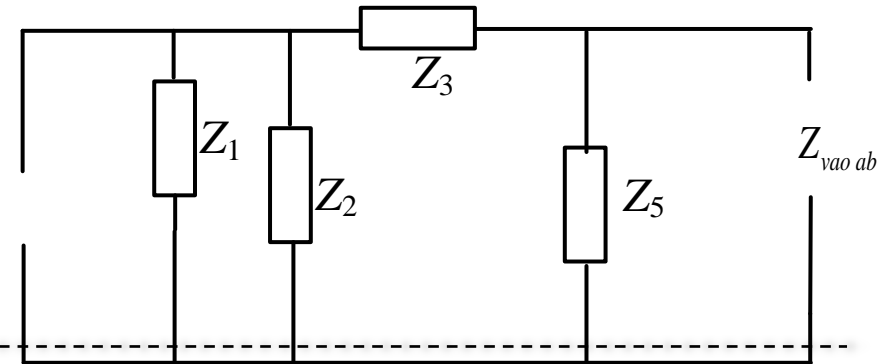
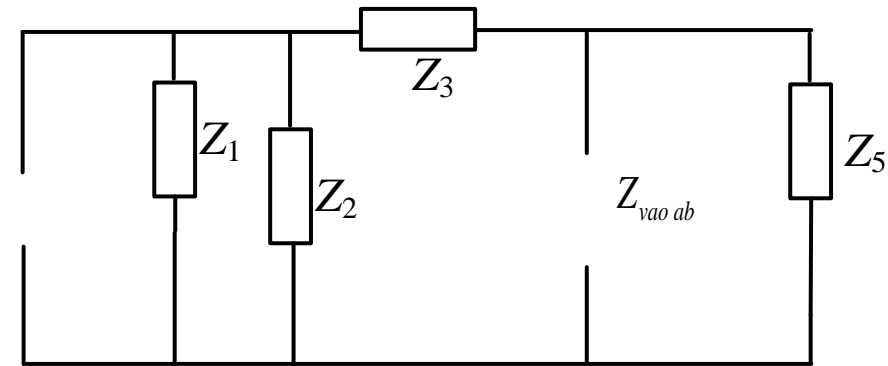
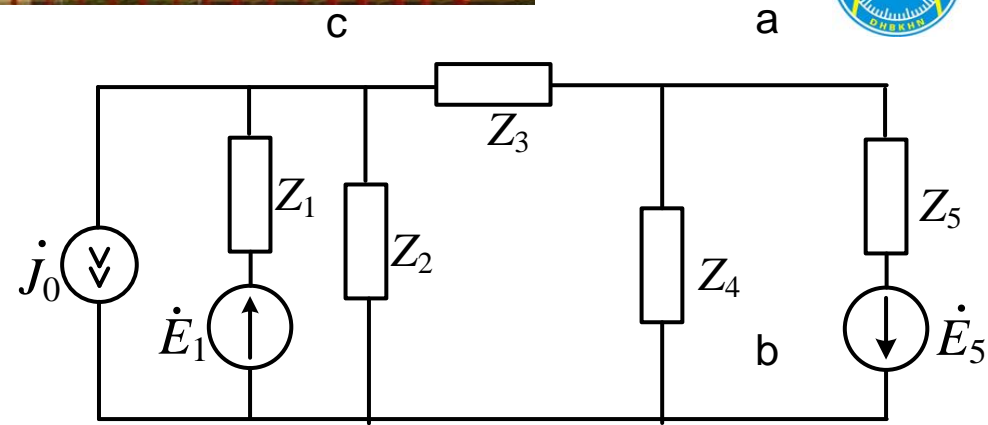
$$Z_{vao\ ab} = Z_5 \parallel (Z_3 \text{ nt } (Z_1 \parallel Z_2))$$

$$\Leftrightarrow Z_{vao\ ab} = \frac{Z_5 (Z_3 + Z_{12})}{Z_4 + Z_5 + Z_{12}}; \quad Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_{vao\ ab} = 43,019 - j30,566 \Omega$$

B. Tìm Z_4 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất?

$$Z_4 = Z_{vao\ ab}^* = 43,019 + j30,566 \Omega$$





C. Với Z_4 vừa tìm được, tính dòng qua Z_4

Dùng sơ đồ tương đương Thevenin

$$Z_{Th} \dot{I}_4 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_{Th} \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_4}$$

$$\dot{I}_4 = 0,72 - j 0,19 \text{ A}$$

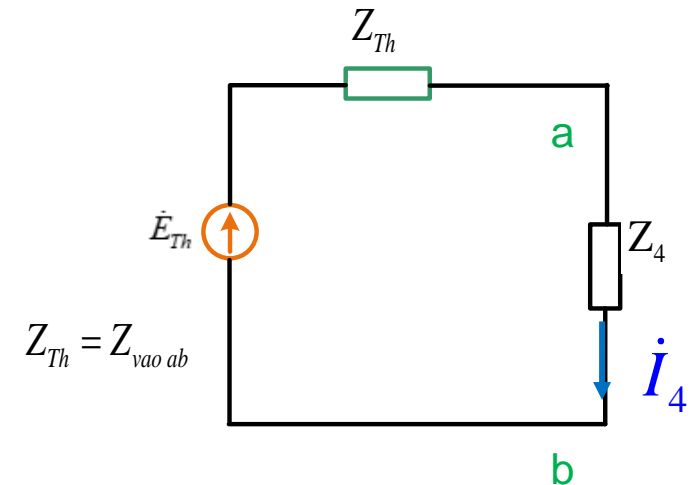
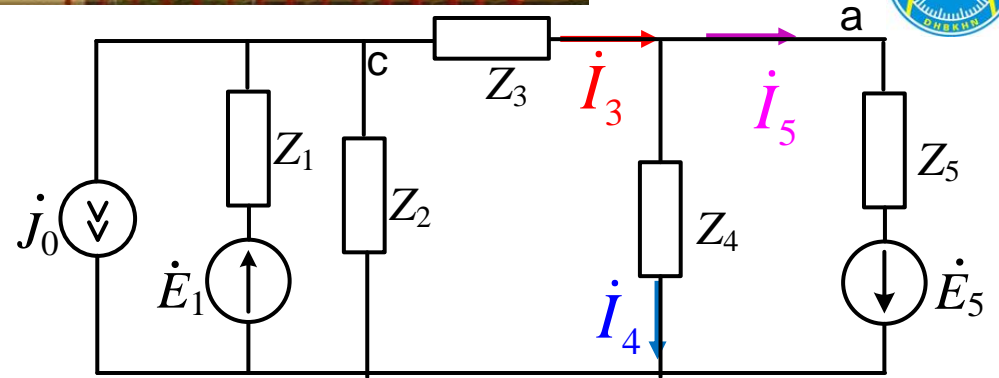
Nếu cần tính dòng qua Z_5, Z_3 :

$$Z_5 \dot{I}_5 - Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_5 \rightarrow \dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_5 + Z_4 \dot{I}_4}{Z_5}$$

$$\dot{I}_5 = -0,73 + j 1,478 \text{ A}$$

$$\rightarrow \dot{I}_3 = \dot{I}_5 + \dot{I}_4$$

$$\dot{I}_3 = -0,012 + j 1,288 \text{ A}$$





Bài tập 3:

$$\dot{E}_1 = 120 \angle 0^\circ \text{ V}; \quad \dot{E}_5 = 60 \angle 30^\circ \text{ V};$$

$$\dot{J}_0 = 1 \angle 0^\circ \text{ A}; Z_1 = 30 - j20 \Omega;$$

$$Z_2 = j30 \Omega; Z_5 = -j60 \Omega;$$

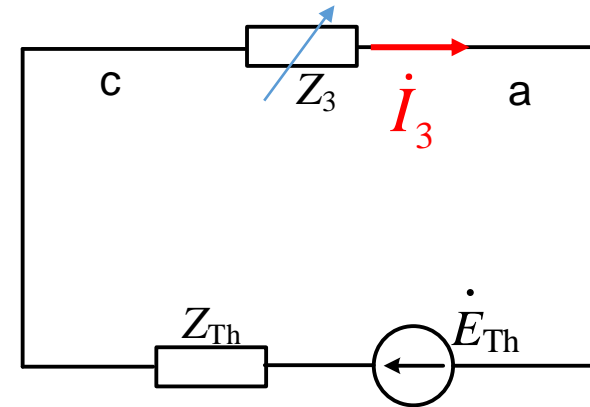
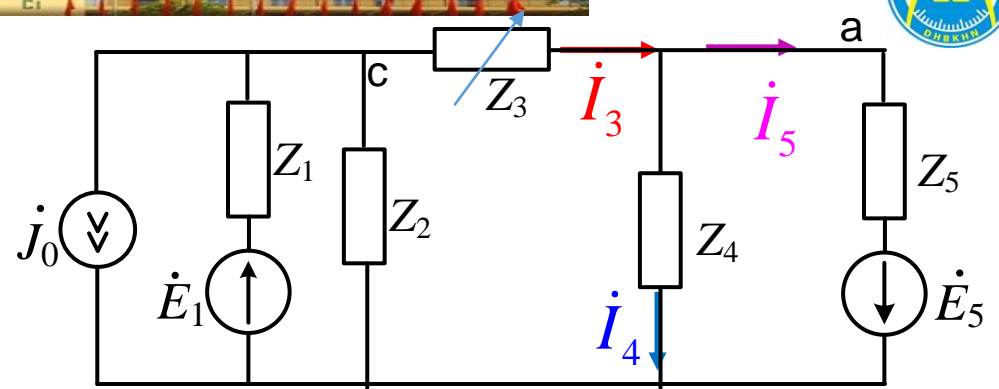
$$Z_4 = 43 + j30,6 \Omega$$

a) Cho $Z_3 = 30 \Omega$

Tính dòng qua Z_3 , (sử dụng biến đổi Thevenin)

b) Tìm Z_3 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất?

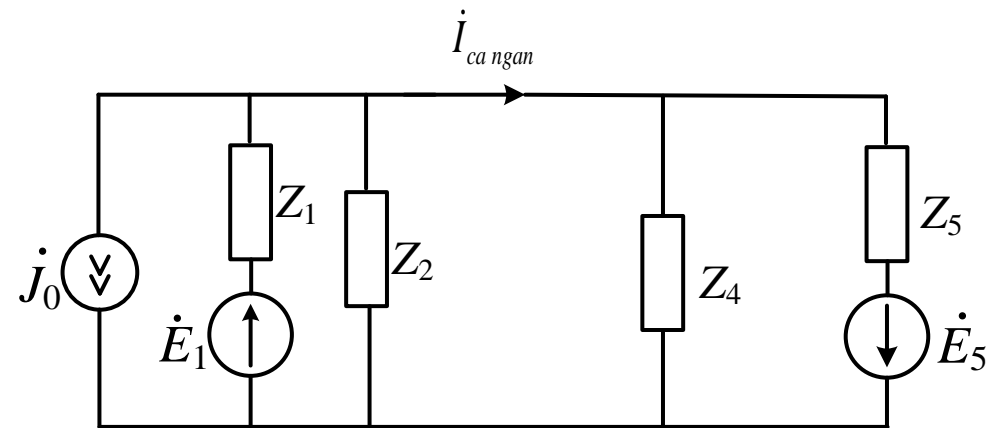
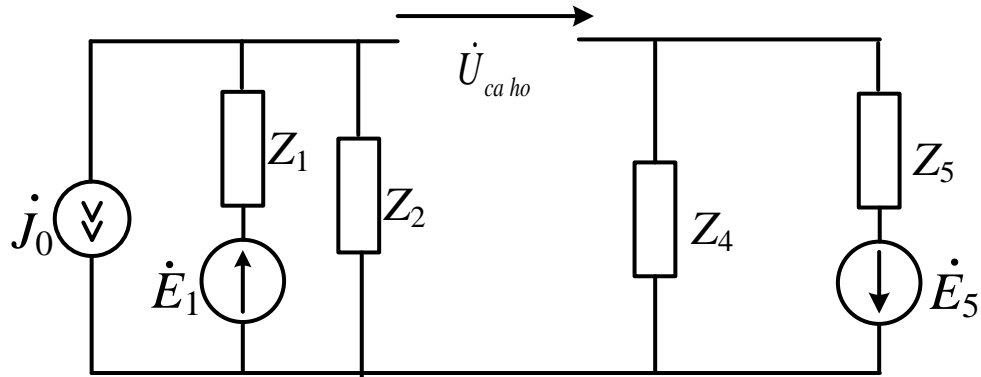
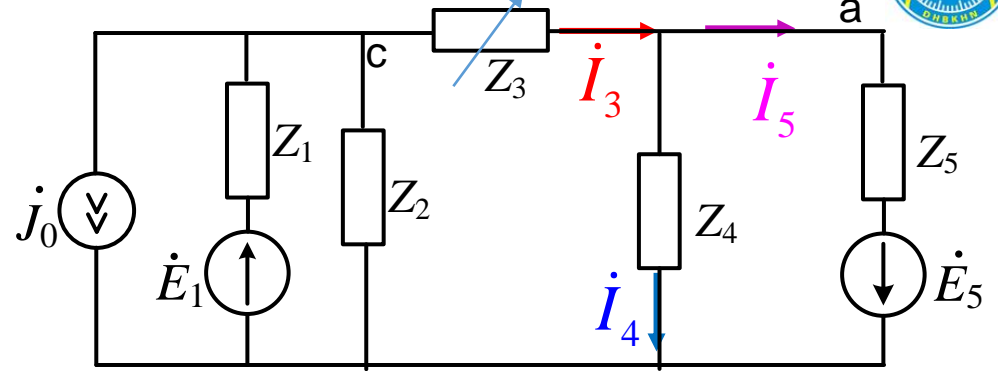
Tìm công suất đó?





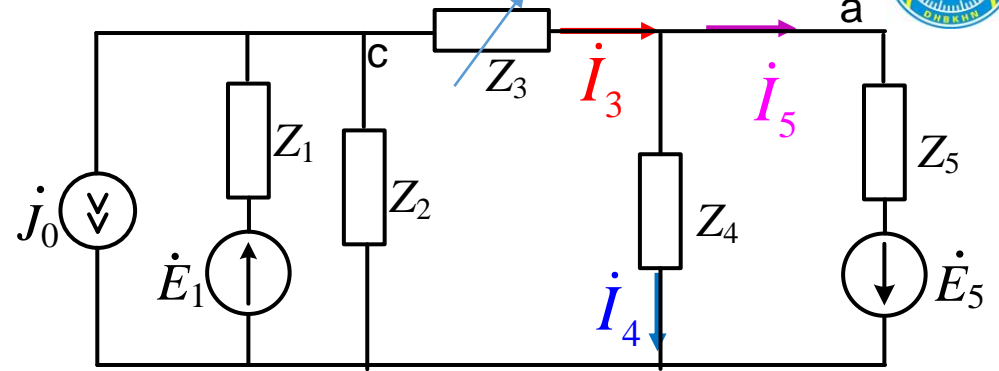
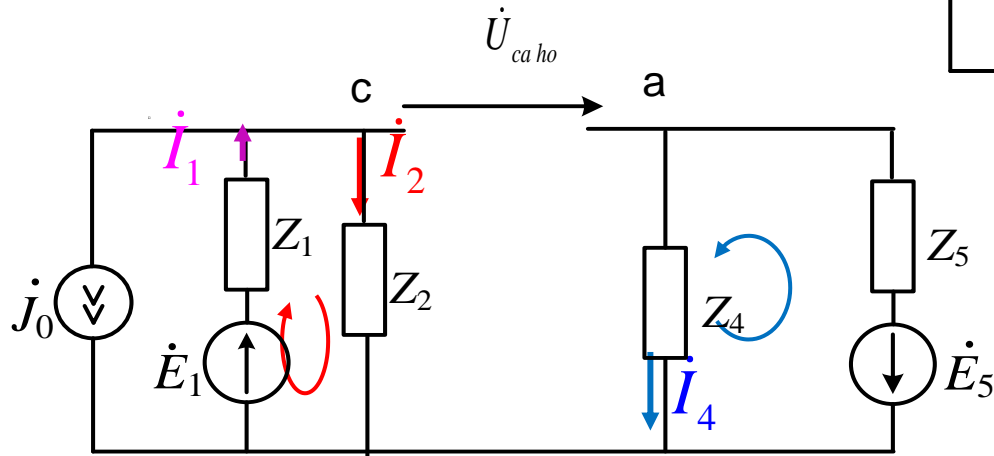
Tính tổng trở vào:

Cách 1:
$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ca\ ho}}{\dot{I}_{ca\ ngan}}$$





Tính điện áp hở $\dot{U}_{ca ho}$



$$\dot{U}_{ca ho} = Z_2 \dot{I}_2 - Z_4 \dot{I}_4$$

$$Z_5 \dot{I}_4 + Z_4 \dot{I}_4 = -\dot{E}_5 \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{-\dot{E}_5}{Z_5 + Z_4}$$

$$\begin{cases} Z_1 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{J}_0 \end{cases} \rightarrow Z_1 (\dot{I}_2 + \dot{J}_0) + Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 \Leftrightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_1 - Z_1 \dot{J}_0}{Z_1 + Z_2}$$

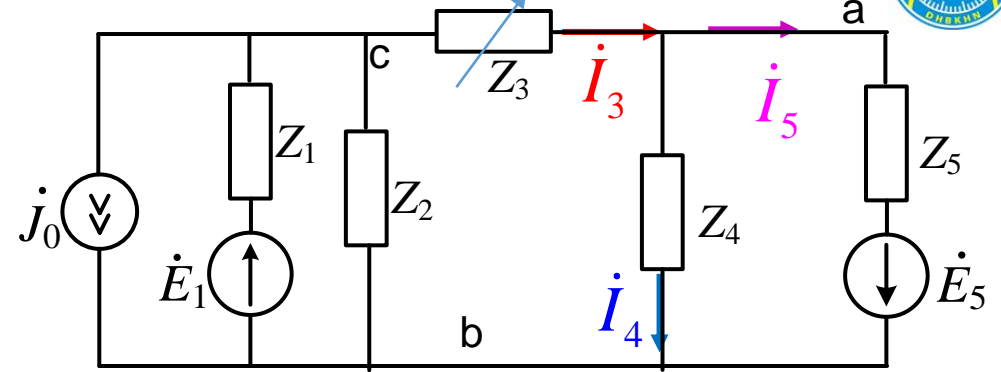
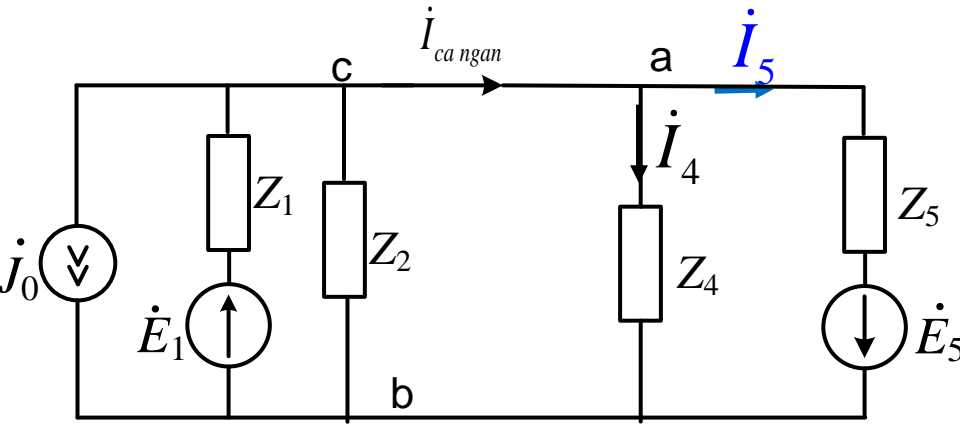
$$\Rightarrow \dot{U}_{ca ho} = Z_2 \dot{I}_2 - Z_4 \dot{I}_4$$

$$\dot{U}_{ca ho} = -1,345 + j146,9 \text{ V}$$



Tính dòng ngắn mạch

$$\dot{I}_{ca \text{ ngắn}} = \dot{I}_4 + \dot{I}_5$$



$$\dot{U}_{ca} = 0 \Leftrightarrow \dot{\phi}_c = \dot{\phi}_a$$

Phương trình thế nút (với b nối đất):

$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5} \right) \dot{\phi}_c = -\dot{j}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_5}{Z_5}$$

$$\rightarrow \dot{\phi}_c = \frac{-\dot{j}_0 + \frac{\dot{E}_1}{Z_1} - \frac{\dot{E}_5}{Z_5}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}};$$

$$Z_5 \dot{I}_5 + \dot{U}_{ba} = \dot{E}_5$$

$$\rightarrow \dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_5 - (\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_a)}{Z_5} = \frac{\dot{E}_5 - 0 + \dot{\phi}_a}{Z_5} = \frac{\dot{E}_5 + \dot{\phi}_c}{Z_5}$$

$$\dot{I}_{ca \text{ ngắn}} = \dot{I}_4 + \dot{I}_5;$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{\phi}_a}{Z_4} = \frac{\dot{\phi}_c}{Z_4}$$

$$\dot{I}_{ca \text{ ngắn}} = -0,016 + j1,748 \text{ A}$$



Tổng trở vào:

$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ca ho}}{\dot{I}_{ca ngan}}$$

$$\dot{U}_{ca ho} = -1,345 + j146,9 \text{ V}$$

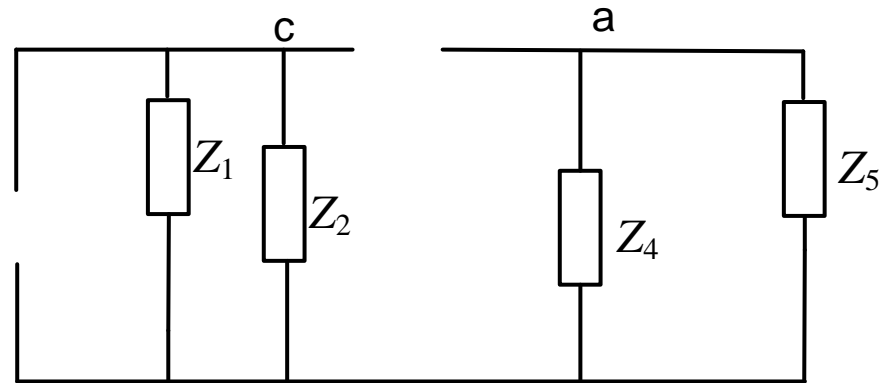
$$\dot{I}_{ca ngan} = -0,016 + j1,748 \text{ A}$$

$$Z_{Th} = Z_{ca} = 84,05 + j0,007 \Omega$$

Hoặc theo tổng trở tương đương

$$Z_{vao ca} = (Z_4 \parallel Z_5) nt (Z_3 nt (Z_1 \parallel Z_2))$$

$$\Leftrightarrow Z_{vao ca} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5} + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



$$Z_{Th} = Z_{vao ca} = 84,05 + j0,007 \Omega$$



a) Với $Z_3 = 30\Omega$ tính dòng điện qua Z_3

Dùng sơ đồ tương đương Thevenin

$$Z_{Th} \dot{I}_3 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_{Th} \rightarrow \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_3}$$

$$\dot{I}_3 = -0,012 + j 1,288 \text{ A}$$

Nếu cần tính dòng qua Z_5 , Z_4 :

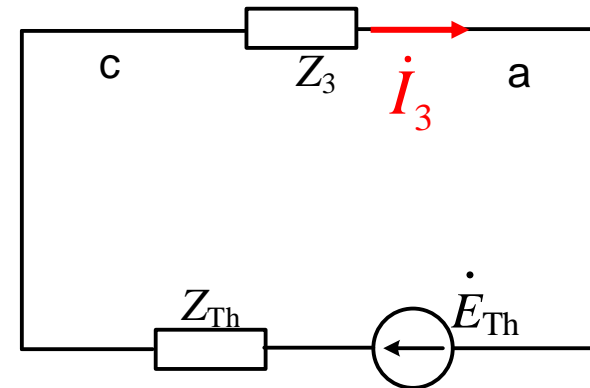
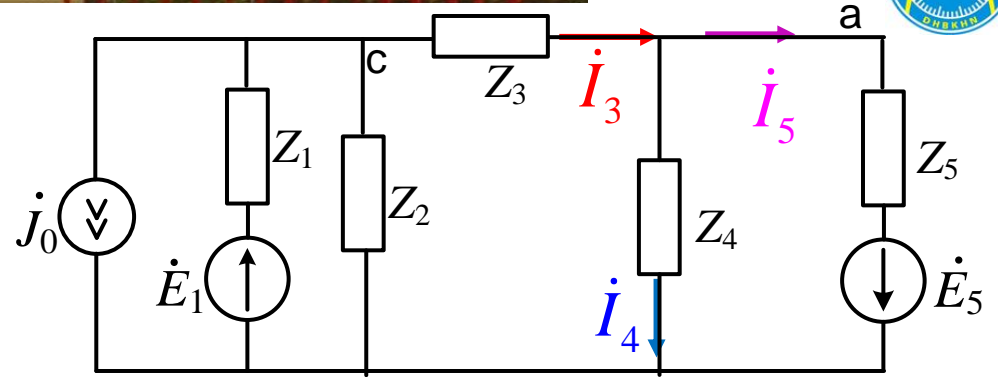
$$\begin{cases} Z_5 \dot{I}_5 - Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_5 \\ \dot{I}_5 + \dot{I}_4 = \dot{I}_3 \rightarrow \dot{I}_5 = \dot{I}_3 - \dot{I}_4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} Z_5 (\dot{I}_3 - \dot{I}_4) - Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_5 \\ \dot{I}_5 = \dot{I}_3 - \dot{I}_4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{I}_4 = \frac{-\dot{E}_5 + Z_5 \dot{I}_3}{Z_4 + Z_5}$$

$$\dot{I}_5 = -0,73 + j 1,478 \text{ A}$$

$$\dot{I}_4 = 0,72 - j 0,19 \text{ A}$$





b) Tìm Z_3 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất?

$$Z_3 = Z_{Th}^* = 84,05 - j0,007 \Omega$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3; R_3 = 84,05; X_3 = -0,007$$

$$Z_{Th} = R_3 - jX_3; R_3 = 84,05; X_3 = -0,007$$

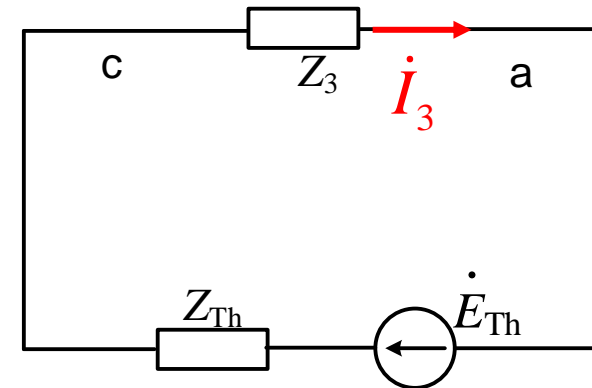
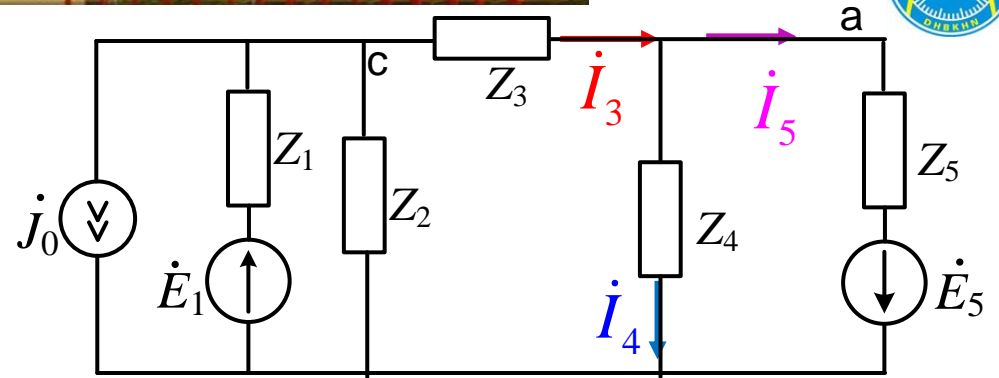
$$\rightarrow \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_3} = \frac{\dot{E}_{Th}}{2R_3}$$

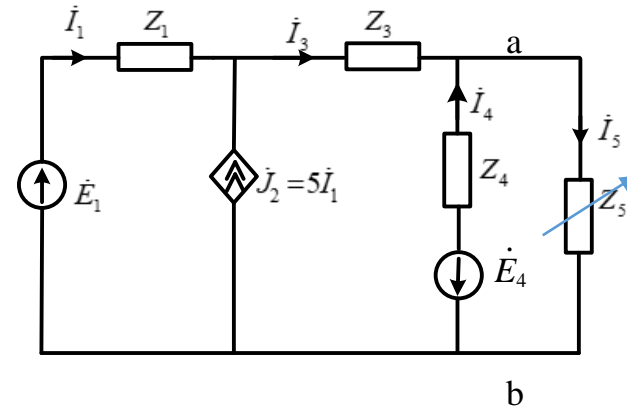
$$\dot{I}_3^{new} = -0,008 + j0,874 \text{ A}$$

$$\dot{I}_3^{new} = 0,874 / 90,53^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow P_3^{\max} = R_3 (I_3^{new})^2$$

$$P_3^{\max} = 64,2 \text{ W}$$





$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = Z_4 \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_4}{Z_3 + Z_4 + Z_1 / (1 + \alpha)} - \dot{E}_4$$

$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{ab\text{ ho}}$$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_1}{Z_3 + \frac{Z_1}{1 + \alpha}} - \frac{\dot{E}_4}{Z_4}$$

$$0 = A \dot{I}_{ab\text{ ngan}} + \dot{U}_{ab\text{ ho}} \rightarrow A = \frac{-\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$$

$$A = -35,751 - j22,731 = 42,366 / -147,552^\circ$$

$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = 136,1885 + j39,1624 = 141,707 / 16,04^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{ab\text{ ngan}} = 3,209 - j0,948 = 3,345 / -16,41^\circ \text{ A}$$



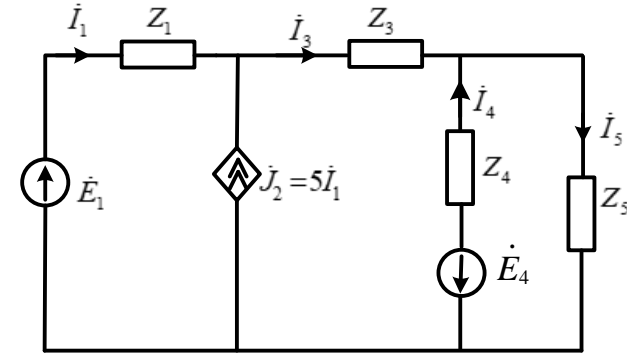
■ Bài tập 4:

Cho mạch điện như hình bên

$$\dot{E}_1 = 220 \angle -30^\circ \text{ V}; Z_1 = 10 + j25 \Omega$$

$$Z_3 = 50 - j15 \Omega; Z_4 = 5 + j60 \Omega$$

$$\dot{E}_4 = 50 \angle 60^\circ \text{ V}$$



Tìm Z_5 để công suất tiêu thụ trên nó là lớn nhất.

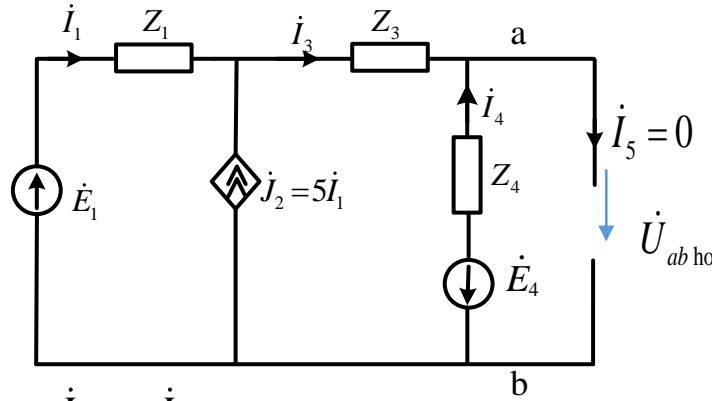
Tính công suất đó?.

Cần tính:

$$Z_{Th} = \frac{\dot{U}_{ab\text{ ho}}}{\dot{I}_{ab\text{ ngan}}}$$



Tính điện áp hở



$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = -Z_4 \dot{I}_4 - \dot{E}_4$$

$$\dot{I}_4 = -\dot{I}_3$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 - Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_1 + \dot{E}_4$$

$$\dot{I}_1 + \dot{J}_2 = \dot{I}_3 \Leftrightarrow \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_1 = \dot{I}_3$$

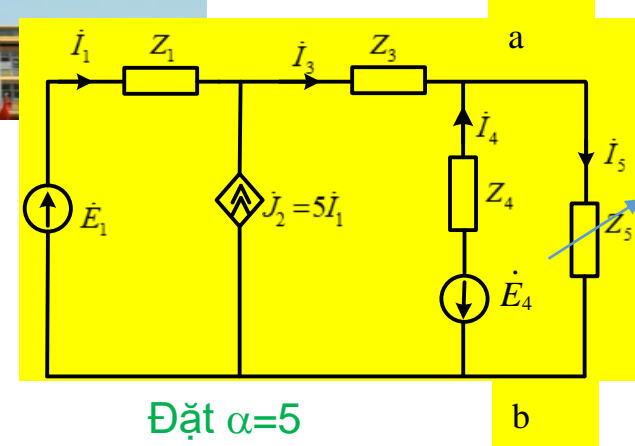
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_4}{Z_3 + Z_4 + Z_1 / (1 + \alpha)}$$

$$\dot{U}_{ab\text{ ho}} = -Z_4 \dot{I}_4 - \dot{E}_4 = Z_4 \dot{I}_3 - \dot{E}_4$$

$$\rightarrow \dot{U}_{ab\text{ ho}} = Z_4 \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_4}{Z_3 + Z_4 + Z_1 / (1 + \alpha)} - \dot{E}_4$$

Thay số:

$$\rightarrow \dot{U}_{ab\text{ ho}} = 136,1885 + j39,1624 = 141,707 / 16,04^\circ \text{ V}$$



$$E1=220*(\cos(-30*\pi/180)+1i*\sin(-30*\pi/180));$$

$$Z1=10+1i*25;$$

$$Z3=50-1i*15;$$

$$Z4=5+1i*60;$$

$$\alpha=5;$$

$$E4=50*(\cos(60*\pi/180)+1i*\sin(60*\pi/180));$$

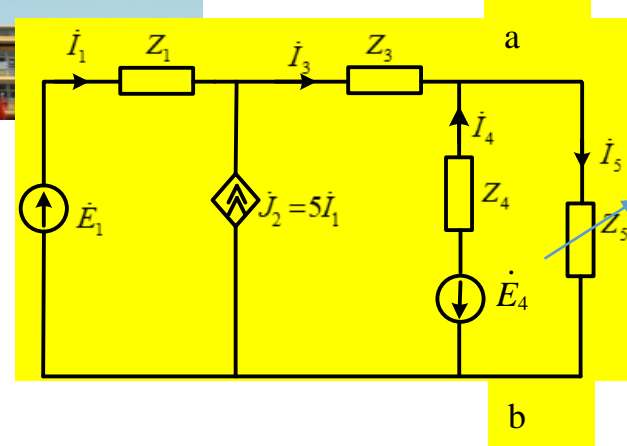
$$Uabho=Z4*(E1+E4)/(Z3+Z4+Z1/(1+\alpha))-E4;$$

$$\text{disp(['Uab$$

$$\text{ho=','}, \text{num2str}(\text{real}(Uabho), '%0.4f'), '+j', \text{num2str}(\text{imag}(Uabho), '%0.4f'))]$$

$$\text{disp(['Uab$$

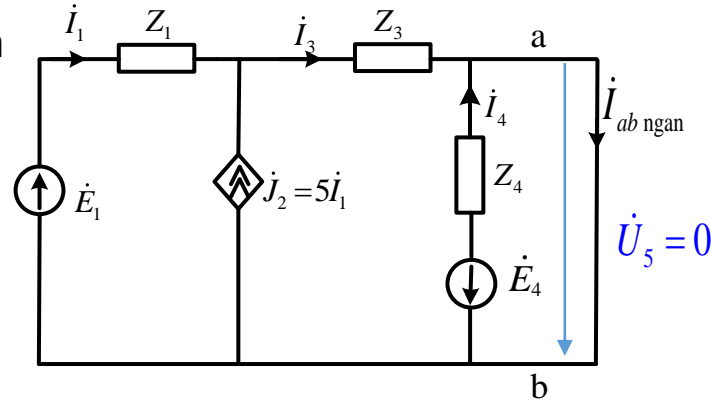
$$\text{ho=','}, \text{num2str}(\text{abs}(Uabho), '%0.4f'), '/_', \text{num2str}(\text{angle}(Uabho)*180/\pi, '%0.4f'))]$$



Tính dòng ngắn mạch

$$\dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = \dot{I}_3 + \dot{I}_4$$

$$Z_4 \dot{I}_4 = -\dot{E}_4 \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{-\dot{E}_4}{Z_4}$$



$$\begin{cases} Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 + \dot{J}_2 = \dot{I}_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_1 \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_1 = \dot{I}_3 \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} Z_1 \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} + Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_1}{Z_3 + \frac{Z_1}{1 + \alpha}} \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_3}{1 + \alpha} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_1}{Z_3 + \frac{Z_1}{1 + \alpha}} - \frac{\dot{E}_4}{Z_4}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab \text{ ngắn}} = 3,209 - j0,948 = 3,345 / -16,41^\circ \text{ A}$$

```
Iabngan=-E4/Z4+E1/(Z3+Z1/(1+alpha));
disp(['Iab
ngan=',num2str(real(Iabngan),'%0.4f'),' +j ',num2
str(imag(Iabngan),'%0.4f')])
disp(['Iab
ngan=',num2str(abs(Iabngan),'%0.4f'),' / _
',num2str(angle(Iabngan)*180/pi,'%0.4f')])
```



Tính công suất đó?.

$$Z_{Th} = 35,751 + j22,731 = 42,366 / 32,448^\circ \Omega$$

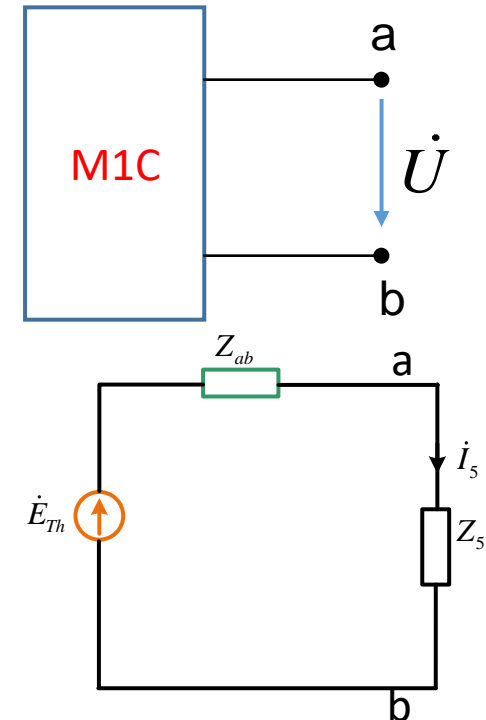
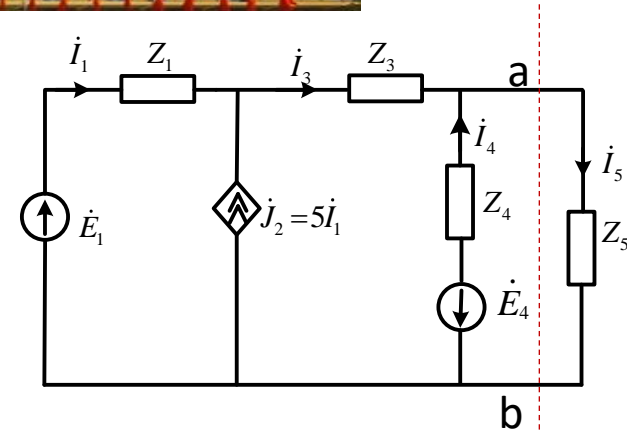
$$Z_5 = Z_{Th}^* = 35,751 - j22,731 = 42,366 / -32,448^\circ \Omega$$

$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{ab\text{ ho}} = 141,707 / 16,04^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_5 + Z_{Th}} = 1,905 + j0,548 \text{ A}$$

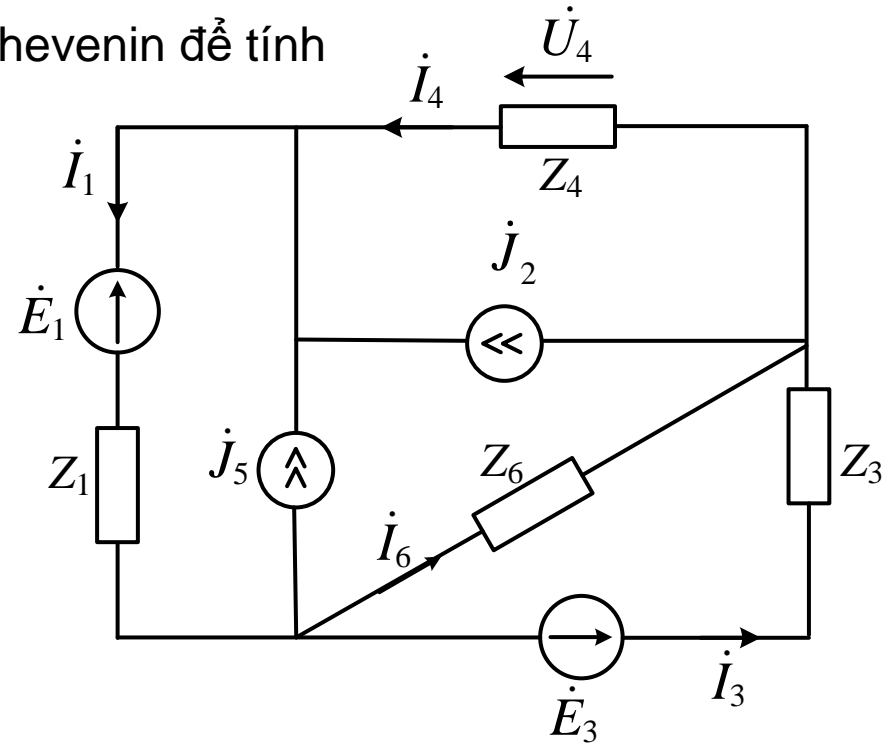
$$\tilde{S}_5 = Z_5 I_5^2 = 140,42 - j89,28 \text{ VA}$$

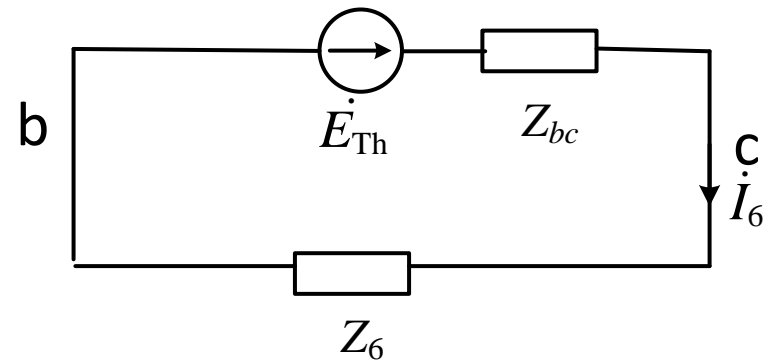
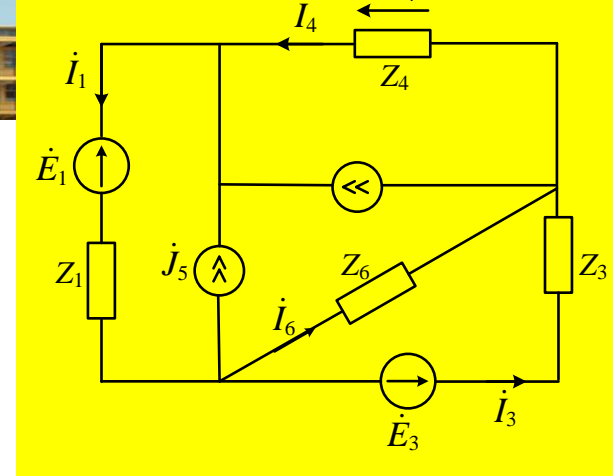
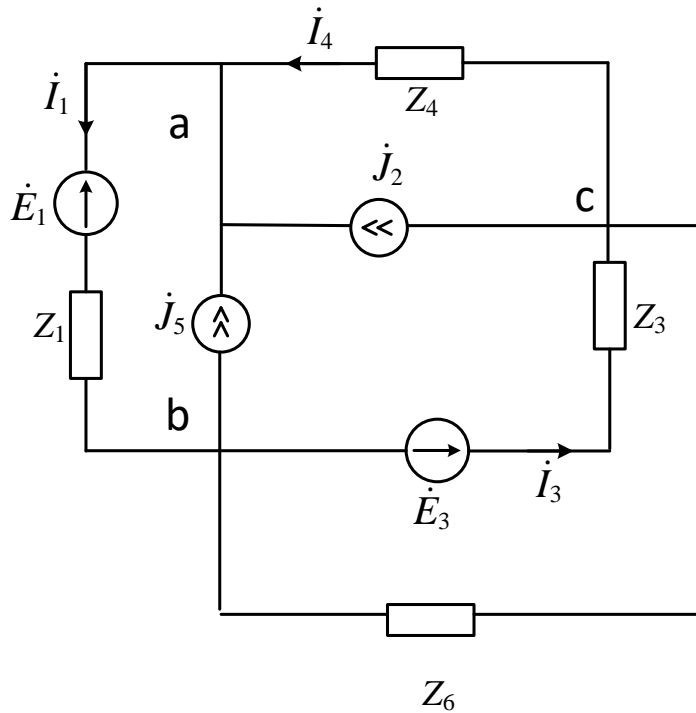
$$P_{5\text{ max}} = 140,42 \text{ W}$$



■ Bài tập 5:

- Mở rộng bài toán: Lập sơ đồ tương đương Thevenin để tính dòng qua Z_6 ?



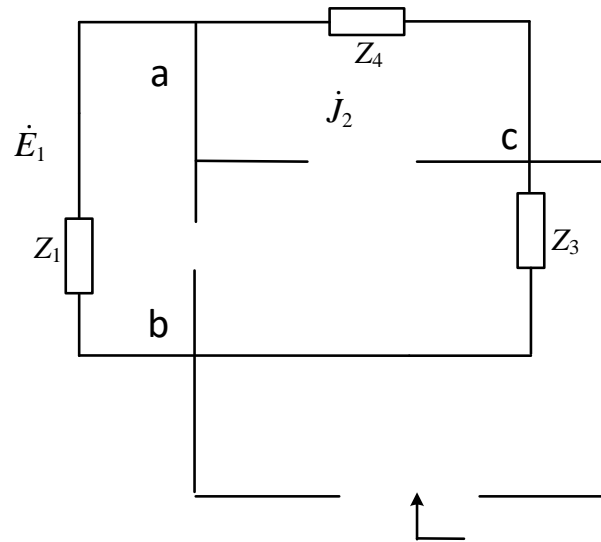


$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{bc\ ho}; Z_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc\ ho}}{\dot{I}_{bc\ ngan}}$$

Tìm Z_6 để công suất trên nó là cực đại?

$$Z_6 = Z_{ab}^*$$

$$\tilde{S}_6 = Z_6^2 I_6; \dot{I}_6 = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_6 + Z_{bc}}$$



$$\dot{E}_{Th} = \dot{U}_{ab\ ho}; Z_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab\ ho}}{\dot{I}_{ab\ ngan}}$$

$$Z_{ab} = Z_3 \parallel (Z_4 + Z_1) \Leftrightarrow Z_{ab} = Z_3 \parallel (Z_4 + Z_1)$$

$$\Leftrightarrow Z_{ab} = \frac{Z_3(Z_4 + Z_1)}{Z_3 + Z_4 + Z_1}$$



Tính hiệu điện thế giữa b và c khi dòng $I_6=0$ (hở mạch)?

Dòng vòng: Chọn vòng 1 đi qua nhánh 1,4,3

$$-Z_1 \dot{I}_1 - Z_4 \dot{I}_4 - Z_3 \dot{I}_3 = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

J_5 khép qua nhánh 1, J_2 qua nhánh 4

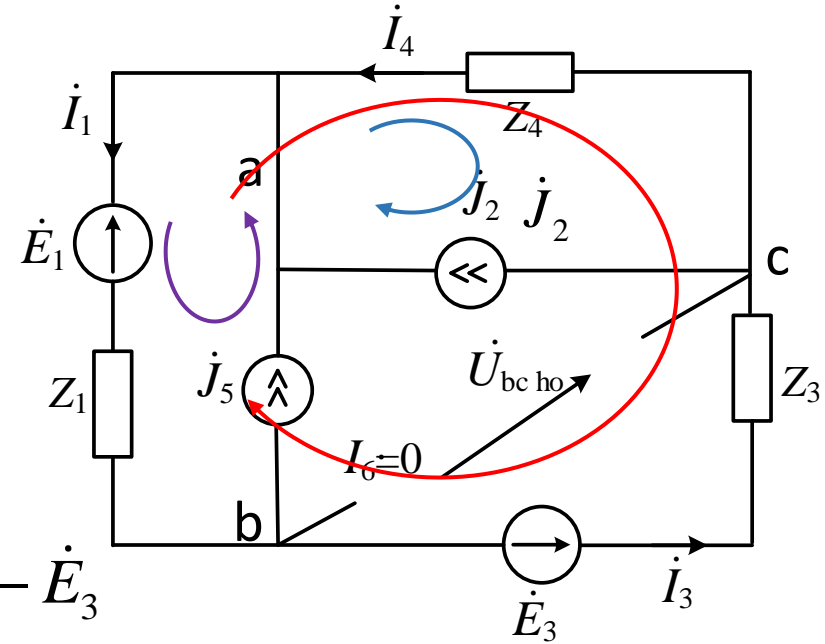
$$\dot{I}_1 = \dot{J}_5 - \dot{I}_{v1}; \dot{I}_4 = -\dot{J}_2 - \dot{I}_{v1}; \dot{I}_3 = -\dot{I}_{v1}$$

$$-Z_1 (\dot{J}_5 - \dot{I}_{v1}) - Z_4 (-\dot{J}_2 - \dot{I}_{v1}) + Z_3 \dot{I}_{v1} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

$$\rightarrow (Z_1 + Z_4 + Z_3) \dot{I}_{v1} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2$$

$$\rightarrow \dot{I}_{v1} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)} \rightarrow \dot{I}_3 = -\dot{I}_{v1} = -\frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)}$$

$$\dot{U}_{bc ho} = Z_3 \dot{I}_3 - \dot{E}_3 = -Z_3 \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_3 + Z_1 \dot{J}_5 - Z_4 \dot{J}_2}{(Z_1 + Z_4 + Z_3)} - \dot{E}_3$$



Tính $I_{bc \text{ ngan}}$ khi ngắn mạch b và c (ngắn mạch)?

Coi c (bằng thế b) là điểm đất

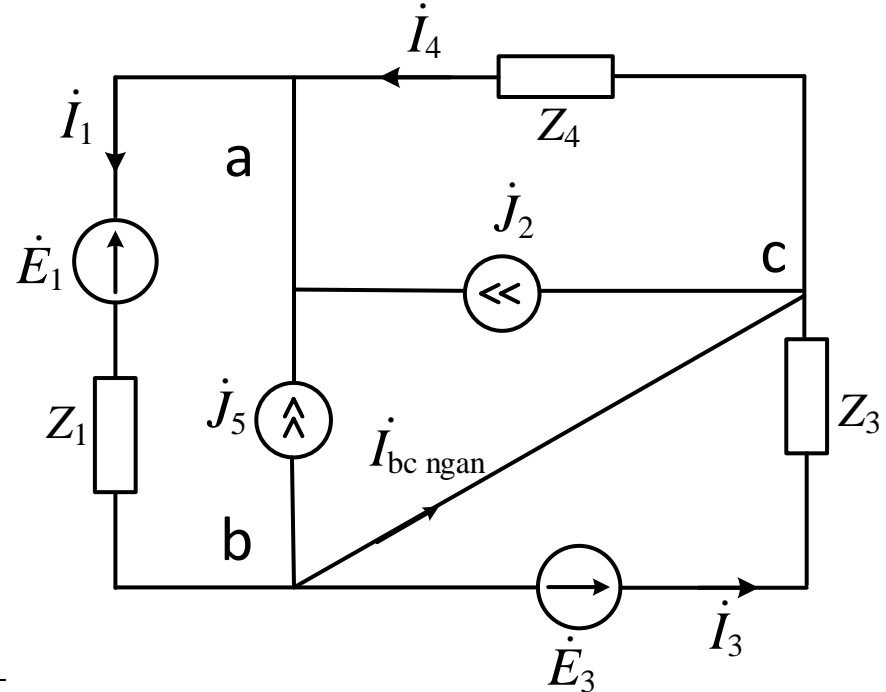
$$\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right) \dot{\phi}_a = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2$$

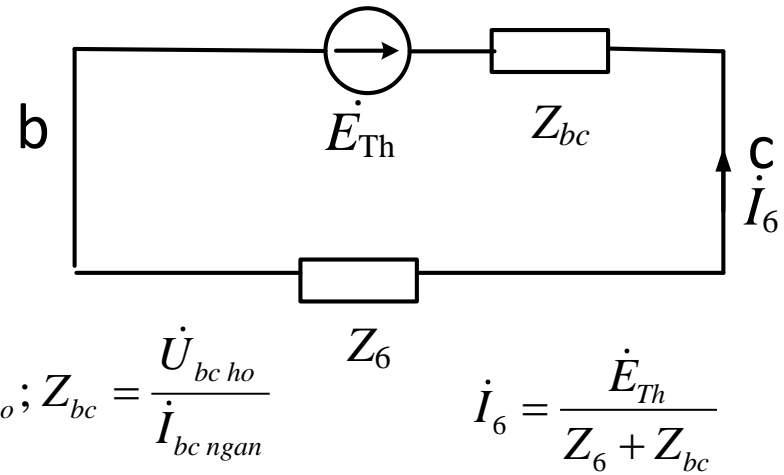
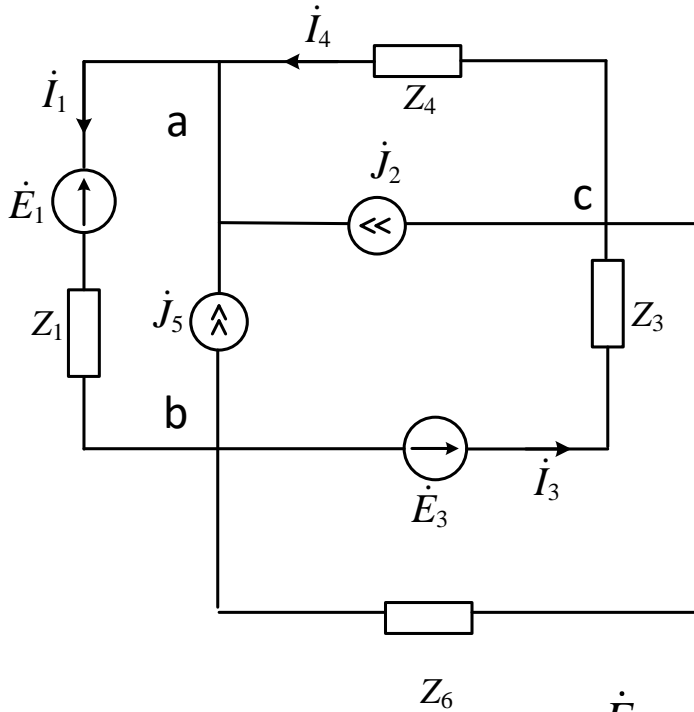
$$\rightarrow \dot{\phi}_a = \frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4}}$$

$$\dot{U}_{ac} = \dot{\phi}_a = -Z_4 \dot{I}_4 \Rightarrow \dot{I}_4 = -\frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{Z_4 \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3}{Z_3}$$

$$\dot{I}_{ab \text{ ngan}} = \dot{I}_4 - \dot{I}_3 + \dot{J}_2 = -\frac{\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}_5 + \dot{J}_2}{Z_4 \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right)} - \frac{\dot{E}_3}{Z_3} + \dot{J}_2$$

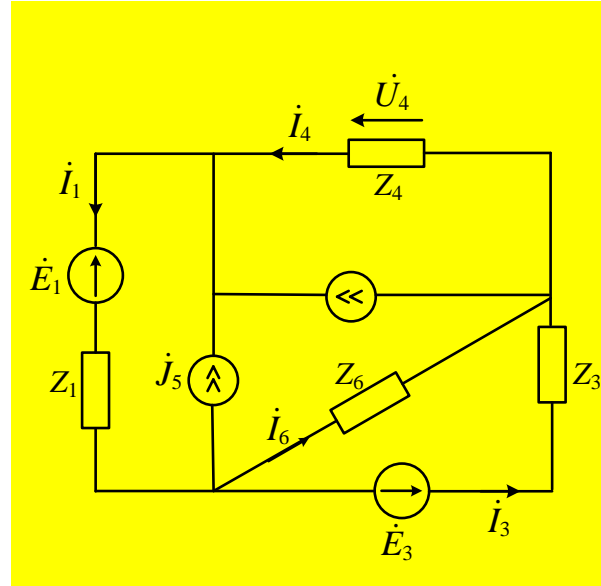
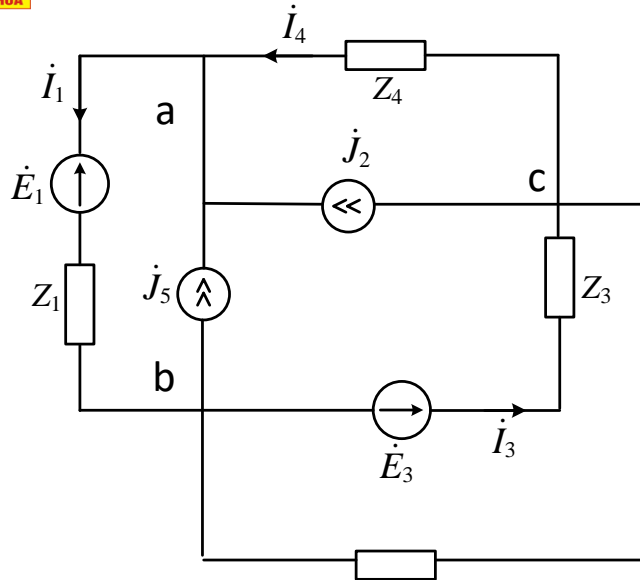




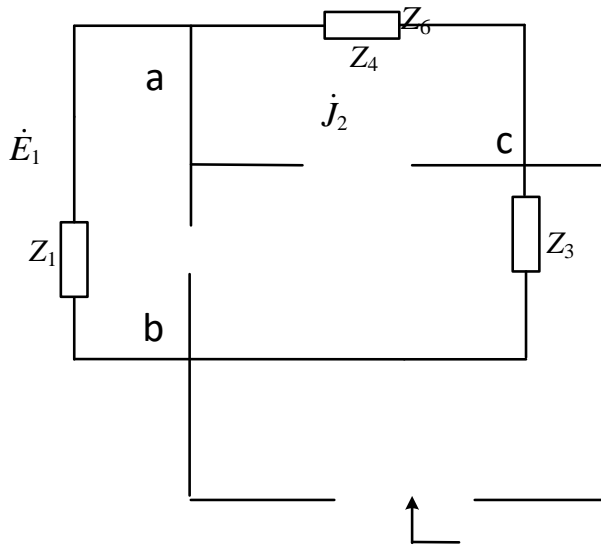
Tìm Z_6 để công suất trên nó là cực đại?

$$Z_6 = Z_{bc}^*$$

$$\tilde{S}_6 = Z_6 I_6^2$$



$$I_{ab \text{ ngan}}; Z_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab \text{ ho}}}{\dot{I}_{ab \text{ ngan}}}$$



$$Z_{ab} = Z_3 \parallel (Z_4 \text{ nt } Z_1) \Leftrightarrow Z_{ab} = Z_3 \parallel (Z_4 + Z_1)$$

$$\Leftrightarrow Z_{ab} = \frac{Z_3 (Z_4 + Z_1)}{Z_3 + Z_4 + Z_1}$$



Giải bài toán với nguồn phụ thuộc?

$$\dot{J}_2 = \alpha \dot{I}_4$$

