BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2017 (ĐỀ SỐ 01)

MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ)**:

a) (1.5 điểm)

i. **(0.5đ)** Ta có đa thức đặc tính của hàm truyền hệ kín được xác định như sau:
$A(s) = T_2^2 s^3 + 2T_2 s^2 + s + k_1 k = 4s^3 + 4s^2 + s + 0.5k_1$

ii. **(0.5đ)** Bảng Routh được xác định như sau:

4	1
4	$0.5k_1$
$\frac{4-2k_1}{4}$	
$0.5k_1$	

và kết luận: $0 < k_1 < 2$

iii. (0.5 đ)
Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\big(u(t)-y(t)\big) = \lim_{s\to0} s\big(U(s)-Y(s)\big) = \lim_{s\to0} sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t)=1(t)$ và $\lim_{s\to0} G(s) = +\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\big(u(t)-y(t)\big) = 1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2 = 1$;

b) (2 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s) = \dfrac{k}{s(1+T_2s)^2}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a = 4$):
$T_I = T_1 + 4T_2,\ k_p = \dfrac{T_I}{8kT_2^2},\ T_D = \dfrac{4T_1T_2}{T_I},\ T = 4T_2$ với $k = 0.5,\ T_1 = T_2 = 2$ dẫn đến $T_I = 10,\ k_p = \dfrac{5}{8},\ T_D = 1.6,\ T = 8$

ii. **(1 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $R_2(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 2:

$$G(s) = \frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s) = R_1(s)G(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds\right)\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$= \frac{k_p(1+T_As)(1+T_Bs)}{T_Is}\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} = \frac{k_pk(1+T_Bs)}{T_Is^2(1+T_2s)}$$

nếu chọn $T_A = T_1$ trong đó $T_A + T_B = T_I$, $T_AT_B = T_IT_D$, $T_B = 4T_2 > T_2$, tức là để hệ hở có đồ thị Bode như ở hình dưới.

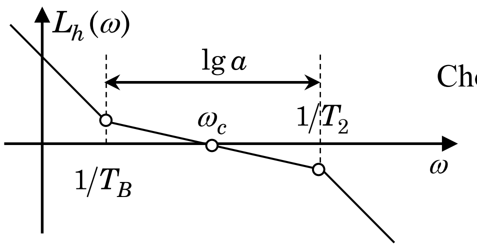
Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$\omega_c = \dfrac{1}{\sqrt{T_B T_2}}$.

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_B = 8,\ T_1 = T_2 = 2$ được $\omega_c = \dfrac{1}{4}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi = -\pi - \varphi_c = -\pi - \mathrm{arc}G_h(j\omega_c) = \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_B)$$

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) - \arctan(2)$$



Chọn $a = 4$

c) (1.5 đ)

- **i. (0.5 đ)** Sử dụng kết quả Kích thích vào hệ thống là Tín hiệu điều hòa thì đáp ứng sẽ hội tụ đến cũng 1 giá trị điều hòa phụ thuộc $G_k(j\omega)$;
- **ii. (0.5 đ)** Nếu sử dụng $R_1(s)$ là bộ điều khiển PI thì không đảm bảo $G_k(j\omega) = 1$;
- **iii. (0.5 đ)** Sử dụng $R_1(s)$ là bộ điều khiển $R_1(s) = \frac{a}{s^2+\omega^2}(a>0)$

Bài 2

a) **(2 điểm)** Ký hiệu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \underline{c} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}$$

i. **(0.5đ)**

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:

$\det(sI - A) = (s-1)(s^2 - 3s + 1)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 1 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Do $\mathrm{Rank}(B, AB, A^2B) = 3 \Rightarrow$ Hệ **điều khiển được**

b) (1 đ)

i. **(0.5 đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ a & 1 & a+1 \\ a & a+3 & 2a+2 \end{pmatrix}$

ii. **(0.5 đ)** $\det(N) = -a(a^2 + a - 1)$

Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0; \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

c) (2 điểm) (Cách 1 làm theo Modal, Cách 2 thì từ nhận xét điều khiển được…)

i. **Nhận xét:** $B = (\underline{b}_1, \underline{b}_2)$; $\mathrm{Rank}(\underline{b}_1, A\underline{b}_1, A^2\underline{b}_1) = 3$ nên hệ con điều khiển được

ii. **(0.5đ)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ cần xác định để $\left(A - \underline{b}\underline{r}^T\right)$ nhận các giá trị riêng nằm trong $(-2,0)$ và lựa chọn tất cả các giá trị riêng (ví dụ là -1) thu được (theo Ackermann)

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1} \Phi_R(A) = [-4,-24,11]$$

iii. **(1đ)** Thiết kế khâu Quan sát

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\hat{\underline{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{d\hat{\underline{x}}}{dt} = A\hat{\underline{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T \hat{\underline{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là (ví dụ là -3 để nhanh hơn e^{-2t}. Theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A) N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [28,77,-15]^T$$

d) **(1đ)** Vẽ. Hệ kín không điều khiển được do luôn có $\hat{\underline{x}}$ hội tụ về $\underline{x}$

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2016 (ĐỀ SỐ 02)

MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ)**:

a) (1.5 điểm)

i. **(0.5đ)** Ta có đa thức đặc tính của hàm truyền hệ kín được xác định như sau:
$A(s) = T_2s^3 + 2T_2s^2 + s + k_1k = s^3 + 2s^2 + s + 10k_1$

ii. **(0.5đ)** Bảng Routh được xác định như sau:

1	1
2	$10k_1$
$\frac{2-10k_1}{2}$	
$10k_1$	

và kết luận: $0 < k_1 < 0.2$

iii. (0.5 đ)

Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right) = \lim_{s\to 0} s\left(U(s)-Y(s)\right) = \lim_{s\to 0} sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t) = 1(t)$ và $\lim_{s\to 0} G(s) = +\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right) = 1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2 = 1$;

b) (2 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s) = \dfrac{k}{s(1+T_2s)^2}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a = 4$):
$T_I = T_1 + 4T_2,\ k_p = \dfrac{T_I}{8kT_2^2},\ T_D = \dfrac{4T_1T_2}{T_I},\ T = 4T_2$ với $k = 10,\ T_1 = T_2 = 1$ dẫn đến $T_I = 5,\ k_p = \dfrac{1}{16},\ T_D = 0.8,\ T = 4$

ii. **(1 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $R_2(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 2:

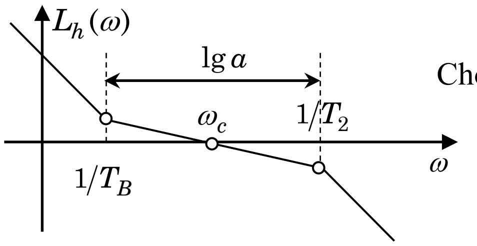
$$G(s) = \frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s) = R_1(s)G(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds\right)\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$= \frac{k_p(1+T_As)(1+T_Bs)}{T_Is}\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} = \frac{k_pk(1+T_Bs)}{T_Is^2(1+T_2s)}$$

nếu chọn $T_A = T_1$ trong đó $T_A + T_B = T_I$, $T_A T_B = T_I T_D$, $T_B = 4T_2 > T_2$, tức là để hệ hở có đồ thị Bode như ở hình dưới.



Chọn $a = 4$

Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$\omega_c = \dfrac{1}{\sqrt{T_B T_2}}$.

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_B = 4,\ T_1 = T_2 = 1$ được $\omega_c = \dfrac{1}{2}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi = -\pi - \varphi_c = -\pi - \mathrm{arc}G_h(j\omega_c) = \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_B)$$

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) - \arctan(2)$$

c. (1.5 đ)

iv. (0.5 đ) Sử dụng kết quả Kích thích vào hệ thống là Tín hiệu điều hòa thì đáp ứng sẽ hội tụ đến cũng 1 giá trị điều hòa phụ thuộc $G_k(j\omega)$;

v. (0.5 đ) Nếu sử dụng $R_1(s)$ là bộ điều khiển PI thì không đảm bảo $G_k(j\omega) = 1$;

(0.5 đ) Sử dụng $R_1(s)$ là bộ điều khiển $R_1(s) = \frac{a}{s^2+\omega^2}(a > 0)$

Bài 2

a) **(2 điểm)** Ký hiệu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix},\ \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}$$

i. (0.5đ)

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:

$\det(sI - A) = (s-2)(s^2 - 3s - 2)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 2 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Lại có $Rank\left(\underline{b}, A\underline{b}, A^2\underline{b}\right) = Rank\begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} = 3 \Rightarrow$ điều khiển được

iii. **(1đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & a & 1+2a \\ 4 & 2+5a & 4+6a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(N) = -8a^2 - 9a - 2$

Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \dfrac{-9 \pm \sqrt{17}}{16}$

b) (1.5 điểm)

i. **(0.5 điểm)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $u = \omega - R\underline{x}$ với $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}$ cần xác định để $(A - \underline{b}R)$ nhận các giá trị riêng là -2;

ii. **(1 điểm)** Vận dụng phương pháp Ackermann có được:
$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1}\Phi_R(A) = \begin{bmatrix} -21.33... & 31.1667... & 32.33... \end{bmatrix}$

c) (1 điểm)

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân
$\frac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T\underline{\hat{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là -2 theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A)N^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.8947 & 14.8947 & 18.6316 \end{bmatrix}^T$$

d) **(0.5đ)** Hàm truyền hệ kín có dạng:

i. $$G_k(s) = \frac{\det\begin{bmatrix} sI - A & -\underline{b} \\ \underline{c}^T & d \end{bmatrix}}{\det(sI - A + \underline{b}R)} = \frac{s^2 - 7}{(s+2)^3}$$

Bài 2

a) **(2 điểm)** Ký hiệu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = \underline{c}^T\underline{x} \end{cases}$$

i. **(0.5đ)**
Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:
$\det(sI - A) = (s-2)\left(s^2 - 3s - 2\right)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 2 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Do $\text{Rank}\left(B, AB, A^2B\right) = 3 \Rightarrow$ Hệ **điều khiển được**

b) (1 đ)

ii. **(0.5 đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & a & 1+2a \\ 4 & 2+5a & 4+6a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(N) = -8a^2 - 9a - 2$

i. Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{16}$

c) (2 điểm) (Cách 1 làm theo Modal, Cách 2 thì từ nhận xét điều khiển được…)

i. **Nhận xét:** $B = (\underline{b}_1, \underline{b}_2)$; $\text{Rank}\left(\underline{b}_2, A\underline{b}_2, A^2\underline{b}_2\right) = 3$ nên hệ con điều khiển được

ii. **(0.5đ)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}$
cần xác định để $\left(A - \underline{b}\underline{r}^T\right)$ nhận các giá trị riêng nằm trong $(-2, 0)$ và lựa chọn tất cả các giá trị riêng (ví dụ là -1) thu được (theo Ackermann)
$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1}\Phi_R(A) = \begin{bmatrix} -9, -16, 17 \end{bmatrix}$

iii. **(1đ)** Thiết kế khâu Quan sát

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T \underline{\hat{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là (ví dụ là -3 để nhanh hơn e^{-2t}. Theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L\left(A\right)N^{-1}\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \left[-11.1579; \quad 25.1579; \quad 30.0526\right]^T$$

d. **(1đ)** Vẽ. Hệ kín không điều khiển được do luôn có $\underline{\hat{x}}$ hội tụ về $\underline{x}$