BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2016 (ĐỀ SỐ 01)

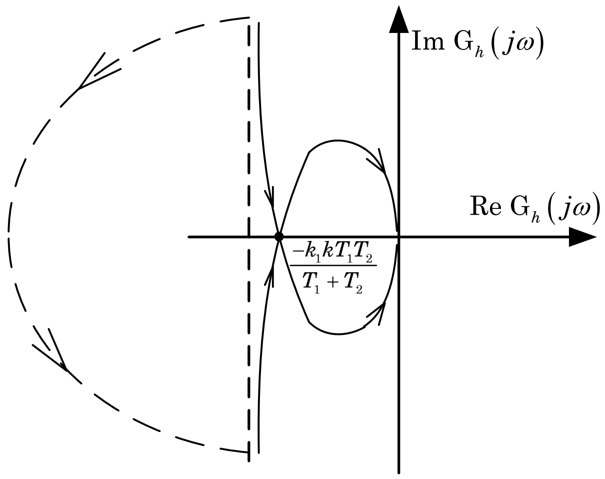
MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ)**:

a) (2 điểm)

i. **(1.5 đ)** Sử dụng tiêu chuẩn Nyquist để xác định k_1 giúp hệ ổn định:

i. **(1đ)** Xác định đồ thị Nyquist có dạng như sau:



ii. **(0.5đ)** Sử dụng Nyquist kết luận $0 < k_1 < 2$

ii. (0.5 đ)

Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=\lim_{s\to 0} s\left(U(s)-Y(s)\right)=\lim_{s\to 0} sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t)=1(t)$ và $\lim_{s\to 0} G(s)=+\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2=1$;

b) (1 điểm)

i. **(0.5đ)** Ta có đa thức đặc tính của hàm truyền hệ kín được xác định như sau:

$$A(s)=T_2^{\,2}s^3+2T_2s^2+s+k_1k=4s^3+4s^2+s+0.5k_1$$

ii. **(0.5đ)** Bảng Routh được xác định như sau:

4	1
4	$0.5k_1$
$\dfrac{4-2k_1}{4}$	
$0.5k_1$	

và kết luận: $0 < k_1 < 2$

c) (2 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s)=\dfrac{k}{s(1+T_2s)^2}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a=4$):
$T_I=T_1+4T_2,\ k_p=\dfrac{T_I}{8kT_2^2},\ T_D=\dfrac{4T_1T_2}{T_I},\ T=4T_2$ với $k=0.5,\ T_1=T_2=2$ dẫn đến $T_I=10,\ k_p=\dfrac{5}{8},\ T_D=1.6,\ T=8$

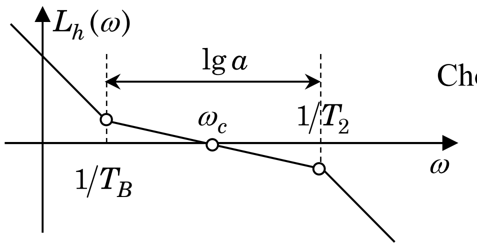
ii. **(1 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $R_2(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 2:

$$G(s)=\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s)=R_1(s)G(s)=k_p\left(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds\right)\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$
$$=\frac{k_p(1+T_As)(1+T_Bs)}{T_Is}\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}=\frac{k_pk(1+T_Bs)}{T_Is^2(1+T_2s)}$$

nếu chọn $T_A=T_1$ trong đó $T_A+T_B=T_I,\ T_AT_B=T_IT_D,\ T_B=4T_2>T_2$, tức là để hệ hở có đồ thị Bode như ở hình dưới.



Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$$\omega_c=\frac{1}{\sqrt{T_BT_2}}.$$

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_B=8,\ T_1=T_2=2$ được $\omega_c=\dfrac{1}{4}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi=-\pi-\varphi_c=-\pi-\text{arc}G_h(j\omega_c)=\arctan(\omega_cT_2)-\arctan(\omega_cT_B)$$
$$\Delta\varphi=\arctan\left(\frac{1}{2}\right)-\arctan(2)$$

Bài 2

a) **(2 điểm)** Ký hiệu

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&1\\0&1&1\end{pmatrix},\ \underline{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\ \underline{c}=\begin{pmatrix}a\\0\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{d\underline{x}}{dt}=A\underline{x}+B\underline{u}\\ y=\underline{c}^T\underline{x}\end{cases}$$

i. (0.5đ)

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:
$\det(sI-A)=(s-1)(s^2-3s+1)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 1 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Do $\det\left(\underline{b}, A\underline{b}, A^2\underline{b}\right) = \det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$ Hệ **Không điều khiển được**

iii. **(1đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ a & 1 & a+1 \\ a & a+3 & 2a+2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(N) = -a\left(a^2 + a - 1\right)$

Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0; \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) (1.5 điểm)

i. **(0.5đ)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $u = \omega - R\underline{x}$ với $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}$ cần xác định để $\left(A - \underline{b}R\right)$ nhận các giá trị riêng là -2;

ii. **(1đ)** Tiếp tục viết hệ 3 phương trình với 3 ẩn rồi chứng minh hệ vô nghiệm theo cách:
   i. Cách 1: Biến đổi hệ phương trình;
   ii. Cách 2: Nếu có nghiệm thì sẽ là duy nhất nhưng tính theo Ackermann $R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1} \Phi_R(A)$ không được do không tồn tại ma trận nghịch đảo nên vô nghiệm;

iii. **Chú ý:** *Nếu đi từ nhận xét hệ không diều khiển được (và kết luận luôn) nên không tồn tại bộ điều khiển thì* ***chỉ cho 1 điểm*** *vì điều này không hiển nhiên…*

c) (1 điểm)

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\dfrac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T \underline{\hat{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là -2 theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A) N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 37 & 1 \end{bmatrix}^T$$

d) **(0.5đ)** Do không tồn tại bộ điều khiển nên không có Hàm truyền hệ kín

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2016 (ĐỀ SỐ 02)

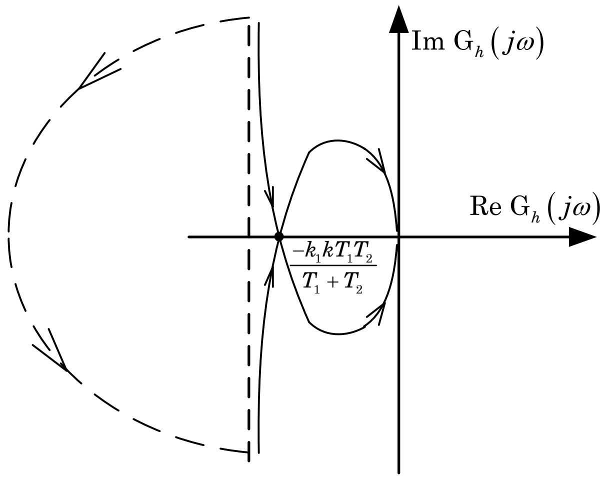
MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ):**

a) (2 điểm)

i. **(1.5 đ)** Sử dụng tiêu chuẩn Nyquist để xác định k_1 giúp hệ ổn định:

i. **(1đ)** Xác định đồ thị Nyquist có dạng như sau:



ii. **(0.5đ)** Sử dụng Nyquist kết luận $0 < k_1 < 0.2$

ii. (0.5 đ)

Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=\lim_{s\to0}s\left(U(s)-Y(s)\right)=\lim_{s\to0}sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t)=1(t)$ và $\lim_{s\to0}G(s)=+\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2=1$;

b) (1 điểm)

i. **(0.5đ)** Ta có đa thức đặc tính của hàm truyền hệ kín được xác định như sau:

$A(s)=T_2s^3+2T_2s^2+s+k_1k=s^3+2s^2+s+10k_1$

ii. **(0.5đ)** Bảng Routh được xác định như sau:

1	1
2	$10k_1$
$\frac{2-10k_1}{2}$	
$10k_1$	

và kết luận: $0 < k_1 < 0.2$

c) (2 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s)=\dfrac{k}{s(1+T_2s)^2}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a=4$):
$T_I=T_1+4T_2,\ k_p=\dfrac{T_I}{8kT_2^2},\ T_D=\dfrac{4T_1T_2}{T_I},\ T=4T_2$ với $k=10,\ T_1=T_2=1$ dẫn đến $T_I=5,\ k_p=\dfrac{1}{16},\ T_D=0.8,\ T=4$

ii. **(1 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $R_2(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 2:

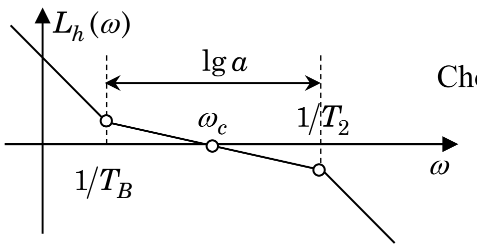
$$G(s)=\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s)=R_1(s)G(s)=k_p\left(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds\right)\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$=\frac{k_p(1+T_As)(1+T_Bs)}{T_Is}\cdot\frac{k}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}=\frac{k_pk(1+T_Bs)}{T_Is^2(1+T_2s)}$$

nếu chọn $T_A=T_1$ trong đó $T_A+T_B=T_I,\ T_AT_B=T_IT_D,\ T_B=4T_2>T_2$, tức là để hệ hở có đồ thị Bode như ở hình dưới.



Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$$\omega_c=\frac{1}{\sqrt{T_BT_2}}.$$

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_B=4,\ T_1=T_2=1$ được $\omega_c=\dfrac{1}{2}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi=-\pi-\varphi_c=-\pi-\operatorname{arc}G_h(j\omega_c)=\arctan(\omega_cT_2)-\arctan(\omega_cT_B)$$

$$\Delta\varphi=\arctan\left(\frac{1}{2}\right)-\arctan(2)$$

Bài 2

a) **(2 điểm)** Ký hiệu

$$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&1&2\\0&2&2\end{pmatrix},\ \underline{b}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \underline{c}=\begin{pmatrix}1\\a\\0\end{pmatrix}\ \Rightarrow\begin{cases}\dfrac{d\underline{x}}{dt}=A\underline{x}+B\underline{u}\\ y=\underline{c}^T\underline{x}\end{cases}$$

i. (0.5đ)

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:

$\det(sI-A)=(s-2)(s^2-3s-2)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 2 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Lại có $Rank(\underline{b}, A\underline{b}, A^2\underline{b}) = Rank\begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} = 3 \Rightarrow$ điều khiển được

iii. **(1đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & a & 1+2a \\ 4 & 2+5a & 4+6a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(N) = -8a^2 - 9a - 2$

Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \dfrac{-9 \pm \sqrt{17}}{16}$

b) (1.5 điểm)

i. **(0.5 điểm)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $u = \omega - R\underline{x}$ với $R = (r_1 \quad r_2 \quad r_3)$ cần xác định để $(A - \underline{b}R)$ nhận các giá trị riêng là -2;

ii. **(1 điểm)** Vận dụng phương pháp Ackermann có được: $R = [0 \quad 0 \quad 1] M^{-1} \Phi_R(A) = [-21.33... \quad 31.1667... \quad 32.33...]$

c) (1 điểm)

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\dfrac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L(y - \underline{c}^T \underline{\hat{x}})$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $(A - L\underline{c}^T)$ nhận các giá trị riêng là -2 theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A) N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [-3.8947 \quad 14.8947 \quad 18.6316]^T$$

d) **(0.5đ)** Hàm truyền hệ kín có dạng:

i. $G_k(s) = \dfrac{\det\begin{bmatrix} sI - A & -\underline{b} \\ \underline{c}^T & d \end{bmatrix}}{\det(sI - A + \underline{b}R)} = \dfrac{s^2 - 7}{(s+2)^3}$