# Kỹ Thuật Lập Trình

(Ngôn Ngữ Lập Trình C)

Sự đệ quy

## Định Nghĩa Sự Đệ Quy

 Một hàm có tính chất đệ quy (recursion) nếu nó gọi đến chính nó:

```
int foo(int x) {
    ...
    y = foo(...);
    ...
}
```

- Câu hỏi:
  - Giải thích cách làm việc của hàm đệ quy?
    - Sẽ được bàn đến hôm nay
  - Tại sao chúng ta viết hàm đệ quy?
    - Bạn sẽ thấy động lực

#### Hàm Giai Thừa

```
Tên hàm
                                        Tham số
       int | factorial (int n)
          int product, i
                                             Biến địa
          product = 1;
                                             phương
          for (i = n; i > 1; i = i - 1)
Kiểu và giá
trị dữ liệu
             product = product * i;
  trả về
                   (product);
          return
```

### Hàm Giai Thừa Dùng Đệ Quy

• Định nghĩa của hàm giai thừa vốn đã có tính đệ quy:

```
0! = 1! = 1; for n > 1, n! = n(n-1)!
int factorial(int n)
  int t;
  if (n <= 1)
    t = 1;
  else
    t = n * factorial(n - 1);
  return t;
```

```
0! is 1
1! is 1
n! is n * (n-1)!, for n>1

E.g.: 3! = 3 * 2!
= 3 * 2 * 1!
= 3 * 2 * 1
```

## Ôn Lại: Căn Bản Về Hàm

- Sẽ không tốn sức để lần theo dấu vết của hàm đệ quy nếu bạn nhớ những kiến thức cơ bản về hàm:
  - Các tham số và biến được khai báo trong hàm là các tham số và biến địa phương của hàm
    - Được cấp phát bộ nhớ khi bắt đầu thực thi hàm
    - Được giải phóng khi thoát khỏi hàm
  - Các tham số được khởi tạo bằng cách chép giá trị của đối số trong
     lời gọi hàm

#### Hàm Giai Thừa

```
factorial(4) =

4 * factorial(3) =

4 * 3 * factorial(2) =

4 * 3 * 2 * factorial(1) =

4 * 3 * 2 * 1 = 24
```

# Yêu Cầu 'y' hoặc 'n'

```
char yes or no (void)
  char answer = 'X';
 while(answer != 'y' && answer != 'n')
    printf ("Please enter 'y' or 'n':");
    scanf ("%c", &answer);
  return answer;
```

# Không Cần Vòng Lặp

```
char yes or no (void)
  char answer;
 printf ("Please enter 'y' or 'n':");
  scanf ("%c", &answer);
  if(answer != 'y' && answer != 'n')
    answer = yes or no();
  return answer;
```

## Phép Lặp Và Sự Đệ Quy

- Bất cứ thuật toán lặp nào cũng có thể thay bằng một thuật toán đệ quy và ngược lại.
- Có một số ngôn ngữ lập trình trong đó đệ quy là sự lựa chọn duy nhất.
- Một số thuật toán bản thân nó đã được diễn đạt dưới dạng đệ quy một cách tự nhiên:
  - Nhưng sẽ không hiệu quả nếu sử dụng đệ quy cho những ứng dụng (hoặc thuật toán) đơn giản

## Khi Nào Dùng Đệ Quy?

- Các trường hợp khác có thể được giải quyết bằng cách chuyển về các trường hợp đơn giản hơn
  - Liên tục thực hiện phép chuyển đổi cho đến khi chuyển về trường hợp đơn giản không đệ quy.

## Bài toán Tháp Hà Nội

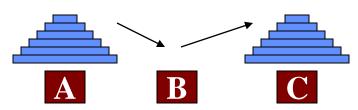
- Truyền thuyết kể rằng: Một nhà toán học Pháp sang thăm Đông Dương đến một ngôi chùa cổ ở Hà Nội thấy các vị sư đang chuyển một chồng đĩa qúy gồm 64 đĩa với kích thước khác nhau từ cột A sang cột C theo cách:
  - Mỗi lần chỉ chuyển 1 đĩa.
  - Khi chuyển có thể dùng cột trung gian B.
- Trong suốt qúa trình chuyển các chồng đĩa ở các cột luôn được xếp đúng (đĩa có kích thước bé được đặt trên đĩa có kích thước lớn ).

Khi được hỏi các vị sư cho biết khi chuyển xong chồng đĩa thì đến ngày tận thế !.

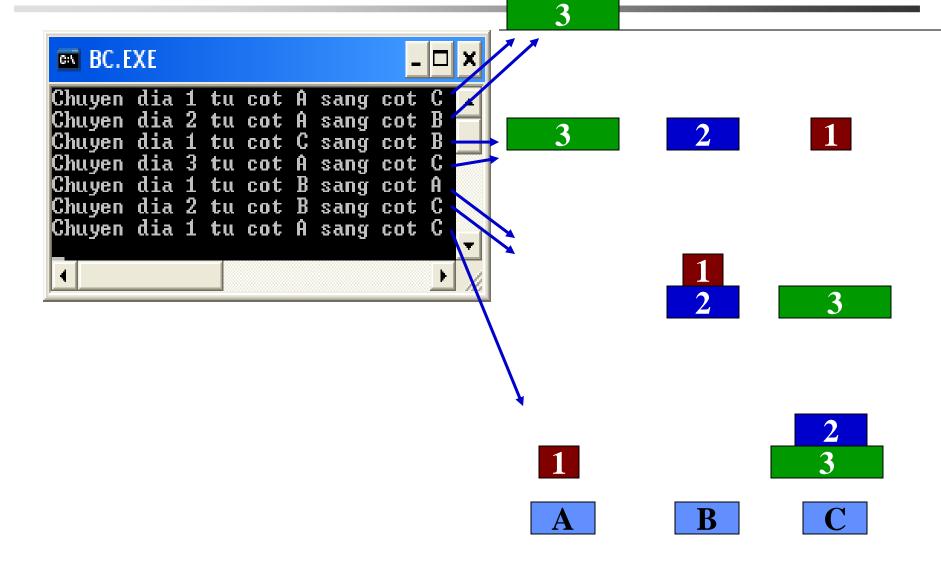
Với chồng gồm n đĩa cần  $2^n - 1$  lần chuyển cơ bản (chuyển 1 đĩa)

Giả sử thời gian để chuyển 1 đĩa là t giây thì thời gian để chuyển xong chồng 64 đĩa sẽ là:

$$T = (2^{64} - 1) * t S = 1.84 * 10^{19} * t S$$
  
Với  $t = 1/100 s thì T = 5.8*10^9 năm = 5.8 tỷ năm.$ 



## Tháp Hà Nội... \_



## Bài toán Tháp Hà Nội

```
// ThapHaNoi.cpp : Defines the entry point for the console application.
    //
    #include <stdio.h>
                                                                   Chuyển n đĩa từ cột
    void PrintMovePlate(int n,char X,char Y)
                                                                  X sang cột Z nhờ cột
       printf("\nChuyen dia thu %d tu cot %c sang cot %c",p,X,Y);
                                                                        trung gian Y
10
    void ThapHaNoi(int n,char X,char Y,char Z)
11
12
13
       if(n>0)
                                           (1) Chuyển n-1 đĩa từ cột X sang cột
14
          ThapHaNoi(n-1,X,Z,Y);
15
                                           Y nhờ cột trung gian Z vì các đĩa
          PrintMovePlate(n,X,Z);
16
          ThapHaNoi(n-1,Y,X,Z)
17
                                            bên trên là các đĩa nhỏ.
18
19
                                            (2) Chuyển đĩa n (to nhất) từ cột X
20
    void main(void)
21
                                            sang cột đích Z.
22
       ThapHaNoi(3,'A','B','C');
23
                                            (3) Làm lại cho n-1 đĩa còn lại đang
       return ;
24
25
                                           ở cột Y sang cột Z với X là cột trung
26
```

### Quick sort - Example

Xếp mảng số nguyên sau:

40	20	10	80	100	50	7	30	60
----	----	----	----	-----	----	---	----	----

## Chọn phần từ chốt

Chọn phần tử so sánh: ví dụ như phần tử đầu tiên

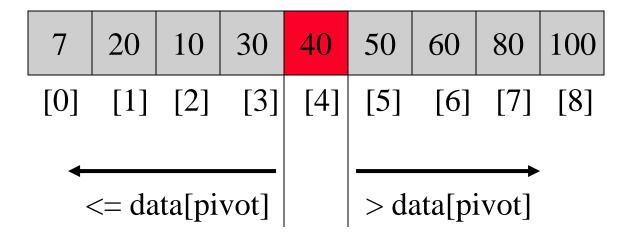
40	20	10	80	60	50	7	30	100
----	----	----	----	----	----	---	----	-----

### Chia mảng ra thành mảng nhỏ

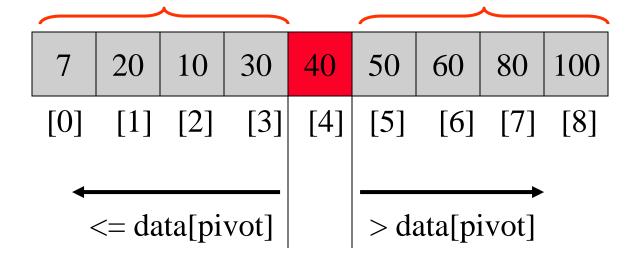
Cho trước phần tử trong mảng, chia mảng thành 2 phần:

- Mảng gồm các phẩn tử <= phần tử so sánh</li>
- 2. Mảng gồm các phẩn tử > phần tử so sánh

#### **Partition Result**



#### Recursion: Quicksort Sub-arrays



#### **Quicksort Analysis**

- Assume that keys are random, uniformly distributed.
- What is best case running time?
  - Recursion:
    - 1. Partition splits array in two sub-arrays of size n/2
    - 2. Quicksort each sub-array
  - Depth of recursion tree? O(log<sub>2</sub>n)
  - Number of accesses in partition? O(n)

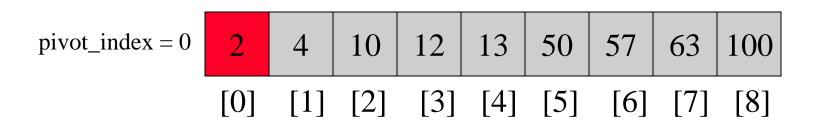


#### **Quicksort Analysis**

- Giả sử các phần tử phân bố đều ngẫu nhiên
- Thời gian ngắn nhất: O(n log<sub>2</sub>n)
- Trường hợp xấu nhất?

## Quicksort: trường hợp xấu nhất

Giả thiết là các phần tử đã tự phân bố theo thứ tự tăng dần:



## Cách khác chọn điểm chốt (pivot)

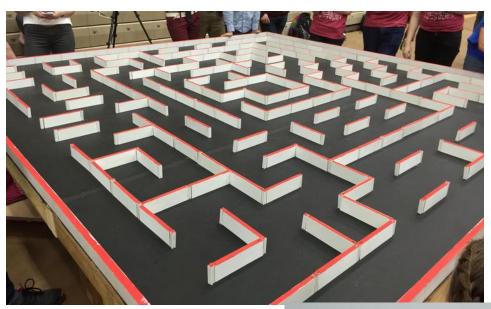
Chọn giá trị trung bình của 3 phần từ trong mảng: data[0], data[n/2], and data[n-1].

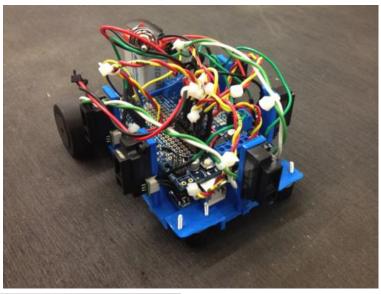
Sử dụng giá trị trung bình này.

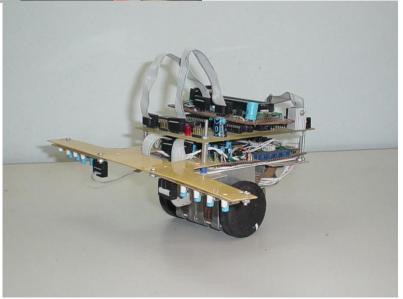
### Tối ưu thuật toán Quicksort

- Tìm phần tử chốt
- Nếu kích thước nhỏ hơn và bằng 3:
  - 1 phần tử: không làm gì
  - Nếu có 2 phần từ:
    - if(data[first] > data[second]) swap them
  - Nếu có 3 phần tử: left as an exercise.

### Micromouse

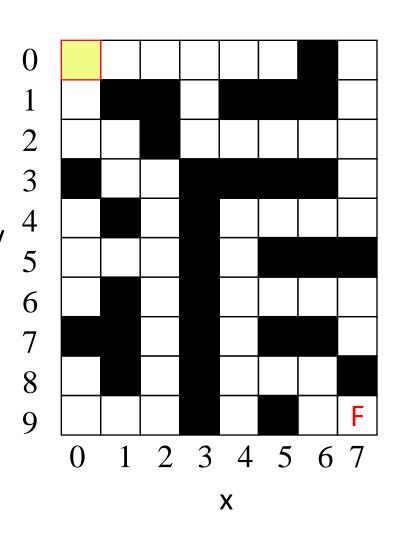






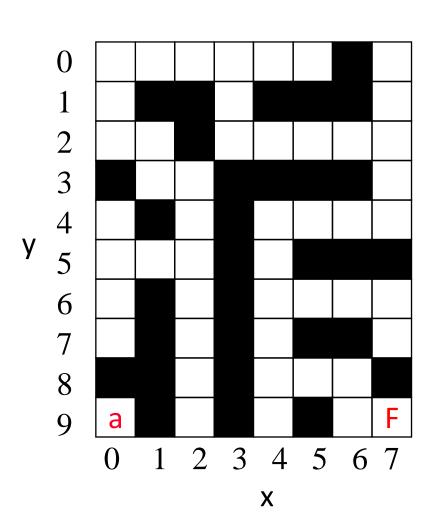
```
/* 'F' means finished!
    'X' means blocked
    ' means ok to move */
char maze[MAXX][MAXY];
/* start in yellow */
int x =0, y=0;
```

- Trừ khi bị chặn, robot có thể đi lên, xuống, trái, phải
- Bài toán: liệu có một đường đi tới đích?

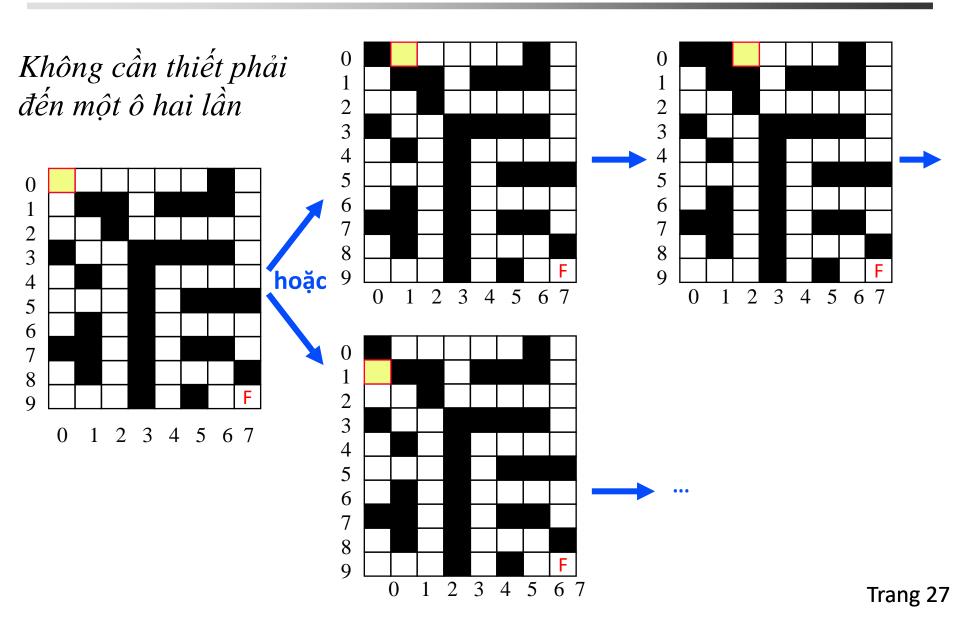


### Các Trường Hợp Đơn Giản

- Giả sử robot đang ở vị trí có tọa độ (x,y)
  - if maze[x][y] == 'F'
    - then "yes!"
  - if no place to go
    - then "no!"



# Chuyển Về Đơn Giản Hơn



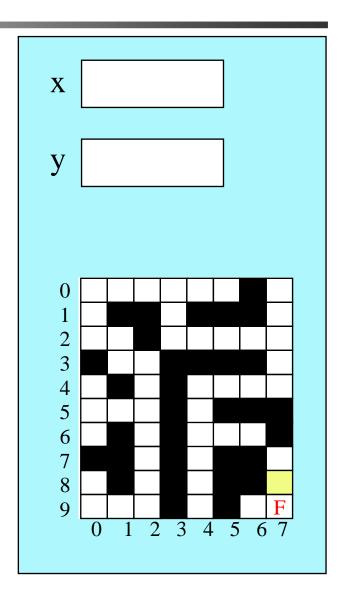
#### Hàm Trợ Giúp

```
/* Returns true if <x,y> is a legal move
   given the maze, otherwise returns false */
int legal_mv (char m[MAXX][MAXY], int x, int y)
{
   return(x >= 0 && x <= MAXX && y >= 0 &&
      y <= MAXY && m[x][y] != 'X');
}</pre>
```

#### Một Giải Pháp Tao Nhã

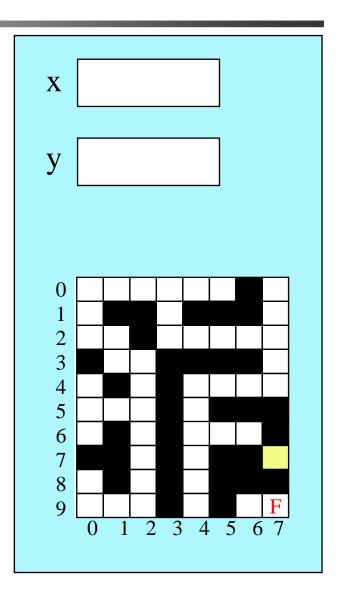
```
/* Returns true if there is a path from <x,y> to an
  element of maze containing 'F' otherwise returns
   false */
int is path (char m[MAXX][MAXY], int x, int y) {
 if (m [x][y] == `F')
    return (TRUE);
  else {
    m[x][y] = 'X';
    return((legal mv(m,x+1,y) && is path(m,x+1,y)) ||
           (legal mv(m,x-1,y) && is path(m,x-1,y)) ||
           (legal mv(m,x,y-1) && is path(m,x,y-1)) ||
           (legal mv(m,x,y+1) && is path(m,x,y+1)))
```

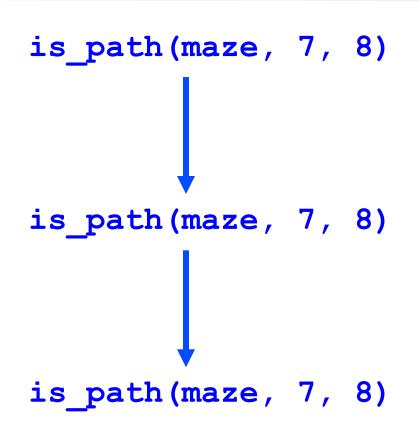
is\_path(maze, 7, 8)

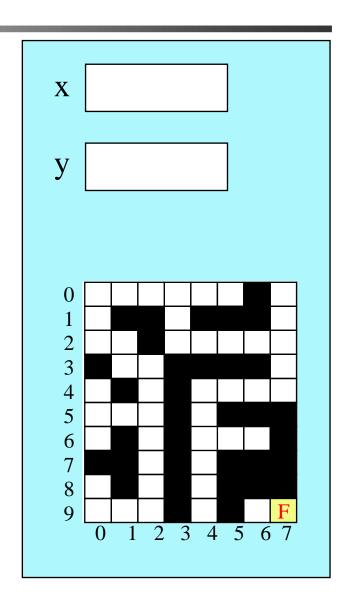


```
is_path(maze, 7, 8)

is_path(maze, 7, 8)
```







## Tóm Lược Về Đệ Quy

- Đệ quy là một trong các kỹ thuật lập trình:
  - Nó hoạt động bởi vì cách hàm được gọi và cách các biến cục bộ hoạt động trong C
  - Mỗi khi hàm được gọi, tất cả mọi thứ đều có một bản sao mới
- Đệ quy không chỉ là một kỹ thuật lập trình, nó còn là một cách tiếp cận trong việc giải quyết các vấn đề.
- Cần thời gian và công sức để trở nên thành thạo kỹ thuật này.
- Đệ quy là cách tiếp cận tự nhiên đối với rất nhiều cấu trúc dữ liệu.