

Thiết kế hệ thống số

Phương pháp bìa Karnaugh

Tối thiểu hóa hàm logic

- **Tối thiểu hóa hàm logic**

- Bằng cách sử dụng tiền đề và định lý, chúng ta có thể tối thiểu hóa các biểu thức

Danh sách Minterm & SOP

$$F = A' \cdot B' + A' \cdot B$$

$$F = A' \cdot (B' + B) = A'$$

Danh sách Maxterm & POS

$$F = (A' + B) \cdot (A' + B')$$

$$F = A' + (B' \cdot B) = A'$$

- Thực hiện bằng tay khó, sử dụng nhiều định lý,

- **Bìa Karnaugh**

- Sử dụng kỹ thuật hình vẽ để tối thiểu hóa

5.1 Dạng tối giản của các hàm chuyển

Ví dụ: tìm SOP dạng tối giản.

$$F(a,b,c) = \sum m(0,1,2,5,6,7)$$

$$F = a'b'c' + a'b'c + a'bc' + ab'c + abc' + abc$$

$$= a'b' + b'c + bc' + ab$$

$$F = a'b'c' + a'b'c + a'bc' + ab'c + abc' + abc$$

$$= a'b' + bc' + ac$$

5.1 Dạng tối giản của các hàm chuyển

Example: Tìm POS tối giản

$$\begin{aligned} & (A + B' + C + D')(A + B' + C' + D')(A + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D)(A + B + C' + D)(A' + B + C' + D) \\ &= (A + B' + D')(A + B' + C')(B' + C' + D)(B + C' + D) \\ &= (A + B' + D')(A + B' + C')(C' + D) \\ &= (A + B' + D')(C' + D) \end{aligned}$$

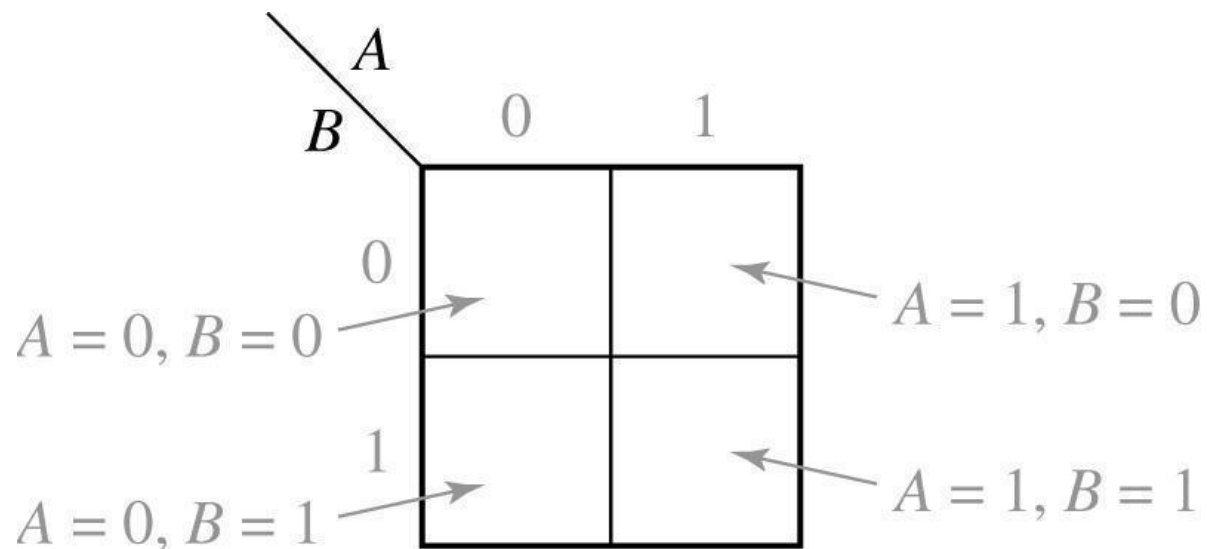
Loại bỏ bằng sự đồng thuận

Vấn đề trong đơn giản hóa đại số

- **1) Các thủ tục khó khăn để áp dụng một cách có hệ thống**
- **2) Không rõ khi nào sẽ đi đến dạng tối giản (dạng SOP hay POS)**

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến.

Một bìa các-nô 2 biến

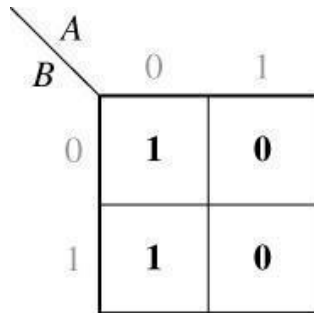


5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

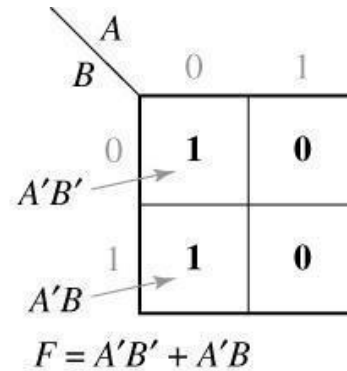
Bảng sự thật cho hàm F

A B	F
0 0	1
0 1	1
1 0	0
1 1	0

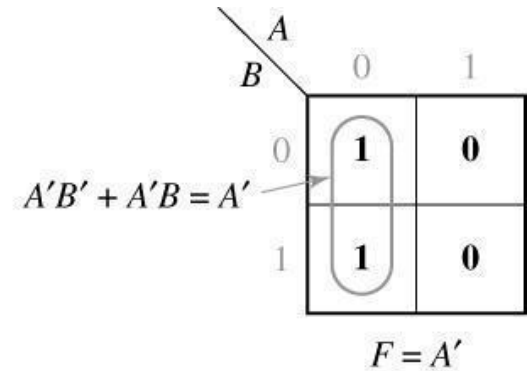
(a)



(b)



(c)



(d)

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Bảng chân lý và bìa karnaugh cho hàm 3 biến

A B C	F
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

(a)

A		0	1
BC	00	0	1
	01	0	0
	11	1	0
	10	1	1
F			

$ABC = 001, F = 0$ →

← $ABC = 110, F = 1$

(b)

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Vị trí của các Minterm trong bìa karnaugh 3 biến

$a \backslash bc$	0	1
00	000	100
01	001	101
11	011	111
10	010	110

(a) Binary notation

Biểu diễn nhị phân

$a \backslash bc$	0	1
00	0	4
01	1	5
11	3	7
10	2	6

(b) Decimal notation

Biểu diễn thập phân

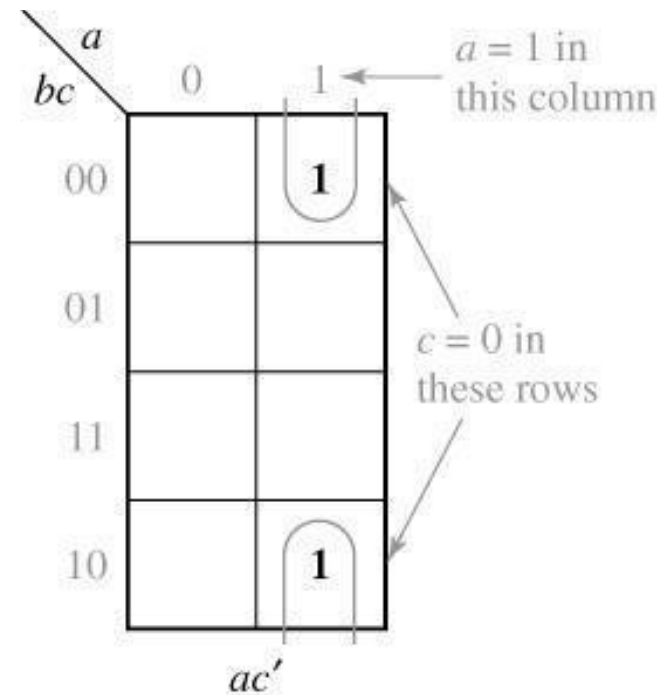
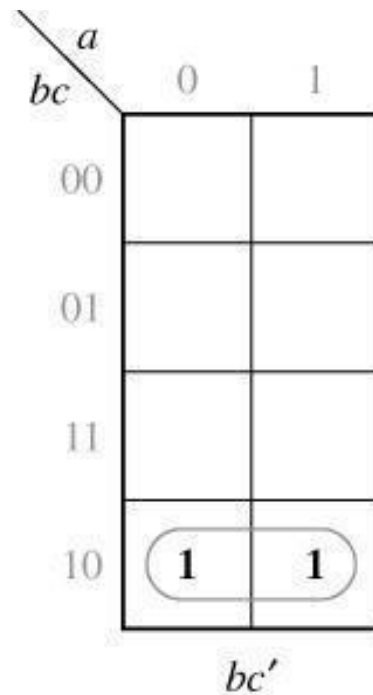
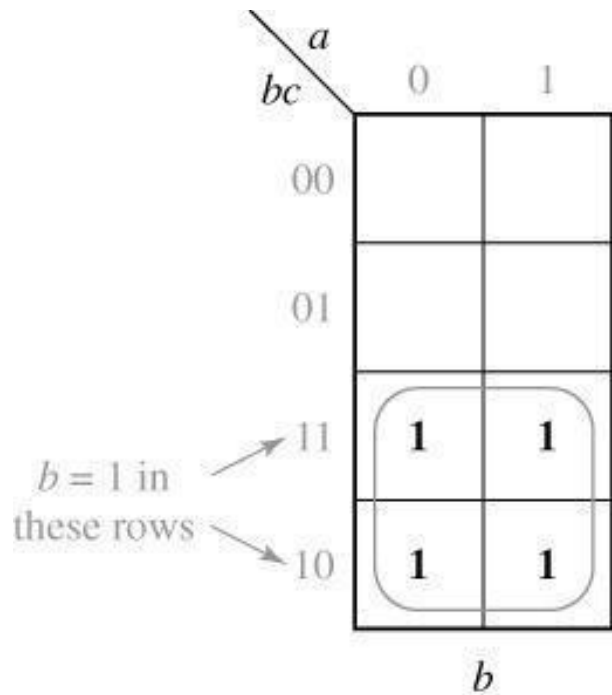
5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Bìa Karnaugh của hàm $F(a, b, c) = m(1, 3, 5) = \prod(0, 2, 4, 6, 7)$

$a \backslash bc$		0	1
00	0 0	0 4	
01	1 1	1 5	
11	1 3	0 7	
10	0 2	0 6	

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Bìa karnaugh cho các số hạng tích.

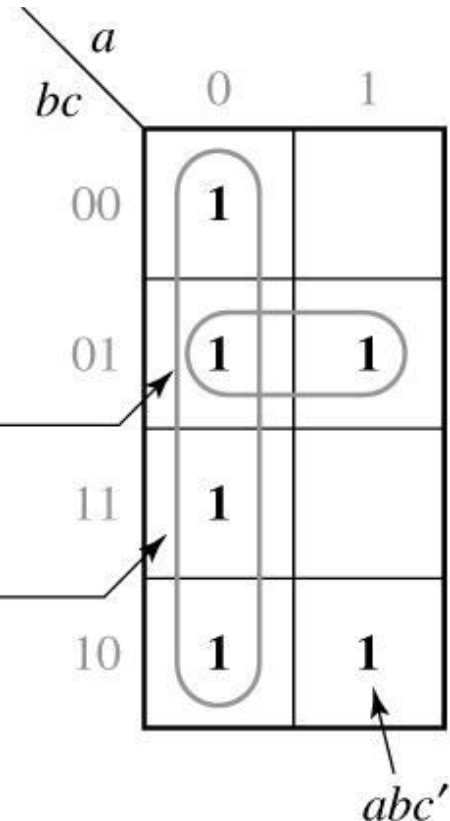


5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Cho hàm:

$$f(a,b,c) = abc' + b'c + a'$$

1. The term abc' is 1 when $a = 1$ and $bc = 10$, so we place a 1 in the square which corresponds to the $a = 1$ column and the $bc = 10$ row of the map.
2. The term $b'c$ is 1 when $bc = 01$, so we place 1's in both squares of the $bc = 01$ row of the map.
3. The term a' is 1 when $a = 0$, so we place 1's in all the squares of the $a = 0$ column of the map. (Note: Since there already is a 1 in the $abc = 001$ square, we do not have to place a second 1 there because $x + x = x$.)



5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Rút gọn của hàm ba biến

$a \backslash bc$	0	1
00		
01	1	1
11	1	
10		

$$F = \sum m(1, 3, 5)$$

(a) Plot of minterms

Vẽ các Minterm

$$\begin{aligned} T_1 &= a'b'c + a'bc \\ &= a'c \end{aligned}$$

$a \backslash bc$	0	1
00		
01	1	1
11	1	
10		

$$F = a'c + b'c$$

(b) Simplified form of F

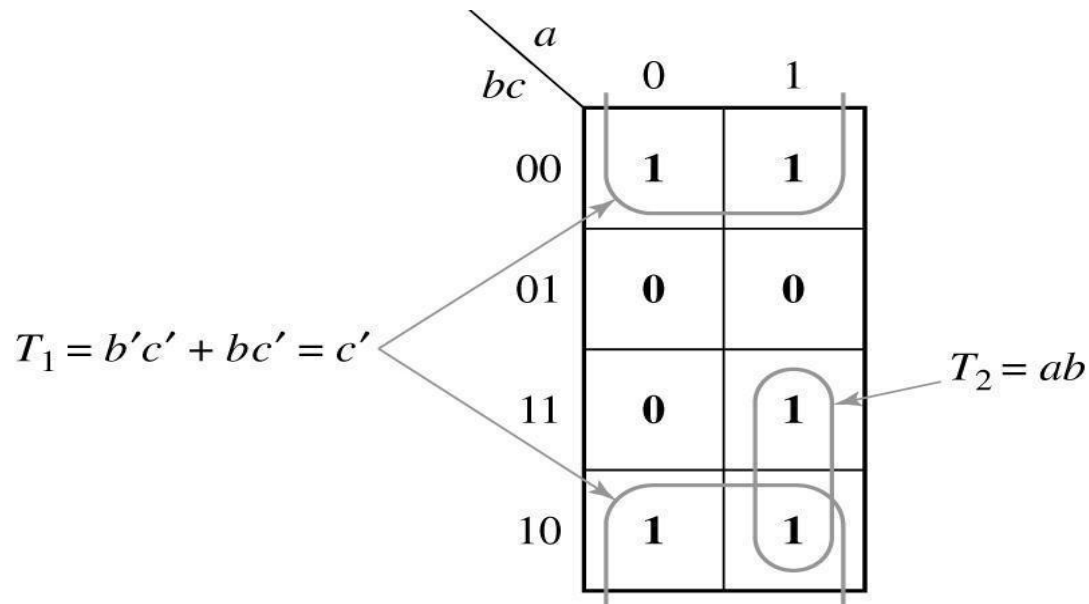
Dạng rút gọn của F

$$\begin{aligned} T_2 &= a'b'c + ab'c \\ &= b'c \end{aligned}$$

$$F = T_1 + T_2 = a'c + b'c$$

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

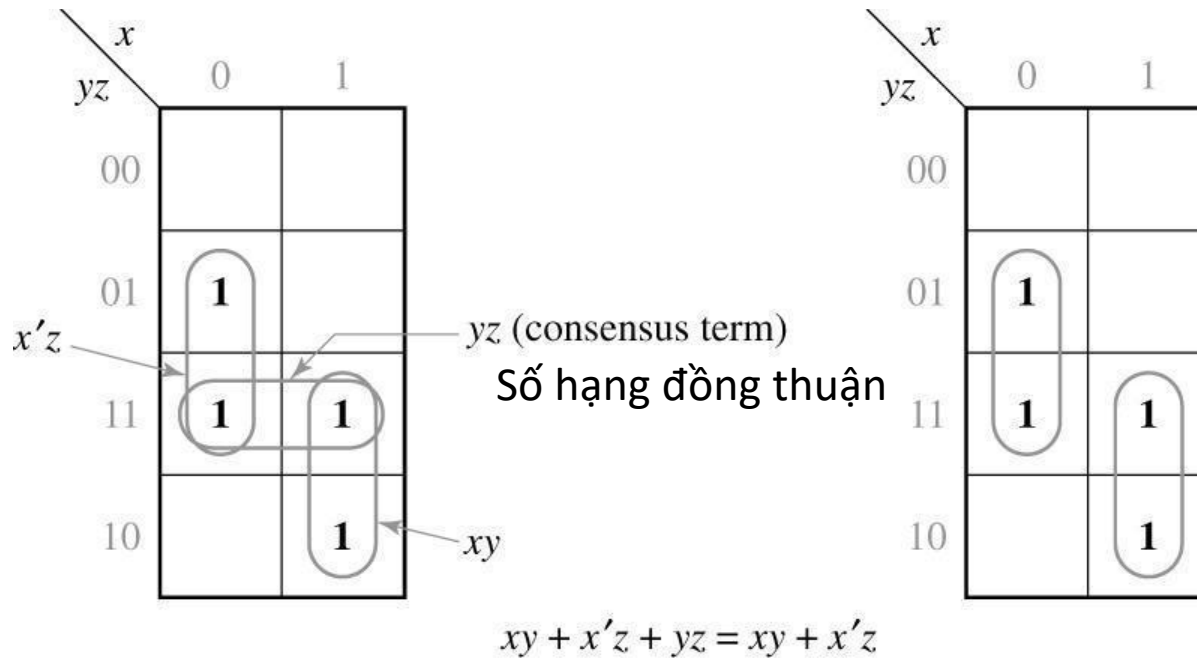
Bù của bìa trong hình 5-6(a)-



$$F = T_1 + T_2 = c' + ab$$

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Bìa Karnaugh minh họa định lý đồng thuận



Số hạng đồng thuận là thừa

5.2. Bìa karnaugh hai và ba biến

Hàm có 2 dạng tối giản

$$F = \sum m(0,1,2,5,6,7)$$

		<i>a</i>	
		0	1
<i>bc</i>	00	1	
	01	1	1
	11		1
	10	1	1

$$F = a'b' + bc' + ac$$

		<i>a</i>	
		0	1
<i>bc</i>	00	1	
	01	1	1
	11		1
	10	1	1

$$F = a'c' + b'c + ab$$

5.3 Bìa Karnaugh 4 biến

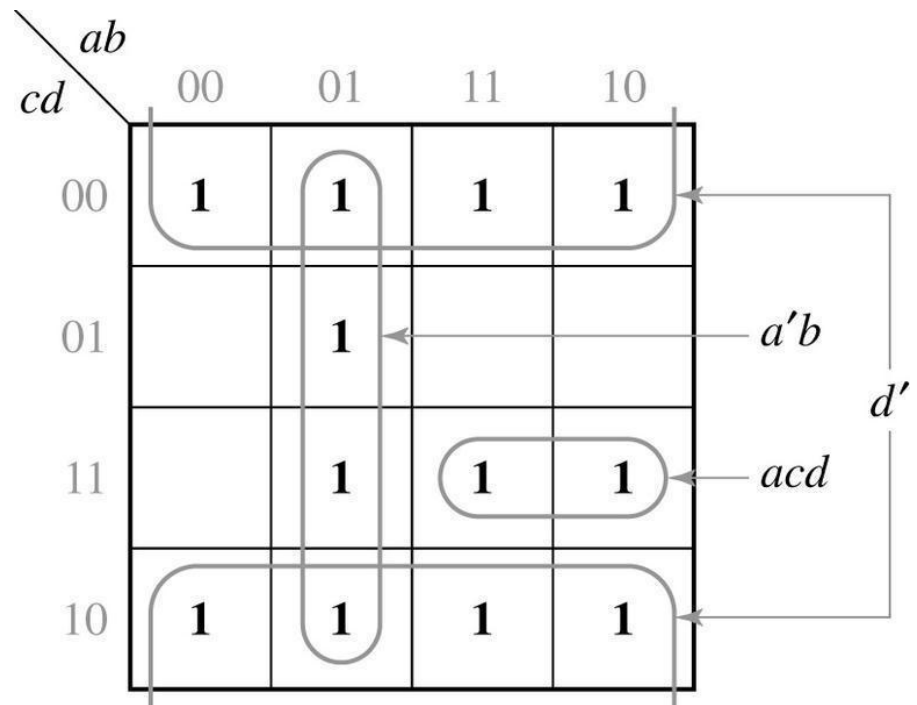
Vị trí của các số hạng trong bìa Các-nô 4 biến

AB					
CD		00	01	11	10
00		0	4	12	8
01		1	5	13	9
11		3	7	15	11
10		2	6	14	10

5.3 Bìa Karnaugh 4 biến

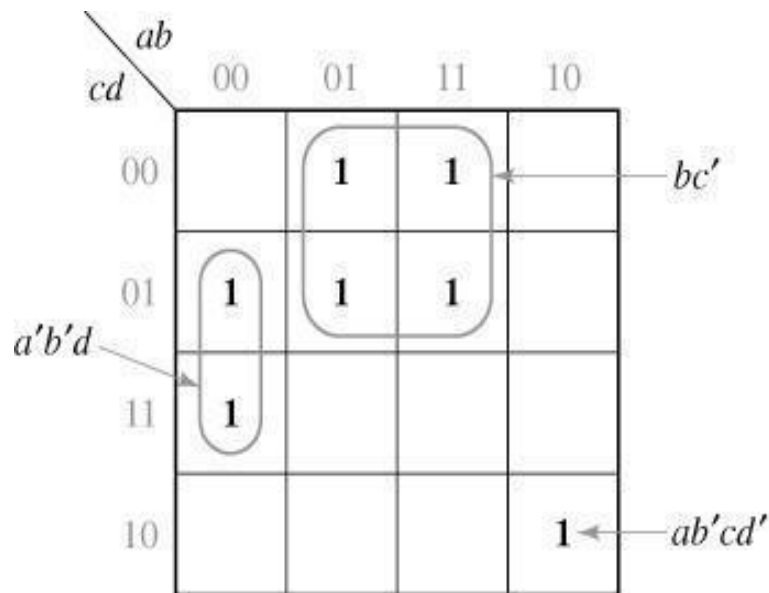
Biểu diễn của $acd + a'b + d'$

$$f(a,b,c,d) = acd + a'b + d'$$



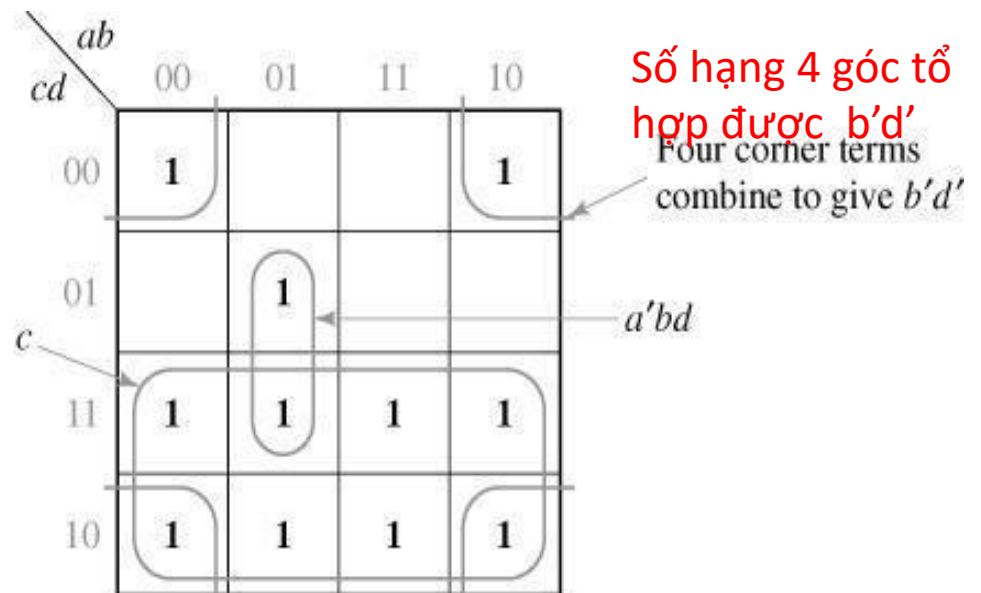
5.3 Bìa karnaugh 4 biến

Đơn giản hóa các hàm 4 biến



$$f_1 = \sum m(1, 3, 4, 5, 10, 12, 13) \\ = bc' + a'b'd + ab'cd'$$

(a)



$$f_2 = \sum m(0, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 15) \\ = c + b'd' + a'bd$$

(b)

5.3 Bìa karnaugh 4 biến

Đơn giản hóa của một hàm được xác định không đầy đủ

<i>cd</i> \ <i>ab</i>	00	01	11	10
00			X	
01	1	1	X	1
11	1	1		
10		X		

không quan tâm

$$\begin{aligned}f &= \sum m(1, 3, 5, 7, 9) + \sum d(6, 12, 13) \\ &= a'd + c'd\end{aligned}$$

5.3 Bìa karnaugh 4 biến

1's of f

$$f = x'z' + wyz + w'y'z' + x'y$$

0's of f

$$f' = y'z + wxz' + w'xy$$

$$f = (y + z')(w' + x'z)(w + x' + y')$$

minimum product of sum for f

yz \ wx				
	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1