



TRƯỜNG ĐẠI HỌC  
BÁCH KHOA HÀ NỘI



Nguyễn Công Phương

# Mạch phi tuyến

Cơ sở lý thuyết mạch điện

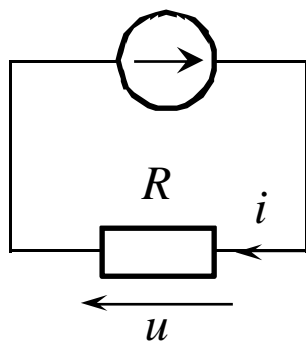
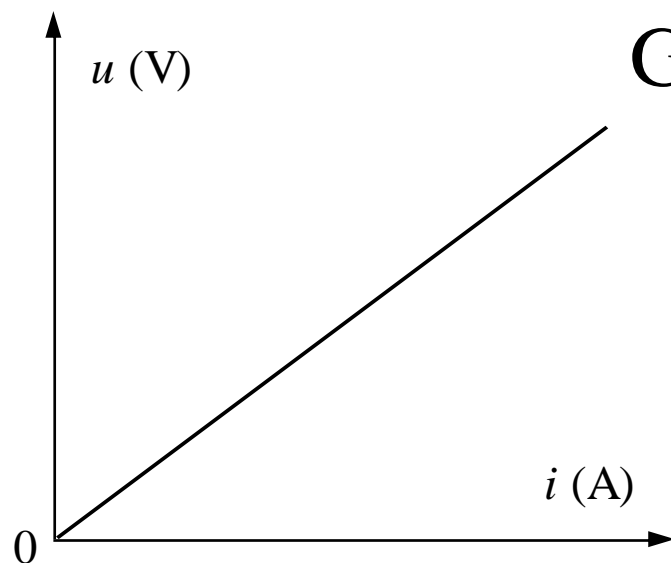
## Chương trình

- Lý thuyết mạch I
  - Thông số mạch
  - Phần tử mạch
  - Mạch một chiều
  - Mạch xoay chiều
  - Mạch ba pha
  - Quá trình quá độ
  - Khuếch đại thuật toán
- **Lý thuyết mạch II**
  - **Mạch phi tuyến**
  - **Đường dây dài**

## Nội dung

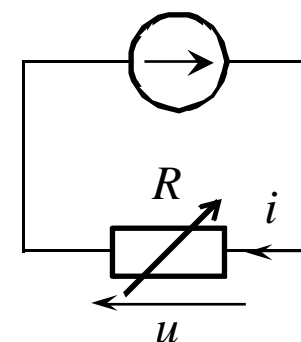
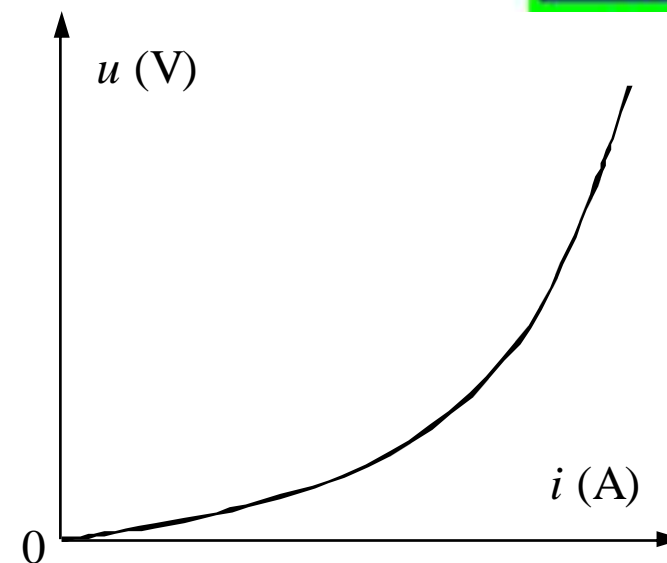
1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Giới thiệu (1)



$$i = \frac{u}{R}$$

Tuyến tính

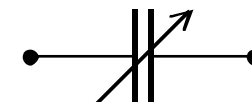
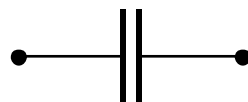
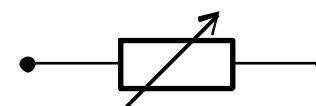


$$i \neq \frac{u}{R}$$

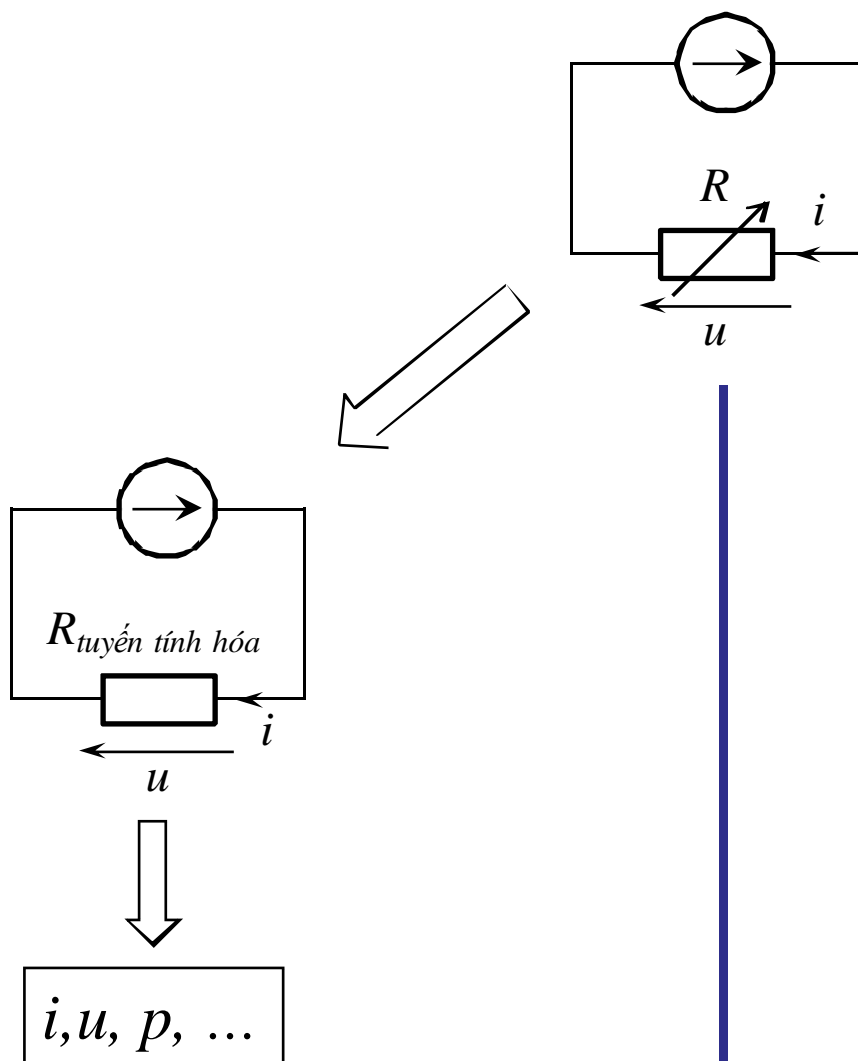
Phi tuyến

## Giới thiệu (2)

Tuyến tính	Phi tuyến
$R = \text{const}$	$R = R(i, t, \dots)$
$L = \text{const}$	$L = L(i, t, \dots)$
$C = \text{const}$	$C = C(u, t, \dots)$



## Giới thiệu (3)



$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^N u_k &= 0; & \sum_{k=1}^M i_k &= 0 \\ u_R &= Ri; & u_R &= u_R(i) \\ u_L &= L \frac{di}{dt}; & u_L &= \frac{d\psi(i, t, \dots)}{dt} \\ i_C &= C \frac{du}{dt}; & i_C &= \frac{dq(u, t, \dots)}{dt} \end{aligned} \right\}$$

(hệ) Phương trình phi tuyến

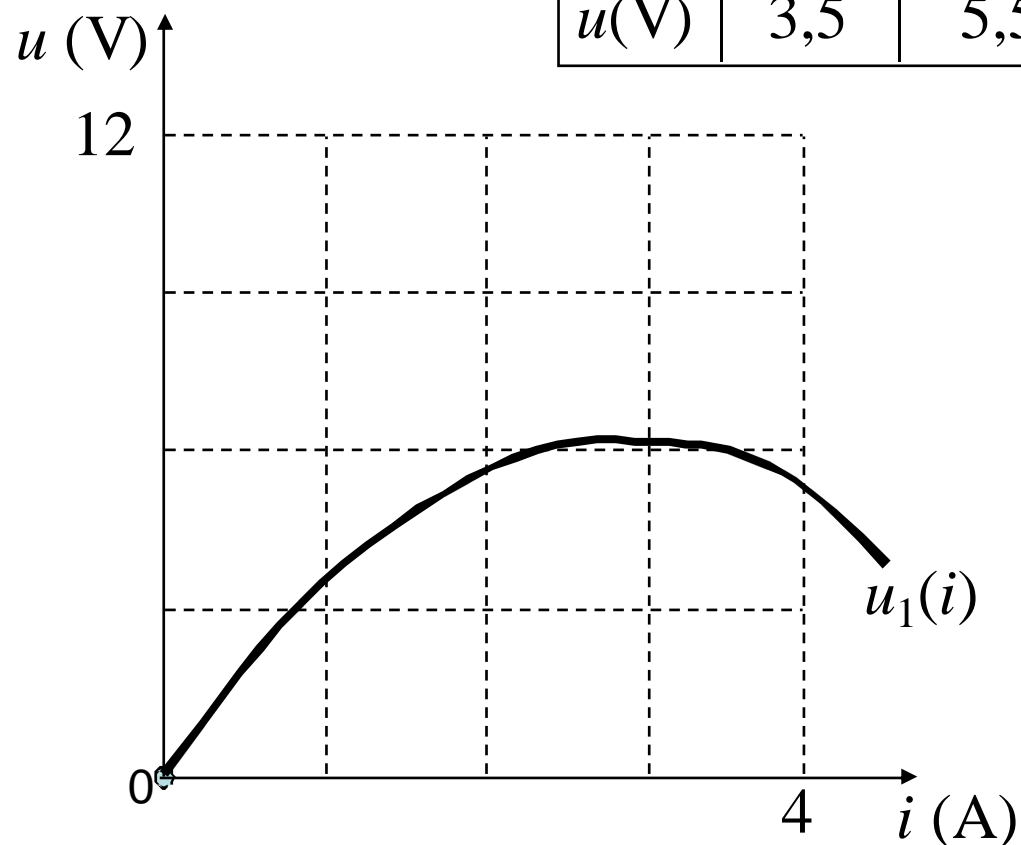
$i, u, p, \dots$

## Nội dung

1. Giới thiệu
- 2. Đặc tính của phần tử phi tuyến**
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Đặc tính của phần tử phi tuyến (1)

$i(\text{A})$	1	2	3	4
$u(\text{V})$	3,5	5,5	6,1	5,3



$$u(i) = -0,7i^2 + 4,1i$$



## Đặc tính của phần tử phi tuyến (2)

- Hệ số động & hệ số tĩnh

- Hệ số động:  $k_{\vec{d}}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$

$$r_{\vec{d}}(i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i} \quad L_{\vec{d}}(i) = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i} \quad C_{\vec{d}}(u) = \frac{\partial q(u)}{\partial u}$$

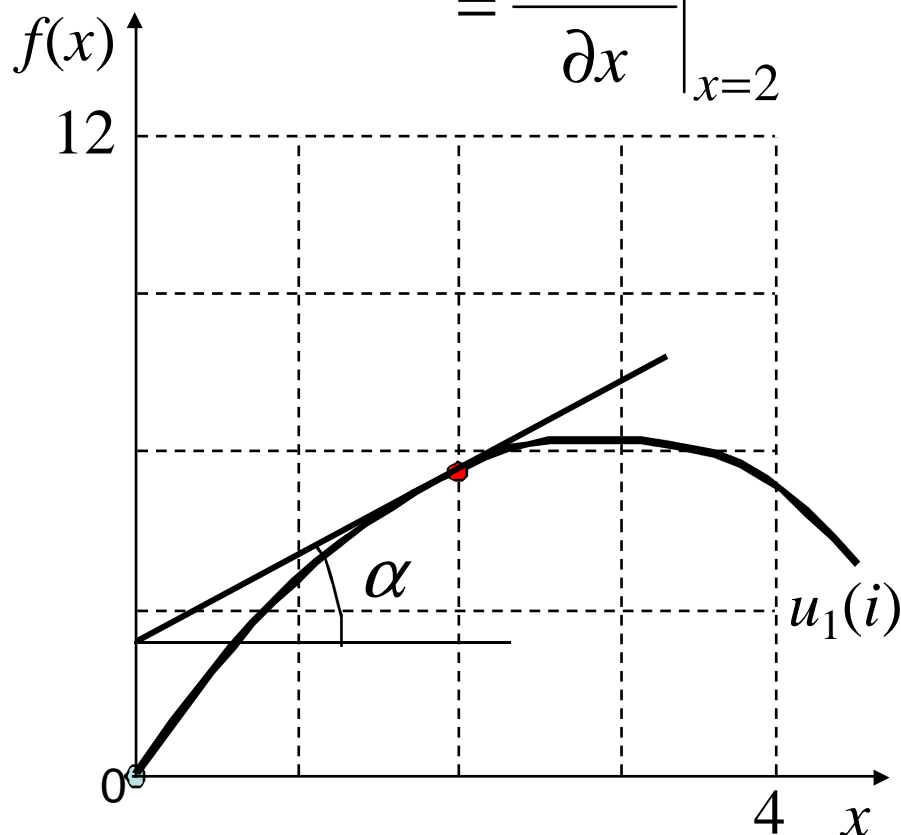
- Hệ số tĩnh:  $k_t(x) = \frac{f(x)}{x}$

$$r_t(i) = \frac{u(i)}{i} \quad L_t(i) = \frac{\psi(i)}{i} \quad C_t(u) = \frac{q(u)}{u}$$

## Đặc tính của phần tử phi tuyến (3)

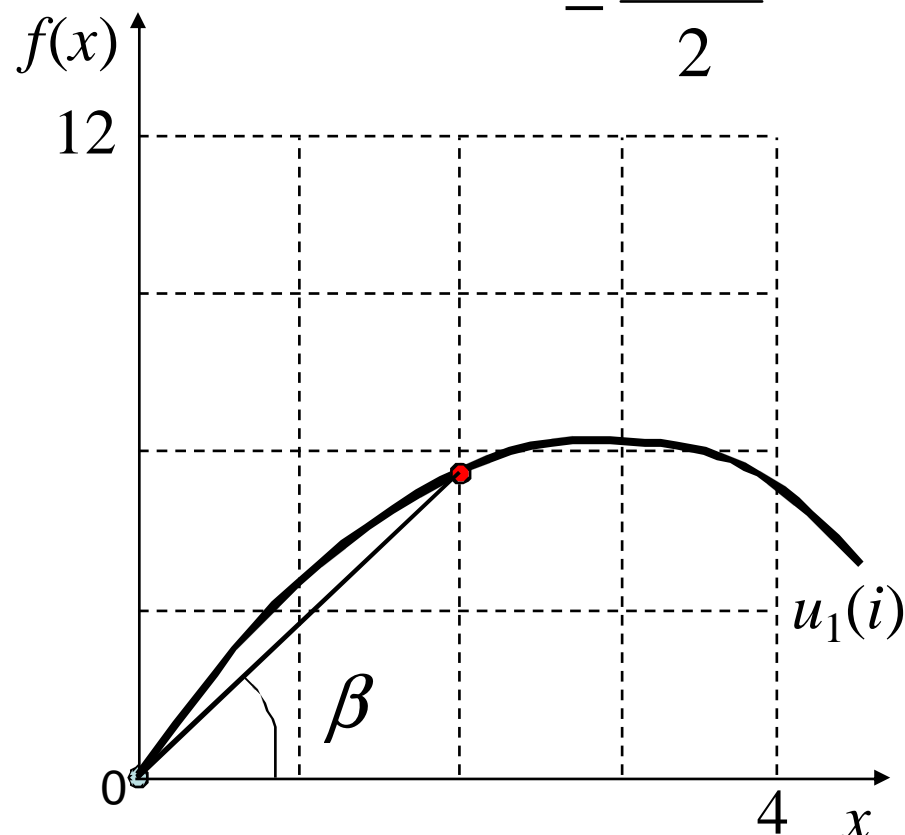
$$k_{\vec{d}}(x)|_{x=2} = ?$$

$$= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=2}$$



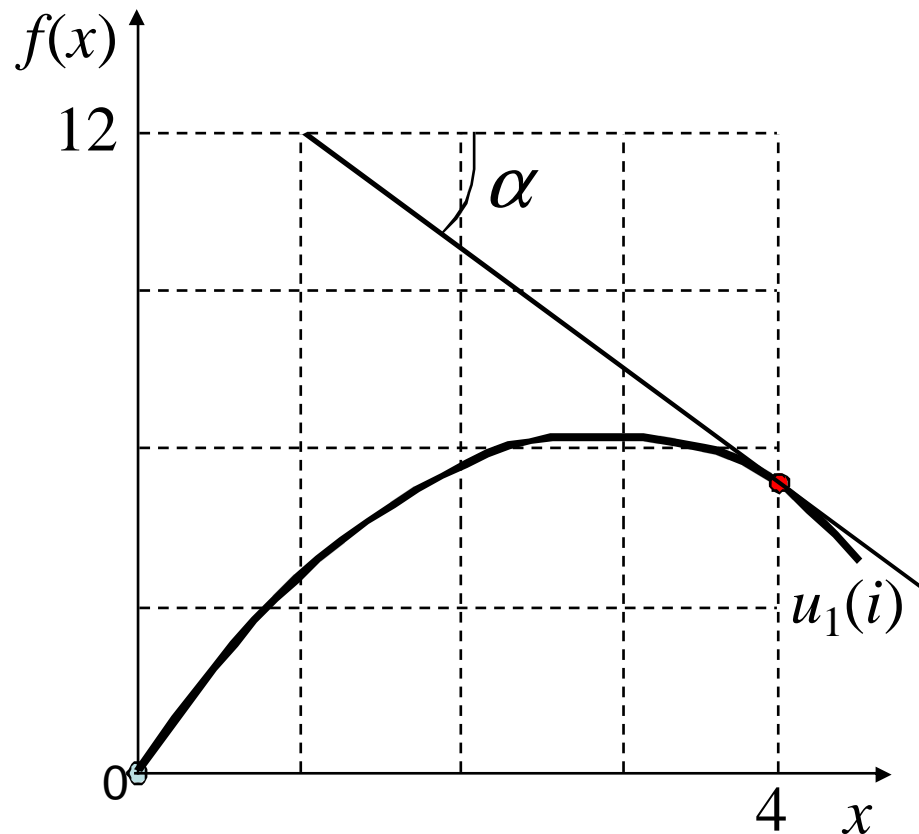
$$k_t(x)|_{x=2} = ?$$

$$= \frac{f(2)}{2}$$

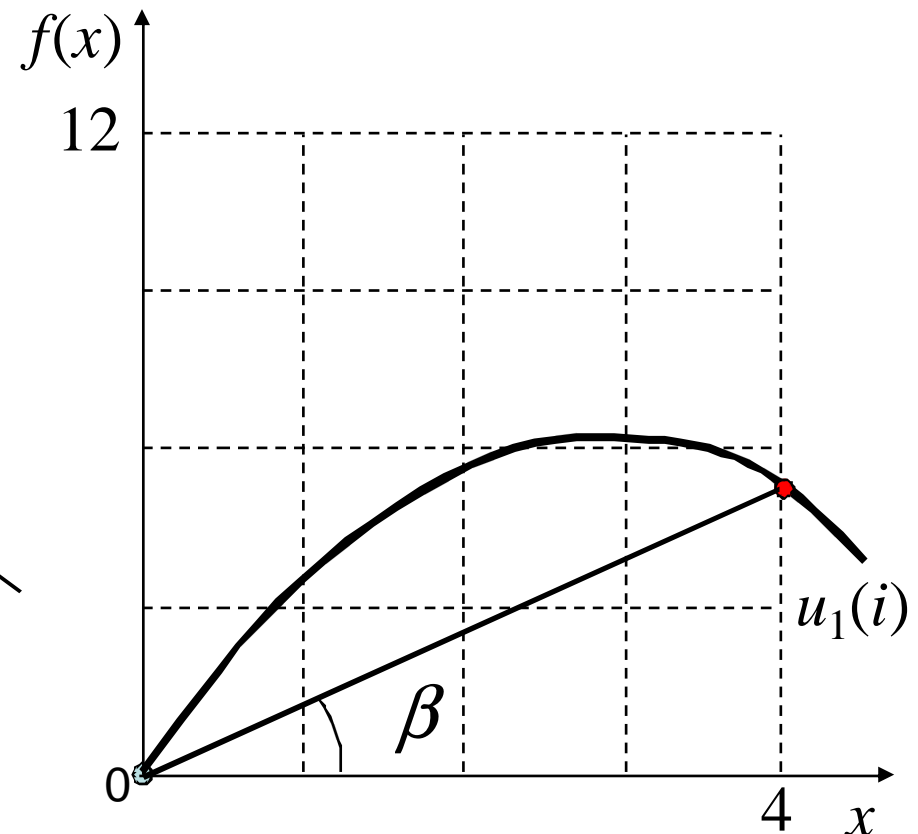


## Đặc tính của phần tử phi tuyến (4)

$$k_{\bar{d}}(x)|_{x=4}$$

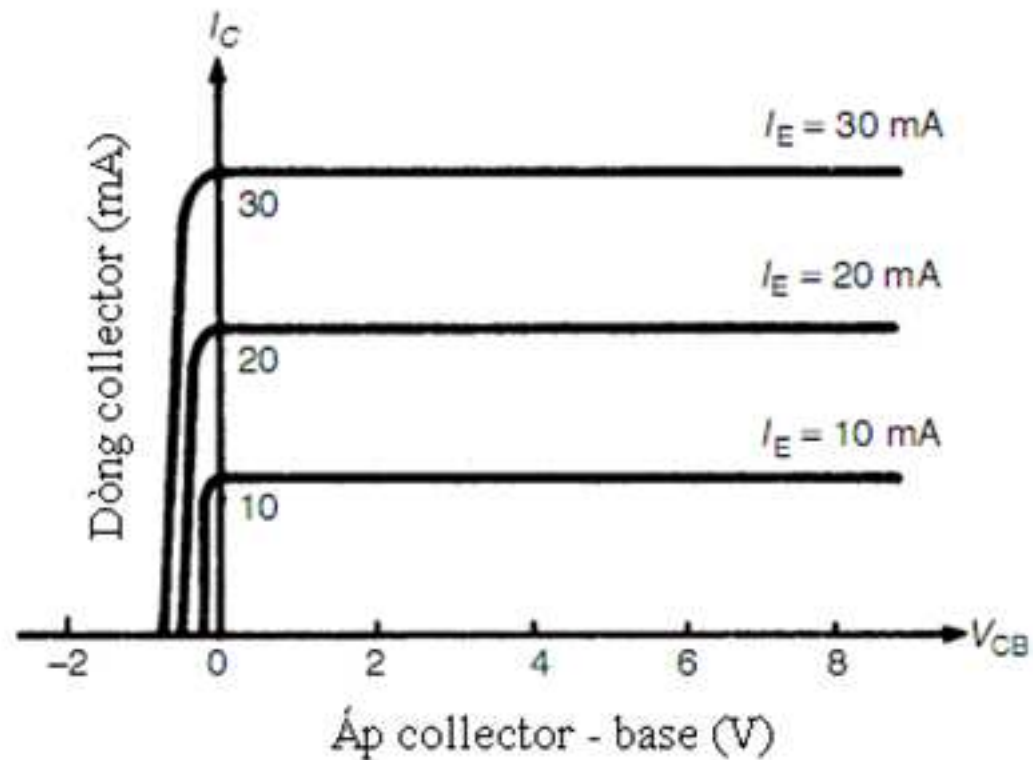


$$k_t(x)|_{x=4}$$



## Đặc tính của phần tử phi tuyến (5)

- Họ đặc tính



## Đặc tính của phần tử phi tuyến (6)

2 tính chất cơ bản:

### 1. Tạo tần

$$\left. \begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i(t) &= 5\sin 314t \text{ A} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} u(t) &= 3(5\sin 314t)^2 \\ &= 75\sin^2 314t \\ &= 37,5(1 - \cos 628t) \text{ V} \end{aligned}$$

### 2. Không xếp chồng đáp ứng

$$\left. \begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i_1 &= 2 \text{ A} \\ i_2 &= 4 \text{ A} \end{aligned} \right\} \rightarrow u_R(2 + 4) = 108 \neq u_R(2) + u_R(4) = 60$$

## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
  - a) **Mạch một chiều**
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp đồ thị
    - iii. Phương pháp dò
    - iv. Phương pháp lặp
  - b) **Mạch xoay chiều**
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Khái niệm

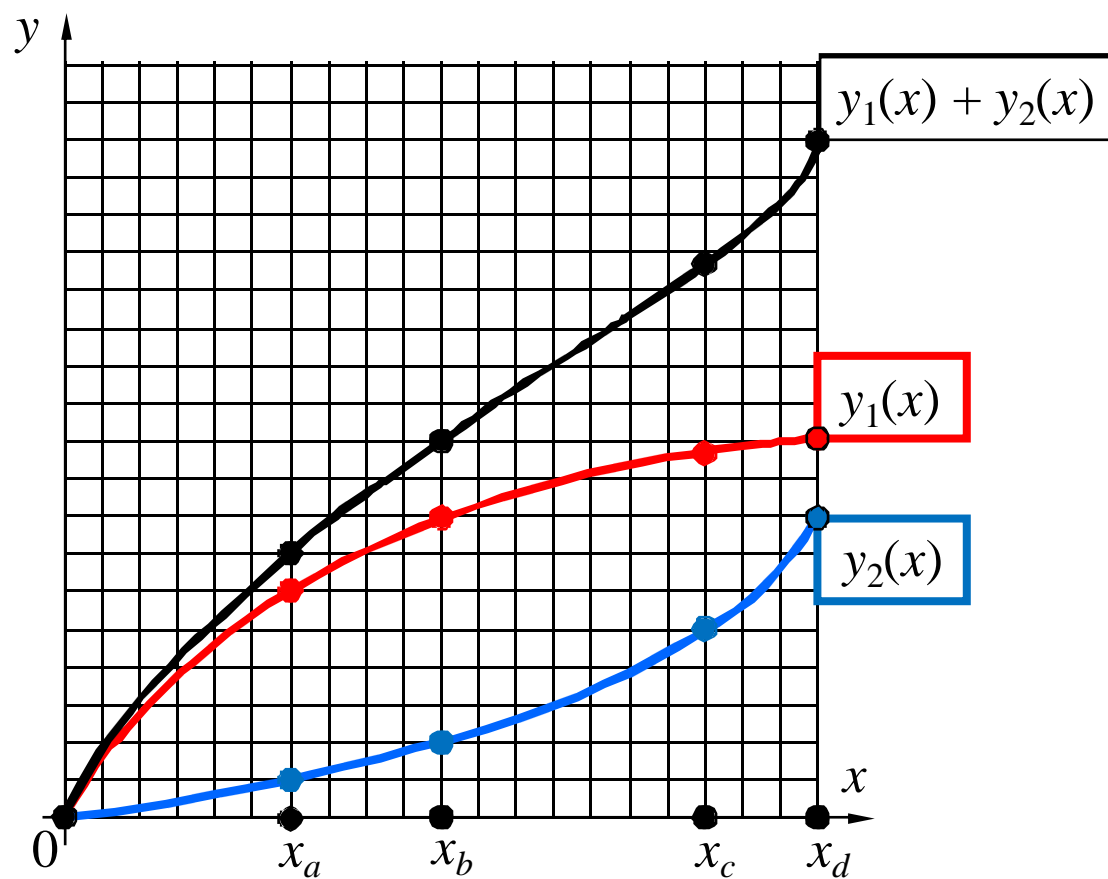
- Dòng & áp không biến thiên theo thời gian (nguồn một chiều)
- $\rightarrow L$  ngắn mạch,  $C$  hở mạch
- (hệ) phương trình vi phân phi tuyến  $\rightarrow$  (hệ) phương trình đại số phi tuyến
- Giải:
  - Phương pháp đồ thị,
  - Phương pháp dò,
  - Phương pháp lặp.

## Phương pháp đồ thị (1)

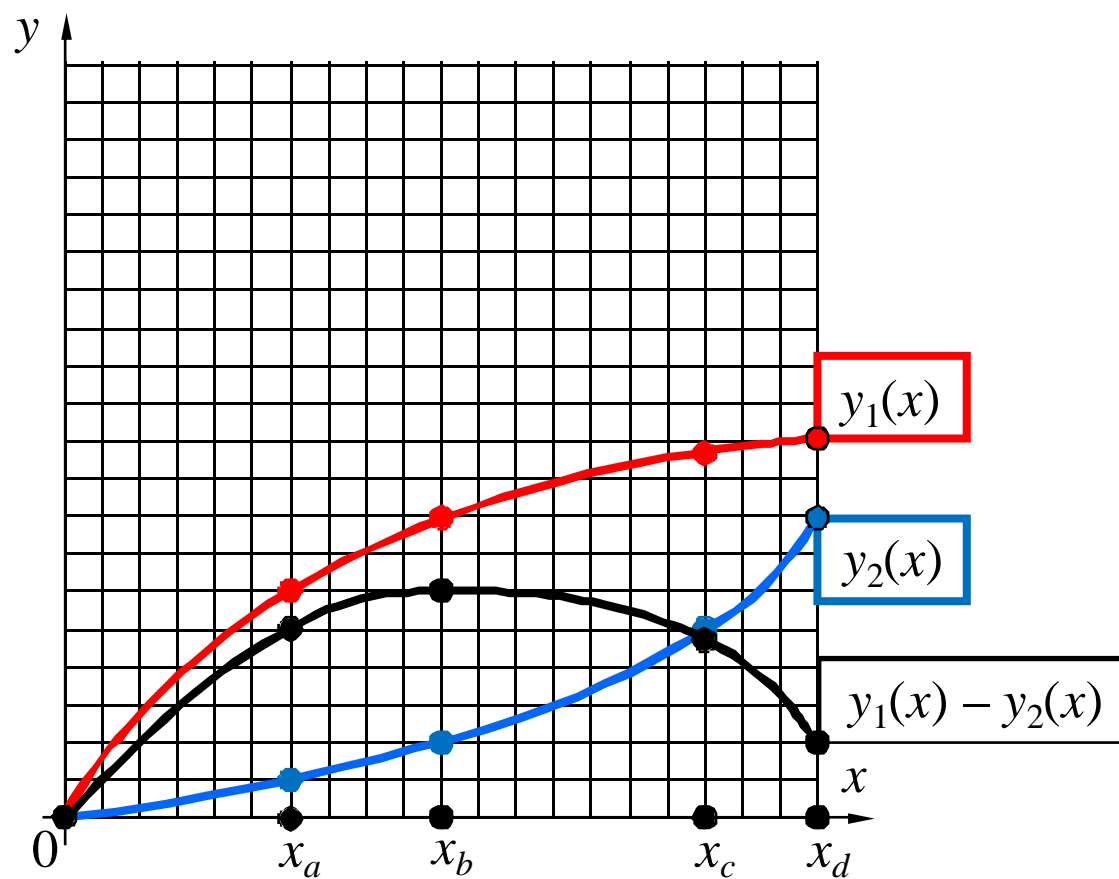
- Dùng đồ thị trên mặt phẳng 2 chiều (hoặc mặt phẳng trong không gian 3 chiều) để tìm nghiệm
- Chỉ dùng cho phương trình tối đa 2 ẩn
- Các phép toán trên đồ thị:
  - Cộng
  - Trừ
  - Tỷ lệ
  - Nhân
  - Bình phương
  - Căn
  - Tìm nghiệm



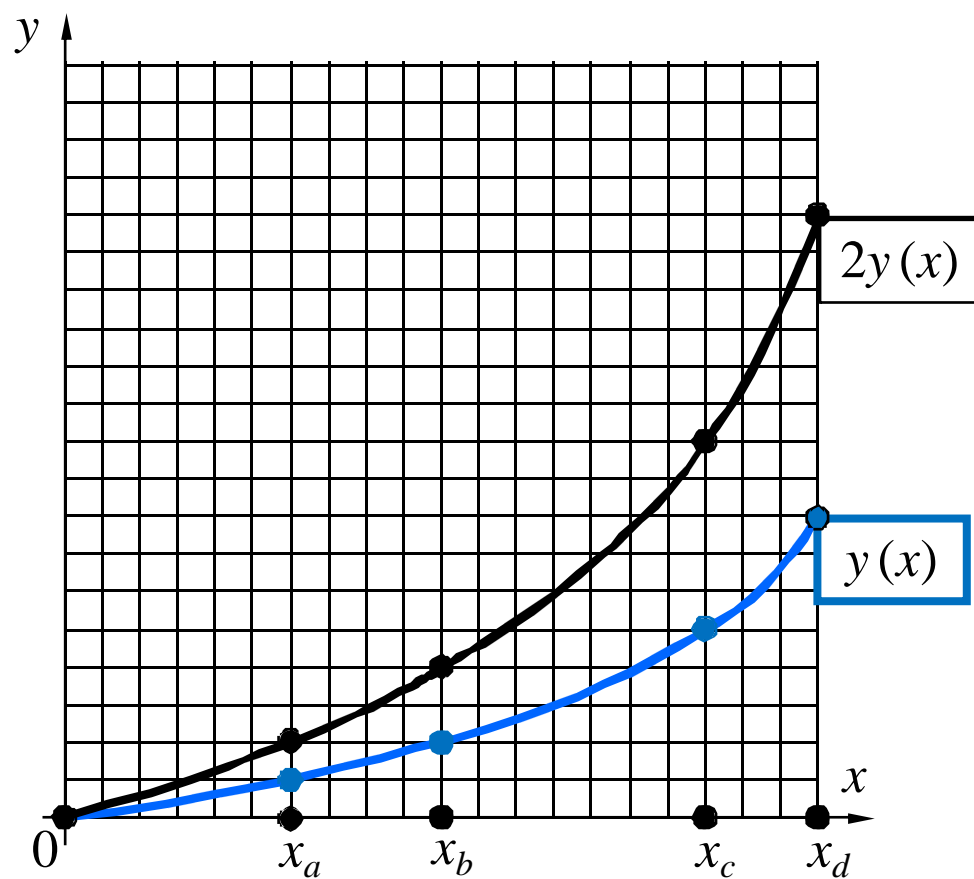
# Cộng



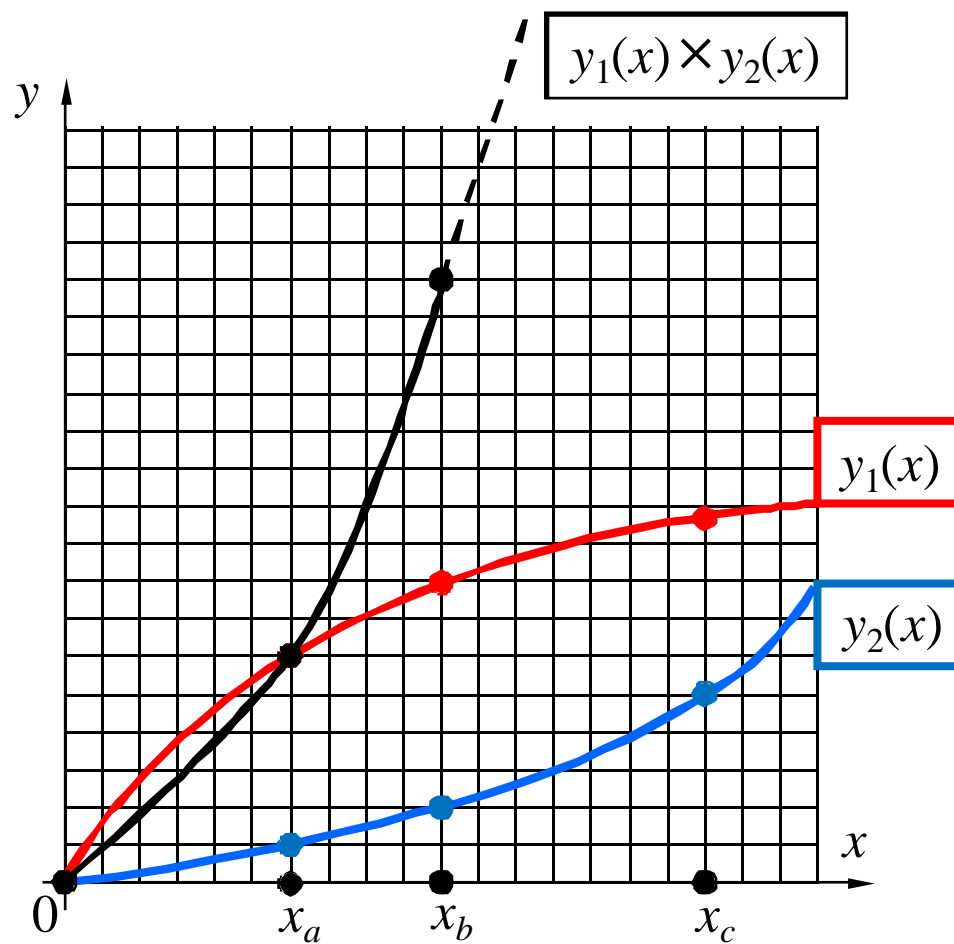
# Trừ



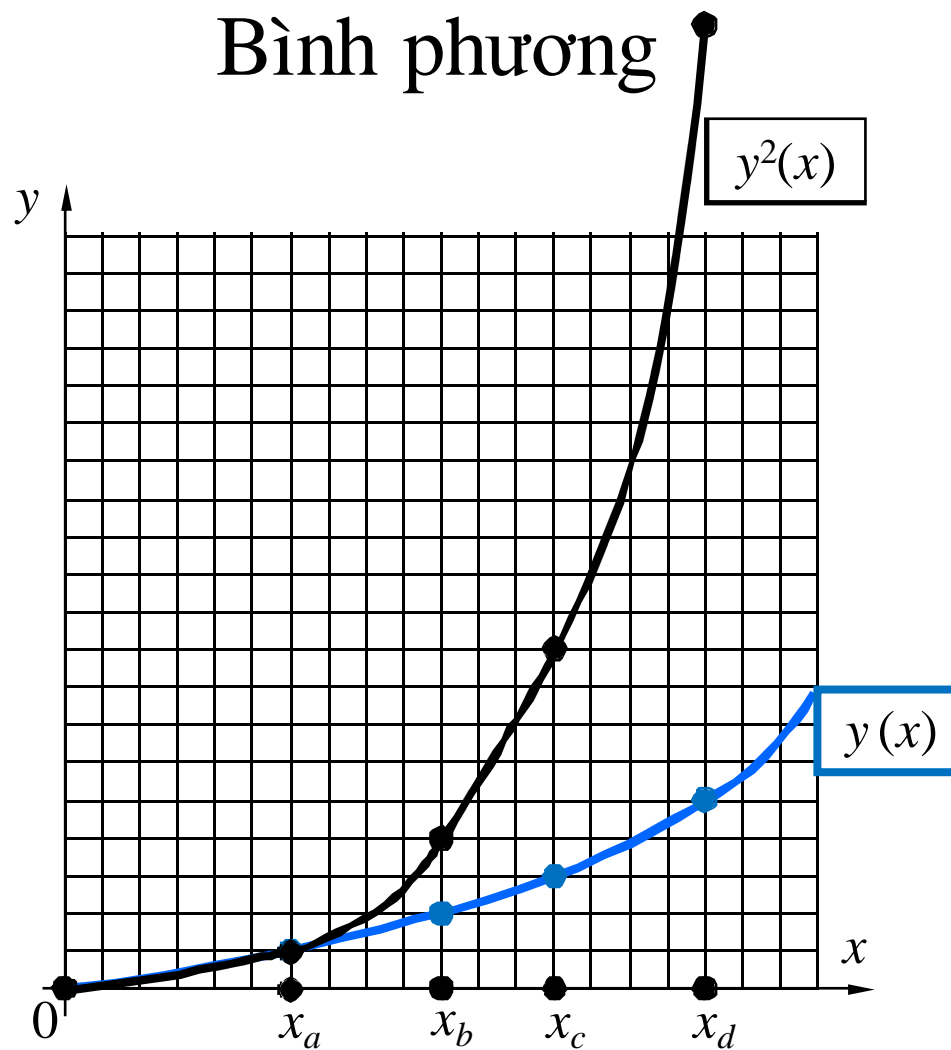
# Tỉ lệ



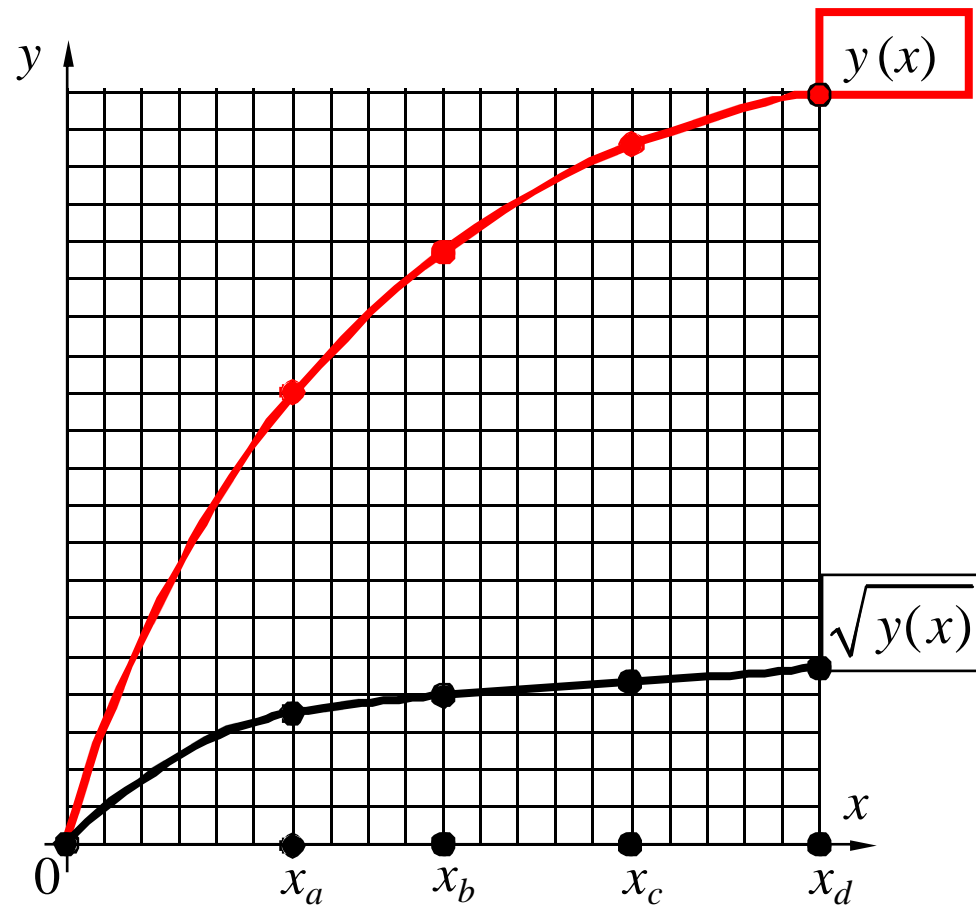
# Nhân



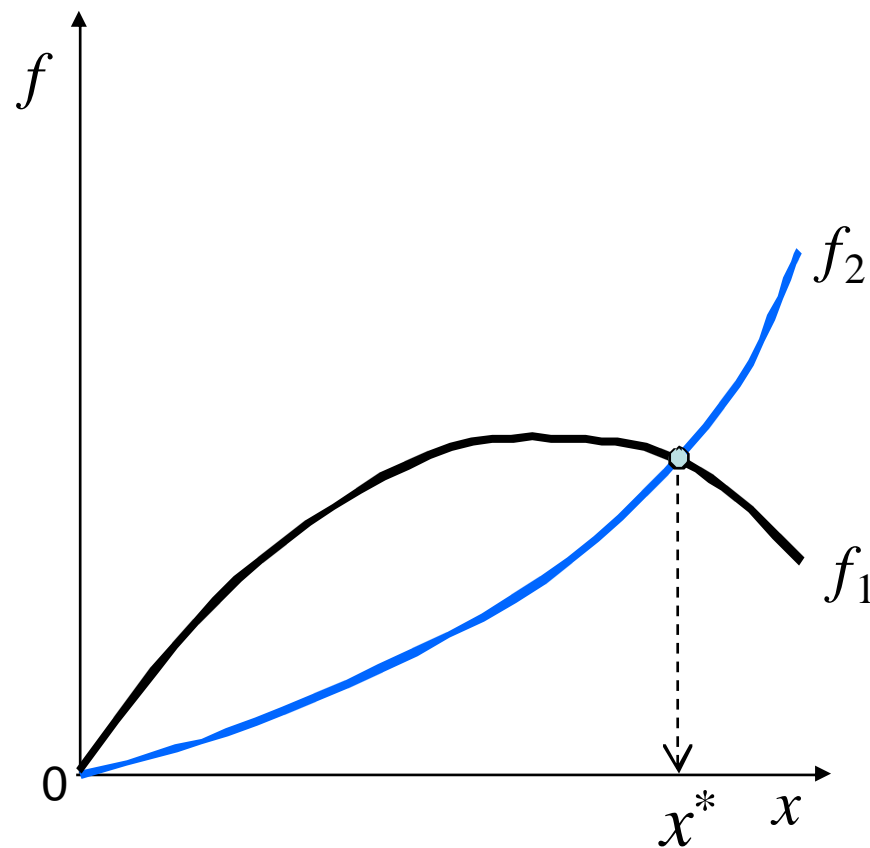
## Bình phương



# Căn



Tìm nghiệm của phương trình  $f_1(x) = f_2(x)$





## VD1

## Phương pháp đồ thị (2)

Tìm dòng điện trong mạch.

$$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \quad \sum_{k=1}^M i_k = 0$$

$$u_R = Ri; \quad u_R = u_R(i)$$

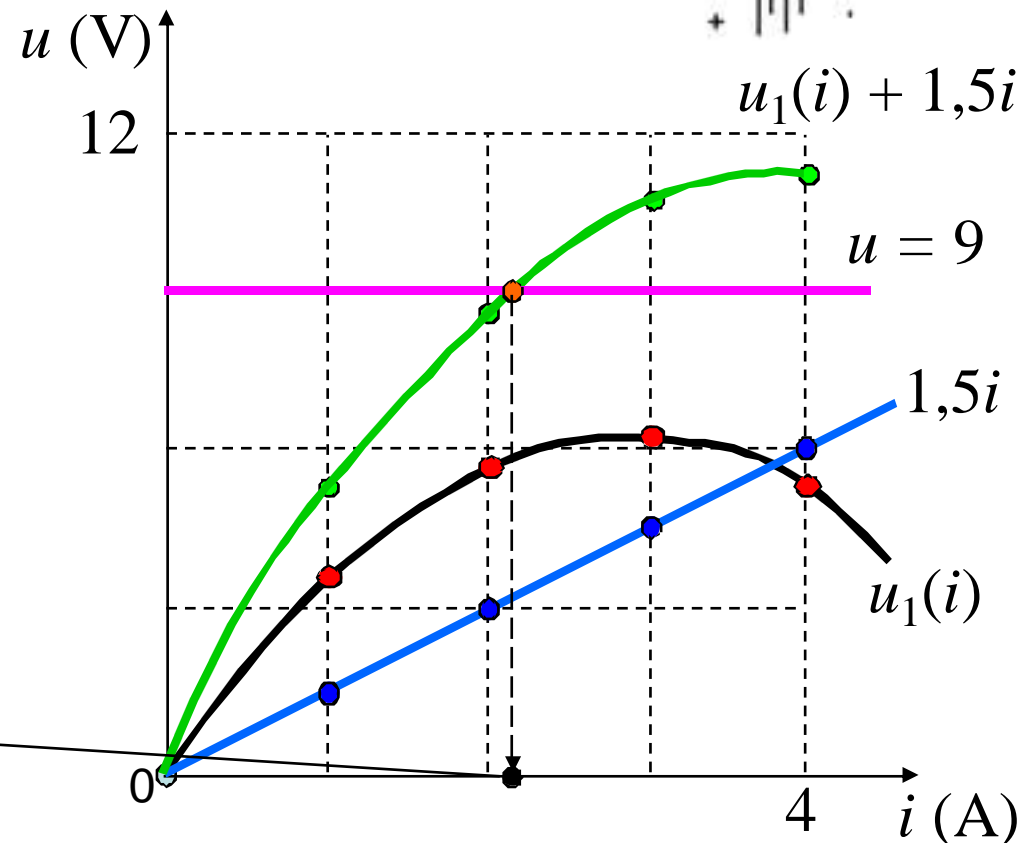
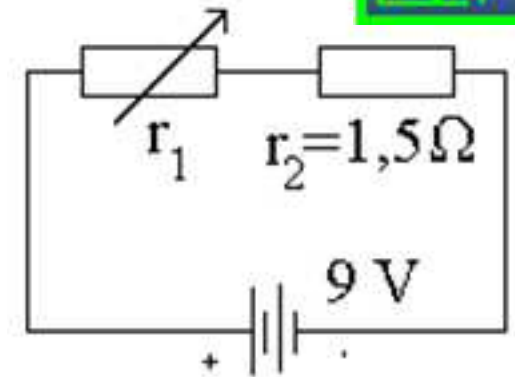
$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt}$$

$$i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt}$$

$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow u_1(i) + 1,5i = 9$$

$$\rightarrow i = 2,2 \text{ A}$$

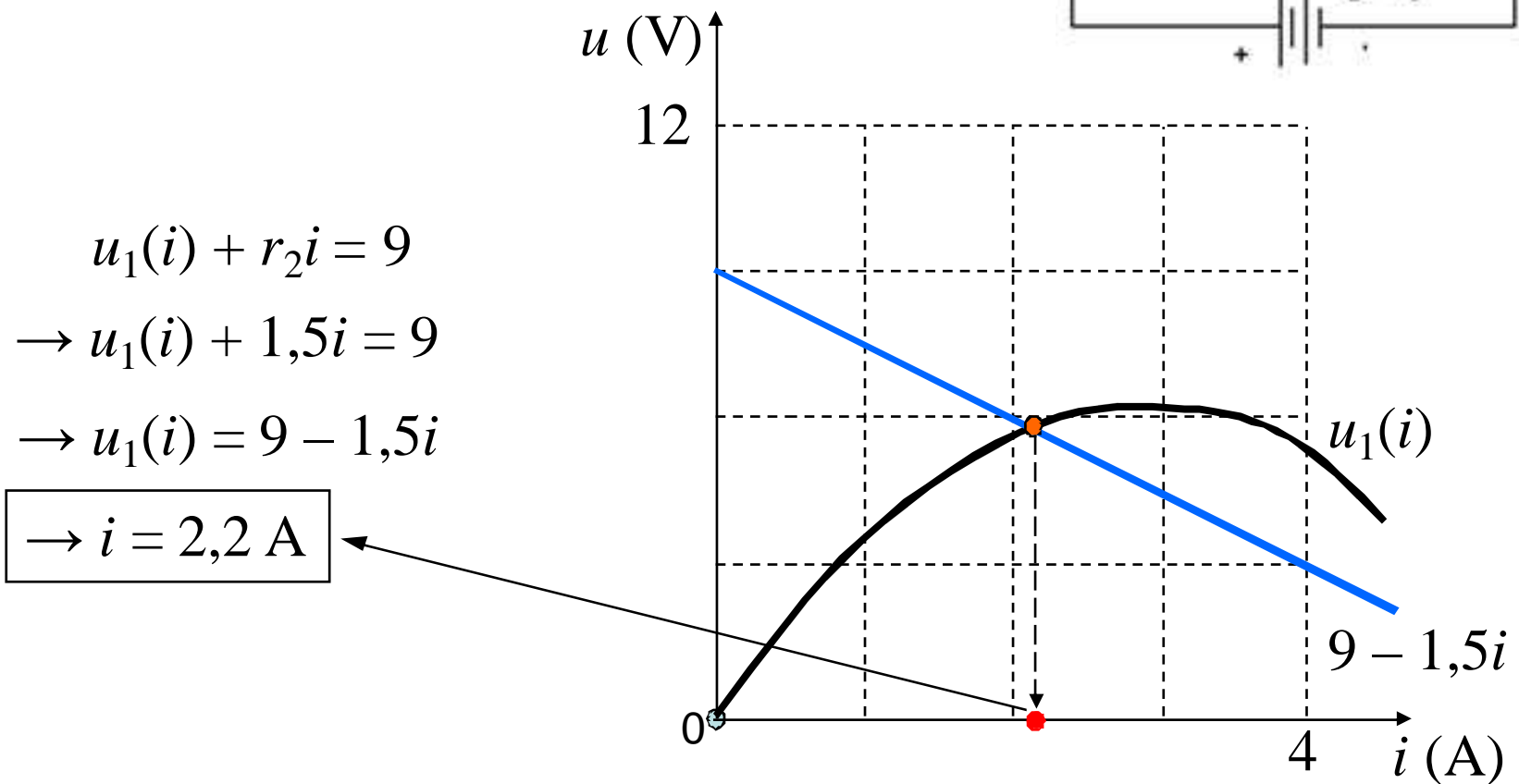
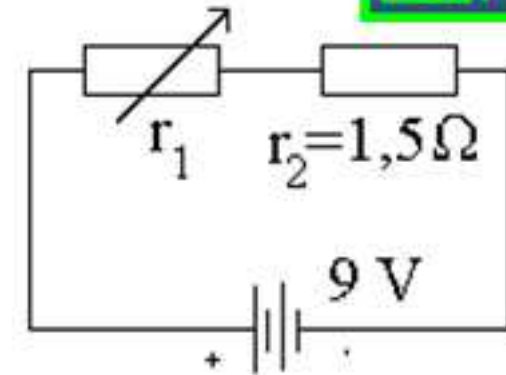




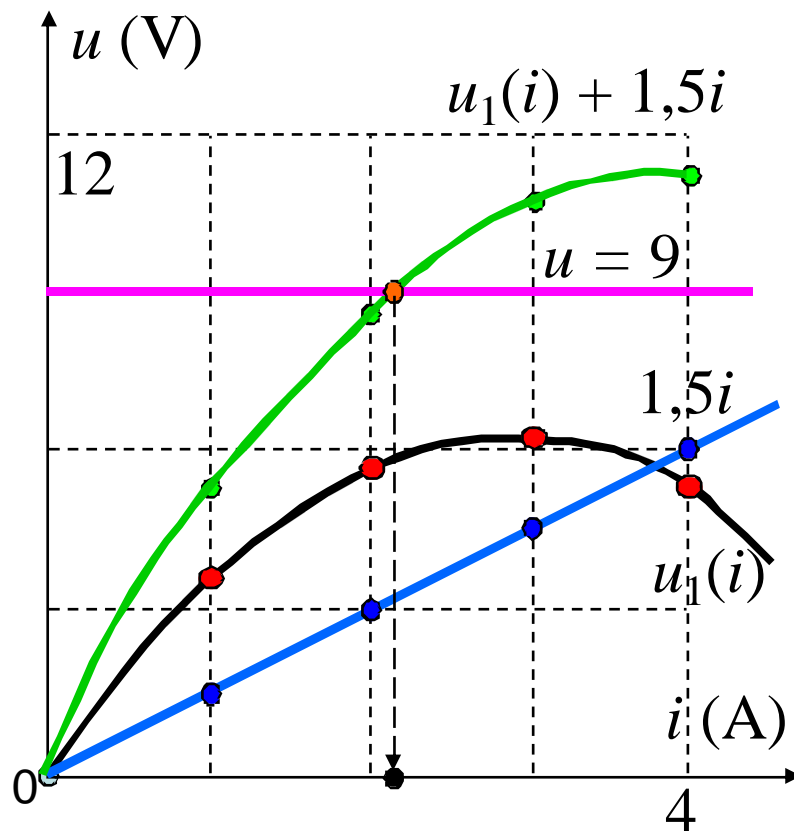
## VD1

## Phương pháp đồ thị (3)

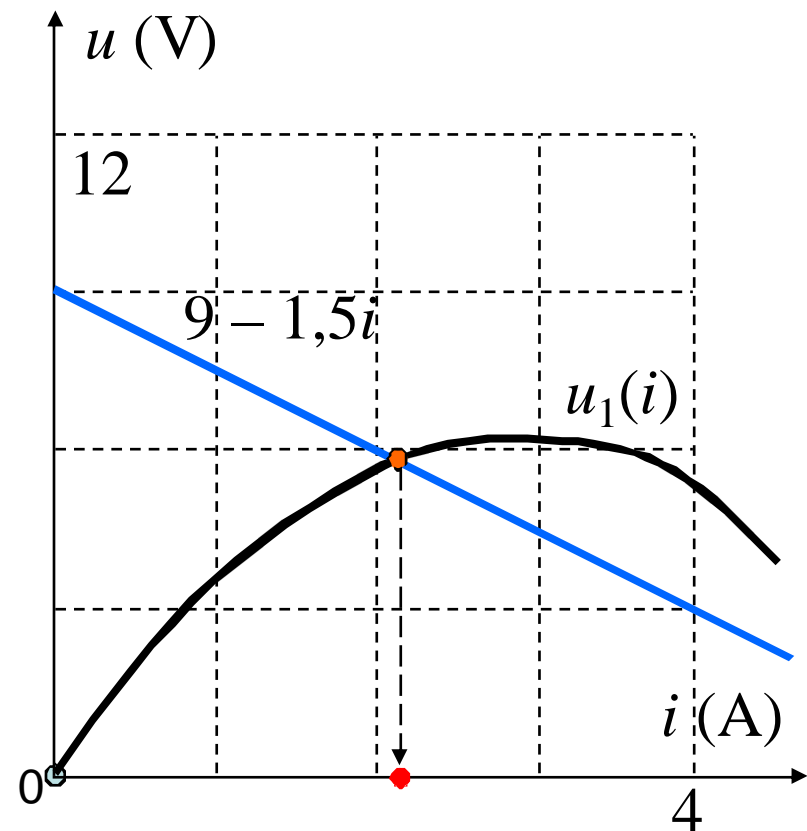
Tìm dòng điện trong mạch.



## Phương pháp đồ thị (4)



$$u_1(i) + 1,5i = 9$$

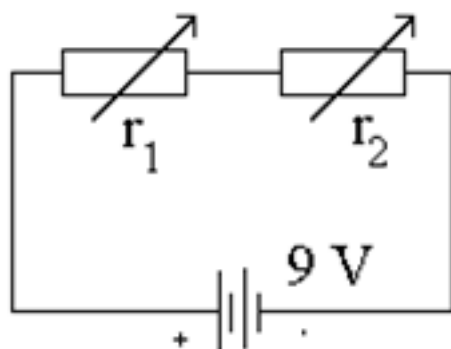


$$u_1(i) = 9 - 1,5i$$

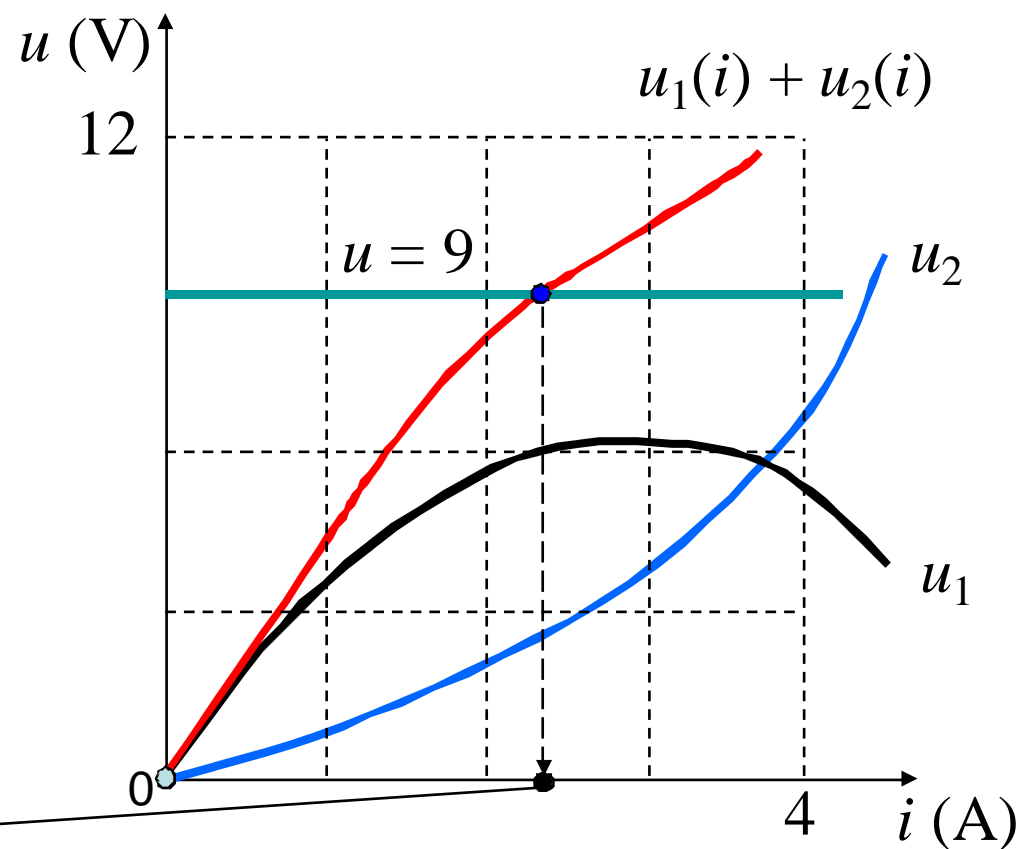
## VD2

## Phương pháp đồ thị (5)

Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$

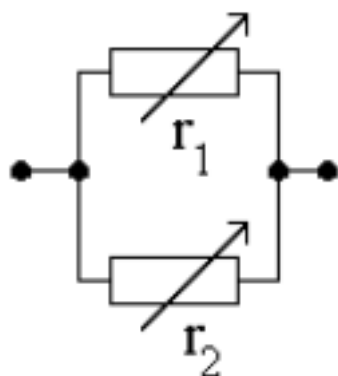


$$i = 2,3 \text{ A}$$

### VD3

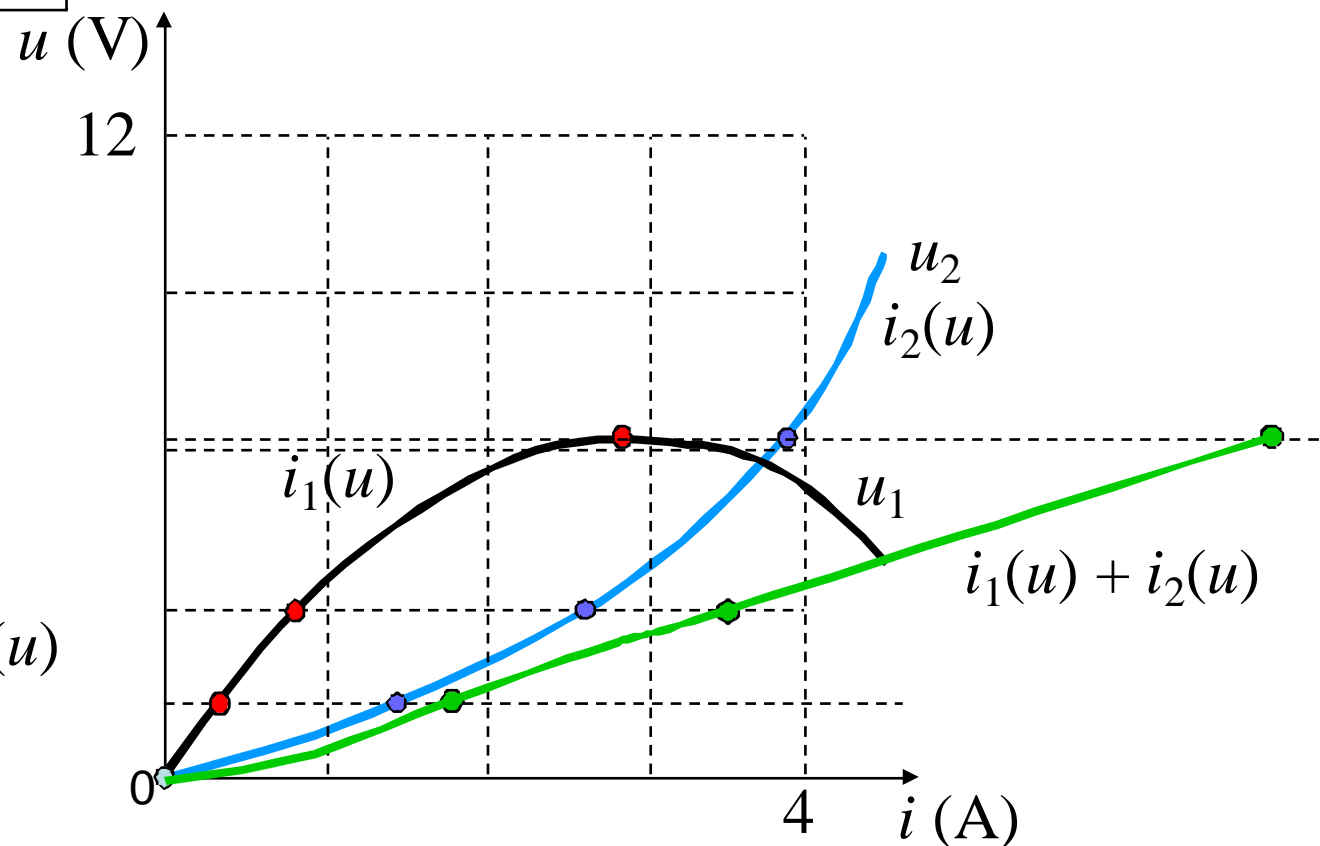
## Phương pháp đồ thị (6)

Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_{12}(i) ?$$

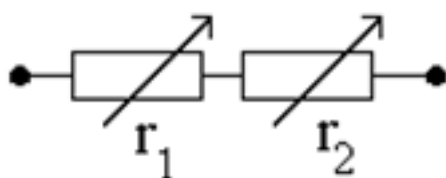
$$i_{12}(u_{12}) = i_1(u) + i_2(u)$$



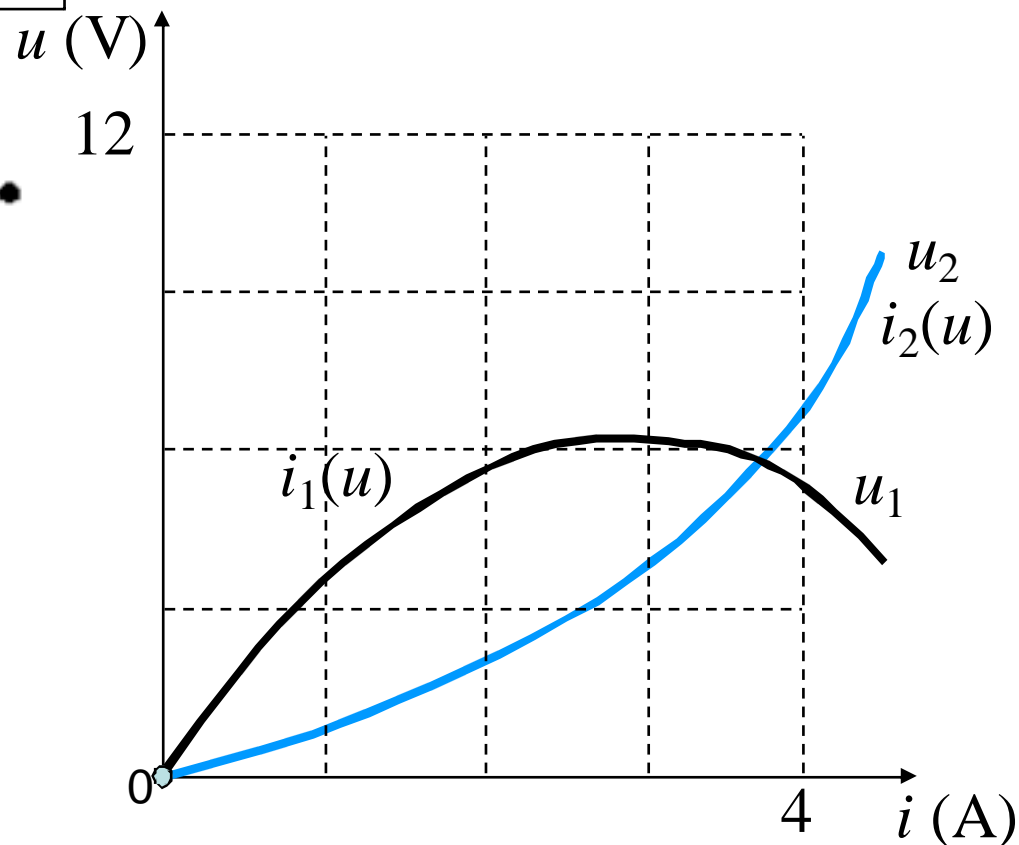
## VD4

## Phương pháp đồ thị (7)

Tìm dòng điện trong mạch.



$u_{12}(i)$  ?



## VD5

## Phương pháp đồ thị (8)

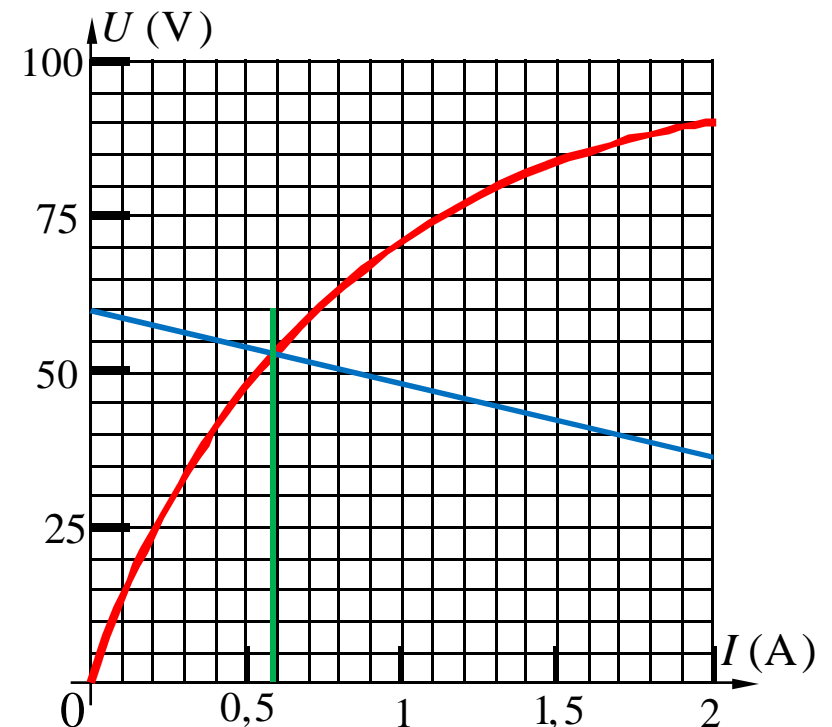
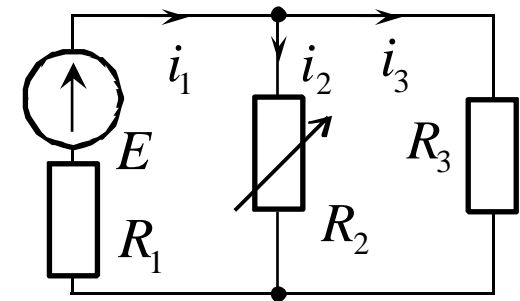
$E = 100\text{V}; R_1 = 20\ \Omega; R_3 = 30\ \Omega$ . Tính các dòng điện?

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ u_2 = R_3 i_3 \\ R_1 i_1 + u_2 = E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ u_2 = 30 i_3 \\ 20 i_1 + u_2 = 100 \end{cases}$$

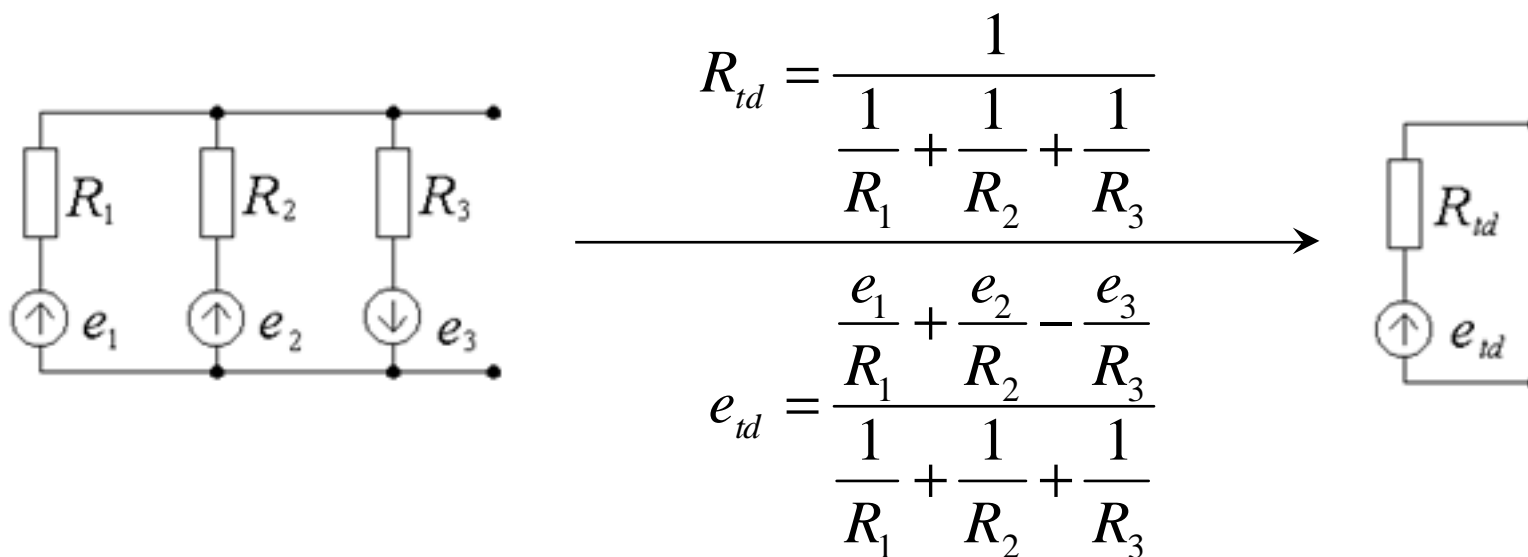
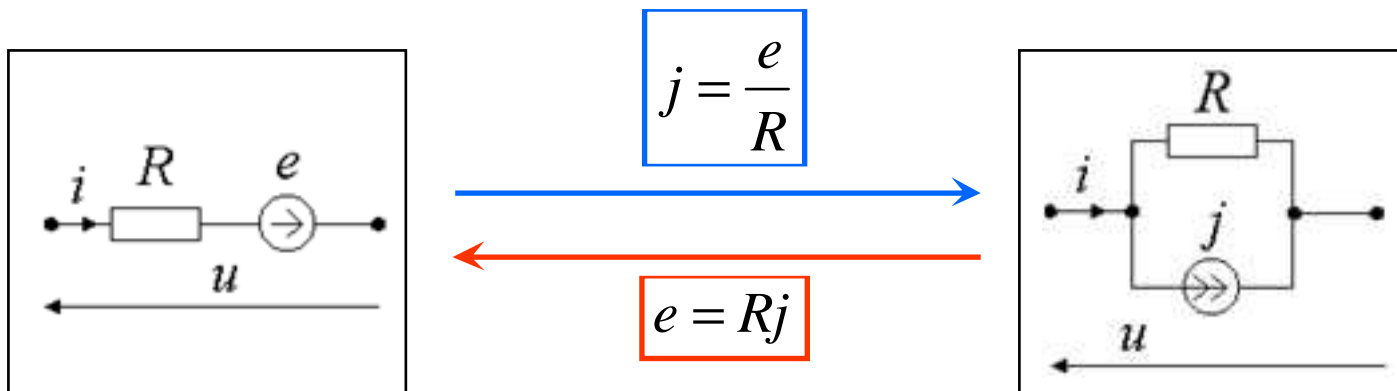
$$\rightarrow \begin{cases} i_1 - i_2 - \frac{u_2}{30} = 0 \\ 20 i_1 + u_2 = 100 \end{cases} \rightarrow 20 \left( i_2 + \frac{u_2}{30} \right) + u_2 = 100$$

$$\rightarrow u_2(i_2) = 60 - 12 i_2$$

$$\rightarrow \boxed{i_2 = 0,59\text{ A}} \quad (\text{Cách 1})$$



## Biến đổi tương đương

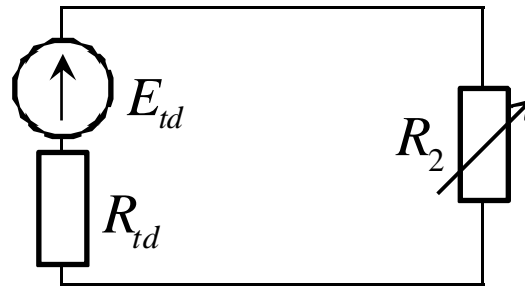


## VD5

## Phương pháp đồ thị (9)

$E = 100\text{V}; R_1 = 20\ \Omega; R_3 = 30\ \Omega$ . Tính các dòng điện?

$$R_{td} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\ \Omega$$

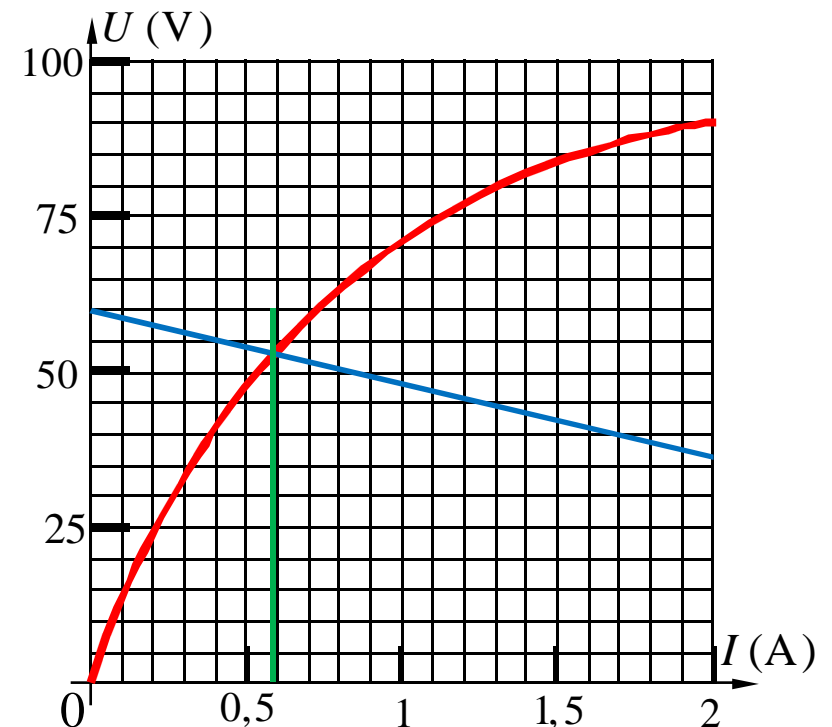
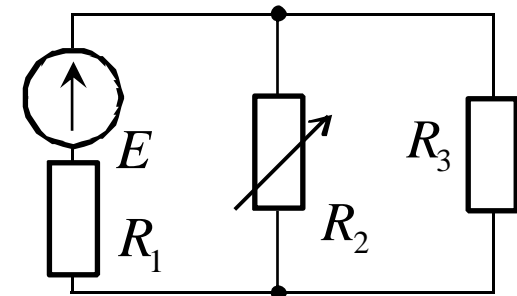


$$E_{td} = \frac{E / R_1}{1 / R_1 + 1 / R_2} = \frac{100 / 20}{1 / 20 + 1 / 30} = 60\text{V}$$

$$u_2(i_2) + 12i_2 = 60$$

$$\rightarrow u_2(i_2) = 60 - 12i_2$$

$$\rightarrow \boxed{i_2 = 0,59\text{A}}$$





## VD6

## Phương pháp đồ thị (10)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$   
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A. Tìm } i_5?$

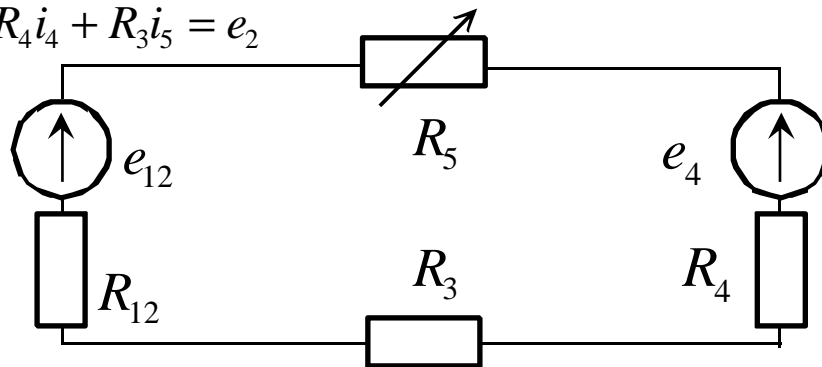
$$i_1 + i_2 - i_5 = 0$$

$$i_5 - i_4 + j = 0$$

$$R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2$$

$$R_2 i_2 + u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5 = e_2$$

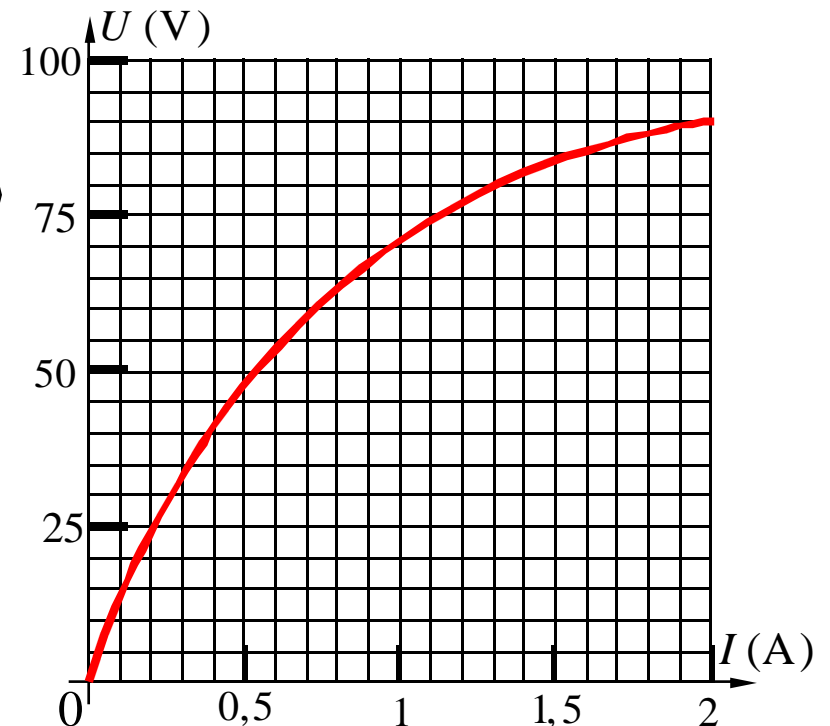
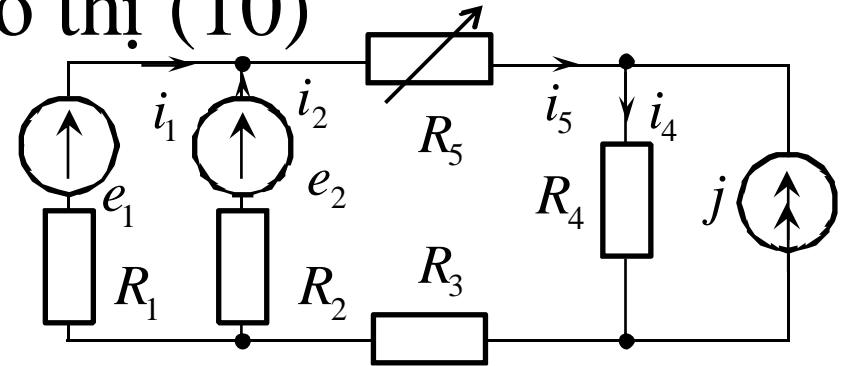
$$\rightarrow u_5(i_5) = A - Bi_5$$



$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

$$e_{12} = \frac{e_1 / R_1 + e_2 / R_2}{1 / R_1 + 1 / R_2} = \frac{200 / 20 + 180 / 30}{1 / 20 + 1 / 30} = 192\text{ V}$$

$$e_4 = R_4 j = 40 \cdot 2 = 80\text{ V}$$

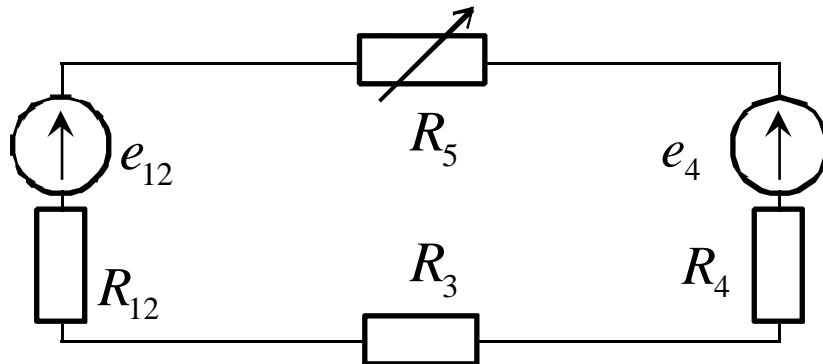


## VD6

## Phương pháp đồ thị (11)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$   
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A. Tìm } i_5?$

$R_{12} = 12\Omega; e_{12} = 192\text{ V}; e_4 = 80\text{ V}$

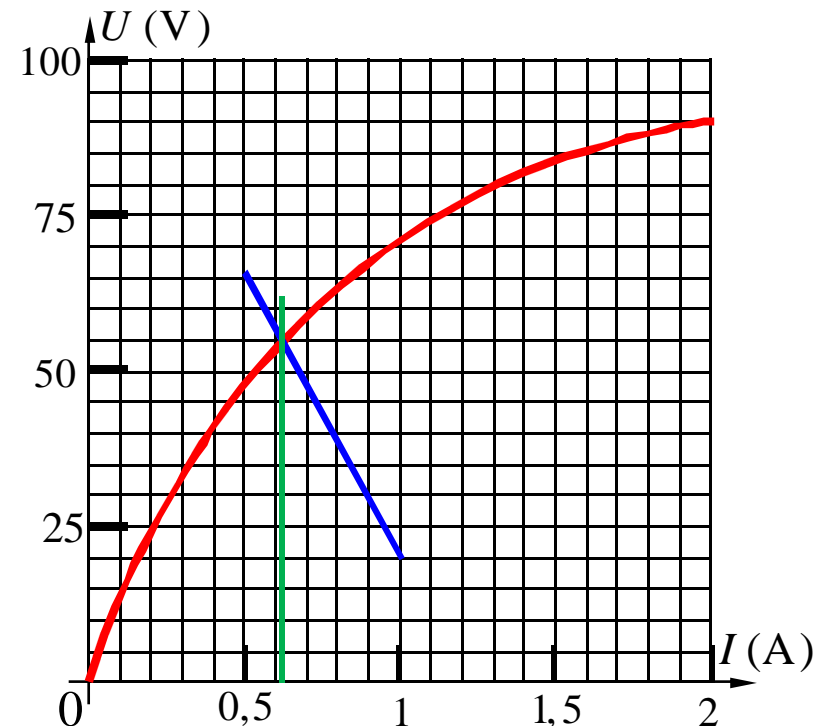
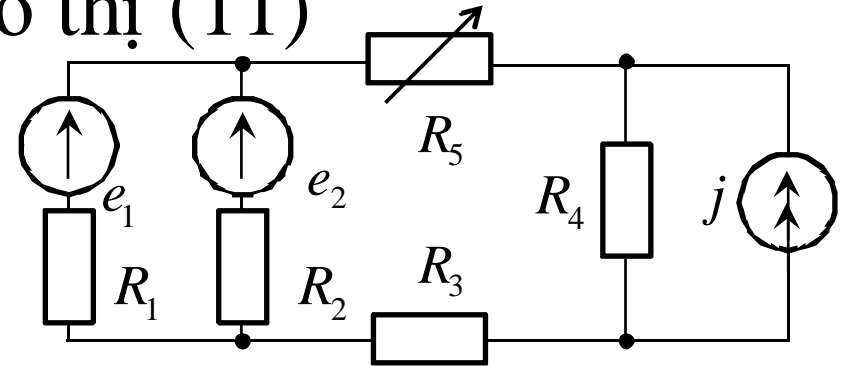


$$u_5(i_5) + (R_{12} + R_3 + R_4)i_5 = e_{12} - e_4$$

$$\rightarrow u_5(i_5) + (12 + 40 + 40)i_5 = 192 - 80$$

$$\rightarrow u_5(i_5) = 112 - 92i_5$$

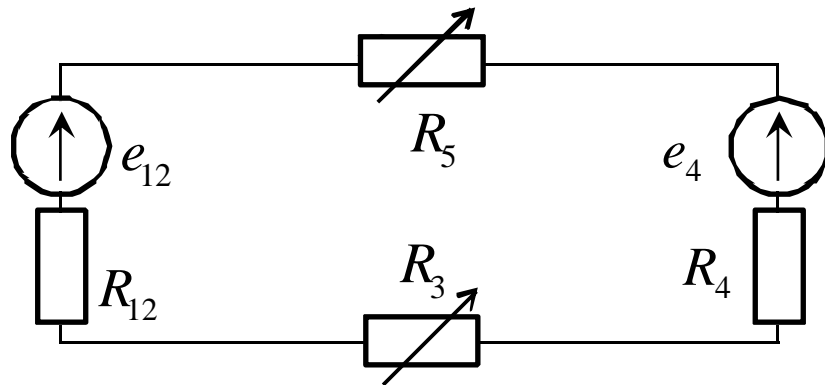
$$\rightarrow \boxed{i_5 = 0,61\text{ A}}$$



## VD7

## Phương pháp đồ thị (12)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$   
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A. Tìm } i_5?$



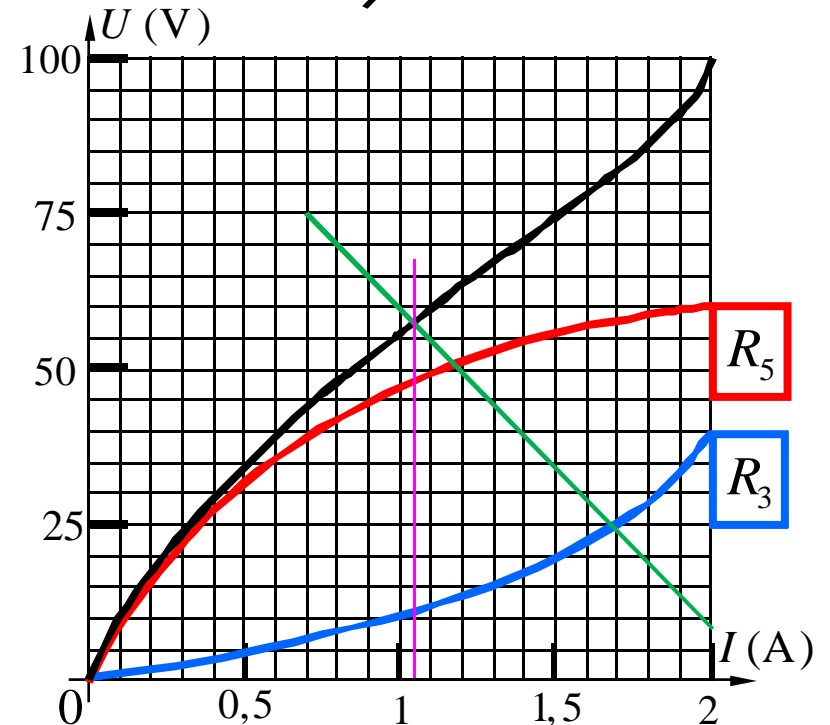
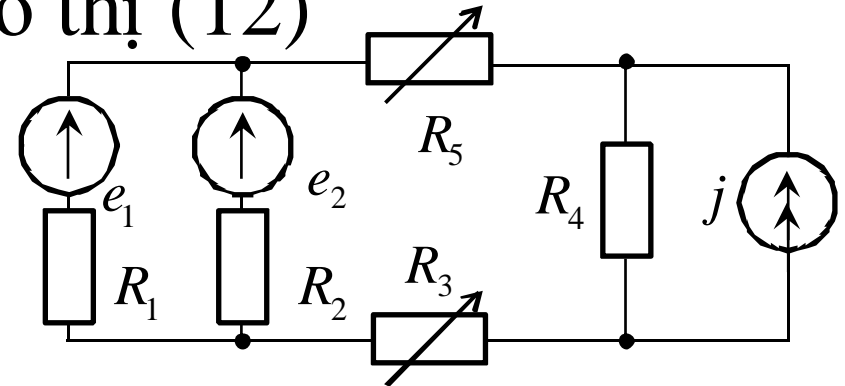
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

$$e_{12} = \frac{e_1 / R_1 + e_2 / R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{200/20 + 180/30}{1/20 + 1/30} = 192\text{ V}$$

$$e_4 = R_4 j = 40 \cdot 2 = 80\text{ V}$$

$$\rightarrow u_3(i_3) + u_5(i_3) + (12 + 40)i_5 = 192 - 80$$

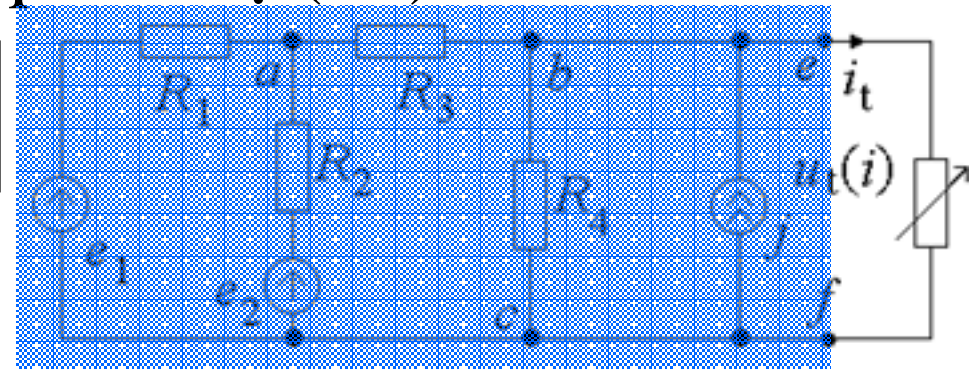
$$\rightarrow u_3(i_3) + u_5(i_3) = 112 - 52i_3 \rightarrow i_3 = 1,05\text{ A}$$



## VD8

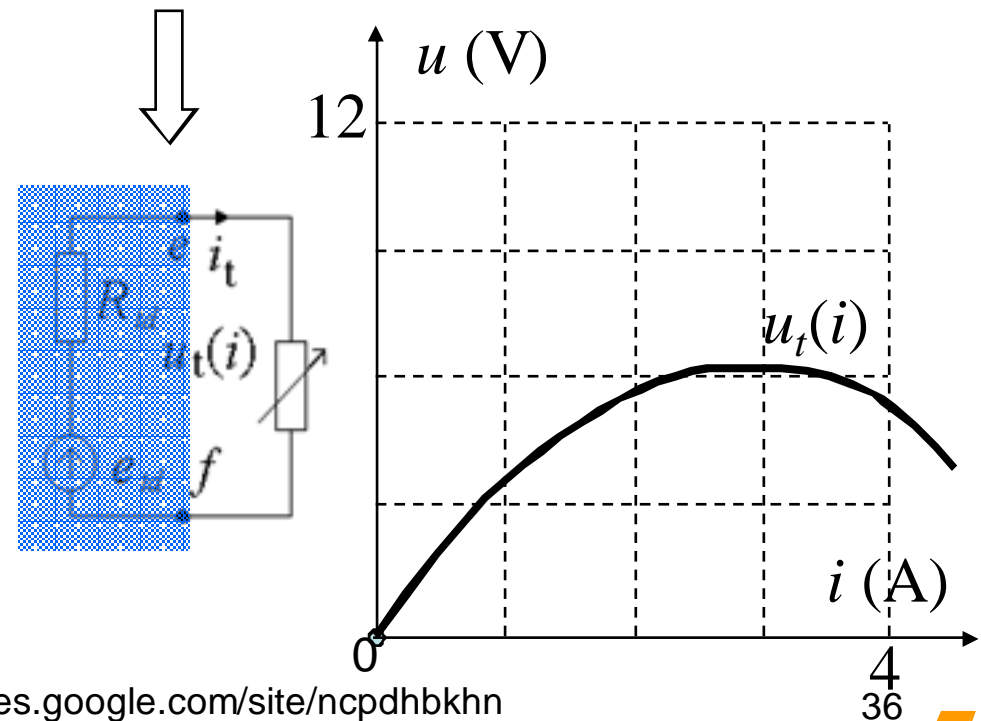
## Phương pháp đồ thị (13)

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ i_3 - i_4 - i_t + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = e_2 \\ R_4 i_4 = u_t(i_t) \end{cases}$$

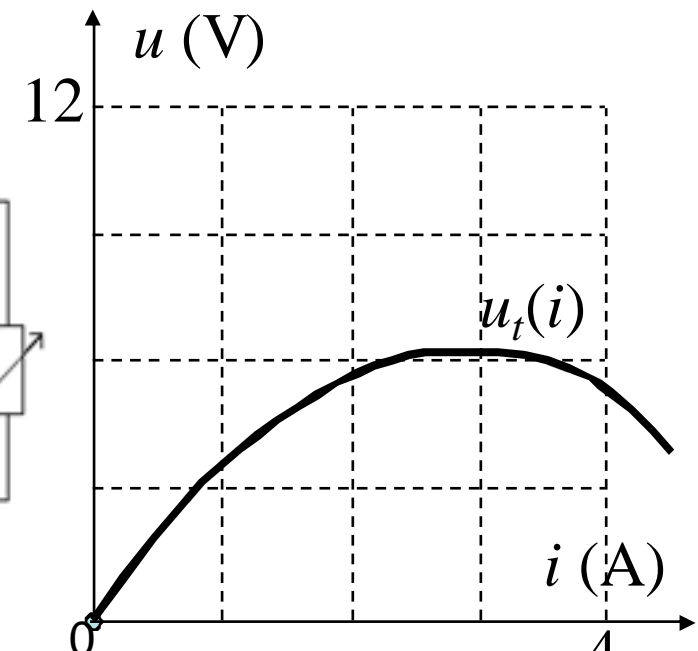
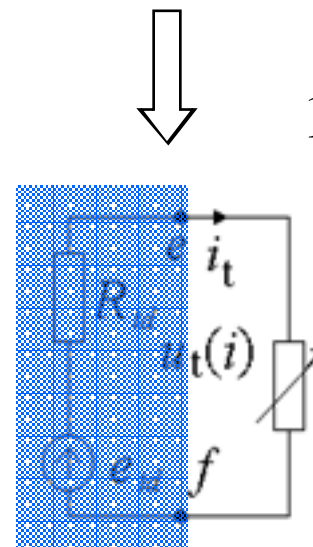
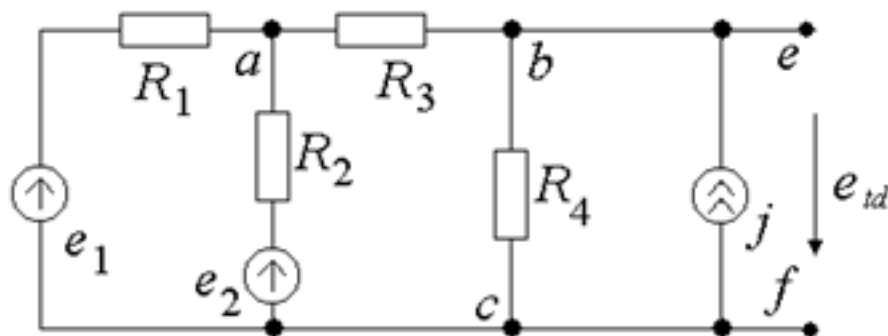
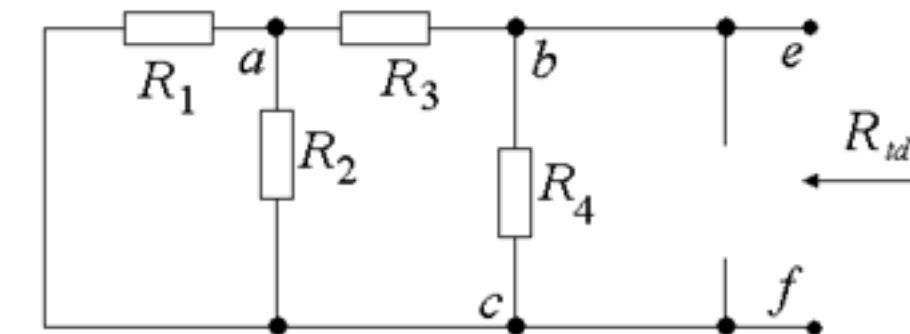
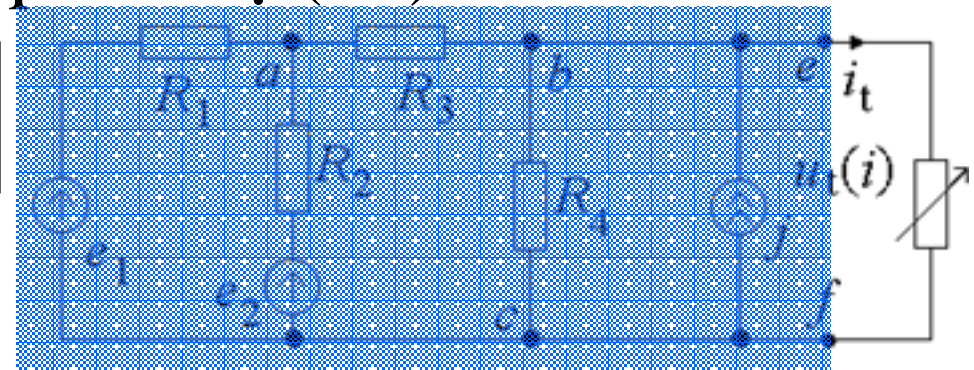
$$\rightarrow u_t(i_t) = A - B i_t$$



## VD8

## Phương pháp đồ thị (14)

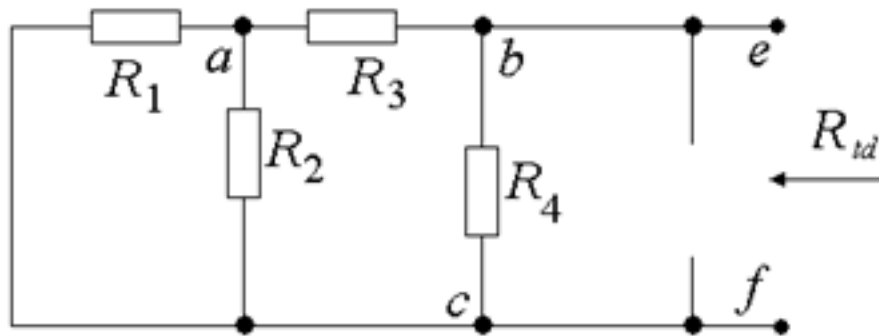
$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



## VD8

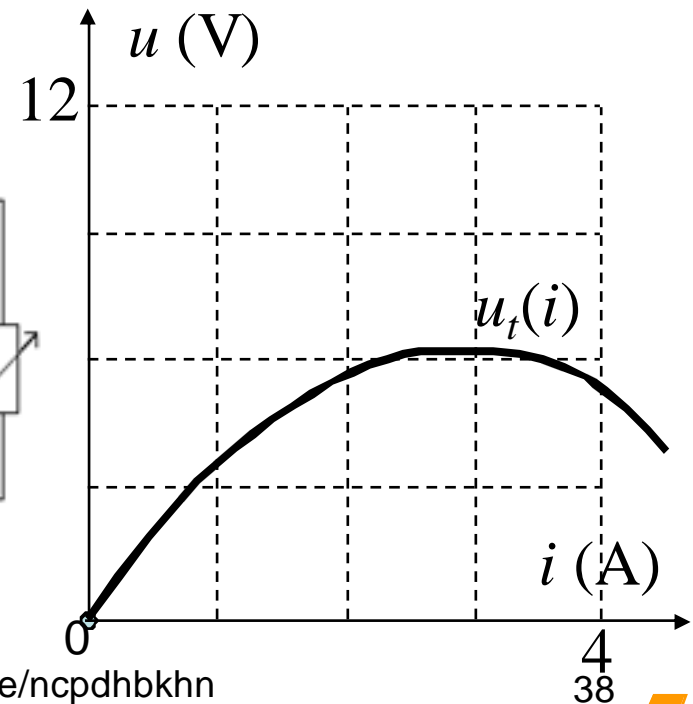
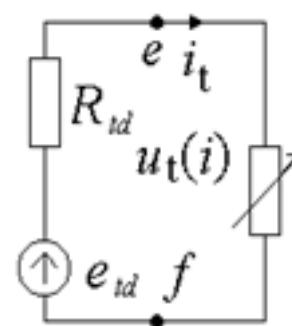
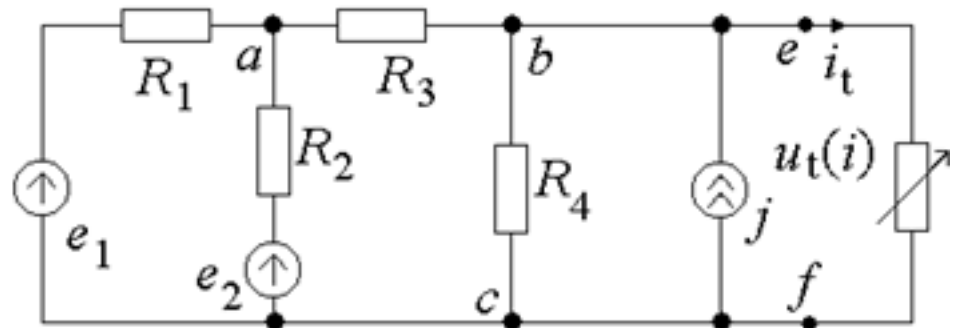
## Phương pháp đồ thị (15)

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



$$R_{td} = [(R_1 // R_2) + R_3] // R_4$$

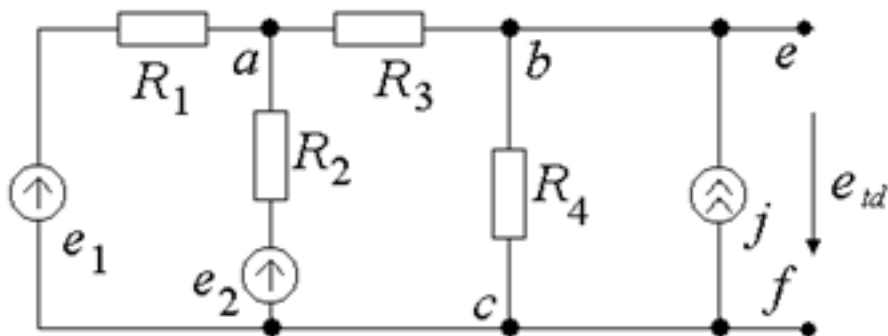
$$= \frac{\left( \frac{4.6}{4+6} + 2 \right) 10}{\frac{4.6}{4+6} + 2 + 10} = 3,06 \Omega$$



## VD8

## Phương pháp đồ thị (16)

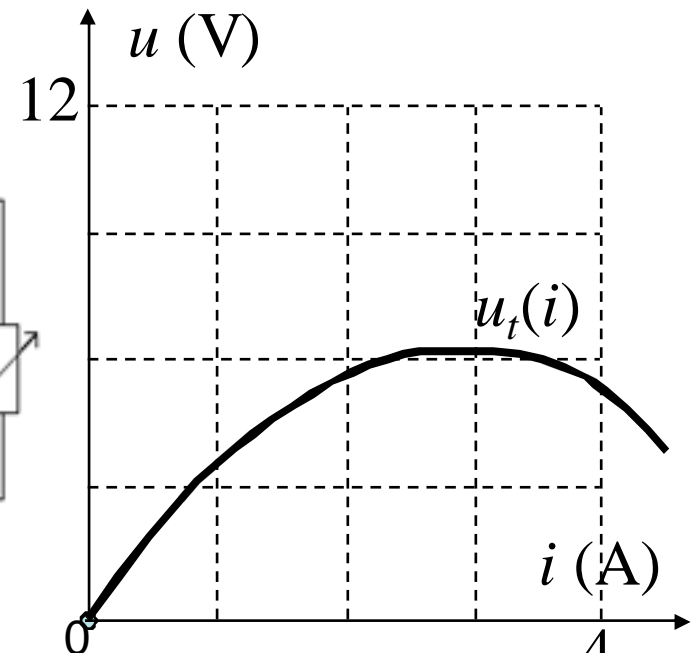
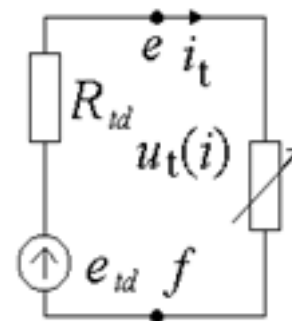
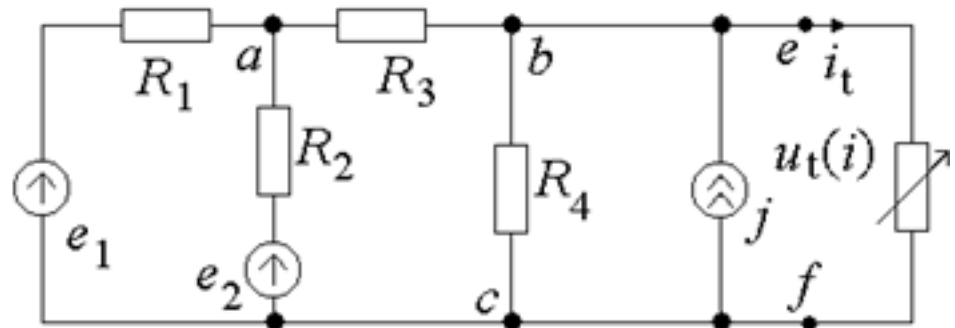
$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



Đặt  $\varphi_c = 0$

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \varphi_a - \frac{1}{R_3} \varphi_b = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} \\ -\frac{1}{R_3} \varphi_a + \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \varphi_b = j \end{cases}$$

$$\rightarrow \varphi_b = 15,28 \text{ V} \rightarrow e_{td} = \varphi_b = 15,28 \text{ V}$$



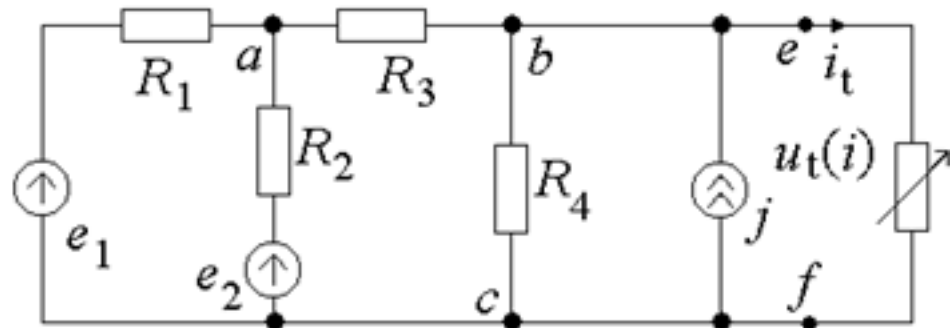


## VD8

## Phương pháp đồ thị (17)

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .

$$R_{td} = 3,06 \Omega; e_{td} = 15,28 \text{ V}$$

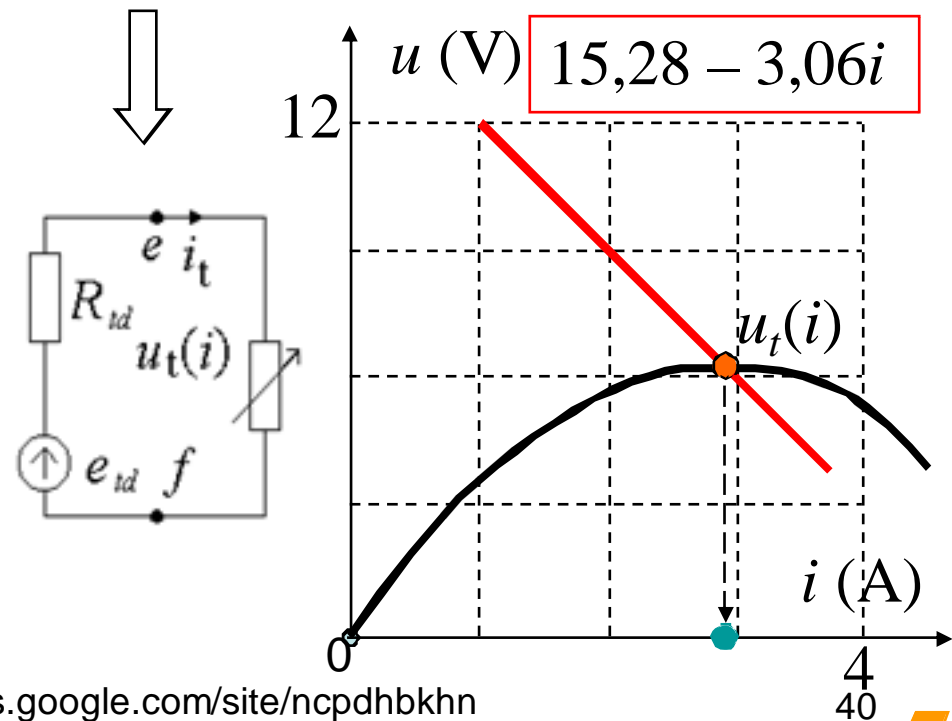


$$u_t(i) + R_{td}i = e_{td}$$

$$\rightarrow u_t(i) + 3,06i = 15,28$$

$$\rightarrow u_t(i) = 15,28 - 3,06i$$

$$\rightarrow i = 2,9 \text{ A}$$

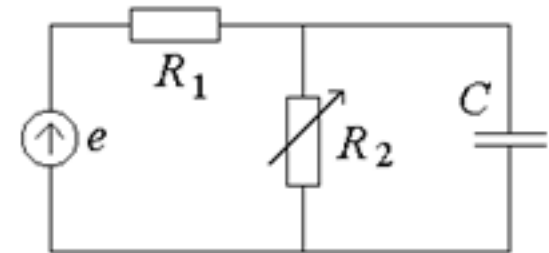




## VD9

## Phương pháp đồ thị (18)

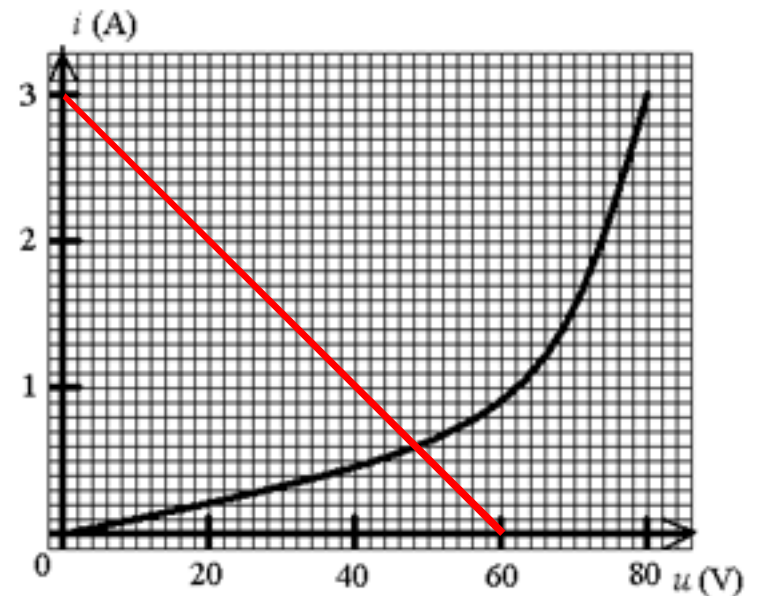
$e = 60 \text{ V}$ ;  $R_1 = 20 \Omega$ ;  $C = 80 \mu\text{F}$ .  
Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến.



$$20i + u_2(i) = 60$$

$$\rightarrow u_2(i) = 60 - 20i$$

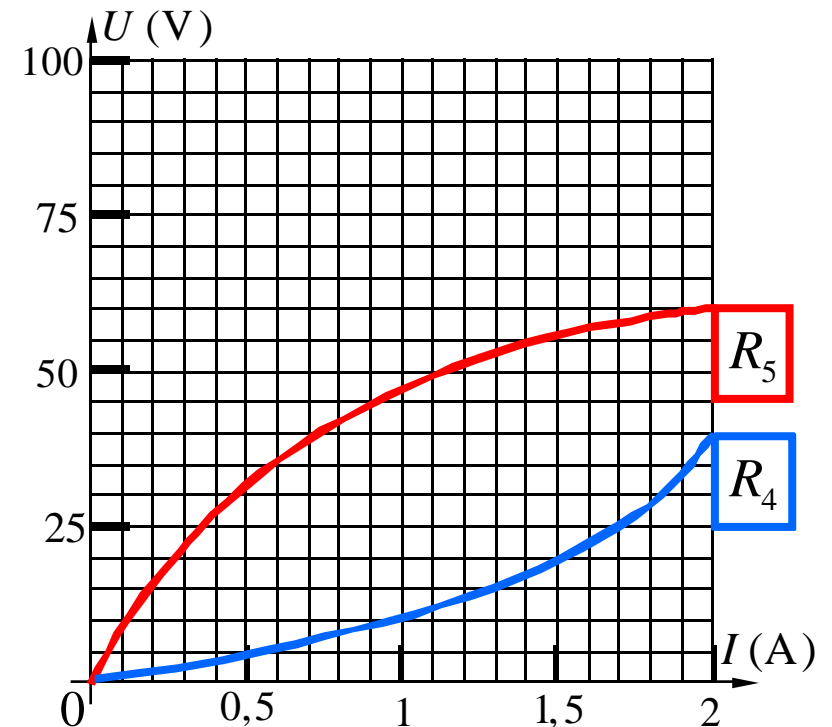
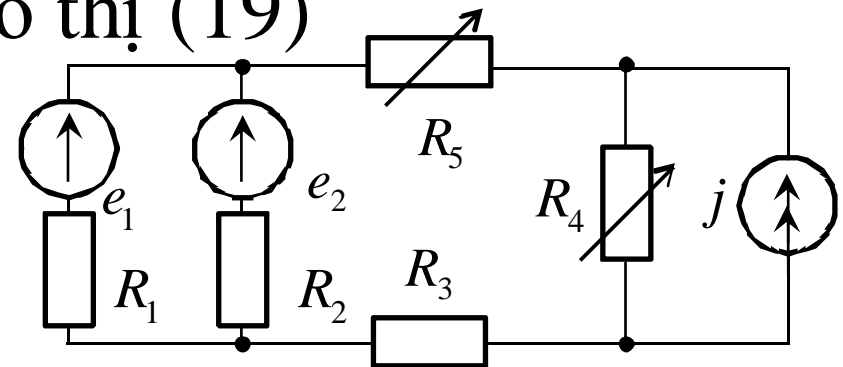
$$\rightarrow \boxed{i = 0,6 \text{ A}}$$



## VD10

## Phương pháp đồ thị (19)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $C = 0,4\text{mF}$ ;  
 $e_1 = 200\text{ V}$ ;  $e_2 = 180\text{ V}$ ;  $j = 2\text{ A}$ . Tìm  $i_5$ ?



## Phương pháp đồ thị (20)

- Ưu điểm: trực quan
- Nhược điểm: chỉ cho 2D & 3D
- Dùng cho mạch đơn giản, có ít phần tử phi tuyến
- Thường phải phối hợp với các phương pháp đơn giản hoá mạch điện (biến đổi tương đương)
- Nếu mạch phức tạp, có nhiều phần tử phi tuyến → khó vẽ đồ thị
- → phương pháp dò

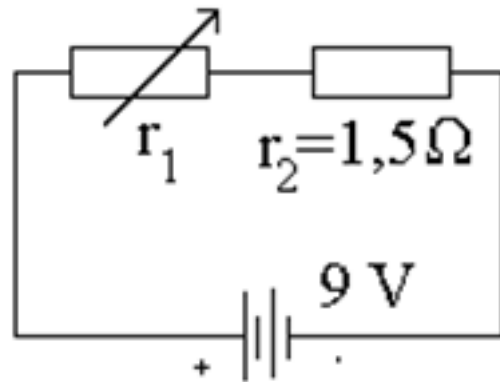
## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp đồ thị
    - iii. Phương pháp dò**
    - iv. Phương pháp lặp
  - b) Mạch xoay chiều
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Phương pháp dò (1)

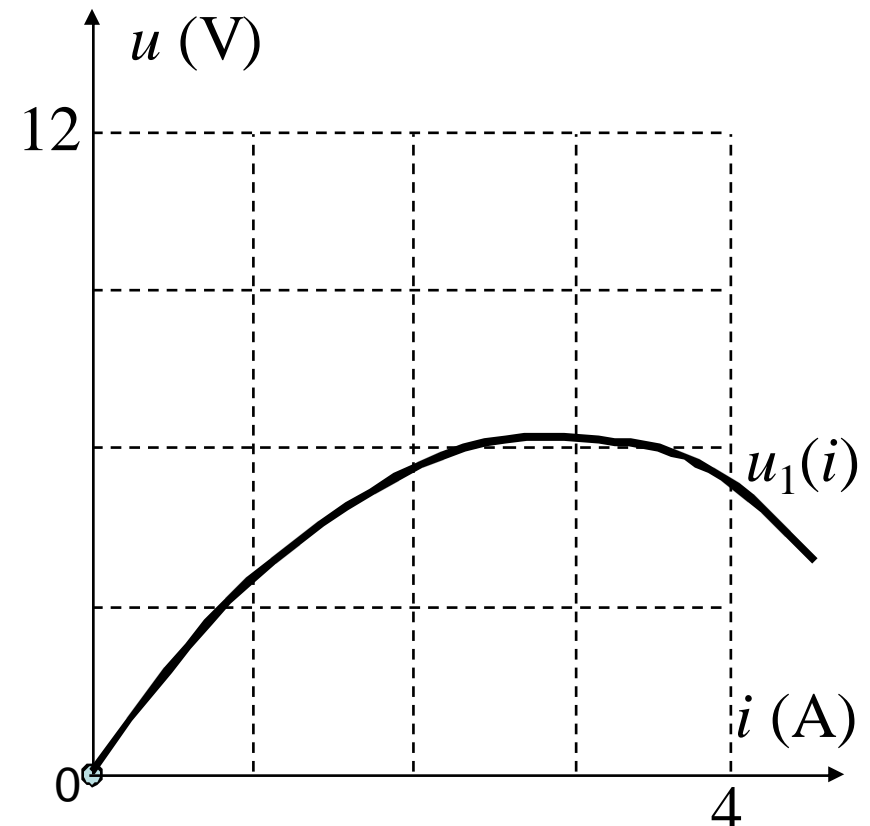
- Dò thông số (nghiệm) để thoả mãn mạch điện (phương trình mô tả mạch điện)

**VD1**



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} i \rightarrow u_1 \\ \quad \rightarrow r_2 i \end{array} \right\} u_1(i) + r_2 i \stackrel{?}{=} 9$$



## Phương pháp dò (2)

$$i \rightarrow u_1(i), r_2 i$$

$$\rightarrow u_1(i) + r_2 i$$

$$i^{(1)} = 1 \text{ A}$$

$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u_1^{(1)} = 3,5 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} = 5,7 \text{ V}$$

$$u_2^{(1)} = 1,5 \cdot 1 = 1,5 \text{ V}$$

$$u_2^{(2)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$$

$$u_1^{(1)} + u_2^{(1)} = 5 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9 \text{ V}$$

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$

Lập sơ đồ tính

Gán cho nghiệm  
một giá trị

Thay vào  
sơ đồ tính

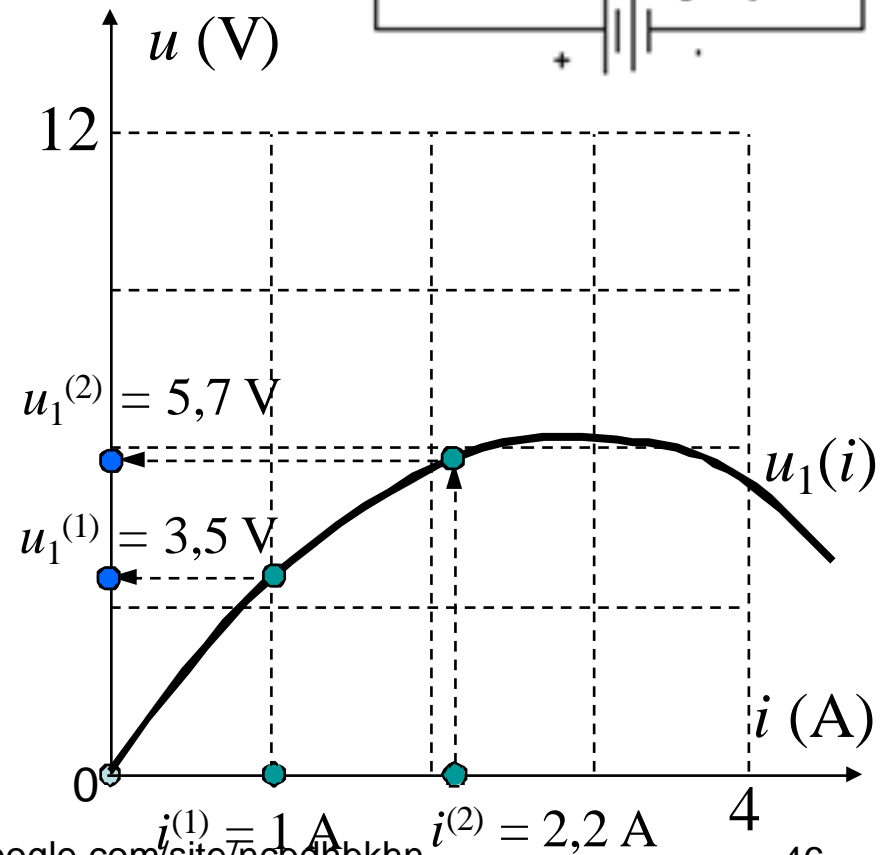
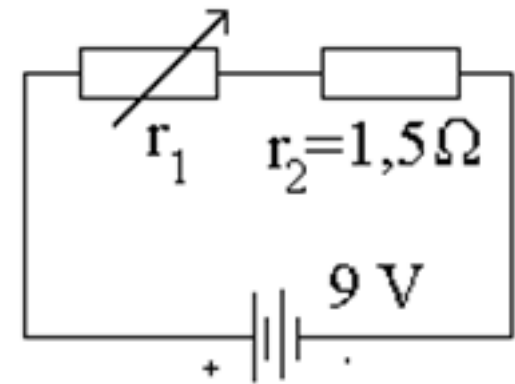
Thoả mãn?

Không

Có

Dừng

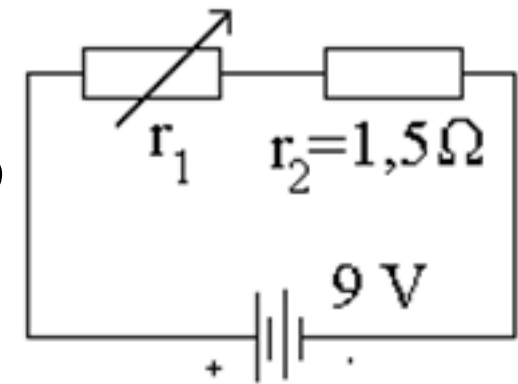
$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



## Phương pháp dò (3)

$$i \rightarrow u_1(i), r_2 i \\ \rightarrow u_1(i) + r_2 i$$

$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



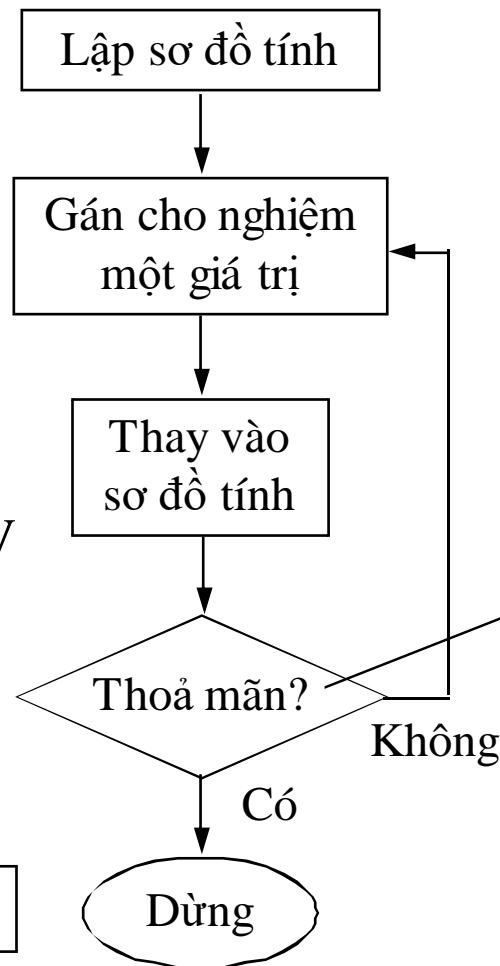
$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u_1^{(2)} = 5,7 \text{ V}$$

$$u_2^{(2)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9 \text{ V}$$

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$



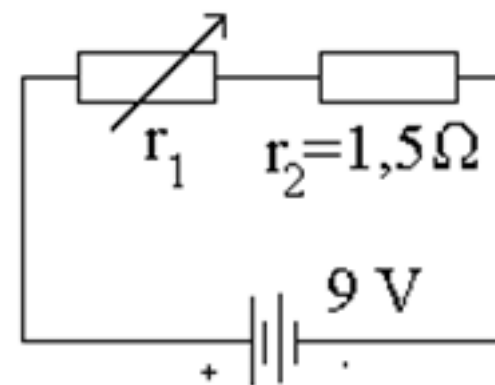
$$\frac{|(u_1^{(k)} + u_2^{(k)}) - 9|}{9} \leq \varepsilon$$

$$\frac{|f^{(k)} - \text{const}|}{\text{const}} \leq \varepsilon$$

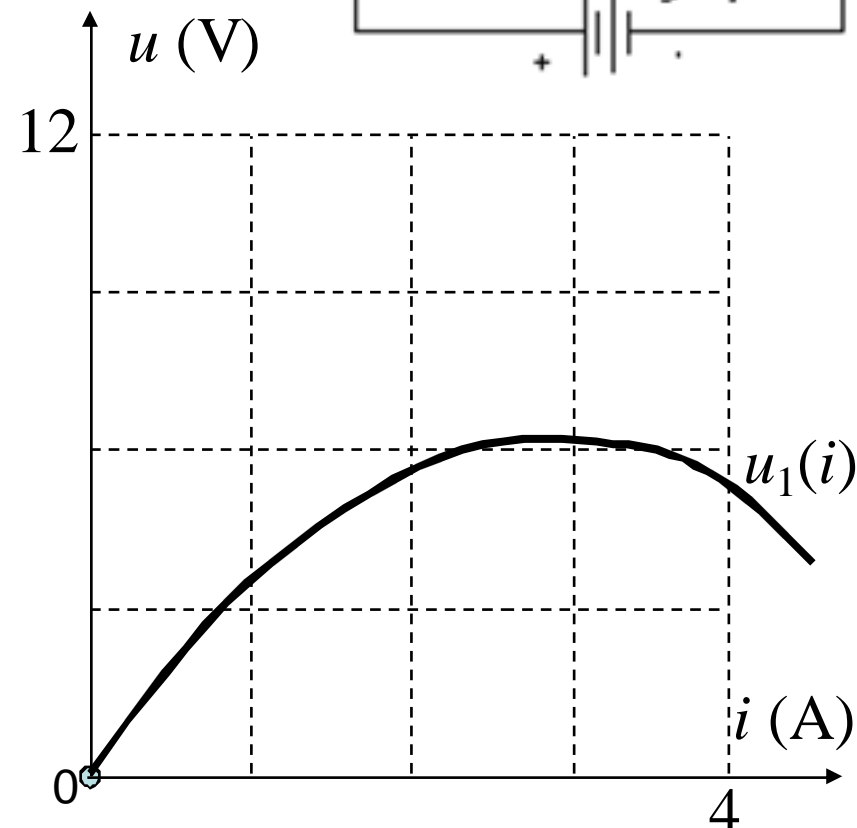
## Phương pháp dò (4)

$$i \rightarrow u_1(i), u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$$

$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



$k$	1	2	3
$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$u_1^{(k)}$ (V)	3,5	5,5	6,2
$u_2^{(k)} = 1,5i^{(k)}$ (V)	1,5	3,0	3,75
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	5,0	8,5	9,95
$\frac{ e^{(k)} - 9 }{9}$ (%)	44,0	5,6	10,6





## Phương pháp dò (5)

$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	5,0	8,5	9,95

Dò tiếp

Nội/ngoại suy

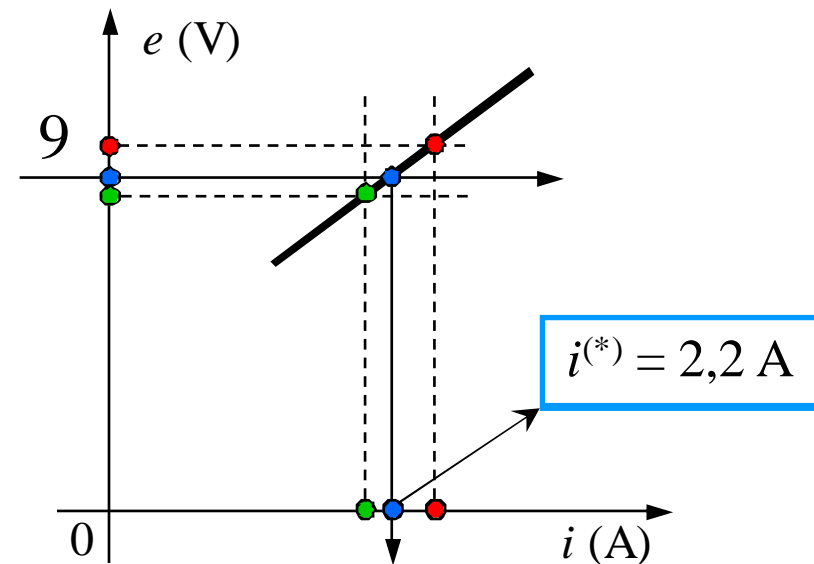
$$i^{(4)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u_1^{(4)} = 5,7 \text{ V}$$

$$u_2^{(4)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$$

$$u_1^{(4)} + u_2^{(4)} = 9 \text{ V}$$

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$

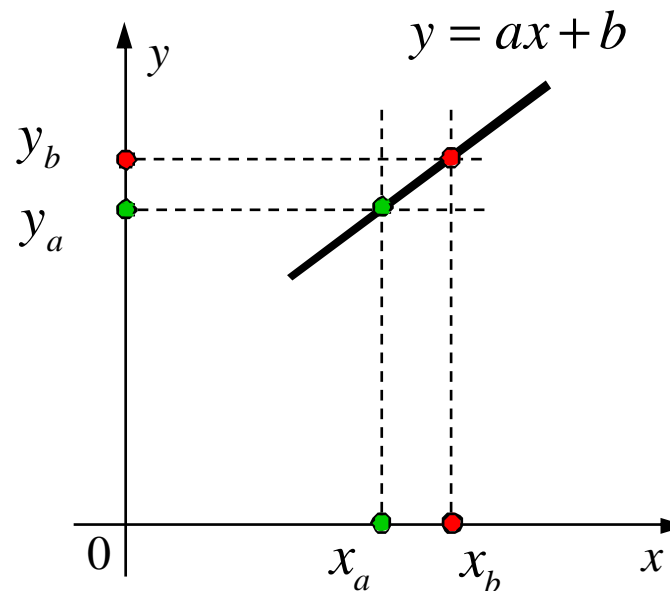


## Phương pháp dò (6)

$$\begin{cases} y_a = ax_a + b \\ y_b = ax_b + b \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} \\ b = \frac{x_a y_b - x_b y_a}{x_a - x_b} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} x + \frac{x_a y_b - x_b y_a}{x_a - x_b} \\ x = \frac{x_a - x_b}{y_a - y_b} y + \frac{x_a y_b - x_b y_a}{y_a - y_b} \end{cases}$$



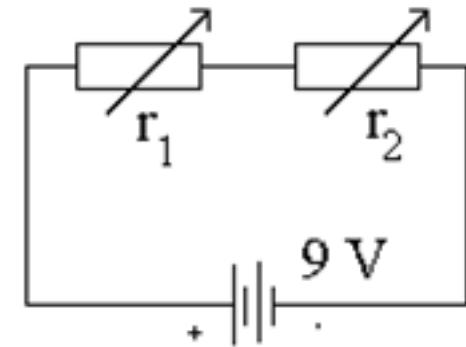
## VD2

## Phương pháp dò (7)

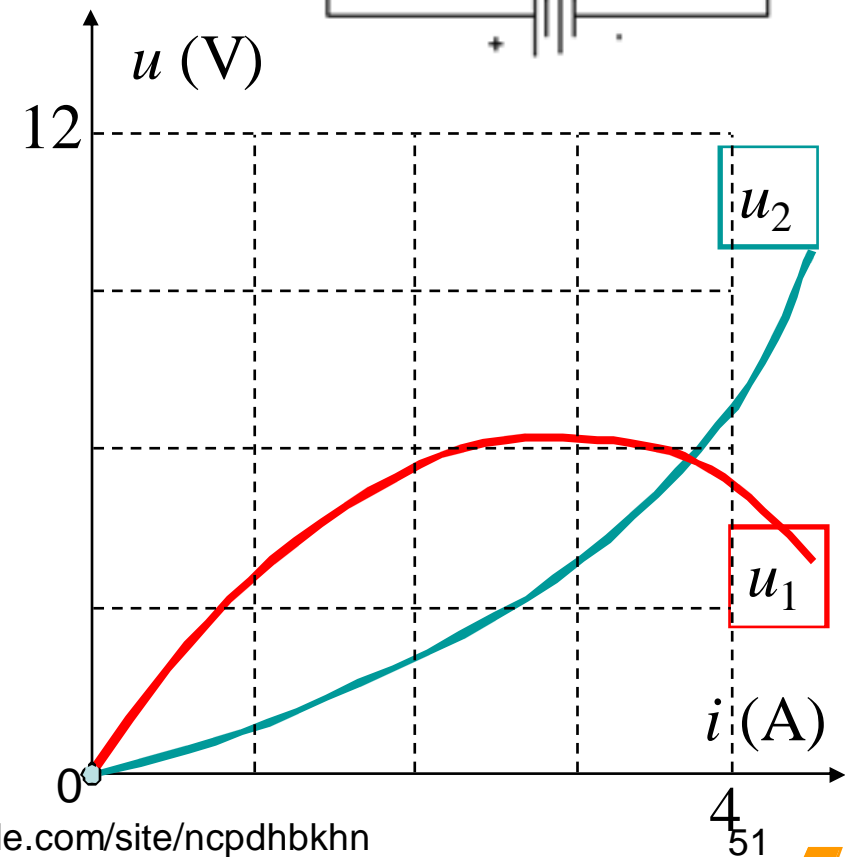
Tìm dòng điện trong mạch.

$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$

$$i \rightarrow u_1(i), u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$$



$k$	1	2	3
$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$u_1^{(k)}$ (V)	3,5	5,5	6,2
$u_2^{(k)}$ (V)	0,9	2,0	2,9
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	4,4	7,5	9,1
$\frac{ e^{(k)} - 9 }{9}$ (%)	51,1	16,7	1,1

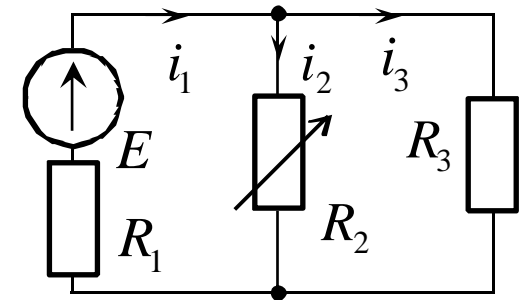


### VD3

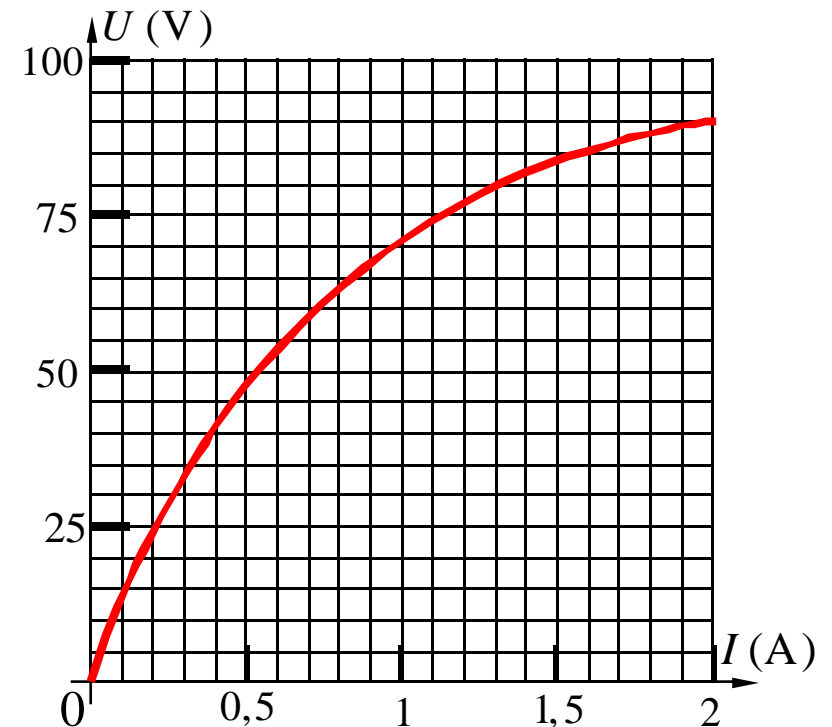
## Phương pháp dò (8)

$E = 100\text{V}; R_1 = 20\ \Omega; R_3 = 30\ \Omega$ . Tính các dòng điện?

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ u_2 = R_3 i_3 \\ R_1 i_1 + u_2 = E \end{cases}$$



$k$	1	1	1	
$i_2$ (A)	1	0,5	0,6	
$u_2$ (V)	71	48	54	
$i_3$ (A)	2,37	1,60	1,80	
$i_1$ (A)	3,37	2,10	2,40	
$E$ (V)	138	90	102	
$\varepsilon$ (%)	38	10	2	

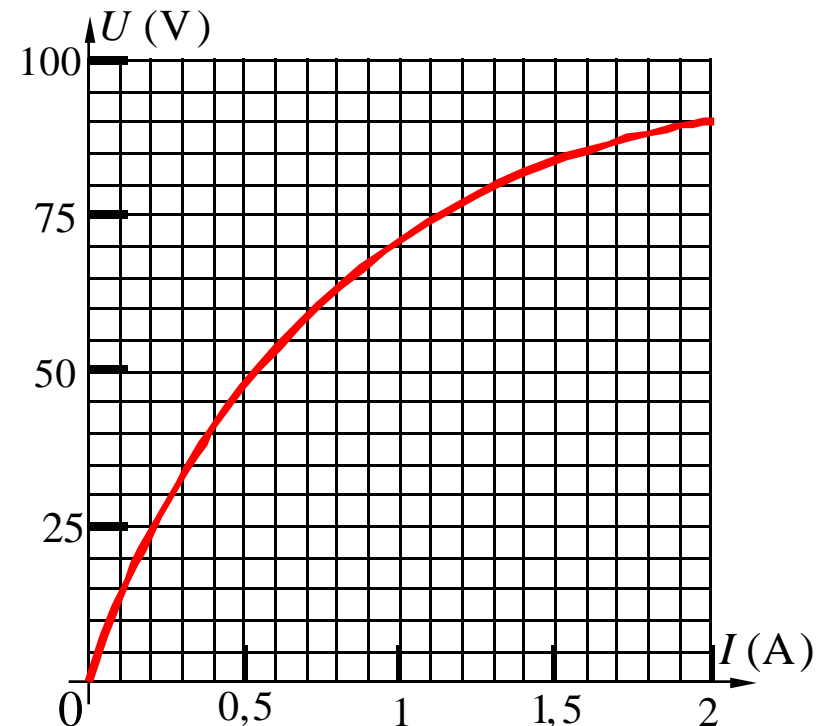
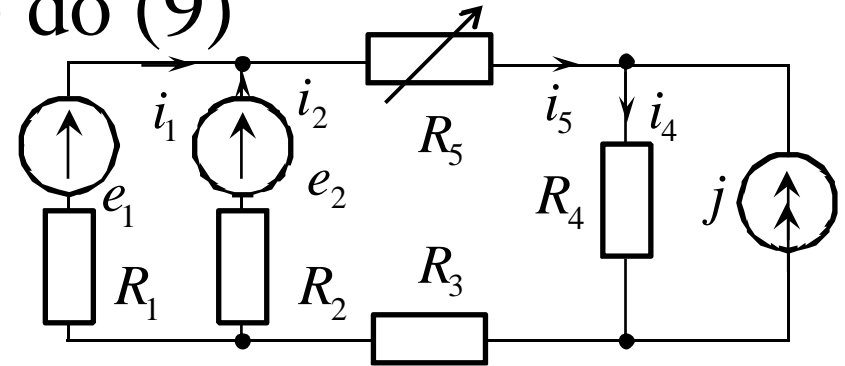


## VD4

## Phương pháp dò (9)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $e_1 = 200$  V;  
 $e_2 = 180$  V;  $j = 2$  A. Tìm  $i_5$ ?

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ i_5 - i_4 + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5 = e_2 \end{cases}$$



## VD4

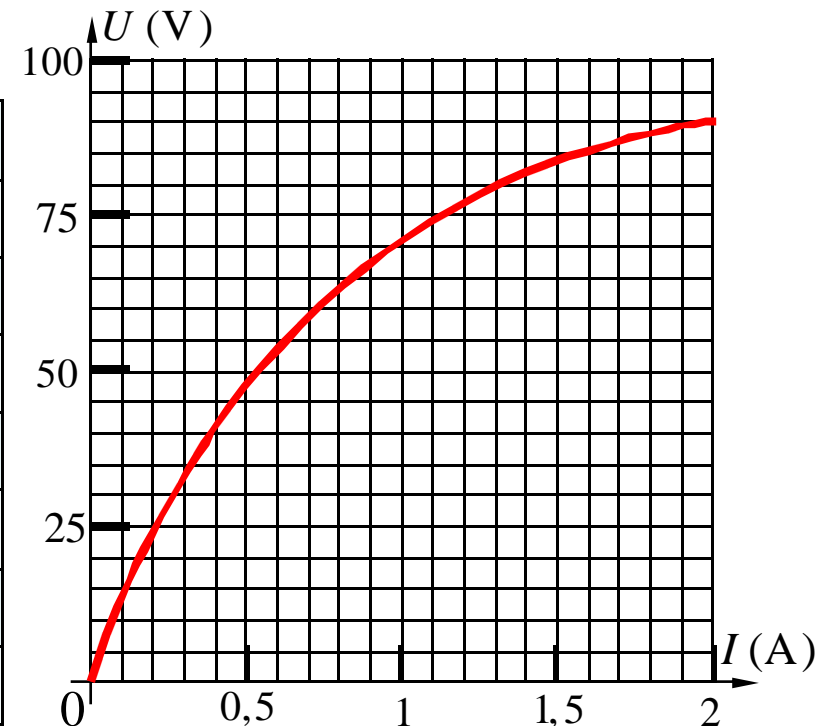
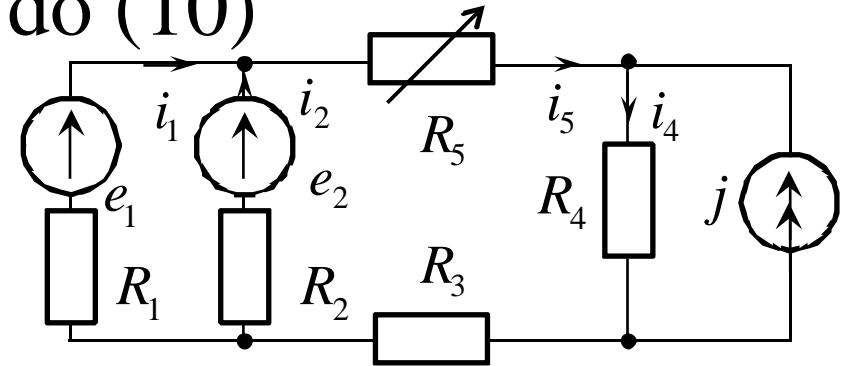
## Phương pháp dò (10)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; e_1 = 200 \text{ V};$   
 $e_2 = 180 \text{ V}; j = 2 \text{ A. Tìm } i_5?$

$$i_5 \rightarrow \begin{cases} u_5 \\ i_4 = i_5 + j \end{cases} \rightarrow i_2 = \frac{e_2 - (u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5)}{R_2}$$

$$\rightarrow i_1 = i_5 - i_2 \rightarrow e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2; \varepsilon = \frac{|e_1 - 200|}{200}$$

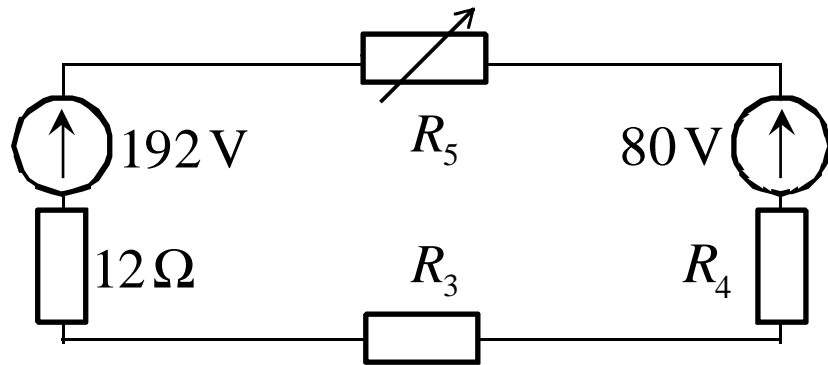
$k$	1	1	1	
$i_5 \text{ (A)}$	1	0,5	0,6	
$u_5 \text{ (V)}$	71	48	54	
$i_4 \text{ (A)}$	3	2,5	2,6	
$i_2 \text{ (A)}$	-1,70	0,40	-0,067	
$i_1 \text{ (A)}$	2,70	0,10	0,67	
$e_1 \text{ (V)}$	285	170	195,33	
$\varepsilon \text{ (%)}$	43	15	2,33	



## VD4

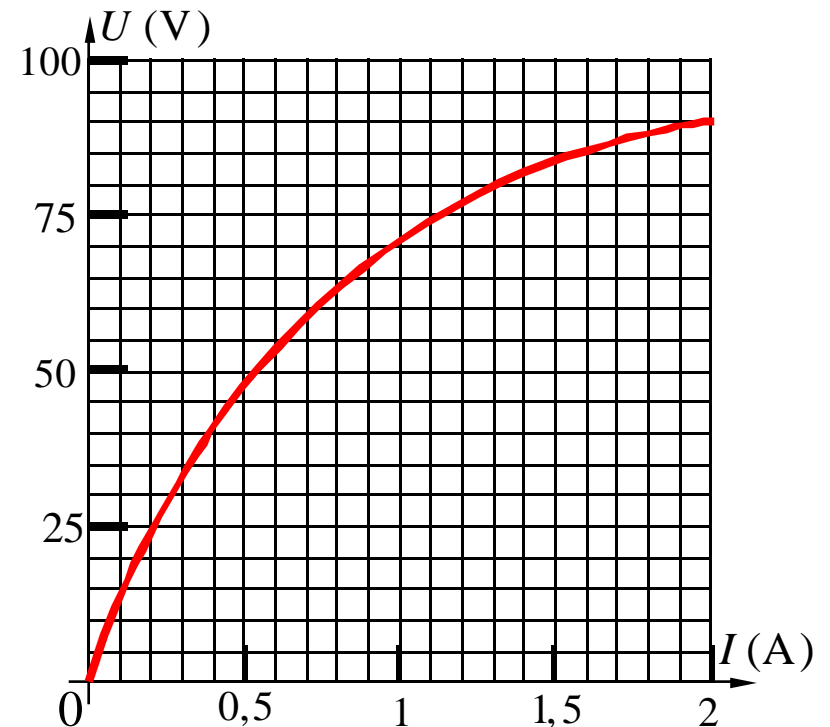
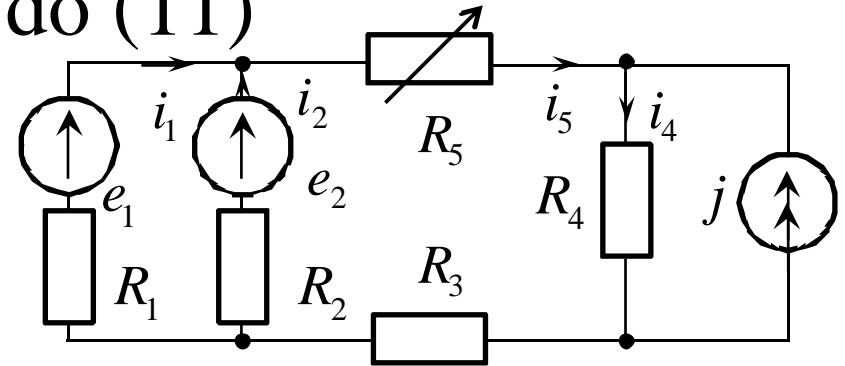
## Phương pháp dò (11)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $e_1 = 200\text{ V}$ ;  
 $e_2 = 180\text{ V}$ ;  $j = 2\text{ A}$ . Tìm  $i_5$ ?



$$i_5 \rightarrow u_5 \rightarrow e_{td} = 80 + u_5 + (R_3 + R_4 + 12)i_5$$

$k$	1	1	1	
$i_5\text{ (A)}$	1	0,5	0,6	
$u_5\text{ (V)}$	71	48	54	
$e_{td}\text{ (V)}$	243	174	189	
$\varepsilon\text{ (%)}$	27	9,4	1,5	

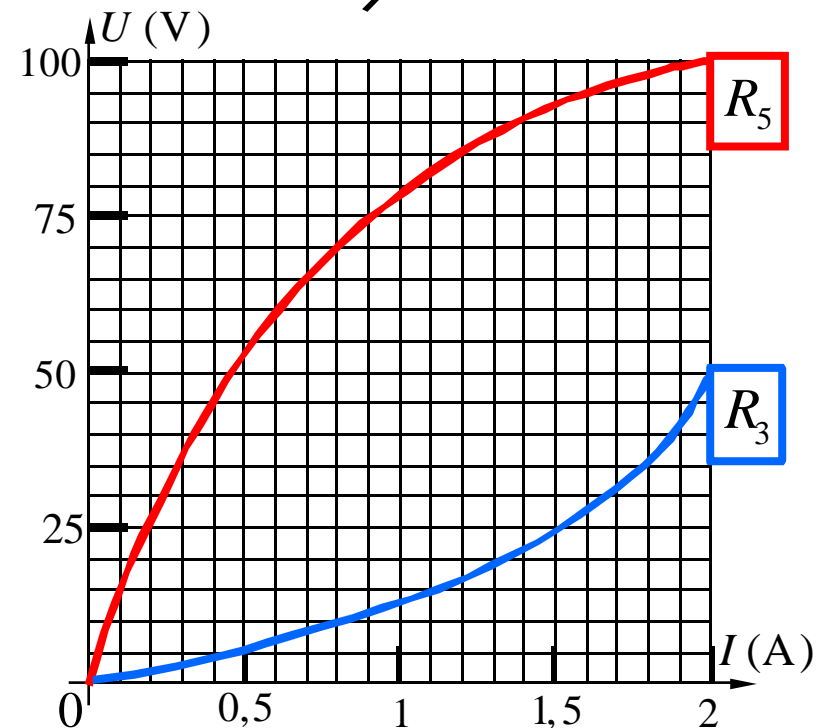
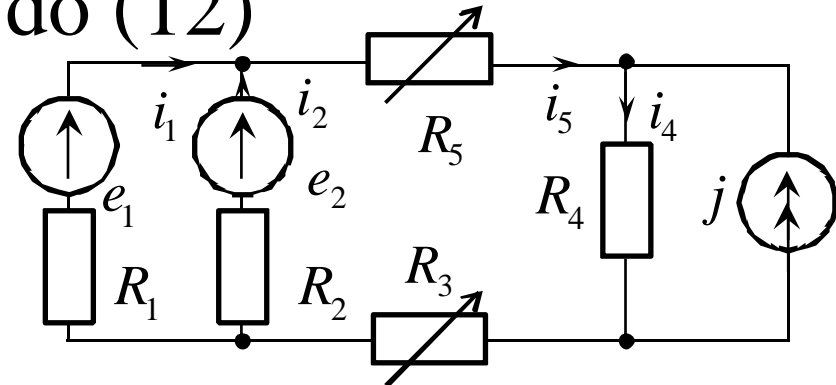


## VD5

## Phương pháp dò (12)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; e_1 = 200 \text{ V};$   
 $e_2 = 180 \text{ V}; j = 2 \text{ A. Tìm } i_5?$

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ i_5 - i_4 + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + u_5 + R_4 i_4 + u_3 = e_2 \end{cases}$$





## VD5

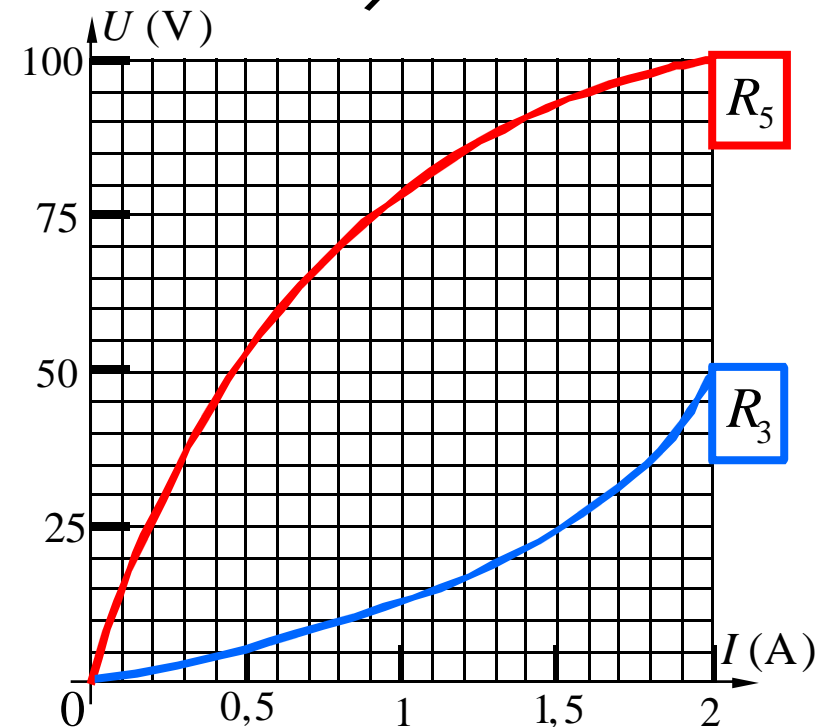
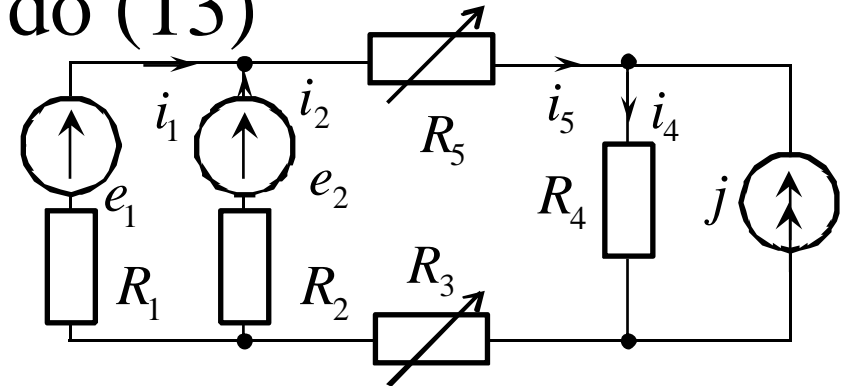
## Phương pháp dò (13)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; e_1 = 200 \text{ V};$   
 $e_2 = 180 \text{ V}; j = 2 \text{ A. Tìm } i_5?$

$$i_5 \rightarrow \begin{cases} u_5, u_3 \\ i_4 = i_5 + j \end{cases} \rightarrow i_2 = \frac{e_2 - u_5 - u_3 - R_4 i_4}{R_2}$$

$$\rightarrow i_1 = i_5 - i_2 \rightarrow e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2; \varepsilon = |e_1 - 200| / 200$$

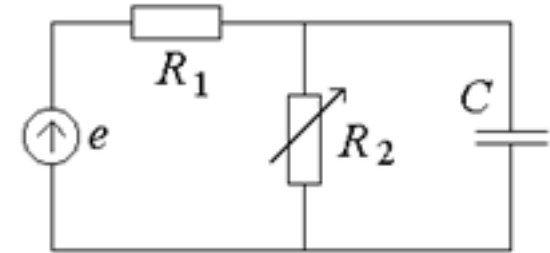
$k$	1	2	3	
$i_5 \text{ (A)}$	1	0,5	0,7	
$u_5 \text{ (V)}$	78	53	65	
$u_3 \text{ (V)}$	13	5	8	
$i_4 \text{ (A)}$	3	2,5	2,7	
$i_2 \text{ (A)}$	-1,03	0,73	-0,033	
$i_1 \text{ (A)}$	2,03	-0,23	0,73	
$e_1 \text{ (V)}$	252	153	195,67	
$\varepsilon \text{ (%)}$	26	23	2,2	



## VD6

## Phương pháp dò (14)

$e = 60 \text{ V}$ ;  $R_1 = 20 \Omega$ ;  $C = 80 \mu\text{F}$ .  
Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến.



$$20i + u_2(i) = 60$$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$i \rightarrow 20i, u_2(i) \rightarrow 20i + u_2(i) = 60?$$

$k$	$i^{(k)} \text{ (A)}$	$20i^{(k)} \text{ (V)}$	$u_2^{(k)} \text{ (V)}$	$e^{(k)} = 20i^{(k)} + u_2^{(k)} \text{ (V)}$	$ e^{(k)} - 60  / 60 \text{ (%)}$
1	0,5	10	3	13	78
2	2	40	16	56	6,67
3	2,5	50	30	80	33,33

$$i = \frac{2 - 2,5}{56 - 80} e + \frac{56 \cdot 2,5 - 80 \cdot 2}{56 - 80} = 0,021e + 0,83$$

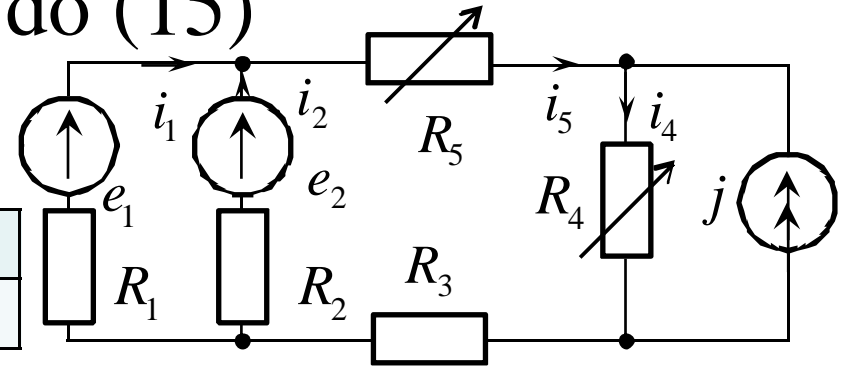
$$\rightarrow i|_{e=60} = 0,021 \cdot 60 + 0,83 = \boxed{2,08 \text{ A}}$$

## VD7

## Phương pháp dò (15)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = 40\Omega$ ;  $e_1 = 200$  V;  $e_2 = 180$  V;  
 $j = 2$  A. Tìm  $i_5$ ?

$I$ (A)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U$ (V)	0	3	6	10	16	30	80



$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ i_5 - i_4 + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + u_5 + u_4 + u_3 = e_2 \end{cases}$$

$k$	1	2	
$i_5$ (A)	1	0,5	
$u_5$ (V)	6	3	
$i_4$ (A)	3	2,5	
$u_4$ (V)	80	30	
$i_2$ (A)	-0,87	1,57	
$i_1$ (A)	1,87	-1,07	
$e_1$ (V)	243,33	111,67	
$\varepsilon$ (%)	22	44	

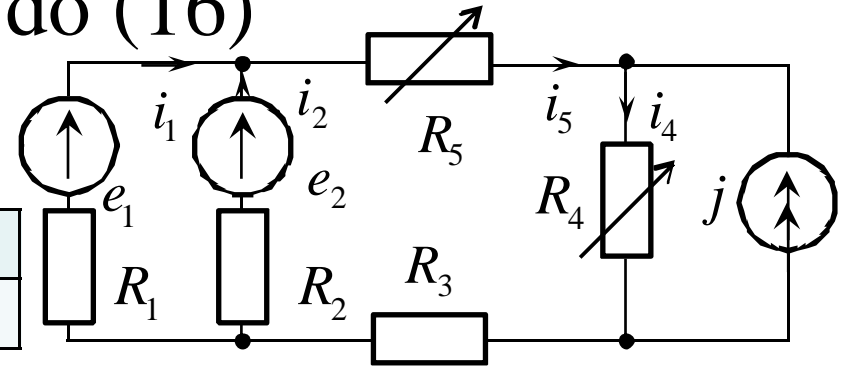
$$i_5 = \frac{1 - 0,5}{243,33 - 111,67} 200 + \frac{243,33 \cdot 0,5 - 111,67 \cdot 1}{243,33 - 111,67} = \boxed{0,84 \text{ A}}$$

## VD8

## Phương pháp dò (16)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = 40\Omega$ ;  $e_1 = 100$  V;  $e_2 = 80$  V;  
 $j = 1,2$  A. Tìm  $i_5$ ?

$I$ (A)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U$ (V)	0	3	6	10	16	30	80



$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ i_5 - i_4 + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + u_5 + u_4 + u_3 = e_2 \end{cases}$$

$$i_5 \rightarrow \begin{cases} u_5 \\ i_4 = i_5 + j \end{cases} \rightarrow u_4 \rightarrow i_2 = \frac{e_2 - u_5 - R_3 i_5 - u_4}{R_2}$$

$$\rightarrow i_1 = i_5 - i_2 \rightarrow e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2; \varepsilon = |e_1 - 100| / 100$$

$$u_4^{(1)} = \frac{16 - 30}{2 - 2,5} 2,2 + \frac{2 \cdot 30 - 2,5 \cdot 16}{2 - 2,5} = 21,60 \text{ V}$$

$$u_4^{(2)} = \frac{30 - 80}{2,5 - 3} 2,7 + \frac{2,5 \cdot 80 - 3 \cdot 30}{2,5 - 3} = 50,00 \text{ V}$$

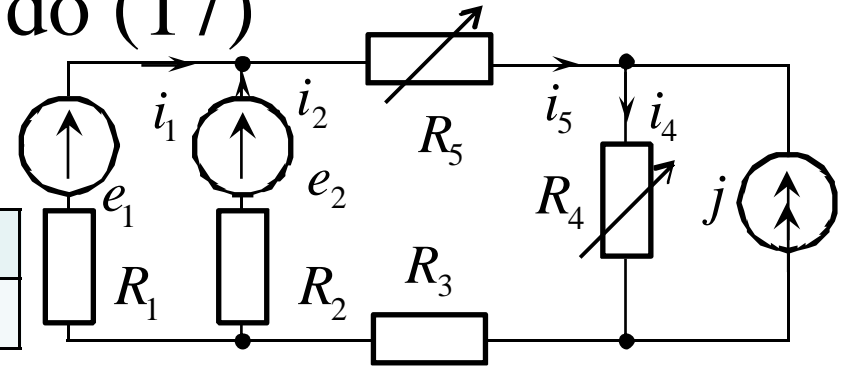
$k$	1	2	
$i_5$ (A)	1	1,5	
$u_5$ (V)	6	10	
$i_4$ (A)	2,2	2,7	
$u_4$ (V)	21,60	50,00	
$i_2$ (A)	0,41	-1,33	
$i_1$ (A)	0,59	2,83	
$e_1$ (V)	79,33	176,67	
$\varepsilon$ (%)	21	77	

## VD8

## Phương pháp dò (17)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = 40\Omega; e_1 = 100 \text{ V}; e_2 = 80 \text{ V};$   
 $j = 1,2 \text{ A}$ . Tìm  $i_5$ ?

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80



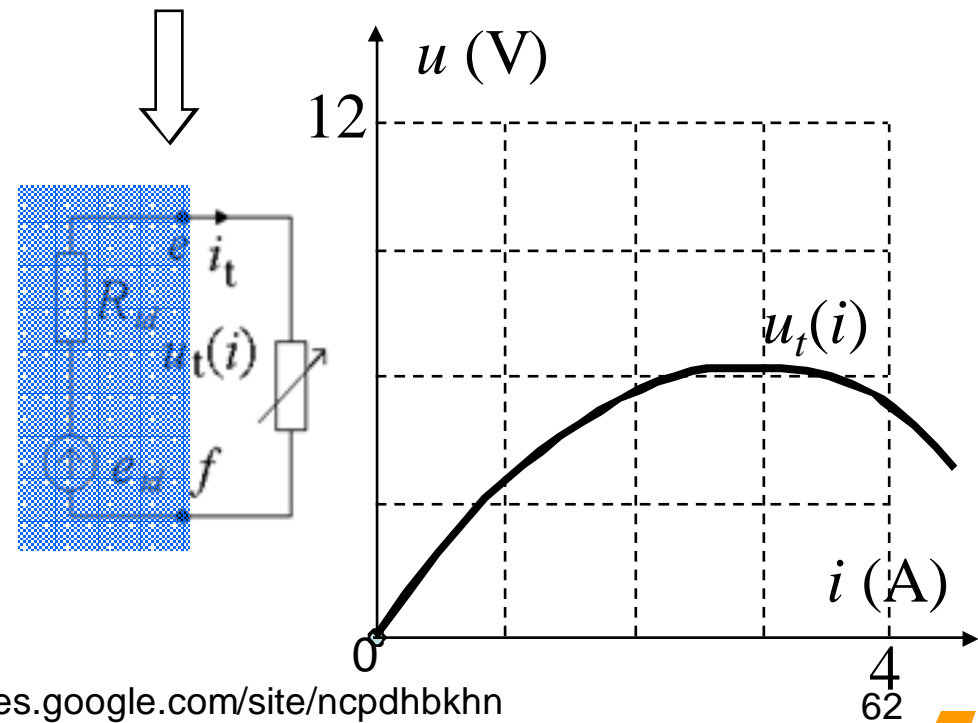
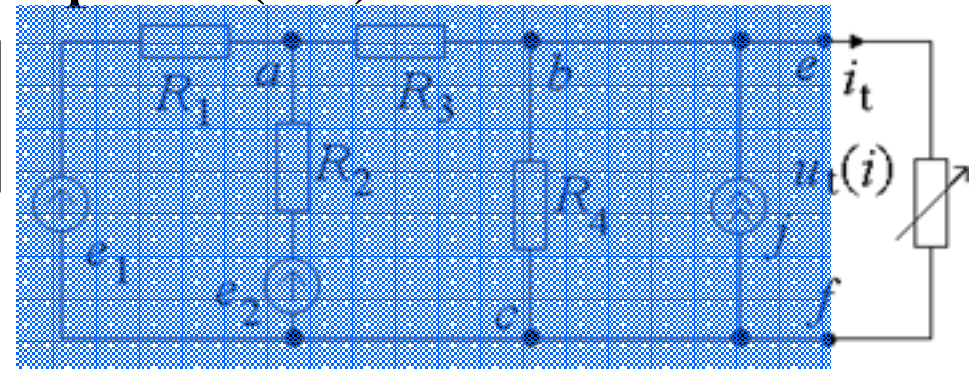
$$i_5 = \frac{1,5 - 1}{176,67 - 79,33} 100 + \frac{176,67 \cdot 1 - 79,33 \cdot 1,5}{176,67 - 79,33} = \boxed{1,11 \text{ A}}$$

$k$	1	2	
$i_5 \text{ (A)}$	1	1,5	
$u_5 \text{ (V)}$	6	10	
$i_4 \text{ (A)}$	2,2	2,7	
$u_4 \text{ (V)}$	21,60	50,00	
$i_2 \text{ (A)}$	0,41	-1,33	
$i_1 \text{ (A)}$	0,59	2,83	
$e_1 \text{ (V)}$	79,33	176,67	
$\varepsilon \text{ (%)}$	21	77	

## VD9

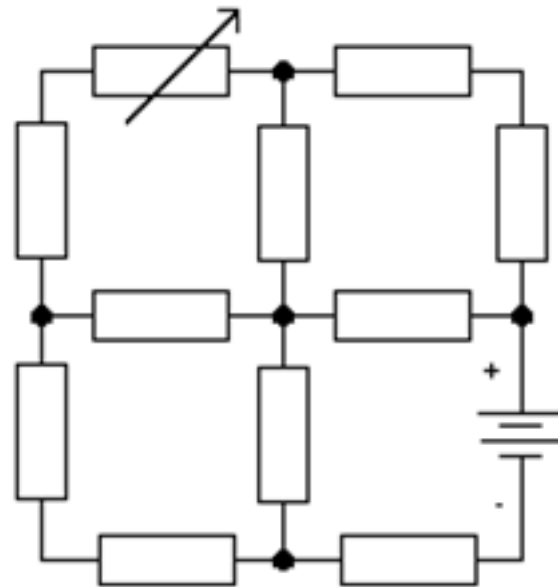
## Phương pháp dò (18)

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



## Phương pháp dò (19)

- Là phương pháp số
- Áp dụng cho mạch điện có nhiều phần tử phi tuyến
- Áp dụng cho phương trình 1 ẩn



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp đồ thị
    - iii. Phương pháp dò
    - iv. Phương pháp lặp**
  - b) Mạch xoay chiều
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



## Phương pháp lặp (1)

- Áp dụng cho dạng  $x = f(x)$
- Nghiệm: giao điểm của đường thẳng  $y = x$  & đường cong  $y = f(x)$

$$x^{(0)} \rightarrow y^{(0)} = f(x^{(0)})$$

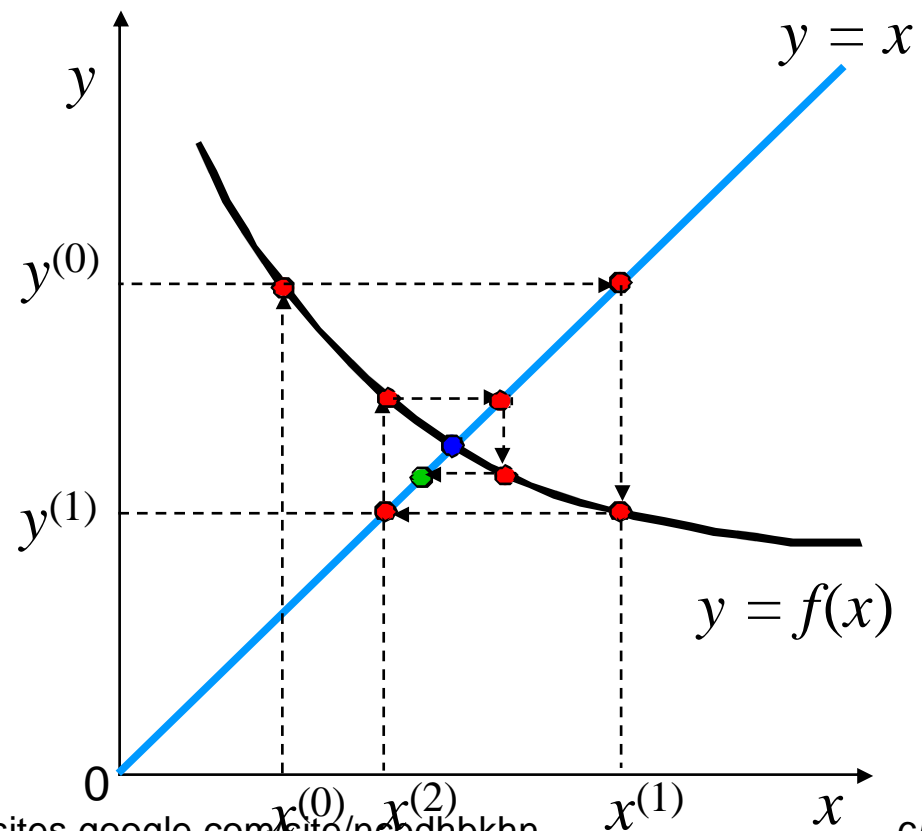
$$x^{(1)} = y^{(0)} \rightarrow y^{(1)} = f(x^{(1)})$$

$$x^{(2)} = y^{(1)}$$

...

$$x^{(n)} = y^{(n-1)}$$

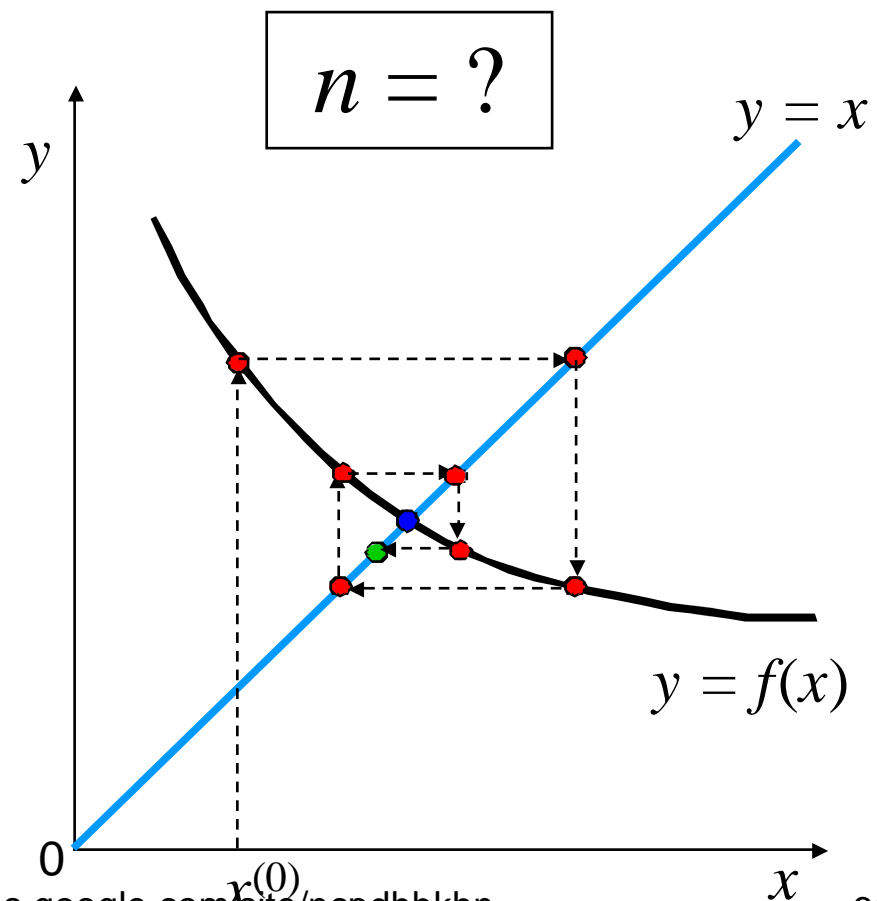
$n = ?$



## Phương pháp lặp (2)

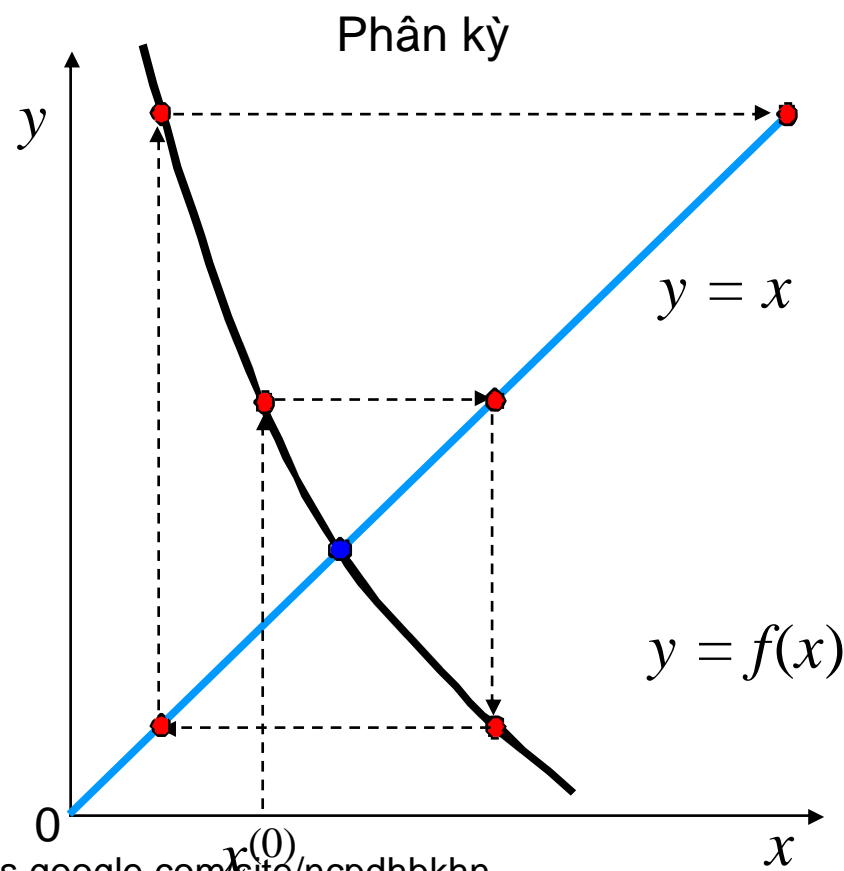
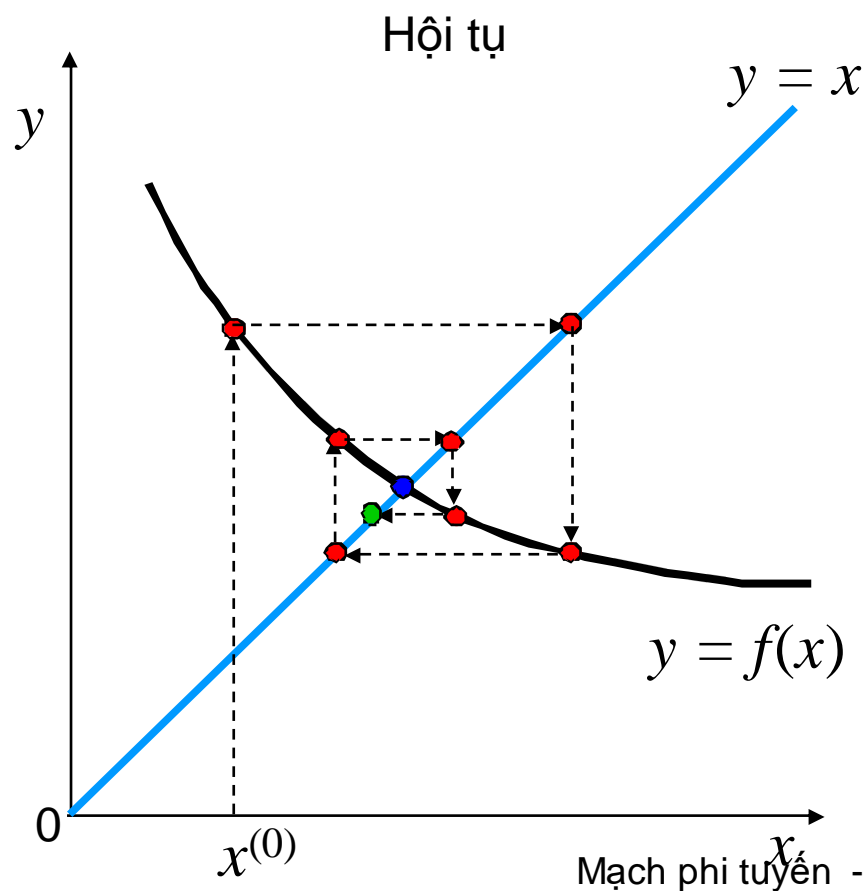
- Lặp đến khi nào thì đủ?
- Cho đến khi nghiệm gần đúng đủ sát với nghiệm đúng
- Thế nào là đủ sát?

$$|x^{(n)} - x^{(n-1)}| \leq \gamma$$



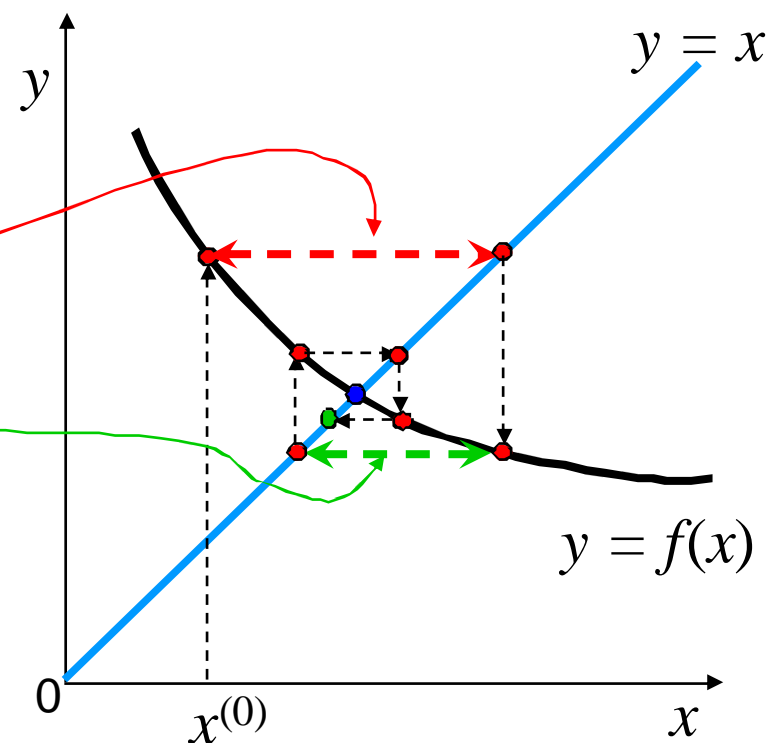
## Phương pháp lặp (3)

Đường cong bên phải dốc hơn đường phân giác  $y = x$



## Phương pháp lặp (4)

- Điều kiện hội tụ: đường cong  $f(x)$  ít dốc hơn đường phân giác  $y = x$
- $\rightarrow |f'(x)| < x' = 1$
- Đó là điều kiện gián tiếp
- Điều kiện trực tiếp:  
 $|x(n) - x(n-1)| < |x(n-1) - x(n-2)|$
- Tại sao phải xét điều kiện gián tiếp?
- Nếu không thoả mãn điều kiện hội tụ?



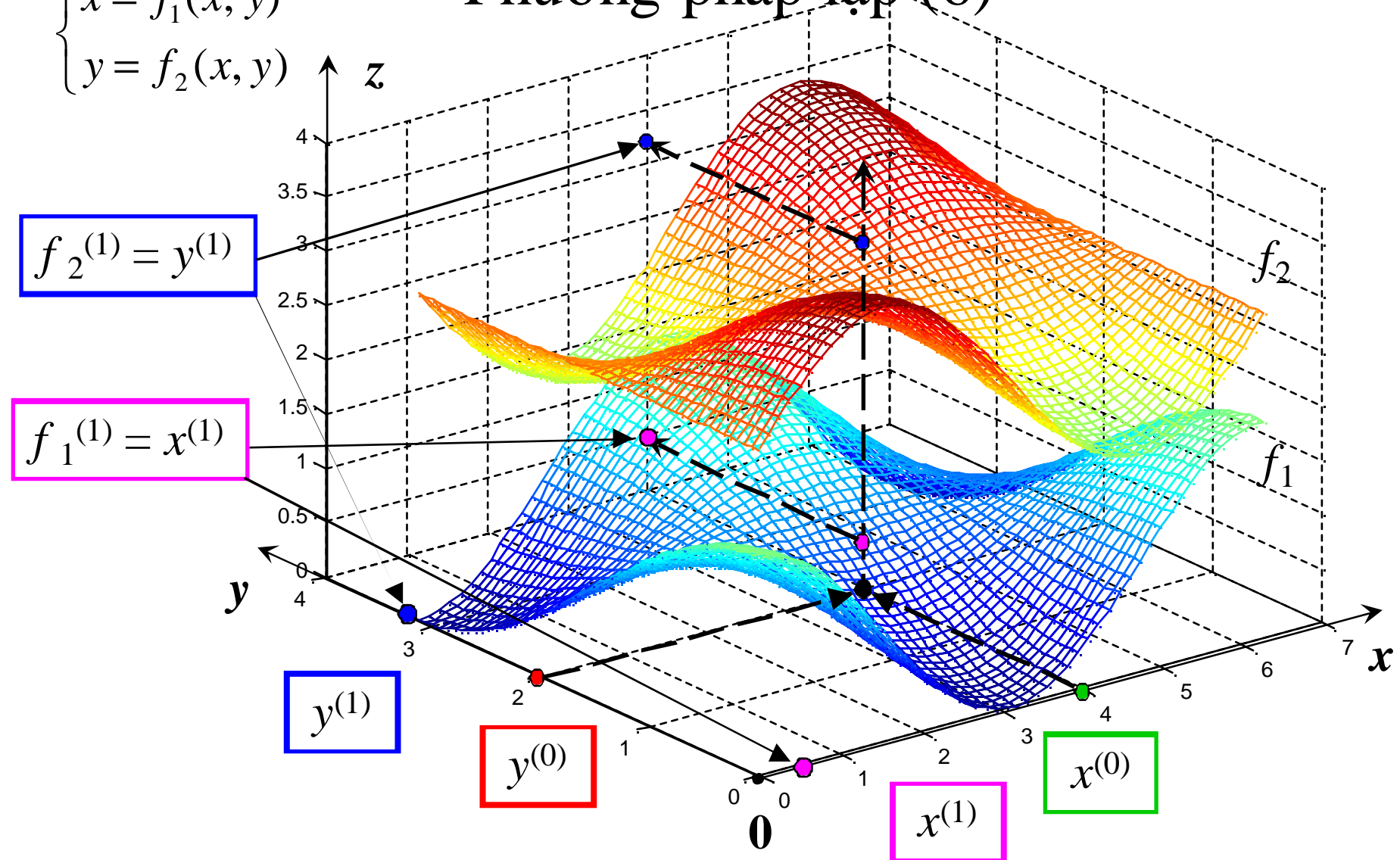
## Phương pháp lặp (5)

$$\begin{cases} x_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ x_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$$

## Phương pháp lặp (6)

$$\begin{cases} x = f_1(x, y) \\ y = f_2(x, y) \end{cases}$$



## Phương pháp lặp (7)

- Điều kiện hội tụ của hệ đa biến?
- Cũng dùng độ nghiêng của hàm đa biến:

$$\text{độ\_nghiêng} < 1$$

- Độ nghiêng?

$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}$$

- Điều kiện hội tụ:

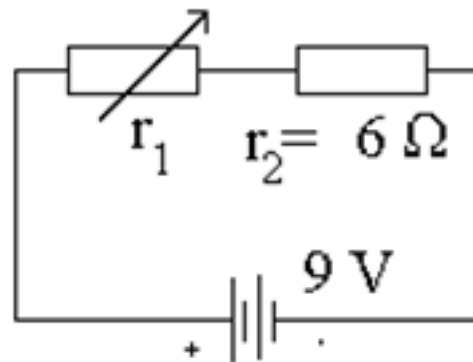
$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\} < 1$$



## VD1

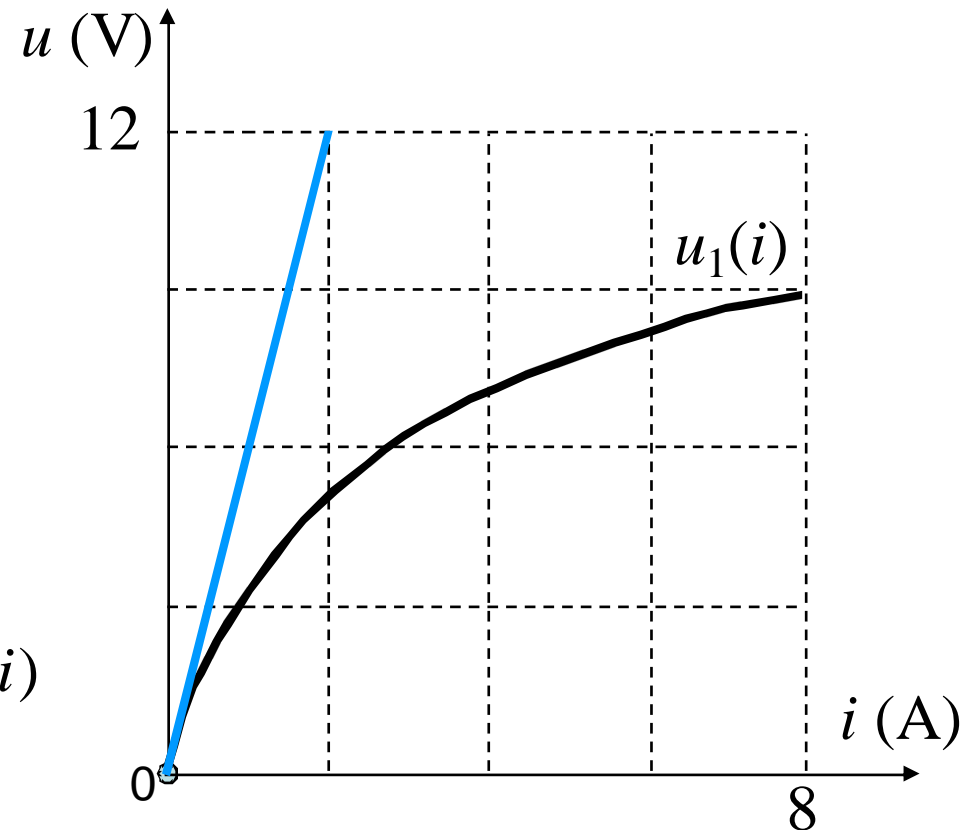
## Phương pháp lặp (8)

Tìm miền hội tụ của dòng điện.



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$



$$\left| \frac{df(i)}{di} \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{df(i)}{di} \right| = \left| \frac{d[9 - u_1(i)]}{6di} \right| = \frac{1}{6} \left| \frac{du_1(i)}{di} \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{du_1(i)}{di} \right| < 6 \rightarrow i > 0$$



## VD2

## Phương pháp lặp (9)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\} < 1$$

$$\rightarrow \max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3}, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right\} < 1$$

## VD2

## Phương pháp lặp (10)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right|, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right\} < 1$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

## VD2

## Phương pháp lặp (11)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_1} = -0,005 \frac{du_1}{di_1} = 2,21i_1 - 1,3 \rightarrow \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} = -0,858$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} = 0,003 \frac{du_2}{di_2} = -2,628i_2 + 1,215 \rightarrow \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} = 0,427$$

## VD2

## Phương pháp lặp (12)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} \right\} \rightarrow \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} =$$
$$\frac{\partial f_1}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} = -0,858$$
$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} = 0,427$$
$$= |-0,858 + 0,427| = 0,431$$

## VD2

## Phương pháp lặp (13)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = 0,431; \quad \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_1} = 0,003 \frac{du_1}{di_1} = -1,326i_1 + 0,78 \rightarrow \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} = 0,515$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_2} = -0,004 \frac{du_2}{di_2} = 3,504i_2 - 1,62 \rightarrow \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} = -0,569$$

## VD2

## Phương pháp lặp (14)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} \right\} \rightarrow \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} =$$
$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} = 0,515 \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} = -0,569 \end{array} \right\} = |0,515 - 0,569| = 0,054$$

## VD2

## Phương pháp lặp (15)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3}, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right\} < 1$$
$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = 0,431$$
$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = 0,054$$
$$\rightarrow \max \{0,431; 0,054\} < 1$$

## VD2

## Phương pháp lặp (16)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3}, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right\} < 1$$

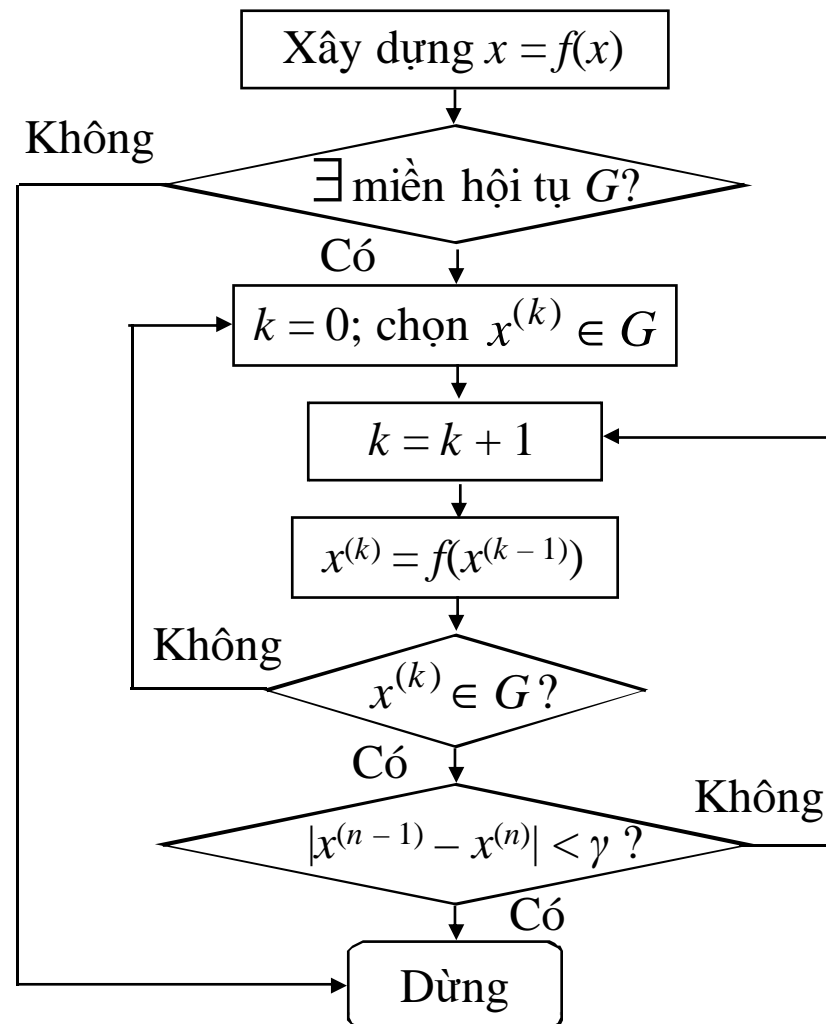
$$\rightarrow \max \{0,431; 0,054\} < 1$$

$$\rightarrow 0,431 < 1 \text{ (đúng)}$$

→ Hệ phương trình hội tụ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$



## Phương pháp lặp (17)



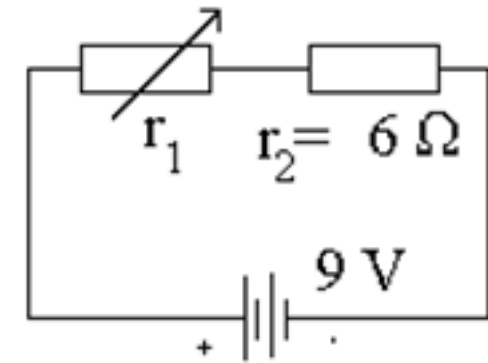
### VD3

## Phương pháp lặp (18)

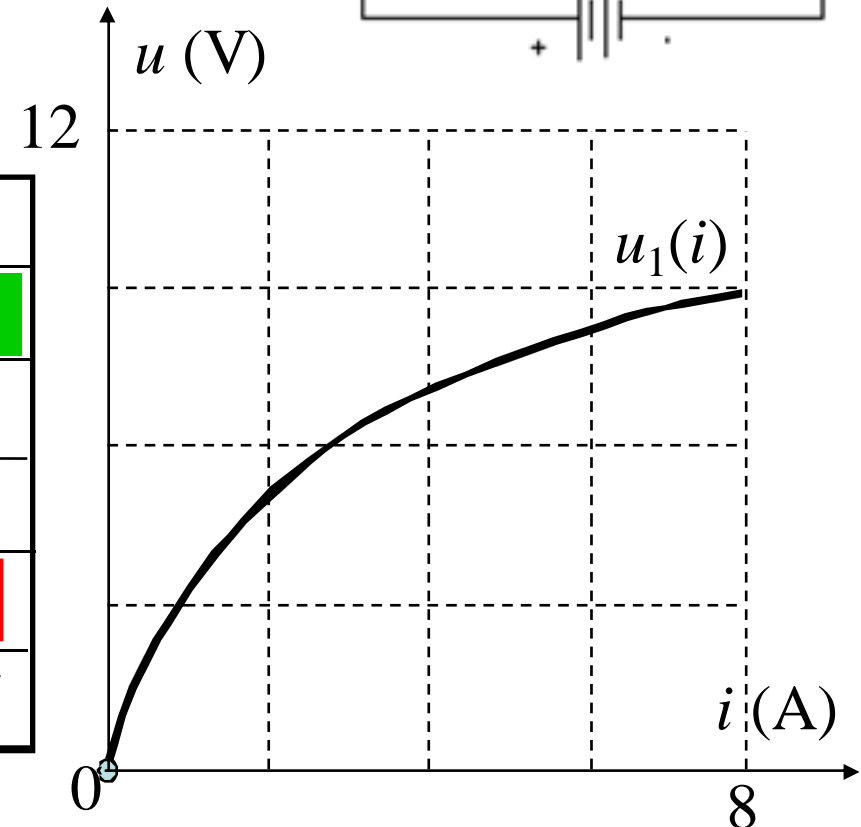
Giải mạch điện bằng phương pháp lặp,  $\gamma = 0,1$ .

$$u_1(i) + r_2 i = 9 \rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$

(theo VD1)  $f(i)$  hội tụ với  $i > 0$ .



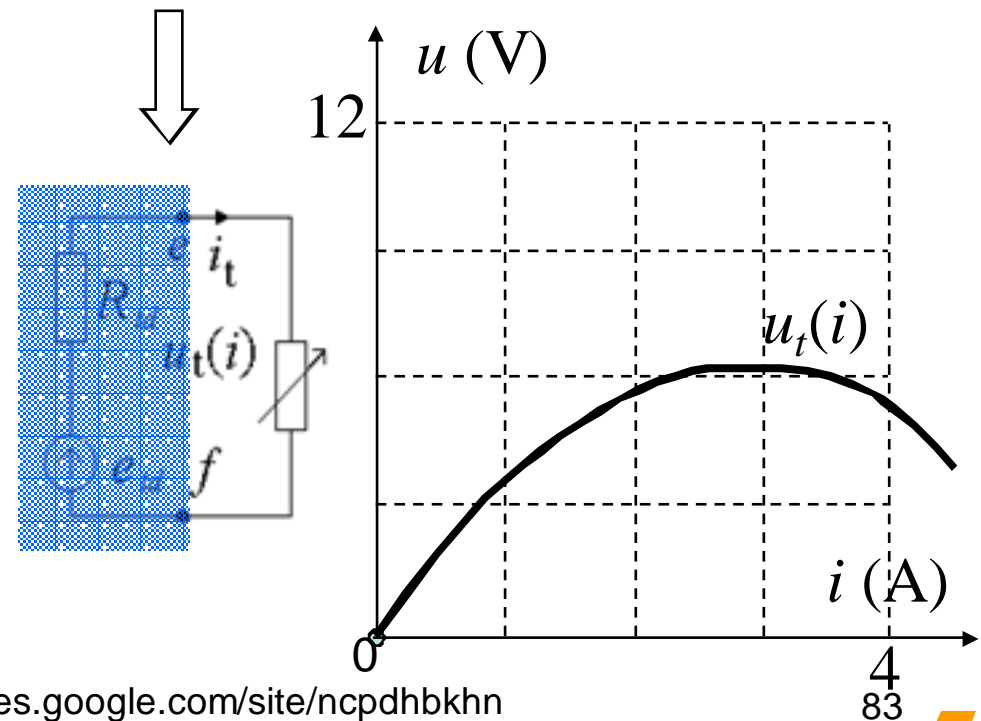
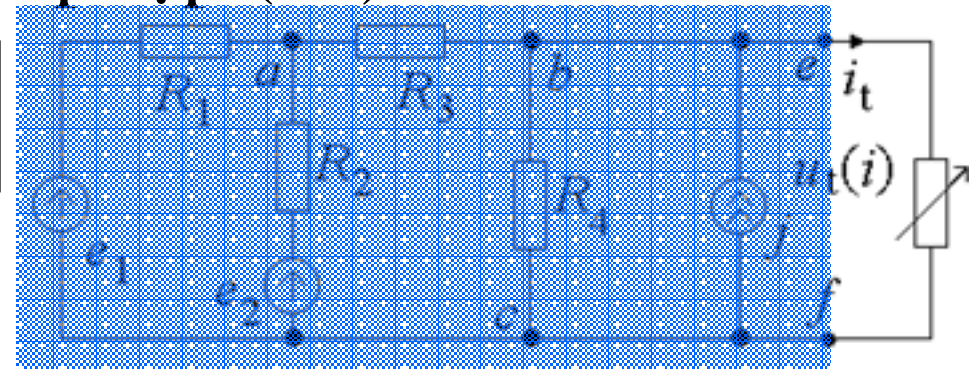
$k$	1	2	3	4	5
$i^{(k)}$ (A)	0	1,5	0,77	1,05	0,93
$u_1^{(k)}$ (V)	0	4,4	2,7	3,4	3,0
$9 - u_1^{(k)}$ (V)	9	4,6	6,3	5,6	6,0
$i^{(k+1)} = f(i^{(k)})$ (A)	1,5	0,77	1,05	0,93	1,0
$ i^{(k)} - i^{(k+1)} $ (A)	1,5	0,73	0,28	0,12	0,07



## VD4

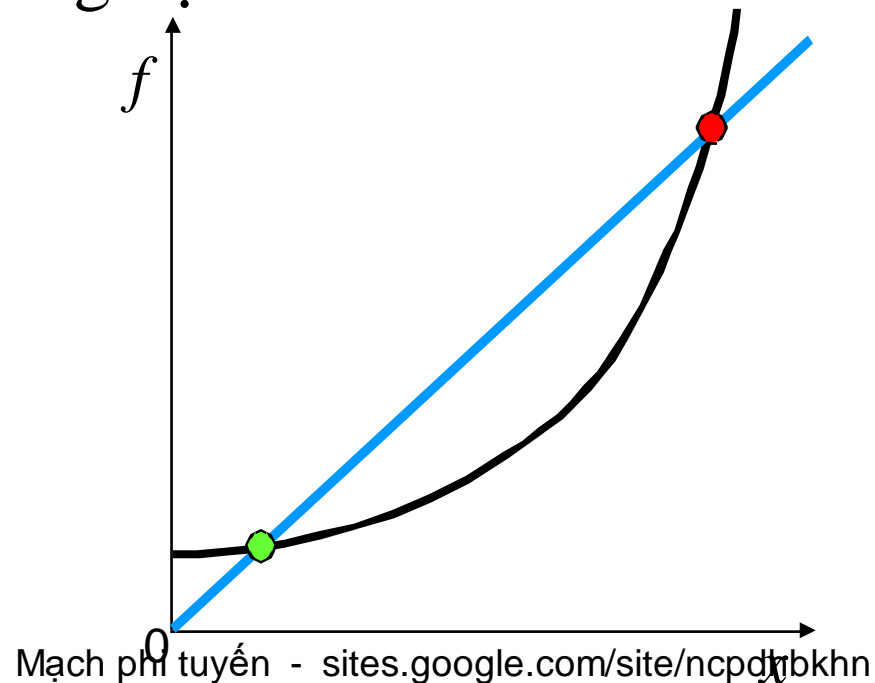
## Phương pháp lặp (19)

$e_1 = 16 \text{ V}$ ;  $e_2 = 9 \text{ V}$ ;  $j = 2 \text{ A}$ ;  $R_1 = 4 \Omega$ ;  
 $R_2 = 6 \Omega$ ;  $R_3 = 2 \Omega$ ;  $R_4 = 10 \Omega$ ; Tính  $i_t$ .



## Phương pháp lặp (20)

- Là phương pháp số
- Trước khi tính toán phải xét xem có hội tụ không
- Phương pháp này chỉ tìm được nghiệm chứ không tìm được tất cả các nghiệm



## Nội dung

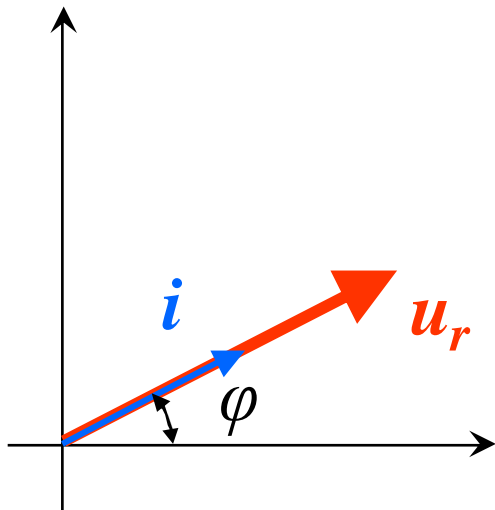
1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
  - b) **Mạch xoay chiều**
    - i. **Khái niệm**
    - ii. **Phương pháp cân bằng điều hoà**
    - iii. **Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - iv. **Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc**
    - v. **Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn**
    - vi. **Phương pháp đồ thị**
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Khái niệm

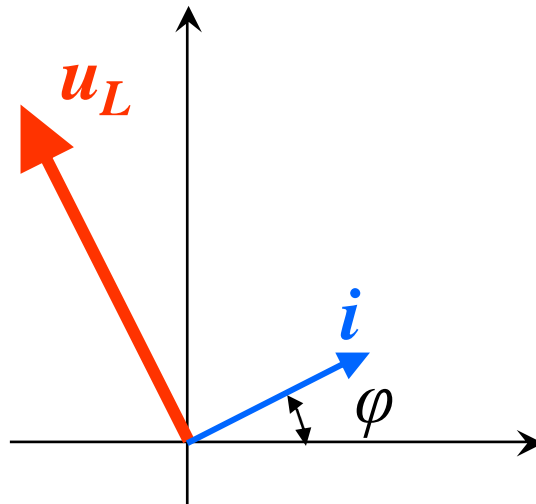
- Mạch phi tuyến, ở chế độ xác lập, có nguồn xoay chiều
- Chỉ tính thành phần tần số bậc 1
- Phương pháp:
  - Cân bằng điều hoà
  - Tuyến tính điều hoà
  - Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
  - Tuyến tính hóa từng đoạn
  - Đồ thị

## Phản ứng của các phần tử cơ bản

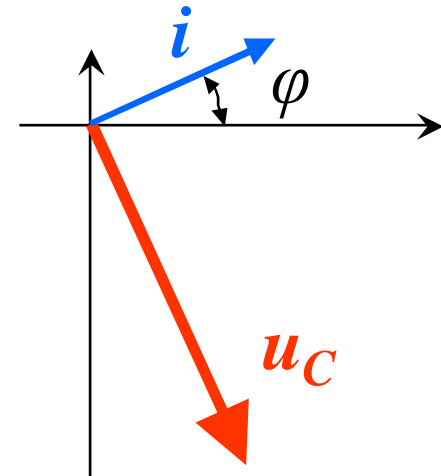
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$

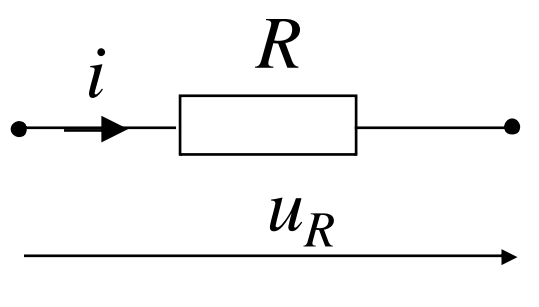
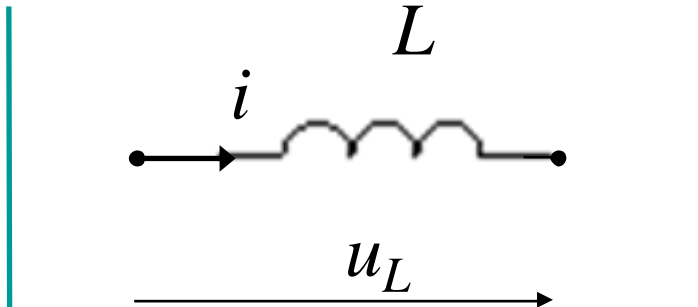
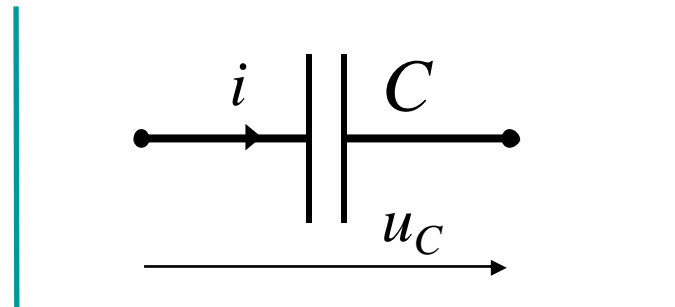
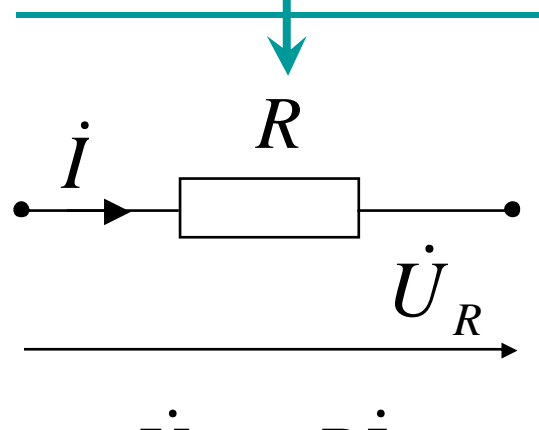
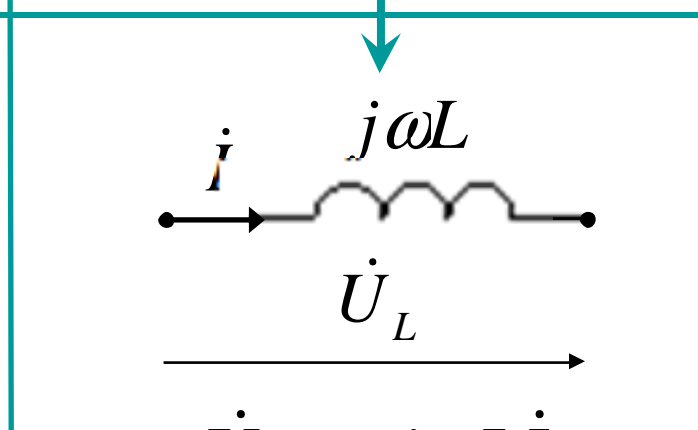
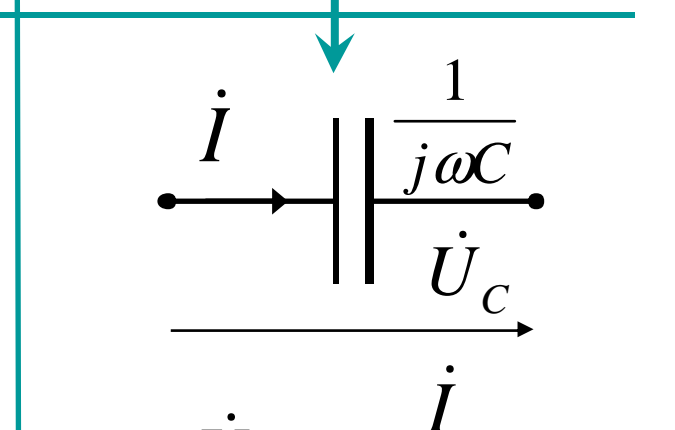


$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$



$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$

## Phức hoá các phần tử cơ bản

 $u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$	 $u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$	 $u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$
 $\dot{U}_R = R\dot{I}$	 $\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}$	 $\dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$



## Cân bằng điều hoà (1)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

$$F(x, x', \dots, t) = 0 \quad (1)$$

$$A_k = M_k \cos \theta_k; \quad B_k = M_k \sin \theta_k$$
$$M_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}; \quad \theta_k = \text{atan} \frac{A_k}{B_k}$$

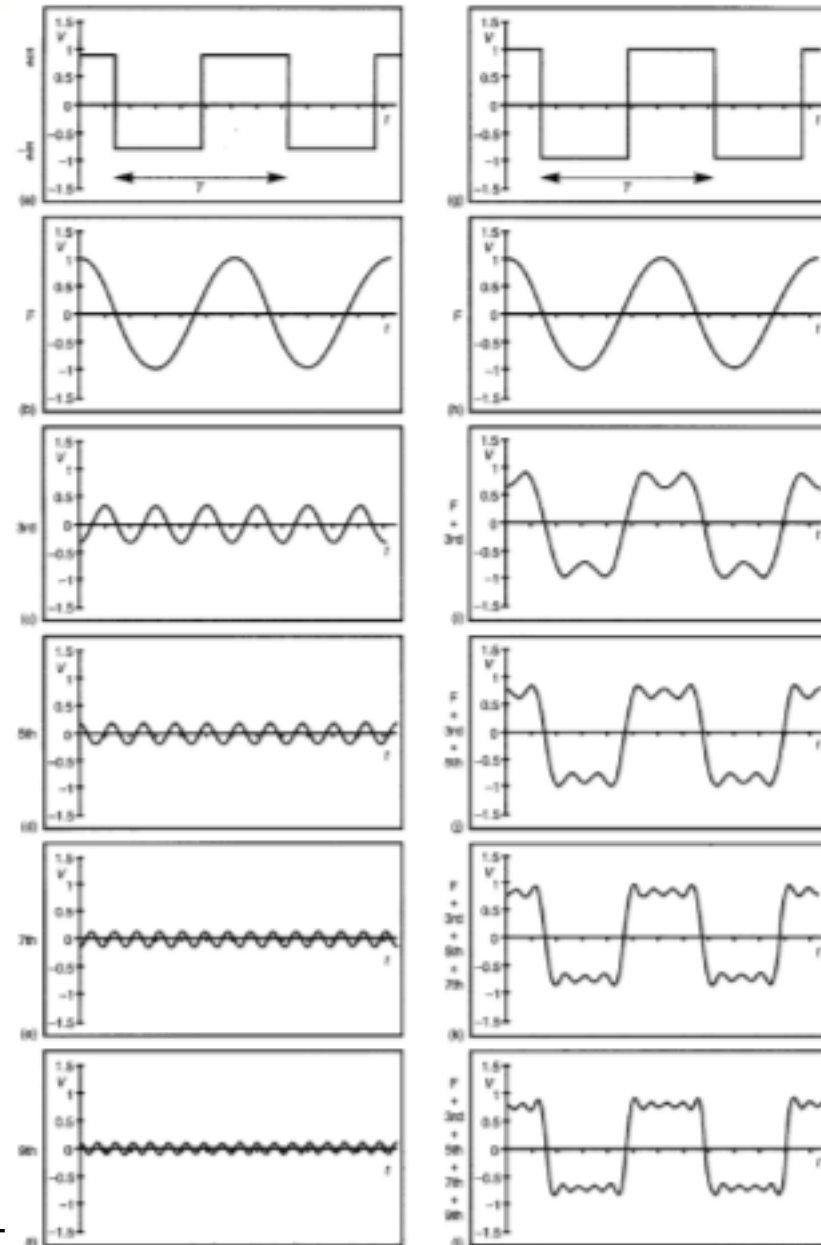
- Tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t = \sum_{k=1}^n M_k \sin(k\omega t + \theta_k) = \sum_{k=1}^n N_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

$$\begin{aligned} x(t) = & \underbrace{A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t}_{\text{dao động/thành phần bậc 1}} + \underbrace{A_2 \cos 2\omega t + B_2 \sin 2\omega t}_{\text{dao động/thành phần bậc 2}} \\ & + \underbrace{A_3 \cos 3\omega t + B_3 \sin 3\omega t}_{\text{dao động/thành phần bậc 3}} + \dots + \underbrace{A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t}_{\text{dao động/thành phần bậc } n} \\ & x(t) = \underbrace{M_1 \sin(\omega t + \theta_1)}_{\text{dao động/thành phần bậc 1}} + \underbrace{M_2 \sin(2\omega t + \theta_2)}_{\text{dao động/thành phần bậc 2}} \\ & + \underbrace{M_3 \sin(3\omega t + \theta_3)}_{\text{dao động/thành phần bậc 3}} + \dots + \underbrace{M_n \sin(n\omega t + \theta_n)}_{\text{dao động/thành phần bậc } n} \end{aligned}$$

## Cân bằng điều hoà (2)

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$



## Cân bằng điều hoà (3)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

$$F(x, x', \dots, t) = 0 \quad (1)$$

- Tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$

- Thay  $x(t)$  vào (1):

$$\sum_{k=1}^n C_k(A, B, \omega) \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n S_k(A, B, \omega) \sin k\omega t + H = 0$$

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

$$B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$$

$H$ : tổng của các điều hoà bậc cao ( $k > n$ )

## Cân bằng điều hoà (4)

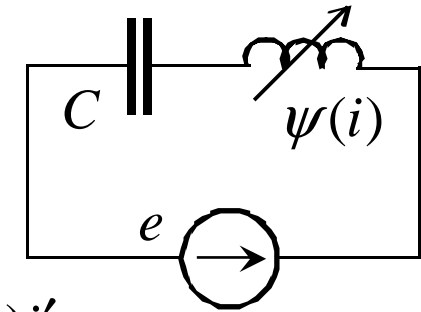
$$\sum_{k=1}^n C_k(A, B, \omega) \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n S_k(A, B, \omega) \sin k\omega t + H = 0 \quad \forall t$$

$$\rightarrow \begin{cases} C_1(A, B, \omega) = 0 \\ S_1(A, B, \omega) = 0 \\ C_2(A, B, \omega) = 0 \\ S_2(A, B, \omega) = 0 \\ \dots \\ C_n(A, B, \omega) = 0 \\ S_n(A, B, \omega) = 0 \end{cases} \rightarrow A, B \rightarrow x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$

**VD1**

## Cân bằng điều hòa (5)

$e(t) = 100\sin 314t$  (V);  $C = 1\mu\text{F}$ ;  $\psi(i) = 0,2i - 0,6i^3$ .  
Tính thành phần bậc nhất của dòng điện.



$$e = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + (0,2 - 1,8i^2)i'$$

$$\rightarrow 10^{-6}e' = i + 10^{-6}[(0,2 - 1,8i^2)i']'$$

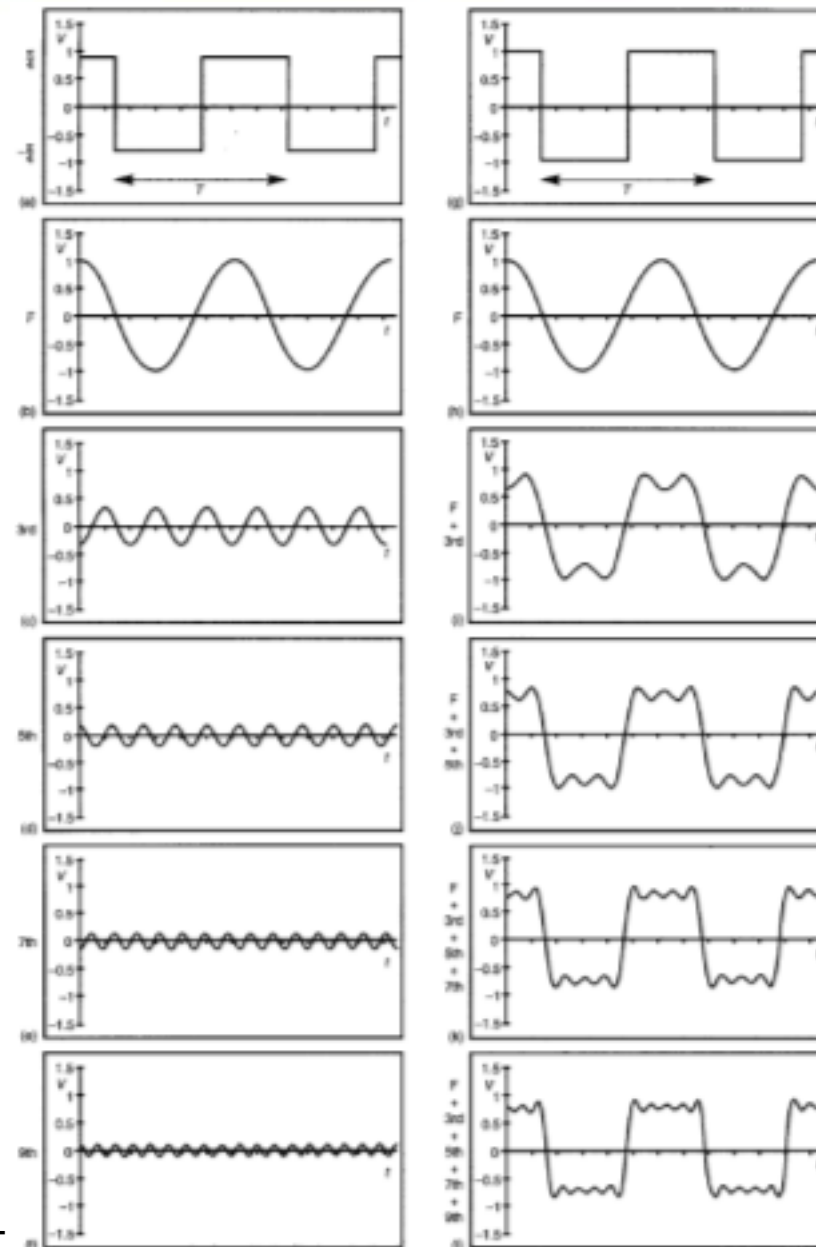
$$\rightarrow 100 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cos 314t = i + 10^{-6}(0,2 - 1,8i^2)i'' - 3,6 \cdot 10^{-6}i(i')^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{Đặt } i = A \cos 314t \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow 0,0314 \cos \omega t = (0,9803A + 0,0444A^3) \cos \omega t + 0,133A^3 \cos 3\omega t$$

Điều hoà bậc cao

$$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \quad \sum_{k=1}^M i_k = 0 \quad u_R = Ri; \quad u_R = u_R(i)$$

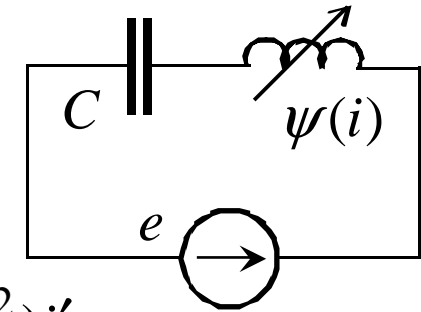
$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt} \quad i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt}$$



**VD1**

## Cân bằng điều hòa (5)

$e(t) = 100\sin 314t$  (V);  $C = 1\mu\text{F}$ ;  $\psi(i) = 0,2i - 0,6i^3$ .  
 Tính thành phần bậc nhất của dòng điện.



$$e = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + (0,2 - 0,18i^2)i'$$

$$\rightarrow 10^{-6}e' = i + 10^{-6}[(0,2 - 0,18i^2)i']'$$

$$\rightarrow 100 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cos 314t = i + 10^{-6}(0,2 - 0,18i^2)i'' - 0,36 \cdot 10^{-6}i(i')^2 \left. \vphantom{\begin{matrix} \rightarrow 100 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cos 314t = i + 10^{-6}(0,2 - 0,18i^2)i'' - 0,36 \cdot 10^{-6}i(i')^2 \\ \text{Đặt } i = A \cos 314t \end{matrix}} \right\}$$

$$\rightarrow 0,0314 \cos \omega t = (0,9803A + 0,0444A^3) \cos \omega t + 0,133A^3 \cos 3\omega t$$

Điều hoà bậc cao

$$\rightarrow 0,0314 \cos \omega t \approx (0,9803A + 0,0444A^3) \cos \omega t$$

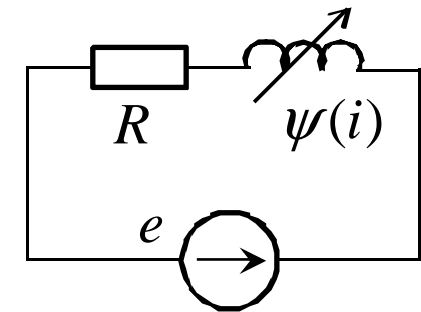
$$\rightarrow 0,0314 = 0,9803A + 0,0444A^3 \quad \rightarrow A = 0,032 \quad \rightarrow i = 0,032 \cos 314t \text{ A}$$



**VD2**

## Cân bằng điều hoà (6)

$e(t) = E_m \sin \omega t$  (V);  $\psi(i) = ai - bi^3$ .  
Tính thành phần bậc nhất của dòng điện.



$$e = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = Ri + (a - 3bi^2)i' \left. \vphantom{\frac{d\psi}{dt}} \right\} \text{Đặt } i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\rightarrow e = [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t + 0,75b\omega(B^3 - 3A^2B) \cos 3\omega t + 0,75b\omega(A^3 - 3AB^2) \sin 3\omega t$$

$$\approx [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t \\ = E_m \sin \omega t$$

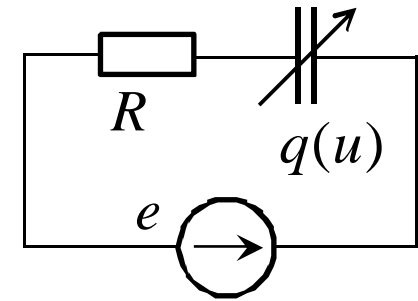
$$\rightarrow \begin{cases} RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3) = 0 \\ RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2) = E_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \\ B \end{cases} \rightarrow i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$



**VD3**

## Cân bằng điều hoà (7)

$e(t) = E_m \sin \omega t$  (V);  $q(u) = au - bu^3$ .  
Tính thành phần bậc nhất của dòng điện.



# Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
  - b) Mạch xoay chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp cân bằng điều hoà
    - iii. Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - iv. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
    - v. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn
    - vi. Phương pháp đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Tuyến tính điều hoà (1)

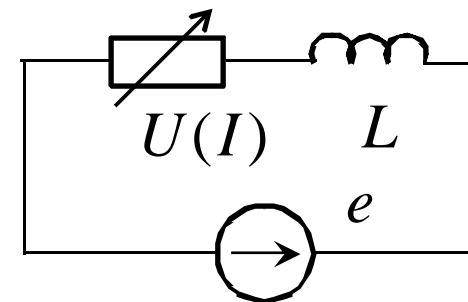
- Bỏ qua tính tạo tần
- Chỉ quan tâm đến quan hệ hiệu dụng  $U(I)$ ,  $\Psi(I)$ ,  $Q(U)$
- Hoặc quan hệ biên độ  $U_m(I_m)$ ,  $\Psi_m(I_m)$ ,  $Q_m(U_m)$
- Các quan hệ đó có tính phi tuyến
- Coi đáp ứng tương đương với một điều hoà bậc 1 tần số  $\omega$
- Cách tính: phức hoá sơ đồ, sau đó dùng các phương pháp đồ thị/dò/lập
- Còn gọi là điều hòa tương đương

## VD1

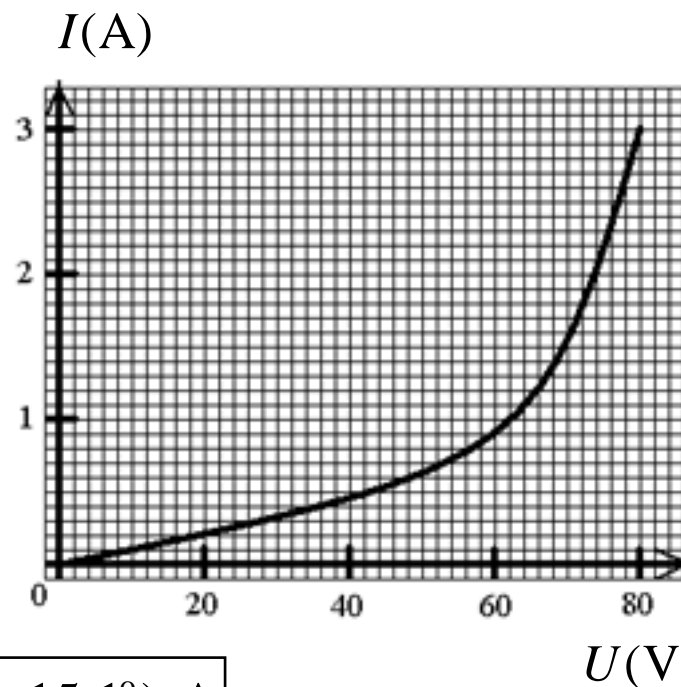
## Tuyến tính điều hoà (2)

$e = 75\sqrt{2} \sin 20t$  V;  $L = 0,5$ H. Tính dòng điện trong mạch.

$$\dot{U}_R + \dot{U}_L = \dot{E}$$



$k$	1	2
$I^{(k)}$ (A)	1	2
$\dot{U}_R^{(k)}$ (V)	62	74
$\dot{U}_L^{(k)}$ (V)	$j10$	$j20$
$E^{(k)}$ (V)	62,8	76,7
$ E^{(k)} - 75 /75$ (%)	16,3	2,2

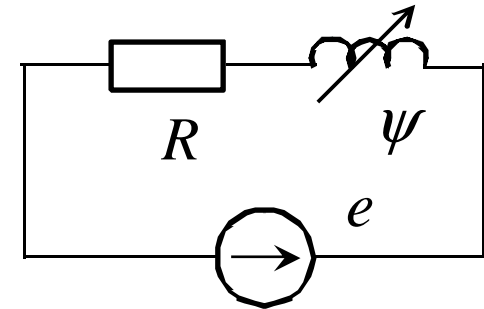


$$\varphi = \text{atan} \frac{U_L}{U_R} = \text{atan} \frac{20}{74} = 15,1^\circ \rightarrow i = 2\sqrt{2} \sin(20t - 15,1^\circ) \text{ A}$$

## VD2

## Tuyến tính điều hoà (3)

$e = 150 \sin 25t$  V;  $R = 40\Omega$ ;  $\psi_m(I_m) = 3I_m + 0,5I_m^3$ ;  
Tính dòng điện trong mạch.



Đặt  $\psi(t) = \psi_m \sin(25t + \theta) \rightarrow u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = 25\psi_m \cos(25t + \theta)$

Đặt  $i = I_m \angle \varphi \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_R = 40I_m \angle \varphi \\ \dot{U}_L = 25\psi_m \angle \varphi + 90^\circ \end{cases} \rightarrow \dot{E} = \dot{U}_R + \dot{U}_L$

$i_m \rightarrow U_{Rm} = 40I_m, U_{Lm} = 25(3I_m + 0,5I_m^3) \rightarrow E_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2}$

$k$	$I_m^{(k)}$ (A)	$U_{Rm}^{(k)}$ (V)	$U_{Lm}^{(k)}$ (V)	$E_m^{(k)}$ (V)	$\frac{ E_m^{(k)} - 150 }{150}$ (%)
1	1	40	87,5	96,2	35,9
2	2	80	250		
3	1,5	60	154	165,9	10,6
4	1,4	56	139,3	150,1	0,09

$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \sum_{k=1}^M i_k = 0$

$u_R = Ri; u_R = u_R(i)$

$u_L = L \frac{di}{dt}; u_L = \frac{d\psi}{dt}$

$i_C = C \frac{du}{dt}; i_C = \frac{dq}{dt}$

$\varphi_L = \arctan \frac{U_{Lm}}{U_{Rm}} = 39,3^\circ$

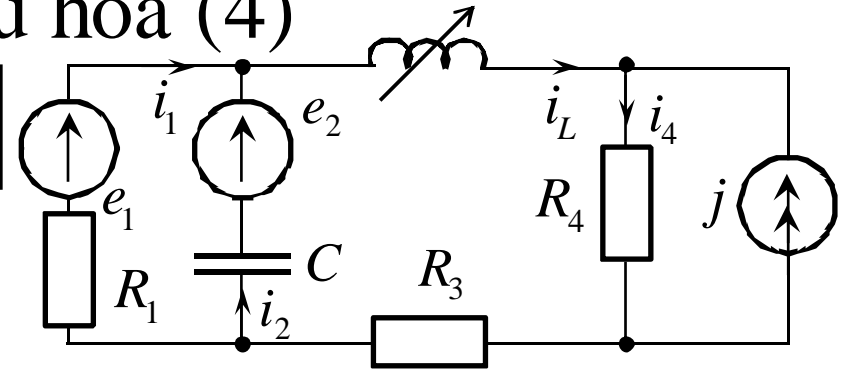
$\varphi = 56^\circ$

$\rightarrow i = 1,4 \sin(25t - 68,1^\circ)$  A

### VD3

## Tuyến tính điều hòa (4)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $C = 0,4\text{mF}$ ;  $e_1 = 160\sin 50t$  (V);  
 $e_2 = 80\sin(50t + 30^\circ)$  (V);  $j = 2\sin 50t$  (A). Tìm  $I_L$ ?

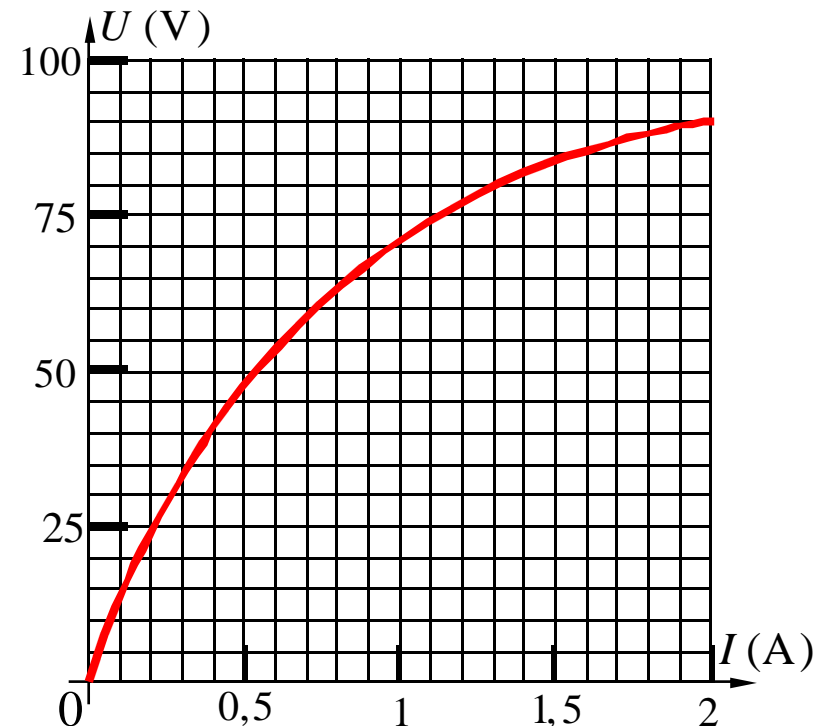


$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_L = 0 \\ \dot{I}_L - \dot{I}_4 + j = 0 \\ R_1 \dot{I}_1 - \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{U}_L(I_L) + R_4 \dot{I}_4 + R_3 \dot{I}_L + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_L - R_4 \dot{I}_4 - R_3 \dot{I}_L}{1/j\omega C} \\ \dot{I}_4 = \dot{I}_L + j \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_L - \dot{I}_2 \rightarrow \dot{E}_1 = \dot{E}_2 + R_1 \dot{I}_1 - \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_L = 1 \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_L = j71 \\ \dot{I}_4 = 1 + 2j \end{cases}$$



### VD3

## Tuyến tính điều hòa (5)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $C = 0,4\text{mF}$ ;  $e_1 = 160\sin 50t$  (V);  
 $e_2 = 80\sin(50t + 30^\circ)$  (V);  $j = 2\sin 50t$  (A). Tìm  $I_L$ ?

$$Z_a = \frac{R_1 Z_C}{R_1 + Z_C} = 17,24 - j6,90 \Omega$$

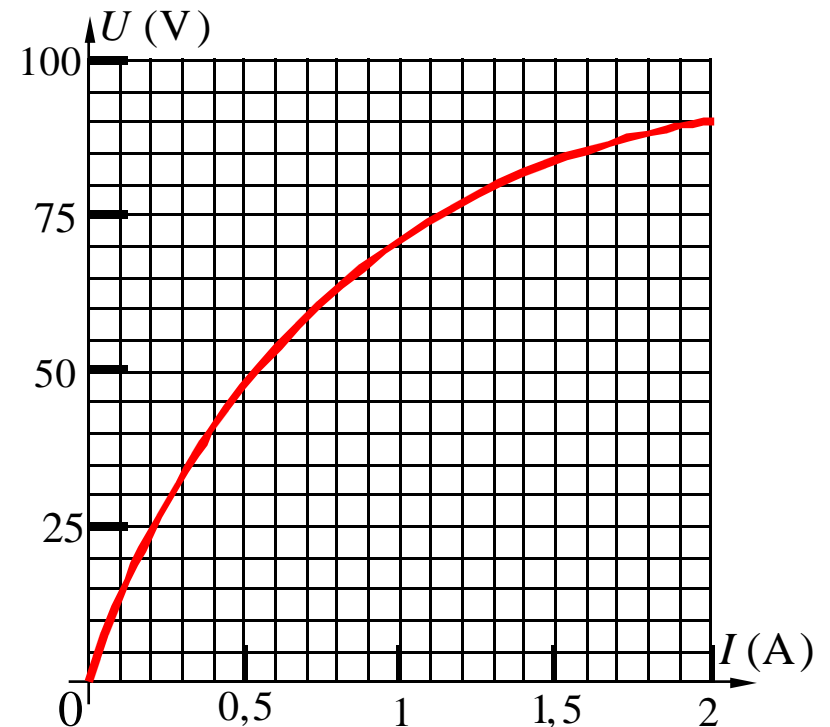
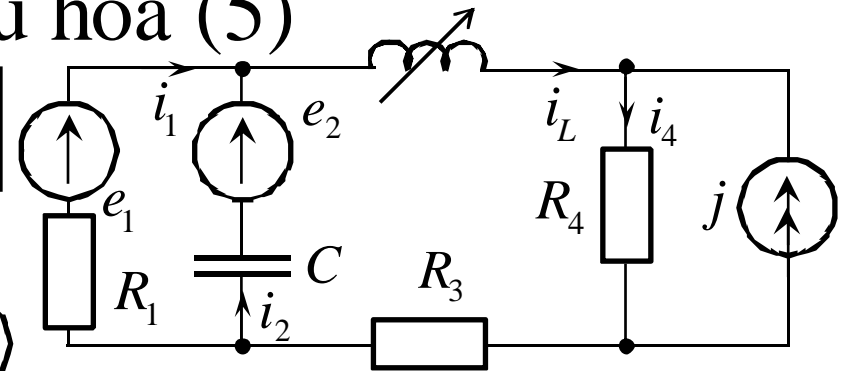
$$\begin{aligned} \dot{E}_a &= \frac{\dot{E}_1 / R_1 + \dot{E}_2 / Z_C}{1/R_1 + 1/Z_C} \\ &= \frac{160/R_1 + 80/30^\circ / Z_C}{1/R_1 + 1/Z_C} = 136,15 / -10,9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{E}_b = R_4 j = 80 \text{ V}$$

$$\dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L = \dot{E}_a - \dot{E}_b = \dot{E}_{td} = 59,56 / 25,6^\circ$$

$$\rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L$$





### VD3

## Tuyến tính điều hòa (6)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $C = 0,4\text{mF}$ ;  $e_1 = 160\sin 50t$  (V);  
 $e_2 = 80\sin(50t + 30^\circ)$  (V);  $j = 2\sin 50t$  (A). Tìm  $I_L$ ?

$$Z_a = 17,24 - j6,90\Omega; \dot{E}_{td} = 59,56 / 25,6^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4)\dot{I}_L$$

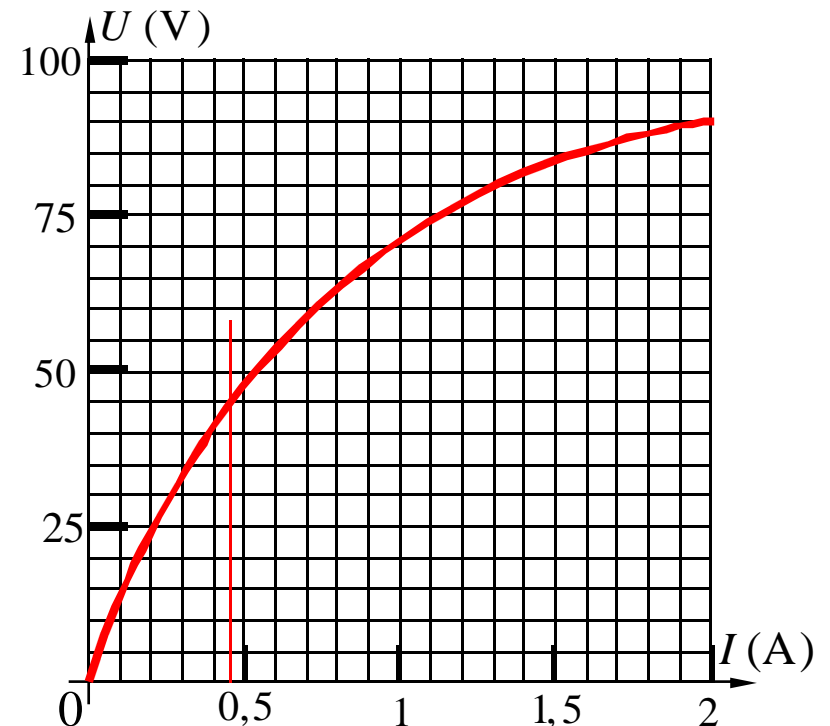
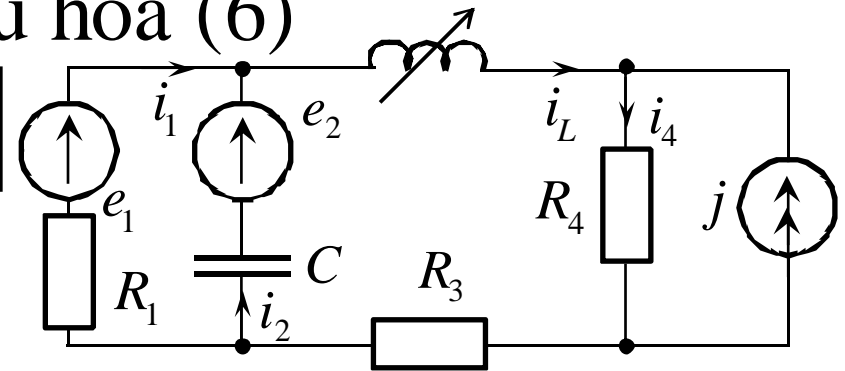
$$\varepsilon = 100 |E_{td} - 59,56| / 59,56$$

$k$	$I_L$ (A)	$\dot{U}_L$ (V)	$\dot{E}_{td}$ (V)	$\varepsilon$ (%)
1	1	$j71$	$116,5 / 33,4^\circ$	96
2	0,5	$j48$	$65,95 / 42,5^\circ$	11
3	0,4	$j41$	$54,51 / 44,5^\circ$	8,4
2	0,45	$j45$	$60,58 / 43,7^\circ$	1,7

$$I_L = \frac{0,45}{\sqrt{2}} = 0,32 \text{ A}$$

$$\varphi_{Etd} - \varphi_{IL} = 43,7^\circ = 25,6^\circ - \varphi_{IL} \rightarrow \varphi_{IL} = -18,1^\circ$$

$$\rightarrow i_L(t) = 0,45 \sin(50t - 18,1^\circ) \text{ A}$$





## VD4

## Tuyến tính điều hòa (7)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $L = 4H$ ;  $e_1 = 50\sin 50t$  (V);  
 $e_2 = 100\sin(50t + 30^\circ)$  (V);  $j = 2\sin 50t$  (A). Tìm  $I_C$ ?

$I$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	3	6	10	16	50	80

$$\dot{E}_{34} = R_4 \dot{J} = 80 \text{ V}$$

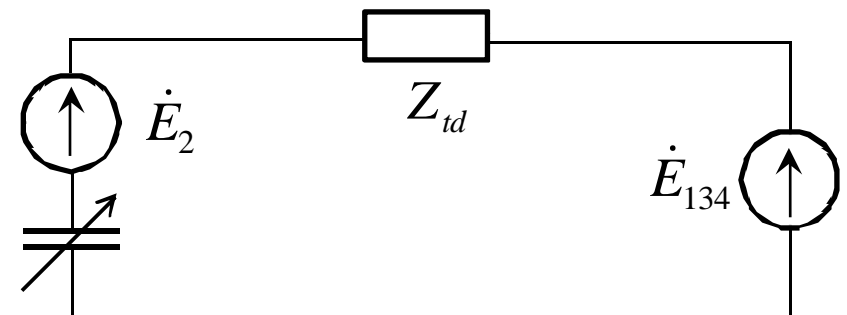
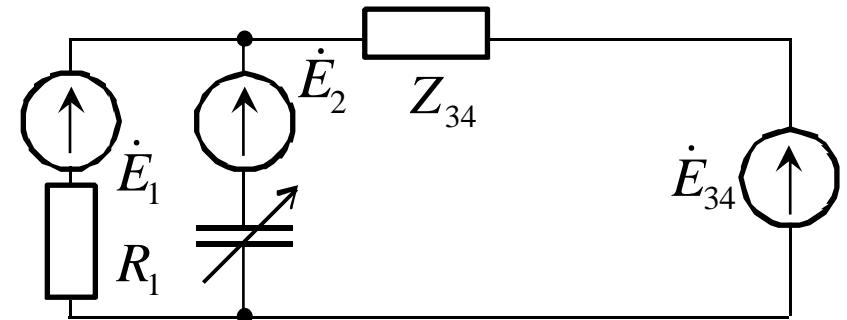
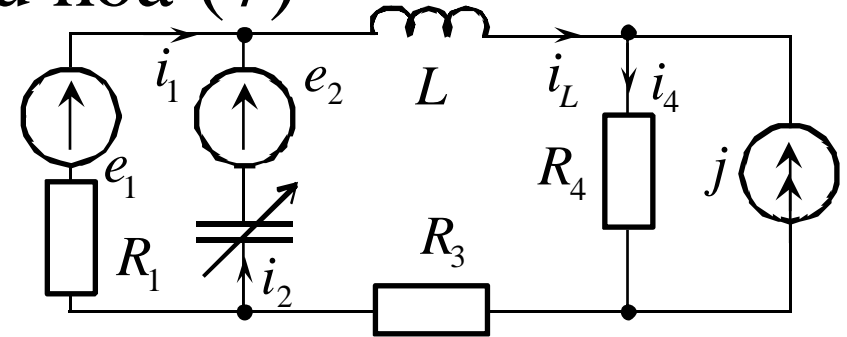
$$Z_{34} = R_3 + R_4 + j\omega L = 80 + j200 \Omega$$

$$Z_{td} = \frac{R_1 Z_{34}}{R_1 + Z_{34}} = 57,87 + j10,15 \Omega$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{134} &= \frac{\dot{E}_1 / R_1 + \dot{E}_{34} / Z_{34}}{1/R_1 + 1/Z_{34}} \\ &= \frac{50/R_1 + 100\angle 30^\circ / Z_{34}}{1/R_1 + 1/Z_{34}} = 71,32 - j1,52 \text{ V} \end{aligned}$$

$$Z_{td} \dot{I} + \dot{U}_C = \dot{E}_2 - \dot{E}_{134} = \dot{E}_{td} = 53,74\angle 73,5^\circ$$

$$\dot{I}_2 = I \rightarrow \dot{U}_C = -jU_C \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_C + Z_{td} \dot{I}_2$$



## VD4

## Tuyến tính điều hòa (8)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_3 = R_4 = 40\Omega$ ;  $L = 4H$ ;  $e_1 = 50\sin 50t$  (V);  
 $e_2 = 100\sin(50t + 30^\circ)$  (V);  $j = 2\sin 50t$  (A). Tìm  $I_C$ ?

$I$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	3	6	10	16	50	80

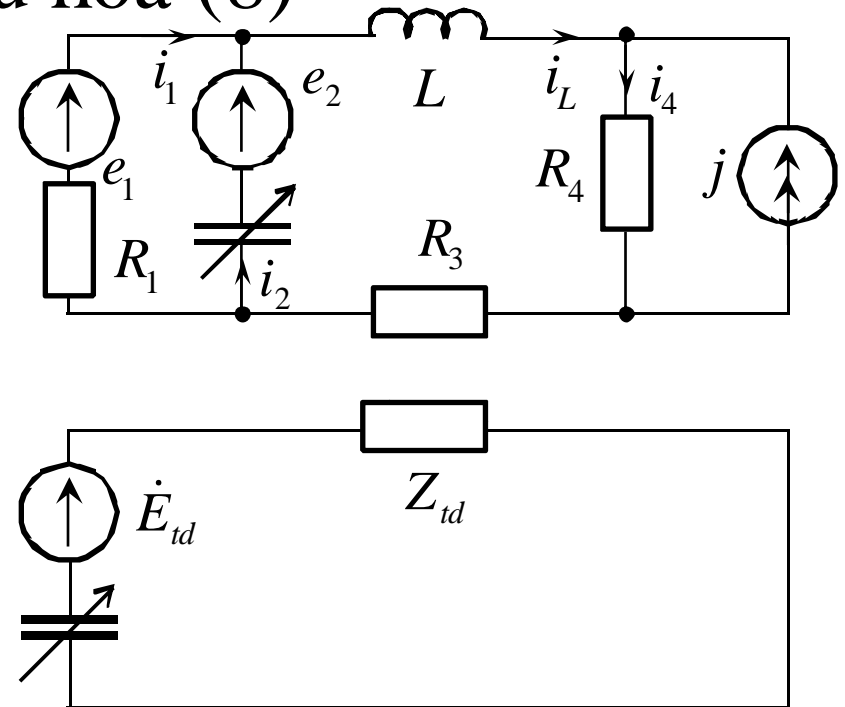
$$Z_{td} = 57,87 + j10,15\Omega; \quad \dot{E}_{td} = 53,74 / 73,5^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I} = I \rightarrow \dot{U}_C = -jU_C \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_C + Z_{td}\dot{I}_2$$

$$\varepsilon = 100 |E_{td} - 53,74| / 53,74$$

$k$	1	2	
$\dot{I}_2$ (A)	1	0,5	
$\dot{U}_C$ (V)	$-j6$	$-j3$	
$\dot{E}_{td}$ (V)	$58,02 / 4,1^\circ$	$29,00 / 4,1^\circ$	
$\varepsilon$ (%)	8,0	46	

$$I_C = \frac{1 - 0,5}{58,02 - 29,00} 53,74 + \frac{58,02 \cdot 0,5 - 29,00 \cdot 1}{58,02 - 29,00} = \boxed{0,66 \text{ A}}$$



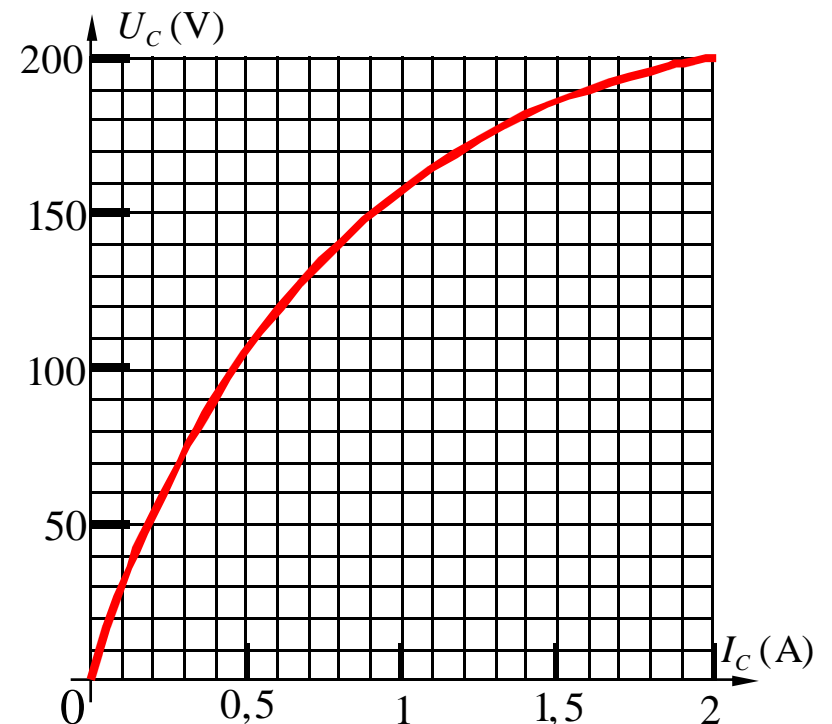
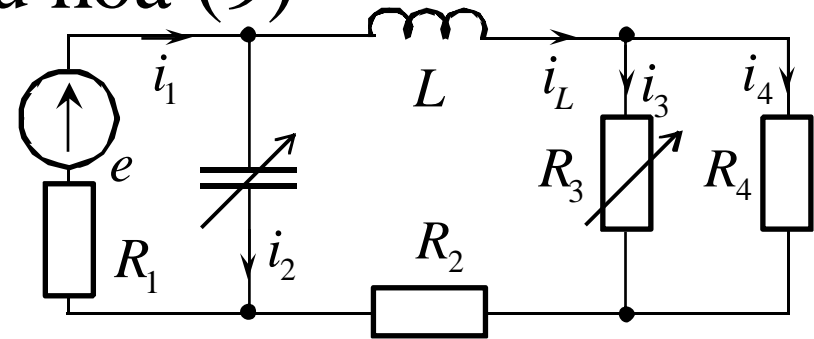
## VD5

## Tuyến tính điều hòa (9)

$R_1 = 20\Omega$ ;  $R_2 = R_4 = 40\Omega$ ;  $L = 0,4\text{H}$ ;  $e = 250\sin 20t$  (V).  
Tìm  $I_3$ ?

$I_3$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U_3$ (V)	0	10	20	35	60	90	120

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_L = 0 \\ \dot{I}_L - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0 \\ R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_C = \dot{E} \\ (R_2 + j\omega L) \dot{I}_L + \dot{U}_3 - \dot{U}_C = 0 \\ \dot{U}_3 = R_4 \dot{I}_4 \end{cases}$$



## VD5

## Tuyến tính điều hòa (10)

$R_1 = 20\Omega; R_2 = R_4 = 40\Omega; L = 0,4H; e = 250\sin 20t$  (V).  
Tìm  $I_3$ ?

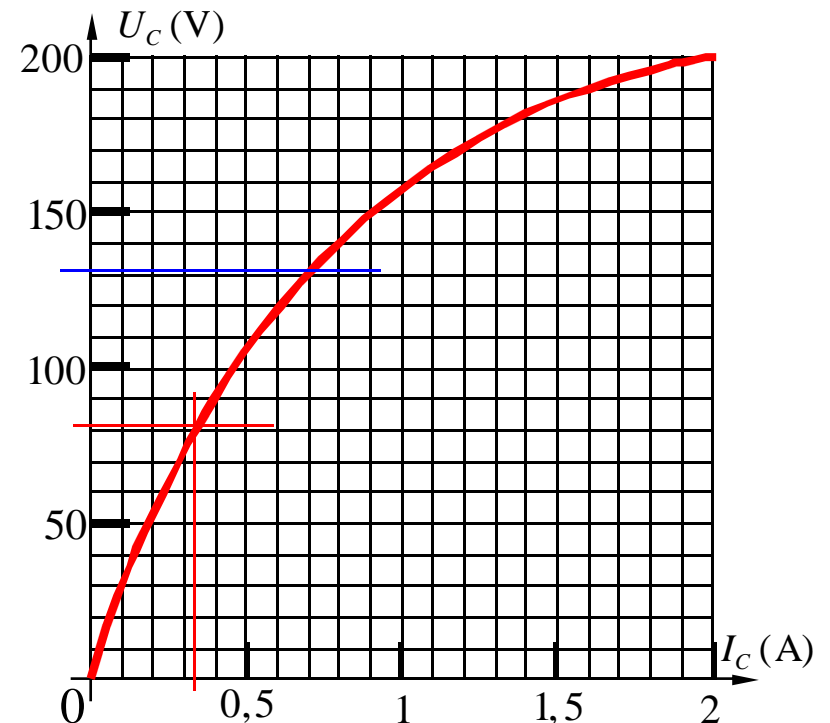
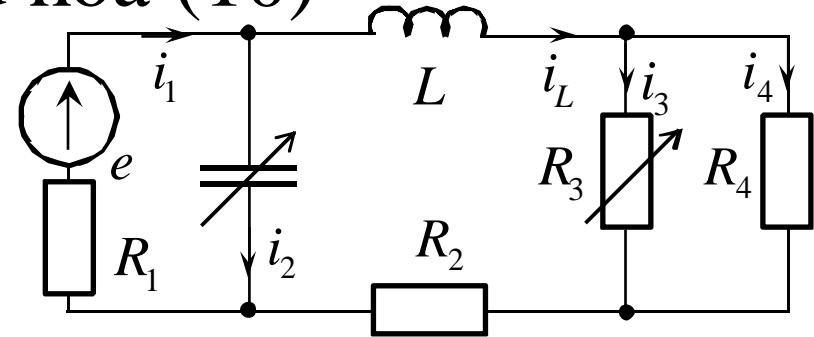
$I_3$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U_3$ (V)	0	10	20	35	60	90	120

$$I_3 \rightarrow \dot{U}_3 \rightarrow \dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_3}{R_4} \rightarrow \dot{I}_L = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 \rightarrow \dot{U}_C = (R_2 + j\omega L)\dot{I}_L + \dot{U}_3$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 \rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L \rightarrow \dot{E} = R_1\dot{I}_1 + \dot{U}_C; \varepsilon = |E - 250| / 250$$

$k$	1	2	3
$\dot{I}_3$ (A)	1	1,5	2
$\dot{U}_3$ (V)	20	35	60
$\dot{U}_C$ (V)	$81/8,5^\circ$	$131/8,3^\circ$	$202/8,0^\circ$
$\dot{I}_2$ (A)	$0,34/98,5^\circ$	$0,70/98,3^\circ$	$2/98,0^\circ$
$\dot{E}$ (V)	$110,6/10,3^\circ$	$178,5/10,6^\circ$	$272,9/14,3^\circ$
$\varepsilon$ (%)		29	9,2

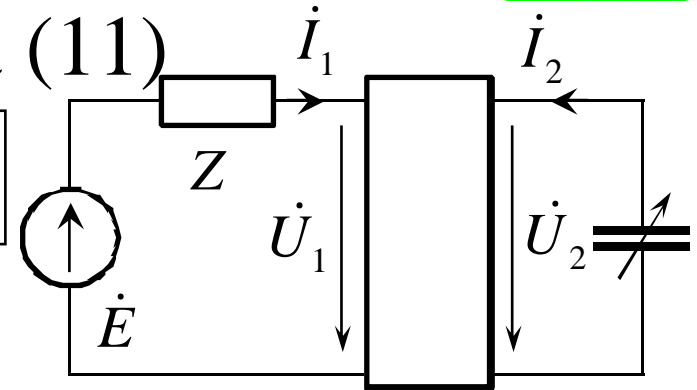
$$I_3 = \frac{\frac{1,5 - 2}{178,5 - 272,9} 250 + \frac{178,5 \cdot 2 - 272,9 \cdot 1,5}{178,5 - 272,9}}{\sqrt{2}} = 1,33 \text{ A}$$



## VD6

## Tuyến tính điều hòa (11)

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$



Đặt  $q(t) = Q\sqrt{2} \sin(314t + \theta)$

$$\rightarrow i_c = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$= 314Q\sqrt{2} \cos(314t + \theta)$$

$Q \text{ (mC)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	50	80

Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$$\rightarrow I_c = 314Q$$

$$\begin{cases} (10 + j20)\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 220 \\ \dot{U}_2 = -\dot{U}_c \\ \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + j20\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_c \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & U_c \rightarrow Q, \dot{U}_c = U_c / 0^\circ; \dot{I}_c = 314Q / 90^\circ = j314Q \\ & \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_c - 50\dot{I}_c}{j20} \\ & \rightarrow \dot{E} = (10 + j20)\dot{I}_1 + (30\dot{I}_1 + j20\dot{I}_2) \\ & \quad = (40 + j20)\dot{I}_1 + j20\dot{I}_c \\ & \rightarrow |\dot{E}| = 220? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N \bar{u}_k j314Q = 0, \sum_{k=1}^M i_k = 0 \\ & u_R = Ri; \quad u_R = u_R(i) \\ & u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt} \\ & i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt} \end{aligned}$$

## VD6

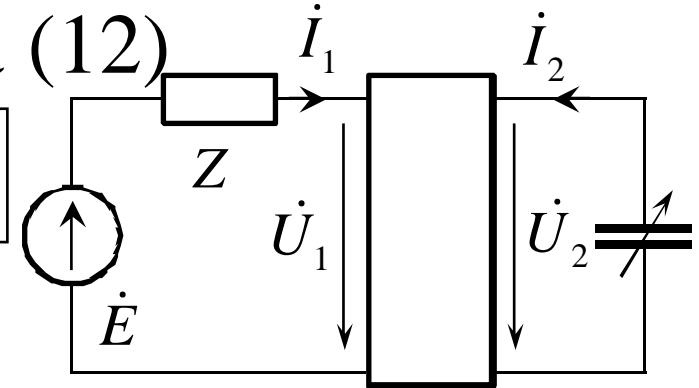
## Tuyến tính điều hòa (12)

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20\Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$

$$U \rightarrow Q, \dot{U}_C = U_C / 0^\circ; \dot{I}_C = j314Q \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_C - 50\dot{I}_C}{j20}$$

$$\rightarrow \dot{E} = (40 + j20)\dot{I}_1 + j20\dot{I}_C$$

$$\rightarrow |\dot{E}| = 220?$$



$Q \text{ (mC)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	50	80

Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$k$	$U_C^{(k)} \text{ (V)}$	$Q^{(k)} \text{ (mC)}$	$\dot{I}_C^{(k)} \text{ (A)}$	$\dot{I}_1^{(k)} \text{ (A)}$	$\dot{E}^{(k)} \text{ (V)}$	$ \dot{E}^{(k)}  \text{ (V)}$	$\frac{ E_m^{(k)} - 220 }{220} \text{ (%)}$
1	<input type="checkbox"/>	0,5	$j0,16$	$-0,39 + j0,15$	$-21,84 - j1,85$	21,92	
2	16	2	$j0,63$	$-1,57 + j0,80$	$-91,36 - j0,60$	91,36	
3	50	2,5	$j0,79$	$-1,96 + j2,50$	$-144,2 + j60,75$	156,5	28,9
4	80	3	$j0,94$	$-2,36 + j4,00$	$-193,0 + j112,9$	223,6	1,7

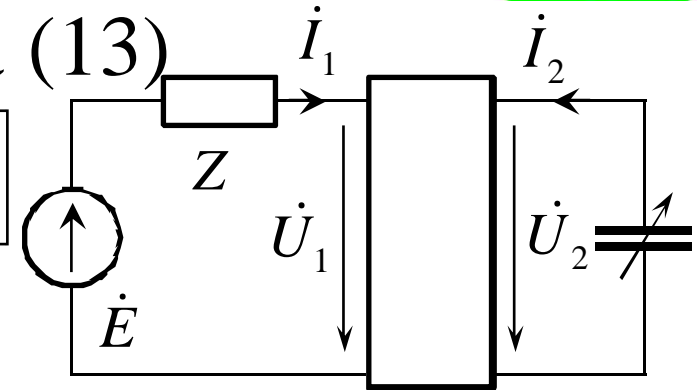
$$\rightarrow I_2 = 0,94 \text{ A}$$

(Cách 1)

## VD6

## Tuyến tính điều hòa (13)

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$

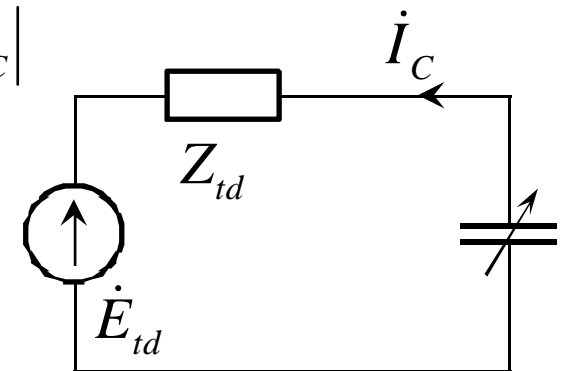


$$Z_{td} \dot{I}_C + \dot{U}_C = -\dot{E}_{td}$$

$Q \text{ (mC)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	50	80

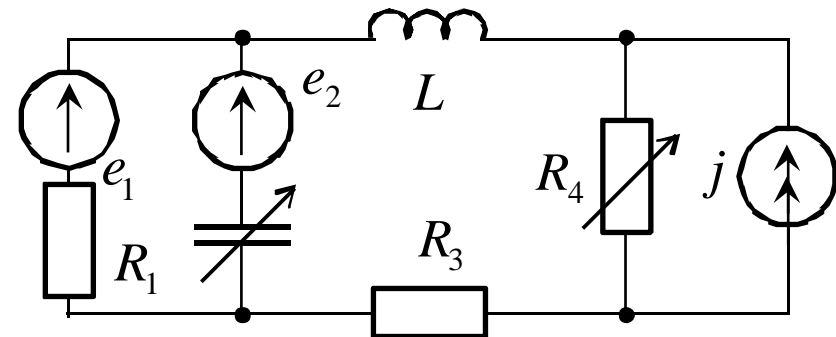
Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$$U \rightarrow Q, \dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ; \dot{I}_C = j314Q \rightarrow E_{td} = | -Z_{td} \dot{I}_C - \dot{U}_C |$$



**VD7**

## Tuyến tính điều hòa (14)





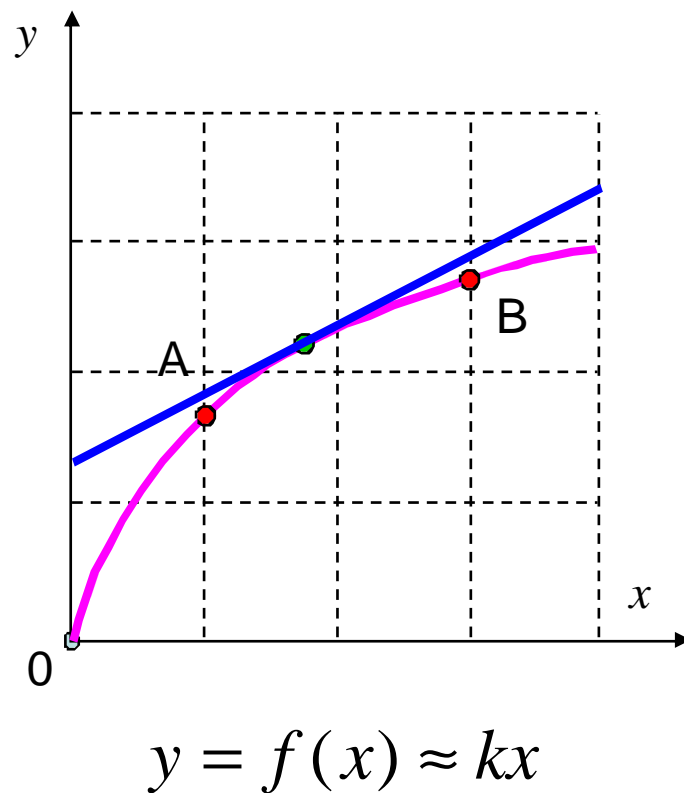
## Tuyến tính điều hoà (15)

- Tương đối dễ
  - Chỉ tìm được điều hoà bậc 1
  - Cân bằng điều hoà:  $x(t) = M \sin \omega t$
  - Tuyến tính điều hoà:  $x(t) = N \sin \omega t$
  - Khác nhau?
- $M$  là hằng số
- $N = N(z)$

# Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
  - b) Mạch xoay chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp cân bằng điều hoà
    - iii. Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - iv. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc**
    - v. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn
    - vi. Phương pháp đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

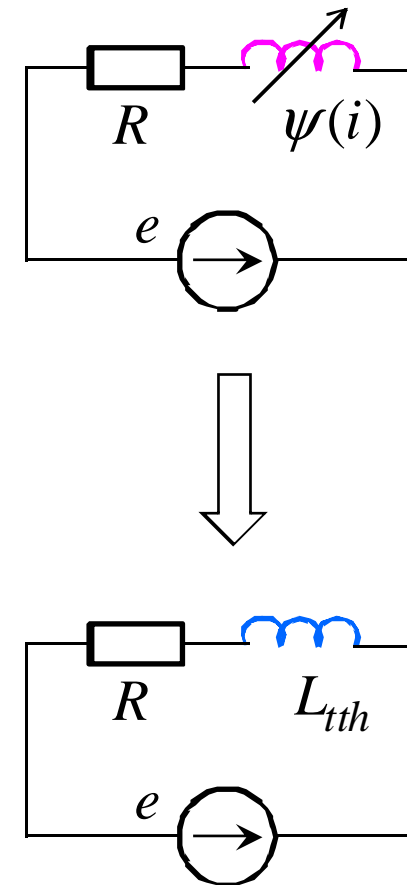
# Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (1)



$$u_R = u(i) \approx R_{tth} i$$

$$\psi = \psi(i) \approx L_{tth} i$$

$$q = q(u) \approx C_{tth} u$$



## VD1 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (2)

$e = 150 \sin 250t$  V;  $R = 200 \Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

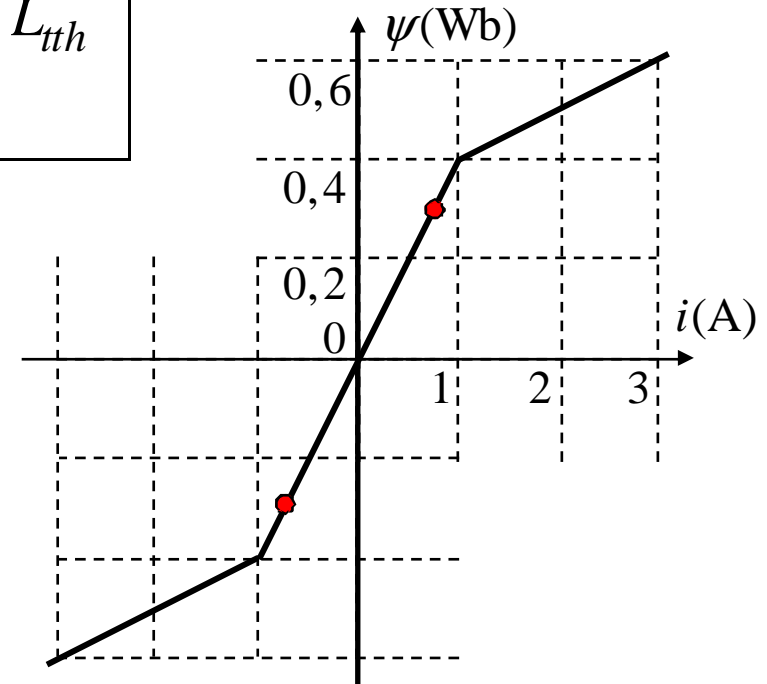
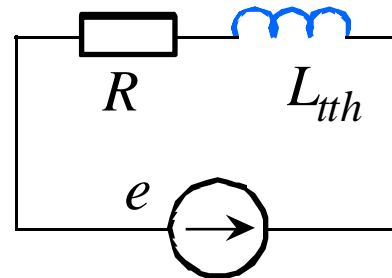
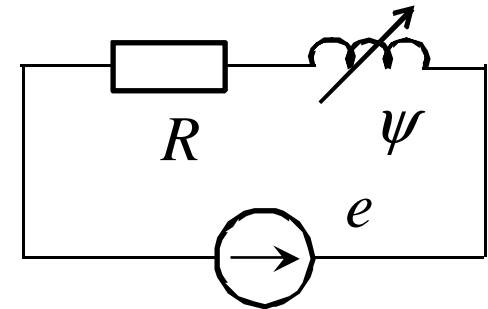
$$i_{\max} = \frac{150}{200} = 0,75 \text{ A}; \quad i_{\min} = \frac{-150}{200} = -0,75 \text{ A}$$

$$\psi = \psi(i) \approx L_{tth} i$$

$$L_{tth} = \frac{\psi}{i} = \frac{0,4}{1} = 0,4 \text{ H}$$

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{E}}{R + j\omega L_{tth}} = \frac{150/\sqrt{2}}{200 + j250 \cdot 0,4} \\ &= 0,42 - j0,21 = 0,47 \angle -26,6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\rightarrow i = 0,47\sqrt{2} \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A}$$



## VD2 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (3)

$e = 100 + 5 \sin 50t$  V;  $L = 0,5$  H; Tính dòng điện trong mạch.

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

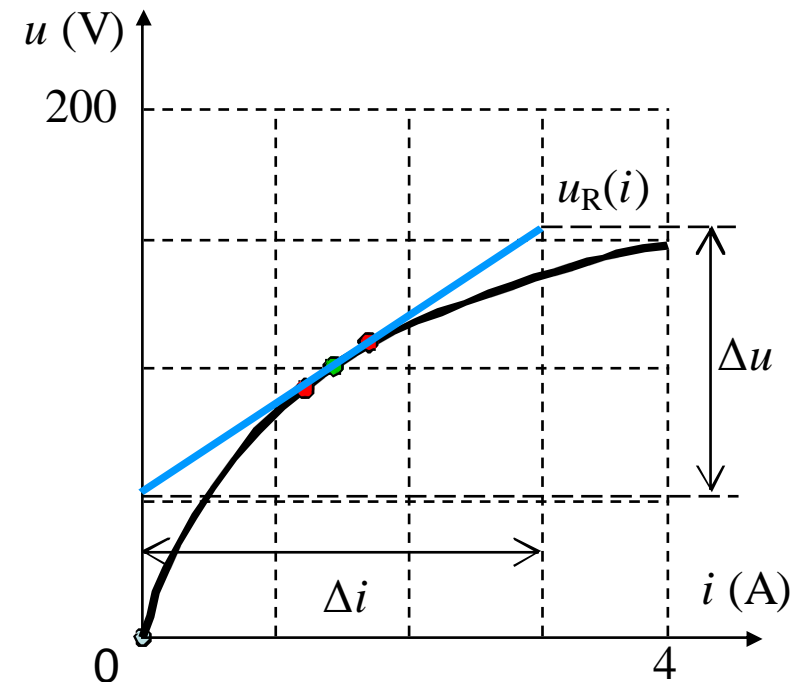
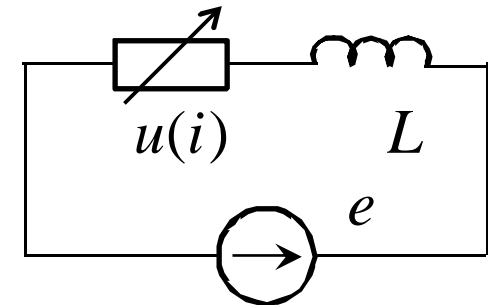
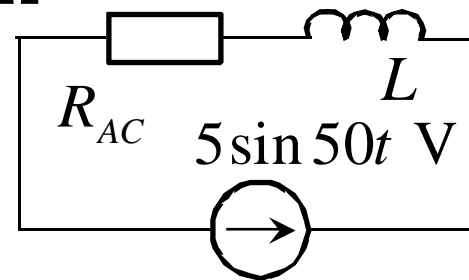
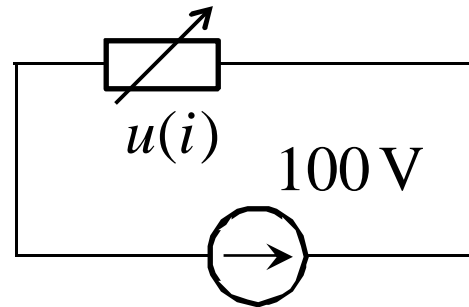
$$u_R = u(i) \approx R_{tth} i$$

$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

$$\dot{I}_{AC} = \frac{\dot{E}_{AC}}{R_{AC} + j50L}$$

$$= \frac{5/\sqrt{2}}{35 + j50 \cdot 0,5} = 0,067 - j0,048$$

$$= 0,082 / -35,5^\circ \text{ A}$$



## VD2 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (4)

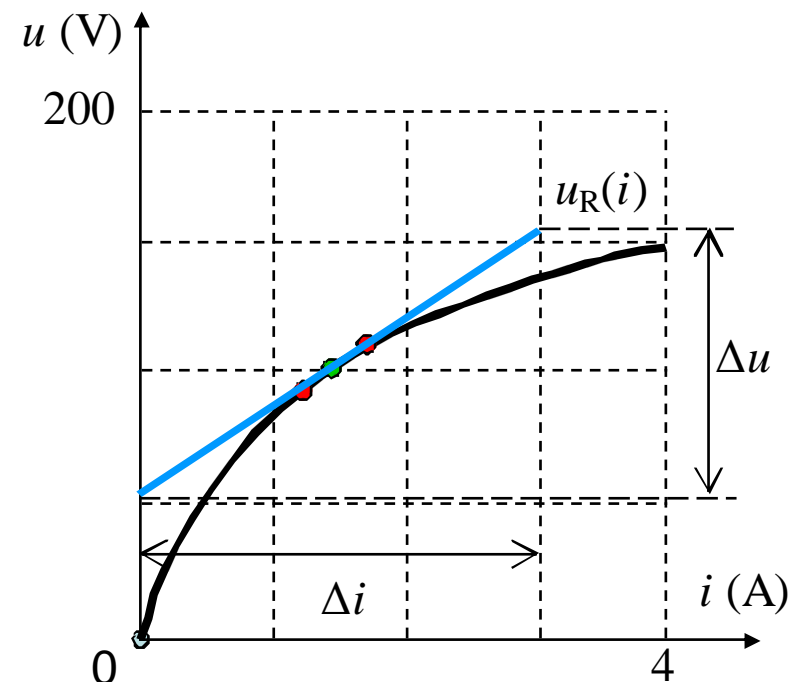
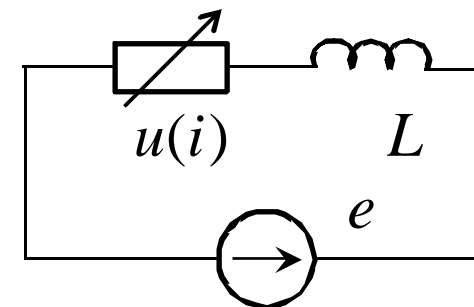
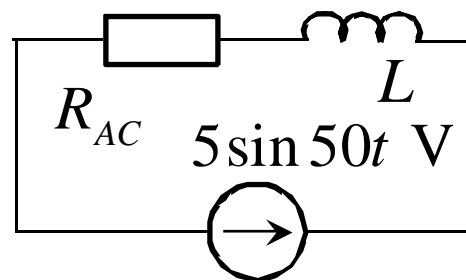
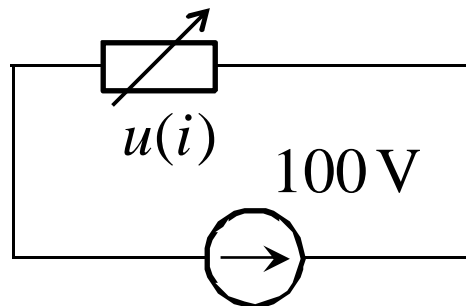
$e = 100 + 5 \sin 50t$  V;  $L = 0,5$  H; Tính dòng điện trong mạch.

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{AC} = 0,082 / -35,5^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow i = I_{DC} + i_{AC}$$

$$= 1,4 + 0,082\sqrt{2} \sin(50t - 35,5^\circ) \text{ A}$$

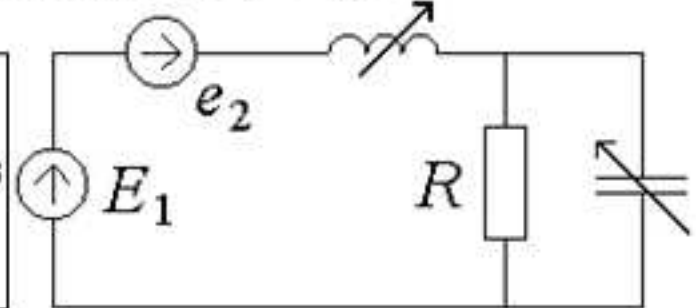


### VD3 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (5)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

$$\psi = \psi(i) \approx L_{tth}i$$

$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left( 0,96 \cdot 0,002e^{0,0020i} + 1,05 \cdot 0,26e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 0,13 \text{ H}$$

$$q = q(u) \approx C_{tth}u$$

 The image part with relationship ID rId11 was not found in the file.

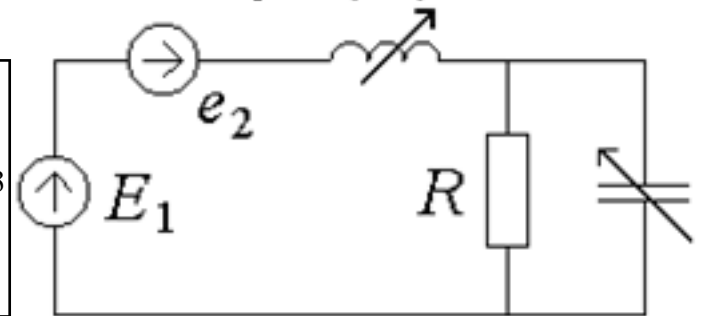


## VD3 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (6)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.

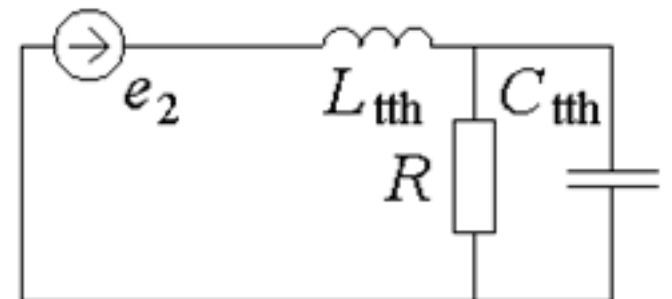


$$I_{LDC} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = 60 \text{ V}; L_{tth} = 0,13 \text{ H}; C_{tth} = 46 \mu\text{F}$$

$$\dot{I}_{LAC} = \frac{\dot{E}_2}{R + \frac{1}{j\omega C_{tth}}} = 0,025 \angle -62,6^\circ \text{ A}; \dot{U}_{CAC} = \frac{R \frac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \frac{1}{j\omega C_{tth}}} \dot{I}_{LAC} = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t) = 3 + 0,025\sqrt{2} \sin(314t - 62,6^\circ) \text{ A}$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t) = 60 + \sqrt{2} \sin 314t \text{ V}$$

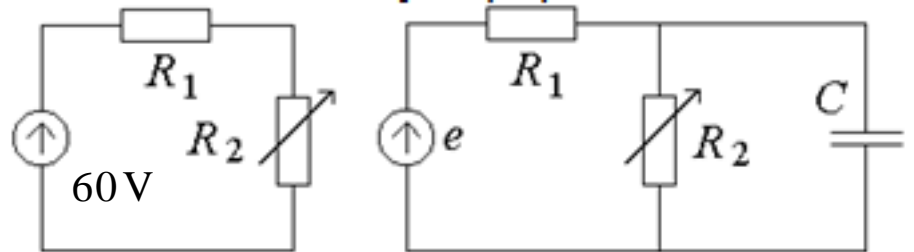




## Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (7)

### VD4

$e = 60 + \sin 100t$  V;  $R_1 = 20 \Omega$ ;  $C = 0,8$  mF.  
Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến.



$$20i + u_2(i) = 60$$

$I$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$i \rightarrow 20i, u_2(i) \rightarrow 20i + u_2(i) = 60?$$

$k$	$i^{(k)}$ (A)	$20i^{(k)}$ (V)	$u_2^{(k)}$ (V)	$e^{(k)} = 20i^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	$ e^{(k)} - 60  / 60$ (%)
1	0,5	10	3	13	78
2	2	40	16	56	6,67
3	2,5	50	30	80	33,33

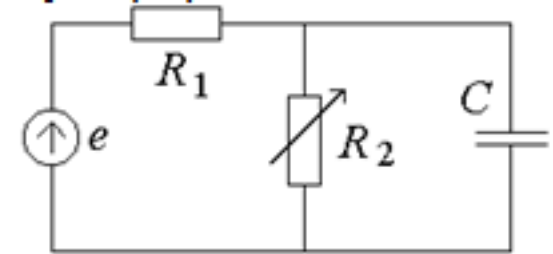
$$i = \frac{2 - 2,5}{56 - 80} e + \frac{56 \cdot 2,5 - 80 \cdot 2}{56 - 80} = 0,021e + 0,83$$

$$\rightarrow i_{DC} = 0,021 \cdot 60 + 0,83 = 2,08 \text{ A}$$

## Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (8)

### VD4

$e = 60 + \sin 100t$  V;  $R_1 = 20 \Omega$ ;  $C = 0,8$  mF.  
Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến.



$$i_{DC} = 2,08 \text{ A}$$

$$R_{2th} = \frac{30 - 16}{2,5 - 2} = 28 \Omega$$

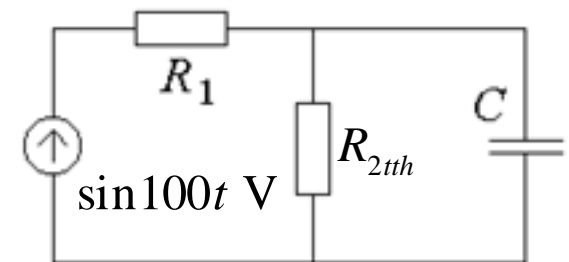
$I$ (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2AC} &= Z_{R2C} \frac{\dot{E}_{AC}}{R_1 + Z_{R2C}} = \frac{28 \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}}{28 + \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{1/\sqrt{2}}{20 + \frac{28 \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}}{28 + \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}}} \\ &= 0,22 - j0,21 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{AC} = \frac{\dot{U}_{2AC}}{R_{2th}} = \frac{0,22 - j0,21}{28} = 0,011 \angle -42,7^\circ \text{ A}$$

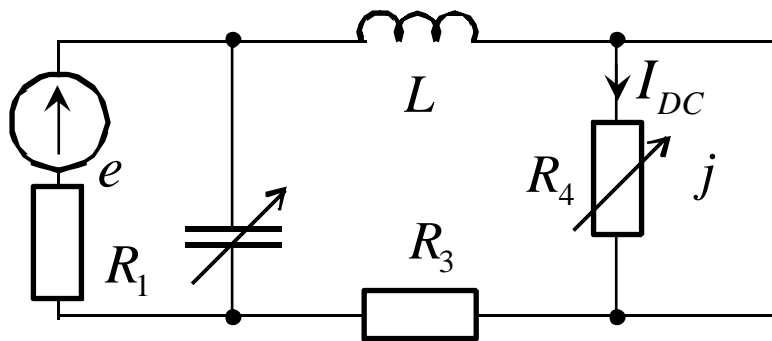
$$\rightarrow i_2 = i_{DC} + i_{AC} = 2,08 + 0,011\sqrt{2} \sin(100t - 42,7^\circ) \text{ A}$$



## VD5 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (9)

$R_1 = 60\Omega$ ;  $R_3 = 40\Omega$ ;  $L = 0,4\text{H}$ ;  $e = 200\text{ V}$  (một chiều);  $j = 0,2\sin 2000t$  (A). Tìm  $i_L(t)$ ?

$Q$ (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	20	40	70	120	180	250



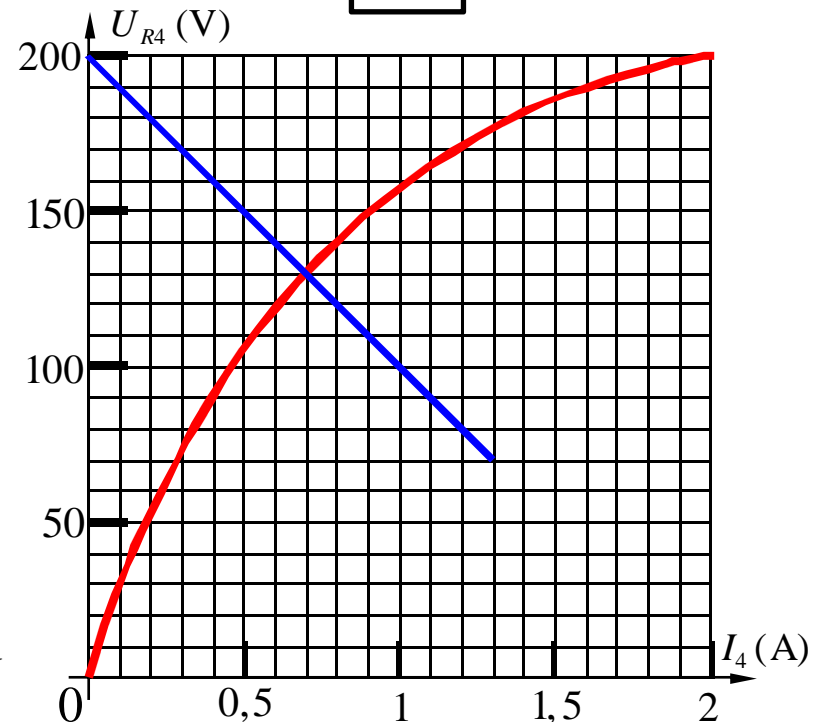
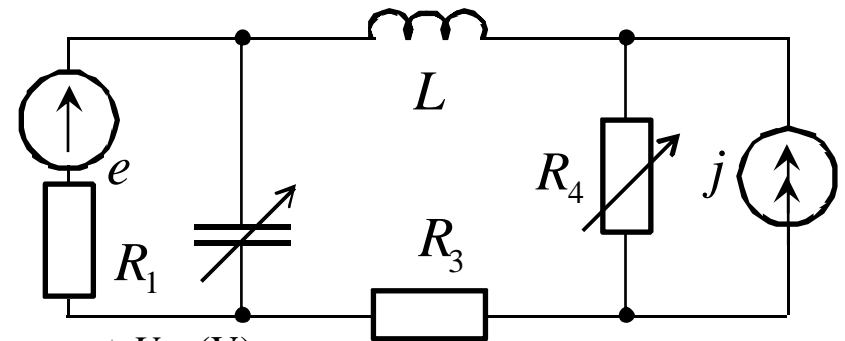
$$(R_1 + R_3)I_{DC} + U_{R4} = e_1$$

$$\rightarrow (60 + 40)I_{DC} + U_{R4} = 200$$

$$\rightarrow U_{R4} = 200 - 100I_{DC}$$

$$\rightarrow I_{DC} = 0,7\text{ A}$$

$$R_1 I_{DC} + U_{CDC} = e \rightarrow U_{CDC} = 200 - 60 \cdot 0,7 = 158\text{ V}$$



## VD5 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (10)

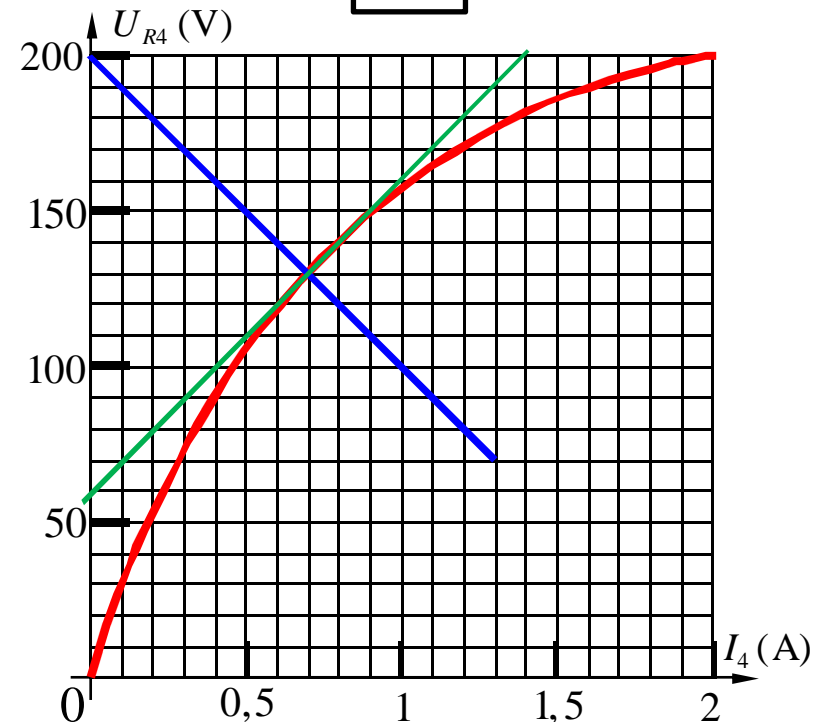
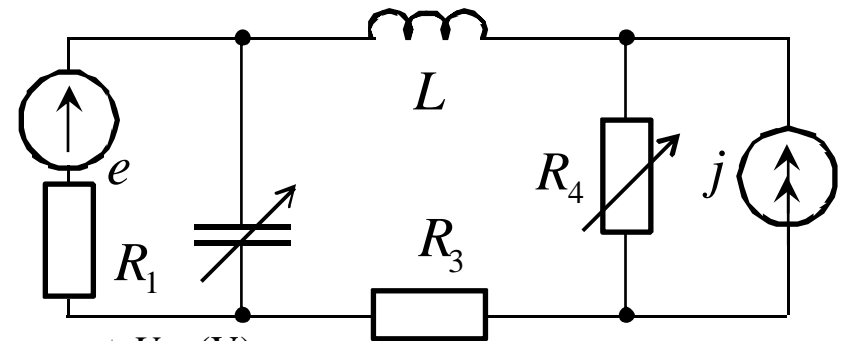
$R_1 = 60\Omega$ ;  $R_3 = 40\Omega$ ;  $L = 0,4\text{H}$ ;  $e = 200\text{ V}$  (một chiều);  $j = 0,2\sin 2000t$  (A). Tìm  $i_L(t)$ ?

$Q$ (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	20	40	70	120	180	250

$$I_{DC} = 0,7\text{ A}; U_{CDC} = 158\text{ V}$$

$$R_{th} = \frac{140}{1,4} = 100\ \Omega$$

$$C_{th} = \frac{\Delta Q}{\Delta U} = \frac{(2,5 - 2)10^{-3}}{180 - 120} = 8,33\ \mu\text{F}$$



## VD5 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (11)

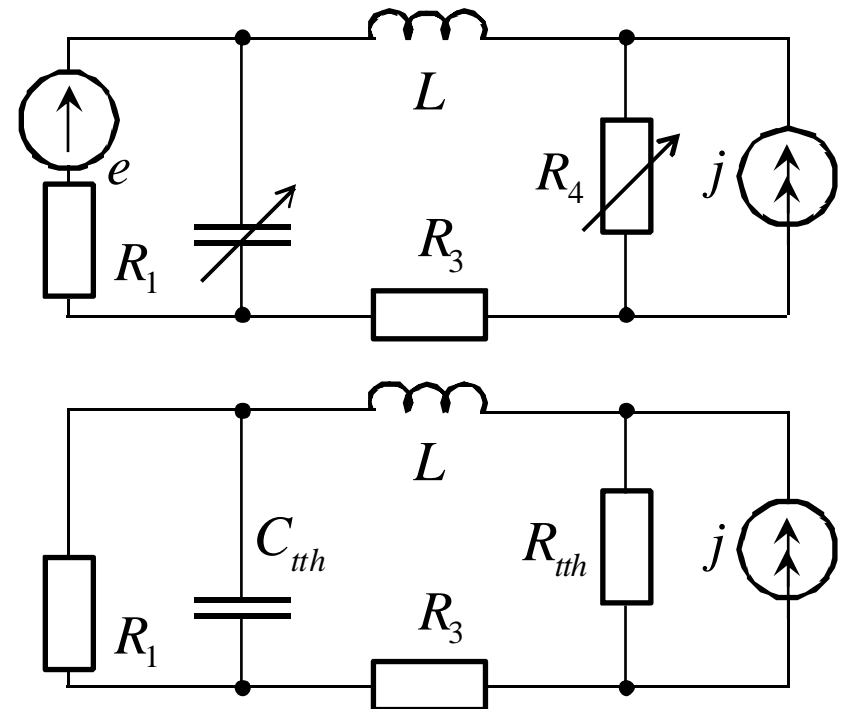
$R_1 = 60\Omega$ ;  $R_3 = 40\Omega$ ;  $L = 0,4\text{H}$ ;  $e = 200\text{ V}$  (một chiều);  $j = 0,2\sin 2000t$  (A). Tìm  $i_L(t)$ ?

$Q$ (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U$ (V)	0	20	40	70	120	180	250

$$I_{DC} = 0,7\text{ A}; R_{tth} = 100\Omega; C_{tth} = 8,33\mu\text{F}$$

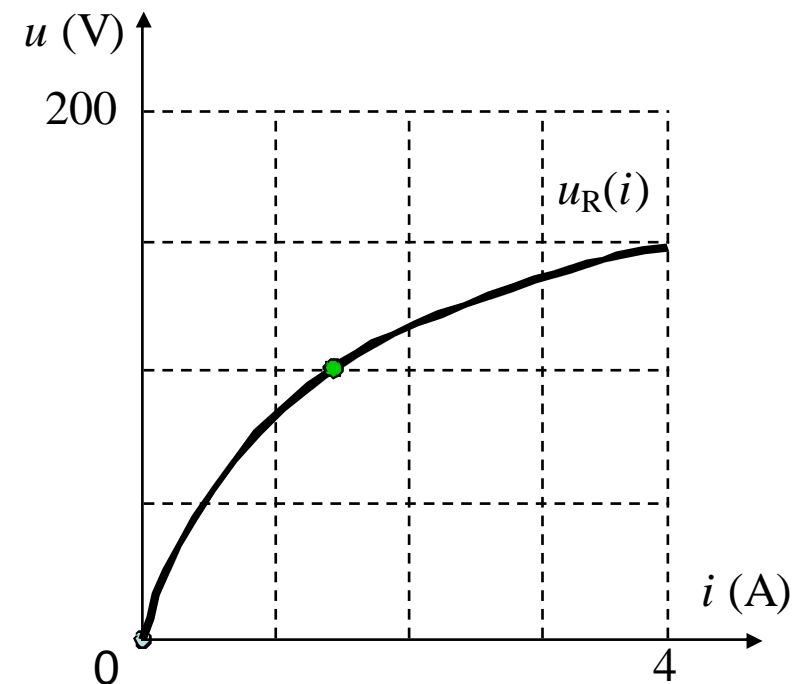
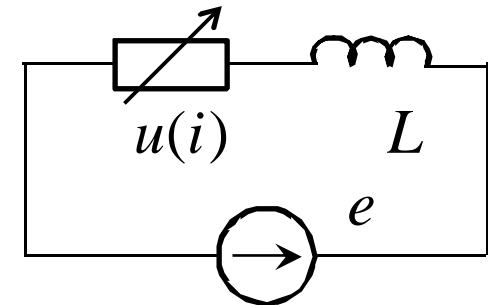
$$\begin{aligned} \dot{I}_{AC} &= \frac{R_{tth} \dot{J}}{R_3 + R_{tth} + j\omega L + \frac{R_1 \frac{1}{j\omega C_{tth}}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_{tth}}}} \\ &= 0,0179 / -77,6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$i_L(t) = 0,7 - 0,0254 \sin(2000t - 77,6^\circ) \text{ A}$$



## VD6 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (12)

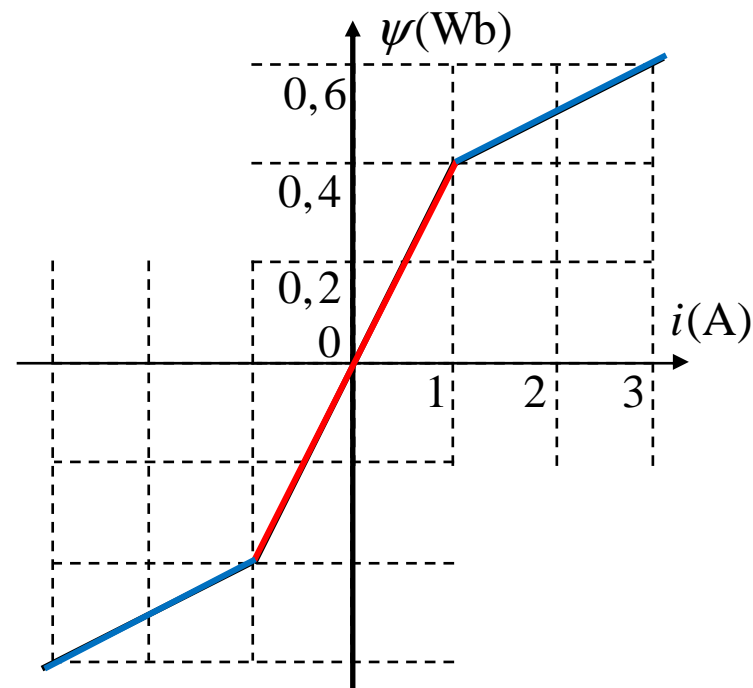
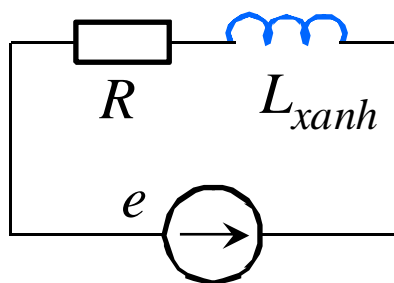
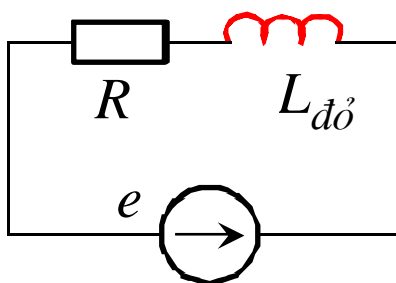
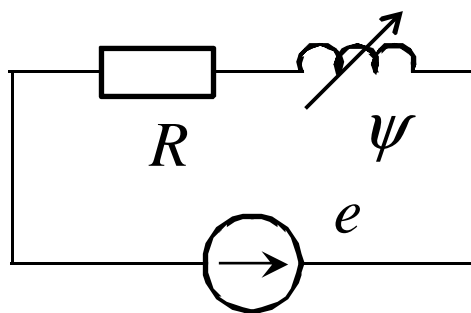
$e = 100 + 100\sin 50t$  V;  $L = 0,5$  H; Tính dòng điện trong mạch.



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
  - b) Mạch xoay chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp cân bằng điều hoà
    - iii. Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - iv. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
    - v. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn**
    - vi. Phương pháp đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Tuyến tính hóa từng đoạn (1)



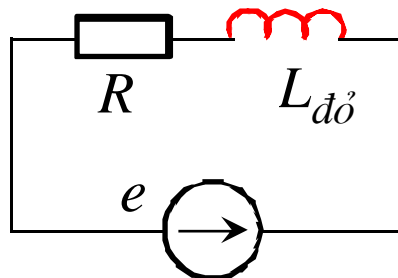


**VD**

## Tuyến tính hóa từng đoạn (2)

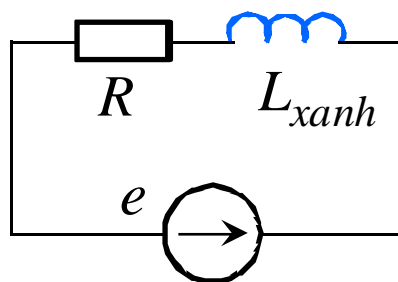
$e = 150 \sin 250t$  V;  $R = 50\Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

$$i_{\max} < \frac{150}{50} = 3 \text{ A}; i_{\min} > \frac{-150}{50} = -3 \text{ A}$$



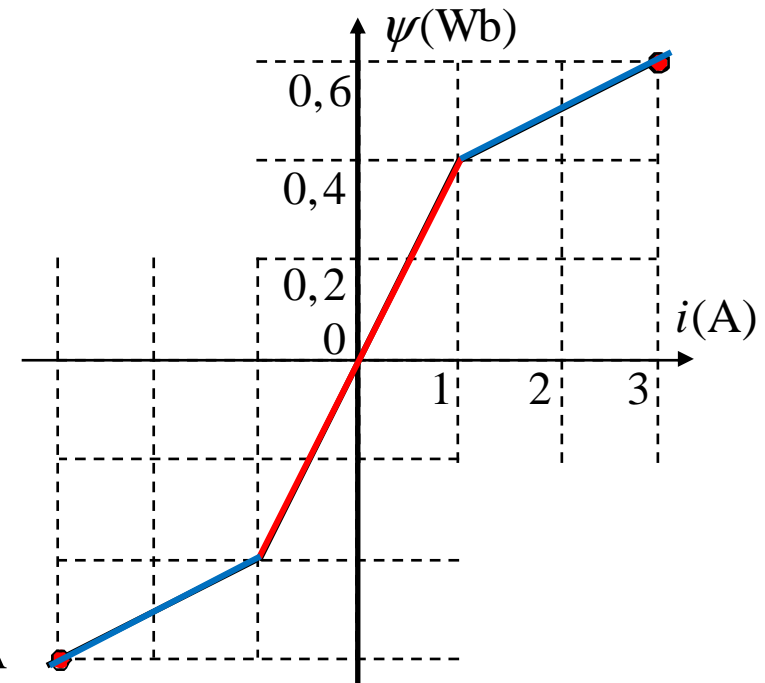
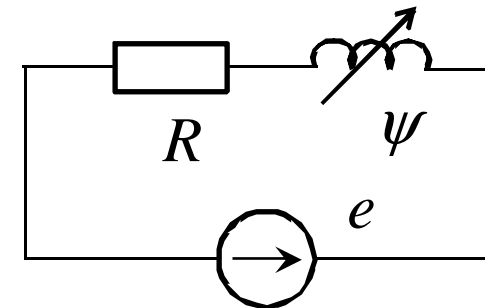
$$L_{\text{đỏ}} = \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{0,4}{1} = 0,4 \text{ H}$$

$$\dot{i}_{\text{đỏ}} = \frac{150}{50 + j250 \cdot 0,4} \rightarrow i_{\text{đỏ}} = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A}$$



$$L_{\text{xanh}} = \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ H}$$

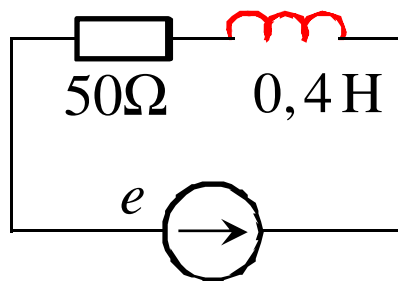
$$\dot{i}_{\text{xanh}} = \frac{150}{50 + j250 \cdot 0,1} \rightarrow i_{\text{xanh}} = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A}$$



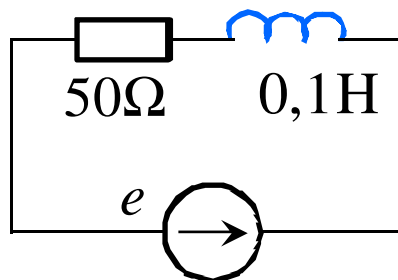
**VD**

## Tuyến tính hóa từng đoạn (3)

$e = 150 \sin 250t$  V;  $R = 50\Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

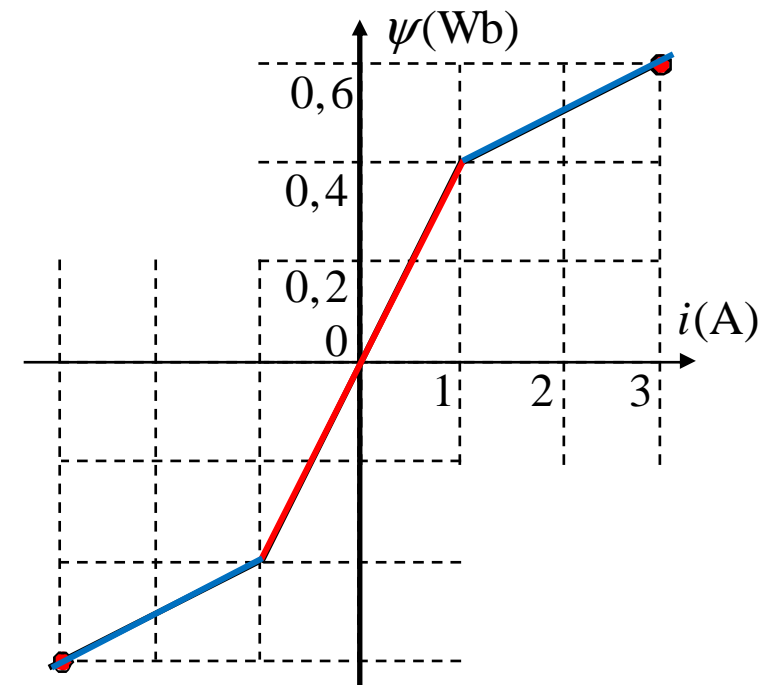
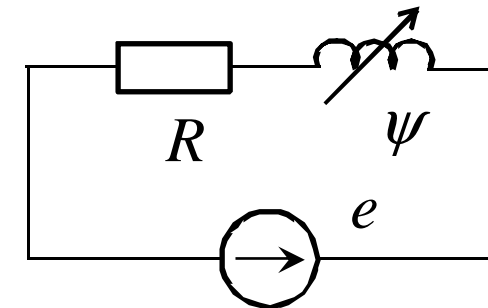


$$i_{đỏ} = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A}$$



$$i_{xanh} = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A}$$

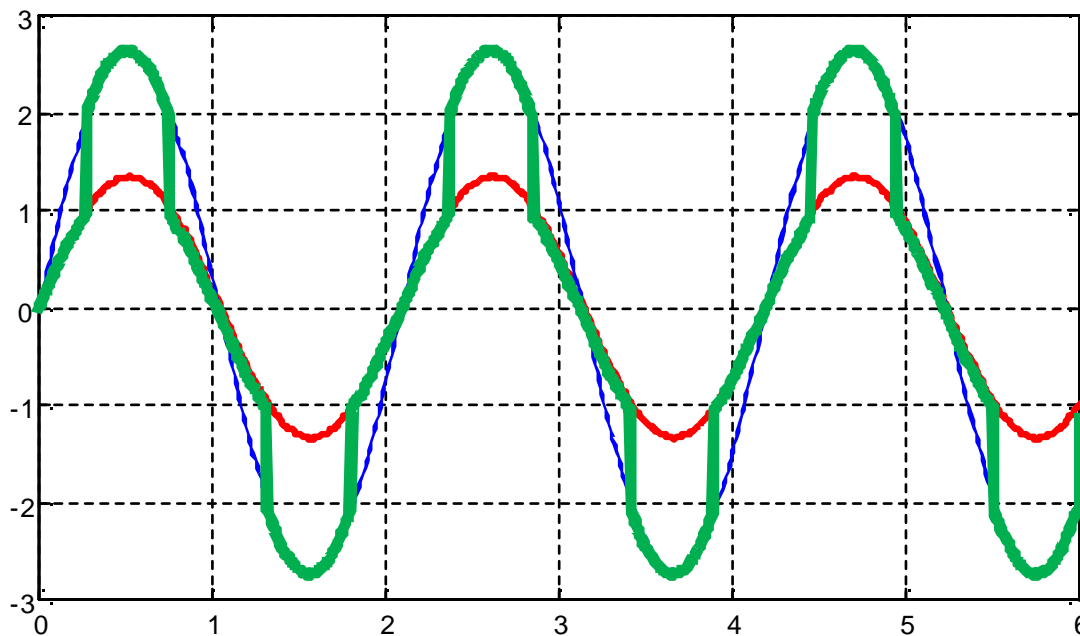
$$\rightarrow \begin{cases} |i| < 1: i = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A} \\ 1 < |i| < 3: i = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A} \end{cases}$$



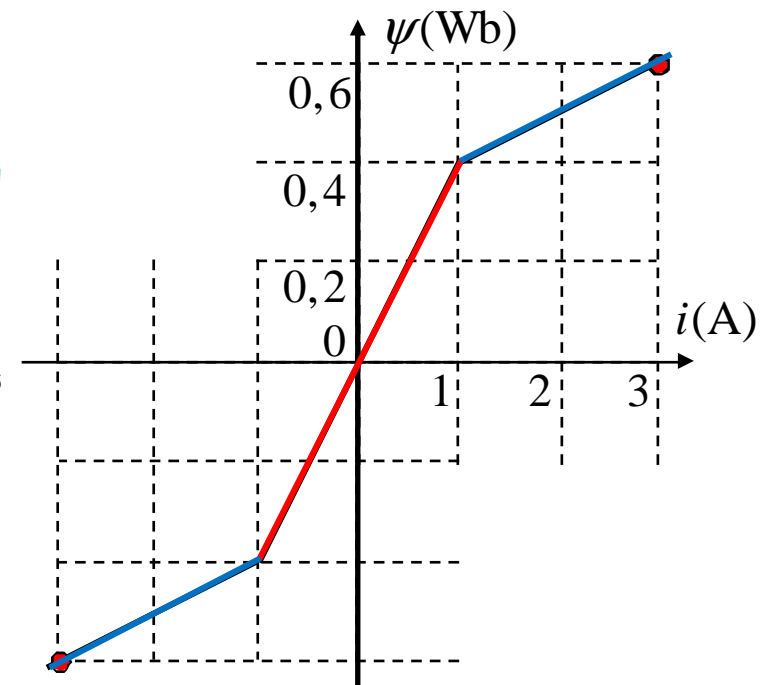
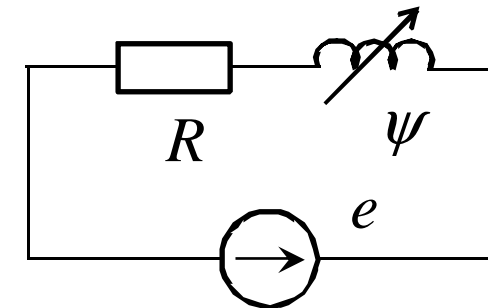
VD

## Tuyến tính hóa từng đoạn (4)

$e = 150 \sin 250t$  V;  $R = 50\Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.



$$\begin{cases} |i| < 1: i = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A} \\ 1 < |i| < 3: i = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A} \end{cases}$$

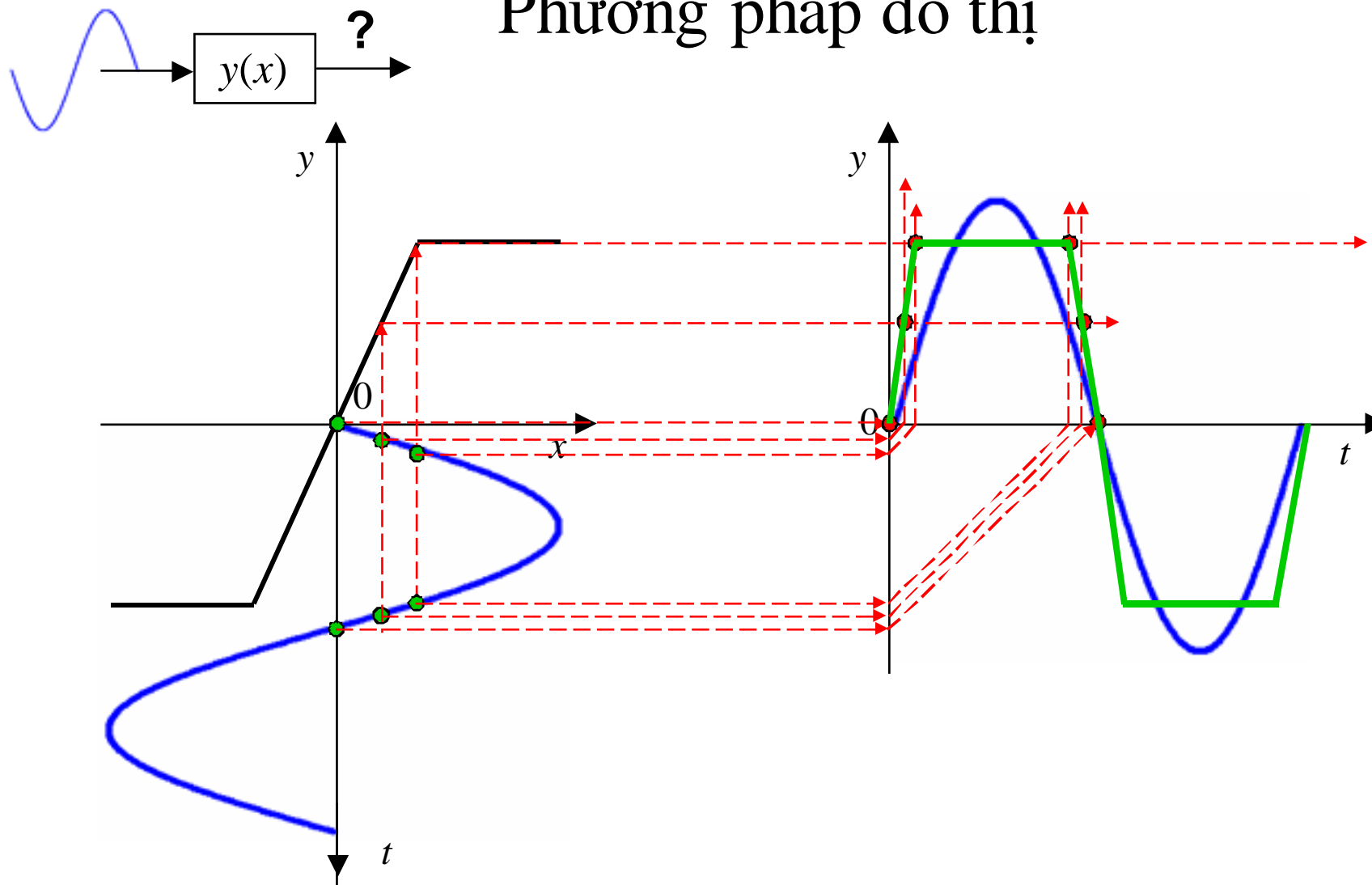


# Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
  - a) Mạch một chiều
  - b) Mạch xoay chiều
    - i. Khái niệm
    - ii. Phương pháp cân bằng điều hoà
    - iii. Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - iv. Phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
    - v. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn
    - vi. Phương pháp đồ thị**
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

VD

## Phương pháp đồ thị



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. **Chế độ quá độ**
  - a) **Khái niệm**
  - b) **Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ**
  - c) **Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - d) **Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - e) **Phương pháp tham số bé**
  - f) **Phương pháp sai phân**
  - g) **Không gian trạng thái**
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



## Khái niệm

- Quá trình quá độ trong mạch điện phi tuyến
- Phương pháp:
  - Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Tuyến tính hoá từng đoạn
  - Tham số bé
  - Sai phân

## Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (1)

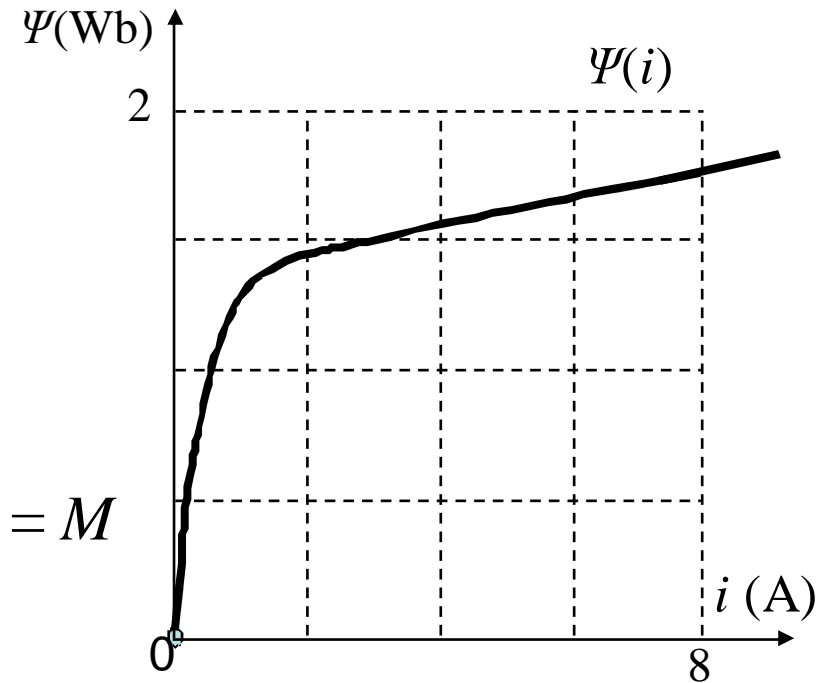
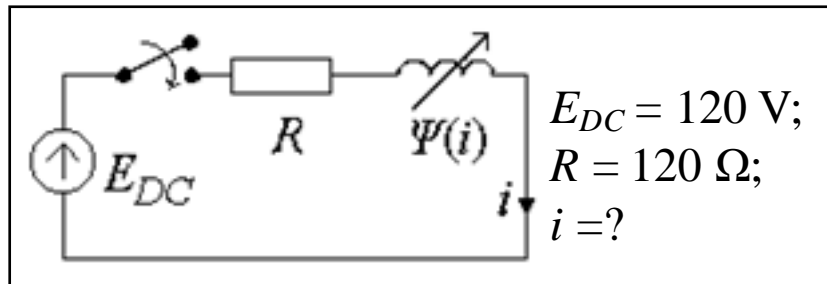
- Nhỏ: giá trị & ảnh hưởng nhỏ so với các số hạng khác trong phương trình
- Thường áp dụng: phương trình cấp 1 có 2 biến & 2 biến có quan hệ phi tuyến:

$$F_1(x) + F_2(y) = M; y = f(x)$$

- được thay bằng  $F_1(x) + F_2[kx] = M$   
nếu  $F_2$  nhỏ so với  $F_1$



## VD Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (2)



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

$$F_1(x) + F_2[y(x)] = M \rightarrow F_1(x) + F_2(kx) = M$$

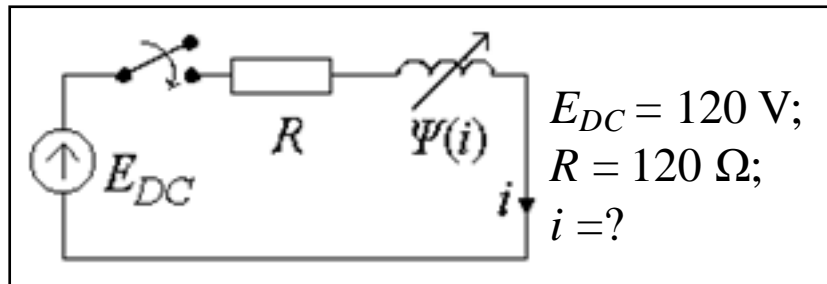
$$Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = E_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(ki)}{dt} = E_{DC}$$

?

So sánh  $Ri$  &  $\frac{d\Psi}{dt}$

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri(\psi) = E_{DC} \rightarrow \frac{d\Psi}{dt} + Rk\Psi = E_{DC}$$

## VD Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (3)

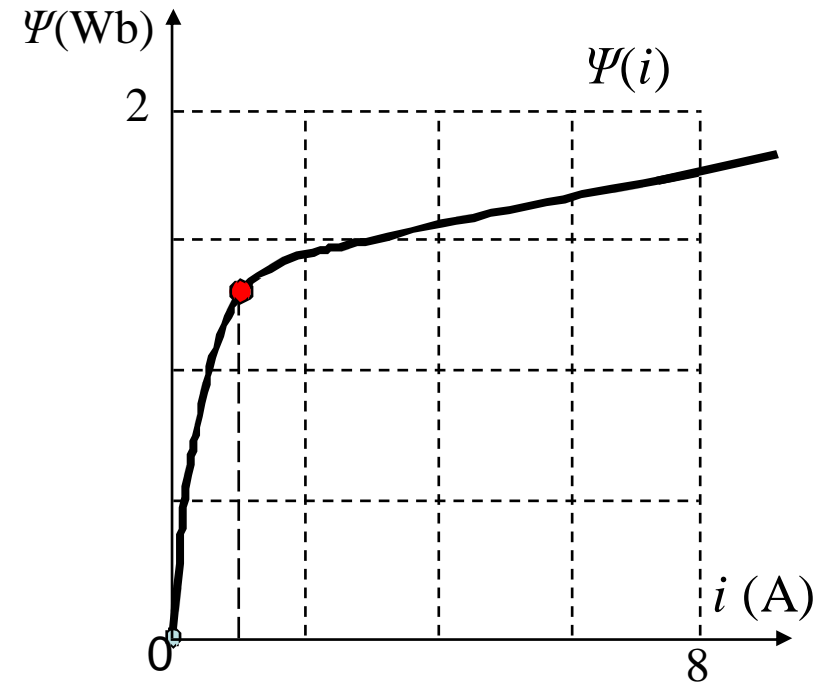


$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

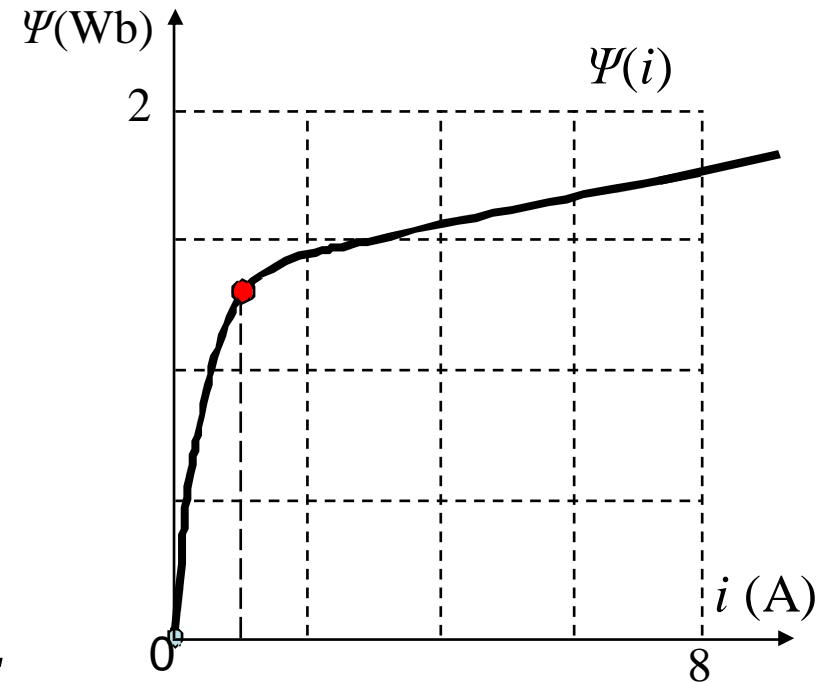
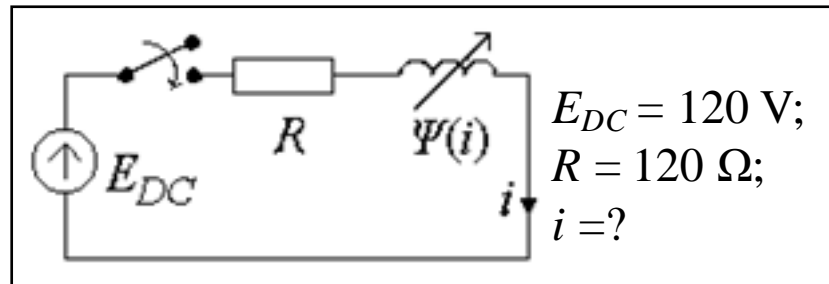
Cần so sánh  $Ri$  &  $\frac{d\Psi}{dt}$  để tuyến tính hoá

$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{120}{120} = 1 \text{ A} \rightarrow \text{dòng tăng từ } 0 \rightarrow 1 \text{ A}$$

$$\rightarrow \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta \Psi}{\Delta i} \cdot \frac{di}{dt} = L_{tth} \frac{di}{dt} \rightarrow L_{tth} = \frac{1,3}{1} = 1,3 \text{ H} \left. \begin{array}{l} \\ R = 120 \Omega \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Ảnh hưởng của } \frac{d\Psi}{dt} \\ \text{nhỏ so với } Ri \end{array}$$



## VD Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (4)



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

Ảnh hưởng của  $\frac{d\Psi}{dt}$  nhỏ so với  $Ri$  }  $\rightarrow$

$$\rightarrow Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = E_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(L_{th}i)}{dt} = E_{DC}$$

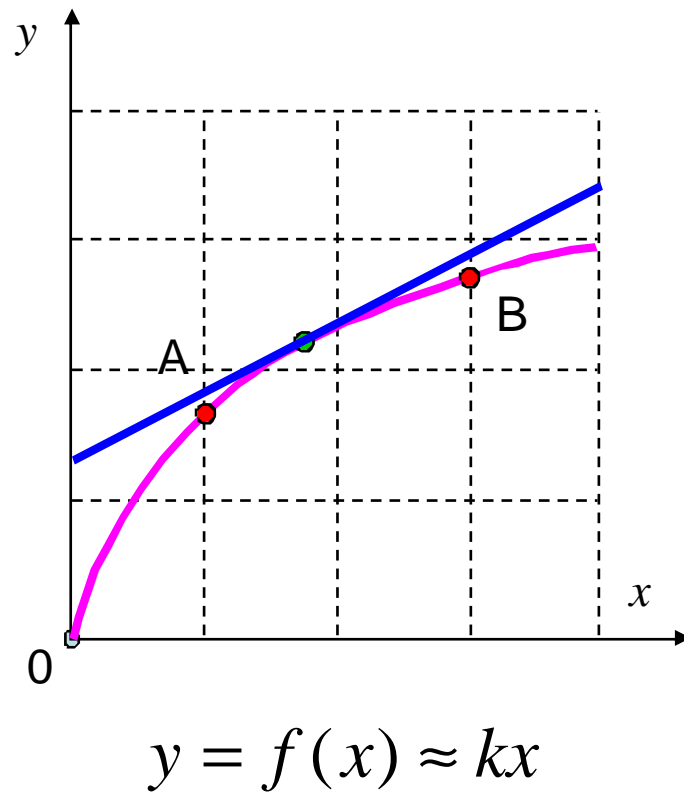
$$\rightarrow 120i + \frac{d(1,3i)}{dt} = 120 \rightarrow 120I(p) + 1,3pI(p) - 1,3i(-0) = \frac{120}{p}$$

$$\rightarrow I(p) = \frac{120}{p(1,3p + 120)} \rightarrow i(t) = 1 - e^{-92,31t} \text{ A}$$

## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
  - a) Khái niệm
  - b) Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - c) Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - d) Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - e) Phương pháp tham số bé
  - f) Phương pháp sai phân
  - g) Không gian trạng thái
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

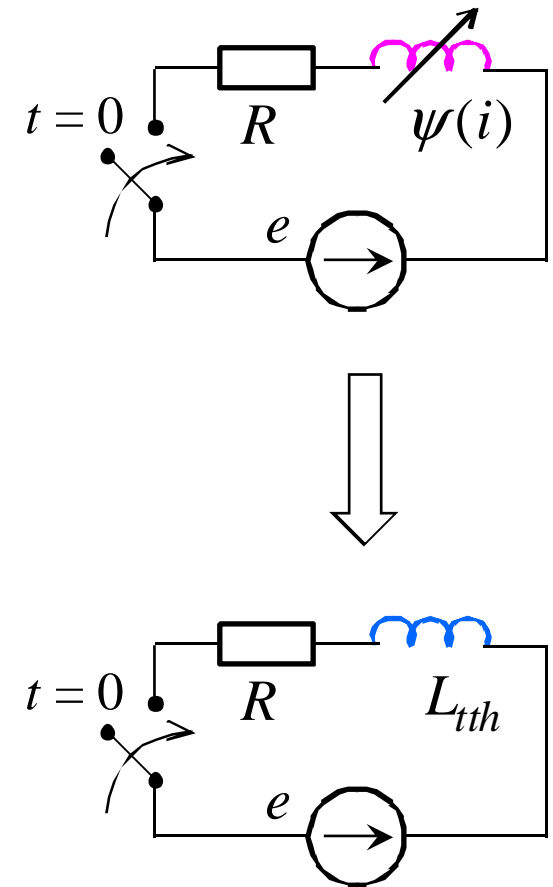
# Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (1)



$$u_R = u(i) \approx R_{tth} i$$

$$\psi = \psi(i) \approx L_{tth} i$$

$$q = q(u) \approx C_{tth} u$$



## VD1 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (2)

$e = 150 \text{ V (DC)}; R = 200\Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

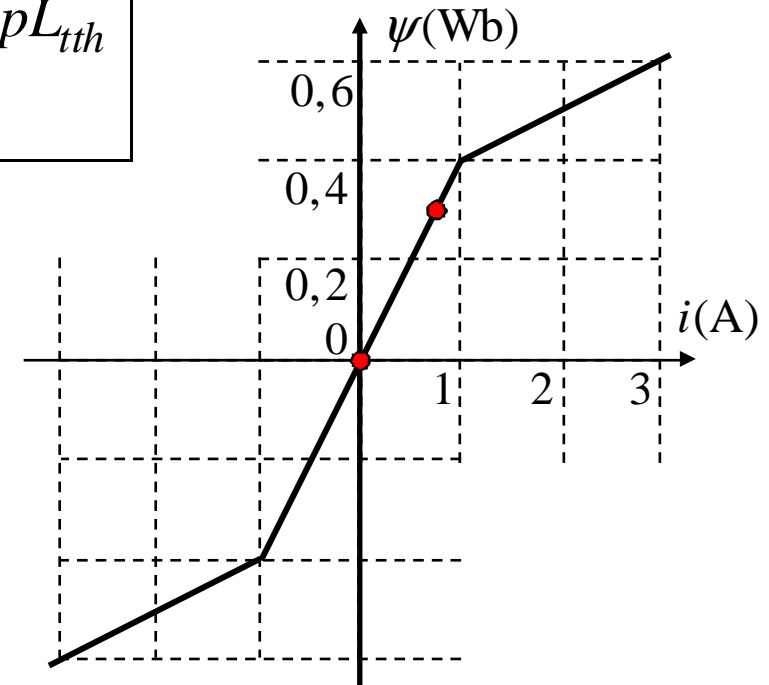
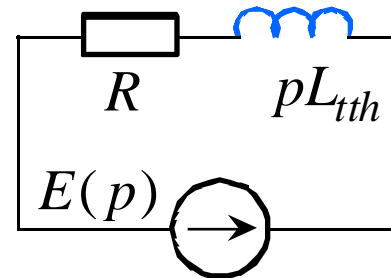
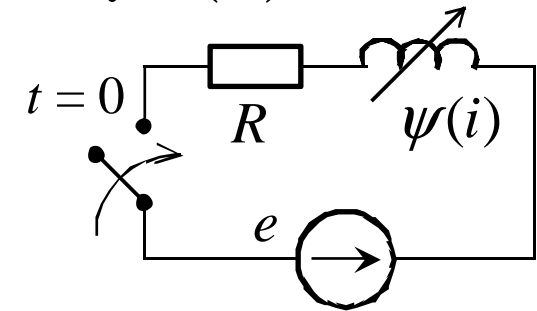
$$i_{\max} = \frac{150}{200} = 0,75 \text{ A}; i_{\min} = 0 \text{ A}$$

$$L_{tth} = \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{0,4}{1} = 0,4 \text{ H}$$

$$I(p) = \frac{E(p)}{R + pL_{tth}} = \frac{\frac{150}{p}}{200 + 0,4p}$$

$$= \frac{375}{p(p + 500)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,75(1 - e^{-500t}) \text{ A}$$



## VD2 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (3)

Tính dòng điện trong mạch.

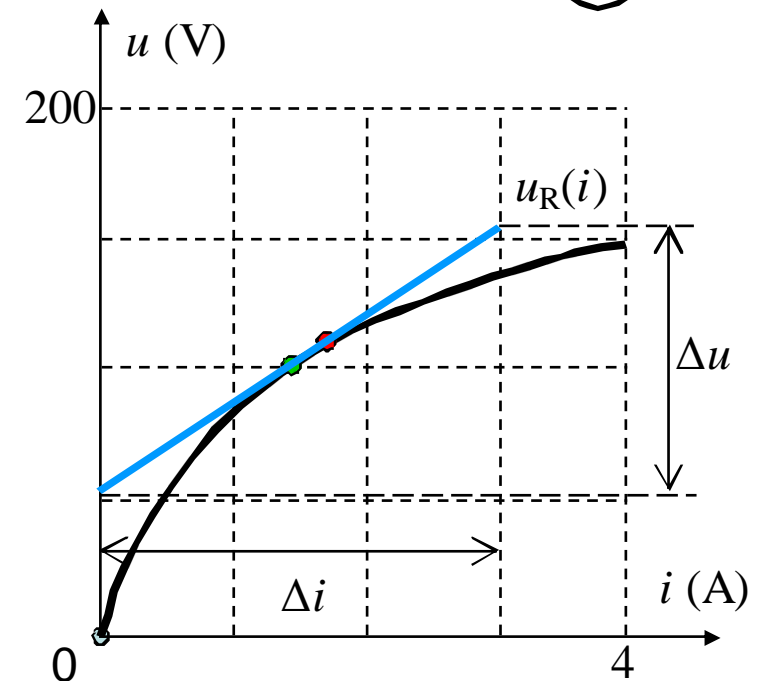
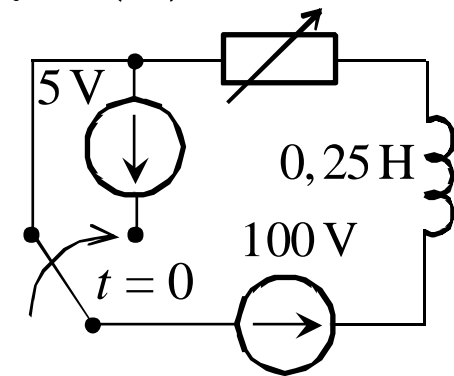
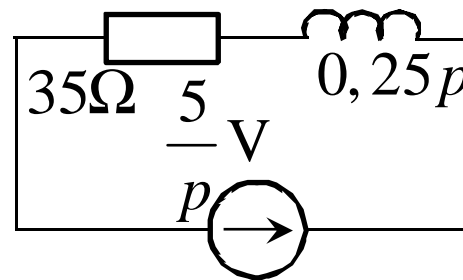
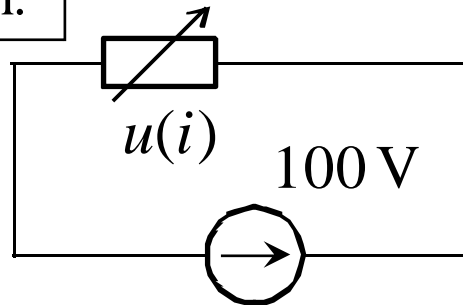
$$I_{100V} = 1,4 \text{ A}$$

$$R_{5V} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

$$I_{5V}(p) = \frac{5/p}{0,25p + 35} = \frac{20}{p(p + 140)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{5V}(t) = 0,14(1 - e^{-140t}) \text{ A}$$

$$\rightarrow i = i_{100V} + i_{5V}(t) = 1,4 + 0,14(1 - e^{-140t}) \text{ A}$$



## VD3 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (4)

Tính dòng điện trong mạch.

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

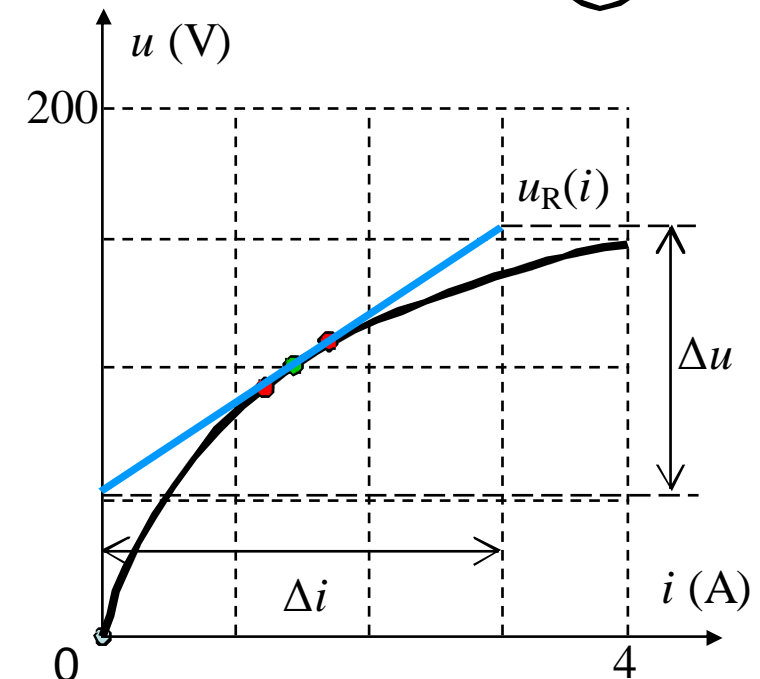
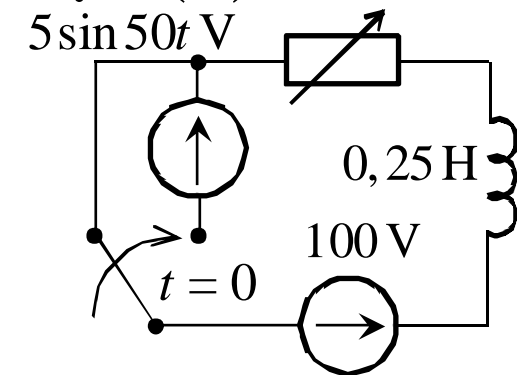
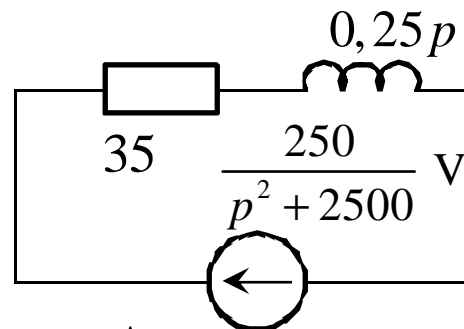
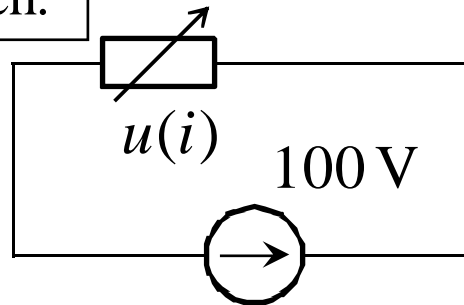
$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

$$I(p)_{AC} = \frac{250}{p^2 + 2500} \frac{250}{0,25p + 35} \text{ V}$$

$$= \frac{1000}{(p^2 + 2500)(p + 140)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{AC}(t) = 0,045e^{-140t} + 0,14 \sin(50t - 19,7^\circ) \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 1,4 - 0,045e^{-140t} - 0,14 \sin(50t - 19,7^\circ) \text{ A}$$



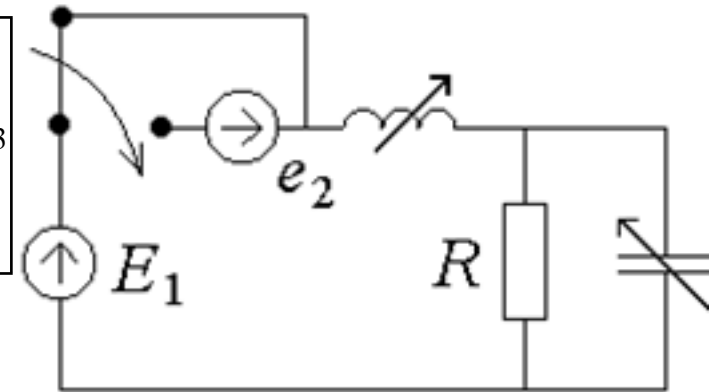


## VD4 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (5)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left( 0,96 \cdot 0,002e^{0,0020i} + 1,05 \cdot 0,26e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 0,13 \text{ H}$$

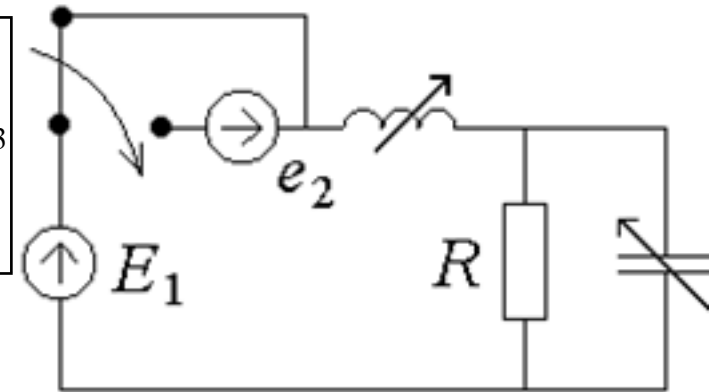
$$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=60} = \left( 10^{-4} - 3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-8}u^2 \right) \Big|_{u=60} = 46 \mu \text{ F}$$

## VD4 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (6)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

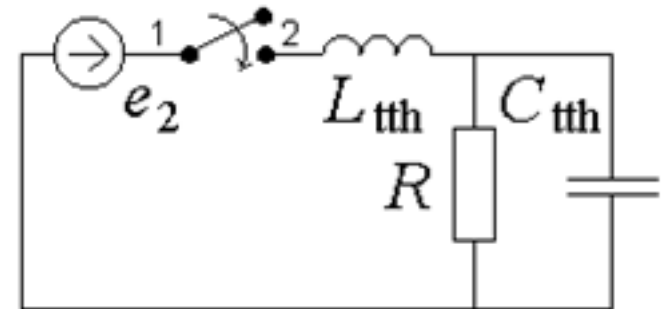
$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$L_{tth} = 0,13 \text{ H} \quad C_{tth} = 46 \mu\text{F}$$

$$i_{LAC}(t); u_{CAC}(t)$$



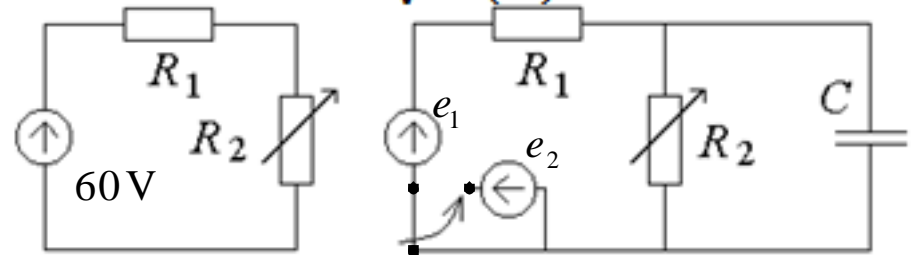
$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t)$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t)$$

## Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (7)

### VD5

$e_1 = 60\text{V}$ ;  $e_2 = 5e^{-100t}\text{ V}$ ;  $R_1 = 20\ \Omega$ ;  
 $C = 0,8\text{ mF}$ . Tính điện áp của tụ điện.



$$20i + u_2(i) = 60$$

$I\text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$i \rightarrow 20i, u_2(i) \rightarrow 20i + u_2(i) = 60?$$

$k$	$i^{(k)}\text{ (A)}$	$20i^{(k)}\text{ (V)}$	$u_2^{(k)}\text{ (V)}$	$e^{(k)} = 20i^{(k)} + u_2^{(k)}\text{ (V)}$	$ e^{(k)} - 60  / 60\text{ (%)}$
1	0,5	10	3	13	78
2	2	40	16	56	6,67
3	2,5	50	30	80	33,33

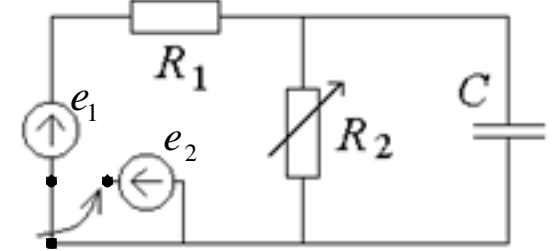
$$i = \frac{2 - 2,5}{56 - 80}e + \frac{56 \cdot 2,5 - 80 \cdot 2}{56 - 80} = 0,021e + 0,83$$

$$\rightarrow i_{DC} = 0,021 \cdot 60 + 0,83 = 2,08\text{ A} \rightarrow u_{CDC} = e_1 - R_1 i = 60 - 20 \cdot 2,08 = 18,4\text{ V}$$

## Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (8)

### VD5

$e_1 = 60\text{V}$ ;  $e_2 = 5e^{-100t}\text{ V}$ ;  $R_1 = 20\ \Omega$ ;  
 $C = 0,8\text{ mF}$ . Tính điện áp của tụ điện.



$$i_{DC} = 2,08\text{ A}; u_{CDC} = 18,40\text{ V}$$

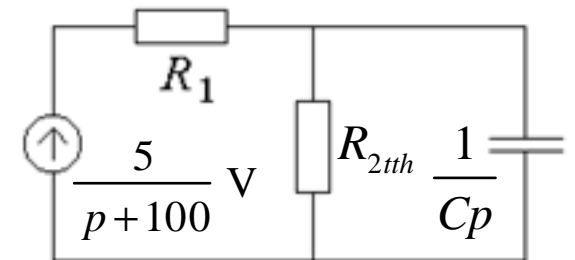
$$R_{2th} = \frac{30 - 16}{2,5 - 2} = 28\Omega$$

$I\text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$U_{Ce2}(p) = Z_{R2C} \frac{E_2(p)}{R_1 + Z_{R2C}} = \frac{28 \frac{1}{8 \cdot 10^{-4} p}}{28 + \frac{1}{8 \cdot 10^{-4} p}} \cdot \frac{5}{p + 100}$$

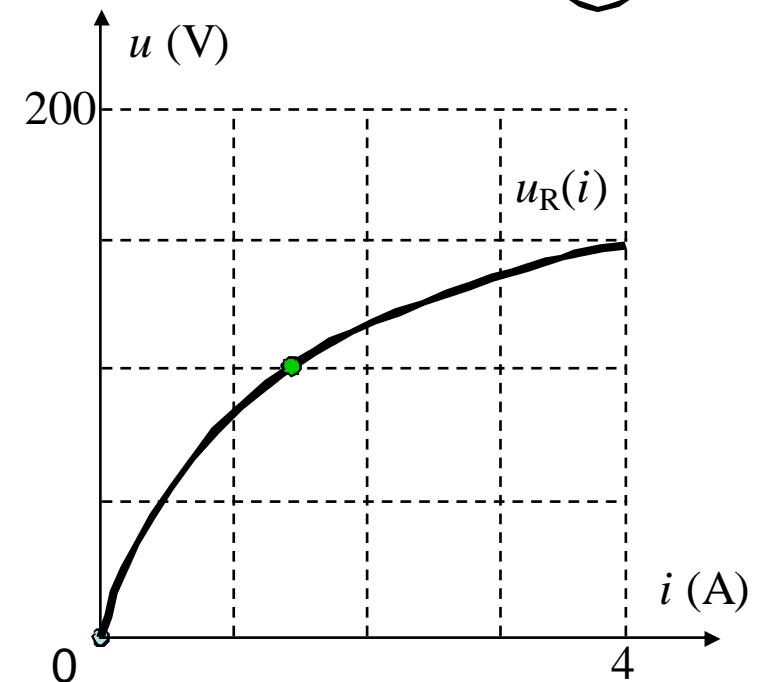
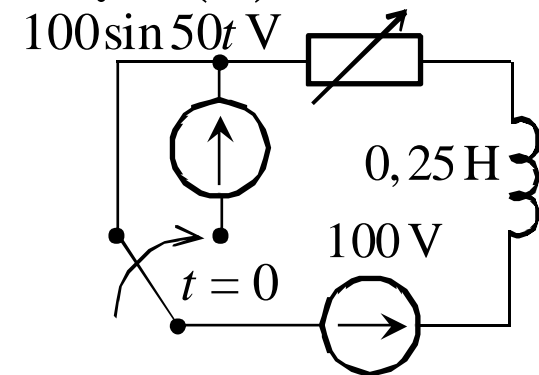
$$= \frac{312,5}{(p + 107)(p + 100)} \text{ V}$$



$$\rightarrow u_{Ce2} = 43,75(e^{-100t} - e^{-107t}) \text{ V} \quad \rightarrow u_C = u_{CDC} + u_{Ce2} = 18,40 + 43,75(e^{-100t} - e^{-107t}) \text{ V}$$

## VD6 Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (9)

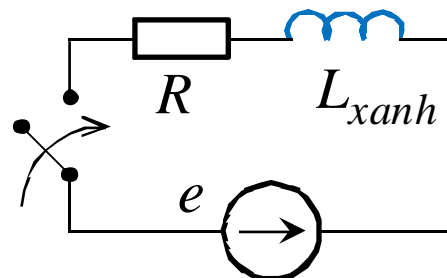
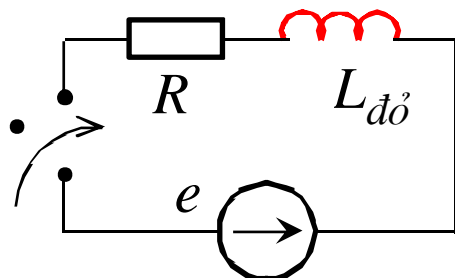
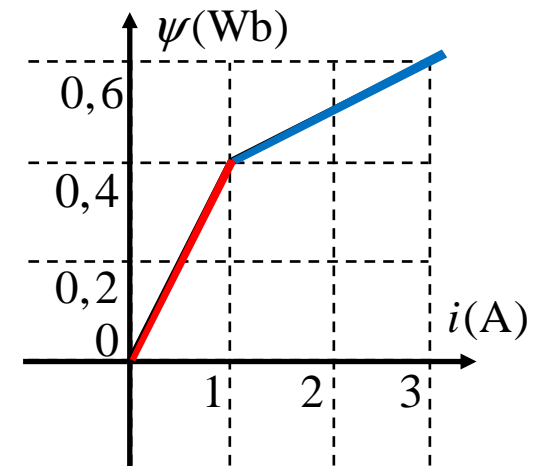
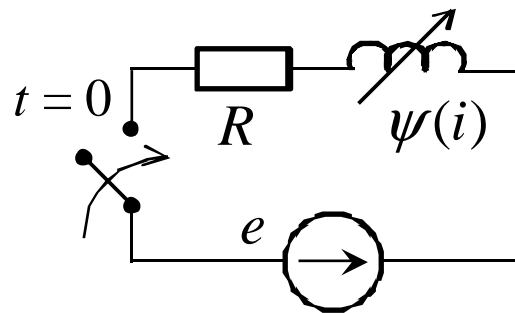
Tính dòng điện trong mạch.



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
  - a) Khái niệm
  - b) Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - c) Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - d) Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - e) Phương pháp tham số bé
  - f) Phương pháp sai phân
  - g) Không gian trạng thái
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Tuyến tính hóa từng đoạn (1)



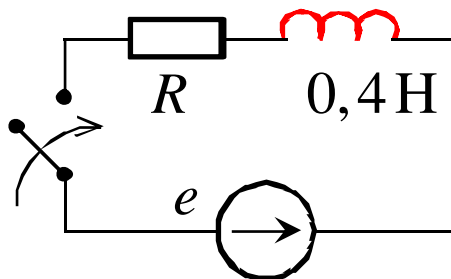
**VD**

## Tuyến tính hóa từng đoạn (2)

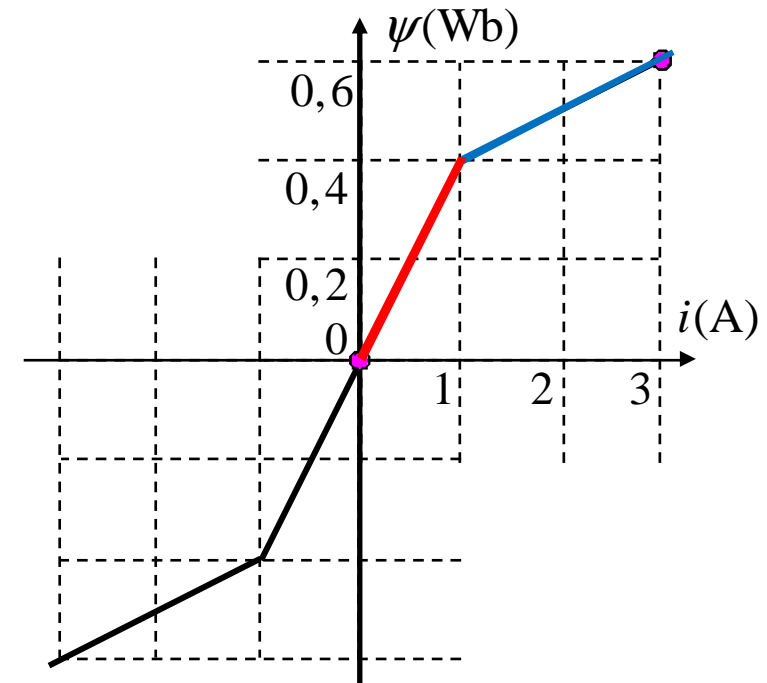
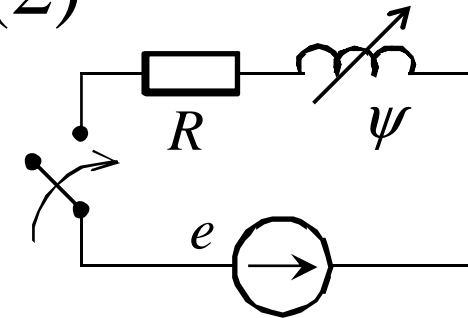
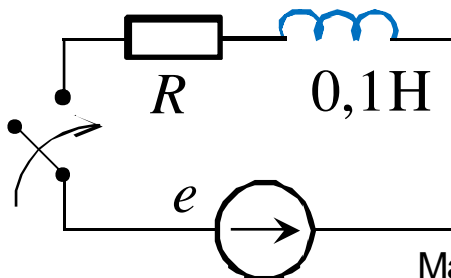
$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

$$i_{\max} = \frac{150}{50} = 3 \text{ A}; i_{\min} = 0 \text{ A}$$

$$0 < i < 1: L_{\text{đỏ}} = \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{0,4}{1} = 0,4 \text{ H}$$



$$i > 1: L_{\text{xanh}} = \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ H}$$





**VD**

## Tuyến tính hóa từng đoạn (3)

$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

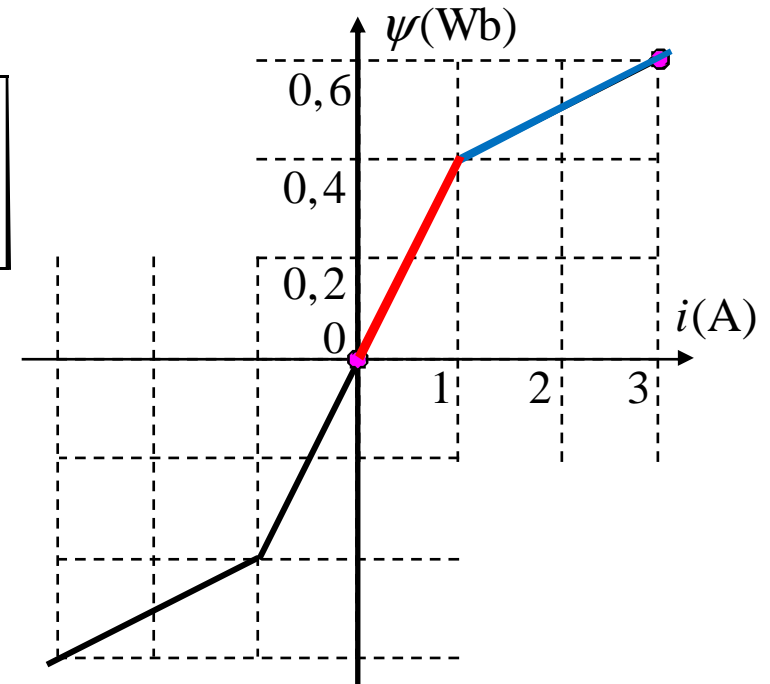
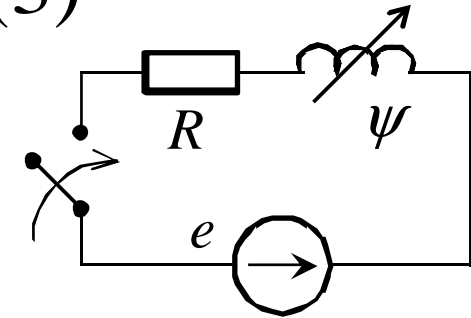
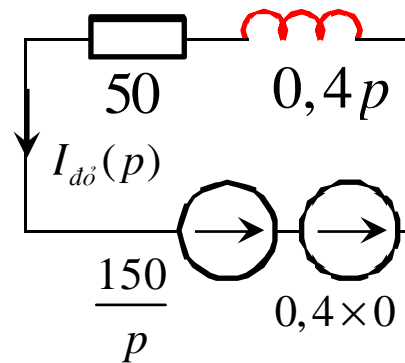
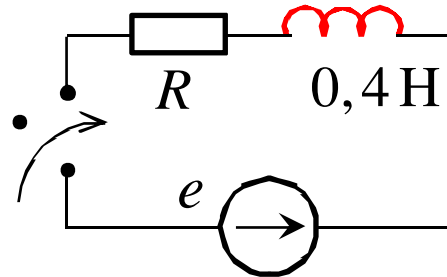
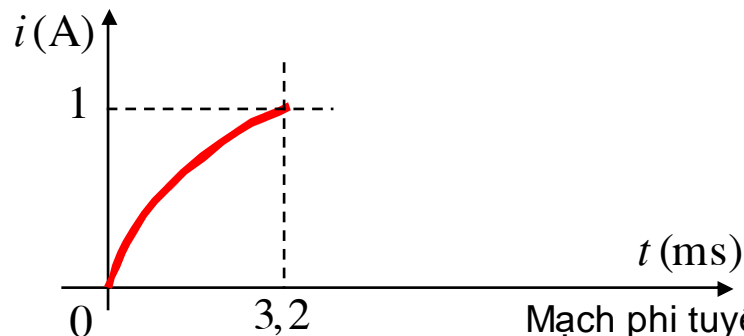
$$i(-0) = 0 \text{ A}$$

$$I_{đo}(p) = \frac{150/p}{0,4p + 50} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{đo}(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A}$$

$$i_{đo}(t^*) = 3 - 3e^{-125t^*} = 1$$

$$\rightarrow t^* = 3,2 \text{ ms}$$



**VD**

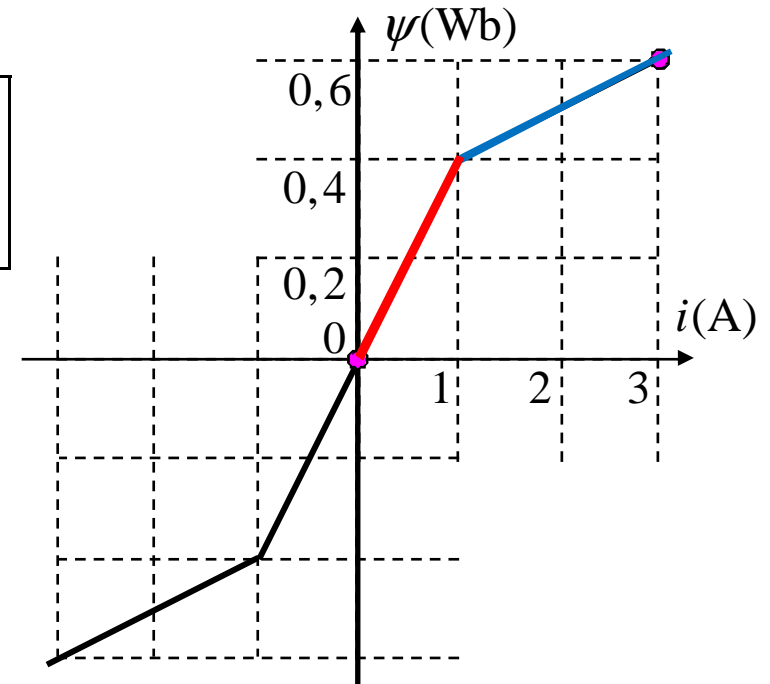
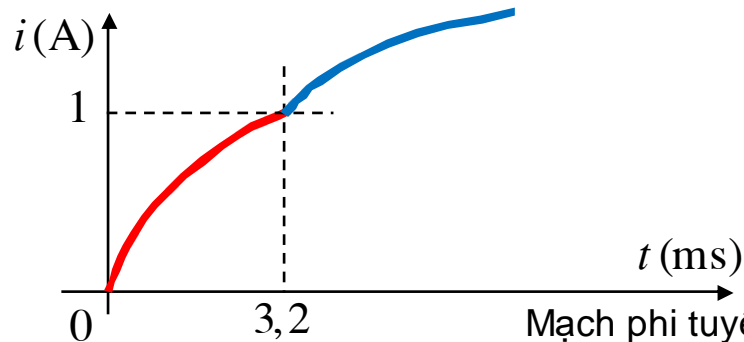
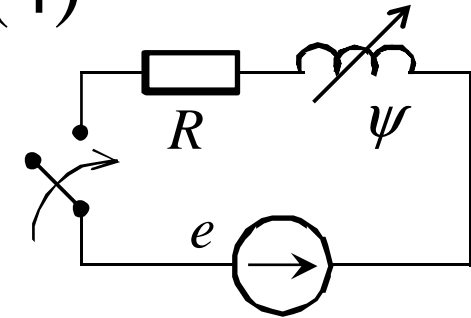
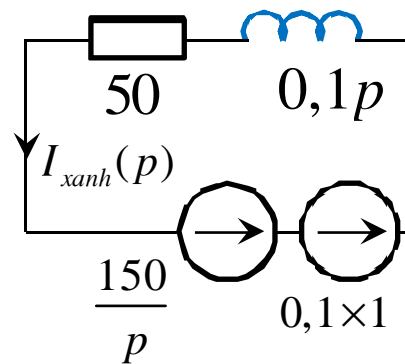
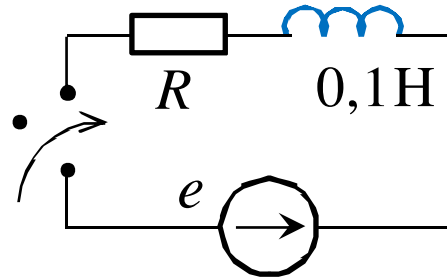
## Tuyến tính hóa từng đoạn (4)

$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

$$i(-0) = 1 \text{ A}$$

$$I_{xanh}(p) = \frac{150/p + 0,1}{0,1p + 50} \text{ A}$$

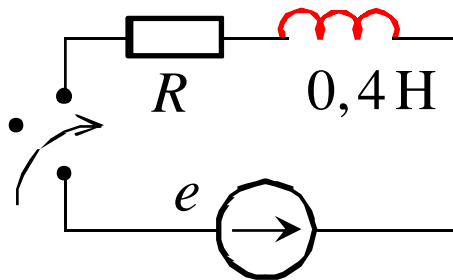
$$\rightarrow i_{xanh}(t) = 3 - 2e^{-500t} \text{ A}$$



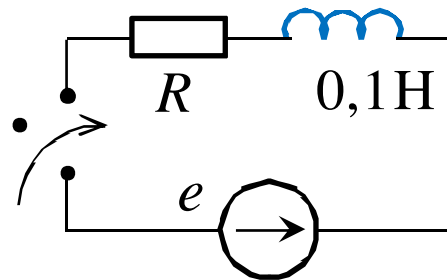
**VD**

## Tuyến tính hóa từng đoạn (5)

$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$ ; Tính dòng điện trong mạch.

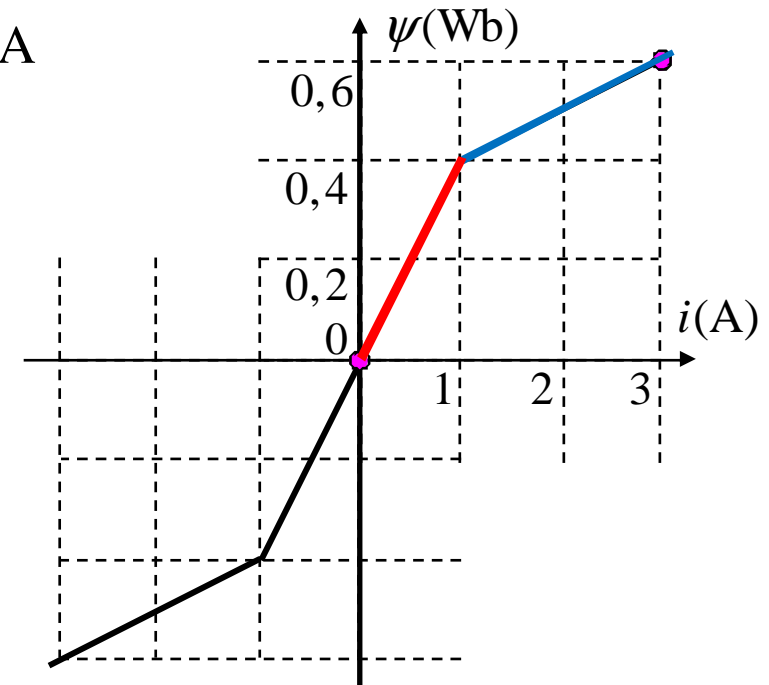
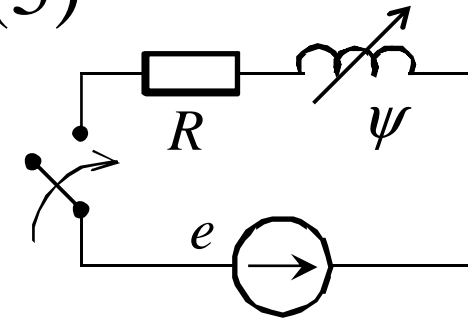
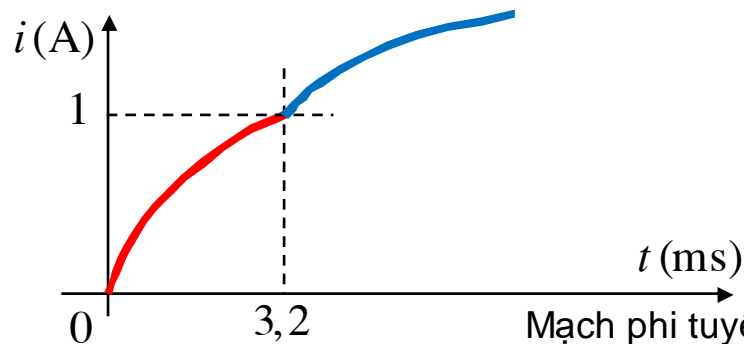


$$i_{dò}(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A}$$



$$i_{xanh}(t) = 3 - 2e^{-500t} \text{ A}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 < t < 3,2 \text{ ms}: & i(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A} \\ t > 3,2 \text{ ms}: & i(t) = 3 - 2e^{-500t} \text{ A} \end{cases}$$



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
  - a) Khái niệm
  - b) Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - c) Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - d) Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - e) Phương pháp tham số bé**
  - f) Phương pháp sai phân
  - g) Không gian trạng thái
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Tham số bé (1)

- Thông số nhỏ/nhiều loạn
- Phương trình mô tả mạch:  $F(x, x', \dots, \mu, t) = 0$  (1)  
có nghiệm:  $x = x(t, \mu)$
- Giả sử rằng nghiệm  $x$  có thể khai triển thành:

$$x(t, \mu) = x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \dots$$

- Thay nghiệm đã khai triển vào (1), rút ra được:

$$F_0(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) + \mu F_1(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) + \mu^2 F_2(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

## Tham số bé (2)

$$\left. \begin{aligned} F(x, x', \dots, \mu, t) &= 0 \quad (1) \\ x(t, \mu) &= x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \dots \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

- Nếu (2) giải khó hơn (1) thì không dùng phương pháp này
- Để (2) dễ giải hơn (1) thì (1) nên có dạng:

$$H_0(x, t) + \mu H_1(x, \mu, t) = 0$$

- Các số hạng gây khó khăn cho tính toán thường để vào  $H_1$
- $\mu$  có thể là thông số thật hoặc giả (phi vật lý)

## Tham số bé (3)

VD

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = u \rightarrow Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = u$$

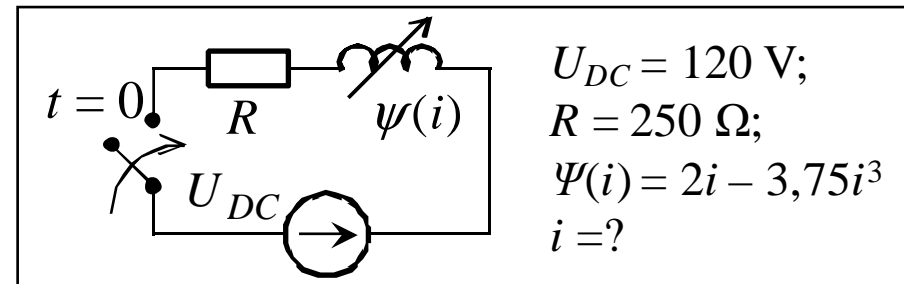
$$\rightarrow 250i + (2 - 11,25i^2)i' = 120$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow 250i + 2i' - 11,25i^2i' &= 120 \\ \text{Đặt } \mu &= 11,25 \end{aligned} \right\} \rightarrow 250i + 2i' - \mu i^2i' = 120$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow 250i + 2i' - 120 &= \mu i^2i' \\ \text{Đặt } i &= i_0(t) + \mu i_1(t) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

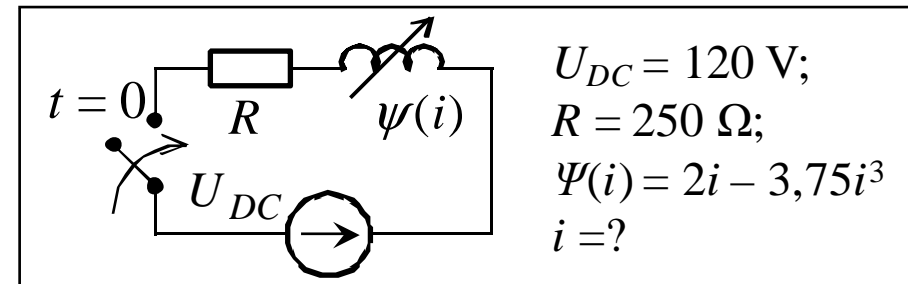
$$\rightarrow (250i_0 + 2i'_0 - 120) + \mu(250i_1 + 2i'_1 - i_0^2i'_0) -$$

$$-\mu^2(2i_0i_1i'_0 + i_0^2i'_1) - \mu^3(2i_0i_1i'_1 + i_1^2i'_0) - \mu^4i_1^2i'_1 = 0$$



## Tham số bé (4)

VD



$$(250i_0 + 2i'_0 - 120) + \mu(250i_1 + 2i'_1 - i_0^2 i'_0) - \mu^2(2i_0 i_1 i'_0 + i_0^2 i'_1) - \mu^3(2i_0 i_1 i'_1 + i_1^2 i'_0) - \mu^4 i_1^2 i'_1 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 250i_0 + 2i'_0 - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i'_1 - i_0^2 i'_0 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow 250I_0(p) + 2pI_0(p) - 2i_0(-0) - \frac{120}{p} = 0 \rightarrow I_0(p) = \frac{\frac{120}{p} + 2i_0(-0)}{2p + 250} = \frac{60}{p(p + 125)}$$

$$\rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

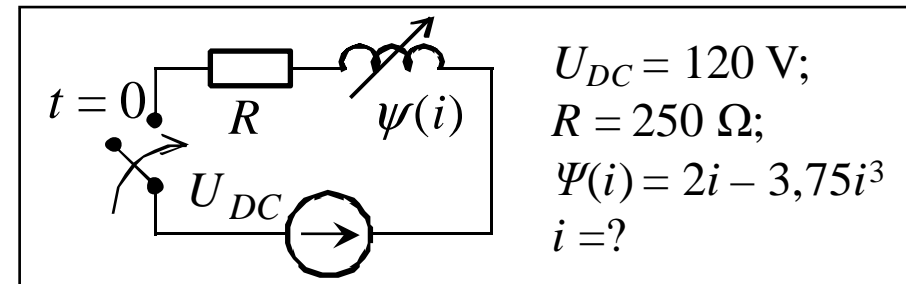


## Tham số bé (5)

VD

$$\begin{cases} 250i_0 + 2i'_0 - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i'_1 - i_0^2 i'_0 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$



$$(1b) \rightarrow 250i_1 + 2i'_1 - [0,48(1 - e^{-125t})]^2 60e^{-125t} = 0$$

$$\rightarrow 250i_1 + 2i'_1 - 13,824(e^{-125t} - 2e^{-250t} + e^{-375t}) = 0$$

$$\rightarrow 250I_1(p) + 2pI_1(p) - 2i_1(-0) - 13,824 \left( \frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375} \right) = 0$$

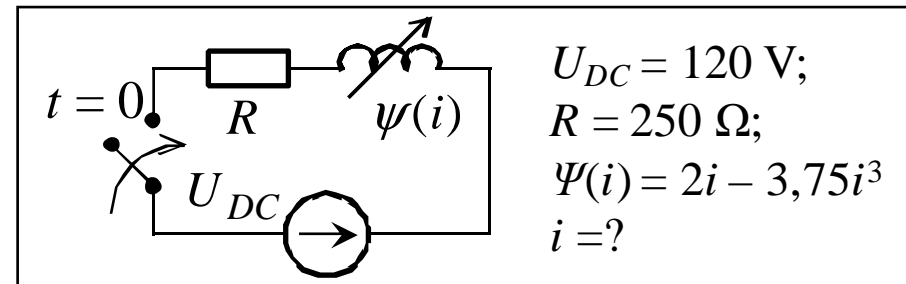
$$\rightarrow I_1(p) = 13,824 \frac{\frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375}}{2p+250} =$$

$$= 6,912 \left[ \frac{1}{(p+125)^2} - \frac{2}{(p+125)(p+250)} + \frac{1}{(p+125)(p+375)} \right]$$

$$\rightarrow i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

## Tham số bé (6)

VD



$$i = i_0(t) + \mu i_1(t)$$

$$i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + \mu 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$\mu = 11,25$

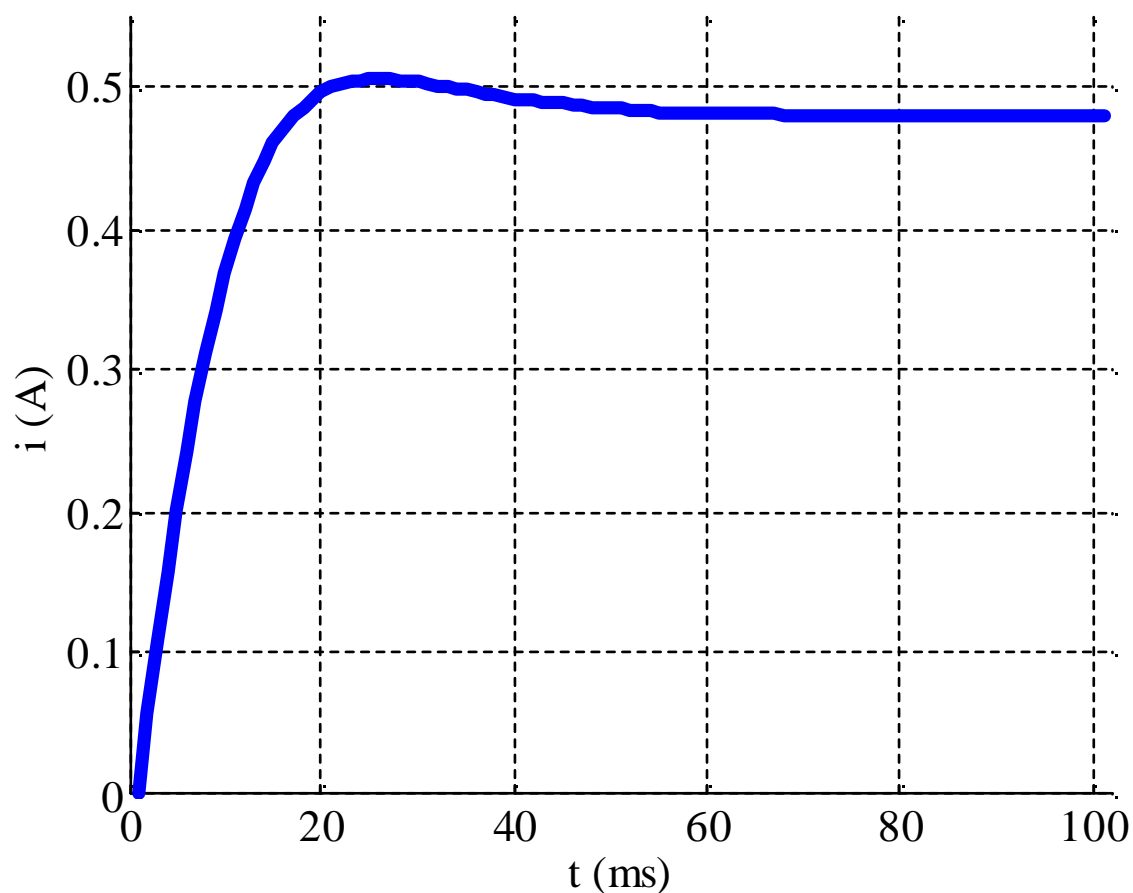
$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + 11,25 \cdot 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$$= 0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t} \text{ A}$$

## Tham số bé (7)

VD

$$i(t) = 0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t} \text{ A}$$



## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
  - a) Khái niệm
  - b) Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - c) Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - d) Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - e) Phương pháp tham số bé
  - f) Phương pháp sai phân**
  - g) Không gian trạng thái
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

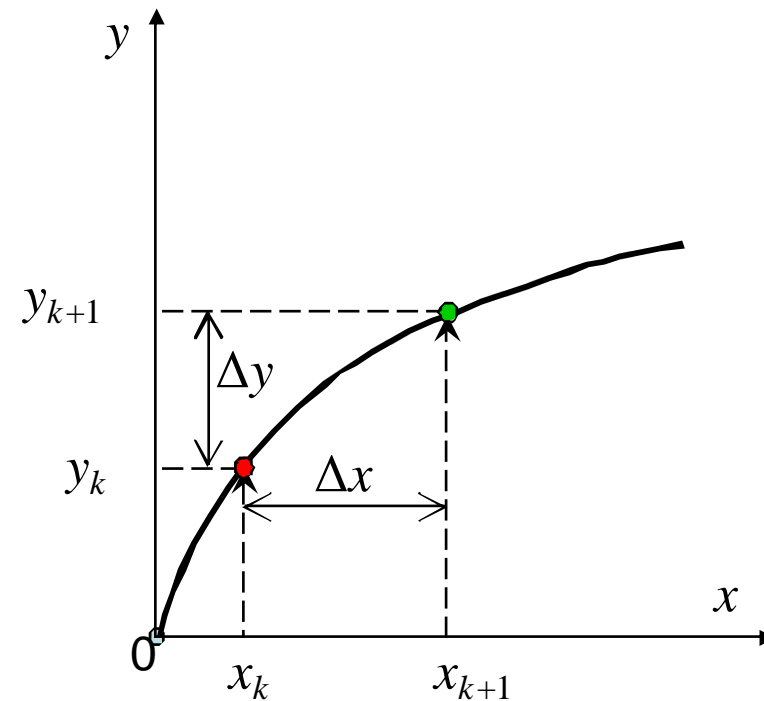
## Sai phân (1)

- Coi như phương pháp tổng quát cho nghiệm gần đúng ở dạng dãy số rời rạc
- Xác định nghiệm ở các điểm thời gian gián đoạn
- Xấp xỉ vi phân  $dy$  thành sai phân  $\Delta y$ :  $dy \approx \Delta y$
- $\rightarrow$  biến (hệ) phương trình vi phân thành (hệ) phương trình sai phân gần đúng
- Có thể áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến

## Sai phân (2)

- Xấp xỉ vi phân  $dy$  thành sai phân  $\Delta y$ :  $dy \approx \Delta y$

$$\frac{dy}{dx} \begin{array}{c} \longrightarrow \Delta y \\ \longrightarrow \Delta x \end{array} \longrightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

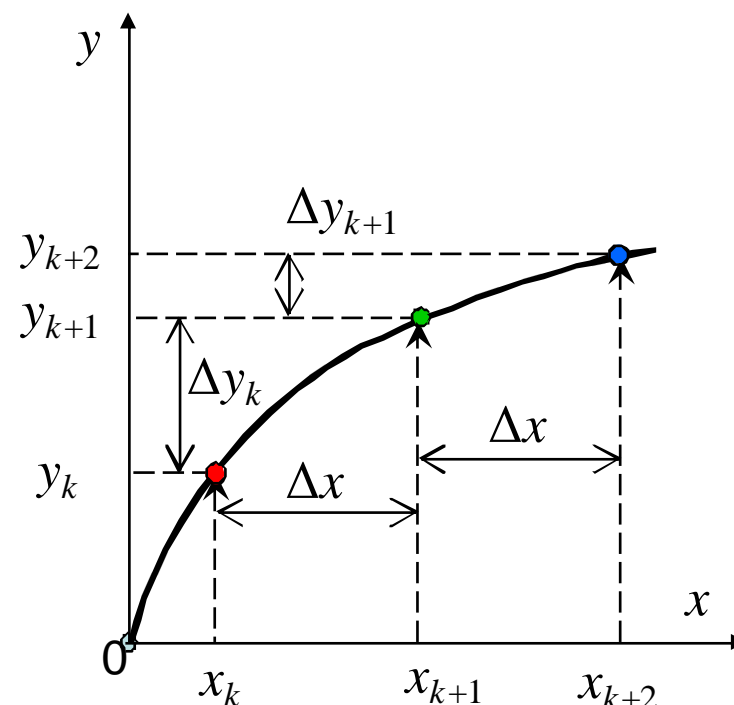
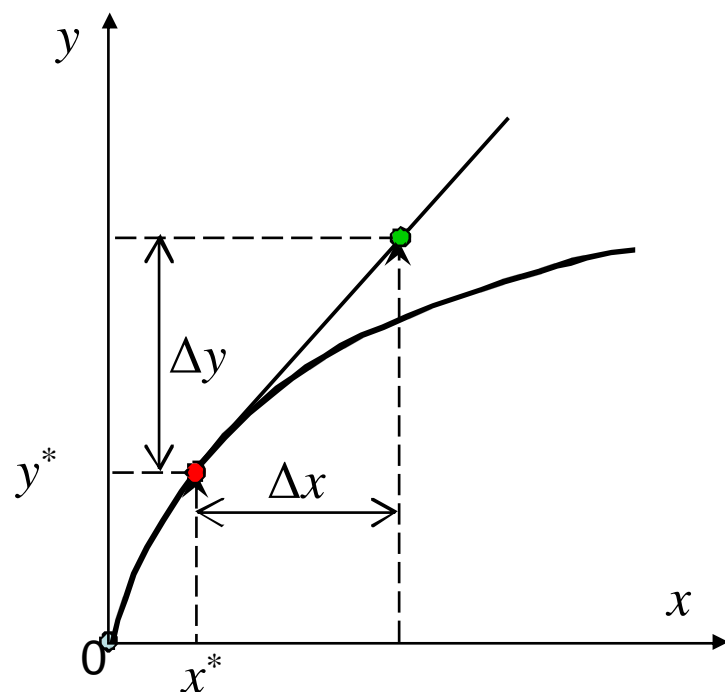


## Sai phân (3)

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad \frac{di_k}{dt} \approx \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i_{k+1} - i_k}{t_{k+1} - t_k} = \frac{i_{k+1} - i_k}{h}; \quad \frac{du_k}{dt} \approx \frac{u_{k+1} - u_k}{h}$$

- Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
- Tuyến tính hoá từng đoạn

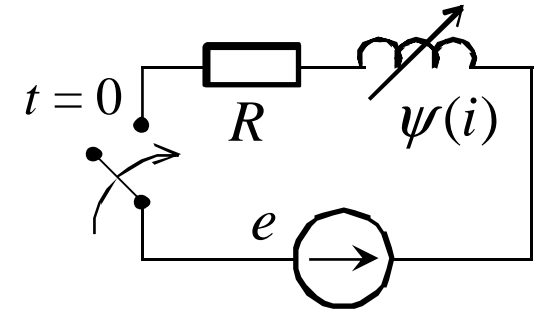
Sai phân



## VD1

## Sai phân (4)

$e = 24\text{V (DC)}$ ;  $R = 60\ \Omega$ ;  $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$ ; bước sai phân  $h = 2\text{ms}$ .  
Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow 60i + \frac{d\Psi}{dt} = 24 \rightarrow 60i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = 24$$

$$\rightarrow 60i + (1,75 - 8,4i^2)i' = 24 \quad \rightarrow 60i_k + (1,75 - 8,4i_k^2)i'_k = 24$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow i'_k &= \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ i'_k &= \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} = \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

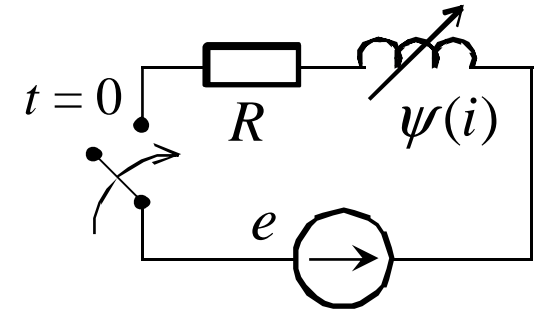
$$\rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$



## VD1

## Sai phân (5)

$e = 24\text{V (DC)}$ ;  $R = 60\ \Omega$ ;  $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$ ; bước sai phân  $h = 2\text{ms}$ .  
Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = i_0 + 0,002 \frac{24 - 60i_0}{1,75 - 8,4i_0^2} \\ i_0 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow i_1 = 0 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0}{1,75 - 8,4 \cdot 0^2} = 0,0274\text{A}$$

$$i_2 = i_1 + 0,002 \frac{24 - 60i_1}{1,75 - 8,4i_1^2} = 0,0274 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0,0274}{1,75 - 8,4 \cdot 0,0274^2} = 0,0530\text{A}$$

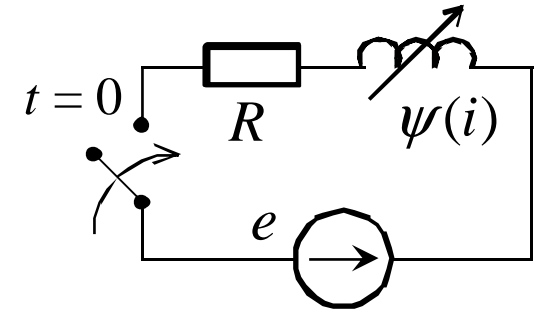
$$i_3 = i_2 + 0,002 \frac{24 - 60i_2}{1,75 - 8,4i_2^2} = 0,0530 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0,0530}{1,75 - 8,4 \cdot 0,0530^2} = 0,0771\text{A}$$

$k$	0	1	2	3
$i_k \text{ (A)}$	0	0,0274	0,0530	0,0771

## VD1

## Sai phân (6)

$e = 24\text{V (DC)}$ ;  $R = 60\ \Omega$ ;  $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$ ; bước sai phân  $h = 2\text{ms}$ .  
Tính dòng điện quá độ trong mạch?



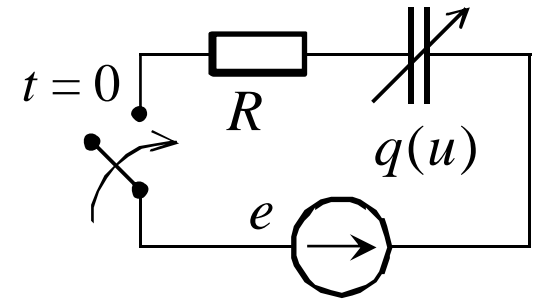
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

```
N = 200;      %so diem tinh toan
h = 0.05;     %buoc tinh
U = 24;       %nguồn
R = 60;       %dien tro
a = 1.75;
b = 2.8;
dong=[];      %dong dien can tinh
dong(1)= 0;  %so kien
for k=2:N
    buff1 = dong(k-1);
    buff2 = buff1 + (U*h - R*h*buff1)/(a - 3*b*buff1^2);
    dong=[dong;buff2];
end
plot(dong);
```

## VD2

## Sai phân (7)

$e = 60 \text{ V (DC)}$ ;  $R = 20 \Omega$ ;  $q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$ ;  
Bước sai phân 1ms. Tính điện áp trên tụ điện.



$$Ri + u = e \rightarrow 20i + u = 60 \rightarrow 20 \frac{dq}{dt} + u = 60$$

$$\rightarrow 20 \frac{\partial q}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + u = 60 \rightarrow 20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u^2)u' + u = 60$$

$$\rightarrow 20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)u'_k + u_k = 60$$

$k$	$u_k \text{ (V)}$
0	0
1	30,00
2	47,34

$$u_1 = u_0 + \frac{0,001(60 - u_0)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_0^2)}$$

$$u_2 = u_1 + \frac{0,001(60 - u_1)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_1^2)}$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow u'_k &= \frac{60 - u_k}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)} \\ u'_k &= \frac{u_{k+1} - u_k}{0,001} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{u_{k+1} - u_k}{0,001} = \frac{60 - u_k}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)}$$

$$\rightarrow u_{k+1} = u_k + \frac{0,001(60 - u_k)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)}$$

## Sai phân (8)

$$x'_k \approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$\left. \begin{aligned} x''_k &= \frac{d^2 x_k}{dt^2} = \frac{dx'_k}{dt} \approx \frac{\Delta x'_k}{h} = \frac{x'_{k+1} - x'_k}{h} \\ x'_k &\approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \\ x'_{k+1} &\approx \frac{\Delta x_{k+1}}{\Delta t} = \frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} \end{aligned} \right\} \rightarrow x''_k \approx \frac{\frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} - \frac{x_{k+1} - x_k}{h}}{h}$$

$$\rightarrow x''_k \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

## Sai phân (9)

$$\left. \begin{aligned} x_k^{(3)} &= \frac{d^3 x_k}{dt^3} = \frac{dx_k''}{dt} \approx \frac{\Delta x_k''}{h} = \frac{x_{k+1}'' - x_k''}{h} \\ x_k'' &\approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2} \\ x_{k+1}'' &\approx \frac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$
$$\rightarrow x_k^{(3)} \approx \frac{\frac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2} - \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}}{h}$$
$$= \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}$$

## Sai phân (10)

$$x'_k \approx \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

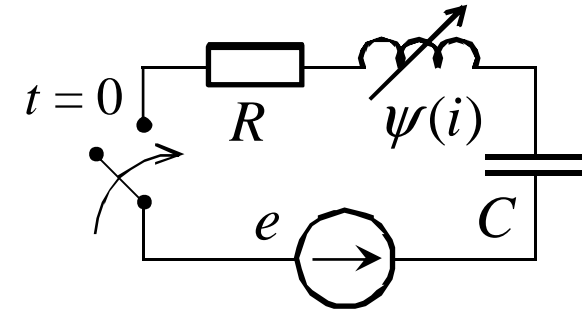
$$x''_k \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

$$x^{(3)}_k \approx \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}$$

### VD3

## Sai phân (11)

$e = 24\text{V}; R = 60\ \Omega; \Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3; C = 25\ \mu\text{F};$  bước sai phân  $h = 2\text{ms}$ . Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$60i + \frac{d\Psi}{dt} + u = 24 \rightarrow 60i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + u = 24$$

$$\rightarrow 60i + (1,75 - 8,4i^2)i' + u = 24 \rightarrow i'_k = \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

$$i = Cu' = 25 \cdot 10^{-6} u' \rightarrow u'_k = \frac{i_k}{25 \cdot 10^{-6}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} = \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ \frac{u_{k+1} - u_k}{0,002} = \frac{i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ u_{k+1} = u_k + \frac{0,002i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{array} \right.$$

$k$	$i_k$ (A)	$u_k$ (V)
0	0	0
1	0,0274	0
2	0,0530	2,192

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 = i_0 + 0,002 \frac{24 - u_0 - 60i_0}{1,75 - 8,4i_0^2} \\ u_1 = u_0 + \frac{0,002i_0}{25 \cdot 10^{-6}} \\ i_2 = i_1 + 0,002 \frac{24 - u_1 - 60i_1}{1,75 - 8,4i_1^2} \\ u_2 = u_1 + \frac{0,002i_1}{25 \cdot 10^{-6}} \end{array} \right.$$

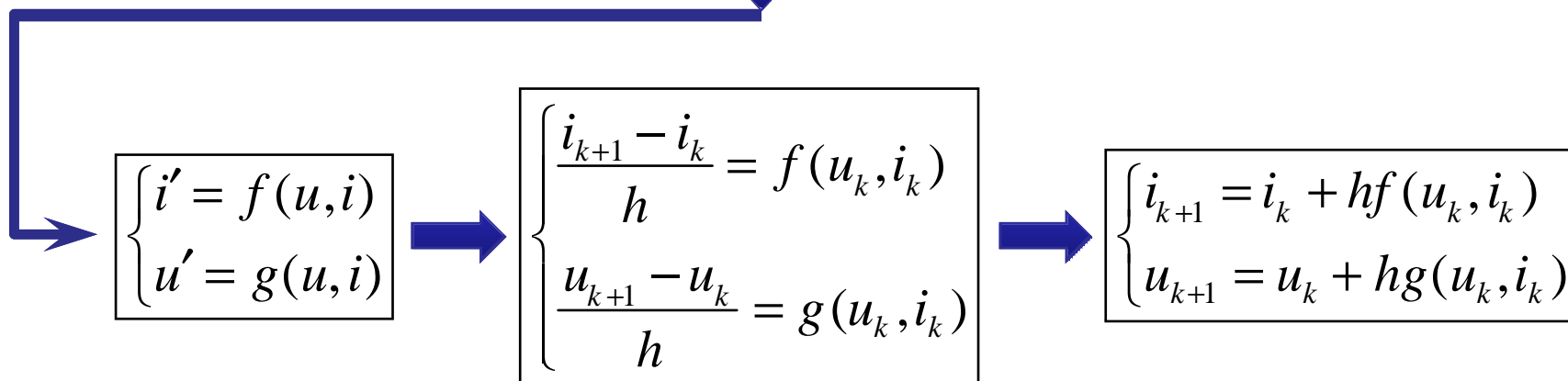
$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ u_{k+1} = u_k + \frac{0,002i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{array} \right.$$

## Sai phân (12)

Mạch điện  
phi tuyến



(hệ) Phương trình  
phi tuyến



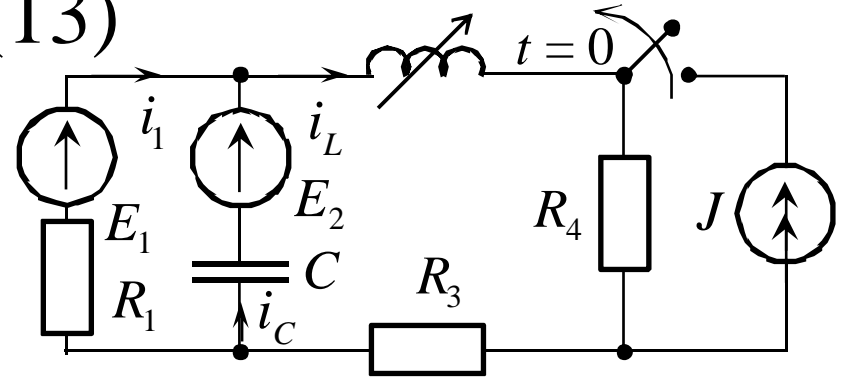


## VD4

## Sai phân (13)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$   
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms.}$  Tìm  $i_L$ ?

$$i_L(0) = i_1 = \frac{E_1 - R_4 J}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{50 - 40 \cdot 2}{20 + 40 + 40} = -0,3\text{A}$$



$$R_1 i_1 - u_C(0) = E_1 - E_2 \rightarrow u_C(0) = E_2 - E_1 + R_1 i_1 = 50 - 100 + 20(-0,3) = -56\text{ V}$$

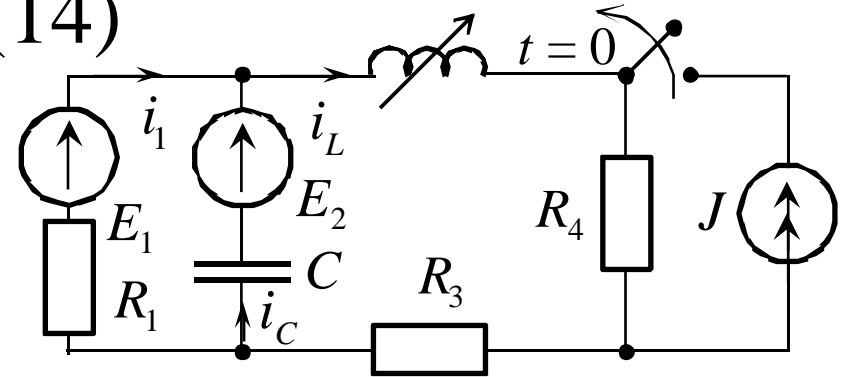
$$\begin{cases} i_1 + i_C - i_L = 0 \\ u_C + u_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \end{cases}$$

## VD4

## Sai phân (14)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$   
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms.}$  Tìm  $i_L$ ?



$$\begin{cases} \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u'_C = \frac{i_L}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1 C} \\ i'_L = \frac{E_2 - u_C - (R_3 + R_4)i_L}{(2 + 24i_L^2)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{E_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + h \left( \frac{i_k}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_k}{R_1 C} \right) = u_k + 10^{-3} \left( \frac{i_k}{20 \cdot 10^{-6}} - \frac{50 - 100 + u_k}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \right) \\ i_{k+1} = i_k + h \frac{E_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 24i_k^2)} = i_k + 10^{-3} \frac{100 - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$

## VD4

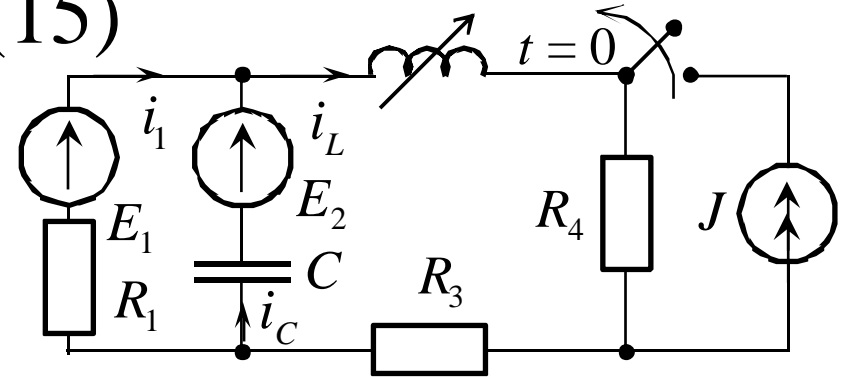
## Sai phân (15)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$   
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms}$ . Tìm  $i_L$ ?

$$i_L(0) = -0,3\text{A}; u_C(0) = -56\text{V}$$

$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left( \frac{i_k}{20 \cdot 10^{-6}} - \frac{50 - 100 + u_k}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \right) \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100 - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{0,02} + \frac{50 - u_0}{0,4} = 194 \\ i_1 = i_0 + \frac{100 - u_0 - 80i_0}{(2 + 24i_0^2)1000} = -0,26 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} u_2 = u_1 + \frac{i_1}{0,02} + \frac{50 - u_1}{0,4} = -178,8 \\ i_2 = i_1 + \frac{100 - u_1 - 80i_1}{(2 + 24i_1^2)1000} = -0,28 \end{cases}$$



$k$	0	1	2	3	4
$u_C$ (V)	-56	194	-178,8		
$i_L$ (A)	-0,3	-0,26	-0,28		

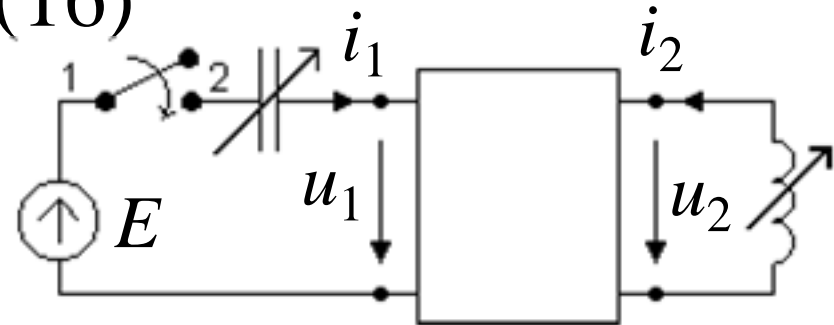
## VD5

## Sai phân (16)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\left. \begin{aligned} u_C + u_1 &= 24 \rightarrow u_1 = 24 - u_C \\ u_2 &= -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial\Psi}{\partial i_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = -(2 - 9,99i_2^2)i_2' \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} 24 - u_C &= 30i_1 + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' &= 20i_1 + 50i_2 \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 &= 20i_1 + 50i_2 \end{aligned} \right\}$$

$$i_1 = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial u_C} \cdot \frac{du_C}{dt} = (10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C'$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} 24 - u_C &= 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' &= 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 50i_2 \end{aligned} \right.$$

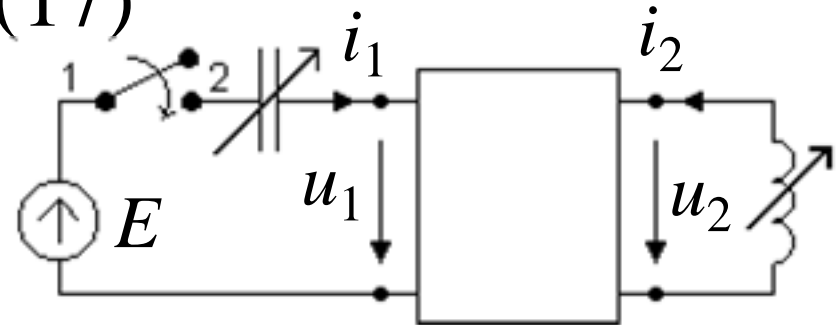
## VD5

## Sai phân (17)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\begin{cases} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u'_C + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i'_2 = 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u'_C + 50i_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u' = \frac{24 - u - 20i}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u^2)} \\ i' = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u^2)u' + 50i}{9,99i^2 - 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'_k = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \\ i'_k = \frac{i_{k+1} - i_k}{h} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)\frac{u_{k+1} - u_k}{h} + 50i_k}{9,99i_k^2 - 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{cases}$$

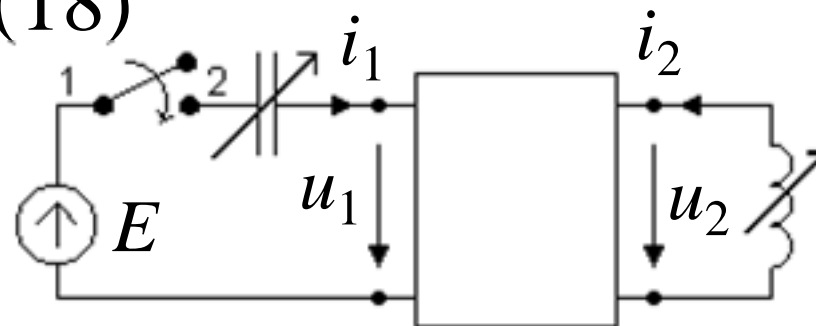
## VD5

## Sai phân (18)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$u_0 = u_C(0) = 0$$

$$i_0 = i_L(0) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} u_C + u_1 = 24 \\ u_2 = -\frac{d\Psi}{dt} \\ u_1 = 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 = 20i_1 + 50i_2 \\ i_1 = \frac{dq}{dt} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{array} \right.$$

$k$	0	1	2	
$u_k$ (V)	0	16,00	21,57	
$i_k$ (A)	0	-0,0016	-0,0021	

## VD6

## Sai phân (19)

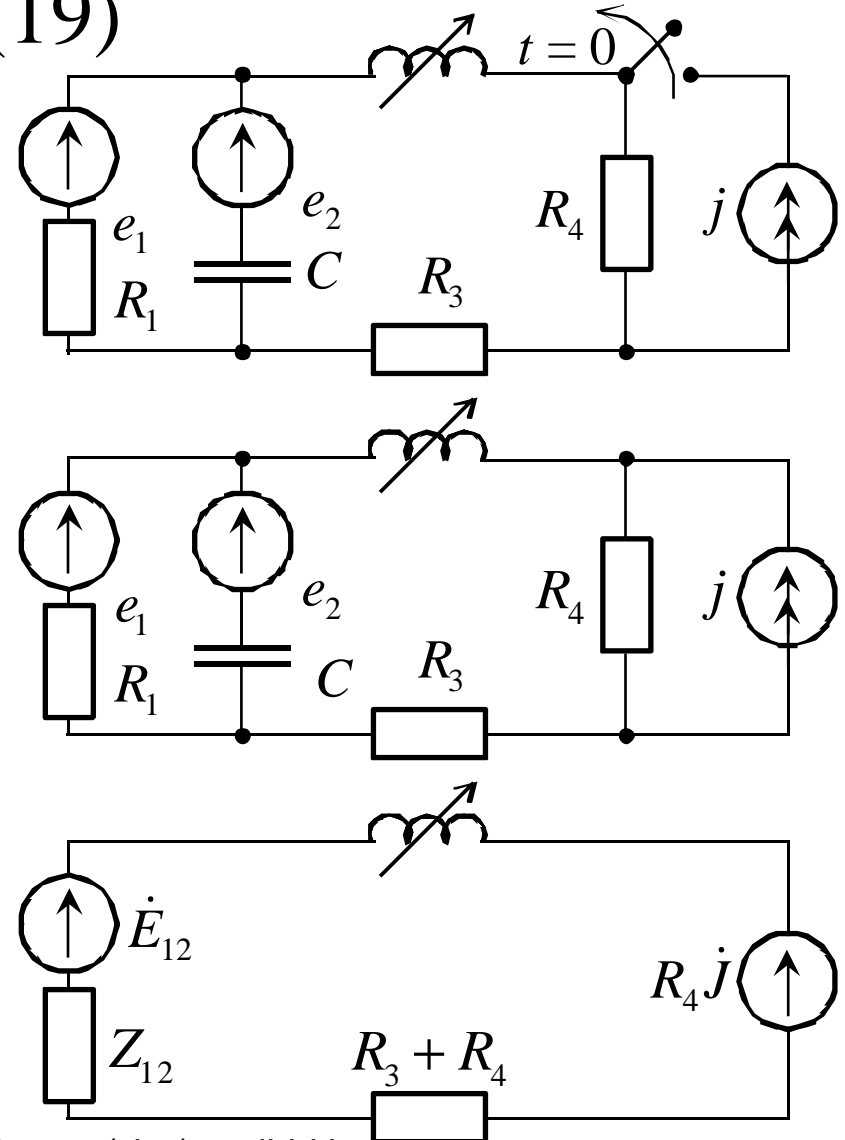
$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$Z_{12} = \frac{R_1(1/j\omega C)}{R_1 + 1/j\omega C} = 10 - j10\ \Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{E}_{12} &= \frac{\dot{E}_1/R_1 + \dot{E}_2/(1/j\omega C)}{1/R_1 + 1/(1/j\omega C)} \\ &= \frac{50/R_1 + 100/45^\circ/Z_C}{1/R_1 + 1/Z_C} = 25 + j45,71\text{ V}\end{aligned}$$

$$\psi(t) = \psi \sin(25t + \theta)$$

$$\rightarrow u_L = \frac{d\psi}{dt} = 25\psi \cos(25t + \theta)$$





## VD6

## Sai phân (20)

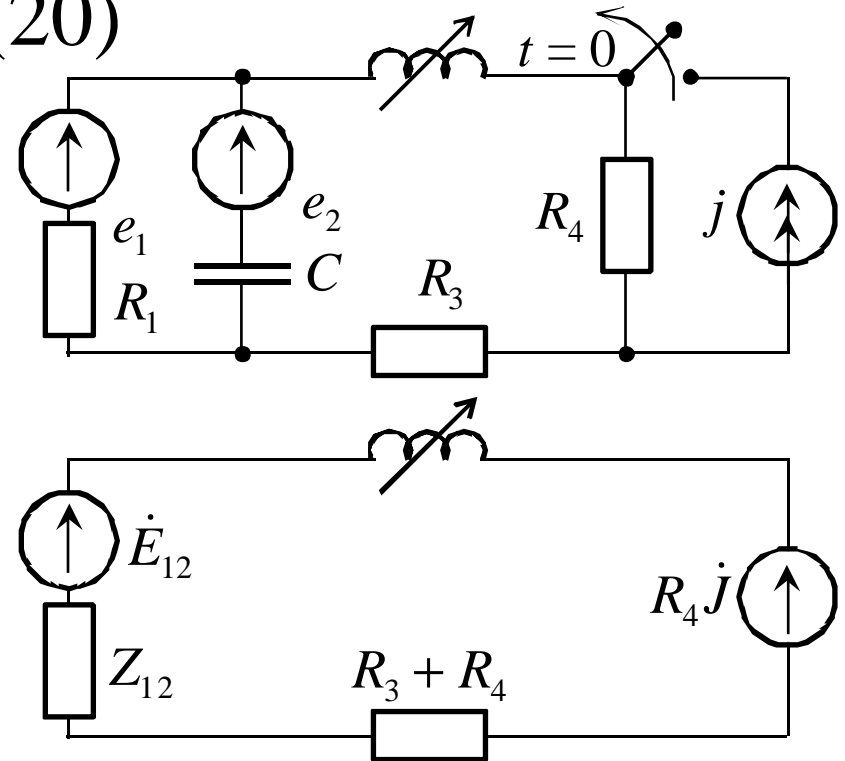
$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t \text{ A. Tìm } i_L?$

$$Z_{12} = 10 - j10 \Omega; \dot{E}_{12} = 25 + j45,71 \text{ V}$$

$$u_L = 25\psi \cos(25t + \theta)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L + (R_3 + R_4 + Z_{12})\dot{I}_L &= \dot{E}_{12} - R_4 j = \dot{E}_{td} \\ &= 71,52 / \underline{140,3^\circ} \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \dot{U}_L = j25\psi(I_L) = j25(2I_L + 0,8I_L^3) \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (R_3 + R_4 + Z_{12})\dot{I}_L + \dot{E}_{12}$$

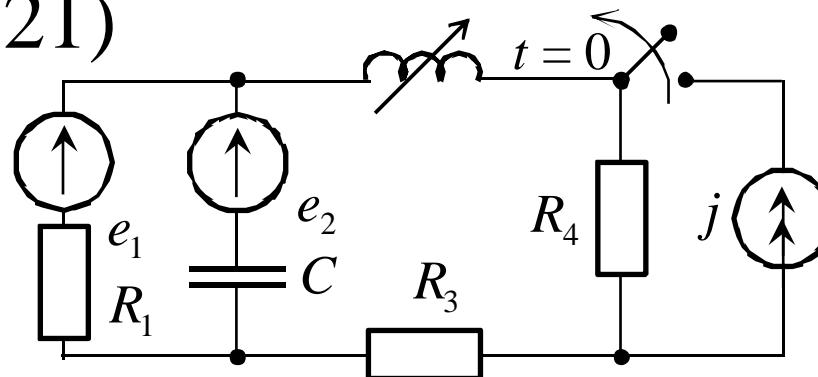




## VD6

## Sai phân (21)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$



$$Z_{12} = 10 - j10\ \Omega; \dot{E}_{td} = 71,52 / 140,3^\circ\text{ V}$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \dot{U}_L = j25\psi(I_L) = j25(2I_L + 0,8I_L^3) \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (R_3 + R_4 + Z_{12})\dot{I}_L$$

$$\varepsilon = |E_{td} - 71,52| / 71,52$$

$k$	1	2	3	
$\dot{I}_L\text{ (A)}$	1	0,5	0,7	
$\dot{U}_L\text{ (V)}$	$j70$	$j27,5$	$j41,86$	
$\dot{E}_{td}\text{ (V)}$	$108,2 / 33,7^\circ$	$50,3 / 26,6^\circ$	$72,00 / 29,0^\circ$	
$\varepsilon\text{ (%)}$	51	30	0,67	

$$\varphi_{Etd} - \varphi_{IL} = 29,0^\circ = 140,3^\circ - \varphi_{IL} \rightarrow \varphi_{IL} = 111,3^\circ \rightarrow i_L(t) = 0,7\sin(25t + 111,3^\circ)\text{ A}$$

## VD6

## Sai phân (22)

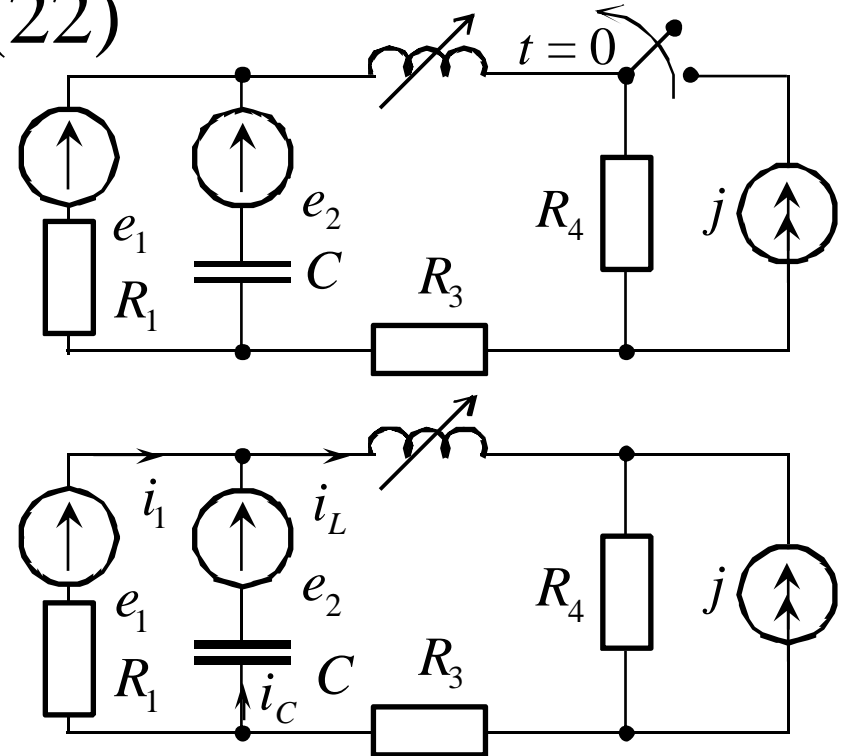
$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(t) = 0,7 \sin(25t + 111,3^\circ)\text{ A}$$

$$\dot{U}_L + (R_3 + R_4)\dot{I}_L + \dot{U}_C = \dot{E}_2 - R_4 j$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow \dot{U}_C &= \dot{E}_2 - R_4 j - \dot{U}_L - (R_3 + R_4)\dot{I}_L \\ \dot{I}_L &= 0,7 / 111,3^\circ \text{ A} \\ \dot{U}_L &= 41,86 / 111,3^\circ + 90^\circ \\ &= 41,86 / 201,3^\circ \text{ V} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \dot{U}_C = 60,36 / 34,0^\circ \text{ V} \rightarrow u_C(t) = 60,36 \sin(25t + 34,0^\circ) \text{ V}$$



## VD6

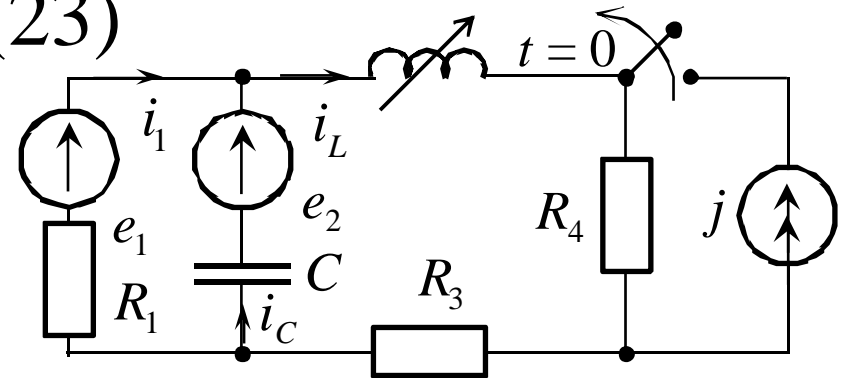
## Sai phân (23)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(t) = 0,7 \sin(25t + 111,3^\circ)\text{ A}$$

$$u_C(t) = 60,36 \sin(25t + 34,0^\circ)\text{ V}$$

$$i_L(0) = 0,7 \sin(111,3^\circ) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 60,36 \sin(34^\circ) = 33,75\text{ V}$$



$$\begin{cases} i_1 + i_C - i_L = 0 \\ u_C + u_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases}$$

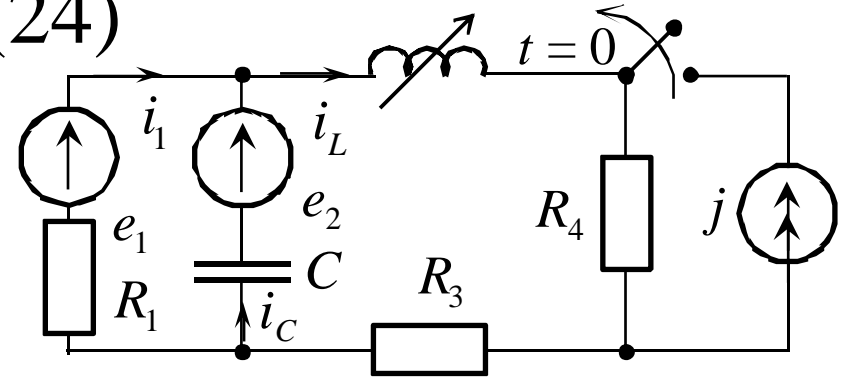
$$\rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \end{cases}$$

## VD6

## Sai phân (24)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(0) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 33,75\text{ V}$$



$$\begin{cases} \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u'_C = \frac{i_L}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1 C} \\ i'_L = \frac{e_2 - u_C - (R_3 + R_4)i_L}{(2 + 2,4i_L^2)} \end{cases}$$

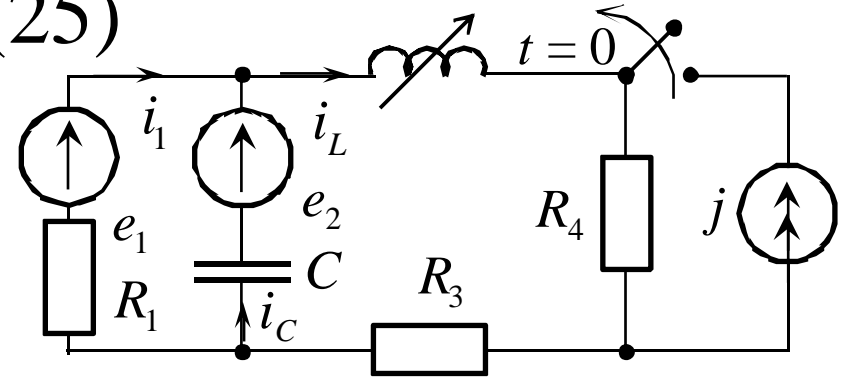
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

## VD6

## Sai phân (25)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(0) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 33,75\text{ V}$$



$$\begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + h \left( \frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \right) \\ i_{k+1} = i_k + h \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

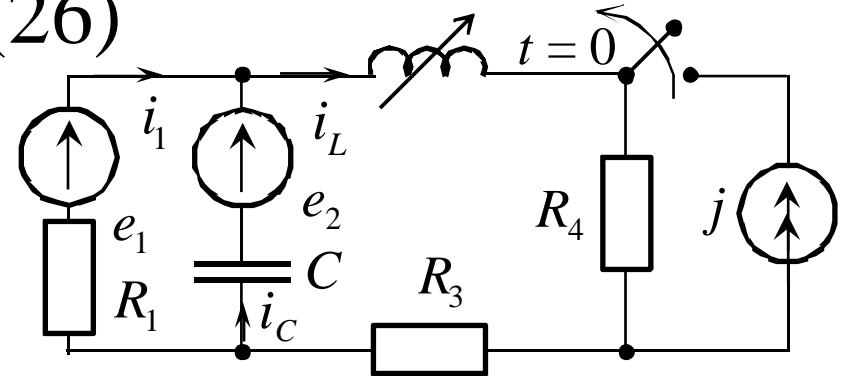
$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left[ \frac{i_k}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{50 \sin(25 \cdot 10^{-3}k) - 100 \sin(25 \cdot 10^{-3}k + \pi/4) + u_k}{20 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \right] \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100 \sin(25 \cdot 10^{-3}k + \pi/4) - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

## VD6

## Sai phân (26)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(0) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 33,75\text{ V}$$



$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left[ \frac{i_k}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{50 \sin(25 \cdot 10^{-3} k) - 100 \sin(25 \cdot 10^{-3} k + \pi/4) + u_k}{20 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \right] \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100 \sin(25 \cdot 10^{-3} k + \pi/4) - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

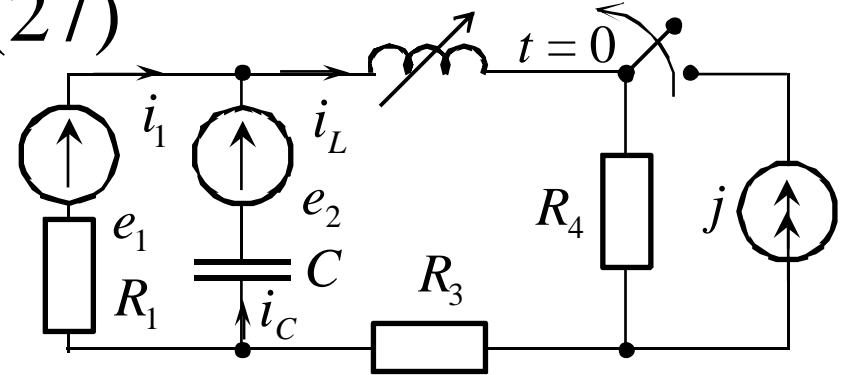
$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50 \sin(0,025k) - 100 \sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100 \sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

## VD6

## Sai phân (27)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$$i_L(0) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 33,75\text{ V}$$



$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50\sin(0,025k) - 100\sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100\sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{2} - \frac{50\sin(0,025.0) - 100\sin(0,025.0 + \pi/4) + u_0}{40} \\ i_1 = i_0 + \frac{100\sin(0,025.0 + \pi/4) - u_0 - 80i_0}{(2 + 2,4i_0^2)10^3} \end{cases}$$

$k$	$i_k$ (A)	$u_k$ (V)
0	0,65	33,75
1		

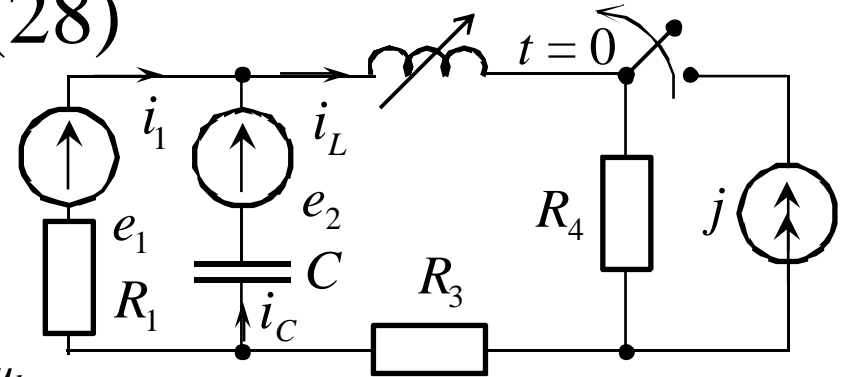


## VD6

## Sai phân (28)

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$   
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t)\text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ)\text{ V};$   
 $j = 2\sin 25t\text{ A. Tìm } i_L?$

$i_L(0) = 0,65\text{ A}; u_C(0) = 33,75\text{ V}$



$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50\sin(0,025k) - 100\sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100\sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{2} - \frac{50\sin(0,025.0) - 100\sin(0,025.0 + \pi/4) + u_0}{40} = 35,00 \\ i_1 = i_0 + \frac{100\sin(0,025.0 + \pi/4) - u_0 - 80i_0}{(2 + 2,4i_0^2)10^3} = 0,65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + \frac{i_1}{2} - \frac{50\sin(0,025.1) - 100\sin(0,025.1 + \pi/4) + u_1}{40} = 36,23 \\ i_2 = i_1 + \frac{100\sin(0,025.1 + \pi/4) - u_1 - 80i_1}{(2 + 2,4i_1^2)10^3} = 0,64 \end{cases}$$

$k$	$i_k$ (A)	$u_k$ (V)
0	0,65	33,75
1	0,65	35,00
2	0,64	36,23
3		
4		



# Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
  - a) Khái niệm
  - b) Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - c) Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - d) Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - e) Phương pháp tham số bé
  - f) Phương pháp sai phân
  - g) Không gian trạng thái**
    - i. Khái niệm
    - ii. Ứng dụng
    - iii. Cách xây dựng quỹ đạo pha trong không gian trạng thái
5. Điốt & tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

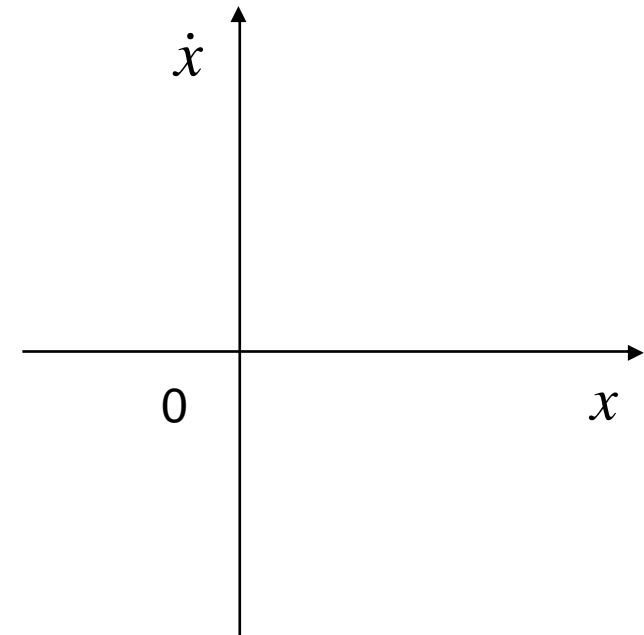
## Khái niệm (1)

- Mặt phẳng pha/quỹ đạo pha
- Biểu diễn quan hệ

$$\dot{x} = f(x)$$

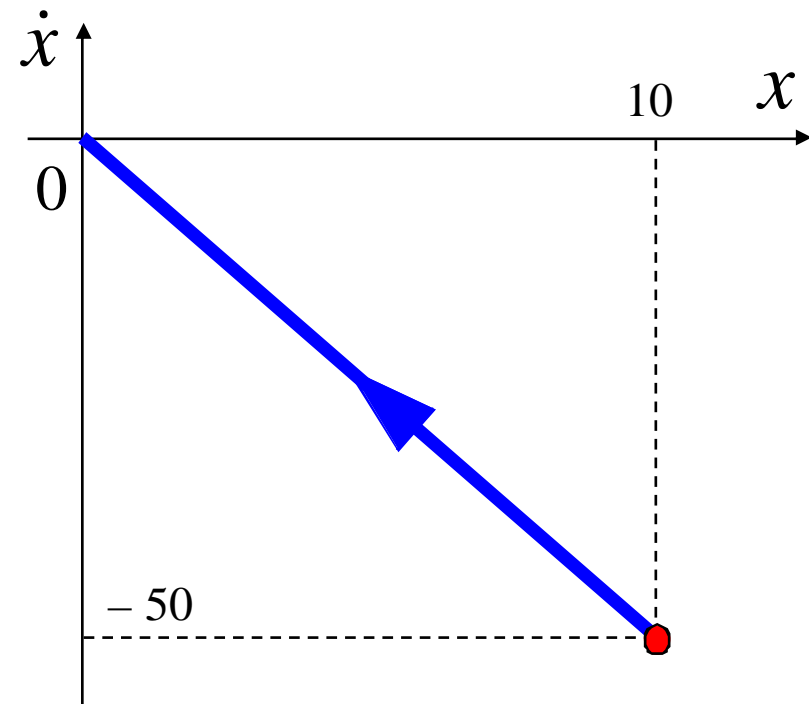
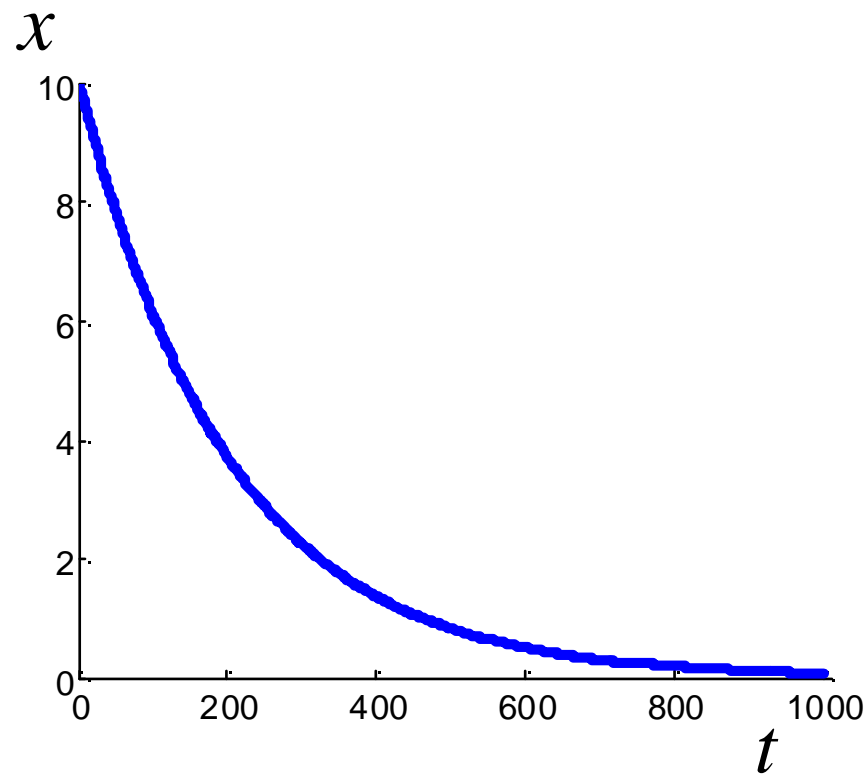
trên mặt phẳng pha

- Mặt phẳng pha:
  - trục hoành:  $x$
  - trục tung:  $\dot{x}$
- Áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến
- Chỉ nên áp dụng cho phương trình vi phân có cấp đến 2



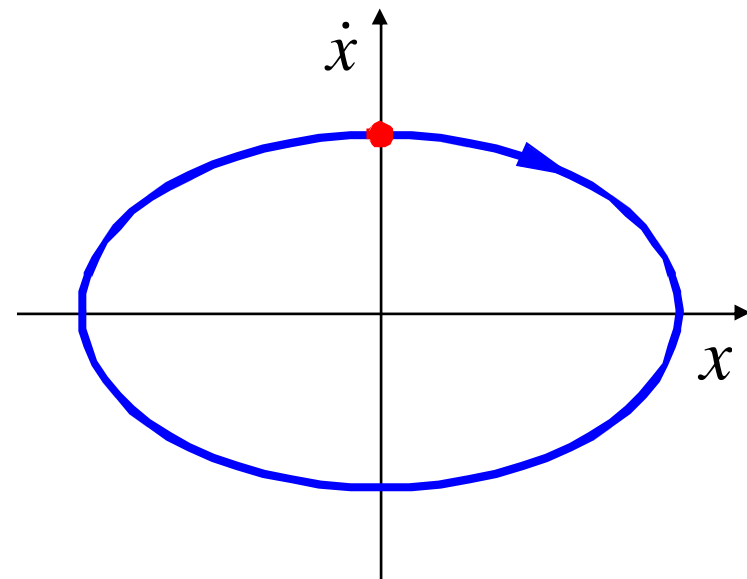
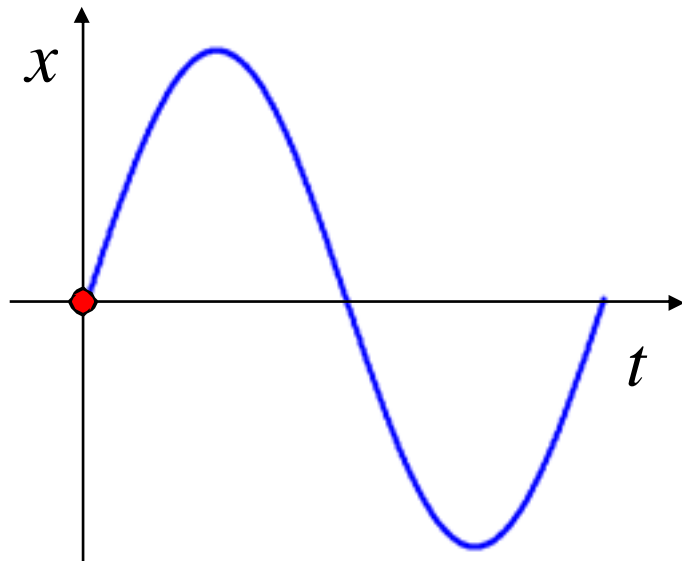
## Khái niệm (2)

$$x = 10e^{-5t} \rightarrow \dot{x} = -5.10e^{-5t} = -5x$$



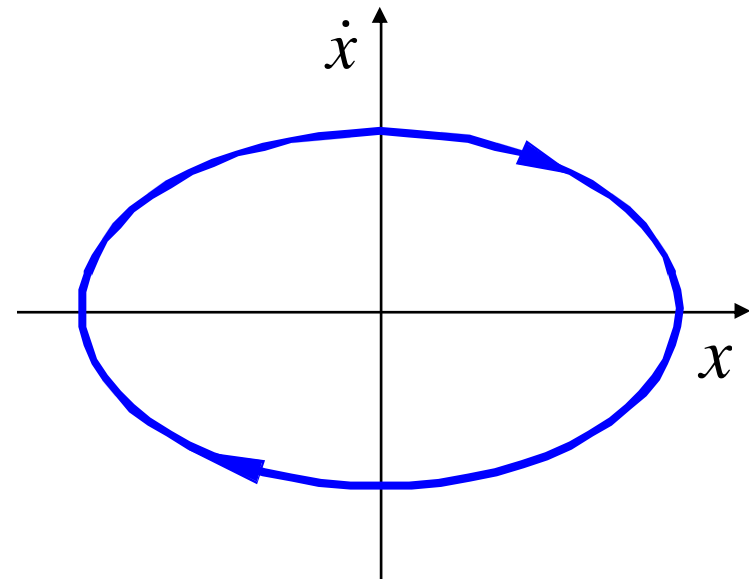
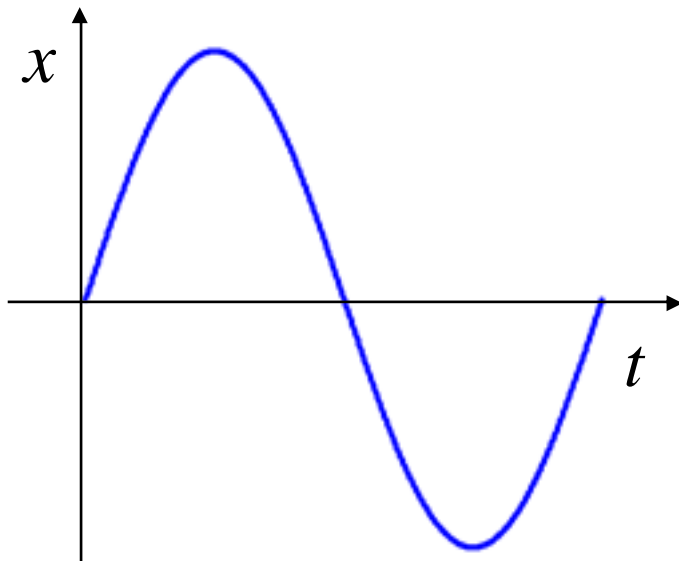
## Khái niệm (3)

$$x(t) = A \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \dot{x} = \omega A \cos \omega t \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{(\omega A)^2} = 1$$



## Chiều chuyển động của điểm trạng thái

- Nửa mặt phẳng trên:  $\dot{x} > 0 \rightarrow x$  tăng  $\rightarrow$  từ trái sang phải
- Nửa mặt phẳng dưới:  $\dot{x} < 0 \rightarrow x$  giảm  $\rightarrow$  từ phải sang trái



## Ứng dụng (1)

- (có thể) Tìm được  $x(t)$
- Khảo sát tính chất của  $x(t)$
- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện

## Ứng dụng (2)

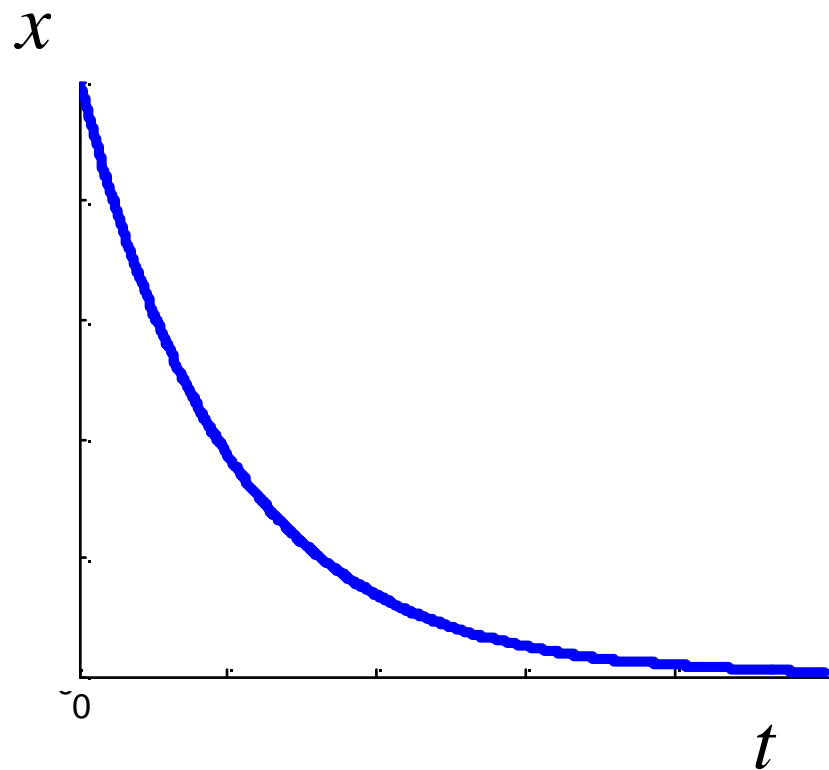
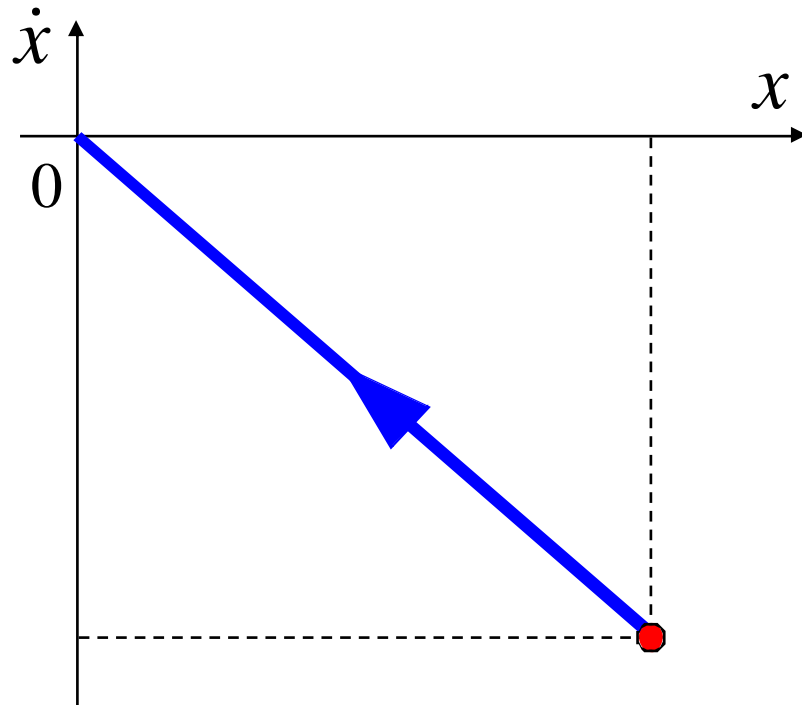
- Tìm  $x(t)$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{\dot{x}} \\ t = \int_0^t dt \end{array} \right\} \rightarrow t = \int_{x(0)}^x \frac{dx}{\dot{x}} \left. \begin{array}{l} \\ \dot{x} = f(x) \end{array} \right\} \rightarrow t = \int_{x(0)}^x \frac{dx}{f(x)} = \varphi(x)$$

$$\rightarrow x(t) = \varphi^{-1}(x)$$

## Ứng dụng (3)

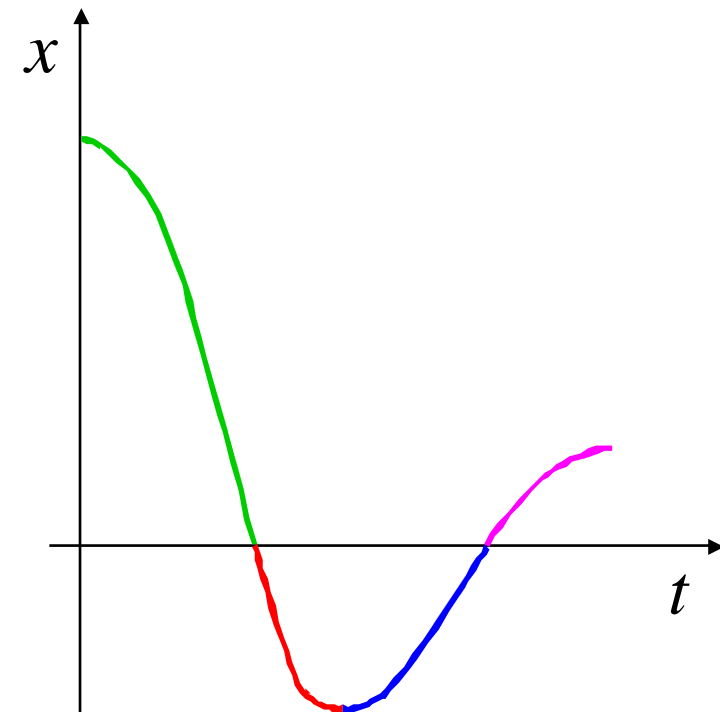
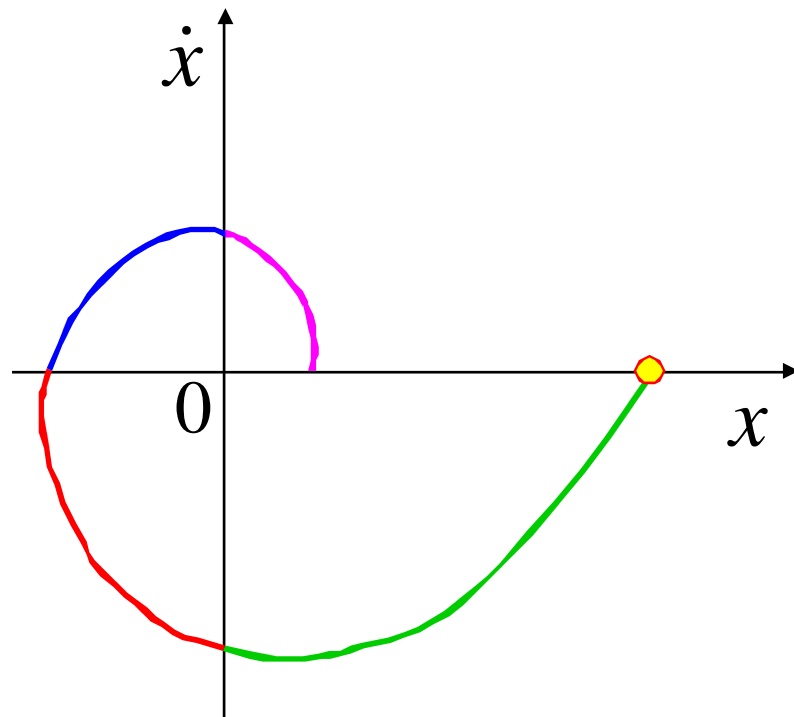
- Khảo sát tính chất của  $x(t)$





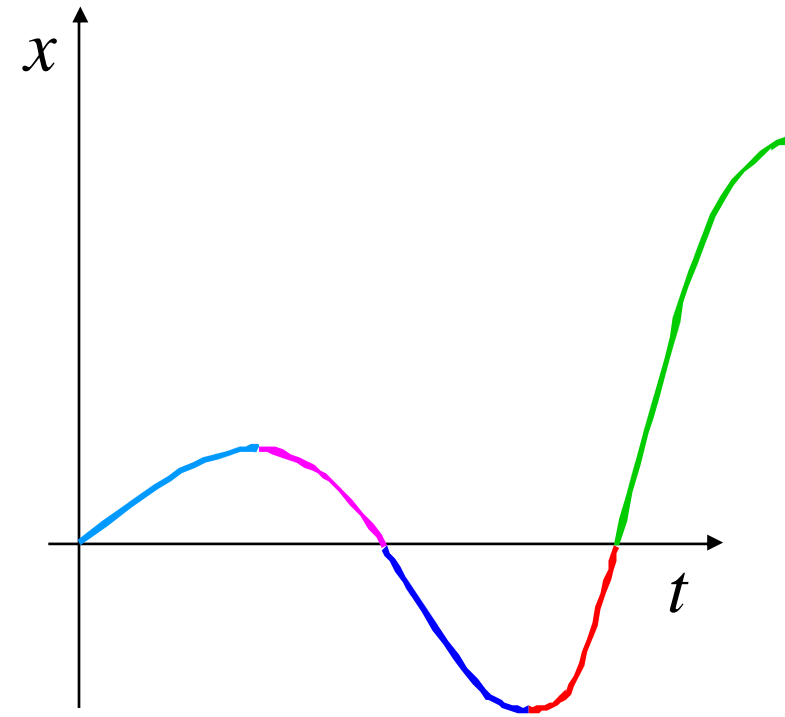
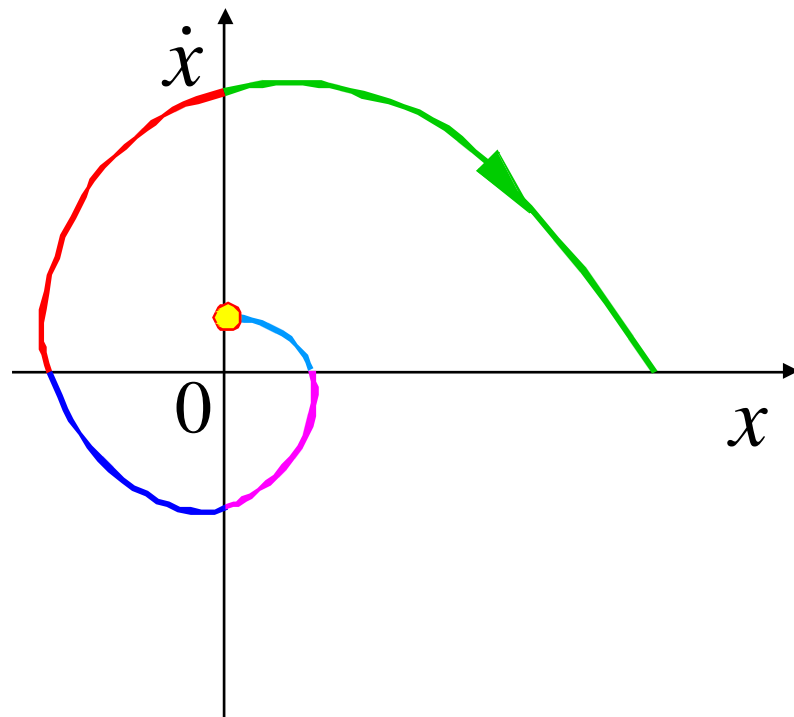
## Ứng dụng (4)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



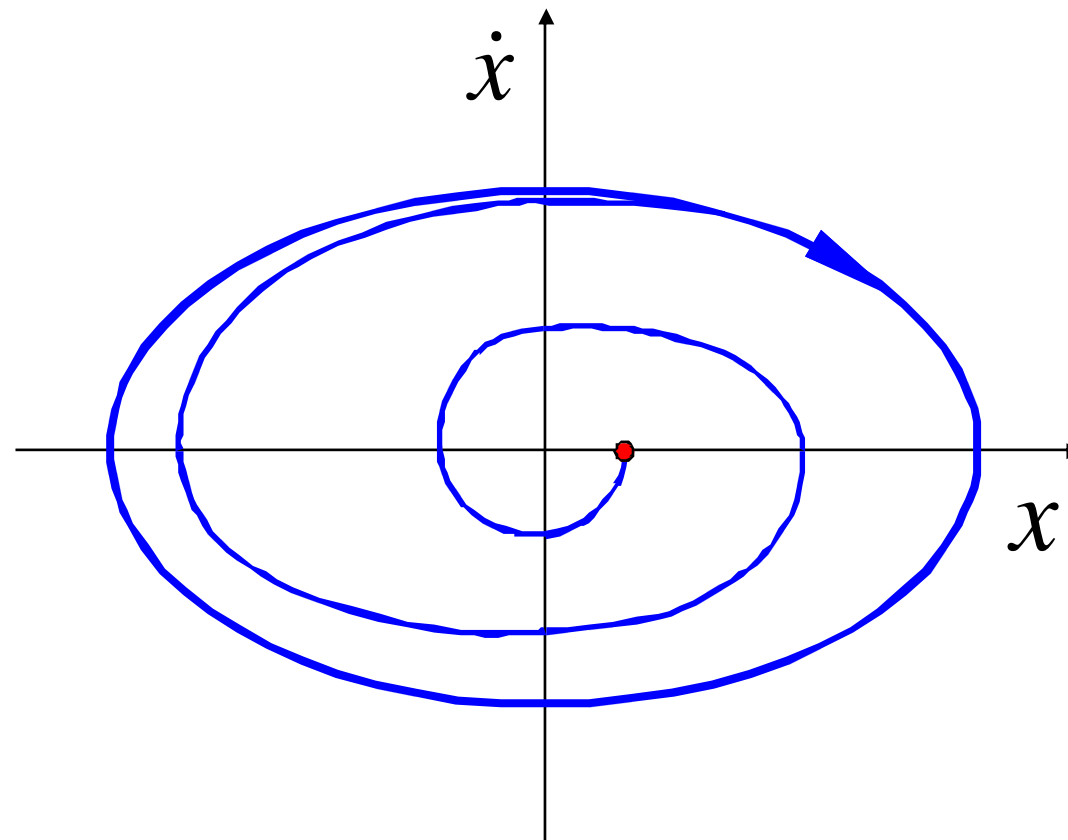
## Ứng dụng (5)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



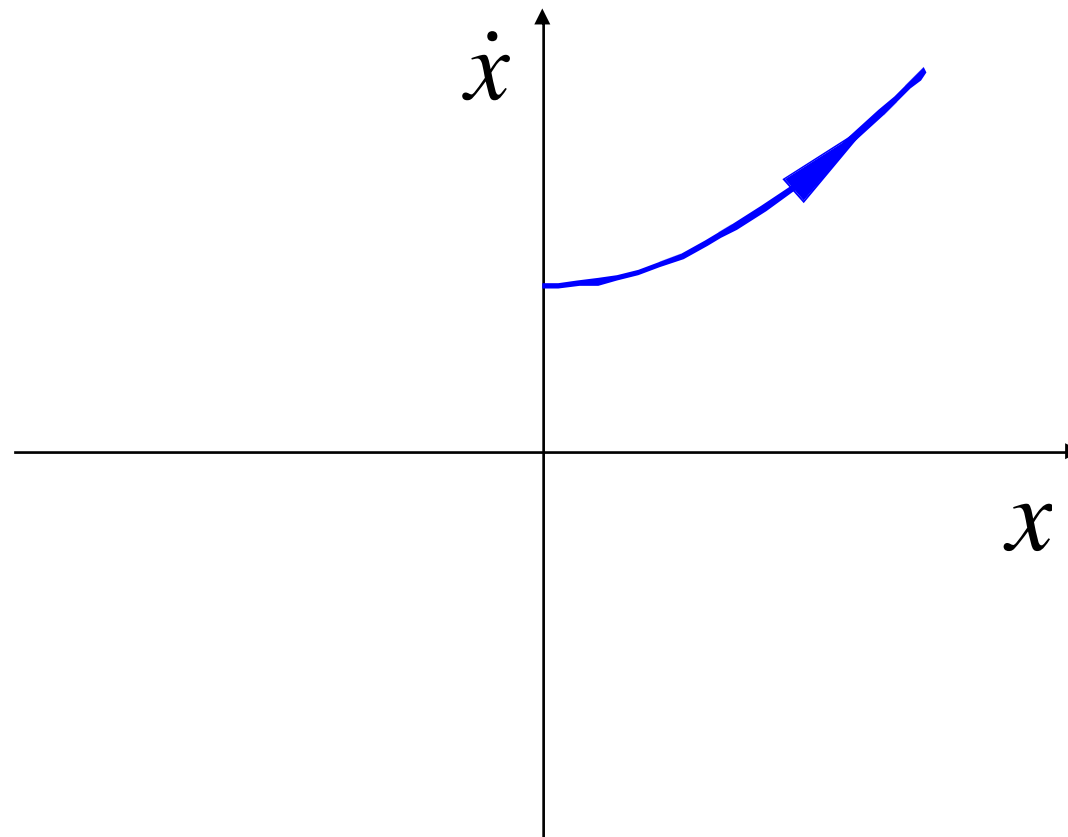
## Ứng dụng (6)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



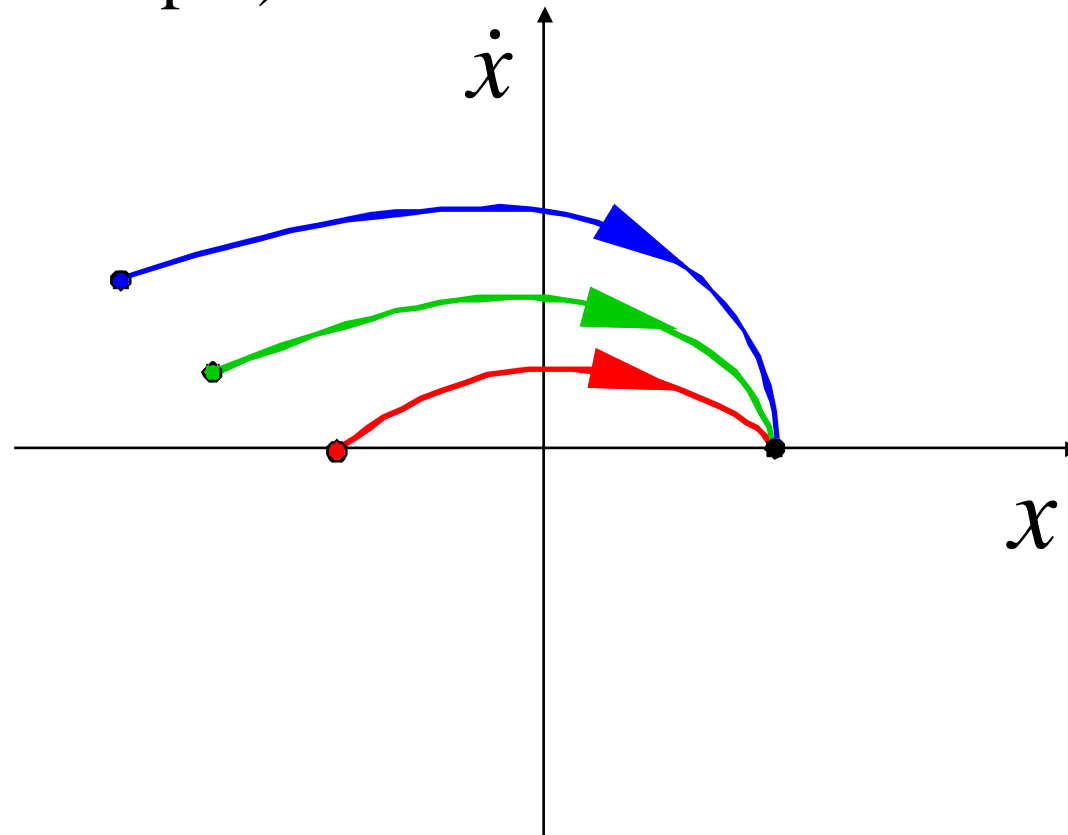
## Ứng dụng (7)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



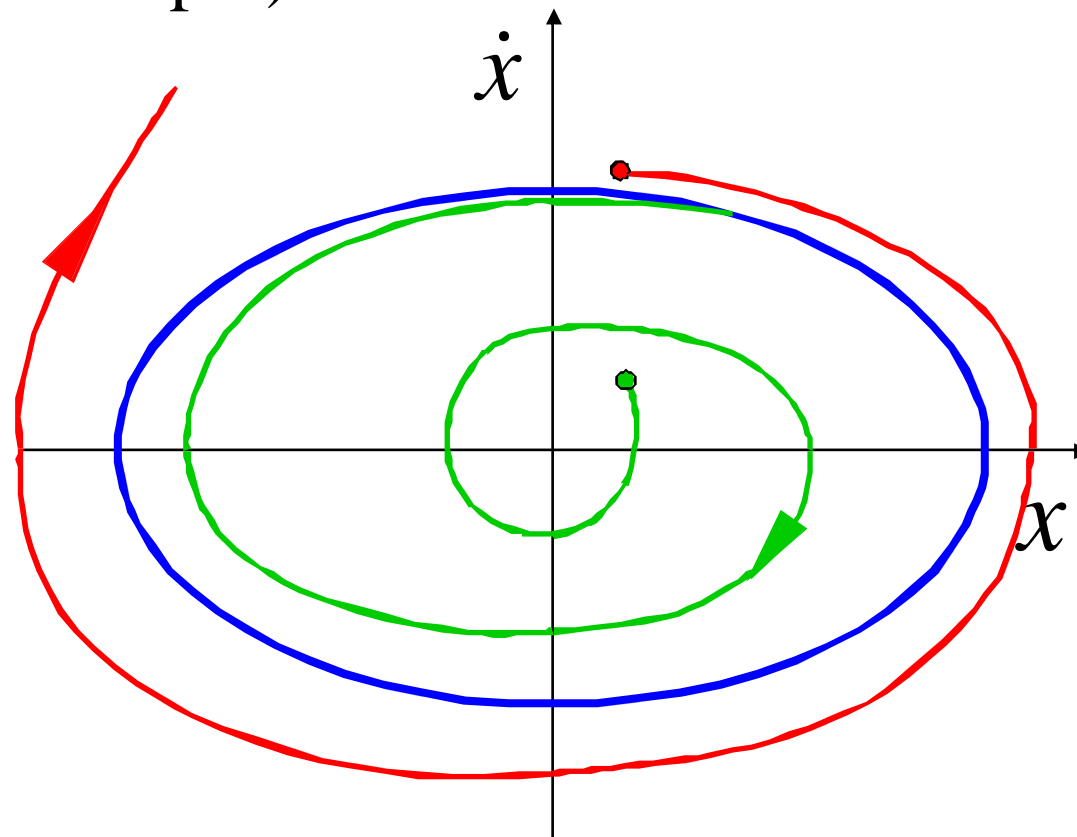
## Ứng dụng (8)

- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



## Ứng dụng (9)

- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - Trường đồng nghiêng
  - Liénard

## Xây dựng quỹ đạo pha trực tiếp từ phương trình

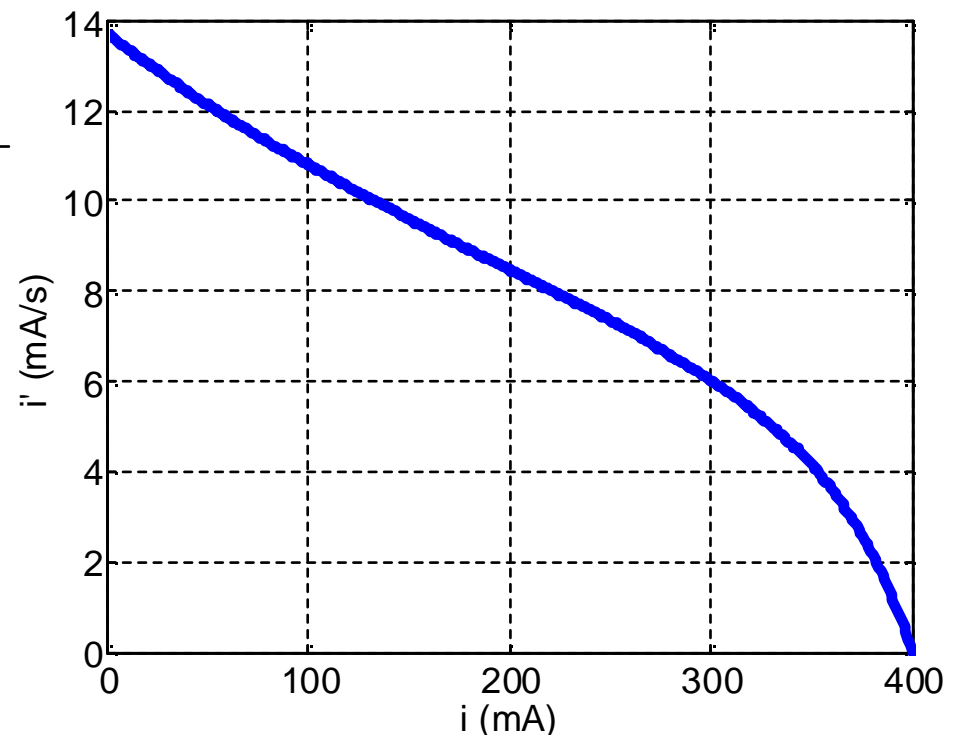
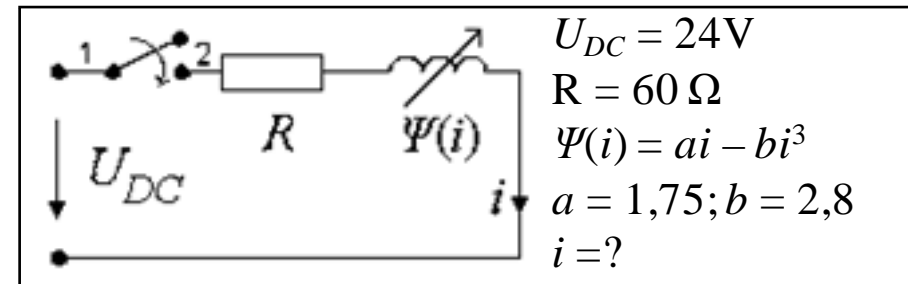
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow Ri + (a - 3bi^2)i' = U_{DC}$$

$$\rightarrow i' = \frac{U_{DC} - Ri}{a - 3bi^2} = \frac{24 - 60i}{1,75 - 3 \cdot 2,8i^2}$$

$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ A}$$

$\rightarrow$  dòng tăng từ 0  $\rightarrow$  0,4 A





## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- **Cấp 2:**
  - **Vẽ từng đoạn**
  - **Trường đồng nghiêng**
  - **Liénard**

## Vẽ từng đoạn (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x})$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}(x)}{dt} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \\ \frac{dx}{dt} &= \dot{x} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}}{dx} \dot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} \\ \ddot{x} &= f(x, \dot{x}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = f(x, \dot{x})$$

$$\rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

## Vẽ từng đoạn (2)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

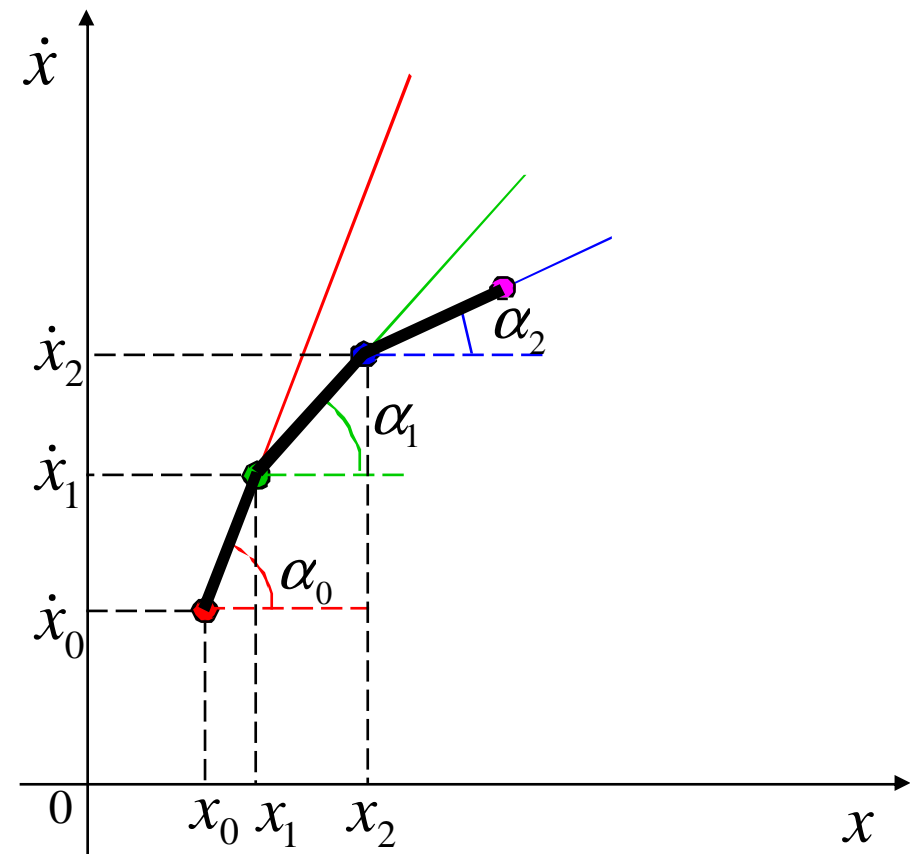
$$(x_0, \dot{x}_0) \rightarrow \tan \alpha_0 = \frac{f(x_0, \dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$

$$(x_1, \dot{x}_1) = (x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta x_0 \tan \alpha_0)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{f(x_1, \dot{x}_1)}{\dot{x}_1}$$

$$(x_2, \dot{x}_2) = (x_1 + \Delta x_1, \dot{x}_1 + \Delta x_1 \tan \alpha_1)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{f(x_2, \dot{x}_2)}{\dot{x}_2}$$



## Vẽ từng đoạn (3)

```
x[0] = x0; y[0] = y0; delta = 0.001;  
c = số_bước_tính  
for(i = 0; i < c; i++){  
    tan_alpha = F(x[i],y[i]);  
    x[i+1] = x[i] + delta*sign(y[i]);  
    y[i+1] = y[i] + tan_alpha*x[i];  
}
```

## Vẽ từng đoạn (4)

- Tính toán nhiều
- Có thể lập trình

## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - **Trường đồng nghiêng**
  - Liénard

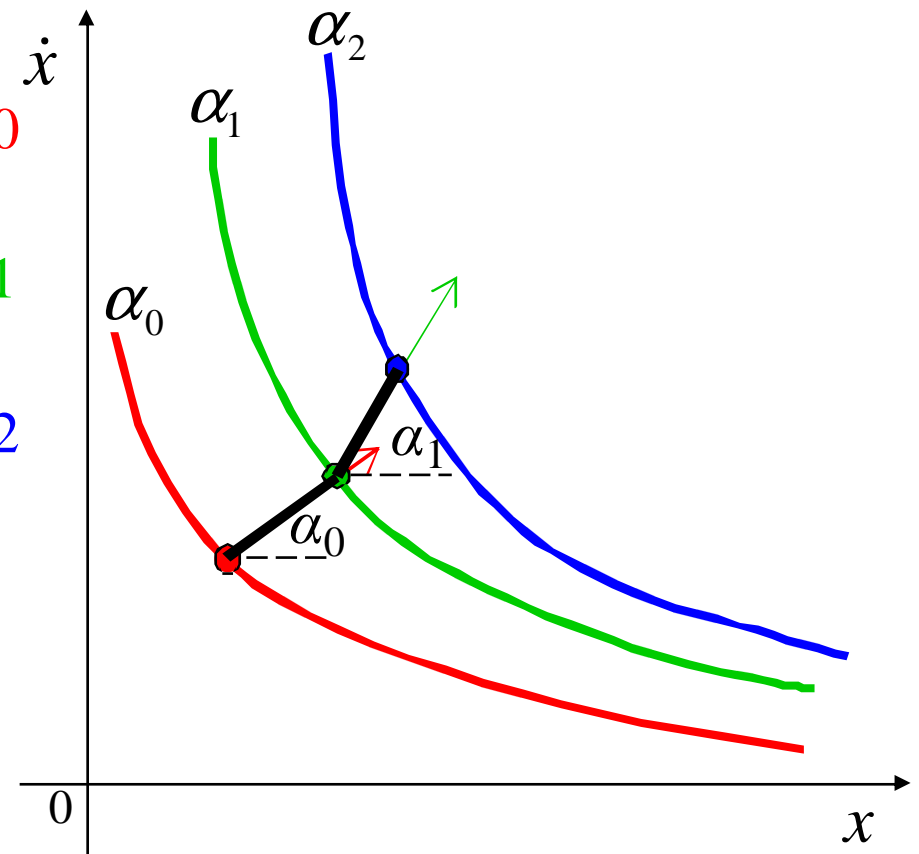
## Trường đồng nghiêng (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\alpha_0 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_0 \rightarrow \text{đường cong } C0$$

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_1 \rightarrow \text{đường cong } C1$$

$$\alpha_2 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_2 \rightarrow \text{đường cong } C2$$



## Trường đồng nghiệp (2)

- Không phải tính toán
- Phải vẽ nhiều đồ thị



## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - Trường đồng nghiệp
  - **Liénard**

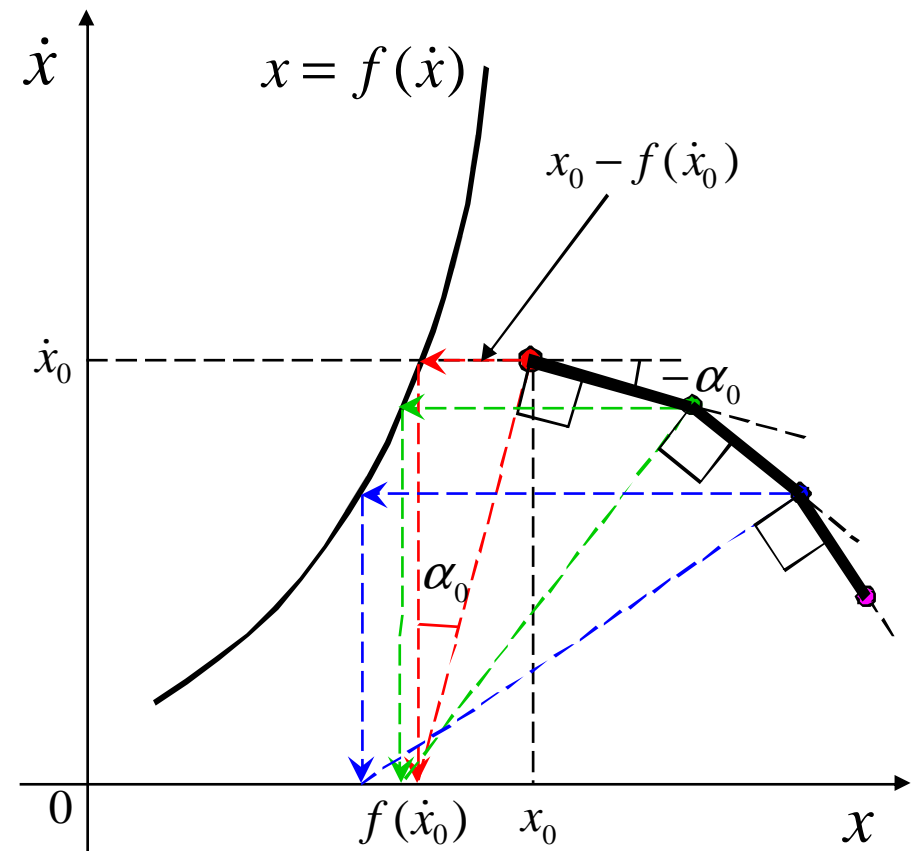
## Liénard (1)

- Chỉ áp dụng cho dạng  $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$
- Vẽ trên mặt phẳng có tỉ lệ xích hai trục bằng nhau

$$\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0 \rightarrow \ddot{x} = -x + f(\dot{x})$$

$$\rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{x - f(\dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{x_0 - f(\dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$



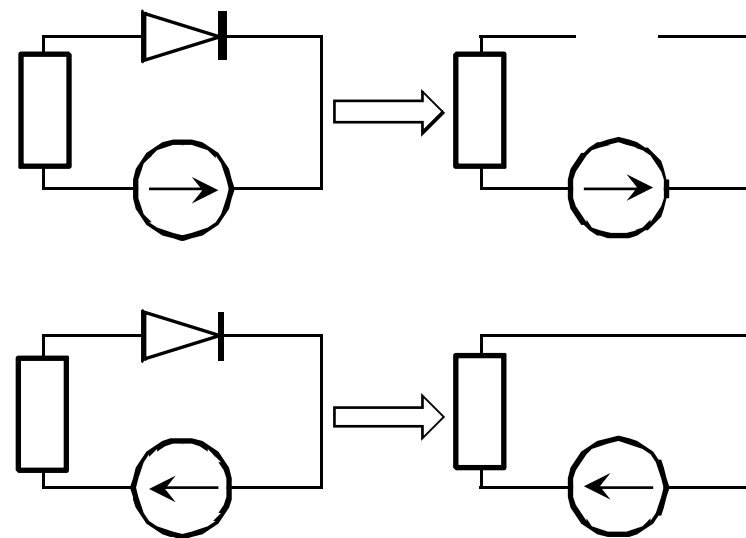
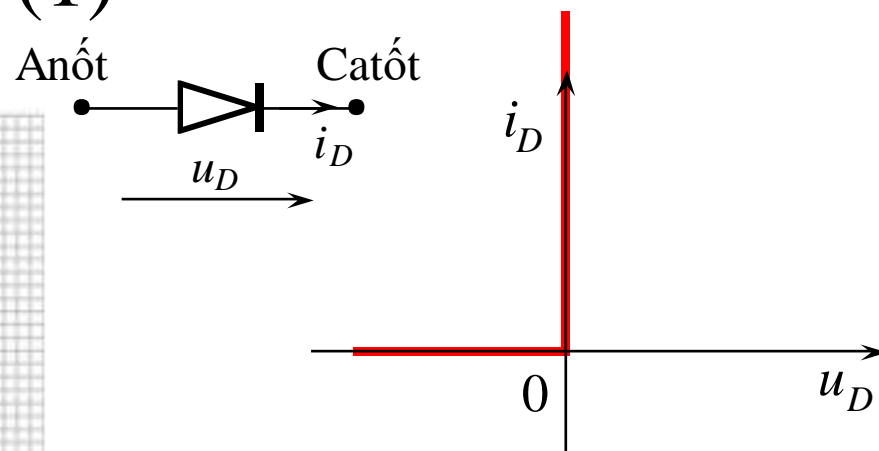
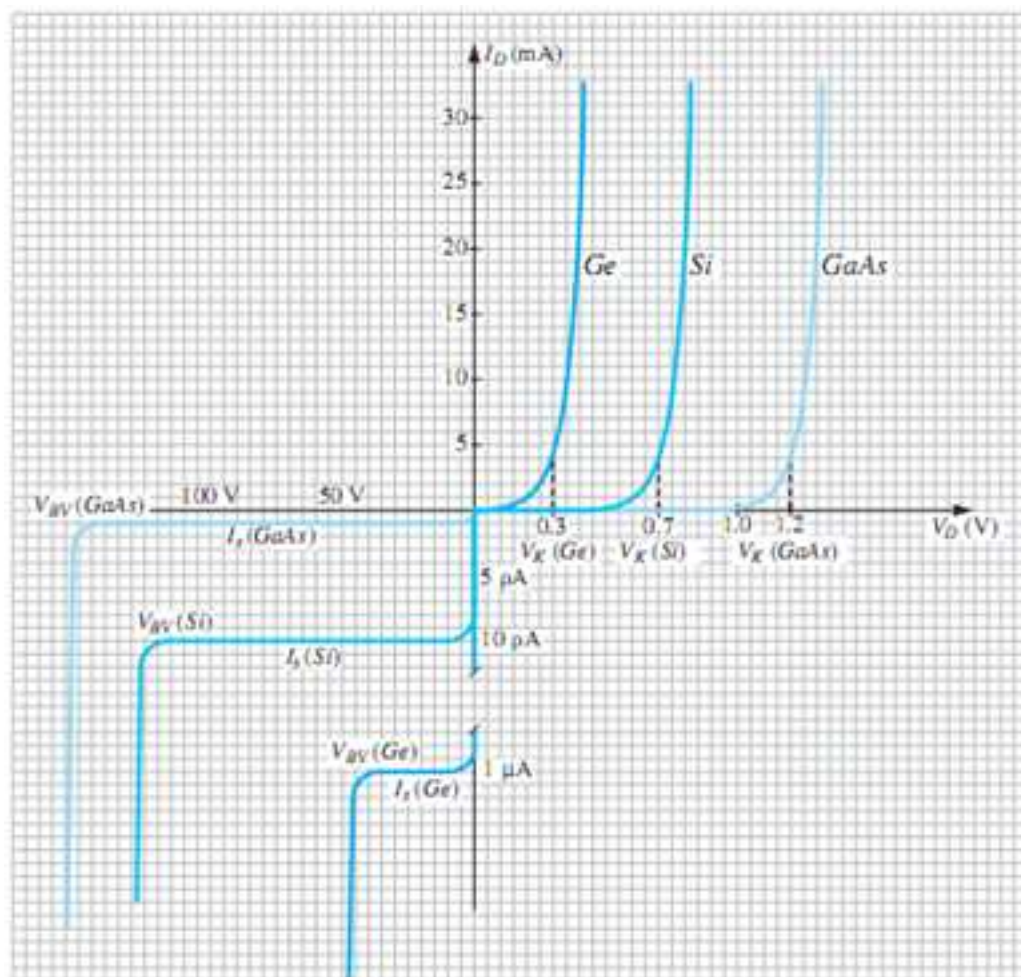
## Liénard (2)

- Không phải tính toán
- Đơn giản
- Chỉ áp dụng cho trường hợp đặc biệt:  $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$

## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
- 5. Điốt & tranzito**
  - a) Điốt
  - b) Tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

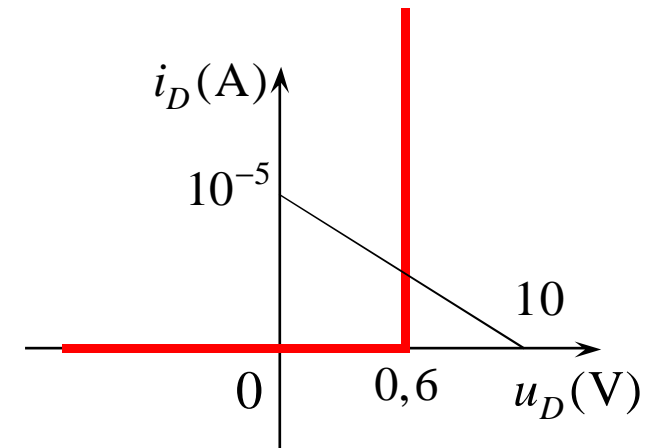
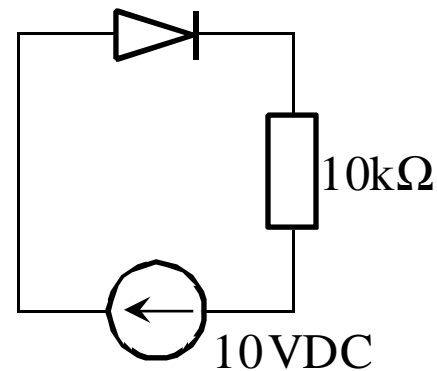
# Điốt (1)



## VD1

Tìm dòng điện trong mạch.

## Điốt (2)



$$u_D(i) + 10^4 i = 10$$

$$\rightarrow u_D(i) = 10 - 10^4 i$$

$$\rightarrow u_D(i) = 0,6V$$

$$\rightarrow i = \frac{10 - 0,6}{10^4} = \boxed{9,4 \cdot 10^{-4} \text{ A}}$$

## VD2

Tìm dòng điện trong mạch.

$$u_D(i) + 1000i = 3$$

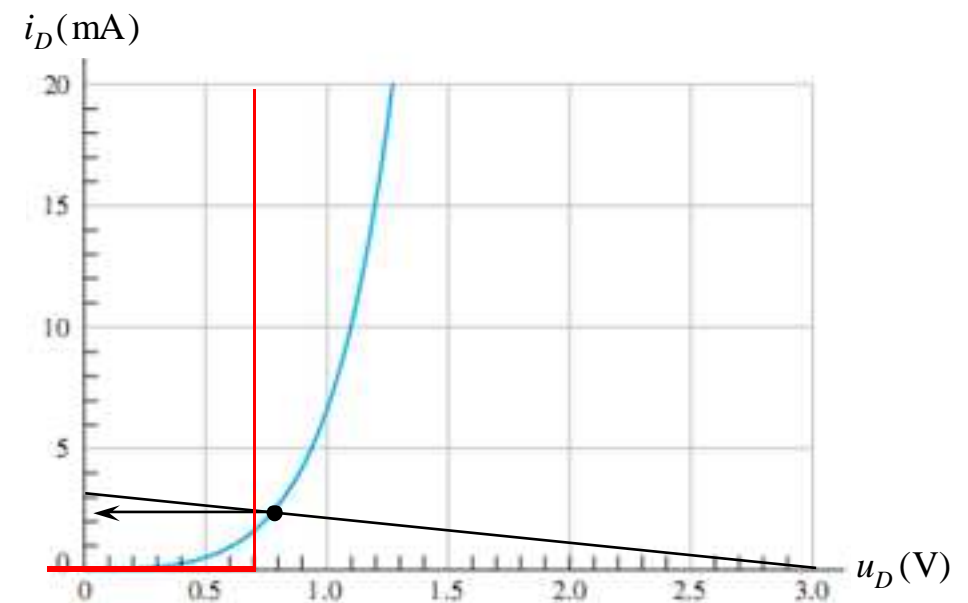
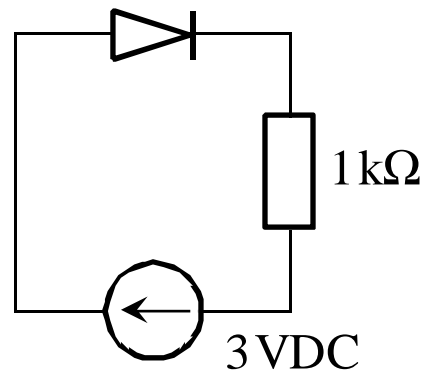
$$\rightarrow u_D(i) = 3 - 1000i$$

$$\rightarrow i = \boxed{2,4 \text{ mA}}$$

$$0,7 + 1000i = 3$$

$$\rightarrow i = \frac{3 - 0,7}{1000} = \boxed{2,3 \text{ mA}}$$

## Điốt (3)

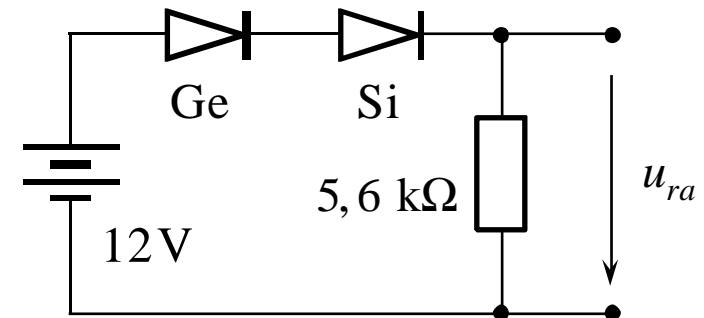




### VD3

## Điốt (4)

Tìm dòng qua điốt & điện áp ra.



$$0,3 + 0,7 + u_{ra} = 12$$

$$\rightarrow u_{ra} = 11\text{ V}$$

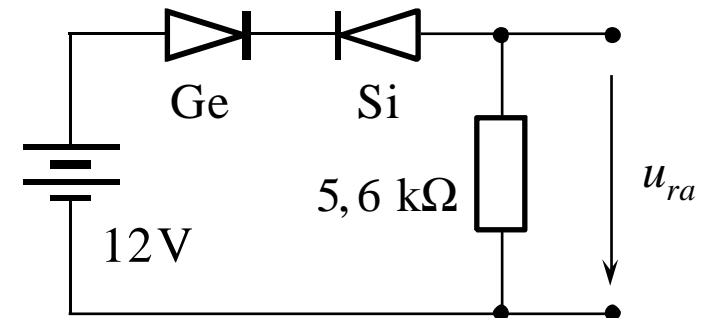
$$i_D = i_R = \frac{11}{5600} = 1,96\text{ mA}$$



## VD4

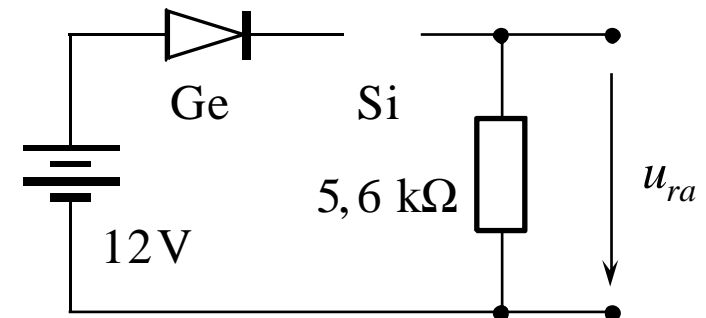
Tìm dòng qua điốt & điện áp ra.

## Điốt (5)



$$u_{ra} = 0$$

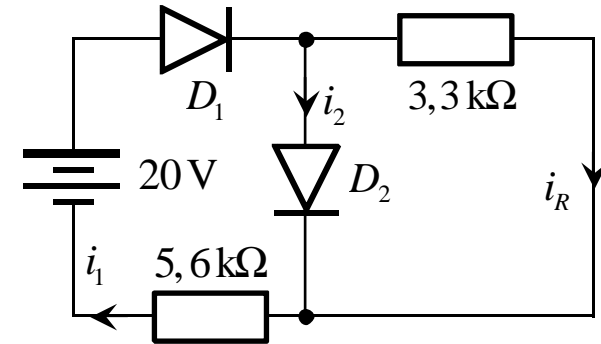
$$i_D = 0$$



## VD5

Tính các dòng điện trong mạch.

## Điốt (6)



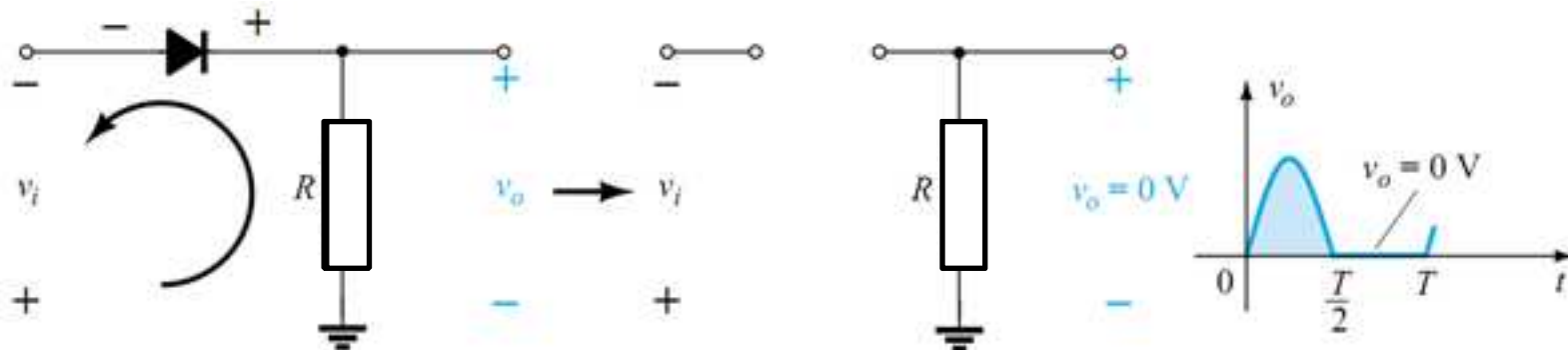
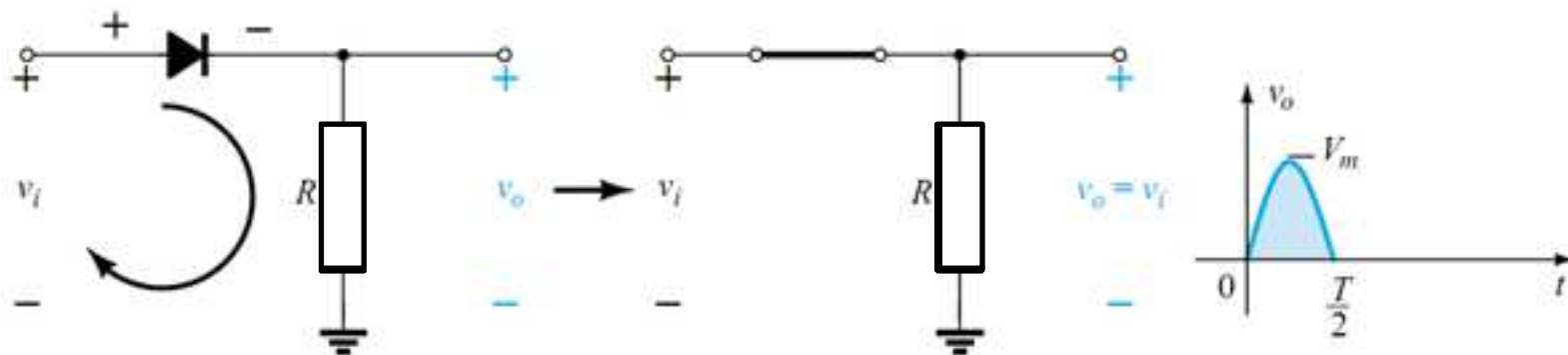
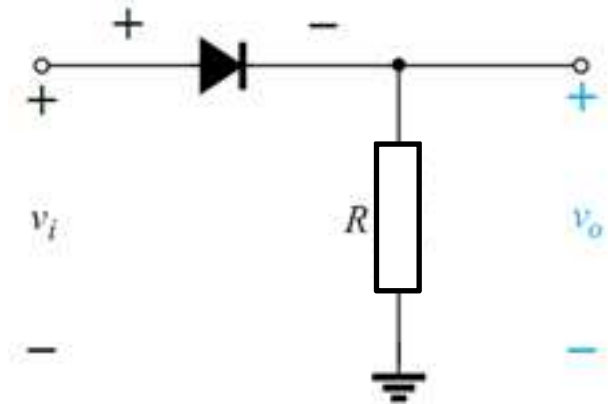
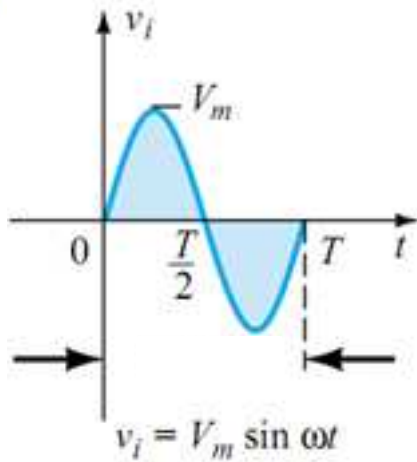
$$i_R = \frac{0,7}{3300} = 0,212\text{mA}$$

$$5600i_1 + 0,7 + 0,7 = 20$$

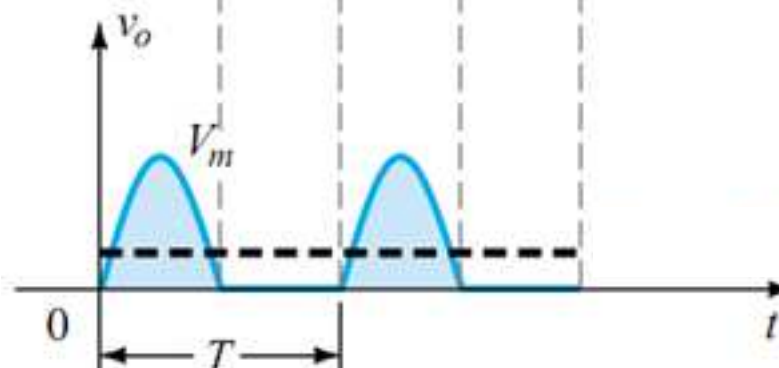
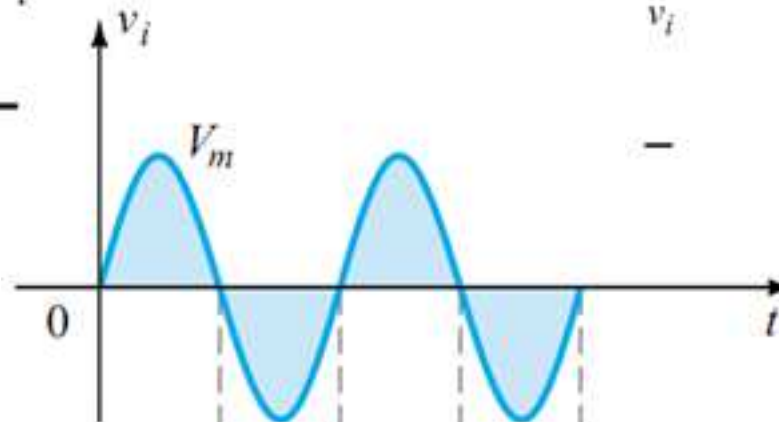
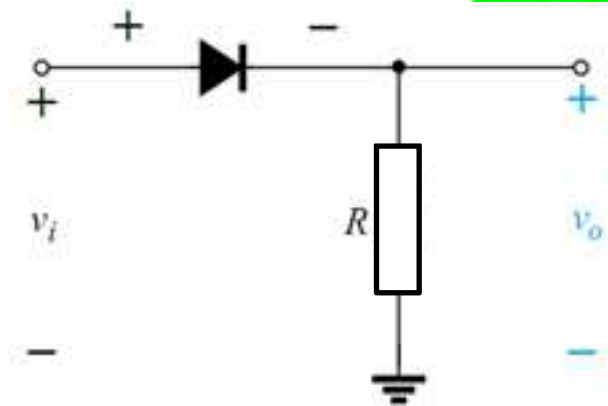
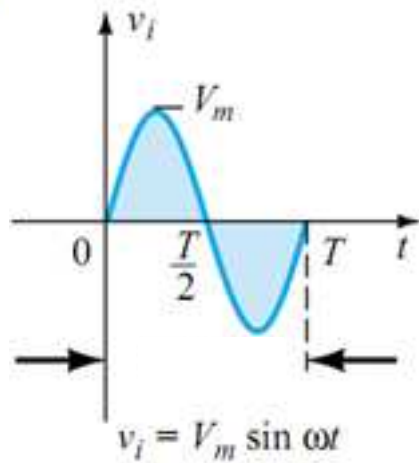
$$\rightarrow i_1 = \frac{20 - 0,7 - 0,7}{5600} = 3,32\text{mA}$$

$$i_2 = i_1 - i_R = 3,32 - 0,212 = 3,108\text{mA}$$

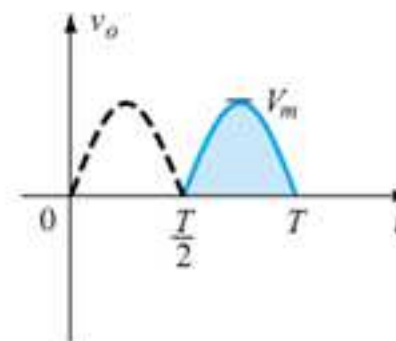
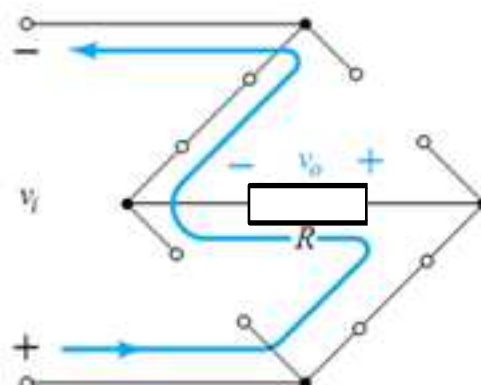
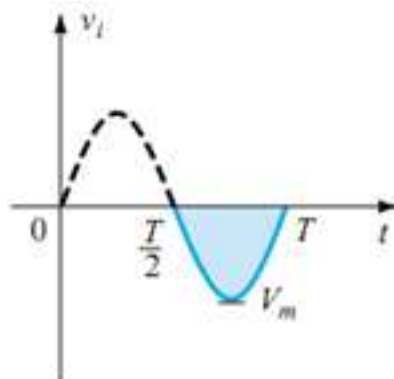
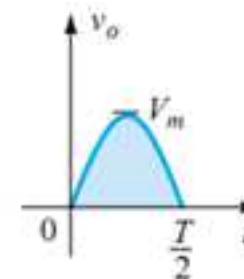
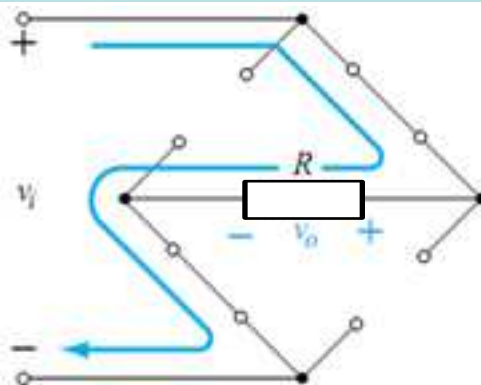
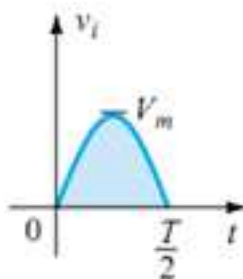
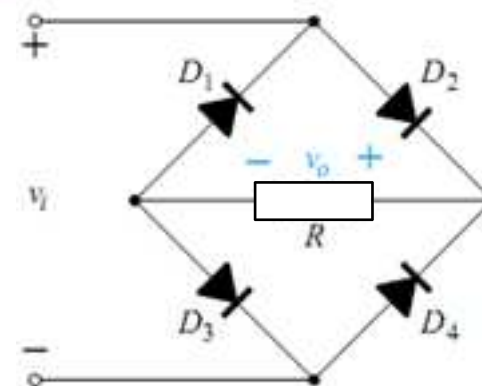
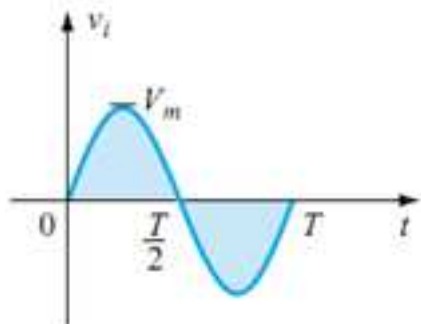
## Điốt (7)



## Điốt (8)



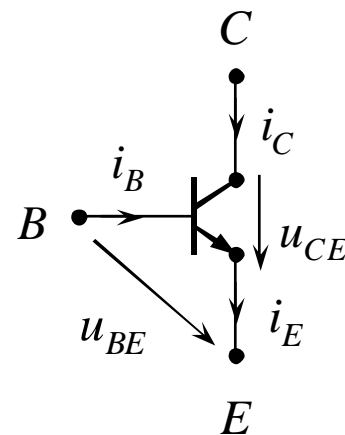
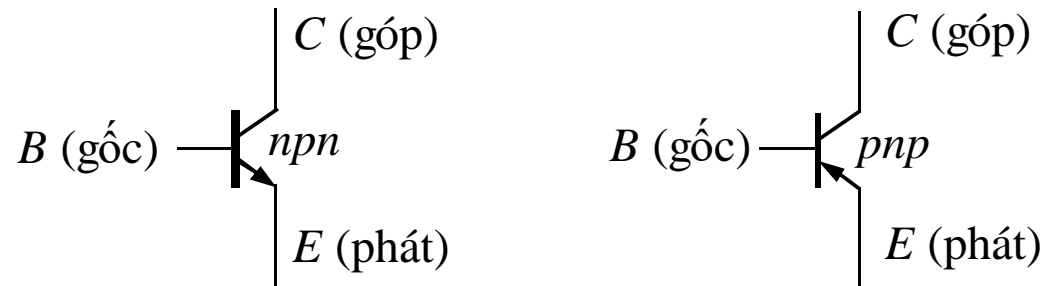
## Điốt (9)



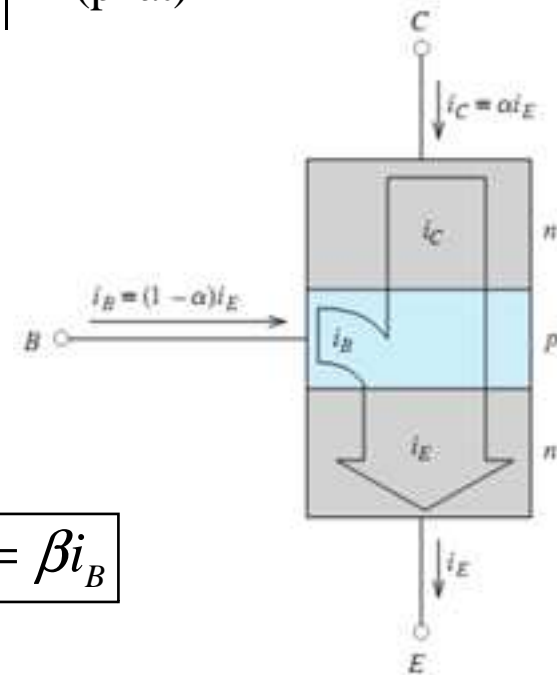
## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
- 5. Điốt & tranzito**
  - a) Điốt
  - b) Tranzito
6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

# Tranzito (1)

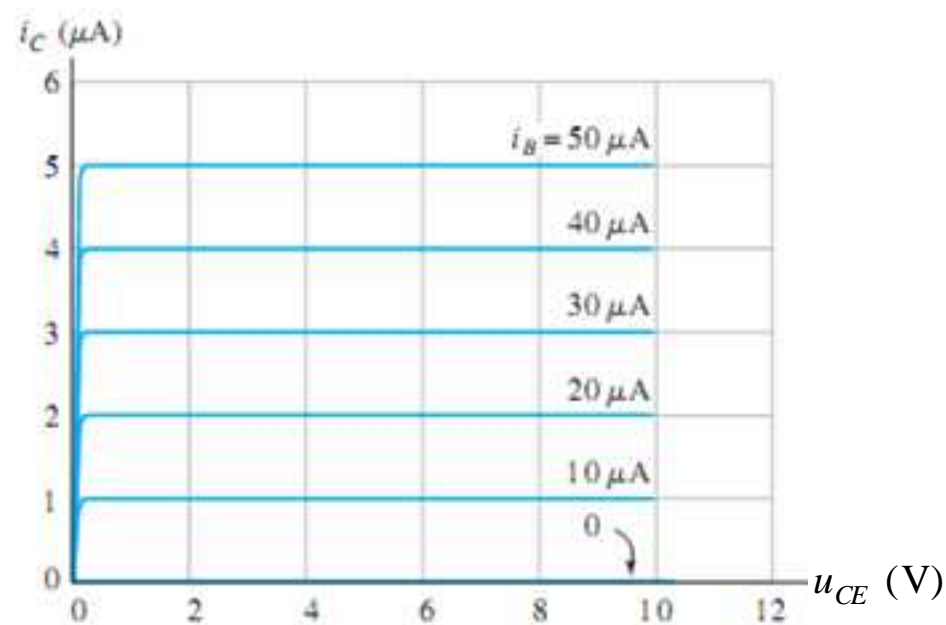
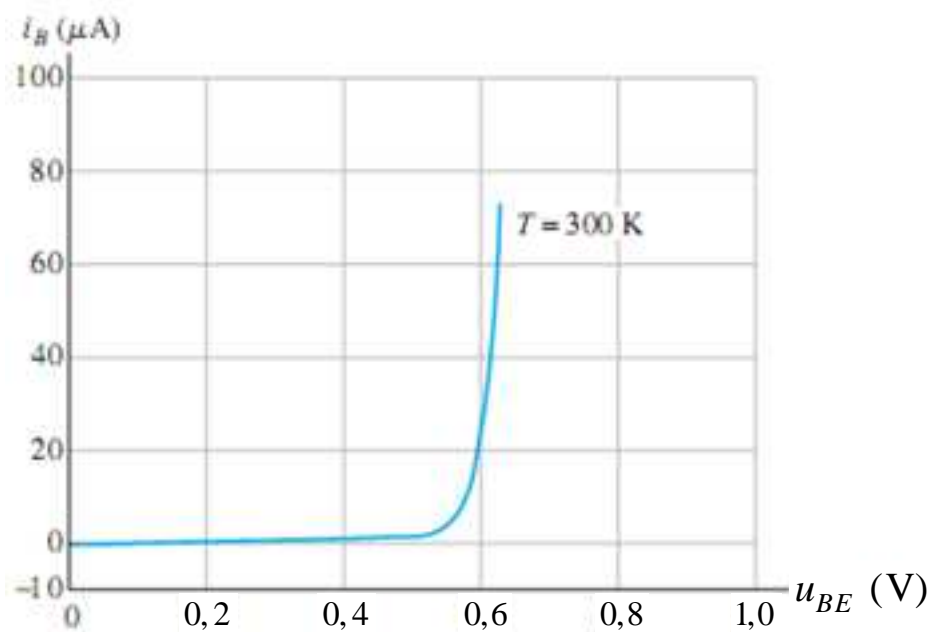
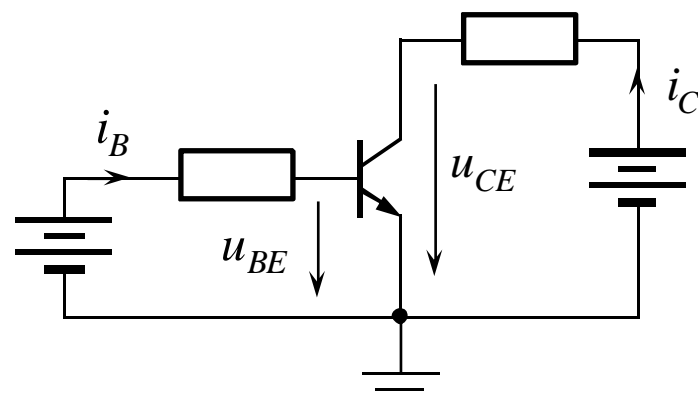


$$i_C = \beta i_B$$





## Tranzito (2)





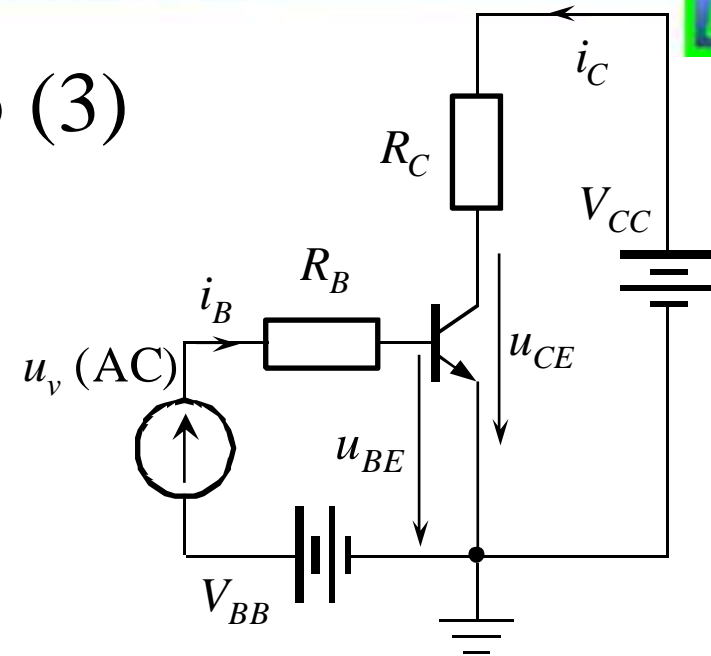
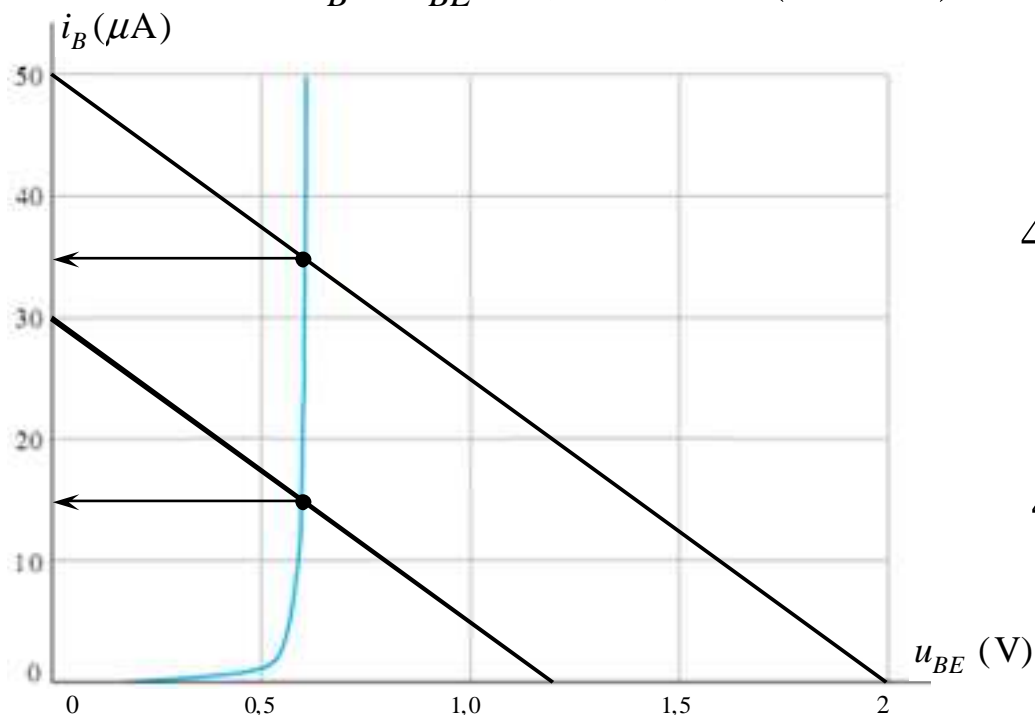
VD

## Tranzito (3)

$V_{CC} = 10V$ ;  $V_{BB} = 1,6V$ ;  $R_B = 40k\Omega$ ;  $R_C = 2k\Omega$ ;  
 $u_v = 0,4\sin(2000\pi t)$  V. Tính  $u_{CEmin}$ ,  $u_{CEmax}$ ?

$$R_B i_B + u_{BE} = V_{BB} + u_v$$

$$\rightarrow 40 \cdot 10^3 i_B + u_{BE} = 1,6 + 0,4\sin(2000\pi t)$$



$$40 \cdot 10^3 i_{Bmax} + u_{BEmax} = 1,6 + 0,4 = 2,0$$

$$\rightarrow u_{BEmax} = 2,0 - 4 \cdot 10^4 i_{Bmax}$$

$$\rightarrow i_{Bmax} = 35 \mu A$$

$$40 \cdot 10^3 i_{Bmin} + u_{BEmin} = 1,6 - 0,4 = 1,2$$

$$\rightarrow u_{BEmin} = 1,2 - 4 \cdot 10^4 i_{Bmin}$$

$$\rightarrow i_{Bmin} = 15 \mu A$$

VD

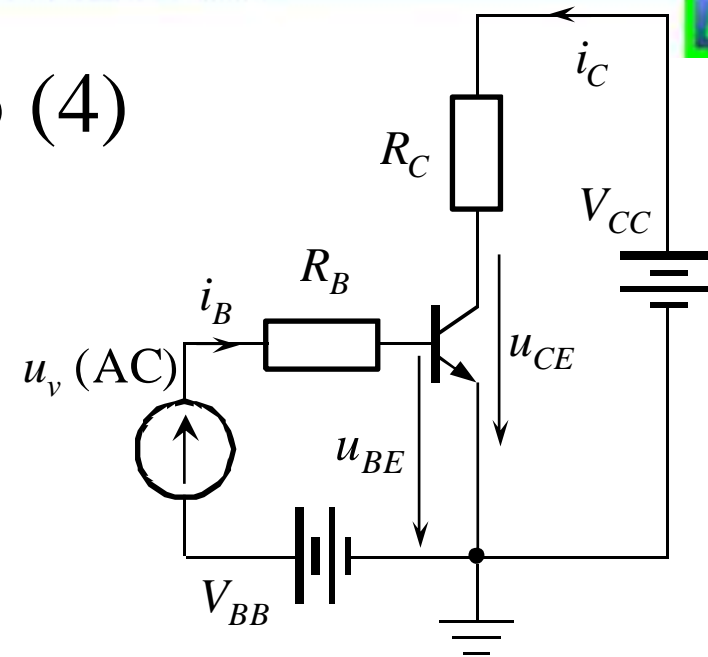
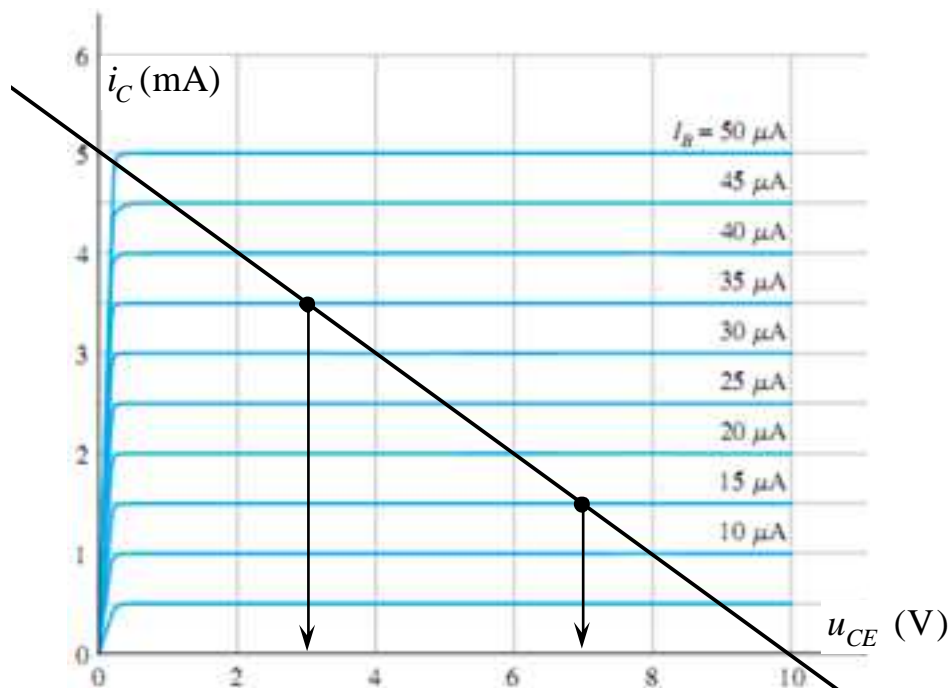
## Tranzito (4)

$V_{CC} = 10V$ ;  $V_{BB} = 1,6V$ ;  $R_B = 40k\Omega$ ;  $R_C = 2k\Omega$ ;

$u_v = 0,4\sin(2000\pi t)$  V. Tính  $u_{CEmin}$ ,  $u_{CEmax}$ ?

$i_{Bmax} = 35\mu A$ ;  $i_{Bmin} = 15\mu A$

$R_C i_C + u_{CE} = V_{CC} \rightarrow 2000i_C + u_{CE} = 10$



$$u_{CE} = 10 - 2000i_C$$

$$i_{Bmax} = 35\mu A \rightarrow u_{CEmin} = 3V$$

$$i_{Bmin} = 15\mu A \rightarrow u_{CEmax} = 7V$$

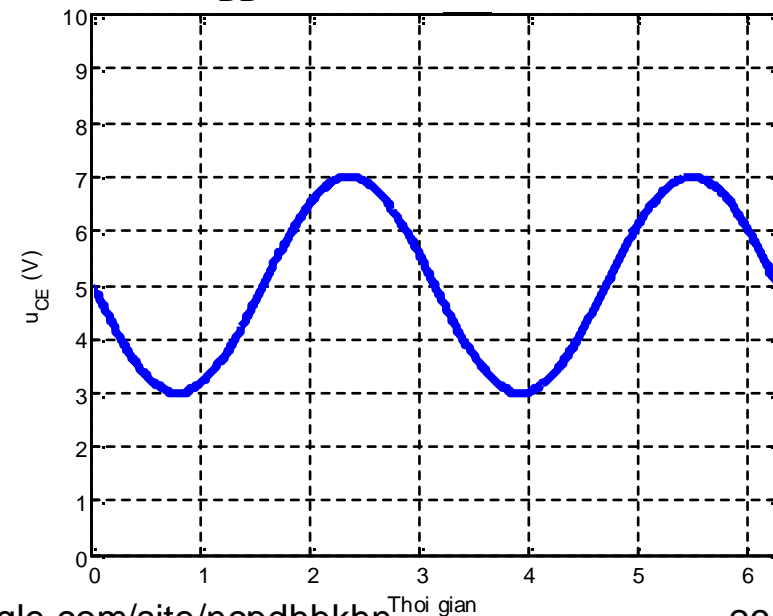
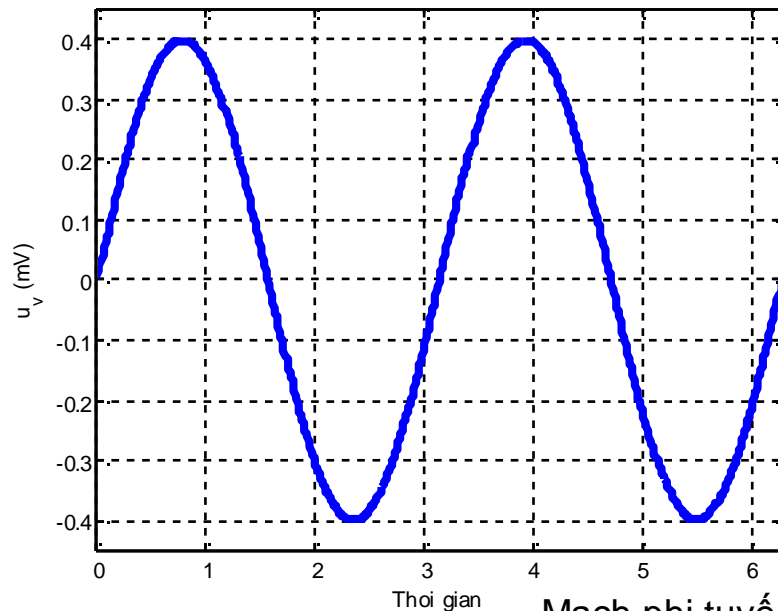
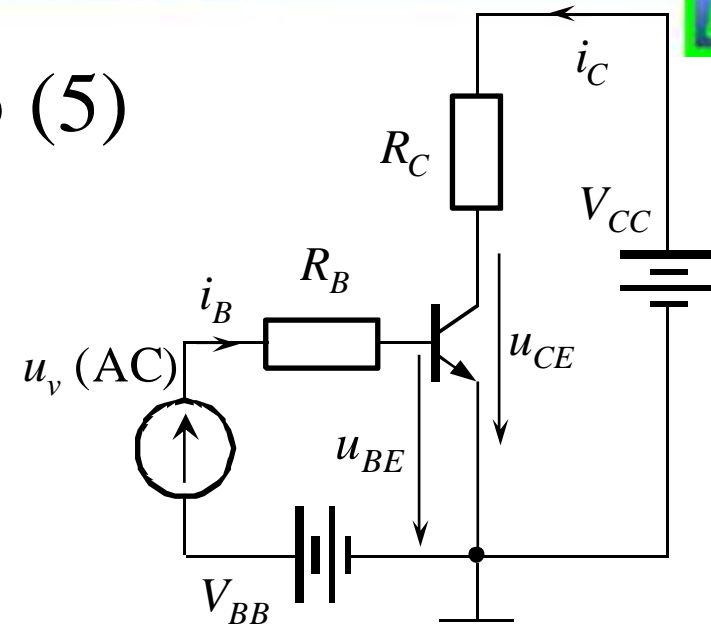
VD

## Tranzito (5)

$V_{CC} = 10V$ ;  $V_{BB} = 1,6V$ ;  $R_B = 40k\Omega$ ;  $R_C = 2k\Omega$ ;

$u_v = 0,4\sin(2000\pi t)$  V. Tính  $u_{CEmin}$ ,  $u_{CEmax}$ ?

$u_{CEmin} = 3V$ ;  $u_{CEmax} = 7V$



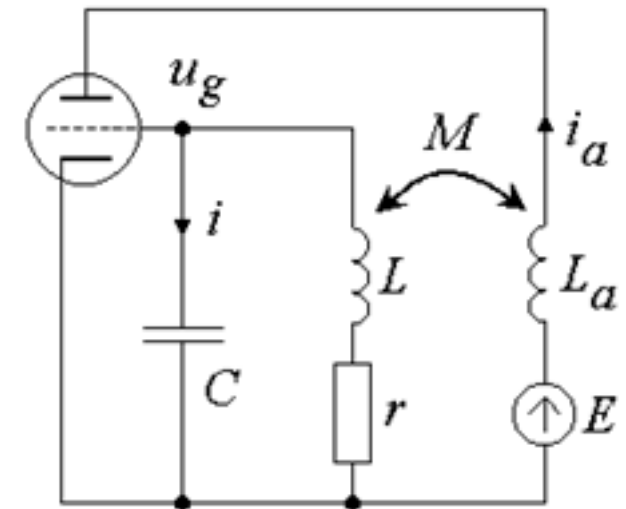
## Nội dung

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
5. Điốt & tranzito
- 6. Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính**
  - a) Giải phương trình vi phân
  - b) Chế độ xác lập
    - i. Mạch một chiều
    - ii. Mạch xoay chiều
  - c) Chế độ quá độ
  - d) Không gian trạng thái

## Giải phương trình vi phân

van der Pol: 
$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

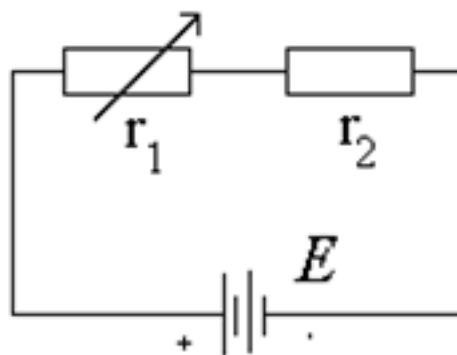
$\mu = 1000; x(0) = 2; x'(0) = 0$



$$i_a(u_g) = au_g - bu_g^3$$

## Mạch xác lập một chiều (1)

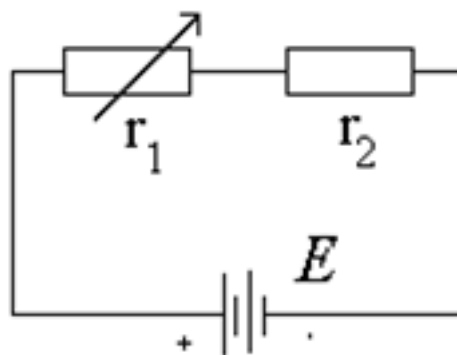
VD1



$$\begin{aligned} E &= 20 \text{ V}; u_1(i) = 2i^2 \\ r_2 &= 10 \Omega; i = ? \end{aligned}$$

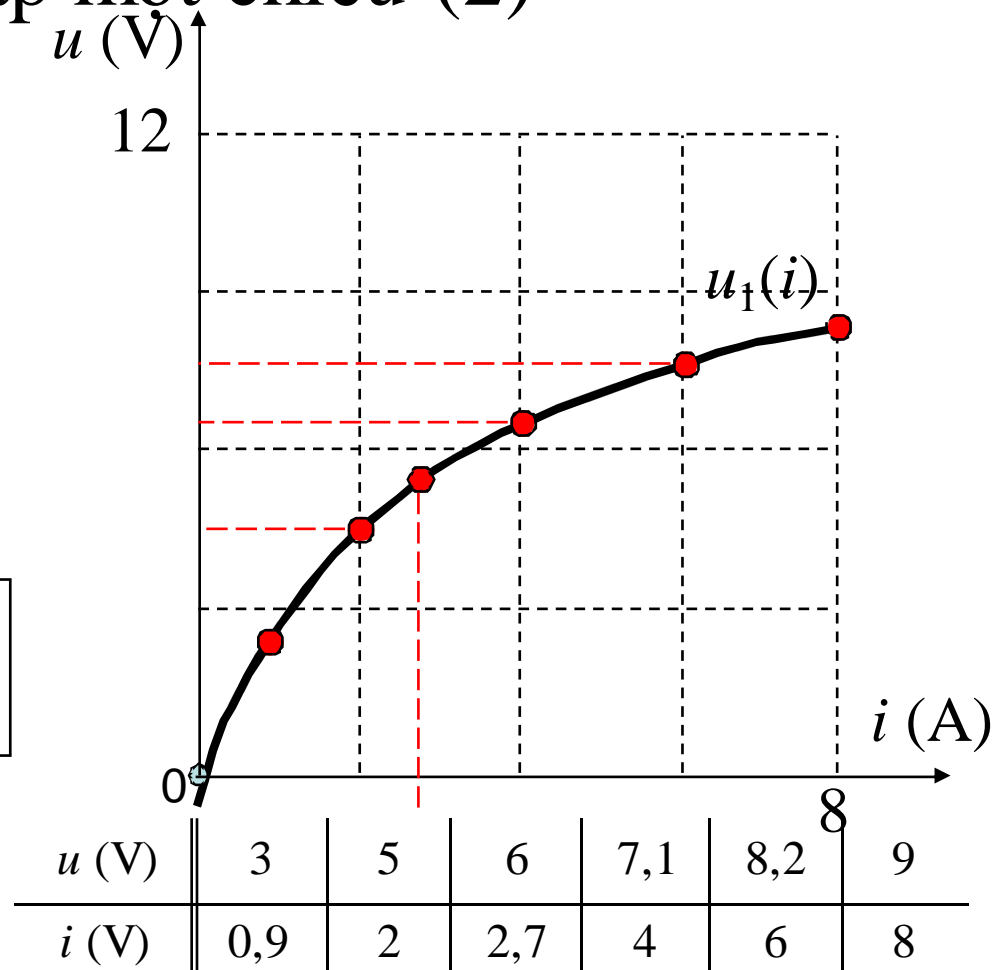
## Mạch xác lập một chiều (2)

VD2



$$E = 9 \text{ V}; r_2 = 3 \text{ } \Omega;$$

$$i = ?$$





## Mạch xác lập xoay chiều

VD



This image cannot currently be displayed.

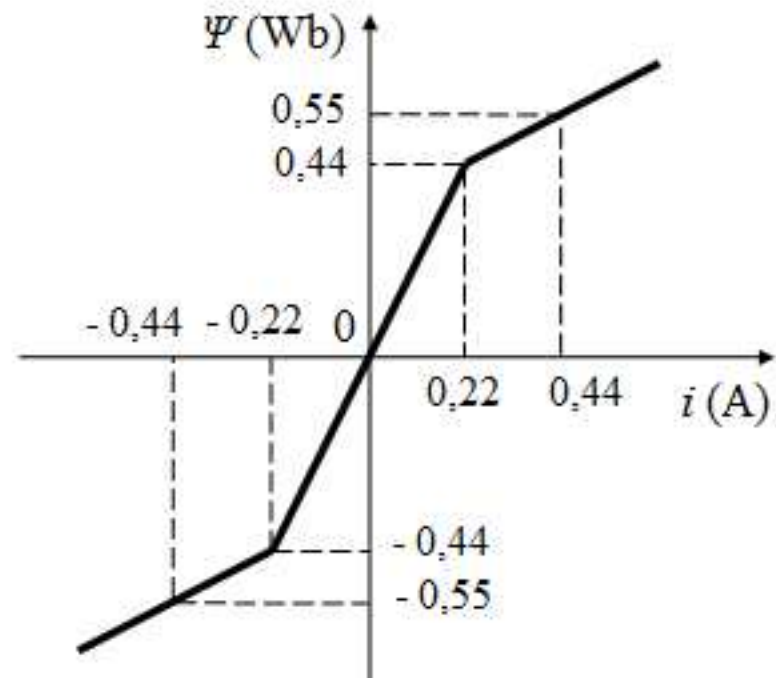
$$u = U_m \sin \omega t$$

$$U_m = 80 \text{ V}$$

$$f = 20 \text{ Hz}$$

$$R = 5 \Omega$$

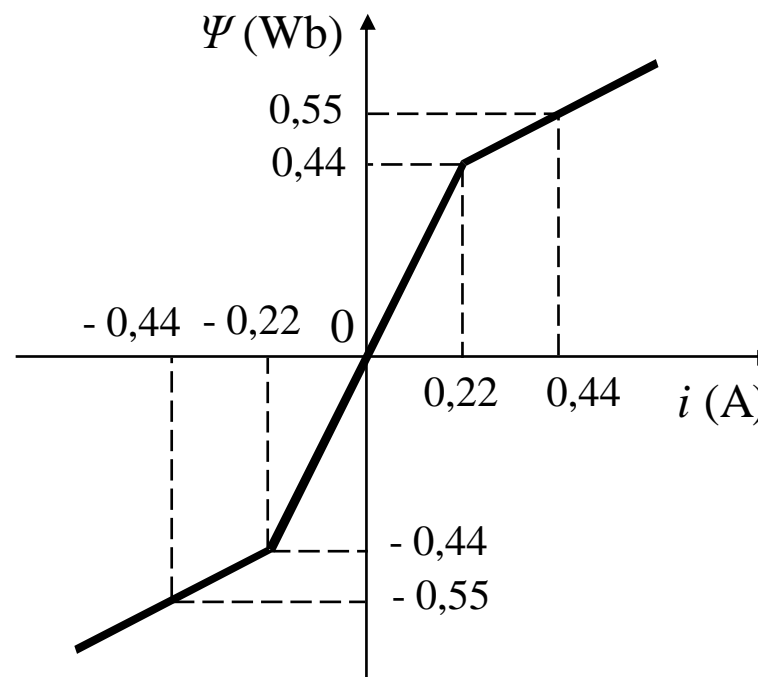
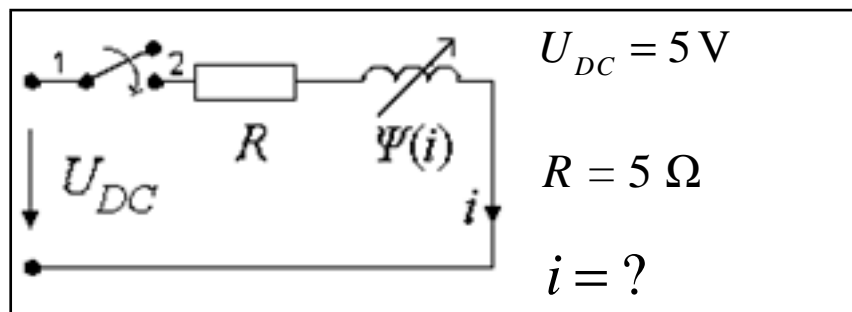
$$i = ?$$





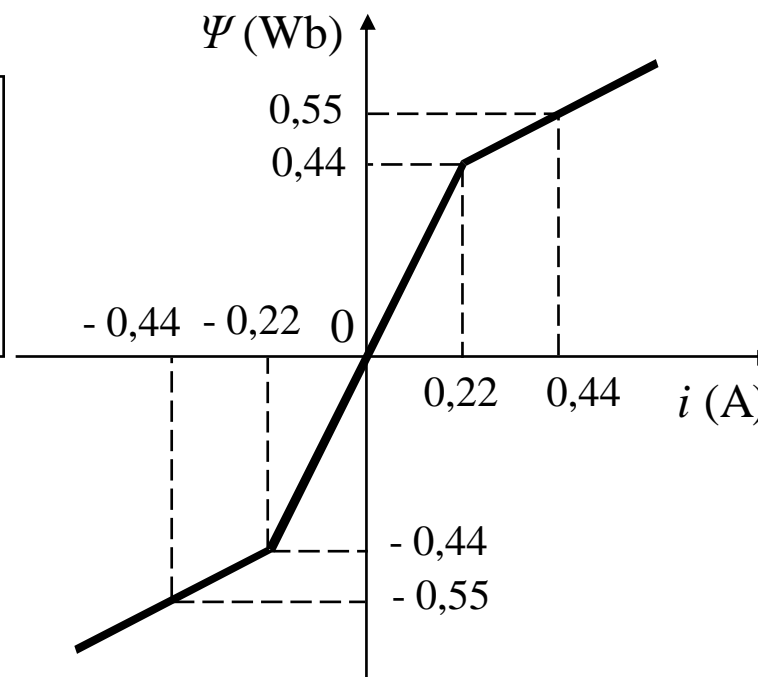
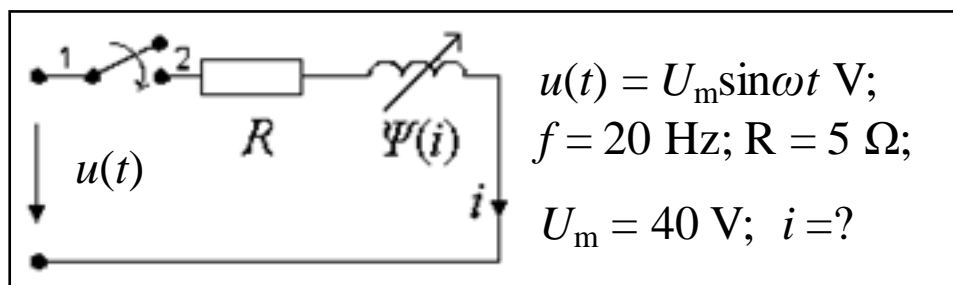
## Mạch quá độ (1)

VD1



## Mạch quá độ (2)

VD2



## Không gian trạng thái (1)

$$\ddot{x} = -x + k\dot{x} - kx^2\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = -2$$

$$\dot{x}_0 = 2$$

## Không gian trạng thái (2)

$$\ddot{x} = -a \sin x - b\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = 45$$

$$\dot{x}_0 = 0$$

S. E. Lyshevski. *Engineering and Scientific Computations Using Matlab*. Wiley, 2003

