

# SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

Gv: Ts Đỗ Đức Tâm.

**Định nghĩa 1.** Số  $a$  gọi là số xấp xỉ của số đúng  $A$ , ký hiệu là  $a \approx A$ , nếu  $a$  khác  $A$  không đáng kể và được dùng thay cho  $A$  trong tính toán.

**Định nghĩa 1.** Số  $a$  gọi là số xấp xỉ của số đúng  $A$ , ký hiệu là  $a \approx A$ , nếu  $a$  khác  $A$  không đáng kể và được dùng thay cho  $A$  trong tính toán.

**Ví dụ.** Số  $a = 3,14$  thường được dùng để xấp xỉ số  $\pi$ .

**Định nghĩa 2.** Hiệu  $\Delta = |A - a|$  gọi là sai số tuyệt đối của số xấp xỉ  $a$ .

**Định nghĩa 2.** Hiệu  $\Delta = |A - a|$  gọi là sai số tuyệt đối của số xấp xỉ  $a$ .

**Định nghĩa 3.** Sai số tuyệt đối giới hạn của số xấp xỉ  $a$  là số  $\Delta_a$  sao cho:

$$|a - A| \leq \Delta_a.$$

Khi đó, ta viết  $A = a \pm \Delta_a$  và hiểu rằng  $a - \Delta_a \leq A \leq a + \Delta_a$ .

**Ví dụ:** xác định sai số tuyệt đối giới hạn của số xấp xỉ  $a = 3,14$  thay cho số  $A = \pi$ .

**Giải.** Vì  $3,14 < \pi < 3,15$  nên

$$|a = \pi| < 3,15 - 3,14 = 0,01$$

do đó có thể chọn  $\Delta_a = 0,01$ .

**Định nghĩa 4.** Sai số tương đối của số xấp xỉ  $a$ , ký hiệu là  $\delta$ , là số sao cho:

$$\delta = \frac{\Delta}{|A|} = \frac{|A - a|}{|A|}.$$

**Định nghĩa 4.** Sai số tương đối của số xấp xỉ  $a$ , ký hiệu là  $\delta$ , là số sao cho:

$$\delta = \frac{\Delta}{|A|} = \frac{|A - a|}{|A|}.$$

**Định nghĩa 5.** Sai số tương đối giới hạn của số xấp xỉ  $a$ , ký hiệu là  $\delta_a$ , là số sao cho:

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}.$$



**Ví dụ:** Đo chiều dài hai trục máy nhận được kết quả như sau:

$$l_1 = 112,5\text{cm} \pm 0,1\text{cm};$$

$$l_2 = 7,3\text{cm} \pm 0,1\text{cm}.$$

Tính sai số tương đối giới hạn và kết luận phép đo nào chính xác hơn?

**Định nghĩa 6.** Những chữ số có nghĩa trong một số là những chữ số của số đó kể từ chữ số khác 0 đầu tiên (kể từ trái qua phải).

**Ví dụ.** 003600 có 4 chữ số có nghĩa.

$36 \times 10^2$  có 2 chữ số có nghĩa.

$36000 \times 10^{-1}$  có 5 chữ số có nghĩa.

Cho số xấp xỉ  $a$  của số đúng  $A$  có dạng thập phân  $a = \dots a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots$  với sai số tuyệt đối giới hạn là  $\Delta_a$ .

**Định nghĩa 7.** Nếu chữ số  $a_s$  trong số  $a$  thoả mãn điều kiện  $0 \leq \Delta_a \leq 0,5 \times 10^s$  thì ta nói  $a_s$  là chữ số tin tưởng. Những chữ số không phải là chữ số tin tưởng thì gọi là chữ số khả nghi.

**Ví dụ:** Số gần đúng  $a = 2,5785030$  có sai số tuyệt đối giới hạn  $\Delta_a = 0,0043$ . Xác định chữ số tin tưởng, chữ số khả nghi?

**Giải.** Do

$\Delta_a = 0,0043 = 0,43 \times 10^{-2} < 0,5 \times 10^{-2}$   
nên chữ số thứ 2 sau dấu phẩy là chữ số tin tưởng. Do đó, số  $a$  có 3 chữ số tin tưởng là 2, 5, 7.

Cho số xấp xỉ  $a$  của số đúng  $A$  với sai số tuyệt đối giới hạn là  $\Delta_a$ . Có 2 cách viết số xấp xỉ:

Cho số xấp xỉ  $a$  của số đúng  $A$  với sai số tuyệt đối giới hạn là  $\Delta_a$ . Có 2 cách viết số xấp xỉ:

1. Viết số xấp xỉ  $a$  kèm theo sai số tuyệt đối giới hạn:  $A = a \pm \Delta_a$ .

Cho số xấp xỉ  $a$  của số đúng  $A$  với sai số tuyệt đối giới hạn là  $\Delta_a$ . Có 2 cách viết số xấp xỉ:

1. Viết số xấp xỉ  $a$  kèm theo sai số tuyệt đối giới hạn:  $A = a \pm \Delta_a$ .
2. Mọi chữ số có nghĩa đồng thời là những chữ số tin tưởng.

Cho hàm số khả vi  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  và sai số tuyệt đối giới hạn của các đối số  $x_i$  là  $\Delta_{x_i}$  ( $i = \overline{1, n}$ ).

Gọi  $U$  và  $X_i$  là giá trị đúng của  $u$  và của các đối số  $x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ).



## Công thức tổng quát của sai số:

$$\Delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u}{\partial x_i}(x) \right| \Delta_{x_i}.$$

$$\delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln(f(x)) \right| \Delta_{x_i}$$

**Ví dụ:** Tính sai số tuyệt đối giới hạn và sai số tương đối giới hạn của thể tích hình cầu  $V = (1/6)\pi d^3$ , biết đường kính  $d = 3,70\text{cm} \pm 0,05\text{cm}$  và  $\pi \approx 3,14$ .

## Một số công thức tính sai số

1. Sai số của tổng  $u = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ :

$$\Delta_u = \Delta_{x_1} + \Delta_{x_2} + \cdots + \Delta_{x_n}.$$

$$\delta_u = \frac{\Delta_{x_1} + \Delta_{x_2} + \cdots + \Delta_{x_n}}{|u|}.$$

2. Sai số của hiệu  $u = x_1 - x_2$ :

$$\Delta_u = \Delta_{x_1} + \Delta_{x_2}; \delta_u = \frac{\Delta_{x_1} + \Delta_{x_2}}{|x_1 - x_2|}.$$

**Một số công thức tính sai số** 3. Sai số của tích  $u = x_1 x_2 \cdots x_n$ :

$$\delta_u = \delta_{x_1} + \delta_{x_2} + \cdots + \delta_{x_n}.$$

4. Sai số của thương  $u = x_1/x_2$ :

$$\delta_u = \delta_{x_1} + \delta_{x_2}.$$