

Bài tập chương 4. Công và năng lượng

A. Phần tóm tắt lý thuyết

1. Công

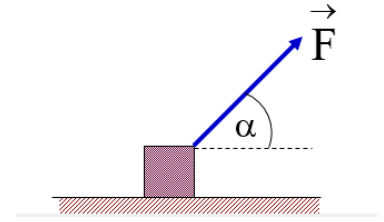
Công nguyên tố (vi phân công) của lực \vec{F} trên một đoạn đường vi phân $d\vec{s}$

$$dA = Fds \cos \alpha = \vec{F} d\vec{s} = \vec{F} d\vec{r}$$

Trường hợp đặc biệt: Nếu lực F không đổi và luôn tạo với đường đi l góc α , ta có công thức:

$$A = Fscos\alpha$$

Trong hệ SI, đơn vị đo công là joule (jun), ký hiệu là (J), thứ nguyên là: $[A] = ML^2T^{-2}$



2. Công suất

- Công suất trung bình: $P_{tb} = \frac{A}{\Delta t} = \frac{Fs}{\Delta t} = Fv_{tb}$

- Công suất tức thời: $P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v}$

Đơn vị đo: Watt (oát), ký hiệu $W = J/s$

Một số đơn vị đo khác: $1 kW = 10^3 W$, $1 MW = 10^6 W$, $1 HP = 736 W$

- Công và công suất trong chuyển động quay:

$$dA = F_t ds = F_t r d\alpha = M d\alpha$$

$$P = M\vec{\omega}$$

3. Động năng của chất điểm

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

Định lý động năng: Độ biến thiên động năng của chất điểm trong một chuyển dời có giá trị bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm trong chuyển dời đó.

$$A = W_{d2} - W_{d1}$$

- Động năng của vật rắn quay: $W_d = \frac{I\omega^2}{2}$

Suy ra: $A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}$, trong đó $W_d = \frac{I\omega^2}{2}$ gọi là động năng quay của vật rắn.

Trong trường hợp tổng quát, vật rắn lăn không trượt động năng toàn phần sẽ bằng tổng động năng tịnh tiến cộng động năng quay:

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

4. Bài toán va chạm

- Va chạm đàn hồi xuyên tâm: động lượng và động năng được bảo toàn

$$m_1v_1' + m_2v_2' = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$\frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$$

Giải ra:

$$v_1' = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

- Va chạm mềm: chỉ có động lượng được bảo toàn

$$(m_1 + m_2)v = m_1v_1 + m_2v_2 \rightarrow v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

- Độ giảm động năng của hệ:

$$-\Delta W_d = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2$$

5. Thế năng

- **Thế năng trọng trường:**

$W_t(h) = mgh + C$; trong đó h là độ cao từ m tới mặt đất, $C = 0$ khi gốc thế năng ở mặt đất.

- **Thế năng đàn hồi:**

$W_t = \frac{1}{2}kx^2 + C$, trong đó x là độ biến dạng của lò xo, $C = 0$ khi gốc thế năng ở vị trí lò xo không biến dạng

- Định lý về độ giảm thế năng: Công của trường lực (tức là công của trọng trường hoặc công của lực đàn hồi) tác dụng lên chất điểm bằng độ giảm thế năng.

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N)$$

6. Cơ năng & định luật bảo toàn cơ năng:

Tổng động năng và thế năng của chất điểm được gọi là cơ năng của chất điểm. Khi chất điểm chuyển động trong một trường lực thế (mà không chịu tác dụng của 1 lực nào khác) thì cơ năng của chất điểm là một đại lượng bảo toàn.

$$W = W_d + W_t = \text{const}$$

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}$$

- Từ định lý động năng và định lý thế năng dễ dàng thấy:

$$A = W_{d2} - W_{d1} \text{ và } A_t = W_{t1} - W_{t2}, \text{ suy ra: } \Delta W = A_{\#t}$$

Bài tập cần làm: 4.2, 4.4, 4.8, 4.12, 4.13, 4.14, 4.16, 4.18, 4.20, 4.22, 4.26, 4.27, 4.30, 4.32.

Phải nộp: 4.2, 4.4, 4.14, 4.16, 4.20, 4.27, 4.32

Bài 4.2. Tính công cần thiết để kéo một lò xo giãn ra 20 cm, biết rằng lực kéo tỷ lệ với độ giãn của lò xo và muốn lò xo giãn 1 cm phải cần một lực 30 N.

Bài giải:

$$\text{Độ cứng của lò xo: } k = \frac{30}{0,01} = 3000 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

Công cần thiết để kéo lò xo giãn ra 20 cm = 0,2 m là:

$$A = \int_0^{\Delta x} F dx = \int_0^{\Delta x} kx dx = \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{3000 \cdot 0,2^2}{2} = 60 (\text{J})$$

Bài 4.4. Một ô tô khối lượng 2 tấn, leo lên dốc có độ nghiêng 4%. Hệ số ma sát là 0,08. Tìm:

a) công thực hiện bởi động cơ ô tô trên quãng đường dài 3km;

b) Công suất của động cơ ô tô, biết rằng thời gian đi hết quãng đường trên mất 4 phút.

Tóm tắt:

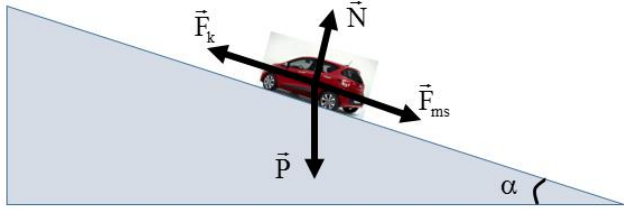
$$m = 2000 (\text{kg});$$

$$\sin \alpha = 4\%; \mu = 0,08$$

$$a) s = 3000 (\text{m}); A = ?$$

$$b) t = 240 (\text{s}); P = ?$$

Bài giải:



Ô tô chuyển động đều lên dốc, các lực tác dụng vào ô tô thỏa mãn điều kiện:

$\vec{F}_k + \vec{P} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} = \vec{0}$, dễ dàng suy ra:

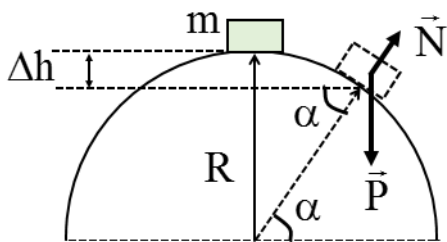
$$F_k - P \sin \alpha - F_{ms} = 0 \rightarrow$$

$$F_k = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha$$

$$A = F_k s = mg (\sin \alpha + k \cos \alpha) s = 2000 \cdot 10 \cdot (0,04 + 0,08 \cdot 1) \cdot 3000 = 7,2 \cdot 10^6 \text{ (J)}$$

$$\text{Công suất của động cơ: } P = \frac{A}{t} = \frac{7,2 \cdot 10^6}{240} = 30000 \text{ (W)}$$

Bài 4.13. Một vật khối lượng m trượt không ma sát từ đỉnh một mặt cầu xuống dưới (hình vẽ). Hỏi từ khoảng cách Δh nào (tính từ đỉnh mặt cầu) vật bắt đầu rơi khỏi mặt cầu. Cho bán kính mặt cầu $R = 90 \text{ cm}$.



Chú ý: Điều kiện của bài toán này là tìm khoảng cách để vật rơi khỏi mặt cầu. Vật chỉ chịu tác dụng của trọng lực và áp lực, khi nào áp lực bằng 0 thì... vật sẽ rời khỏi mặt cầu thôi ☺

Xét tại thời điểm t vật ở vị trí như hình vẽ, khi đó theo định luật II Newton ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

Chiếu lên phương hướng tâm ta được phương trình:

$$P \sin \alpha - N = ma_{ht} = \frac{mv^2}{R} \rightarrow N = mg \sin \alpha - \frac{mv^2}{R} \text{ trong đó } \sin \alpha = \frac{R - \Delta h}{R}$$

Mặt khác, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (cho vị trí cao nhất và vị trí thời điểm t):

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mg(R - \Delta h) \rightarrow \frac{mv^2}{2} = mg\Delta h \rightarrow \frac{mv^2}{R} = \frac{2mg\Delta h}{R}, \text{ thay giá trị này vào biểu thức trên ta được:}$$

$$N = mg \sin \alpha - \frac{mv^2}{R} = mg \frac{R - \Delta h}{R} - \frac{2mg\Delta h}{R} = mg \left(1 - \frac{3\Delta h}{R} \right), \text{ điều kiện } N = 0, \text{ ta có: } \Delta h = \frac{R}{3} = 30 \text{ (cm)}$$

Bài 4.20. Để đo vận tốc của viên đạn người ta dùng con lắc thử đạn. Đó là một bì cát treo ở đầu một sợi dây (hình vẽ). Khi viên đạn xuyên vào bì cát, nó bị mắc tại đó và bì cát được nâng lên một độ cao h nào đó. Tìm vận tốc của đạn lúc nó sắp xuyên vào bì cát. Biết khối lượng của viên đạn là m , khối lượng của bì cát là M .

Bài giải:

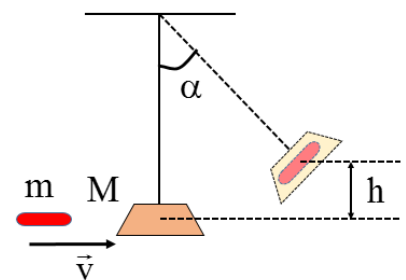
Định luật bảo toàn động lượng: $mv = (M + m)V$, trong đó V là vận tốc của hệ bì cát và viên đạn sau va chạm

$$V = \frac{mv}{M + m}$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{(m + M)V^2}{2} = (m + M)gh \rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

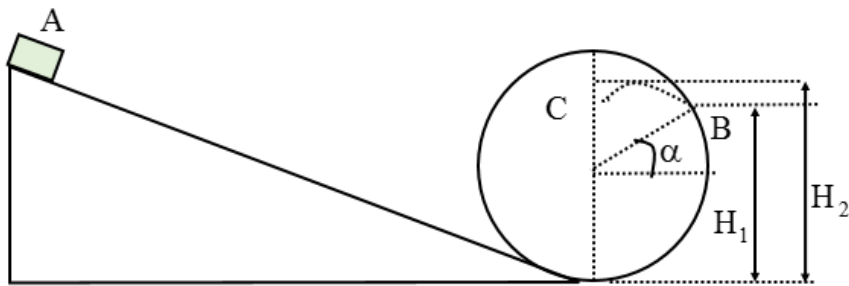
$$\text{So sánh ta được: } \frac{mv}{M + m} = \sqrt{2gh} \rightarrow v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh}$$



Bài 4.22. Một hòn bi khối lượng m chuyển động không ma sát trên một đường rãnh có dạng như hình vẽ. Hòn bi được thả không có vận tốc ban đầu từ độ cao $h = 2R$, kích thước của bi nhỏ không đáng kể. Hỏi:

a) Ở độ cao nào bi rời khỏi đường rãnh?

b) Độ cao lớn nhất mà hòn bi sẽ đạt được sau khi rời khỏi rãnh?



Cơ năng ban đầu tại A (chỉ gồm thế năng)

$$W_A = 2mgR$$

Tại điểm B (là điểm mà tại đó vật rời khỏi rãnh)

$$W_B = mgH_1 + \frac{mv^2}{2}$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: $mgH_1 + \frac{mv^2}{2} = 2mgR \rightarrow \frac{mv^2}{R} = 4mg - 2mg \frac{H_1}{R} \quad (1)$

Tại B, phương trình định luật 2 Newton: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$, chiếu lên phương bán kính:

$$P \sin \alpha + N = \frac{mv^2}{R} \rightarrow N = \frac{mv^2}{R} - mg \sin \alpha$$

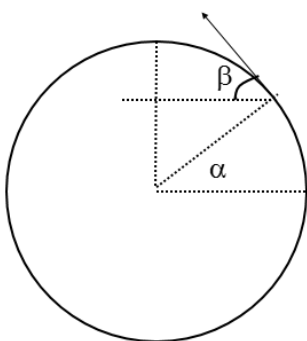
$$\sin \alpha = \frac{H_1 - R}{R} = \frac{H_1}{R} - 1 \rightarrow N = \frac{mv^2}{R} - mg \left(\frac{H_1}{R} - 1 \right) = 4mg - 2mg \frac{H_1}{R} - mg \left(\frac{H_1}{R} - 1 \right) = 5mg - 3mg \frac{H_1}{R}$$

Tại đây vật rời khỏi rãnh nên áp lực $N = 0$, suy ra: $N = 0 \rightarrow H_1 = \frac{5}{3}R$

Thay vào 1 trong các phương trình trên để tìm vận tốc tại B:

$$mgH_1 + \frac{mv^2}{2} = 2mgR \rightarrow \frac{5}{3}mgR + \frac{mv^2}{2} = 2mgR \rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{3}mgR \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

Tại điểm B ta có một chuyển động ném xiên với góc β



Vận tốc theo phương ngang

$$v_B \cos \beta = v_B \sin \alpha = v_B \left(\frac{H_1}{R} - 1 \right) = \sqrt{\frac{2}{3}gR} \left(\frac{5}{3} - 1 \right) = \sqrt{\frac{8}{27}gR}$$

Cơ năng tại điểm cao nhất sau khi rời khỏi rãnh (khi đó chỉ còn vận tốc theo phương ngang):

$$W_C = mgH_2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgH_2 + \frac{1}{2}m \frac{8}{27}gR = mgH_2 + \frac{4}{27}mgR$$

So sánh với cơ năng tại A:

$$2mgR = mgH_2 + \frac{4}{27}mgR \rightarrow H_2 = \left(2 - \frac{4}{27} \right)R = \frac{50}{27}R$$

Bài 4.27. Tính công cần thiết để làm cho một vô lăng hình vành tròn đường kính 1 m, khối lượng 500 kg, đang đứng yên quay tới vận tốc 120 vòng/phút.

Bài giải:

Phải đổi đơn vị: $\omega = 120 (\text{vòng / phút}) = \frac{120 \cdot 2\pi}{60} = 4\pi (\text{rad / s})$

Áp dụng định lý về độ biến thiên động năng ta có:

$$A = \Delta W_d = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \left(mR^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4} m d^2 \omega^2 = \frac{1}{8} \cdot 500 \cdot 1^2 \cdot (4\pi)^2 = 10000 (\text{J})$$

Bài 4.32. Một người ngồi trên ghế Giucôpxki và cầm trong tay hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 10 kg. Khoảng cách từ mỗi quả tới trục quay là 0,75m. Ghế quay với vận tốc $\omega_1 = 1$ vòng/s. Hỏi công do người thực hiện và vận tốc của ghế nếu người đó co tay lại để khoảng cách từ mỗi quả tạ đến trục quay chỉ còn là 0,20 m, cho biết mômen quán tính của người và ghế đối với trục quay là $I_0 = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Bài giải:

Đổi đơn vị: $\omega_1 = 1(\text{vòng/s}) = 2\pi(\text{rad/s})$



Mômen quán tính của hệ trước:

$$I_1 = I_0 + 2md_1^2 = 2,5 + 2.10.0,75^2 = 13,75(\text{kg.m}^2)$$

Của hệ sau:

$$I_2 = I_0 + 2md_2^2 = 2,5 + 2.10.0,20^2 = 3,30(\text{kg.m}^2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn mômen động lượng ta được:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{I_1\omega_1}{I_2} = \frac{I_0 + 2md_1^2}{I_0 + 2md_2^2}\omega_1 = \frac{2,5 + 2.10.0,75^2}{2,5 + 2.10.0,20^2} \cdot 2\pi = 26,2(\text{rad/s})$$

Động năng trước và sau: $W_{d1} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 13,75 \cdot (2\pi)^2 = 271,4(\text{J})$

$$W_{d2} = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 26,2^2 = 1132,6(\text{J})$$

Công của người đó phải thực hiện là: $A = W_{d1} - W_{d2} = 1132,6 - 271,4 = 861,2(\text{J})$