Lời giải đầy đủ

Bài tập số 1

Bài 1.1

Mọi tín hiệu đều có thể biểu diễn dưới dạng tổng của 1 tín hiệu chẵn và 1 tín hiệu lẻ

$$y(t) = y_e(t) + y_o(t)$$

$$y_e(t) = 0.5\left[y(t) + y(-t)\right]$$

$$y_o(t) = 0.5\left[y(t) - y(-t)\right]$$

$$a.\quad s(t) = e^{\Omega_0 t} = s_e(t) + s_o(t)$$

$$s_e(t) = \frac{e^{\Omega_0 t} + e^{-\Omega_0 t}}{2} = \cosh\Omega_0 t$$

$$s_o(t) = \frac{e^{\Omega_0 t} - e^{-\Omega_0 t}}{2} = \sinh\Omega_0 t$$

$$b.\quad s(t) = \begin{cases} \sin(2t+3) & t > 0 \\ 0 & t \le 0 \end{cases}$$

$$s_e(t) = \begin{cases} \dfrac{\sin(2t+3)}{2} & t > 0 \\ 0 & t = 0, \\ \dfrac{-\sin(2t-3)}{2} & t < 0 \end{cases} \qquad s_o(t) = \begin{cases} \dfrac{\sin(2t+3)}{2} & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ \dfrac{\sin(2t-3)}{2} & t < 0 \end{cases}$$

Bài 1.2

$$a.x(t) = \sin(\pi t / 3) + 2\cos(8\pi t / 3)$$

Tổng của 2 tín hiệu tuần hoàn có tỉ số vận tốc góc là 8 là số hữu tỉ nên là tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ T=6s

$$b.x(t) = \exp(j7\pi t / 6) + \exp(5\pi t / 6)$$

Tổng của 1 tín hiệu tuần hoàn và 1 tín hiệu không tuần hoàn nên là tín hiệu không tuần hoàn.

$$c.x(t) = 2\sin(3\pi t / 8) + \cos(3t / 4)$$

Tổng của 2 tín hiệu tuần hoàn có tỉ số vận tốc góc không phải là số hữu tỉ nên không phải tín hiệu tuần hoàn

Bài 1.3

Tín hiệu năng lượng là tín hiệu thỏa mãn

$$0 < E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| x\left(t\right) \right|^2 dt < \infty$$

Tín hiệu công suất là tín hiệu thỏa mãn

$$0 < P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left| x\left(t\right) \right|^2 dt < \infty$$

$$a.x\left(t\right) = A\sin\left(t\right), -\infty < t < \infty$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| A\sin\left(t\right) \right|^2 dt = \infty$$

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left| A\sin\left(t\right) \right|^2 dt < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left| A \right|^2 dt < \infty$$

Vậy đây là tín hiệu công suất, không là tín hiệu năng lượng

$$b.x\left(t\right) = \exp\left(-at\right), \mathrm{a} > 0, \mathrm{t} > 0$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \exp\left(-at\right) \right|^2 dt = \frac{1}{2a} < \infty$$

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left| \exp\left(-at\right) \right|^2 dt < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \frac{1}{2a} \left(1 - e^{-2aT}\right) = 0$$

Vậy đây là tín hiệu năng lượng, không là tín hiệu công suất

$$c.x\left(t\right) = A\exp\left(bt\right), \mathrm{b} > 0$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathrm{A}\exp\left(bt\right) \right|^2 dt = \infty$$

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left| \mathrm{A}\exp\left(bt\right) \right|^2 dt = \infty$$

Vậy đây không là tín hiêu năng lượng cũng không là tín hiệu công suất

$$d.x\left(t\right)=\exp\left[-\left(a+jb\right)t\right],a>0,t>0$$

$$E=\int_0^\infty \exp\left[-2\left(a+jb\right)t\right]dt<\int_0^\infty e^{-2at}dt=\frac{1}{2a}<\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_0^\infty e^{-2\left(a+jb\right)t}dt=0$$

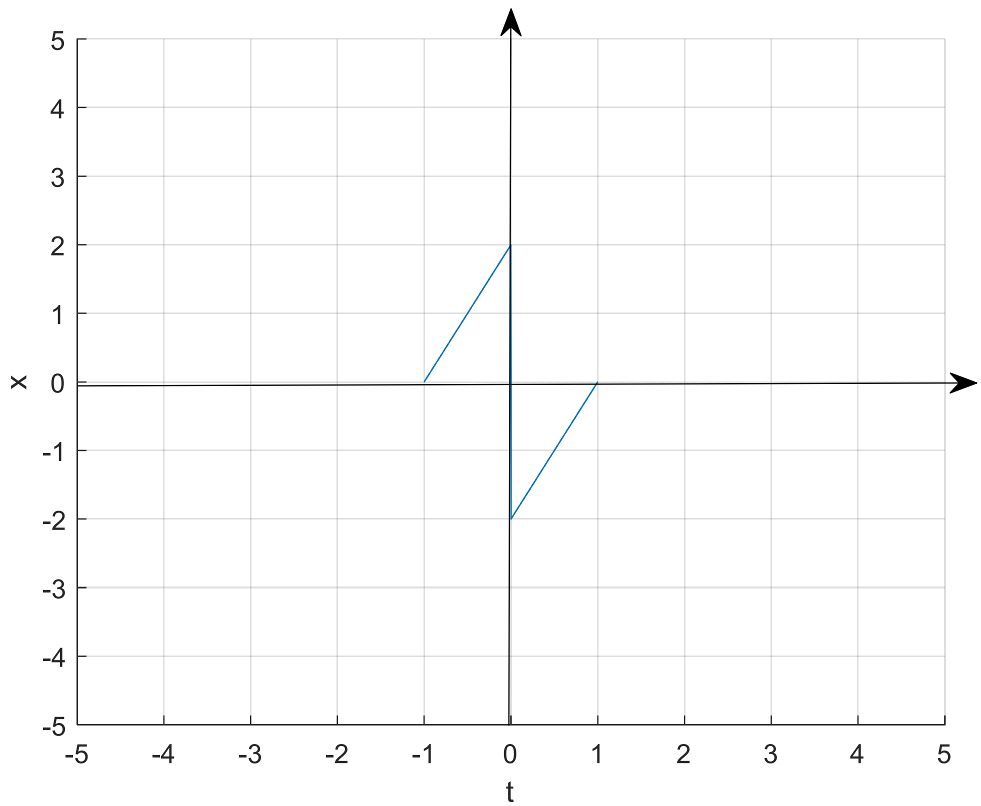
Vậy đây là tín hiệu năng lượng, không là tín hiệu công suất

Bài tập số 2

Bài 2.1:

$$x\left(t\right)=\begin{cases}2t+2 & -1\le t<0\\ 2t-2 & 0\le t<1\end{cases}$$

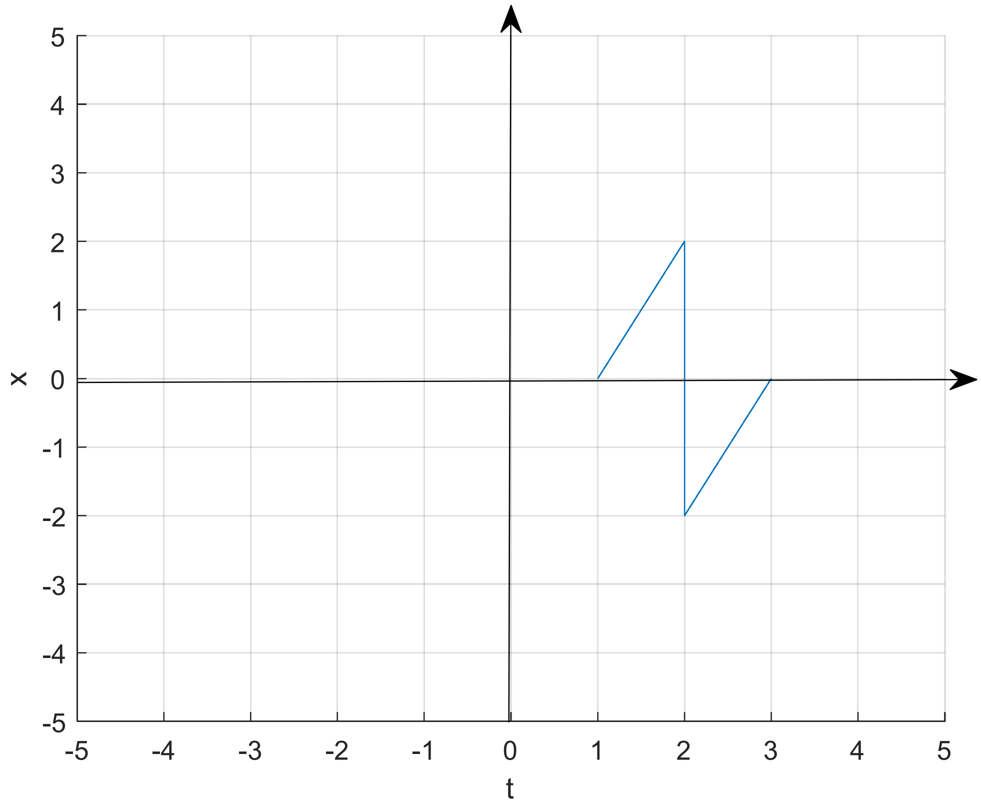
a . Đồ thị của $x\left(t\right)$



Hình 2.1: Đồ thị của $x\left(t\right)$

$$b.x\left(t-2\right)=\begin{cases}2t-2 & 1\le t<2\\ 2t-6 & 2\le t<3\end{cases}$$

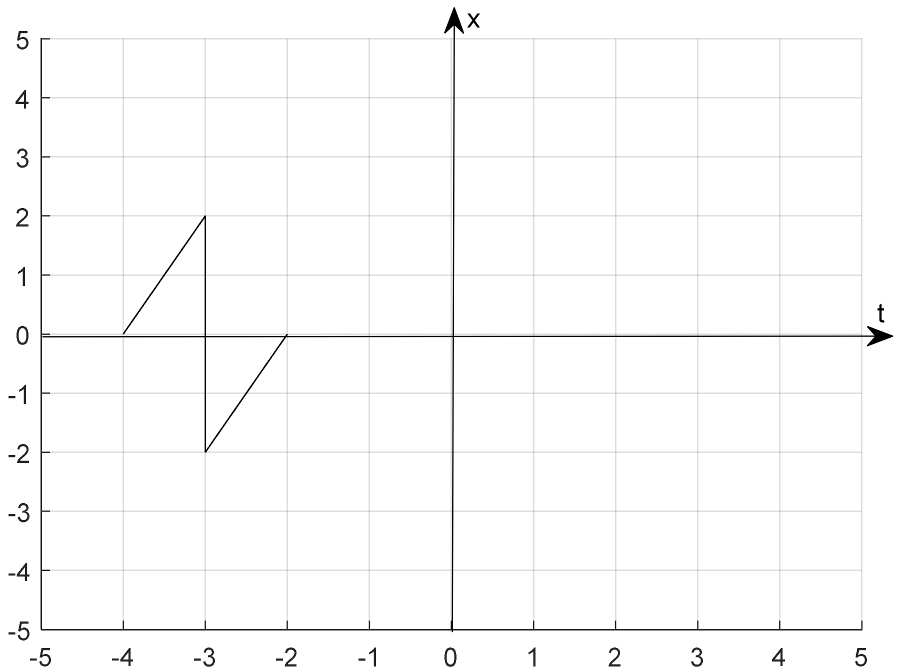
Đồ thị của $x\left(t-2\right)$



Hình 2.2: Đồ thị của $x(t-2)$

$$x(t+3) = \begin{cases} 2t+8 & -4 \le t < -3 \\ 2t+4 & -3 \le t < -2 \end{cases}$$

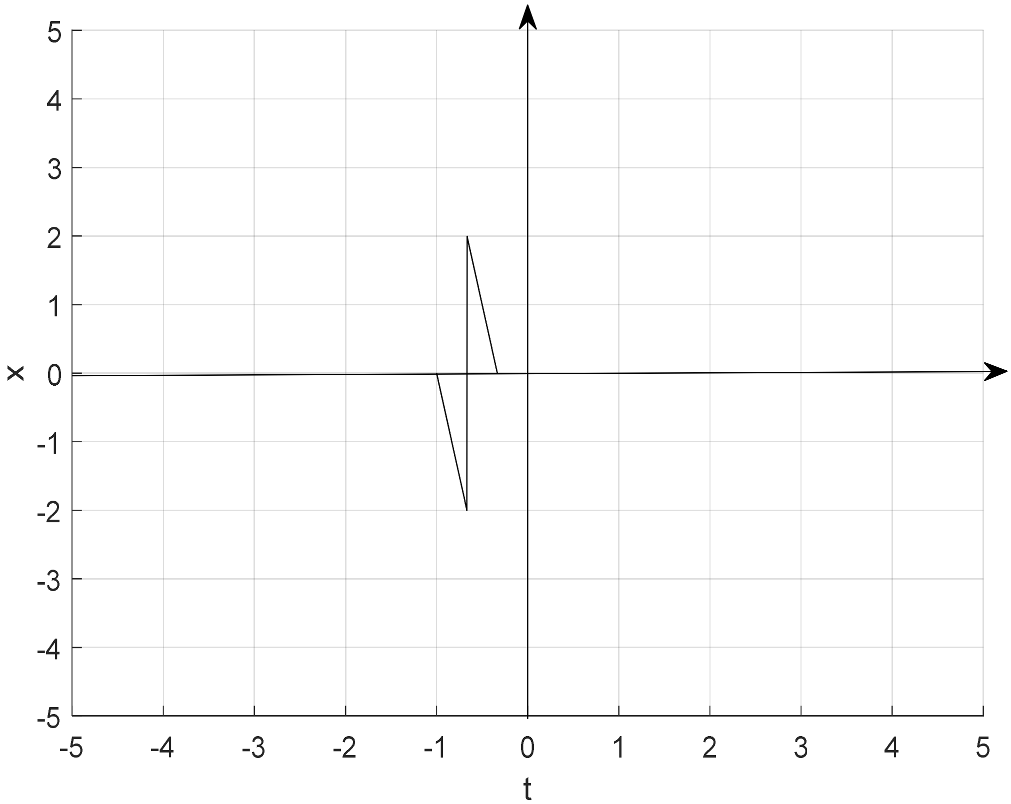
Đồ thị của $x(t+3)$



Hình 3: Đồ thị của $x\left(t+3\right)$

$$x\left(-3t-2\right)=\begin{cases}-6t-2 & -\dfrac{2}{3}\le t<-\dfrac{1}{3}\\ -6t-6 & -1<t\le-\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

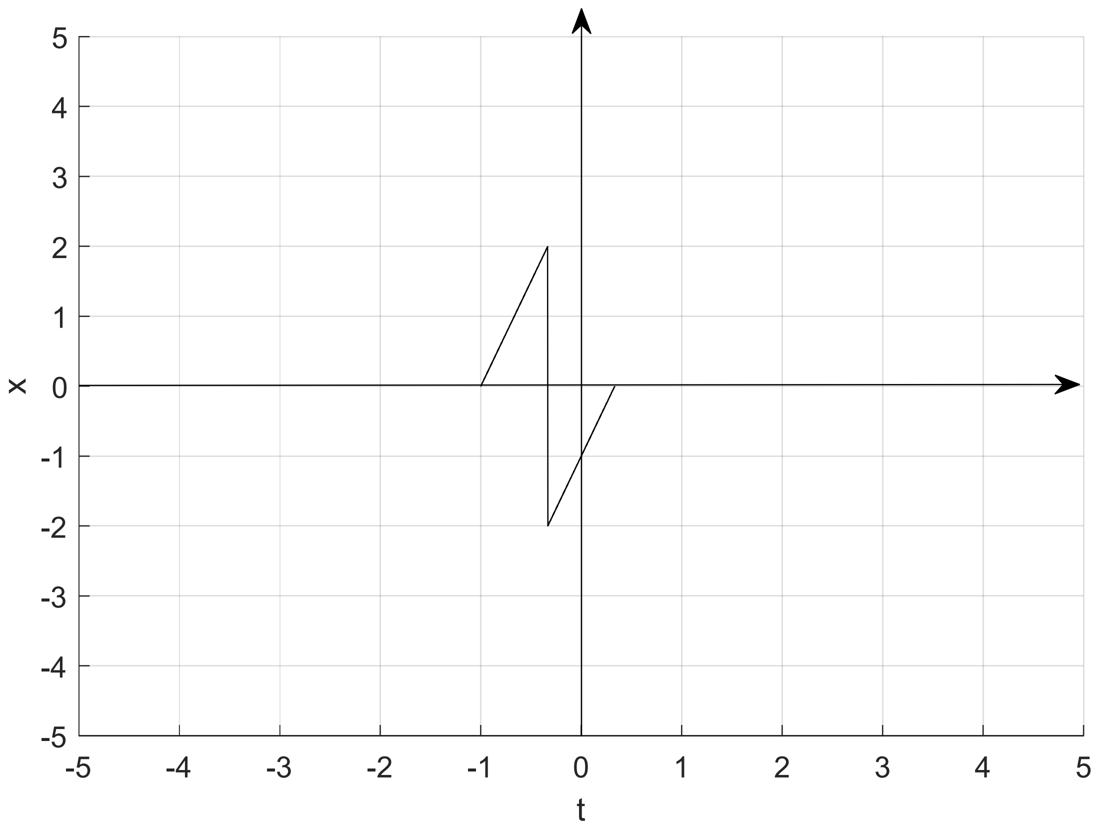
Đồ thị của $x\left(-3t-2\right)$



Hình 2.4: Đồ thị của $x\left(-3t-2\right)$

$$x\left(\frac{3}{2}t+\frac{1}{2}\right)=\begin{cases}\frac{4}{3}t+3 & -1\le t<-\frac{1}{3}\\ \frac{4}{3}t-1 & -\frac{1}{3}\le t<\frac{1}{3}\end{cases}$$

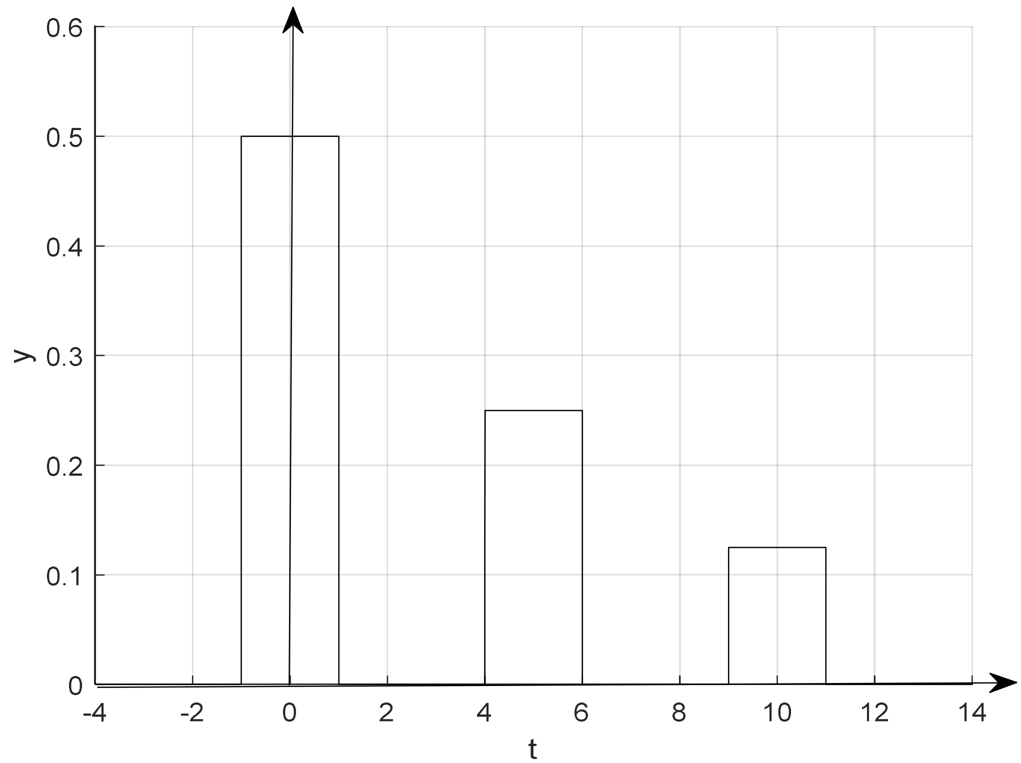
Đồ thị của $x\left(\frac{3}{2}t+\frac{1}{2}\right)$



Hình 2.5: Đồ thị của $x\left(\frac{3}{2}t+\frac{1}{2}\right)$

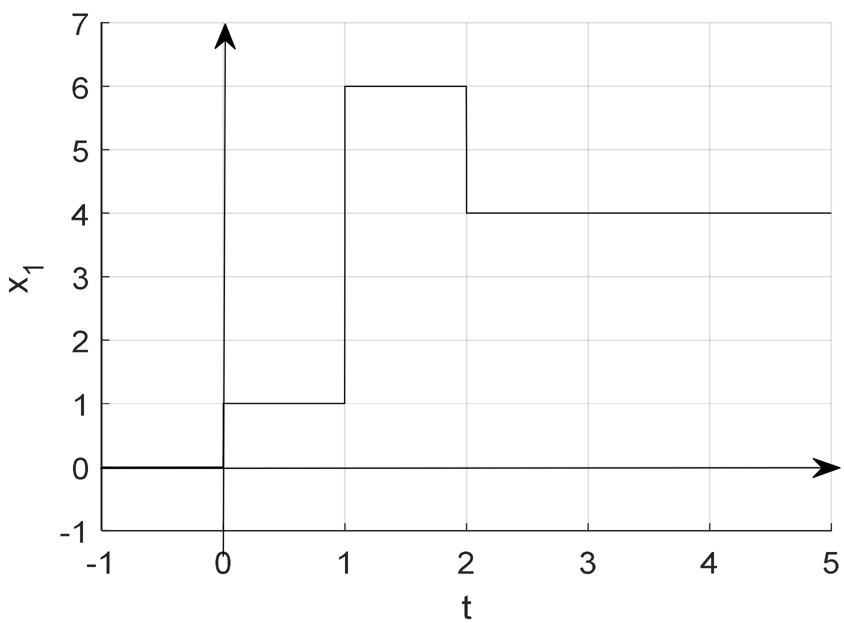
Bài 2.2:

$y\left(t\right)=x\left(t\right)+0,5x\left(t-\frac{T}{2}\right)+0,25x\left(t-T\right),T\gg 2$

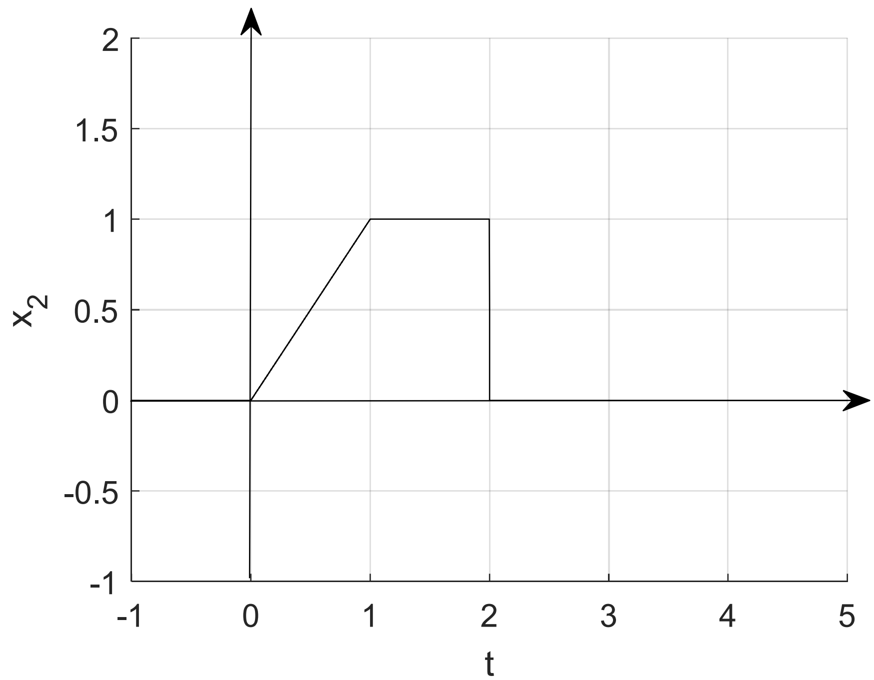


Hình 2.6: Đồ thị của $y(t)$

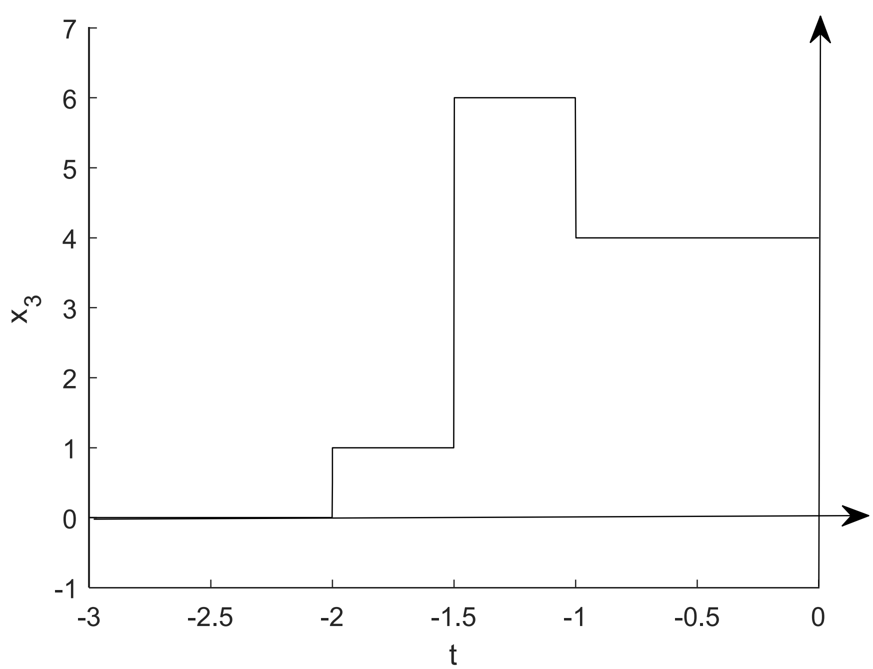
Bài 3:



Hình 2.7: Đồ thị của $x_1(t)$



Hình 2.8: Đồ thị của $x_2\left(t\right)$



Hình 2.9: Đồ thị của $x_3\left(t\right)$

Bài 2.4:

$$a.\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{2}{3}t-\frac{3}{2}\right)\delta\left(t-1\right)dt=\left(\frac{2}{3}t-\frac{3}{2}\right)\bigg|_{t=1}=\frac{2}{3}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{6}$$

$$b.\int_{-\infty}^{\infty}\left(t-1\right)\delta\left(\frac{2}{3}t-\frac{3}{2}\right)dt=\frac{3}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{3}{2}t-1\right)\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)dt=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}=\frac{15}{8}$$

$$c.\int_{-3}^{2}\left[\exp\left(-t+1\right)+\sin\left(2\pi t/3\right)\right]\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)dt=\exp\left(-\frac{3}{2}+1\right)=\exp\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$d.\int_{-3}^{-2}\left[\exp\left(-t+1\right)+\sin\left(2\pi t/3\right)\right]\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)dt=0$$

Bài tập số 3

Bài 3.1

Một hệ gọi là tuyến tính nếu thỏa mãn nguyên lý xếp chồng: Nếu kích thích là $\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)$ thì đáp ứng là $\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)$.

Một hệ gọi là dừng nếu 1 sự dịch chuyển thời gian ở kích thích cũng gây ra sự dịch thời gian tương ứng của đáp ứng, tức là đáp ứng của $x(t-t_0)$ là $y(t-t_0)$.

Một hệ gọi là nhân quả nếu đáp ứng $y(t_0)$ chỉ phụ thuộc vào kích thích tại $t \le t_0$

Hệ không nhớ là hệ có giá trị đáp ứng chỉ phụ thuộc vào kích thích tại hiện tại.

Áp dụng các định nghĩa trên, ta tìm được kết luận như sau:

$a.y(t) = 2x(t) + 3$

Phi tuyến, Dừng, Nhân quả, Không nhớ

$b.y(t) = 2x^2(t) + 3$

Phi tuyến, Dừng, Nhân quả, Không nhớ.

$c.y(t) = Atx(t)$

Tuyến tính, không dừng, nhân quả, không nhớ.

$d.y(t) = x(t)u(t) - x(t)u(-t)$

Tuyến tính, không dừng, nhân quả, không nhớ.

$$e.y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

Tuyến tính, dừng, nhân quả, có nhớ

$$f.y(t) = \int_{0}^{t} x(\tau)d\tau$$

Tuyến tính, không dừng, nhân quả, có nhớ

$g.y(t) = x(t)x(t-2)$

Phi tuyến, dừng, nhân quả, có nhớ.

$$h.y\left(t\right)=\frac{1}{T}\int_{t-T/2}^{t+T/2}x\left(\tau\right)d\tau$$

Tuyến tính, dừng, phi nhân quả, có nhớ.

Bài tập số 4

Bài 4.1

$$a.u(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{\infty}u(\tau)u(t-\tau)d\tau=\left[\int_{0}^{t}d\tau\right]u(t)=tu(t)$$

$$b.p\left(\frac{t-a}{a}\right)*\delta(t-b)=\int_{-\infty}^{\infty}p\left(\frac{\tau-a}{a}\right)\delta(t-\tau-b)d\tau=p\left(\frac{t-b-a}{a}\right)$$

$$c.p\left(\frac{t}{a}\right)*p\left(\frac{t}{a}\right)$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left[u\left(\frac{\tau+a}{a}\right)-u\left(\frac{\tau-a}{a}\right)\right]\left[u\left(\frac{t-\tau+a}{a}\right)-u\left(\frac{t-\tau-a}{a}\right)\right]d\tau$$

$$=(t+2a)u(t+2a)-2tu(t)+(t-2a)u(t-2a)$$

$$d.p\left(\frac{t}{a}\right)*u(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[u\left(\frac{\tau+a}{a}\right)-u\left(\frac{\tau-a}{a}\right)\right]u(t-\tau)d\tau$$

$$=(t+a)u(t+a)-(t-a)u(t-a)$$

$$e.tu(t)*p\left(\frac{t}{a}\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\tau u(\tau)\left[u\left(\frac{t-\tau+a}{a}\right)-u\left(\frac{t-\tau-a}{a}\right)\right]d\tau$$

$$=\frac{1}{2}(t+a)^2u(t+a)-\frac{1}{2}(t-a)^2u(t-a)$$

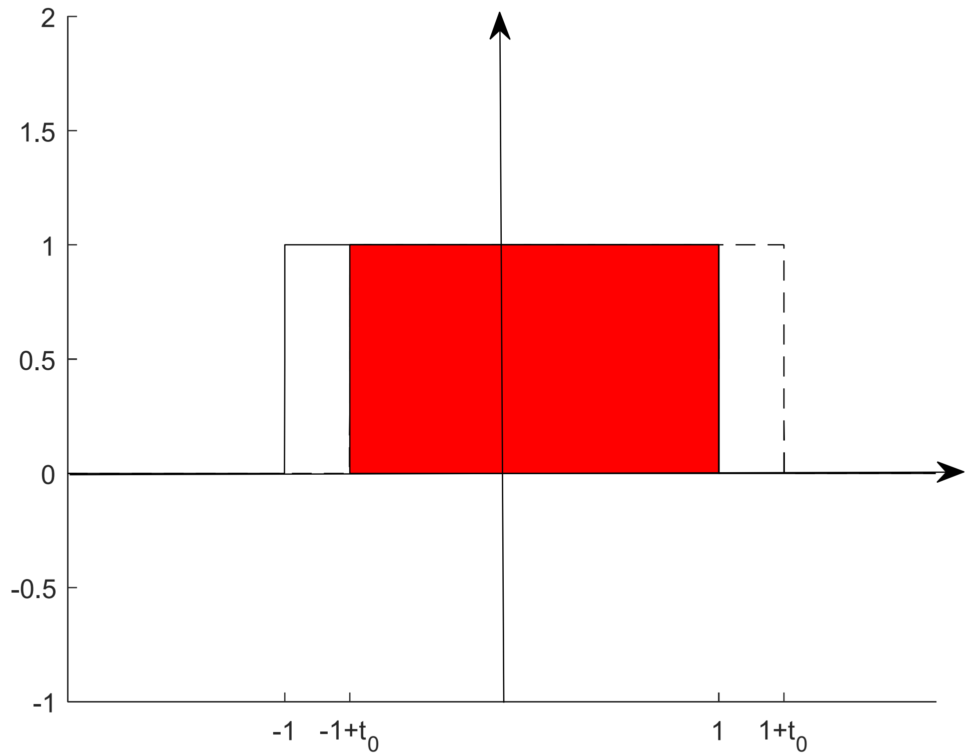
Bài 4.2

$$y(t)=x(t)*h(t)$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left[(e^{-\tau}+1)u(\tau)\right]\left[e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)\right]d\tau$$

$$=\left[\int_{0}^{t}(e^{-\tau}+1)e^{-2(t-\tau)}d\tau\right]u(t)=\left(\frac{1}{2}+e^{-t}-\frac{3}{2}e^{-2t}\right)u(t)$$

Bài 4.3:



Hình 4.1: Đồ thị hàm $p\left(t\right)$ *và* $p\left(t_0 - t\right)$

Phần tô màu trên hình vẽ là phần có thành phần dưới dấu tích phân là 1. Vậy có 3 trường hợp:

Nếu $t < -2$ hoặc $t > 2$ thì $g\left(t\right) = 0$

Nếu $-2 \le t < 0$ thì $g\left(t\right) = \int\limits_{-1}^{1+t} d\tau = t + 2$

Nếu $0 \le t < 2$ thì $g\left(t\right) = \int\limits_{-1+t}^{1} d\tau = 2 - t$

Bài tập số 5

Bài 5.1:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 \left[u(\tau-1) - u(\tau-3)\right](t-\tau)u(t-\tau-5)\,d\tau$$
$$= \left[\int_{1}^{t-5} \tau^2 (t-\tau)\,d\tau\right] u(t-6) - \left[\int_{3}^{t-5} \tau^2 (t-\tau)\,d\tau\right] u(t-8)$$
$$= \left(\frac{1}{12}t^4 - \frac{25}{2}t^2 + 83t - 156\right)u(t-6) - \left(\frac{1}{12}t^4 - \frac{25}{2}t^2 + \frac{223}{2}t - 136\right)u(t-8)$$

Bài 5.2:

Hệ gọi là nhân quả nếu $h(t) = 0, \forall t < 0$

Hệ gọi là ổn định nếu thỏa mãn $\int_{-\infty}^{\infty} \left|h(t)\right| dt < \infty$

a. Với $t < 0$ thì $h(t) = e^{4t} \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|e^{4t}u(-t)\right| dt = \int_{-\infty}^{0} e^{4t} dt = \frac{1}{4} < \infty$$

Vậy hệ phi nhân quả và ổn định

b. Với $t < 0$ thì $h(t) = -te^{-t} \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|(-t)e^{-t}u(-t)\right| dt = \int_{-\infty}^{0} -te^{-t} dt = \infty$$

Vậy hệ phi nhân quả và không ổn định.

$c.t < 0 \Rightarrow h(t) = e^{-|2t|} \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|e^{-|2t|}\right| dt = \int_{-\infty}^{0} e^{2t} dt + \int_{0}^{\infty} e^{-2t} dt = 2\int_{0}^{\infty} e^{-2t} dt = 1$$

Vậy hệ phi nhân quả và ổn định.

$d.t = -1 < 0 \Rightarrow h\left(t\right) = 1 \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p\left(\frac{t}{2}\right) dt = 4$$

Vậy hệ phi nhân quả và ổn định.

$e.t < 0 \Rightarrow h\left(t\right) = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|h\left(t\right)\right| dt = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Vậy hệ nhân quả và ổn định.

Bài 5.3:

a . Hệ này khả nghịch

Hệ ngược: $\frac{1}{3}\delta\left(t-3\right)$

b. Hệ này không khả nghịch

Bài 5.4:

Phương trình định luật Kirchoff:

$$v\left(t\right) = Ri\left(t\right) + v_c\left(t\right)$$
$$i\left(t\right) = \dot{q}\left(t\right) = C\dot{v}_c\left(t\right)$$
$$\Rightarrow v\left(t\right) = RC\dot{v}_c\left(t\right) + v_c\left(t\right)$$
$$\Rightarrow \dot{v}_c\left(t\right) + \frac{1}{RC} v_c\left(t\right) = \frac{1}{RC} v\left(t\right)$$

Bài tập số 6

Bài 6.1

$$a.x\left(t\right)=2+\frac{1}{3}\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)+2\cos\left(3t\right)-2\sin\left(5t+\frac{\pi}{6}\right)$$

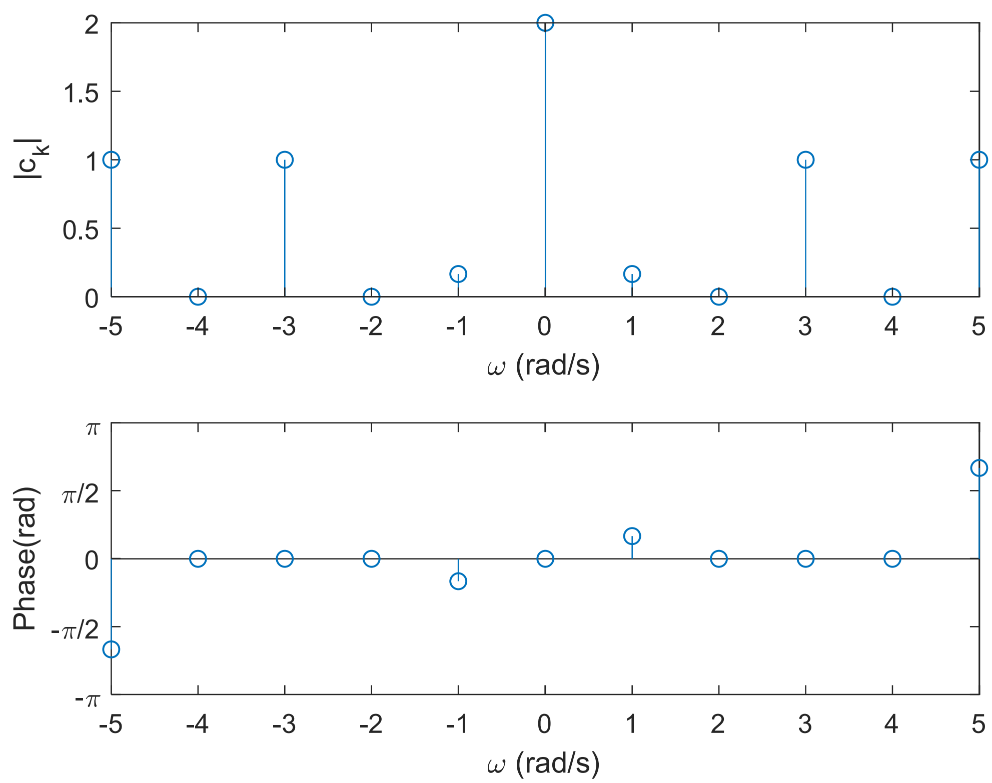
Áp dụng công thức Euler ta đưa về dạng:

Dạng chuỗi Fourier: $x\left(t\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}c_n e^{jnt}$

Với các hệ số:

$$\left\{c_{-5},c_{-3},c_{-1},c_0,c_1,c_3,c_5\right\}=\left\{-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j,1,\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{1}{12}j,2,\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{1}{12}j,1,-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right\}$$

$b.$ Đồ thị MATLAB



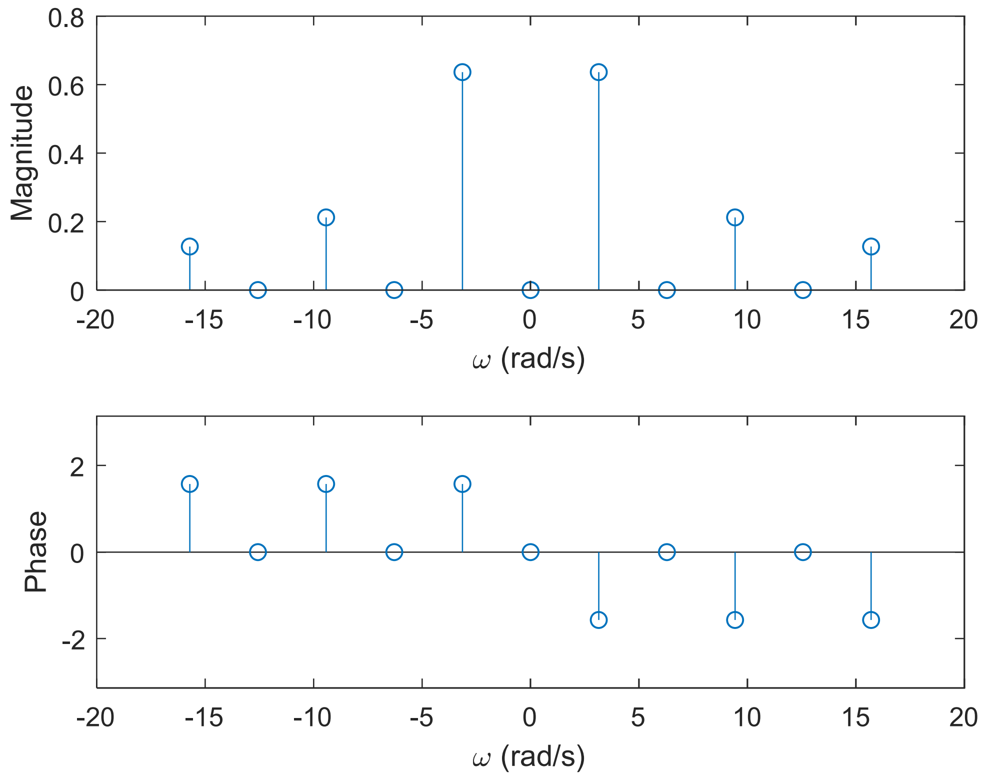
Hình 6.1: Phổ biên độ và pha của các hệ số chuỗi Fourier

Bài 6.2

Hệ số chuỗi Fourier:

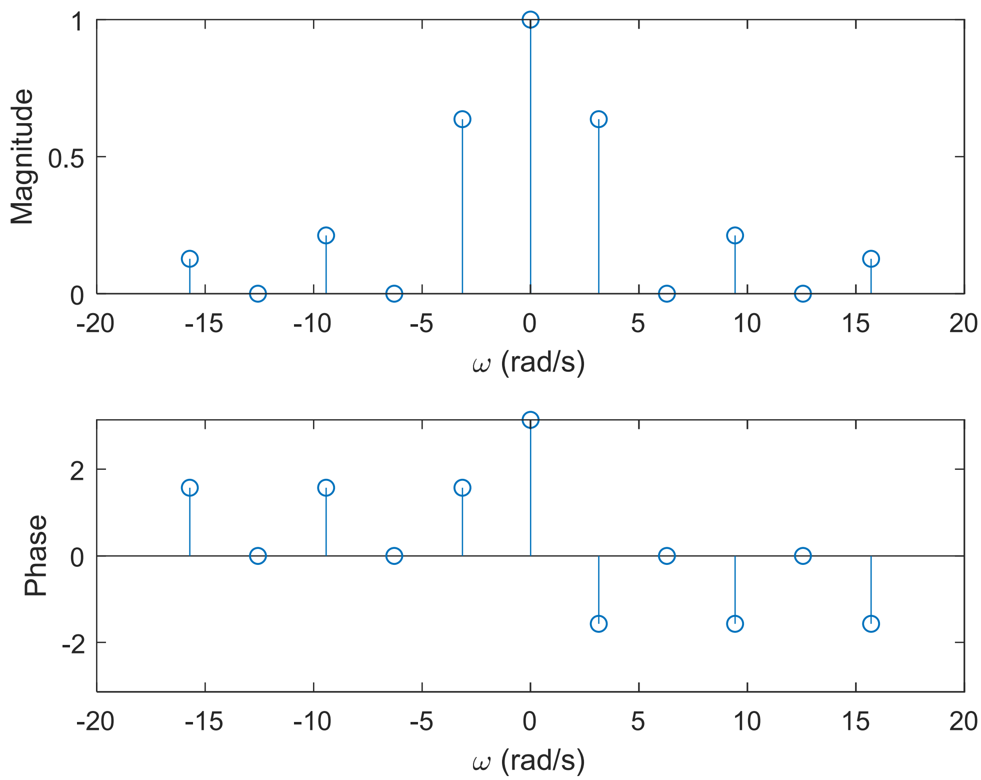
$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} x(t)e^{-jn\Omega_0 t}dt$$

$$a.c_k = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 e^{-jk\pi t}dt - \int_1^2 e^{-jk\pi t}dt\right] = \frac{1-2e^{-jk\pi}+e^{-2jk\pi}}{2jk\pi} = j\frac{(-1)^k-1}{k\pi}$$



Hình 6.2: Phổ biên độ và pha của tín hiệu bài 6.2a

$$b.c_k = \begin{cases} j\dfrac{(-1)^k-1}{k\pi} & k \neq 0 \\ -1 & k = 0 \end{cases}$$

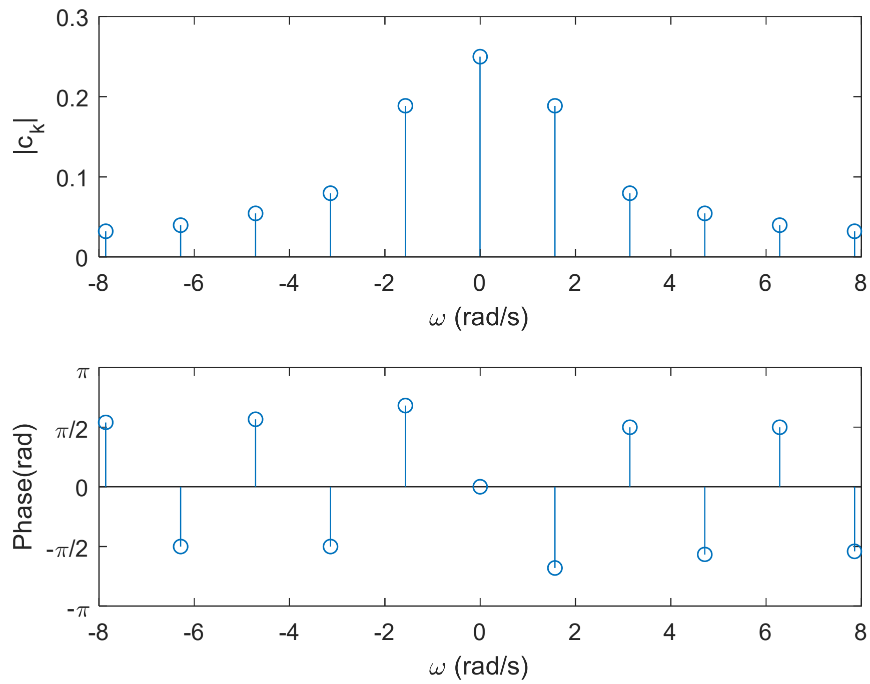


Hình 6.3: Phổ biên độ và pha của tín hiệu bài 6.2b

c. $$c_k = \frac{1}{4}\int_0^2 \frac{1}{2} t e^{-jk\frac{\pi}{2}t} dt = \frac{-1}{4jk\pi}\left[2e^{-jk\pi} - \int_0^2 e^{-jk\frac{\pi}{2}t} dt\right]$$

$$= \left[\frac{\sin(k\pi)}{2k\pi} + \frac{\cos(k\pi) - 1}{2k^2\pi^2}\right] + \left[\frac{\cos(k\pi)}{2k\pi} - \frac{\sin(k\pi)}{2k^2\pi^2}\right] j$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{4} & k = 0 \\ \dfrac{(-1)^k - 1}{2k^2\pi^2} + \dfrac{(-1)^k}{2k\pi} j & k \neq 0 \end{cases}$$



Hình 6.4: Phổ biên độ và pha của tín hiệu bài 6.2c

Bài 6.3

$$c_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin t e^{-2jkt} dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\left(e^{jt} - e^{-jt}\right)e^{-2jkt}}{2j} dt$$

$$= \frac{1}{2\pi j}\left[\frac{e^{j(1-2k)\pi} - 1}{j(1-2k)} + \frac{e^{-j(1-2k)\pi} - 1}{j(1+2k)}\right]$$

$$= \frac{2}{\pi\left(1-4k^2\right)}$$

Bài tập số 7

Bài 7.1

$$a.s\left(t\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-n\right)$$

Chu kỳ: T = 1

Hệ số chuỗi Fourier:

$$c_k=\int_{-0.5}^{0.5}\delta\left(t\right)e^{-jk2\pi t}dt=1$$

$$b.s\left(t\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(-1\right)^n\delta\left(t-n\right)$$

Chu kỳ: T = 2

Hệ số chuỗi Fourier:

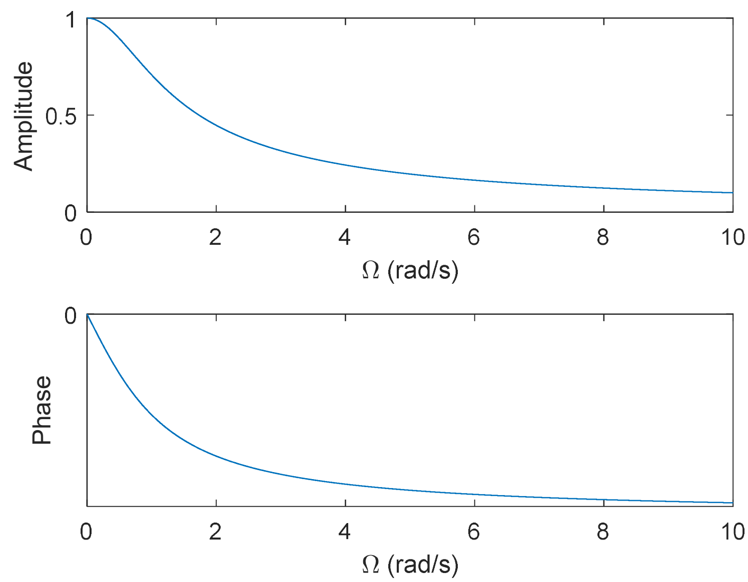
$$c_k=-e^{-jk\pi}+e^{-2jk\pi}=-\cos\left(k\pi\right)+j\sin\left(k\pi\right)+\cos\left(2k\pi\right)-j\sin\left(2k\pi\right)=1-\left(-1\right)^k$$

Bài 7.2

$$a.x\left(t\right)=RC\dot{y}\left(t\right)+y\left(t\right)=\dot{y}\left(t\right)+y\left(t\right)$$

$$b.H\left(\Omega\right)=\frac{1}{1+j\Omega}$$

$c.$



Hình 7.1: Đặc tính tần biên pha của $H\left(\Omega\right)$

$$d.c_n = \frac{1}{\left(n^2+1\right)\sqrt{1+\left(\frac{n\pi}{3}\right)^2}} e^{j\left[n\frac{\pi}{3}t - \arctan\left(n\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

Sóng hài bậc nhất, bậc 2, bậc 3:

$$y_1\left(t\right) = 0,3453e^{j\frac{\pi}{3}t - 0,8084}$$

$$y_2\left(t\right) = 0,0862e^{j\frac{2\pi}{3}t - 1,1253}$$

$$y_3\left(t\right) = 0,0303e^{j\pi t - 1,2626}$$

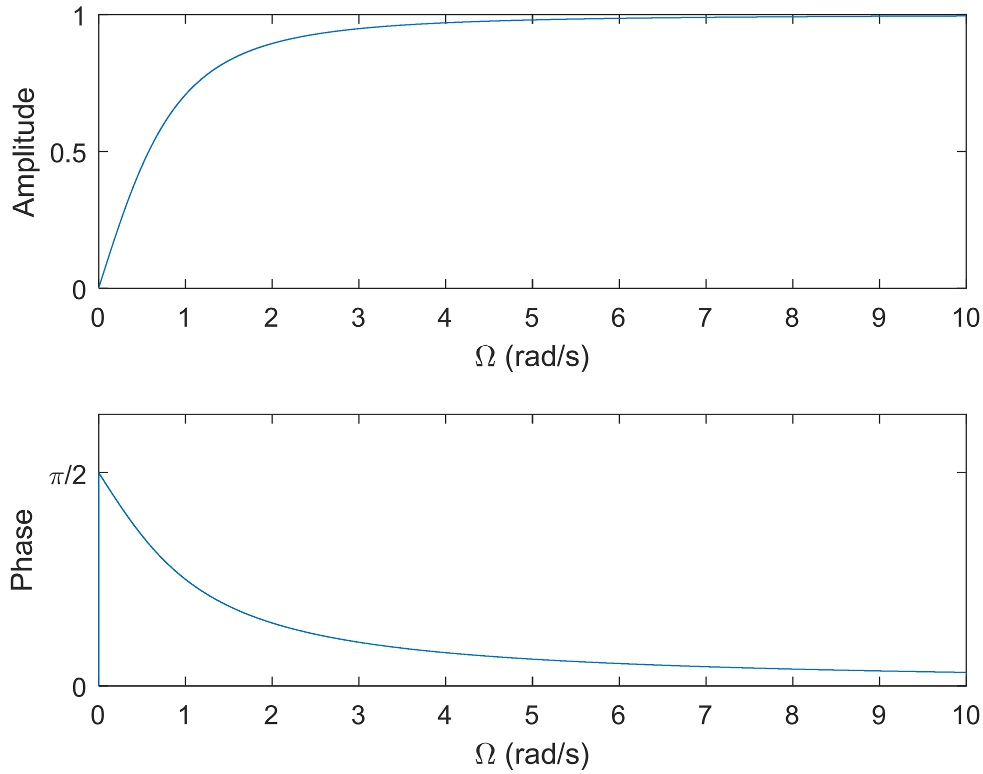
Bài 7.3

$$a.x\left(t\right) = y\left(t\right) + \int y\left(t\right)dt$$

$$\Rightarrow \dot{x}\left(t\right) = \dot{y}\left(t\right) + y\left(t\right)$$

$$b.H\left(\Omega\right) = \frac{j\Omega}{1+j\Omega}$$

$c.$



Hình 7.2: Đặc tính tần biên pha của $H(\Omega)$

$$d.c_n = \frac{\left(n\dfrac{\pi}{3}\right)}{\left(n^2+1\right)\sqrt{1+\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)^2}}e^{j\left[n\frac{\pi}{3}+\arctan\left(n\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

Sóng hài bậc nhất, bậc 2, bậc 3:

$$y_1(t) = 0,3616e^{j\left(\frac{\pi}{3}t+0,7623\right)}$$

$$y_2(t) = 0,1805e^{j\left(\frac{2\pi}{3}t+0,4455\right)}$$

$$y_3(t) = 0,0953e^{j(\pi t+0,3082)}$$

Bài 7.4:

$$y(t) = 1+\frac{3}{\sqrt{2}}\cos\left(t-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{1}{\sqrt{5}}\cos(2t-1,107)$$

Bài tập số 11

Bài 11.1

a. $X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{t+1} e^{-st} dt$

Tích phân này không hội tụ

b. $X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} |t| e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{0} -te^{-st} dt + \int_{0}^{\infty} te^{-st} dt$

Tích phân này không hội tụ

c. $X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2|t|} e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{0} e^{-(s-2)t} dt + \int_{0}^{\infty} e^{-(s+2)t} dt$

$\Rightarrow |\mathrm{Re}(s)| < 2$

$\Rightarrow X_B(s) = \frac{1}{2-s} + \frac{1}{2+s} = \frac{4}{4-s^2}$

d. $X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(at) u(-t) e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{0} \cos(at) e^{-st} dt = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$\mathrm{Re}(s) < 0$

Bài 11.2:

a. $x(t) = t.rect\left(\frac{t-1}{2}\right)$

$X(s) = \int_0^2 te^{-st} dt = -\frac{1}{s}\int_0^2 tde^{-st} = -\frac{1}{s}\left(2e^{-2s} - \int_0^2 e^{-st} dt\right)$

$= -\frac{1}{s}\left(2e^{-2s} - \frac{1-e^{-2s}}{s}\right) = -\frac{2}{s}e^{-2s} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2}e^{-2s}$

b. $x(t) = Au(t) + 2\delta(t)$

$X(s) = \frac{A}{s} + 2$

c. $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \theta)$

$X(s) = A\frac{s}{s^2 + \omega_0^2} e^{\frac{\theta}{\omega_0}s}$

$d. \quad x\left(t\right) = A\sin\left(\omega_0 t + \theta\right)$

$$X\left(s\right) = \frac{A\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} e^{\frac{\theta}{\omega_0}s}$$

Bài tập số 12

Bài 12.1

$$X(s) = \frac{s+5}{s^2+3s+2}, \mathrm{Re}(s) > -1$$

$$a. \quad 3x(t/3) \Leftrightarrow 9X(3s) = \frac{9(3s+5)}{9s^2+9s+2}$$

$$b. \quad x(t-2) \Leftrightarrow \frac{s+5}{s^2+3s+2}e^{-2s}$$

$$c. \quad (t-1)x(t) \Leftrightarrow -\frac{(s^2+3s+2)-(s+5)(2s+3)}{(s^2+3s+2)^2} - \frac{s+5}{s^2+3s+2}$$

$$= \frac{9s-(s+2)^2-(s+2)^3+15}{(s+1)^2(s+2)^2}$$

$$d. \quad \frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow \frac{s(s+5)}{(s+1)(s+2)}$$

$$e. \quad x(t)e^{-2t} \Leftrightarrow \frac{s+7}{(s+3)(s+4)}$$

$$f. \quad x(t)\cos(2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{s+3}{(s+1)(s+2)} + \frac{s+7}{(s+5)(s+6)}\right]$$

Bài 12.2

Giá trị đầu

$$x(0^+) = \lim_{s\to\infty} sX(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{s(s+2)}{s^2-2s-3} = 1$$

Giá trị cuối

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s(s+2)}{s^2-2s-3} = 0$$

Bài 12.3

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = \exp(-2t)u(t), y(0^-) = 0, \dot{y}(0^-) = 1$$

$$(s^2 + 4s + 3)Y(s) - 1 = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow y(t) = e^{-t} - e^{-2t}$$

Bài tập số 13

Bài 13.1

$a.\quad X\left(s\right)=\dfrac{s+2}{s^2-s-2}=\dfrac{s+2}{\left(s-2\right)\left(s+1\right)}=\dfrac{4}{3\left(s-2\right)}-\dfrac{1}{3\left(s+1\right)}$

$\Rightarrow x\left(t\right)=\dfrac{4}{3}e^{2t}-\dfrac{1}{3}e^{-t}$

$b.\quad X\left(s\right)=\dfrac{s^2}{s^2+3s+2}\Leftrightarrow x\left(t\right)=\delta\left(t\right)+e^{-t}-4e^{-2t}$

$c.\quad X\left(s\right)=\dfrac{s}{s^2+2s+7}\Leftrightarrow x\left(t\right)=\left[\cos\left(\sqrt{6}t\right)-\dfrac{\sqrt{6}}{6}\sin\left(\sqrt{6}t\right)\right]e^{-t}$

$d.\quad X\left(s\right)=\dfrac{1}{\left(s+2\right)^2}\Leftrightarrow x\left(t\right)=te^{-2t}$

Bài 13.2

$X\left(s\right)=\dfrac{1}{s+2}$

$Y\left(s\right)=\dfrac{1}{s+1}-\dfrac{3}{s+2}$

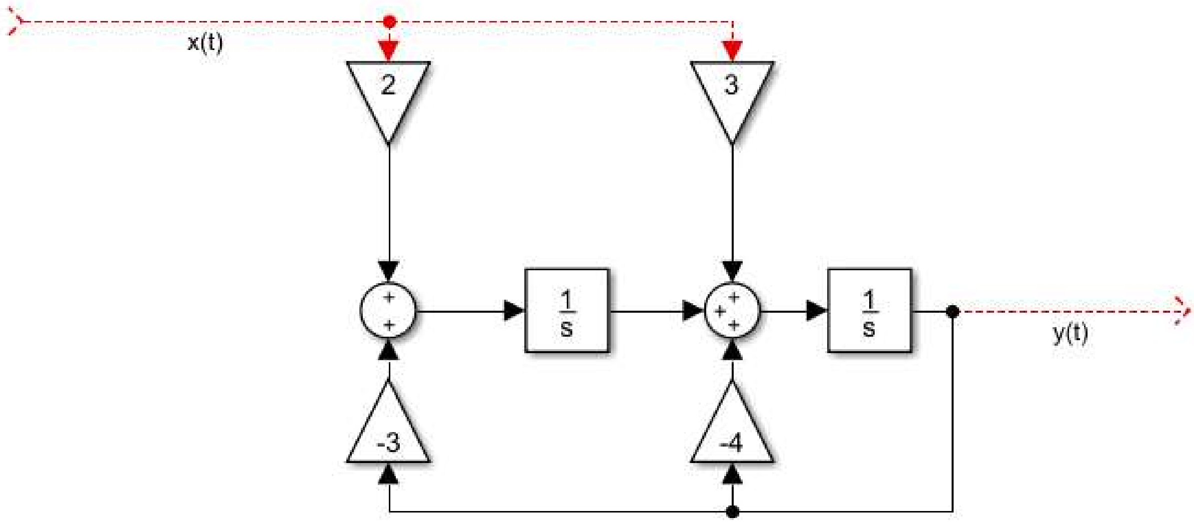
$\Rightarrow H\left(s\right)=\dfrac{Y\left(s\right)}{X\left(s\right)}=\dfrac{1}{s+1}-2$

$\Rightarrow h\left(t\right)=\exp\left(-t\right)u\left(t\right)-2\delta\left(t\right)$

Bài 13.3

$a.\quad H\left(s\right)=\dfrac{2-3s}{s^2+4s+3}$

$b.$ Mô hình của hệ trên hình 13.1



Hình 13.1: Mô hình của hệ bài 13.3

$c.$ Hệ ổn đinh BIBO vì có 2 điểm cực $s = -1$ và $s = -3$ nằm bên trái trục ảo.

Bài 13.4:

$$Y(s) = \frac{s-3}{s-5}\left(\frac{X(s)}{s+2} - \frac{Y(s)(s+1)}{s-2}\right)$$

$$\Rightarrow Y(s)\left[1 + \frac{(s-3)(s+1)}{(s-5)(s-2)}\right] = X(s)\frac{s-3}{(s-5)(s+2)}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{(s-3)(s-2)}{(2s-7)(s-1)(s+2)}$$

Hệ không ổn định BIBO vì có 2 điểm cực $s = \frac{7}{2}$ và $s = 1$ nằm bên phải trục ảo.