CHƯƠNG 2.
SAI SỐ CỦA PHÉP ĐO VÀ XỬ LÝ KẾT QUẢ ĐO (2 LT)

Ngoài sai số của dụng cụ đo, việc thực hiện quá trình đo cũng gây ra nhiều sai số. Nguyên nhân của những sai số này gồm:

- *Phương pháp đo được chọn.*
- *Mức độ cẩn thận khi đo.*

Do vậy kết quả đo lường không đúng với giá trị chính xác của đại lượng đo mà có sai số, gọi là sai số của phép đo.

Như vậy muốn có kết quả chính xác của phép đo thì trước khi đo phải xem xét các điều kiện đo để chọn phương pháp đo phù hợp, sau khi đo cần phải gia công các kết quả thu được nhằm tìm được kết quả chính xác.

2.1. Sai số tuyệt đối, sai số tương đối, sai số hệ thống.

- **Sai số của phép đo:** là sai số giữa kết quả đo lường so với giá trị chính xác của đại lượng đo.
- **Giá trị thực X_{th} của đại lượng đo**: là giá trị của đại lượng đo xác định được với một độ chính xác nào đó (thường nhờ các dụng cụ mẫu có cáp chính xác cao hơn dụng cụ đo được sử dụng trong phép đo đang xét).

Giá trị chính xác (giá trị đúng) của đại lượng đo thường không biết trước, vì vậy khi đánh giá sai số của phép đo thường sử dụng giá trị thực X_{th} của đại lượng đo.

Như vậy ta chỉ có sự đánh giá gần đúng về kết quả của phép đo. Việc xác định sai số của phép đo - tức là xác định độ tin tưởng của kết quả đo là một trong những nhiệm vụ cơ bản của đo lường học.

Sai số của phép đo có thể phân loại theo cách thể hiện bằng số, theo nguồn gây ra sai số hoặc theo qui luật xuất hiện của sai số.

Tiêu chí phân loại	Theo cách thể hiện bằng số	Theo nguồn gây ra sai số	Theo qui luật xuất hiện của sai số
Loại sai số	**- Sai số tuyệt đối.** **- Sai số tương đối.**	**- Sai số phương pháp.** **- Sai số thiết bị.** **- Sai số chủ quan.** **- Sai số bên ngoài.**	**- Sai số hệ thống.** **- Sai số ngẫu nhiên.**

Bảng 2.1. Phân loại sai số của phép đo.

- • **Sai số tuyệt đối ΔX:** là hiệu giữa đại lượng đo X và giá trị thực X_{th} :

$$\Delta X = X - X_{th}$$

- **Sai số tương đối γ_X :** là tỉ số giữa sai số tuyệt đối và giá trị thực tính bằng phần trăm:

$$\gamma_X = \left|\frac{\Delta X}{X_{th}}\right|.100\ (\%);$$

vì $X \approx X_{th}$ nên có thể có:

$$\gamma_X \approx \left|\frac{\Delta X}{X}\right|.100\ (\%)$$

Sai số tương đối đặc trưng cho chất lượng của phép đo.

Độ chính xác của phép đo ε : đại lượng nghịch đảo của sai số tương đối: ε =

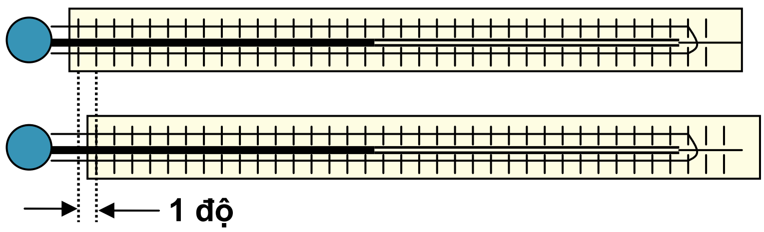
$$\left|\frac{X_{th}}{\Delta X}\right| = \frac{1}{\gamma_X}$$

- **Sai số hệ thống (systematic error):** thành phần sai số của phép đo luôn không đổi hoặc thay đổi có qui luật khi đo nhiều lần một đại lượng đo.

Qui luật thay đổi có thể là một phía (dương hay âm), có chu kỳ hoặc theo một qui luật phức tạp nào đó.

Ví dụ: sai số hệ thống không đổi có thể là: sai số do khắc độ thang đo (vạch khắc độ bị lệch…), sai số do hiệu chỉnh dụng cụ đo không chính xác (chỉnh đường tâm ngang sai trong dao động ký…)…

Sai số hệ thống thay đổi có thể là sai số do sự dao động của nguồn cung cấp (pin yếu, ổn áp không tốt…), do ảnh hưởng của trường điện từ…



Hình 2.1. Sai số hệ thống do khắc vạch là 1 độ- khi đọc cần hiệu chỉnh thêm 1 độ.

2.2. Cấp chính xác.

- **Định nghĩa:** cấp chính xác của dụng cụ đo là giá trị sai số cực đại mà dụng cụ đo mắc phải.

Cấp chính xác của dụng cụ đo được qui định đúng bằng sai số tương đối qui đổi của dụng cụ đó và được Nhà nước qui định cụ thể:

$$\gamma_{qđX} = \left|\frac{\Delta X_m}{X_m}\right|.100\ (\%)$$

với ΔX_m- sai số tuyệt đối cực đại, X_m- giá trị lớn nhất của thang đo.

Sau khi xuất xưởng chế tạo thiết bị đo lường sẽ được kiểm nghiệm chất lượng, chuẩn hóa và xác định cấp chính xác. Từ cấp chính xác của thiết bị đo lường sẽ đánh giá được sai số của kết quả đo.

Thường cấp chính xác của dụng cụ đo được ghi ngay trên dụng cụ hoặc ghi trong sổ tay kĩ thuật của dụng cụ đo.

2.3. Phương pháp loại trừ sai số hệ thống.

Một trong những nhiệm vụ cơ bản của mỗi phép đo chính xác là phải phân tích các nguyên nhân có thể xuất hiện và loại trừ sai số hệ thống. Mặc dù việc phát hiện sai số hệ thống là phức tạp, nhưng nếu đã phát hiện thì việc loại trừ sai số hệ thống sẽ không khó khăn.

Việc loại trừ sai số hệ thống có thể tiến hành bằng cách:

- ***Chuẩn bị tốt trước khi đo:*** phân tích lý thuyết; kiểm tra dụng cụ đo trước khi sử dụng; chuẩn bị trước khi đo; chỉnh "0" trước khi đo…
- ***Quá trình đo có phương pháp phù hợp:*** tiến hành nhiều phép đo bằng các phương pháp khác nhau; sử dụng phương pháp thế…
- ***Xử lý kết quả đo sau khi đo:*** sử dụng cách bù sai số ngược dấu (cho một lượng hiệu chỉnh với dấu ngược lại); trong trường hợp sai số hệ thống không đổi thì có thể loại được bằng cách đưa vào một lượng hiệu chỉnh hay một hệ số hiệu chỉnh:
    - *Lượng hiệu chỉnh:* là giá trị cùng loại với đại lượng đo được đưa thêm vào kết quả đo nhằm loại sai số hệ thống.
    - *Hệ số hiệu chỉnh:* là số được nhân với kết quả đo nhàm loại trừ sai số hệ thống.

Trong thực tế không thể loại trừ hoàn toàn sai số hệ thống. Việc giảm ảnh hưởng sai số hệ thống có thể thực hiện bằng cách chuyển thành sai số ngẫu nhiên.

2.4. Xử lý kết quả đo.

Như vậy sai số của phép đo gồm 2 thành phần: sai số hệ thống θ-không đổi hoặc thay đổi có qui luật và sai số ngẫu nhiên Δ-thay đổi một cách ngẫu nhiên không có qui luật. Trong quá trình đo hai loại sai số này xuất hiện đồng thời và sai số phép đo ΔX được biểu diễn dưới dạng tổng của hai thành phần sai số đó: $\Delta X = \theta + \Delta$.

Để nhận được các kết quả sai lệch ít nhất so với giá trị thực của đại lượng đo cần phải tiến hành đo nhiều lần và thực hiện gia công (xử lý) kết quả đo (các số liệu nhận được sau khi đo).

Sau n lần đo sẽ có n kết quả đo $x_1, x_2, .., x_n$ là số liệu chủ yếu để tiến hành gia công kết quả đo.

2.4.1. Loại trừ sai số hệ thống.

Việc loại trừ sai số hệ thống sau khi đo được tiến hành bằng các phương pháp như mục 2.3:

- Sử dụng cách bù sai số ngược dấu,
- Đưa vào một lượng hiệu chỉnh hay một hệ số hiệu chỉnh,

…

2.4.2. Tính toán sai số ngẫu nhiên.

Dựa vào số lớn các giá trị đo được có thể xác định qui luật thay đổi của sai số ngẫu nhiên nhờ sử dụng các phương pháp toán học thống kê và lý thuyết xác suất.

Nhiệm vụ của việc tính toán sai số ngẫu nhiên là chỉ rõ giới hạn thay đổi của sai số của kết quả đo khi thực hiện phép đo nhiều lần, như vậy phép đo nào có kết quả với sai số ngẫu nhiên vượt quá giới hạn sẽ bị loại bỏ.

- **Cơ sở toán học:** việc tính toán sai số ngẫu nhiên dựa trên giả thiết là sai số ngẫu nhiên của các phép đo các đại lượng vật lý thường tuân theo luật phân bố chuẩn (luật phân bố Gauxơ-Gauss). Nếu sai số ngẫu nhiên vượt quá một giá trị nào đó thì xác suất xuất hiện sẽ hầu như bằng không và vì thế kết quả đo nào có sai số ngẫu nhiên như vậy sẽ bị loại bỏ.

- **Các bước tính sai số ngẫu nhiên:**

Xét n phép đo với các kết quả đo thu được là $x_1, x_2, ..., x_n$.

1. ***Tính ước lượng kì vọng toán học m_X của đại lượng đo:***

$$m_X = \overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + .. + x_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n},$$

chính là giá trị trung bình đại số của n kết quả đo.

2. ***Tính độ lệch của kết quả mỗi lần đo so với giá trị trung bình v_i :***

$$v_i = x_i - \overline{X}$$

v_i (còn gọi là sai số dư).

3. ***Tính khoảng giới hạn của sai số ngẫu nhiên:*** được tính trên cơ sở đường phân bố chuẩn: $\Delta = [\Delta_1, \Delta_2]$; thường chọn: $\Delta = [\Delta_1, \Delta_2]$ với :

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n.(n-1)}},$$

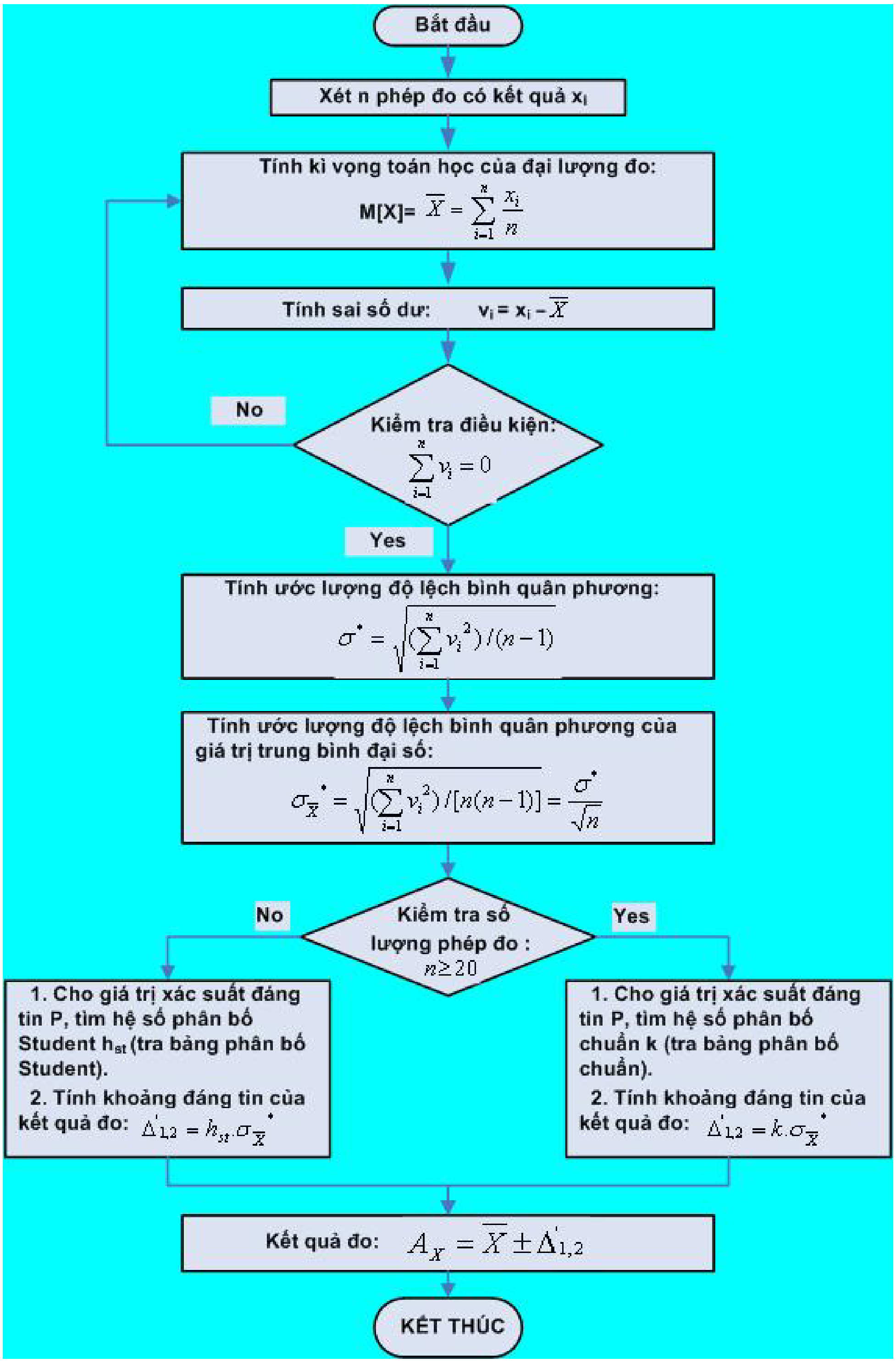
với xác suất xuất hiện sai số ngẫu nhiên ngoài khoảng này là 34%.

4. ***Xử lý kết quả đo:*** những kết quả đo nào có sai số dư vi nằm ngoài khoảng $[\Delta_1, \Delta_2]$ sẽ bị loại.

2.4.1. Tìm khoảng giá trị của kết quả đo với xác suất tin cậy P%.

- **Cơ sơ toán học:** để gia công kết quả đo ta sử dụng công cụ toán học xác suất thống kê để tìm được kết quả đo trong khoảng $A_X \pm \Delta'_{1,2}$ với xác suất tin cậy là P, với giả thiết nếu số phép đo n≥20 thì kết quả đo tuân theo luật phân bố xác suất chuẩn, còn nếu 2< n <20 thì kết quả đo tuân theo luật phân bố xác suất Student.
- **Các bước gia công kết quả đo:**
  1. Loại bỏ các kết quả đo có sai số quá lớn.
  2. Loại trừ sai số hệ thống.
  3. Loại trừ sai số ngẫu nhiên.
  4. Thực hiện theo lưu đồ thuật toán như hình 2.2.

Kết quả sẽ nhận được kết quả đo A_X nằm trong khoảng $[\overline{X} - \Delta'_{1,2}; \overline{X} + \Delta'_{1,2}]$, với xác suất tin cậy P% (tức là chắc chắn P% rằng kết quả đo A_X nằm trong khoảng $[\overline{X} - \Delta'_{1,2}; \overline{X} + \Delta'_{1,2}]$).



Hình 2.2. Lưu đồ thuật toán quá trình gia công kết quả đo.

2.4.2. Xây dựng biểu thức giải tích của đường cong thực nghiệm.

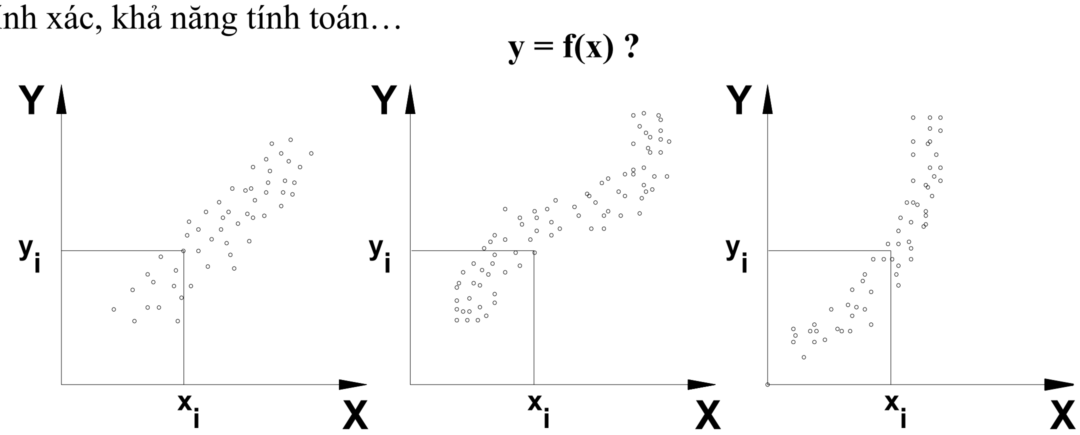
Trong kỹ thuật đo lường thường phải thực hiện những thực nghiệm xác định đường cong qua hệ giữa hai đại lượng X và Y, hay nói cách khác là phải tìm biểu thức giải tích về mối quan hệ giữa chúng. Quá trình này còn gọi là quá trình hồi qui.

- **Tổng quan về phương pháp:** sau khi thực hiện n phép đo hai đại lượng X và Y sẽ có các kết quả đo được là x_i và y_i được xếp thành các cặp tương ứng (x_i, y_i) dưới dạng dãy số, bảng số hoặc đồ thị.

Từ các giá trị này đặc biệt là khi biểu diễn ở dạng đồ thị, bước đầu có thể đưa ra dự đoán về mối quan hệ giữa X và Y. Để rõ hơn có thể tính hệ số tương quan giữa

X và Y. Từ hệ số tương quan giữa X và Y có thể nhận xét quan hệ giữa X và Y là tuyến tính hay phi tuyến; nếu là tuyến tính thì tuyến tính mạnh hay yếu, tương quan dương hay âm; nếu là phi tuyến thì phi tuyến mạnh hay yếu, biểu thức đường cong quan hệ là bậc 2, bậc 3, bậc cao hoặc là hàm mũ, hàm lôgarit…từ đó chọn biểu thức thực nghiêm cho mối quan hệ giữa X và Y.

Dựa trên biểu thức thực nghiệm được chọn để tìm biểu thức cụ thể có thể sử dụng các phương pháp phù hợp: phương pháp bình phương cực tiểu, phương pháp kéo chỉ, phương pháp trung bình, phương pháp tuyến tính hóa…tùy yêu cầu về độ chính xác, khả năng tính toán…



Hình 2.3. Xây dựng biểu thức giải tích của đường cong thực nghiệm.

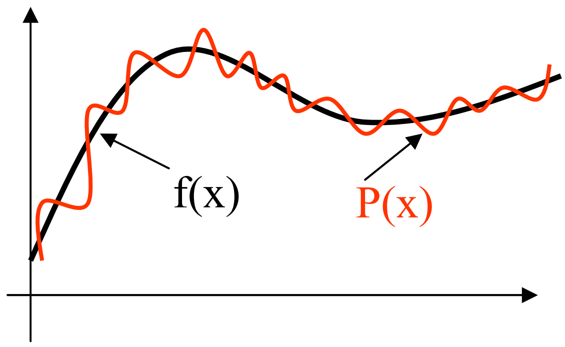
- **Xác định hệ số tương quan giữa hai đại lượng:**
  - ***Vấn đề đặt ra:*** xét hai đại lượng X và Y với các giá trị tương ứng biết trước là x_i và y_i được xếp thành các cặp tương ứng (x_i, y_i). Cần **xác định xem giữa đại lượng X và Y có mối tương quan nào không?**
  - ***Phương pháp:*** để xác định xem giữa đại lượng X và Y có mối tương quan nào không ta phải tìm **hệ số tương quan giữa X và Y**.

  Từ giá trị tính được của hệ số tương quan sẽ rút ra các kết luận về mối tương quan giữa X và Y: có mối tương quan như giả thiết hay không, tương quan tuyến tính hay phi tuyến, tương quan tuyến tính mạnh hay yếu, tương quan dương hay âm…

(hướng dẫn sinh viên đọc thêm tài liệu [1], mục 3-7-1, trang 62).

- **Xây dựng phương trình và biểu thức thực nghiệm từ kết quả đo:** có các phương pháp thường dùng gồm:
  - Phương pháp bình phương cực tiểu.
  - Phương pháp kéo chỉ.
  - Phương pháp trung bình.
  - Phương pháp tuyến tính hóa.
- **Phương pháp bình phương cực tiểu:**
  - ***Vấn đề đặt ra:*** xét hai đại lượng X và Y với các giá trị tương ứng biết trước là x_i và y_i được xếp thành các cặp tương ứng (x_i, y_i). Cần **xác định hàm y = f(x) biểu diễn mối quan hệ giữa đại lượng X và Y.**
  - **Phương pháp:** để xác định hàm y = f(x) biểu diễn mối quan hệ giữa đại lượng X và Y ta sử dụng phương pháp bình phương cực tiểu để tìm đa thức P(x) thỏa mãn là đường cong gần đúng của f(x) và phản ánh được quá trình vật

lý được nghiên cứu.



Các bước thực hiện:

1. Chọn đa thức gần đúng P(x) của f(x) (dựa trên dạng đường cong thực nghiệm quan hệ X và Y, dựa trên hệ số tương quan giữa X và Y):

$$\mathbf{P(x)= a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_mx^m.}$$

2. Xác định các hệ số a_0, a_1, a_2, …, a_m của P(x) từ điều kiện thỏa mãn P(x) gần đúng với f(x):

$$S=\sum_{k=1}^{n}[f(x_k)-P(x_k)]^2=\sum_{k=1}^{n}[f(x_k)-(a_0+a_1x_k+a_2{x_k}^2+\ldots+a_m{x_k}^m)]^2=\min$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a_0}=0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_1}=0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_2}=0 \\ \ldots \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_m}=0 \end{cases}$$

: là hệ phương trình đại số tuyến tính với (m+1) ẩn (a_0 đến a_m) và (m+1) phương trình, giải ra ta có giá trị của a_0, a_1, … a_m từ đó suy ra P(x).

- **Phương pháp kéo chỉ; Phương pháp trung bình:** áp dụng bằng cách dự đoán trước dạng đường cong quan hệ một cách tương đối chính xác sau đó tính các hệ số của đường cong. Các phương pháp này đơn giản, thuận tiện nhưng độ chính xác không cao bằng phương pháp bình phương cực tiểu.
- **Phương pháp tuyến tính hóa:** áp dụng khi đường cong thực nghiệm có dạng khác với các đa thức, ví dụ: dạng hàm mũ, dạng hàm lôgarit…, phương pháp này đưa chúng về dạng tuyến tính (đường thẳng) bằng cách đổi biến, thay các đối số mới là một hàm của đối số cũ, từ đó ứng dụng các phương pháp bình phương cực tiểu, kéo chỉ, trung bình để giải.

Quá trình tính toán có thể tiến hành bằng tay hoặc ứng dụng máy tính (PC) để giải bằng các chương trình tự viết hoặc bằng các phần mềm chuyên dụng: Matlab, Mathematica, Maple, Exel…

(Hướng dẫn sinh viên đọc thêm tài liệu [1], mục 3-7-2, trang 67).

Bài tập:

1. Tính toán sai số tuyệt đối, sai số tương đối, cấp chính xác.

2. Gia công kết quả đo (chú ý công cụ Exel, Matlab).