



Chương 3: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin

- Mạch xoay chiều hình sin
 - Quan hệ dòng-áp trên các phần tử R, L, C
 - Biểu diễn dạng phức
 - Sơ đồ phức của mạch điện
- Định luật Kirchhoff dạng phức
 - Định luật Kirchhoff về dòng điện
 - Định luật Kirchhoff về điện áp
 - Hệ phương trình Kirchhoff độc lập
- Công suất



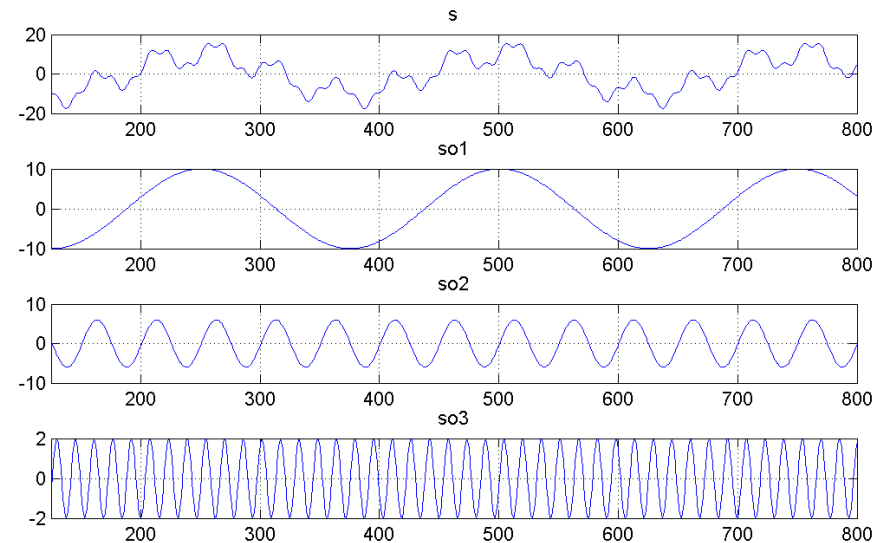
Chế độ xác lập ở mạch điều hòa hình sin

❖ Ý nghĩa nghiên cứu chế độ xác lập hình sin:

- Thực tế: Hầu hết các thiết bị sử dụng trong hộ gia đình, nhà máy đều làm việc với nguồn hình sin
- Hàm sin là một hàm cơ bản
 - Tiệm tính đạo hàm, tích phân,...
 - Tín hiệu bất kỳ có thể phân tích thành tổng các hàm hình sin: **Fourier**

$$\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$$



$$s = so1 + so2 + so3 + \dots$$

Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng (1)

❖ Hàm điều hòa hình sin

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

I_m : biên độ dòng điện

ω : tần số góc (rad/s)

$(\omega t + \varphi_i)$: góc pha (rad)

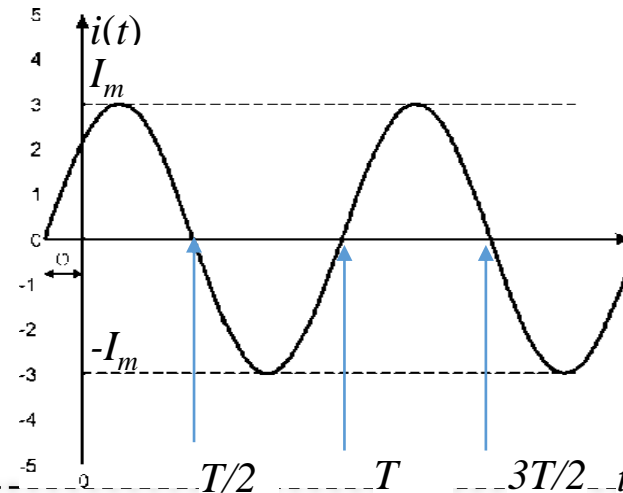
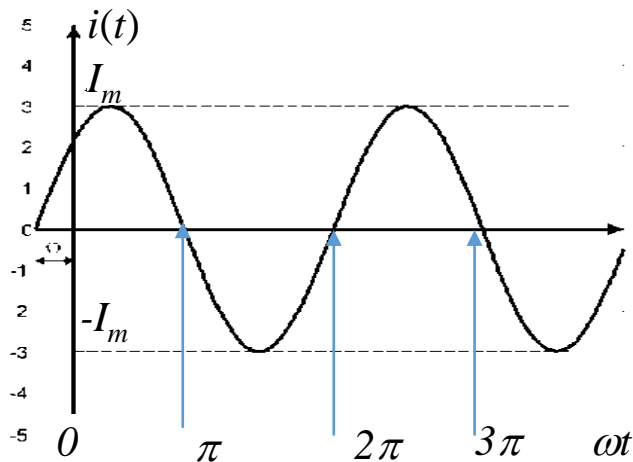
φ_i : góc pha đầu ($t=0$), (độ)

$f = \frac{\omega}{2\pi}$: tần số góc (Hertz, Hz)

$T = \frac{1}{f}$: chu kỳ (giây, s)

$\omega = 2\pi f$ Với $f=50\text{Hz}$ (tần số lưới điện)
 $\rightarrow \omega=314 \text{ rad/s}$

■ Biểu diễn theo góc pha và thời gian



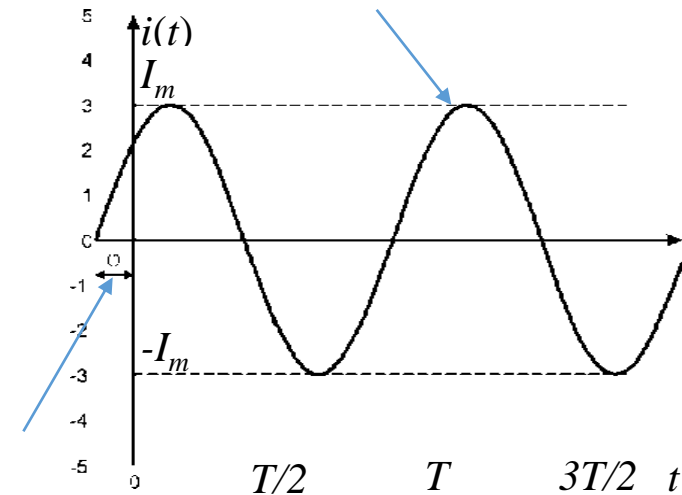
Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng (2)

❖ Đặc trưng của dòng hình sin

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Đặc trưng bởi cặp thông số $(I_m, \omega t + \varphi_i)$.

Với dòng điện hình sin có cùng tần số,
cặp thông số đặc trưng là: I_m, φ_i





Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng (3)

■ Dòng điện hiệu dụng

Trị hiệu dụng I là trị trung bình bình phương của hàm chu kỳ $i(t)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_i) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} I_m^2 [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_i)] dt}$$



$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} I_m^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Tương tự, với $u(t)$, $e(t)$, $j(t)$

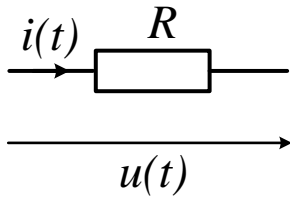
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

$$J = \frac{J_m}{\sqrt{2}}$$

Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (1)

❖ Quan hệ dòng-áp trên phần tử R



$$u = Ri$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i)$$

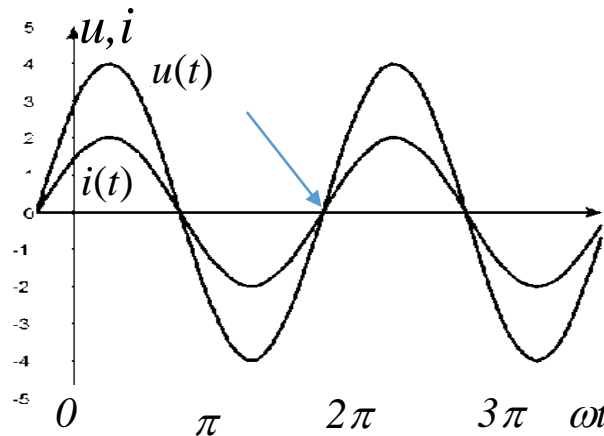
$$u = \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_u)$$



$$\varphi_u = \varphi_i$$

Điện áp có góc pha cùng pha với dòng điện

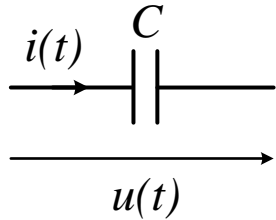
Trị hiệu dụng: $U=RI$





Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (2)

❖ Quan hệ dòng-áp trên phần tử C



$$u = \frac{1}{C} \int i dt \quad i(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$$

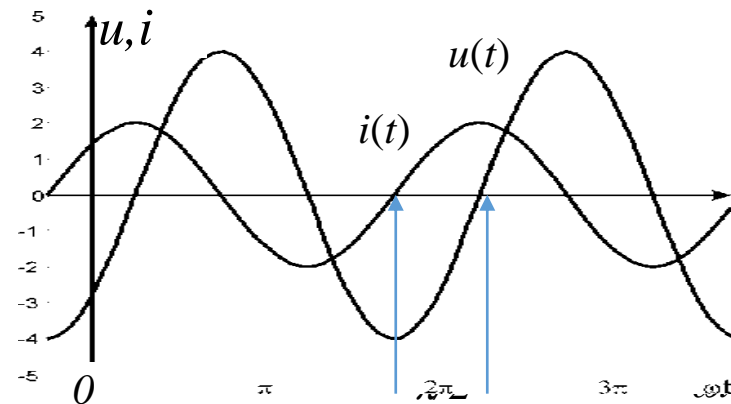
$$u = -\sqrt{2} \frac{1}{\omega C} I \cos(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2} \frac{1}{\omega C} I \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$$

Điện áp trễ pha so với dòng điện một góc $\pi/2$

Trị hiệu dụng:

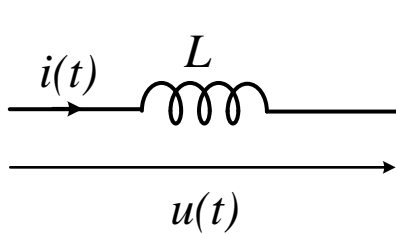
$$U = \frac{1}{\omega C} I = X_c I$$





Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (3)

❖ Quan hệ dòng-áp trên phần tử L



$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i)$$

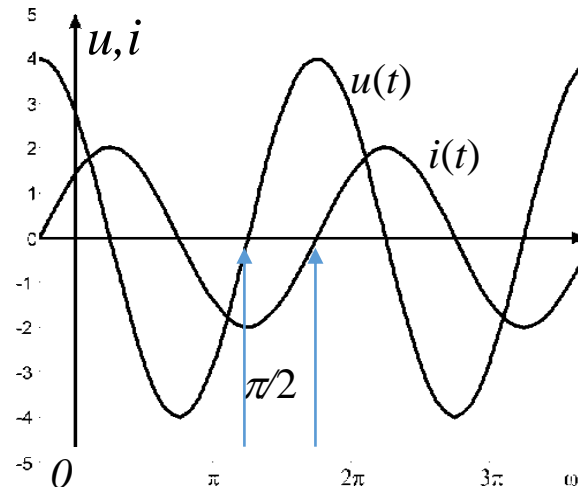
$$u = \sqrt{2}\omega LI \cos(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2}\omega LI \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$$

Điện áp sớm pha so với dòng điện một góc $\pi/2$

Trị hiệu dụng:

$$U = \omega LI = X_L I$$





Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (4)

❖ Mạch R-L-C nối tiếp

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

$$= \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_i) + \sqrt{2}\omega L \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

Chọn góc pha đầu của dòng điện bằng 0

$$\sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2}RI \sin \omega t + \sqrt{2}\omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} \frac{1}{\omega C} \sin\left(\varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

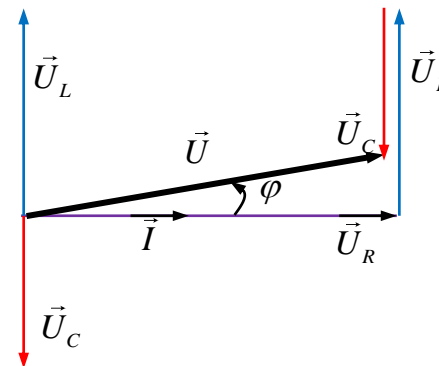
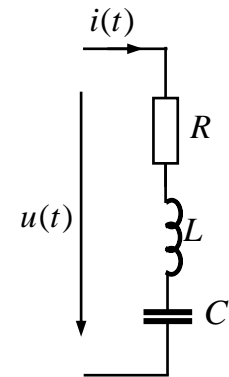
$$= \sqrt{2}U_R \sin \omega t + \sqrt{2}U_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2}U_C \sin\left(\varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = (RI)^2 + \left(\omega LI - \frac{I}{\omega C}\right)^2$$

$$U^2 = \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] I^2$$

$$\rightarrow \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = z$$



$$x = x_L - x_C$$

$$z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + x^2}$$

Tổng trở của nhánh R-L-C, thông số nói lên phản ứng về hiệu dụng của nhánh đối với dòng hình sin, đơn vị là Ohm



Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (5)

$$x = x_L - x_C \quad z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + x^2}$$

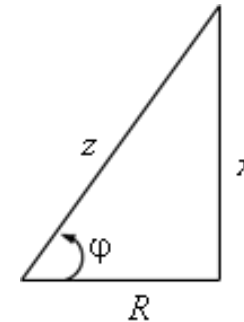
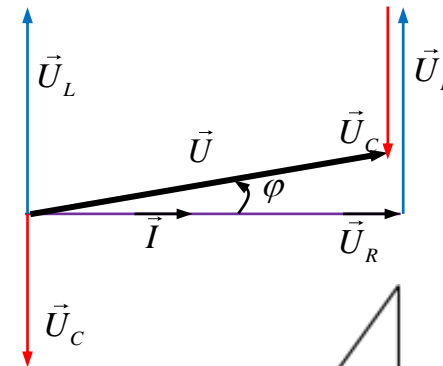
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{x_L - x_C}{R} = \frac{x}{R}$$

Ví dụ: Tính tổng trở và góc lệch pha của một cuộn dây có các thông số:

$$R = 100 \, \Omega, L = 0,1 \, \text{H}$$

Biết điện áp qua cuộn dây $u = 125\sqrt{2}\cos\omega t \, \text{V}$
 $\omega = 1000 \, \text{rad/s}$

Tìm dòng điện qua cuộn dây?



Tam giác tổng trở trong mạch R-L-C

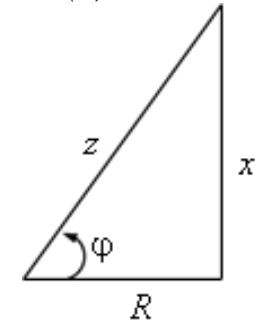
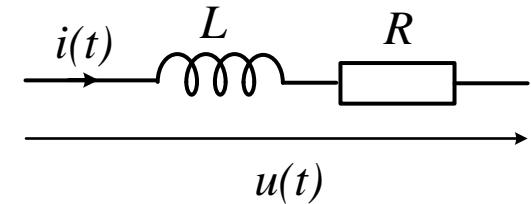
Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (6)

- Ví dụ 1: Tính tổng trở và góc lệch pha của một cuộn dây có các thông số:

$$R = 100 \, \Omega, L = 0,1 \, \text{H}$$

Biết điện áp qua cuộn dây $u = 125\sqrt{2}\cos\omega t \, \text{V}$
 $\omega = 1000 \, \text{rad/s}$

Tìm dòng điện qua cuộn dây?



Điện kháng của cuộn dây: $x_L = \omega L = 1000 \cdot 0,1 = 100 \, \Omega$

Tổng trở của nhánh (cuộn dây): $z = \sqrt{R^2 + x_L^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 141 \, \Omega$

Trị hiệu dụng của dòng điện: $I = \frac{U}{z} = \frac{125}{141} = 0,885 \, \text{A}$

Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện: $\varphi = \arctan \frac{x}{R} = \arctan \frac{100}{100} = \frac{\pi}{4} \, \text{rad}$

Pha đầu của dòng điện: $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\frac{\pi}{4}$

Vậy dòng điện qua cuộn dây: $i = 0,885\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \, \text{A}$

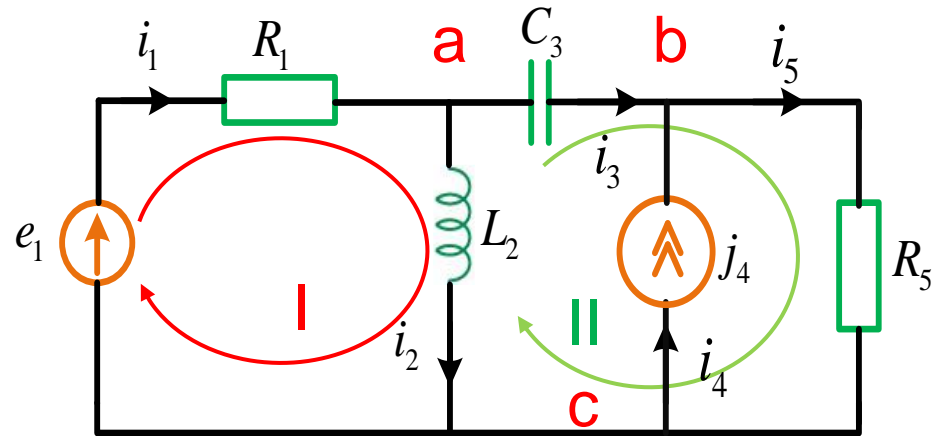


Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập hình sin (7)

- Khi mạch có nhiều nhánh:

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -i_3 + i_5 = j_4 \\ R_1 i_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} = e_1 \\ -L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_3} \int_{-\infty}^t i_3 dt + R_5 i_5 = 0 \end{cases}$$

Tính i_1, i_2, i_3, i_5 ?



$$e_1 = 220\sqrt{2} \sin(314t + 10^\circ) \text{ V}; j_4 = 2\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ) \text{ A}$$



Công suất ở chế độ xác lập điều hòa hình sin (1)

❑ Công suất tác dụng (active power)

- Đánh giá tiêu tán năng lượng của mạch

Công suất trung bình: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$ $p(t) = u.i$: công suất tức thời

$$P = RI^2 = (Z \cdot \cos \varphi) I \cdot I = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$\cos \varphi$: hệ số công suất (power factor)

❑ Công suất phản kháng (reactive power)

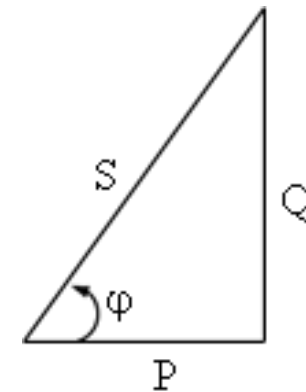
- Đặc trưng cho trao đổi năng lượng với bên ngoài

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = X \cdot I^2 \quad \text{Đơn vị: VAR}$$

❑ Công suất biểu kiến:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI \quad \text{Đơn vị: VA}$$

$$\begin{cases} P = S \cos \varphi \\ Q = S \sin \varphi \end{cases}$$



Tam giác công suất



Công suất ở chế độ xác lập điều hòa hình sin (1)

Ví dụ 2: Một tải có các thông số: $R = 10\Omega$, $x_L = 10\Omega$

đặt dưới một điện áp xoay chiều $U = 220\text{ V}$. Tìm tổng trở, hệ số công suất, dòng và các công suất.

Tổng trở: $z = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1\Omega$

Hệ số công suất: $\cos\varphi = \frac{R}{z} = \frac{10}{14,1} = 0,707$

Dòng qua tải: $I = \frac{U}{z} = \frac{220}{14,1} = 15,55\text{ A}$

Công suất:

-Tác dụng: $P = RI^2 = 10 \cdot 15,55^2 = 2420\text{ W}$

-Phản kháng: $Q = xI^2 = 10 \cdot 15,55^2 = 2420\text{ VAr}$

-Biểu kiến: $S = zI^2 = 14,1 \cdot 15,55^2 = 3421\text{ VA}$



Biểu diễn phức (1)

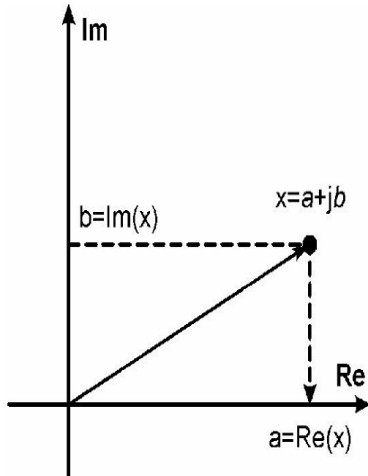
❖ Số phức

$$j = \sqrt{-1}$$

Xét số phức: $\mathbf{x} = a + jb$

$\begin{cases} a = \text{Re}\{\mathbf{x}\} \\ b = \text{Im}\{\mathbf{x}\} \end{cases}$	Real
	Imaginary

▪ Trong hệ tọa độ Đề-các:



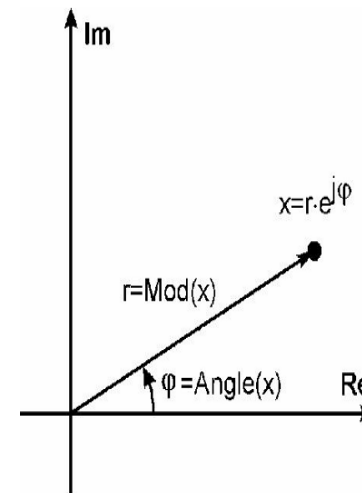
▪ Trong hệ tọa độ cực:

$$\mathbf{x} = r e^{j\varphi}$$

$$= r \angle \varphi$$

Biểu diễn khác:

$$r \angle \varphi \quad r \triangle \varphi$$





Biểu diễn phức (2)

❖ Biểu diễn phức

Từ công thức Euler: $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$ \longleftrightarrow $\cos\varphi = \text{Re}\{e^{j\varphi}\}$ real
 Ký hiệu số phức: $\sin\varphi = \text{Im}\{e^{j\varphi}\}$ imaginary

$$\dot{V} = a + jb \quad \begin{cases} a = V \cos\psi \\ b = V \sin\psi \end{cases} \longleftrightarrow \dot{V} = V(\cos\psi + j\sin\psi) = Ve^{j\psi}$$

$$V = \sqrt{a^2 + b^2} \quad V: \text{module}$$

$$\psi = \arctg \frac{b}{a} \quad \psi: \text{argument}$$

$$\dot{V} = Ve^{j\psi}$$

$$= \underline{V} / \underline{\psi}$$

Có thể
chuyển đổi
sang nhau,
sử dụng
máy tính
tay



Biểu diễn phức (3)

❖ Một số tính chất của biểu diễn phức

$$\dot{V}_1 = a_1 + jb_1$$

$$\dot{V}_1 = V_1 e^{j\psi_1} = V_1 / \underline{\psi_1}$$

$$\dot{V}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\dot{V}_2 = V_2 e^{j\psi_2} = V_2 / \underline{\psi_2}$$



$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

$$\dot{V}_1 \cdot \dot{V}_2 = V_1 e^{j\psi_1} \cdot V_2 e^{j\psi_2} = V_1 V_2 e^{j(\psi_1 + \psi_2)}$$

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{V_1 e^{j\psi_1}}{V_2 e^{j\psi_2}} = \frac{V_1}{V_2} e^{j(\psi_1 - \psi_2)}$$

■ Số phức đặc biệt:

$$|e^{j\psi}| = 1$$

$$\text{Arg}[e^{j\psi}] = \psi$$

$$e^{j\pi/2} = j$$

$$\frac{1}{j} = -j$$

■ Số phức liên hiệp:

$$\dot{V} = a + jb = V e^{j\psi}$$

$$V^* = a - jb = V e^{-j\psi}$$



$$\dot{V} \cdot V^* = V e^{j\psi} \cdot V e^{-j\psi} = V^2$$



Biểu diễn dòng-áp hình sin dưới dạng phức

❖ Dạng phức của các đại lượng hình sin

▪ Miền thời gian:

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I / \underline{\varphi_i}$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u) \leftrightarrow \dot{U} = U / \underline{\varphi_u}$$

$$e(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \varphi_e) \leftrightarrow \dot{E} = E / \underline{\varphi_e}$$

$$j(t) = \sqrt{2}J \sin(\omega t + \varphi_j) \leftrightarrow \dot{J} = J / \underline{\varphi_j}$$

▪ Miền phức:

• Biểu diễn phức của đạo hàm và tích phân:

$$\frac{di}{dt} \leftrightarrow j\omega \dot{I}$$

$$\int i dt \leftrightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

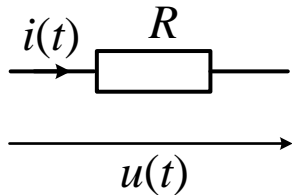


Phản ứng phức của các nhánh với dòng hình sin (1)

❖ Nhánh thuần trở

■ Miền thời gian:

$$i_R(t) = i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \text{ A}$$

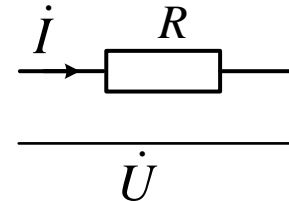


$$\begin{aligned} u_R &= Ri = \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_i) \\ &= \sqrt{2}U_R \sin(\omega t + \varphi_u) \end{aligned}$$

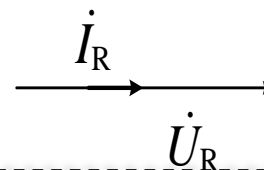
trong đó : $\varphi_u = \varphi_i$

■ Miền phức:

$$\dot{I}_R = \dot{I} = I e^{j\varphi_i}$$



$$\dot{U}_R = U_R e^{j\varphi_u} = R I e^{j\varphi_i} = R \dot{I}$$





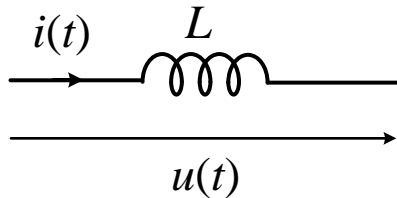
Phản ứng phức của các nhánh với dòng hình sin (2)

❖ Nhánh thuần cảm

$$e^{j\pi/2} = j$$

■ Miền thời gian:

$$i_L(t) = i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \text{ A}$$

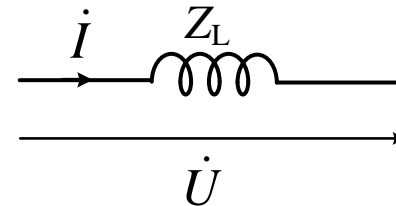


$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di}{dt} = \sqrt{2} \omega L I \cos(\omega t + \varphi_i) \\ &= \sqrt{2} \omega L I \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sqrt{2} U_L \sin(\omega t + \varphi_u) \end{aligned}$$

trong đó : $\varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$

■ Miền phức:

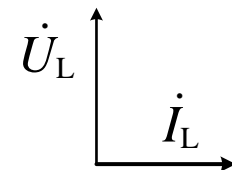
$$\dot{I}_L = \dot{I} = I e^{j\varphi_i}$$



$$Z_L = j\omega L = jX_L$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= U_L e^{j\varphi_u} = \omega L I e^{j\left(\varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)} \\ &= \omega L I e^{j\varphi_i} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega L \dot{I} \end{aligned}$$

Tổng trở
phức





Thời gian \Leftrightarrow phức

- Biểu diễn phức của đạo hàm và tích phân: $\frac{di}{dt} \Leftrightarrow j\omega I$ $\int i dt \Leftrightarrow \frac{I}{j\omega}$

Miền thời gian:

$$\frac{dx}{dt}$$

$$\int x dt$$

- Nhánh thuần cảm

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

- Nhánh thuần dung

$$i_c = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$$

Hoặc:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt$$

Miền phức:

$$j\omega \dot{X}$$

$$\frac{\dot{X}}{j\omega}$$

$$\dot{U}_L = Lj\omega \dot{I} = j\omega L \dot{I}$$

$$\dot{I}_c = Cj\omega \dot{U}_c = j\omega C \dot{U}_c \rightarrow \dot{U}_c = \frac{\dot{I}_c}{j\omega C}$$

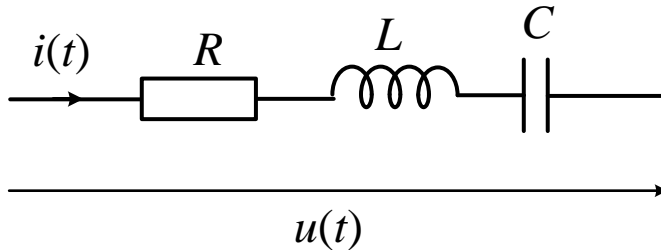
$$\dot{U}_c = \frac{\dot{I}_c}{Cj\omega} = \frac{\dot{I}_c}{j\omega C} = -j \frac{\dot{I}_c}{\omega C}$$

Phản ứng phức của các nhánh với dòng hình sin (4)

❖ Nhánh R-L-C nối tiếp

■ Miền thời gian:

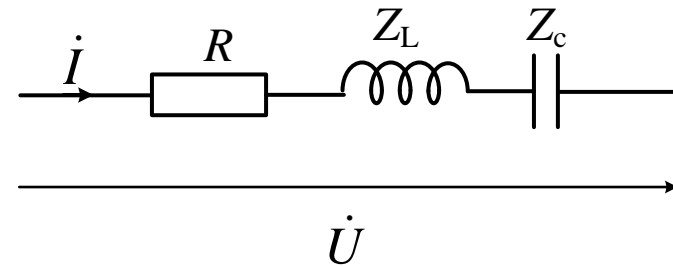
$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) A$$



$$\begin{aligned} u &= u_R + u_L + u_C \\ &= \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_i) \\ &\quad + \sqrt{2}\omega L \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \\ &\quad + \sqrt{2} \frac{1}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

■ Miền phức:

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i}$$



$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} - j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] \dot{I}$$

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

Tổng trở của
nhánh RLC

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = z e^{j\varphi}$$



Công suất ở chế độ xác lập điều hòa hình sin

❑ Công suất phức (biểu kiến phức)

$$\text{Với } \begin{cases} \dot{U} = U / \underline{\varphi_u} \\ \dot{I} = I / \underline{\varphi_i} \end{cases} \quad \begin{aligned} \tilde{S} &= S e^{j\varphi} = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UI e^{j\varphi_u} \cdot e^{-j\varphi_i} = \textcolor{red}{U} e^{j\varphi_u} \cdot \textcolor{blue}{I} e^{-j\varphi_i} = \dot{U} I^* \\ I^* &\text{ là liên hợp phức của } \dot{I} \quad \quad \quad I^* = I / \underline{-\varphi_i} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tilde{S} = \dot{U} \cdot I^* = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi}$$

$$\Leftrightarrow \tilde{S} = U \cdot I (\cos \varphi + j \sin \varphi) = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} P = \text{Re}\{\tilde{S}\} = \text{Re}\{\dot{U} I^*\} \\ Q = \text{Im}\{\tilde{S}\} = \text{Im}\{\dot{U} I^*\} \end{cases}$$

❑ Hệ số công suất $\cos \varphi$

Có ý nghĩa kinh tế và kỹ thuật trong lưới điện.

Hệ số công suất càng lớn thì độ kinh tế càng cao

→ Nâng cao hệ số công suất.



Công suất ở chế độ xác lập điều hòa hình sin

❑ Công suất thu (của tải) $\tilde{S} = \dot{U}.I^* = (ZI).I^* = ZI^2$

❑ Công suất phát (của nguồn)

■ Nguồn áp:

+ Nguồn áp cùng chiều với dòng qua nó : $\tilde{S}_E = \dot{E}.I^*$

+ Nguồn áp ngược chiều với dòng qua nó : $\tilde{S}_E = -\dot{E}.I^*$

■ Nguồn dòng: $\tilde{S}_J = (\dot{\phi}_{j\text{ vào}} - \dot{\phi}_{j\text{ ra}}).J^*$

❑ Cân bằng công suất

$$\sum P_{\text{phat}} = \sum P_{\text{thu}} \Rightarrow \sum P_{\text{phat}} + j \sum Q_{\text{phat}} = \sum P_{\text{thu}} + j \sum Q_{\text{thu}}$$

$$\sum Q_{\text{phat}} = \sum Q_{\text{thu}} \Leftrightarrow \sum \tilde{S}_{\text{phat}} = \sum \tilde{S}_{\text{thu}}$$



Sơ đồ phức và luật Kirchhoff dạng phức

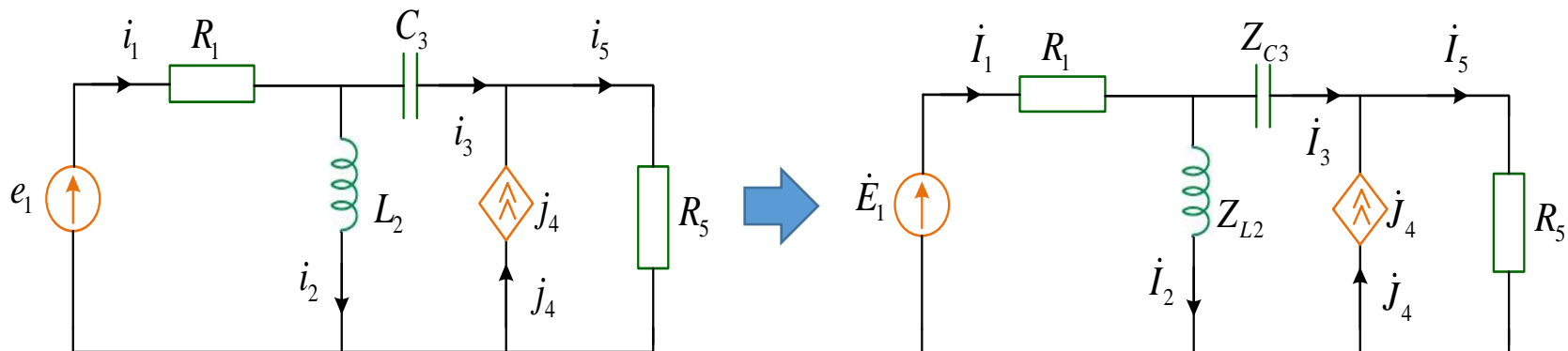
❖ Các bước lập sơ đồ phức

- Thay các đại lượng dạng tức thời bằng các ảnh phức tương ứng

$$\{u, i, e, j\} \Rightarrow \{\dot{U}, \dot{I}, \dot{E}, \dot{J}\}$$

- Thay thế các phần tử cơ bản của mạch bằng các phản ứng phức tương ứng

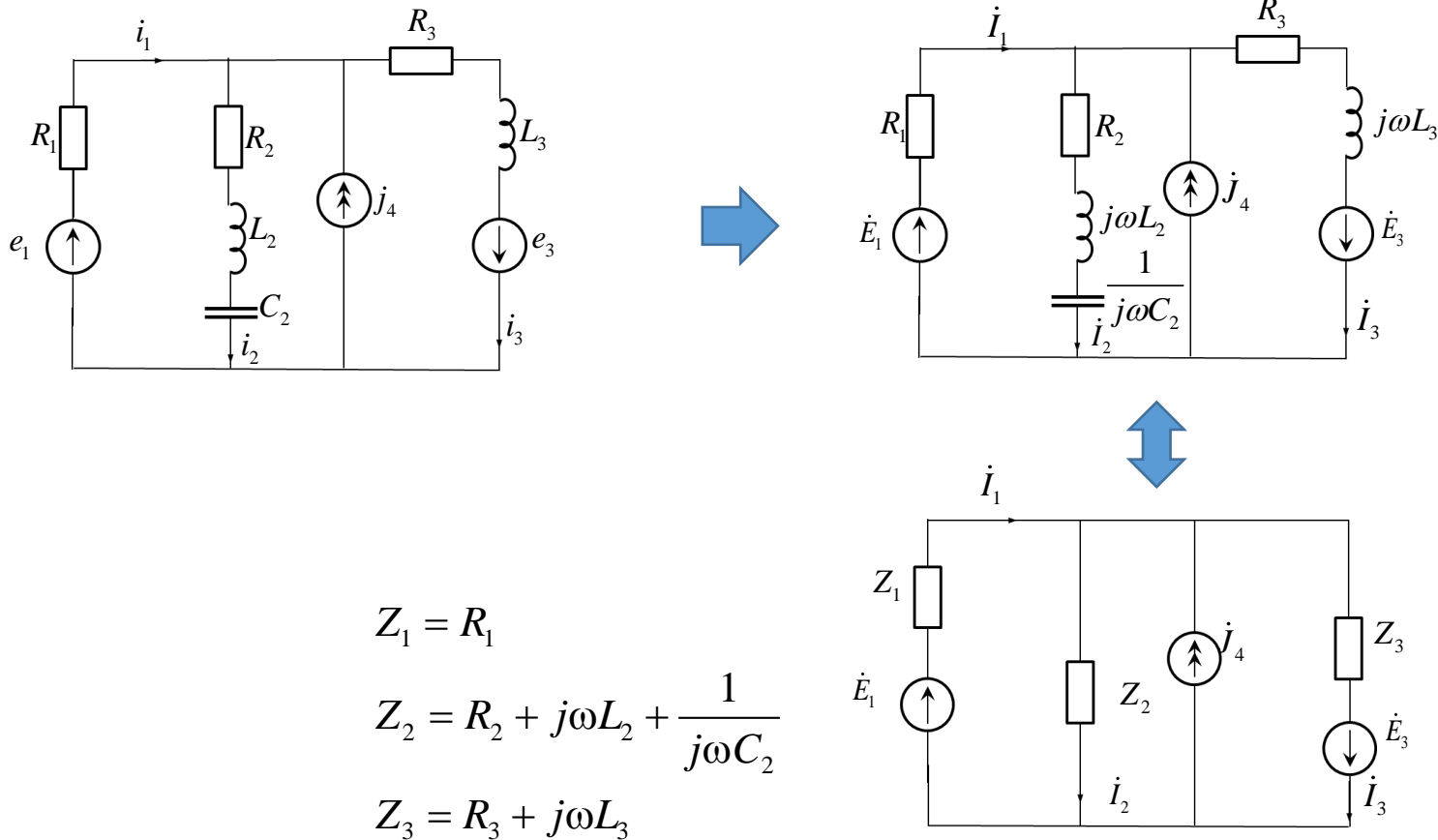
$$\{R, L, C\} \Rightarrow \left\{ R, j\omega L, \frac{1}{j\omega C} \right\} \Leftrightarrow \{R, Z_L, Z_C\}$$





Sơ đồ phức và luật Kirchhoff dạng phức

- Thay thế các phần tử cơ bản của mạch bằng các phản ứng phức tương ứng





Định luật Kirchhoff 1 dạng phức

□ Tổng đại số các dòng điện tại một nút (hoặc mặt kín) bằng không

■ Miền thời gian:

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

■ Miền phức:

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0$$

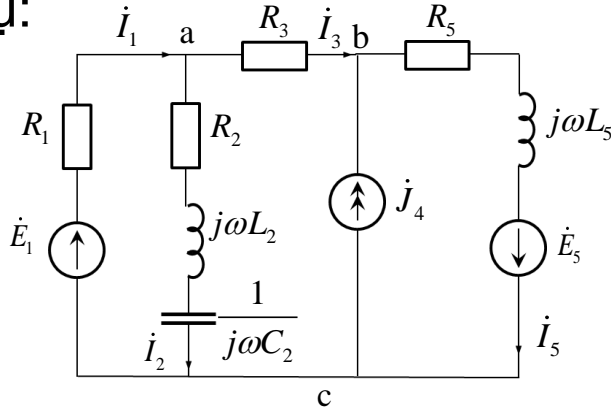
• Quy ước:

- Dòng điện đi vào nút (hoặc mặt kín) mang dấu âm
- Dòng điện đi ra nút (hoặc mặt kín) mang dấu dương



Định luật Kirchhoff 1 dạng phức

■ Ví dụ:



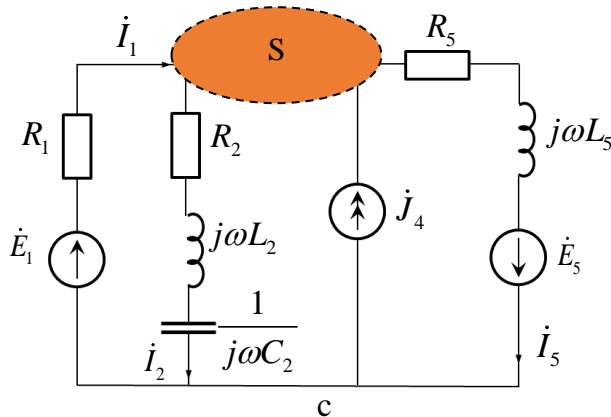
Nút a: $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$

Nút b: $-\dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0$

Nút c: $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0$

Một trong ba phương trình trên đều có thể được suy ra từ các phép biến đổi tuyến tính (cộng, trừ, thế) của hai phương trình còn lại.

- Chọn một mặt kín S bao lấy R_3 và hai nút a-b



Mặt kín S: $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0$

Để ý ta cũng thấy phương trình K1 cho mặt S chính là tổng của phương trình cho nút a và b

➡ Chỉ cần xây dựng số phương trình K1 độc lập



Định luật Kirchhoff 2 dạng phức

- Tổng **đại số** điện áp rơi trong một vòng kín bằng tổng đại số các nguồn áp có trong vòng kín đó

- Miền thời gian:

$$\sum_{loop} u_k(t) = \sum_{loop} e_k(t)$$

- Miền phức:

$$\sum_{loop} \dot{U}_k = \sum_{loop} \dot{E}_k$$

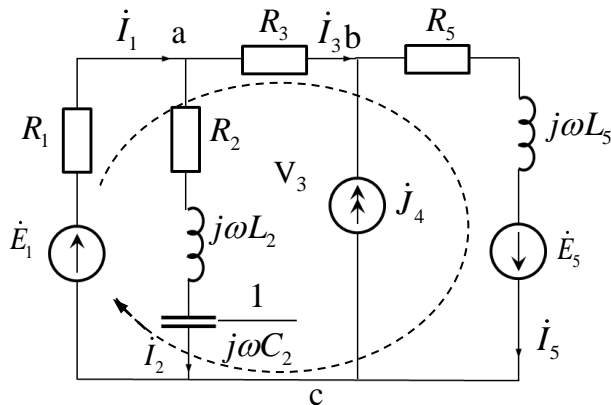
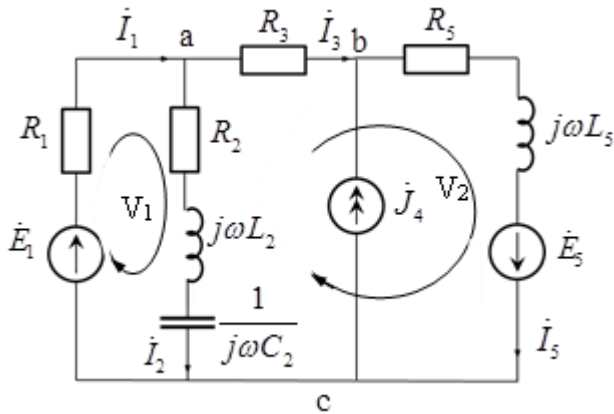
- Quy ước:

- Điện áp (nguồn áp) cùng chiều với chiều vòng kín mang dấu dương
- Điện áp (nguồn áp) ngược chiều với chiều vòng kín mang dấu âm



Định luật Kirchhoff 2 dạng phức

□ Ví dụ 3:



- Vòng 1: $R_1 \dot{I}_1 + R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \dot{I}_2 = \dot{E}_1$
 $\Leftrightarrow R_1 \dot{I}_1 + \left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \dot{I}_2 = \dot{E}_1$
- Vòng 2: $-R_2 \dot{I}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_2 - \frac{1}{j\omega C_2} \dot{I}_2 + R_3 \dot{I}_3 + R_5 \dot{I}_5 + j\omega L_5 \dot{I}_5 = \dot{E}_5$
 $\Leftrightarrow -\left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \dot{I}_2 + R_3 \dot{I}_3 + (R_5 + j\omega L_5) \dot{I}_5 = \dot{E}_5$
- Vòng 3: $R_1 \dot{I}_1 + R_3 \dot{I}_3 + R_5 \dot{I}_5 + j\omega L_5 \dot{I}_5 = \dot{E}_1 + \dot{E}_5$
 $\Leftrightarrow R_1 \dot{I}_1 + R_3 \dot{I}_3 + (R_5 + j\omega L_5) \dot{I}_5 = \dot{E}_1 + \dot{E}_5$

Để ý ta cũng thấy phương trình cho vòng 3 là tổng của phương trình vòng 1 và 2

➡ Chỉ cần xây dựng số phương trình K2 độc lập



Bài tập

■ Tính toán số phức

Cho: $\dot{V}_1 = 3 + j4; \dot{V}_2 = 5 - j6$

Tính: $\dot{V}_1 + \dot{V}_2; \dot{V}_1 - \dot{V}_2; \dot{V}_1 \dot{V}_2; \dot{V}_1 / \dot{V}_2$

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 3 + j4 + 5 - j6 = 8 - j2 = 8,246 / \underline{-14,038^\circ}$$

$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = 3 + j4 - 5 + j6 = -2 + j10 = 10 / \underline{101,3^\circ}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = 3 + j4 = 5 / \underline{53,13^\circ} \\ \dot{V}_2 = 5 - j6 = 7,81 / \underline{-50,19^\circ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{5}{7,81} / \underline{(53,13 + 50,19)^\circ} = 0,64 / \underline{103,32^\circ} = -0,147 + j0,622$$

$$\dot{V}_1 \dot{V}_2 = 5 \cdot 7,81 / \underline{(53,13 - 50,19)^\circ} = 39,05 / \underline{2,94^\circ} = 39 + j2$$



Tham khảo: Tính toán số phức bằng máy tính tay

	$a + j.b \rightarrow A \varphi$	$A \varphi \rightarrow a + j.b$
Fx500A Fx350D	<div>4 shift + 3 =</div> <div>$\rightarrow \text{modul} = 5$</div> <div>shift [(---</div> <div>$\rightarrow \text{góc} = 36.87^0$</div>	<div>5 shift - 36.87 =</div> <div>$\rightarrow a = 4$</div> <div>shift [(---</div> <div>$\rightarrow b = 3$</div>
Fx500MS	<div>Pol (4 , 3 =</div> <div>$\rightarrow \text{modul} = 5$</div> <div>RCL tan =</div> <div>$\rightarrow \text{góc} = 36.87^0$</div>	<div>shift Pol (5 , 36.87</div> <div>= $\rightarrow a = 4$</div> <div>RCL tan = $\rightarrow b = 3$</div>



Tham khảo: Tính toán số phức bằng máy tính tay

Fx570	Chuyển mode Cmplx	
	<div> <div>shift Abs (4 + 3 i</div> <div>) = → modul = 5</div> <div>Dịch con trỏ về vị trí Arg</div> <div>shift Arg → góc = 36.87°</div> </div>	<div> <div>5 shift (-) 36.87</div> <div>= → a = 4</div> <div>shift Re - Im</div> <div>→ b = 3</div> </div>
Fx2300 KC108	Chuyển mode Cmplx	
	<div> <div>4 a 3 b 2ndF</div> <div>a → modul = 5</div> <div>b → góc = 36.87°</div> </div>	<div> <div>5 a 36.87 b 2ndF</div> <div>b → a = 4</div> <div>b → b = 3</div> </div>



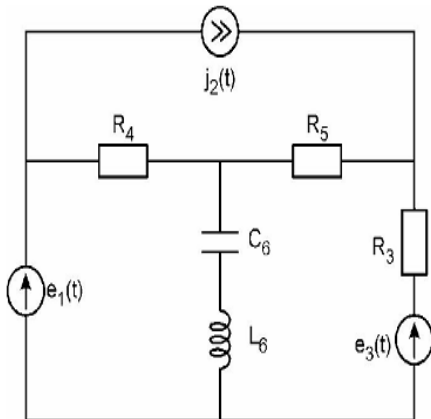
Tham khảo: Tính toán số phức bằng máy tính tay

Fx570MS	Chuyển mode complex	
	<div>4 + 3 shift i</div> <div>shift + = → modul = 5</div> <div>shift = → góc = 36.87^0</div>	<div>5 shift \angle 36.87</div> <div>= → a = 4</div> <div>shift = → b = 3</div>
Fx570ES	Chuyển mode complex	
	<div>4 + 3 shift ENG</div> <div>shift 2 3 → $V \varphi$</div>	<div>5 shift (-) 36.87</div> <div>= → a + j.b</div>

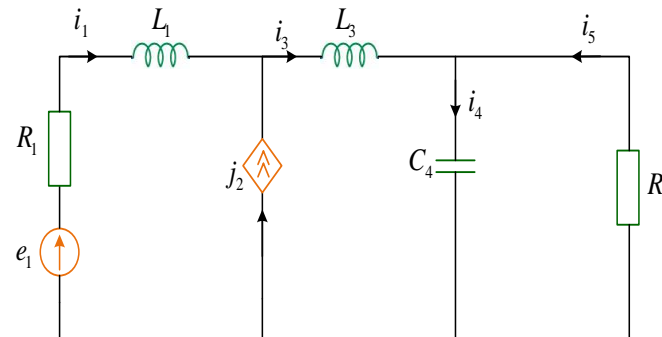


Bài tập

- BT1: Cho mạch như hình 1 và 2:
 - a) Viết hệ phương trình Kirchhoff cho mạch điện (miền thời gian)
 - b) Lập sơ đồ mạch dạng phức
 - c) Viết hệ phương trình Kirchhoff cho mạch điện (miền phức)



Hình 1

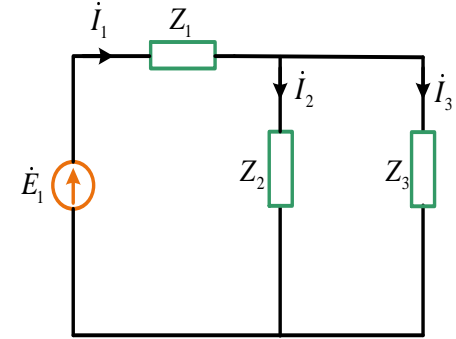


Hình 2

■ BT2. Tính dòng điện các nhánh, công suất:

$$Z_1 = 200 + j62,8 \Omega; \quad Z_2 = j31,4 \Omega;$$

$$Z_3 = j47,1 \Omega; \quad \dot{E}_1 = 220 \angle 30^\circ \text{ V}$$



$$\dot{I}_1 = 1,009 + j0,138 = 1,018 \angle 7,79^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 0,605 + j0,083 = 0,611 \angle 7,79^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = 0,404 + j0,055 = 0,407 \angle 7,79^\circ \text{ A}$$

$$S_1 = 207,4 + j65,15 \text{ VA}$$

$$S_2 = j11,72 \text{ VA}$$

$$S_3 = j7,82 \text{ VA}$$

$$S_{thu} = 207,4 + j85,69 \text{ VA}$$

$$S_{phat} = 207,44 + j84,68 \text{ VA}$$

- BT3: Tính dòng điện các nhánh, công suất phát, thu trên các tổng trở?

$$Z_1 = 200 + j62,8 \Omega; \quad Z_2 = j31,4 \Omega;$$

$$Z_3 = j47,1 \Omega; \quad \dot{J}_1 = 2 \angle 60^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dot{J}_1$$

$$\dot{U}_2 = Z_3 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dot{J}_1$$

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \dot{J}_1$$

