TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG CHƯƠNG 1: Tín hiệu liên tục

TS. Jingxian Wu wuj@uark.edu

MŲC LŲC

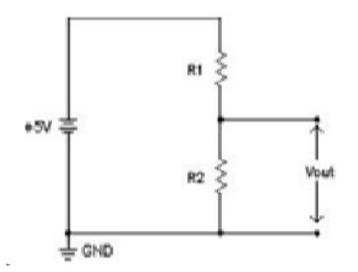
- Mở đầu: Tín hiệu và hệ thống là gì?
- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Các tín hiệu tiêu biểu

• Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (hệ thống điện) Tín hiệu là gì? - Tín hiệu là đại lượng vật lý.
Tín hiệu tiền định: khi tín hiệu có thể mô tả bằng một -Bộ chia áp

• Tín hiệu vào: x=5V

• Tín hiệu ra: y=Vout

• Tín hiệu đầu ra của hệ thống bằng 1 phân số của tín hiệu đầu vào $(y = \frac{R_2}{R_1 + R_2}x)$

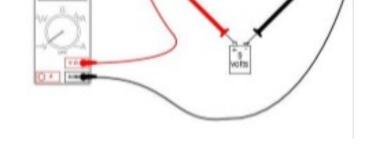


công thức toán học.

Ví dụ: điện xoay chiều: $u(t) = 220.\sin(50t)$ trong đó t là biến thời gian, t thuộc R và t>=0

-Đồng hồ vạn năng

- Tín hiệu vào: điện áp của ắc quy
- Tín hiệu ra: điện áp đọc trên màn hình LCD
- Hệ thống đo hiệu điện thế giữa 2 điểm



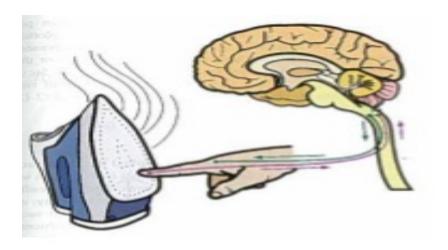
- Radio và điện thoại di động

- Tín hiệu vào: tín hiệu điện từ
- Tín hiệu ra: tín hiệu âm thanh
- Hệ thống nhận tín hiệu điện từ và biến đổi nó thành tín hiệu âm thanh



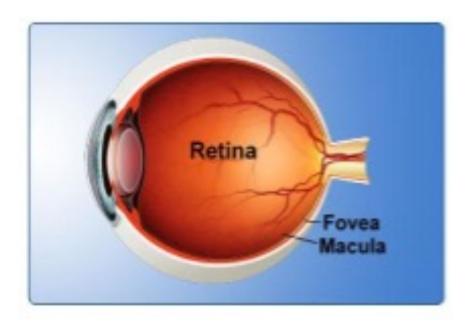


- Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (hệ thống sinh học)
 - Hệ thần kinh trung ương (Central nervous system CNS)
 - Tín hiệu vào: một dây thần kinh ở đầu ngón tay cảm nhận được nhiệt độ cao và gửi một tín hiệu thần kinh đến hệ thần kinh trung ương
 - Tín hiệu ra: hệ thần kinh trung ương sẽ phát ra những tín hiệu đầu ra đến những cơ khác nhau ở bàn tay
 - Hệ thống xử lí tín hiệu thần kinh đầu vào và sau đó tạo ra những tín hiệu thần kinh đầu ra dựa trên những tín hiệu đầu vào



- Võng mạc

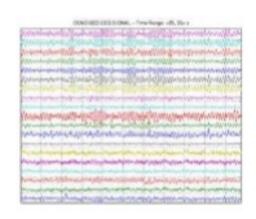
- Tín hiệu vào: ánh sáng
- Tín hiệu ra: tín hiệu thần kinh
- Tế bào cảm quang hay còn được gọi là tế bào nón và tế bào que trong võng mạc biến đổi năng lượng ánh sáng tới thành tín hiệu và sau đó được gửi tới não bằng dây thần kinh thị giác



• Ví dụ về tín hiệu và hệ thống (các thiết bị y sinh)

- Cảm biến điện não (EEG)
 - Tín hiệu vào: tín hiệu của não
 - Tín hiệu ra: tín hiệu điện
 - Chuyển đổi từ tín hiệu não sang tín hiệu điện

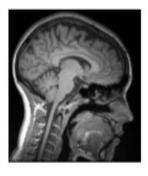




- Chụp cộng hưởng từ (MRI)

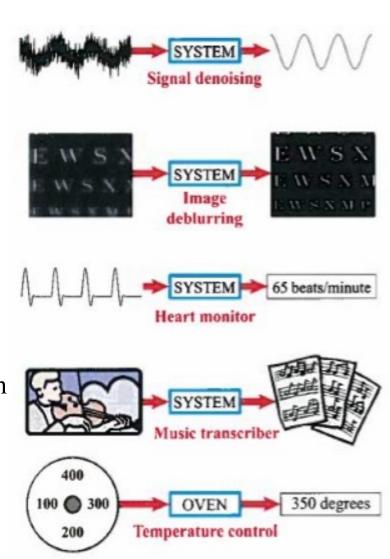
- Tín hiệu vào: khi tạo ra một từ trường dạo động ở một tần số nào đó, nguyên tử hidro trong cơ thể chúng ta sẽ phát ra tín hiệu tần số vô tuyến và tín hiệu này có thể đo được bằng máy MRI
- Tín hiệu ra: hình ảnh của một bộ phận nào đó trong cơ thể
- Sử dụng từ trường mạnh và sóng vô tuyến để tạo ra các hình ảnh của các bộ phận trong cơ thể





• Tín hiệu và hệ thống

- Mặc dù có rất nhiều loại tín hiệu và hệ thống khác nhau nhưng giữa chúng vẫn có những đặc điểm chung
- Trong môn học này chúng ta sẽ học:
 - Cách biểu diễn một tín hiệu và hệ thống
 - Các đặc điểm của tín hiệu
 - Các đặc điểm của hệ thống
 - Cách xử lí tín hiệu với hệ thống
- Các lý thuyết (kiến thức) này có thể được áp dụng cho bất kì tín hiệu và hệ thống nào như: điện, y sinh, cơ khí, kinh tế,...



Mục lục

- Giới thiệu: Tín hiệu và hệ thống là gì?
- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Các tín hiệu tiêu biểu

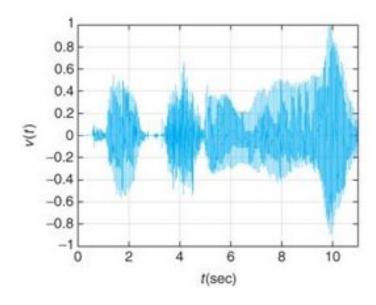
TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

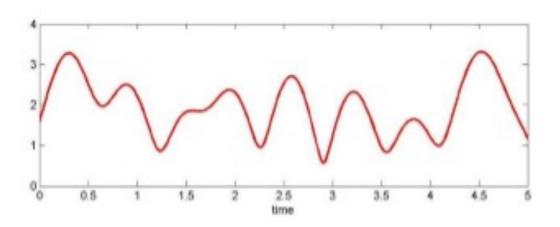
- Tín hiệu là gì?
 - Là đại lượng vật lý mang thông tin và thay đổi theo thời gian
 - Ví dụ: tiếng nói, hình ảnh vô tuyến, điện báo

TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

• Tín hiệu điện

- Mang thông tin với các đại lượng điện (điện áp, dòng điện)
- Tất cả các loại tín hiệu đều có thể chuyển đổi thành tín hiệu điện
- Giọng nói -> micro -> tín hiệu điện -> loa -> giọng nói





Tín hiệu thay đổi theo thời gian

TÍN HIỆU VÀ CÁC LOẠI TÍN HIỆU

• Biểu diễn toán học của tín hiệu

-Tín hiệu có thể biểu diễn dưới dạng một hàm số theo thời gian t

$$t_1 \le t \le t_2$$

- Miền xác định :
$$t_1 \le t \le t_2$$

-VD:
$$s_1(t) = \sin(2t)$$
 $-\infty \le t \le +\infty$

-VD:
$$s_2(t) = \sin(2t)$$
 $0 \le t \le \pi$

 $s_1(t)$ và $s_2(t)$ là 2 tín hiệu khác nhau!

-Biểu diễn toán học của tín hiệu gồm 2 thành phần:

*Phương trình: s(t)

*Khoảng thời gian: $t_1 \le t \le t_2$

Khoảng thời gian có thể bỏ qua nếu : $-\infty < t < +\infty$

VD: $s_1(t) = \sin(2t)$

Mục lục

- Tín hiệu và hệ thống là gì?
- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Các tín hiệu tiêu biểu

TÍN HIỆU VÀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

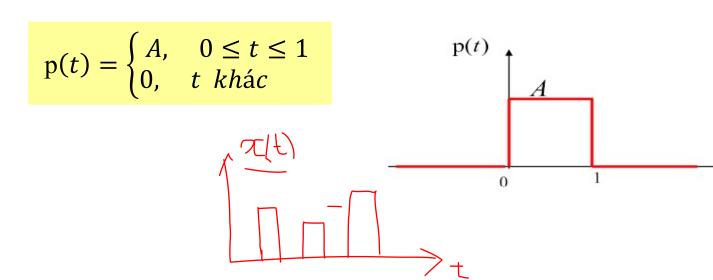
• Phân loại tín hiệu

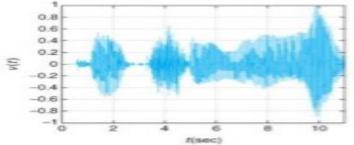
- -Tín hiệu liên tục và rời rạc theo thời gian
- -Tín hiệu tương tự và tín hiệu số
- -Tín hiệu vô hạn và hữu hạn thời gian
- -Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ
- -Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn
- -Tín hiệu công suất và tín hiệu năng lượng

TÍN HIỆU:LIÊN TỤC VÀ RỜI RẠC

• Tín hiệu liên tục theo thời gian

- -Nếu một tín hiệu được định nghĩa tại tất cả các thời điểm trong một khoảng thời gian thì tín hiệu đó là tín hiệu liên tục (theo thời gian)
 - VD: tín hiệu sin s(t)=sin(4t)
 - VD: tín hiệu giọng nói
 - VD: hàm xung chữ nhật





Dòng điện xoay chiều: u = 220 sin (50t) Là tín hiệu liên tục

Ngược với tín hiệu liên tục là tín hiệu rời rạc (là tín hiệu mà có thể có những thời điểm không xác định được giá trị của nó)
Ví dụ: Giá của chứng khoán mở cửa vào 8h sáng và đóng cửa vào 18h chiều. Thế thì giá chứng khoán vào 23h đêm là bao nhiêu?

TÍN HIỆU VÀ CÁC LOẠI TÍN HIỆU

• Tín hiệu rời rạc

-Nếu thời gian t chỉ lấy các giá trị rời rạc như:

$$t = kT_s$$
 $k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

thì tín hiệu $s(t) = s(kT_s)$ là tín hiệu rời rạc (theo thời gian)

- -E.g: lượng mưa trung bình hàng tháng ở Fayetteville
 - Tín hiệu không liên tục theo thời gian không xác định khi $t \neq kT_s$
 - Thường được biểu diễn dưới dạng s(k)



$$T_s = 1 \text{ month}$$

 $k = 1, 2, \dots, 12$

TÍN HIỆU:TƯƠNG TỰ VÀ SỐ

Máy ảnh phim - kỹ thuật tương tự

Máy ảnh số - kỹ thuật số

• Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

-Tín hiệu tương tự

- là tín hiệu có tập xác định thuộc R

x = 220sin50t đây là tín hiệu tương tự vì tập xác định của x là R.

-Tín hiệu số

Digital signal - là tín hiệu xuất ra bởi các thiết bi số.

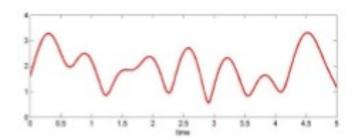
∡định là cá<u>c số hữu tỉ</u> và là tín hiệu rời rạc.

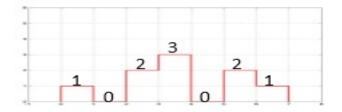
Thông thường: tín hiệu số là các tín hiệu (đại lượng vật lý) nằm ở đầu ra của các bộ VXL (vị xử lý).

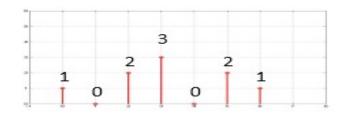
ví dụ: 1 con vi xử lý loại 12 bit.

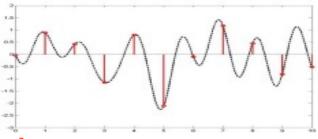
- Thứ nhất là VXL làm việc theo xung (ví dụ 400Hz) - tín hiệu đầu ra của VXL luôn luôn là tín hiệu rời rạc theo chu kỳ 1/400s.

- VXL 12 bit thì mỗi giá trị sẽ được thể hiện bằng 12 bit nhớ.









TÍN HIỆU: CHẨN VÀ LỂ

• Chẵn và lẻ

-x(t) là tín hiệu chẵn

$$x(t)=x(-t)$$

• E.g: x(t) = cos(2t)

$$\mathbf{x}(-\mathbf{t}) = -\mathbf{x}(\mathbf{t})$$

-x(t) là tín hiệu lẻ nếu

• E.g: $x(t)=\sin(2t)$

-Một số tín hiệu không chẵn,không lẻ

• E.g:
$$x(t) = e^t$$
 $x(t) = \cos(2t), (t>0)$

Định Lý: Mọi tín hiệu đều có thể tách thành tổng của một tín hiệu chẵn và một tín hiệu lẻ

$$y(t)=y_e(t)+y_o(t)$$

Chẵn Lẻ

Chứng minh:

$$y_e(t) = 0.5 [y(t) + y(-t)]$$

$$y_o(t) = 0.5 [y(t) - y(-t)]$$

TÍN HIỆU: TÍN HIỆU CHẮN VÀ TÍN HIỆU LỂ

• E.g:

$$x(t) = e^t$$
 (Bài tập)

Tìm thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu sau $x(t) = e^{t} \quad \text{(Bài tập)} \qquad = 0,5 \quad (e^{t} - e^{t}) \quad \text{(b. 15)} \quad \text{(e. 10)} \quad \text{(e. 10$

• E.g:

Tìm thành phần chẵn và lẻ của tín hiệu sau

$$x(t) = \begin{cases} 2\sin(4t), & t>0 \\ 0, & t \text{ khác} \\ + < 0 \end{cases}$$

• Tín hiệu tuần hoàn/không tuần hoàn

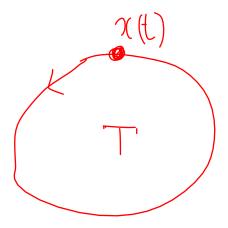
- Một tín hiệu liên tục là tuần hoàn nếu
- Tồn tại một giá trị T dương thỏa mãi s(t)=s(t+nT)
- Đúng với mọi giá trị của t $-\infty \le t \le \infty$
- Chu kì cơ sở T_0 : giá trị dương T_0 nhỏ nhất thỏa mãn $s(t)=s(t+nT_0)$

• VD:
$$T_1=2T_0$$

 $s(t+nT_1)=s(t+2nT_0)=s(t)$

 \Rightarrow T₁ là một chu kỳ của s(t) nhưng không là chu kỳ cơ sở của s(t)

Tín hiệu x(t) tuần hoàn khi mà tồn tại T (chu kỳ tuần hoàn) sao cho: x(t) = x(t+nT)



điện xoay chiều (tuần hoàn)

 $u = 220\sin(50t)$

dòng điện này tuần hoàn 50 lần/1s. chu kỳ tuần hoàn T = 0.02s.

• Ví dụ

- Tìm chu kỳ của $s(t)=A\cos(\Omega_0 t + \Theta)$

$$-\infty \le t \le \infty$$

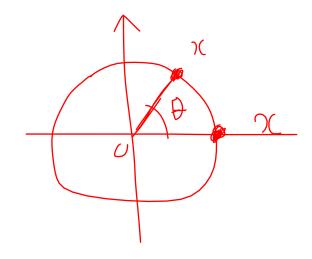
-biên độ: A

 $-t \hat{a} n \ s \hat{o} \ g \acute{o} c$: Ω_0 hay còn gọi là tần số tuần hoàn.

-pha ban đầu: θ (góc pha - tính bằng radian).

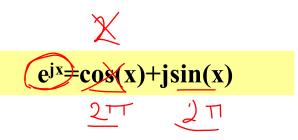
-chu kỳ: T_0 = Chu kỳ tuần hoàn

-tần số thường: $f_0 =$



• Tín hiệu mũ phức

- Công thức Euler
- -Tín hiệu mũ phức:



$$e^{j\Omega_0 t} = \cos(\Omega_0 t) + j\sin(\Omega_0 t)$$

-Tín hiệu mũ phức là tuần hoàn với chu kỳ:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0}$$

Chứng minh:

Chứng minh bài toán tương tự như trên:

tuần hoàn với chu kỳ T=2pi

Giả sử tín hiệu trên tuần hoàn với chu kỳ 2pi thì nó phải thoả mãn

$$e^{jt} = e^{j(t+n2\pi)} = e^{jt} \cdot 2n\pi j$$

$$\begin{array}{c}
(-jt) \\
e^{jt} \\
- \cos t - j\sin t
\end{array}$$

Bởi vì theo công thức Euler

$$2n\pi i$$

$$= \cos 2n\pi + \sin 2n\pi$$

$$= 1$$

ĐPCM

• Tổng của hai tín hiệu tuần hoàn

-x(t) có chu kỳ: T_1

Tổng của 2 tín hiệu tuần hoàn thì có tuần hoàn hay không?

- y(t) có chu kỳ: T₂
- θ θ
- z(t) có tuần hoàn hay không?

$$z(t+T)=ax(t+T)+by(t+T)$$

- Để x(t)=x(t+T), T phải thỏa mãn $T=kT_1$
- Để y(t)=y(t+T), T phải thỏa mãn $T=lT_2$
- Vì vậy, nếu $T = kT_1 = lT_2$

$$z(t+T)=ax(t+kT_1)+by(t+lT_2)=ax(t)+by(t)+z(t)$$

Tổng của hai tín hiệu tuần hoàn là tuần hoàn khi và chỉ khi tỷ số của hai chu kỳ có thể được biểu thị dưới dạng số hữu tỷ.

$$\underbrace{\left(\frac{T_1}{T_2} = \frac{l}{k}\right)}$$

Chu kỳ của tín hiệu tổng là : $T=kT_1=lT_2$

• Ví dụ

$$x(t) = \sin(\frac{\pi}{3}t) \qquad y(t) = \exp(j\frac{2\pi}{9}t) \qquad z(t) = \exp(j\frac{2}{9}t)$$

Bài tập về nhà.

- -Tìm chu kỳ của x(t), y(t), z(t)
- -2x(t)-3y(t) có tuần hoàn không? Nếu có, tìm chu kỳ
- -x(t)+z(t) có tuần hoàn không? Nếu có,tìm chu kỳ
- -y(t)z(t) có tuần hoàn không? Nếu có,tìm chu kỳ

Xác định hàm

$$\frac{2(+) - \sin + \cos \frac{1}{\pi}}{2\pi}$$

$$\frac{2\pi}{2\pi^2} - \sin \theta \cos \theta$$

• Tín hiệu không tuần hoàn: không phải là tín hiệu tuần hoàn

TÍN HIỆU:NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

Tín hiệu năng lượng

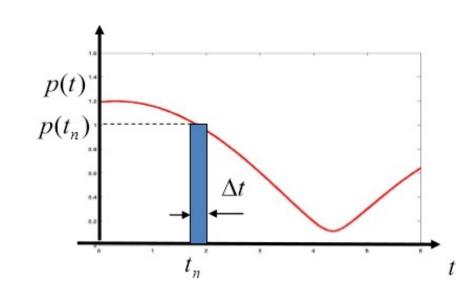
- -Giả sử x(t) biểu diễn điện áp qua một điện trở R
- -Dòng điện(định luật ohm): i(t) = x(t) / R
- -Công suất tức thời: $p(t) = x^2(t) / R$
- -Công suất của tín hiệu:công suất khi R=10hm: $p(t)=x^2(t)$
- -Năng lượng của tín hiệu tại: $[t_n, t_n + \Delta_t]$

$$E_n \approx p(t_n)\Delta_t$$

-Tổng năng lượng:

$$E = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{n} p(t_n) \Delta_t$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| x(t) \right|^2 dt$$



Nhắc lại: Tích phân của tín hiệu là diện tích phía dưới tín hiệu

TÍN HIỆU:NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

• Năng lượng của tín hiệu x(t) trong khoảng $t \in [-\infty, +\infty]$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| x(t) \right|^2 dt$$



-Nếu 0<E<∞ thì x(t) được gọi là tín hiệu năng lượng



• Công suất trung bình của tín hiệu

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt$$



-Nếu $0 < P < \infty$ thì x(t) được gọi là tín hiệu công suất



Một tín hiệu có thể là tín hiệu công suất hoặc tín hiệu năng lượng hoặc không phải một trong hai loại đó,nhưng không bao giờ là cả hai

TÍN HIỆU:NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT

• **VD1**:

$$\frac{x(t)=A \exp(-t)}{-}$$

t>0

• VD2:

$$x(t) = A\cos(\Omega_0 t + \theta)$$

• VD3:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = (1+\mathbf{j}) \ \mathbf{e}^{j\pi t}$$

$$0 \le t \le 10$$

Tất cả các tín hiệu tuần hoàn đều là tín hiệu công suất với công suất trung bình:

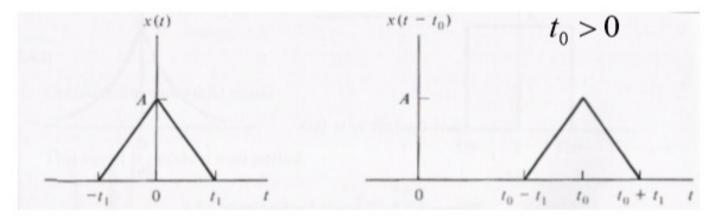
$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left| x_{t} \right|^{2} dt$$

MŲC LŲC

- Tín hiệu và hệ thống là gì?
- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản (trong đó có cả biến đổi Laplace và biến đổi Fourier)
- Các tín hiệu tiêu biểu

PHÉP DỊCH

- Phép dịch
- $\frac{x(t-t_0)}{dich}$ dịch tín hiệu x(t) sang bên phải bởi t_0



- Tại sao lại là bên phải?

$$x(0) = A$$
 $y(t) = x(t - t_0)$ $y(t_0) = x(t_0 - t_0) = x(0) = A$
 $x(0) = y(t_0)$

PHÉP DỊCH

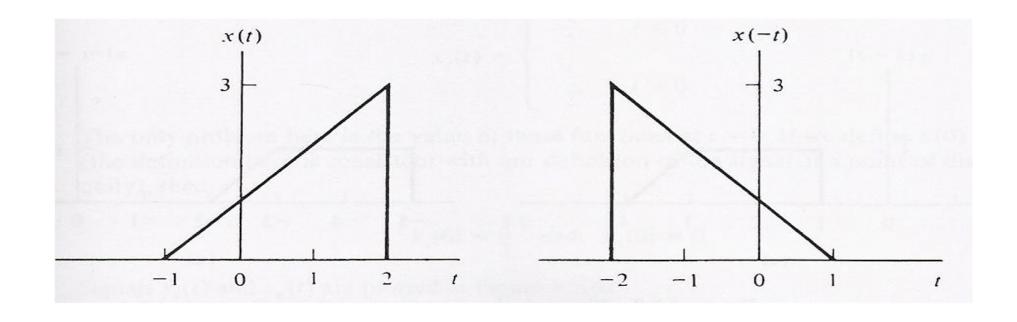
• Ví dụ

$$x(t) = \begin{cases} t+1 & -1 \le t \le 0 \\ 1 & 0 < t \le 2 \\ -t+3 & 2 < t \le 3 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

- Tim: x(t+3)

PHÉP ĐẢO

- Phép đảo
- x(-t) thu được bằng việc lấy đối xứng x(t) qua trục tung (t=0)

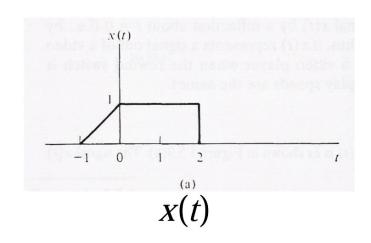


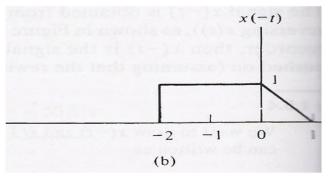
PHÉP ĐẢO

• Ví dụ:

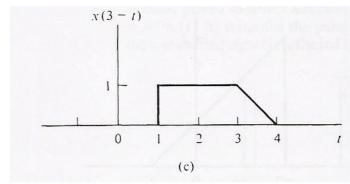
$$x(t) = \begin{cases} t+1 & -1 \le t \le 0 \\ 1 & 0 < t \le 2 \\ 0 & con \ lai \end{cases}$$

- Tìm x(3-t)





$$y(t) = x(-t)$$



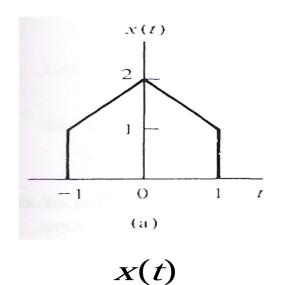
$$z(t) = y(t-3) = x(-(t-3))$$

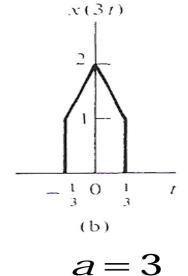
Các phép biến đổi luôn được thực hiện trực tiếp với tham số thời gian t!

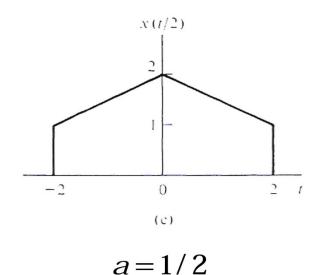
PHÉP CO GIÃN THỜI GIAN

• Phép co giãn thời gian

- x(at) thu được bằng việc nhân rộng tín hiệu x(t) theo thời gian.
- |a| > 1, tín hiệu co lại trong miền thời gian
- |a| < 1, tín hiệu giãn ra trong miền thời gian.







PHÉP CO GIÃN THỜI GIAN

• Ví dụ:

$$x(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \le t \le 0\\ 1, & 0 < t \le 2\\ -t+3, & 2 < t \le 3\\ 0, & c\`{o}n \ lai \end{cases}$$

- Tim x(3t-6)
 - x(at+b) 1. co giãn thời gian của tín hiệu bởi a: y(t)=x(at)
 - 2. dịch tín hiệu sang trái bởi b/a: z(t)=y(t+b/a)=x(at+b)

Các phép biến đổi luôn luôn được thực hiện trực tiếp với biến thời gian t (cẩn trọng với –t và hoặc at)!

MŲC LŲC

- Tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép biến đổi tín hiệu cơ bản
- Một số tín hiệu tiêu biểu

TÍN HIỆU BƯỚC NHẢY ĐƠN VỊ

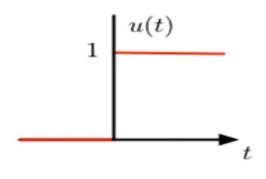
• Tín hiệu bước nhảy đơn vị

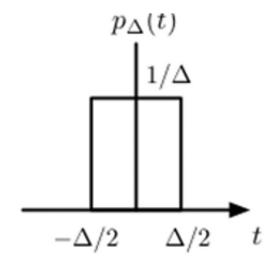
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

• Ví dụ: xung chữ nhật

$$p_{\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & -\frac{\Delta}{2} \le t \le \frac{\Delta}{2} \\ 0, & \text{t } con \ lai \end{cases}$$

Biểu thị $p_{\Delta}(t)$ như hàm của u(t)

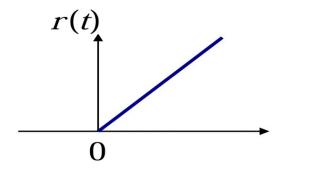




TÍN HIỆU DỐC

• Tín hiệu dốc

$$r(t) = t \cdot u(t)$$



- Tín hiệu đốc thu được bằng việc lấy tích phân hàm bước nhảy đơn vị u(t)

$$\int_{-\infty}^{t} u(\tau) d\tau =$$

t

• Tín hiệu xung đơn vị (Xung Dirac)

$$\delta(0) = \infty$$

$$\delta(t) = 0, t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

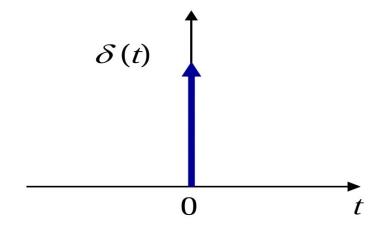
- Xung Dirac được xem như giới hạn của xung chữ nhật

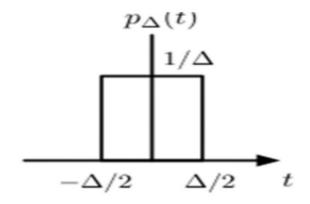
$$\delta(t) = limp_{\Delta}(t)$$

- Mối quan hệ giữa $\delta(t)$ và $\mathrm{u}(t)$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = u(t)$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$





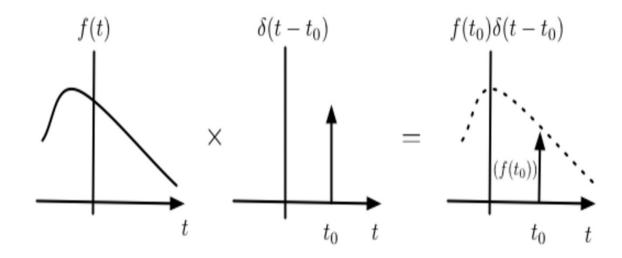
• Tính chất lấy mẫu

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

• Tính chất sàng lọc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

- Chứng minh:



• Tính chất co giãn thời gian

$$\delta(at+b) = \frac{1}{|a|}\delta\left(t + \frac{b}{a}\right)$$

-Chứng minh

• Ví dụ

$$\int_{-2}^{4} (t+t^2)\delta(t-3)dt =$$

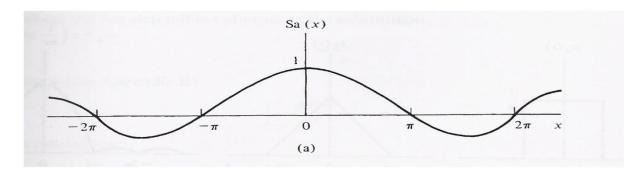
$$\int_{-2}^{1} (t+t^2)\delta(t-3)dt =$$

$$\int_{-2}^{3} exp(t-1)\delta(2t-4)dt =$$

HÀM LẤY MẪU

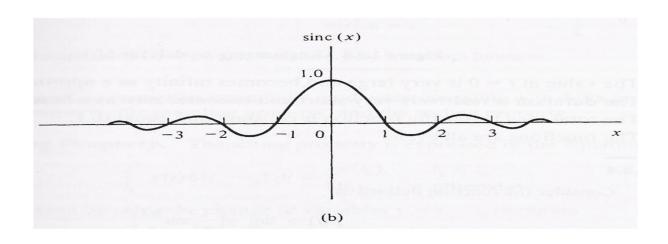
• Hàm lấy mẫu

$$Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$$



- Hàm lấy mẫu được coi như là phiên bản co giãn thời gian của tín hiệu sinc(x)

$$sinc(x) = \frac{sin\pi x}{\pi x} = sa(\pi x)$$



TÍN HIỆU MŨ PHỨC

• Tín hiệu phức mũ

$$x(t) = e^{(r+j\Omega_0)t}$$

- Có tuần hoàn hay không?
- Ví dụ:
- Sử dụng Matlab để vẽ phần thực của tín hiệu:

$$x(t) = e^{(-1+j2\pi)t} [u(t+2) - u(t-4)]$$

TỔNG KẾT

• Định nghĩa và phân loại

- Biểu diễn toán học s(t), $t_1 \le t \le t_2$
- Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc
- Tương tự và số
- Chẵn và lẻ
- Tuần hoàn và không tuần hoàn
- Năng lượng và công suất
- Các phép biến đổi căn bản
- Phép đảo
- Phép dịch thời gian
- Phép co giãn thời gian
- Các tín hiệu tiêu biểu
- -bước nhảy đơn vị, xung đơn vị, dốc, hàm lấy mẫu, tín hiệu mũ phức