Bài giảng

LÝ THUYẾT MẠCH ĐIỆN

Biên soạn: Cung Thành Long

Bộ môn Kỹ thuật Đo và Tin học công nghiệp

Khoa Điện

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

Hà Nội - 2006

Kết cấu chương trình:

A. Học kì 1

Mạch điện tuyến tính

B. Học kì 2

+ *Mạch điện phi tuyến*

+ *Lý thuyết đường dây dài*

C. Học kì 3

Lý thuyết trường điện từ

Tài liệu tham khảo

[1]. PGS. Nguyễn Bình Thành & các cộng sự, ***Cơ sở kỹ thuật Điện*** (quyển 1, 2, 3), Nhà xuất bản Đại học và trung học chuyên nghiệp (1971)

[2]. Norman Balabanian, ***Electric Circuits***, McGraw-Hill, Inc (1998)

MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH

Chương I

KHÁI NIỆM VỀ MÔ HÌNH MẠCH ĐIỆN

I.1. Hiện tượng điện từ - Mô hình mô tả hệ thống điện từ

I.2. Định nghĩa và các yếu tố hình học của mạch điện

I.3. Các phần tử cơ bản của mạch điện Kirchhoff

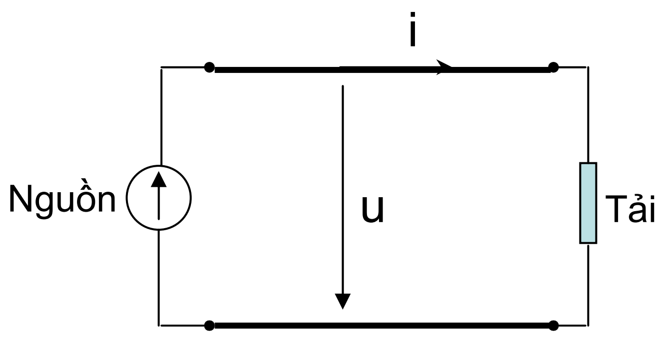
I.4. Hai định luật Kirchhoff mô tả mạch điện

I.5. Graph Kirchhoff

I.6. Phân loại các bài toán mạch

I.1. HIỆN TƯỢNG ĐIỆN TỪ - MÔ HÌNH MÔ TẢ HỆ THỐNG ĐIỆN TỪ

- Điện từ là hiện tượng tự nhiên, một thể hiện của vật chất dưới dạng sóng điện từ
- Mô tả các hệ thống điện từ: ***mô hình mạch*** và ***mô hình trường***



$E(x,y,z,t)$

$H(x,y,z,t)$

I.1. HIỆN TƯỢNG ĐIỆN TỪ - MÔ HÌNH MÔ TẢ HỆ THỐNG ĐIỆN TỪ

1. Mô hình mạch

+ Chỉ có thông tin tại một số hữu hạn điểm trong hệ thống

+ Các phần tử cơ bản: R, L, C, g

+ Dựa trên cơ sở 2 định luật thực nghiệm của Kirchhoff

► ***Với mô hình mạch, chúng ta đã tập trung mỗi hiện tượng điện từ liên tục trong không gian vào một phần tử cụ thể, do đó không thấy được hiện tượng truyền sóng trong hệ thống!***

► ***Mô hình mạch là mô hình gần đúng của quá trình điện từ, bỏ qua yếu tố không gian***

I.1. HIỆN TƯỢNG ĐIỆN TỪ - MÔ HÌNH MÔ TẢ HỆ THỐNG ĐIỆN TỪ

2. Điều kiện mạch hoá

► Bước sóng của sóng điện từ rất lớn hơn kích thước thiết bị điện

► Độ dẫn điện của dây dẫn rất lớn hơn độ dẫn điện của môi trường ngoài

I.2. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC CỦA MẠCH ĐIỆN

1. Định nghĩa

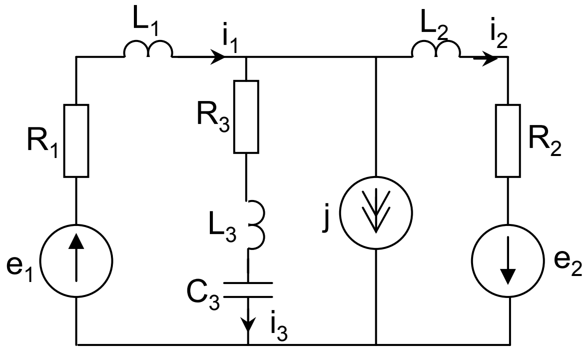
Mạch điện:

+ một tập ***hữu hạn*** các phần tử cơ bản ***lý tưởng*** ghép với nhau một cách ***thích hợp*** sao cho mô tả được truyền đạt năng lượng điện từ

+ biến đặc trưng: **dòng điện** và **điện áp** (trên các phần tử của mạch)

I.2. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC CỦA MẠCH ĐIỆN

2. Các yếu tố hình học của mạch điện



- Các phần tử mạch
- Nhánh
- Nút (đỉnh)
- Vòng

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

Phần tử cơ bản

+ ***đại diện cho một hiện tượng*** điện từ trên vùng xét

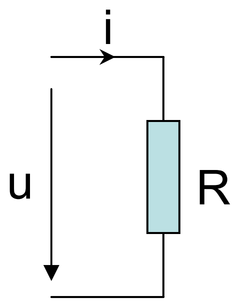
+ được ***biểu diễn bằng phần tử một cửa***

+ có 1 cặp biến biến đặc trưng ***dòng điện và điện áp trên cửa***

+ nối tới các phần khác của mạch điện qua cửa.

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

1. Điện trở R, điện dẫn g



+ Điện trở đặc trưng cho quá trình tiêu tán trên vùng xét

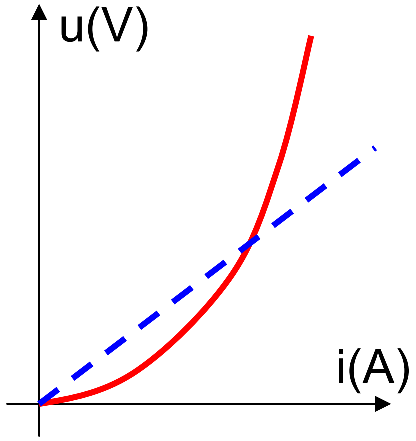
+ Quan hệ dòng – áp: $u_r = u_r(i_r)$

+ Đơn vị: Ohm (Ω) và các dẫn xuất: kΩ, MΩ,…

► ***Nếu quan hệ u(i) là phi tuyến: điện trở phi tuyến***

► ***Nếu quan hệ u(i) là tuyến tính: điện trở tuyến tính***

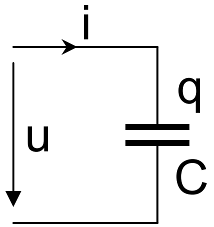
u = Ri



+ Nghịch đảo của điện trở R là điện dẫn g. Đơn vị điện dẫn là Siemen (S)

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

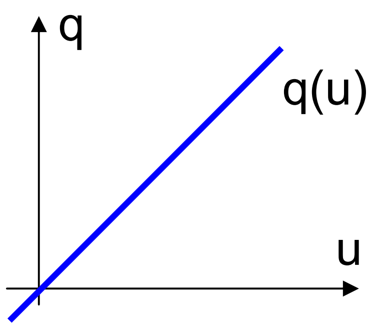
2. Điện dung C



+ Điện dung C đặc trưng cho hiện tượng tích phóng năng lượng điện trường trong vùng xét

+ Quan hệ dòng – áp: $q = q\left(u_C\right), i = \dfrac{dq}{dt}$

+ Ở tần số đủ thấp, điện tích q phụ thuộc điện áp đặt vào vùng xét. Đa số quan hệ q(u) là tuyến tính



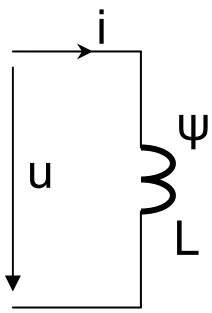
+ Khi q(u) tuyến tính: điện dung C tuyến tính

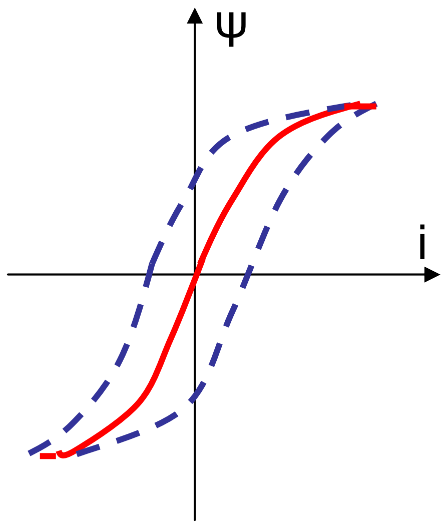
$$q = Cu, \qquad i = C\frac{du}{dt}, \qquad u = \frac{1}{C}\int idt$$

+ Đơn vị điện dung: Farad (F) và các dẫn xuất của F

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

3. Điện cảm L





+ Đặc trưng cho hiện tượng tích phóng năng lượng từ trường trong vùng xét

+ Quan hệ dòng – áp: $\psi = \psi(i), \quad u = \dfrac{d\psi}{dt}$

► ***Khi ψ(i) phi tuyến: điện cảm L là phi tuyến***

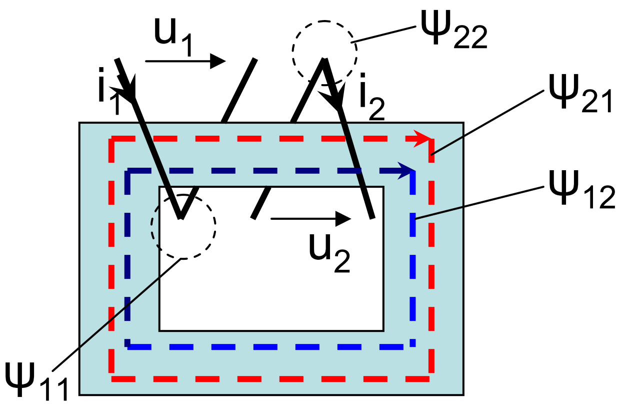
► ***Khi ψ(i) tuyến tính: điện cảm L là tuyến tính***

$$\psi = Li, \qquad u = L\frac{di}{dt}$$

+ Đơn vị của điện cảm: Henry (H) và các dẫn xuất

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

4. Hỗ cảm M



$$\psi_1 = \psi_1(i_1, i_2), \quad \psi_2 = \psi_2(i_1, i_2)$$

$$u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = \frac{\partial \psi_1}{\partial i_1} i_1' + \frac{\partial \psi_1}{\partial i_2} i_2' = L_1 i_1' + M_{12} i_2'$$

$$u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{\partial \psi_2}{\partial i_1} i_1' + \frac{\partial \psi_2}{\partial i_2} i_2' = M_{21} i_1' + L_2 i_2'$$

$M_{12} = M_{21} = M$ – gọi là hệ số hỗ cảm giữa 2 cuộn dây

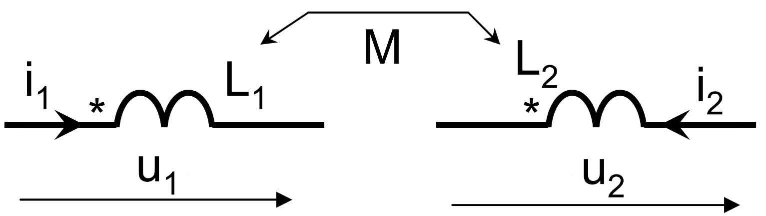
► ***Để xác định dấu của điện áp hỗ cảm phải biết vị trí không gian của các cuộn dây***

►***Khái niệm cực tính của các cuộn dây***

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

4. Hỗ cảm M

Nguyên tắc: ***Khi chiều dòng giống nhau với mỗi cực tính của các cuộn dây có liên hệ hỗ cảm thì trong mỗi cuộn dây chiều từ thông tự cảm và hỗ cảm trùng nhau.***

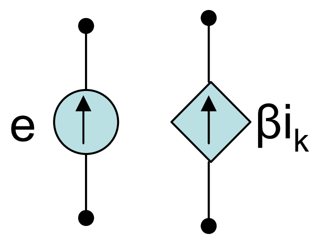


$$u_1 = L_1 i_1' - M i_2' \qquad u_2 = -L_2 i_2' + M i_1'$$

► Dấu của điện áp tự cảm và hỗ cảm phụ thuộc vào chiều dương điện áp quy ước tính cho nhánh chứa phần tử hỗ cảm

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

5. Nguồn áp, nguồn dòng

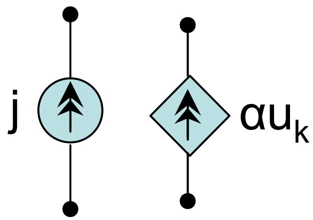


5.1. Nguồn áp

-Nguồn áp độc lập

-Nguồn áp phụ thuộc

Thực tế vận hành không được phép ngắn mạch nguồn áp, hở mạch nguồn dòng!



5.2. Nguồn dòng

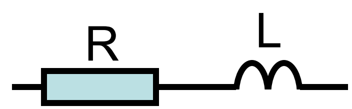
-Nguồn dòng độc lập

-Nguồn dòng phụ thuộc

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

6. Mô hình phần tử thực

+ tập hữu hạn các phần tử lý tưởng ghép với nhau 1 cách thích hợp



+ có nhiều mô hình tiếp cận một phần tử thực
+ sai số mô hình hoá phần tử thực:

$$\varepsilon = \varepsilon_{MH} + \varepsilon_{TT}$$

I.3. CÁC PHẦN TỬ CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN KIRCHHOFF

7. Vấn đề triệt tiêu nguồn trong mạch

Chỉ triệt tiêu nguồn trên sơ đồ, phục vụ việc phân tích mạch!

+ *Nguồn độc lập:*

- ngắn mạch nguồn áp

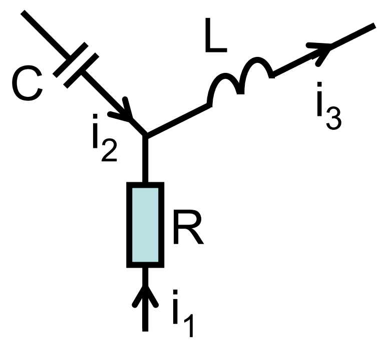
- hở mạch nguồn dòng

+ *Nguồn phụ thuộc:*

- triệt tiêu nguyên nhân gây ra nguồn phụ thuộc

I.4. HAI ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF MÔ TẢ MẠCH ĐIỆN

1. Luật Kirchhoff 1



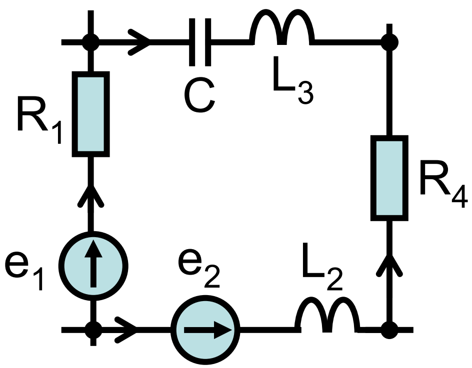
+ Phát biểu: $$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

+ Ý nghĩa: thể hiện tính liên tục của dòng điện qua một mặt kín (trường hợp riêng là qua một đỉnh của mạch)

2. Luật Kirchhoff 2

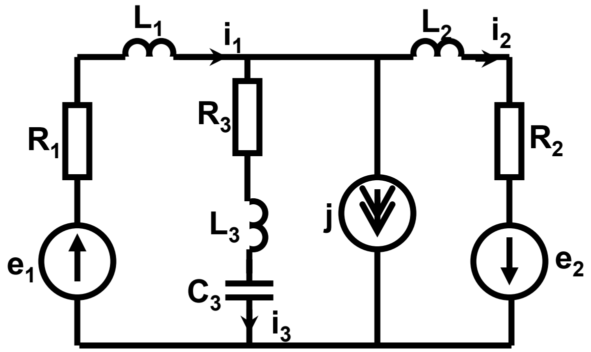
+ Phát biểu: $$\sum_{k=1}^{m} u_k = 0$$

+ Ý nghĩa: thể hiện tính chất thế của quá trình năng lượng điện từ trong một vòng kín



I.4. HAI ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF MÔ TẢ MẠCH ĐIỆN

3. Số phương trình Kirchhoff độc lập mô tả mạch



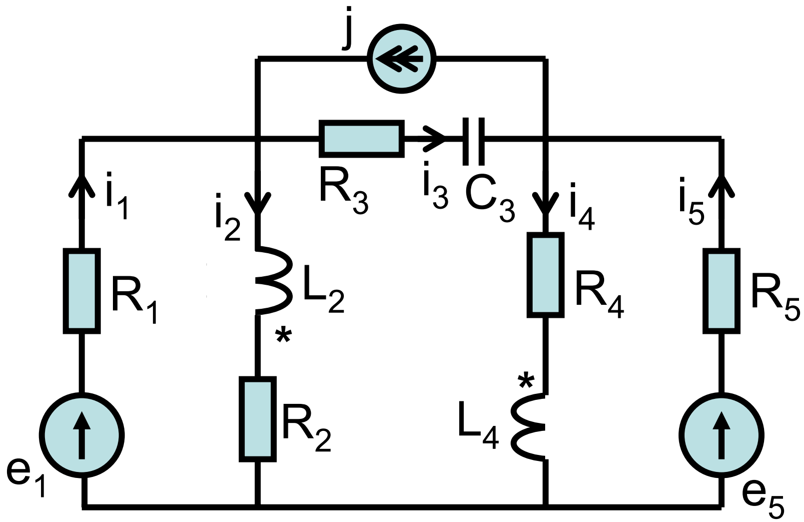
Với mạch có n nhánh, d đỉnh thì:

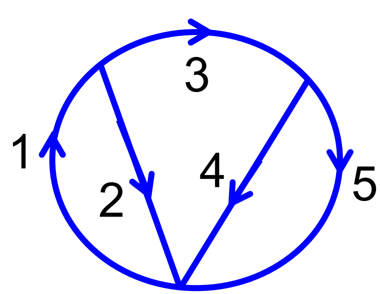
-Số phương trình Kirchhoff 1 độc lập là **d -1** phương trình

-Số phương trình Kirchhoff 2 độc lập là **n – d + 1** phương trình

Phân tích mạch dựa trên hệ đủ các phương trình Kirchhoff mô tả mạch!

I.5. GRAPH KIRCHHOFF





+ Định nghĩa

+ Cây (của Graph)

+ Cành (số phương trình K1 độc lập)

+ Bù cành (số phương trình K2 độc lập)

+ Viết phương trình K1 từ Graph Kirchhoff

+ Viết phương trình K2 từ Graph Kirchhoff

I.6. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TOÁN MẠCH

+ Bài toán phân tích

+ Bài toán tổng hợp

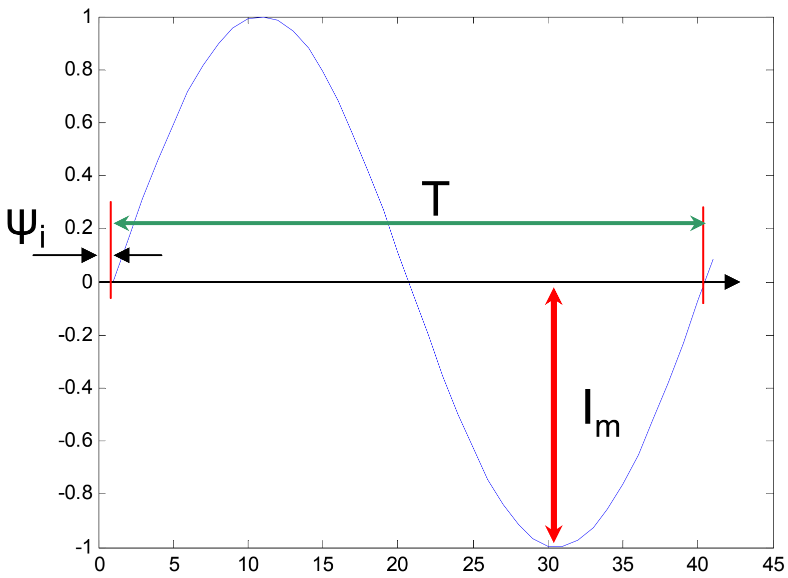
Chương II

ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

II.1. KHÁI NIỆM CHUNG

+ Mạch điện tuyến tính
+ Chế độ quá độ
+ Chế độ xác lập
+ Tín hiệu dao động điều hoà
+ Mạch điện tuyến tính ở chế độ xác lập điều hoà
+ Tính chất xếp chồng ở mạch điện tuyến tính

II.2. HÀM ĐIỀU HOÀ VÀ CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG



Xét dòng điều hoà $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$

- Biên độ dao động cực đại I_m
- Tần số góc $\omega = 2\pi f$, $f = \dfrac{1}{T}$
- Góc pha ban đầu ψ_i

-Giá trị hiệu dụng:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẦP ĐIỀU HOÀ

1. Ở chế độ xác lập điều hoà, trong mạch tuyến tính dòng và áp biến thiên điều hoà cùng tần số

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

1.1. Với điện trở

$$u_R(t) = Ri(t) = \sqrt{2}RI\sin(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \psi_u)$$

1.2. Với điện cảm

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = \sqrt{2}\omega LI\cos(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2}\omega LI\sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L(t) = \sqrt{2}U_L\sin(\omega t + \psi_u)$$

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

1.3. Với tụ điện

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i dt = \frac{1}{C}\int \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u_C(t) = -\frac{1}{C\omega}\sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) = \frac{1}{C\omega}\sqrt{2} I \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

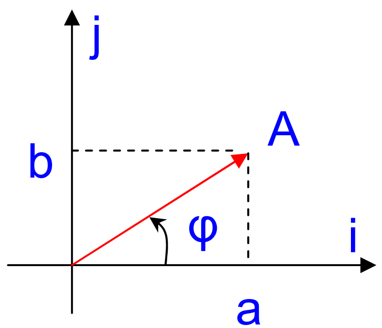
$$u_C(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$$

1.4. Với mạch RLC nối tiếp

$$u(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_u)$$

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2. Ở chế độ xác lập điều hoà, các đại lượng dòng và áp chỉ đặc trưng bởi hai thông số là trị hiệu dụng và góc pha đầu. Do đó, có thể biểu diễn bằng số phức hoặc vector.



2.1. Số phức

$$a + jb = Ae^{j\varphi} \qquad a = A\cos\varphi; b = A\sin\varphi$$

2.2. Biểu diễn phức các đại lượng điện

-Các đại lượng vật lý (dòng, áp, sức điện động, nguồn dòng): dùng chữ in hoa có dấu chấm phía trên

- Các giá trị tổng trở, tổng dẫn,… dùng chữ in hoa

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.2. Biểu diễn phức các đại lượng điện

Ví dụ:

$$\dot{I} = 5\underline{|30^0} \leftrightarrow i(t) = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t + 30^0\right)$$

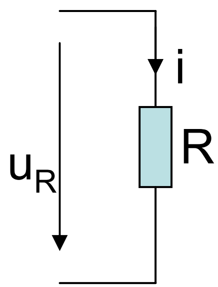
$$\dot{U} = 50e^{-j45} \leftrightarrow u(t) = 50\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 45^0\right)$$

►Chuyển hệ phương trình vi phân thành hệ phương trình đại số tuyến tính!

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.3. Quan hệ dòng, áp dạng phức trên các phần tử R, L, C, RLC

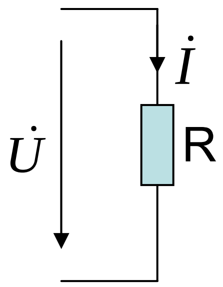
2.3.1. Phần tử R



$$u_R = Ri = RI\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \psi_i\right)$$

Biểu diễn: $\dot{I} = I\underline{\left|\psi_i\right.}$

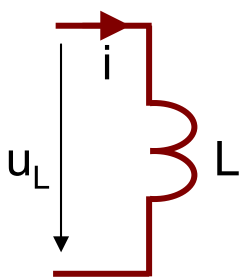
Ta có: $\dot{U}_R = RI\underline{\left|\psi_i\right.} = U\underline{\left|\psi_u\right.} = R\dot{I}$



II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.3. Quan hệ dòng, áp dạng phức trên các phần tử R, L, C, RLC

2.3.2. Phần tử L

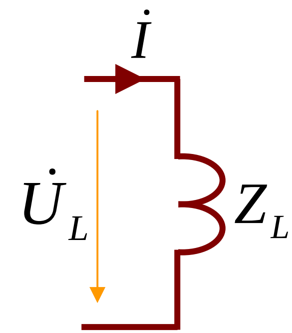


Biểu diễn $\dot{I} = I\underline{|\psi_i}$

Ta có $u_L = L\dfrac{di}{dt} = \omega LI\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \psi_i + \dfrac{\pi}{2}\right)$

Do đó: $\dot{U}_L = \omega LI\underline{\left|\psi_i + \dfrac{\pi}{2}\right.} = j\omega LIe^{j\psi_i}$

$$\dot{U}_L = Z_L\dot{I}; Z_L = j\omega L = jX_L$$

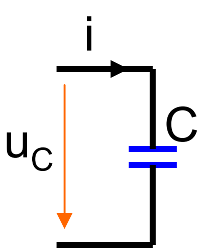


Với Z_L là tổng trở phức của điện cảm L, X_L là cảm kháng

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

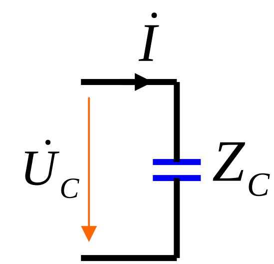
2.3. Quan hệ dòng, áp dạng phức trên các phần tử R, L, C, RLC

2.3.3. Phần tử C



Biểu diễn $\dot{I} = I\underline{|\psi_i}$

Ta có $u_C = \dfrac{1}{C}\int i dt = \dfrac{1}{\omega C} I\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \psi_i - \dfrac{\pi}{2}\right)$



Do đó:

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\omega C} I e^{j\left(\psi_i - \frac{\pi}{2}\right)} = -j\frac{1}{\omega C} I e^{j\psi_i}$$

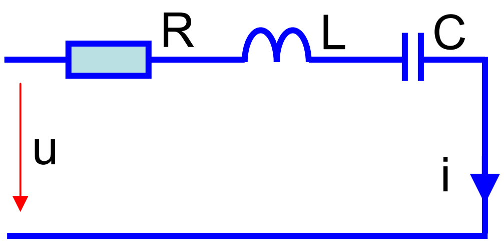
$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = Z_C\dot{I} = -jX_C\dot{I}$$

Z_C là tổng trở phức của điện dung C, X_C là dung kháng

II.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.3. Quan hệ dòng, áp dạng phức trên các phần tử R, L, C, RLC

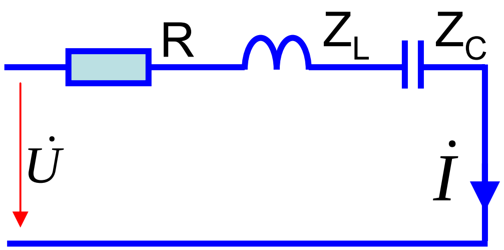
2.3.4. Phần tử RLC



$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} = \left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right]\dot{I} = Z\dot{I}$$

Z là tổng trở của mạch, $X = X_L - X_C$ là điện kháng



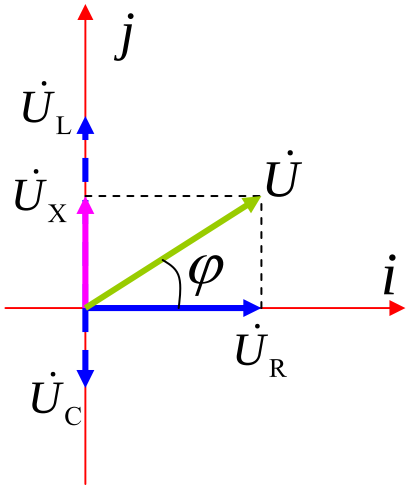
$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \|Z\|e^{j\varphi}$$

$$\|Z\| = \sqrt{R^2 + X^2}; \varphi = artg\frac{X}{R}$$

2.3. ĐẶC ĐIỂM CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.3. Quan hệ dòng, áp dạng phức trên các phần tử R, L, C, RLC

2.3.4. Phần tử RLC



$$R = \|Z\| \cos\varphi \qquad X = \|Z\| \sin\varphi$$

$$U_R = U\cos\varphi$$

$$U_X = U\sin\varphi$$

► Tam giác tổng trở

► Tam giác điện áp

Chú ý các mối quan hệ này và tam giác công suất ở phần sau!

II.4. LUẬT KIRCHHOFF DẠNG PHỨC

Ở chế độ xác lập điêu hoà:

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{U}_k = 0$$

II.5. CÔNG SUẤT

1. **Công suất tức thời**: p =ui

Ví dụ nhánh gồm 3 phần tử RLC nối tiếp

$$p = p_R + p_L + p_C = I\sqrt{2}\sin\omega t.IR\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$+I\sqrt{2}\sin\omega t.\omega LI\sqrt{2}\cos\omega t - I\sqrt{2}\sin\omega t.\frac{1}{\omega C}I\sqrt{2}\cos\omega t$$

$$p = RI^2(1-\cos 2\omega t) + I^2(X_L - X_C)\sin 2\omega t$$

2. Công suất tác dụng

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = \frac{1}{T}\int_0^T p_r dt + \frac{1}{T}\int_0^T p_X dt = RI^2$$

Đơn vị: Wat (W) và dẫn xuất

$$P = RI^2 = ZI.I.\cos\varphi = UI\cos\varphi$$

II.5. CÔNG SUẤT

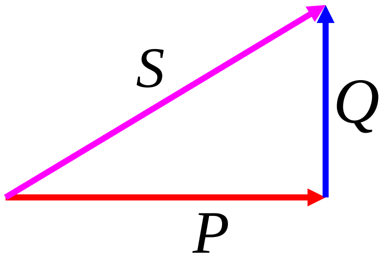
3. Công suất phản kháng

$$Q = XI^2 = Z\sin\varphi . I . I = UI\sin\varphi \qquad VAr$$

4. Công suất biểu kiến

$$S = UI \qquad VA$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



4. Công suất phức

$$\tilde{S} = \dot{U}\hat{I} = P + jQ$$

Chương III

CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

III.1. Khái niệm chung

III.2. Phương pháp dòng điện nhánh

III.3. Phương pháp dòng điện vòng

III.4. Phương pháp điện thế đỉnh

III.5. Ba phương pháp cơ bản dạng ma trận

III.1. KHÁI NIỆM CHUNG

- Dựa trên hai định luật Kirchhoff
- Nguyên tắc: đổi biến và biến đổi sơ đồ mạch
- Ba phương pháp cơ bản: dòng nhánh, dòng vòng, thế đỉnh

Giải mạch
trong miền
ảnh phức!

III.2. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN NHÁNH

1. Nguyên tắc:

-Chọn ẩn là dòng điện các nhánh

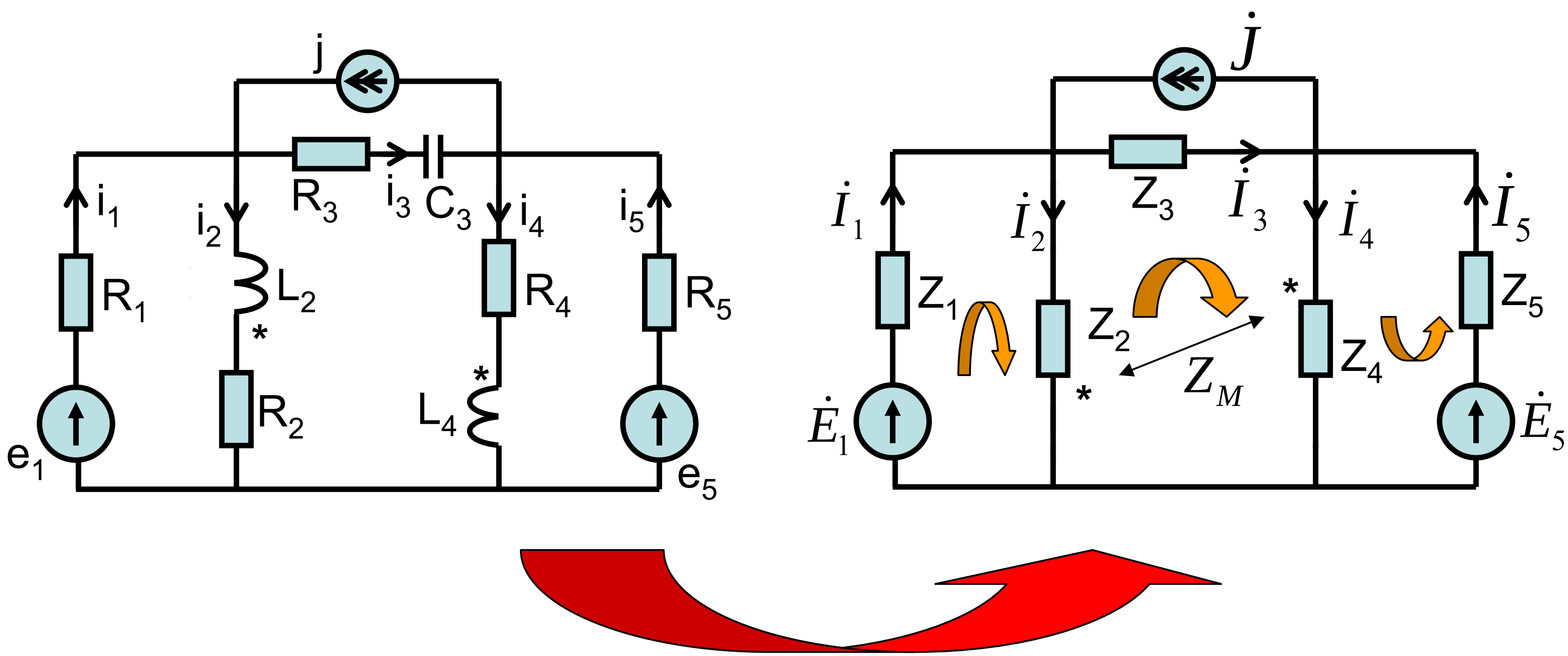
- Lập và giải hệ phương trình đại số trong miền phức mô tả mạch theo 2 định luật Kirchhoff

2. Lưu ý:

- Về hỗ cảm (K2)
- Về nguồn dòng (2 cách viết)

III.2. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN NHÁNH

3. Ví dụ



III.2. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN NHÁNH

3. Ví dụ

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 - \dot{J} = 0 \\ Z_1\dot{I}_1 + Z_2\dot{I}_2 - Z_M\dot{I}_4 = \dot{E}_1 \\ -Z_2\dot{I}_2 + Z_3\dot{I}_3 + Z_4\dot{I}_4 + Z_M\dot{I}_4 - Z_M\dot{I}_2 = 0 \\ -Z_M\dot{I}_2 + Z_4\dot{I}_4 + Z_5\dot{I}_5 = \dot{E}_5 \end{cases}$$

III.3. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN VÒNG

1. Nguyên tắc:

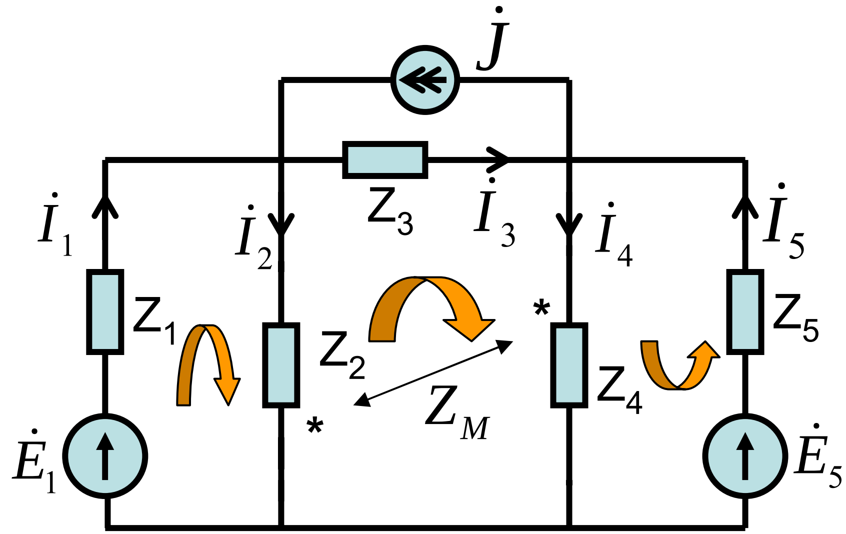
- Chọn ẩn là dòng điện khép kín các vòng độc lập của mạch
- Viết phương trình theo luật Kirchhoff 2 cho các dòng vòng

2. Lưu ý:

- Về nguồn dòng
- Về dòng điện nhánh
- Về hỗ cảm

III.3. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN VÒNG

3. Ví dụ



- Xét mạch như hình vẽ trên
- Chiều vòng chọn như các mũi tên mô tả trong hình

III.3. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN VÒNG

3. Ví dụ

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2)\dot{I}_{v1} - (Z_2 + Z_M)\dot{I}_{v2} - Z_M\dot{I}_{v3} = \dot{E}_1 \\ -(Z_2 + Z_M)\dot{I}_{v1} + (Z_2 + Z_3 + Z_4 + 2Z_M)\dot{I}_{v2} + (Z_4 + Z_M)\dot{I}_{v3} = -\dot{J}Z_3 \\ -Z_M\dot{I}_{v1} + (Z_M + Z_4)\dot{I}_{v2} + (Z_4 + Z_5)\dot{I}_{v3} = \dot{E}_5 \end{cases}$$

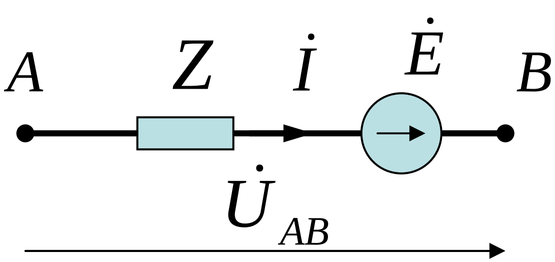
III.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐỈNH

1. Nguyên tắc:

+ Chọn ẩn là thế các đỉnh độc lập. Viết (hệ) phương trình K1 theo thế các đỉnh đã chọn

+ Giải (hệ) phương trình thu được nghiệm là thế các đỉnh độc lập

+ Tính dòng điện trong các nhánh theo luật Ôm tổng quát



Xét luật Ôm:

$$Z\dot{I} - \dot{E} = \dot{U}_{AB} \qquad \dot{U}_{AB} = \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E} + \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B}{Z} = Y\left(\dot{E} + \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B\right)$$

III.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐỈNH

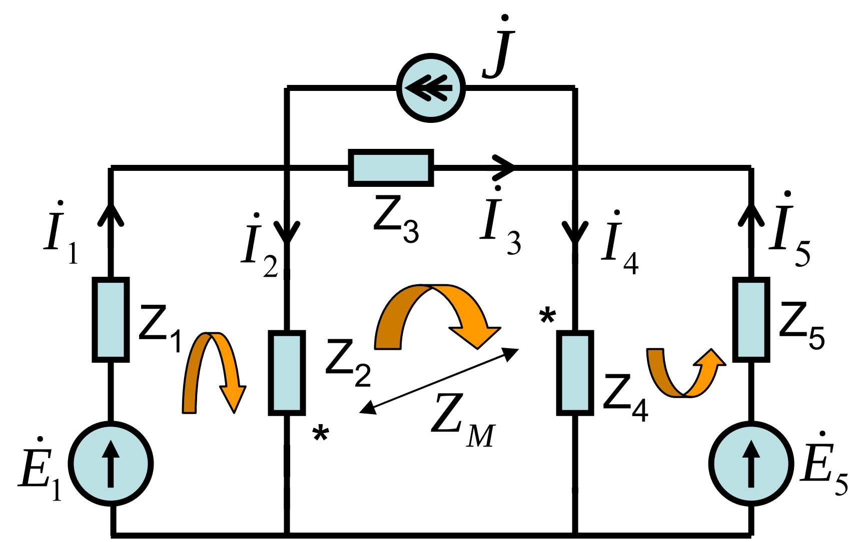
2. Lưu ý:

+ Không tiện sử dụng phương pháp điện thế đỉnh cho mạch có hỗ cảm (khi giải "tay")

3. Ví dụ

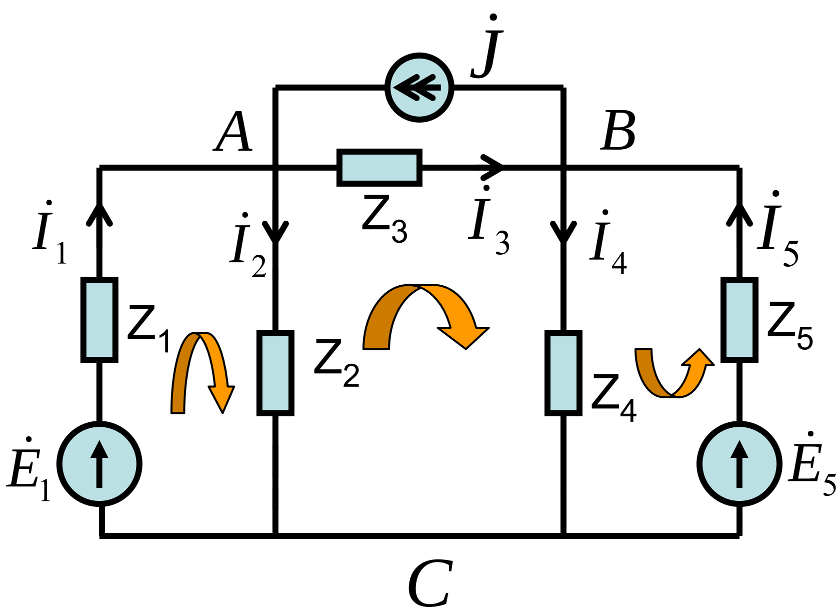
Xét mạch điện:

$Z_M = 0$!



III.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐỈNH

3. Ví dụ



Chọn 2 đỉnh độc lập: $\dot{\varphi}_A, \dot{\varphi}_B$

$\dot{\varphi}_C = 0$ - Gốc

$$Z_1\dot{I}_1 + \dot{U}_{AC} = \dot{E}_1$$

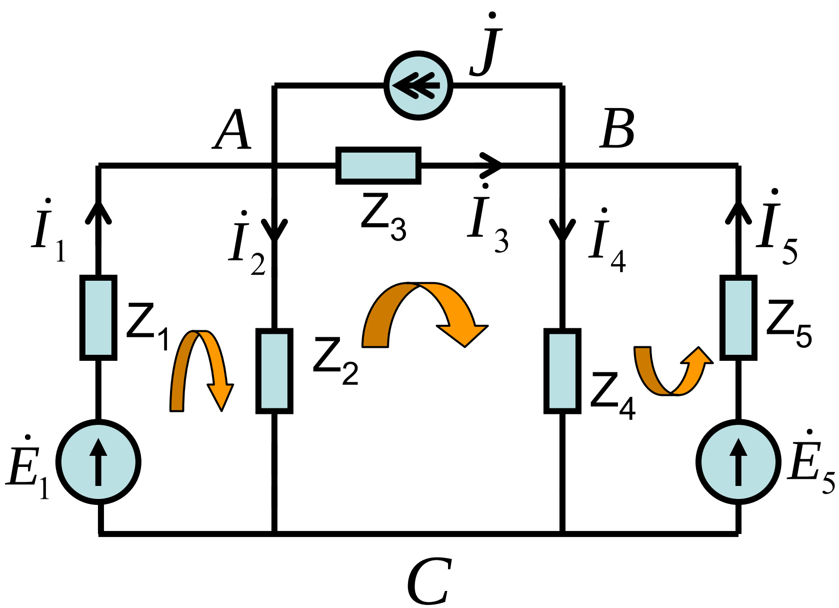
$$\Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_A}{Z_1} = Y_1\left(\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_A\right)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\varphi}_A}{Z_2} = Y_2\dot{\varphi}_A \qquad \dot{I}_4 = \frac{\dot{\varphi}_B}{Z_4} = Y_4\dot{\varphi}_B$$

$$\dot{I}_3 = Y_3\left(\dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B\right) \qquad \dot{I}_5 = Y_5\left(\dot{E}_5 - \dot{\varphi}_B\right)$$

III.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐỈNH

3. Ví dụ



Phương trình K1 cho 2 đỉnh A và B:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 - \dot{J} = 0 \end{cases}$$

Từ đó có hệ phương trình thế đỉnh:

$$\begin{cases} \left(Y_1 + Y_2 + Y_3\right)\dot{\varphi}_A - Y_3\dot{\varphi}_B = Y_1\dot{E}_1 + \dot{J} \\ -Y_3\dot{\varphi}_A + \left(Y_3 + Y_4 + Y_5\right)\dot{\varphi}_B = Y_5\dot{E}_5 - \dot{J} \end{cases}$$

III.4. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐỈNH

4. Tổng quát

Mạch có 2 đỉnh độc lập:

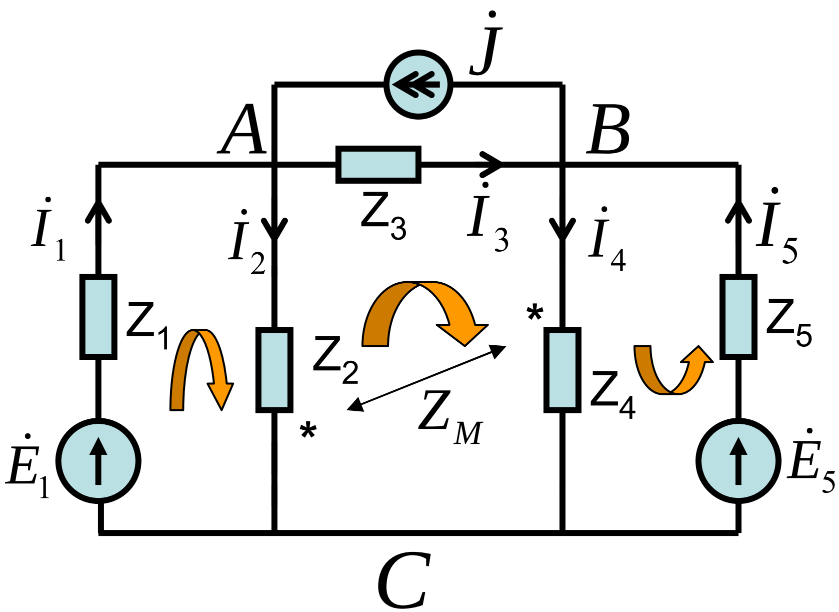
$$\begin{cases} Y_{AA}\dot{\varphi}_A - Y_{AB}\dot{\varphi}_B = \sum_k Y_{kA}\dot{E}_{kA} + \sum_l \dot{J}_{lA} \\ -Y_{AB}\dot{\varphi}_A + Y_{BB}\dot{\varphi}_B = \sum_n Y_{nB}\dot{E}_{nB} + \sum_m \dot{J}_{mB} \end{cases}$$

Mạch có 3 đỉnh độc lập:

$$\begin{cases} Y_{AA}\dot{\varphi}_A - Y_{AB}\dot{\varphi}_B - Y_{AC}\dot{\varphi}_C = \sum_k Y_{kA}\dot{E}_{kA} + \sum_l \dot{J}_{lA} \\ -Y_{AB}\dot{\varphi}_A + Y_{BB}\dot{\varphi}_B - Y_{CB}\dot{\varphi}_C = \sum_m Y_{mB}\dot{E}_{mB} + \sum_n \dot{J}_{nB} \\ -Y_{AC}\dot{\varphi}_A - Y_{CB}\dot{\varphi}_B + Y_{CC}\dot{\varphi}_C = \sum_h Y_{hC}\dot{E}_{hC} + \sum_g \dot{J}_{gC} \end{cases}$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

Xét mạch điện như hình vẽ:



N \ Đ	A	B	C
1	1	0	-1
2	-1	0	1
3	-1	1	0
4	0	-1	1
5	0	1	-1

N \ V	V1	V2	V3
1	1	0	0
2	1	-1	0
3	0	1	0
4	0	1	1
5	0	0	1

+ Bảng số nhánh – đỉnh và ma trận nhánh – đỉnh A

+ Bảng số nhánh – vòng và ma trận nhánh – vòng C

A
C
Z

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

1. Với ma trận nhánh đỉnh A

+ Vector dòng điện nhánh $\dot{I}_n$

+ Vector điện áp nhánh $\dot{U}_n$

+ Vector sức điện động nhánh $\dot{E}_n$

$$\dot{I}_n = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix} \quad \dot{U}_n = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} \quad \dot{E}_n = \begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \dots \\ \dot{E}_n \end{pmatrix}$$

+ Vector thế đỉnh $\dot{\varphi}_d$

+ Vector nguồn dòng đỉnh $\dot{J}_d$

$$\dot{J}_d = \begin{pmatrix} \dot{J}_{d1} \\ \dots \\ \dot{J}_{dd} \end{pmatrix} \quad \dot{\varphi}_d = \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{d1} \\ \dots \\ \dot{\varphi}_{dd} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{U}_n &= -A\dot{\varphi}_d \, (1) \\ A_T\dot{I}_n + \dot{J}_d &= 0 \, (2) \end{aligned}}$$

(1) – Luật Ohm cho các nhánh

(2) – Luật Kirchhoff 1

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

1. Với ma trận nhánh đỉnh A

Xét ví dụ minh họa cho ở đầu bài, ta có:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 0\\ -1 & 1\\ 0 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\quad \dot{E}_n=\begin{pmatrix}\dot{E}_1\\ 0\\ 0\\ 0\\ \dot{E}_5\end{pmatrix}\quad \dot{I}_n=\begin{pmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\\ \dot{I}_4\\ \dot{I}_5\end{pmatrix}\quad \dot{\varphi}_d=\begin{pmatrix}\dot{\varphi}_A\\ \dot{\varphi}_B\end{pmatrix}\quad \dot{J}_d=\begin{pmatrix}\dot{J}\\ -\dot{J}\end{pmatrix}\quad \dot{U}_n=\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\\ \dot{U}_3\\ \dot{U}_4\\ \dot{U}_5\end{pmatrix}$$

$$A_T\dot{I}_n+\dot{J}_d=0\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\dot{I}_1-\dot{I}_2-\dot{I}_3+\dot{J}\\ \dot{I}_3-\dot{I}_4+\dot{I}_5-\dot{J}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$-A\dot{\varphi}_d=\dot{U}_n\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-\dot{\varphi}_A\\ \dot{\varphi}_A\\ \dot{\varphi}_A-\dot{\varphi}_B\\ \dot{\varphi}_B\\ -\dot{\varphi}_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\\ \dot{U}_3\\ \dot{U}_4\\ \dot{U}_5\end{pmatrix}$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

2. Với ma trận nhánh vòng C

Cùng với các vector đã lập với ma trận nhánh đỉnh A, ta lập thêm:

+ Vector **J$_n$:**

- Nhánh có nguồn dòng khép qua, cùng chiều dòng điện trong nhánh, ghi **J;** ngược chiều dòng ghi **- J**
- Nhánh không có nguồn dòng khép qua ghi **0**
- Dạng ma trận cột

+ Vector $\dot{I}_v$

- Dạng ma trận cột
- Mỗi phần tử là một dòng vòng độc lập đã chọn

+ Ta có:

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{I}_n &= C\dot{I}_V + \dot{J}_n \quad (3) \\ C_T\dot{U}_n &= 0 \quad (4) \end{aligned}}$$

(3) – chuyển đổi dòng nhánh dòng vòng

(4) – phương trình Kirchhoff 2

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

2. Với ma trận nhánh vòng C

Ví dụ, trong mạch điện đã xét ở đầu bài

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \dot{I}_v = \begin{pmatrix} \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_{v2} \\ \dot{I}_{v3} \end{pmatrix} \qquad \dot{J}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{J} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

3. Ma trận tổng trở nhánh **Z**

+ ***Nguyên tắc lập:***

Z_{kk} – tổng trở trên các nhánh

Z_{ij} – tổng trở hỗ cảm giữa hai nhánh i và j

+ ***Ví dụ:***

Z_1	0	0	0	0
0	Z_2	0	$-Z_M$	0
0	0	Z_3	0	0
0	$-Z_M$	0	Z_4	0
0	0	0	0	Z_5

Chiều dòng nhánh vào các phần tử hỗ cảm ngược nhau so với các cực cùng tính thì z_{ij} mang dấu âm!

+ ***Ta có:***

$$\boxed{\dot{U}_n = Z\dot{I}_n - \dot{E}_n \quad (5)}$$

(5) – luật Ôm cho nhánh có nguồn

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

4. Hệ phương trình dòng nhánh dạng ma trận

+ Phương trình K1: kết quả (2)

+ Phương trình K2: thay (5) vào (4) ta có $C_T\left[Z\dot{I}_n - \dot{E}_n\right] = 0 \Leftrightarrow C_T Z\dot{I}_n = C_T\dot{E}_n$

+ Và ta có hệ phương trình dòng nhánh:

$$\boxed{\begin{cases} A_T\dot{I}_n + \dot{J}_d = 0 \\ C_T Z\dot{I}_n = C_T\dot{E}_n \end{cases}} \quad (6)$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

5. Hệ phương trình dòng vòng dạng ma trận

Thay (3) vào (6) ta có: $C_T Z\left(C\dot{I}_v + \dot{J}_n\right) = C_T \dot{E}_n$

Đó cũng chính là hệ phương trình dòng vòng dạng ma trận

$$\boxed{C_T ZC\dot{I}_v = C_T \dot{E}_n - C_T Z\dot{J}_n}$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

6. Hệ phương trình thế đỉnh dạng ma trận

Từ (5): $\dot{U}_n = Z\dot{I}_n - \dot{E}_n \Rightarrow Z^{-1}\dot{U}_n = \dot{I}_n - Z^{-1}\dot{E}_n \Rightarrow \dot{I}_n = Z^{-1}\left(\dot{U}_n + \dot{E}_n\right)$

Thay vào (2) ta có: $A_T Z^{-1}\dot{U}_n + A_T Z^{-1}\dot{E}_n + \dot{J}_d = 0$ (*)

Theo (1) $\dot{U}_n = -A\dot{\varphi}_d$

Thay (1) vào (*) ta có phương trình thế đỉnh:

$$\boxed{A_T Z^{-1} A\dot{\varphi}_d = A_T Z^{-1}\dot{E}_n + \dot{J}_d}$$

III.5. BA PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN DẠNG MA TRẬN

7. Lưu ý

+ Sử dụng Matlab giải mạch điện (chuẩn bị làm thí nghiệm)

+ Cách viết dạng ma trận cho phép giải mạch có hỗ cảm dễ dàng theo cả 3 phương pháp

Chương IV

QUAN HỆ TUYẾN TÍNH
VÀ CÁC HÀM TUYỀN ĐẠT CỦA MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH

IV.1. Khái niệm

IV.2. Phương pháp xác định hệ số truyền đạt trong QHTT

IV.3. Một số hàm truyền đạt thường gặp

IV.4. Truyền đạt tương hỗ và truyền đạt không tương hỗ

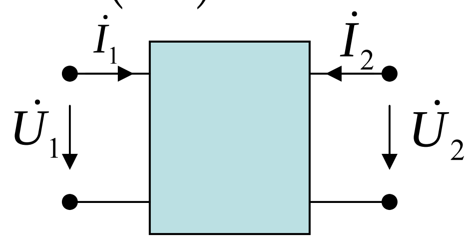
IV.5. Biến đổi tương đương sơ đồ mạch điện

IV.1. KHÁI NIỆM

Quan hệ tuyến tính

- Trong mạch tuyến tính, *các đại lượng dòng, áp* nếu coi một nhóm là *kích thích*, một nhóm là *đáp ứng* thì chúng quan hệ tuyến tính với nhau.

Ví dụ: $\dot{I}_1\left(\dot{E}_3\right) = Y_{13}\dot{E}_3 + \dot{I}_{10}$



$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dot{U}_{10}$$
$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dot{U}_{20}$$

- Hệ số trong quan hệ tuyến tính: hệ số truyền đạt hay hàm truyền đạt

- Hệ số truyền đạt phụ thuộc kết cấu mạch, tần số nguồn. Chúng có thứ nguyên Ohm, Siemen hoặc không thứ nguyên

IV.2. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TRUYỀN ĐẠT TRONG QHTT

1. Xác định hàm truyền đạt trong quan hệ tuyến tính (QHTT)

Nguyên tắc: dựa vào 2 định luật K1, K2

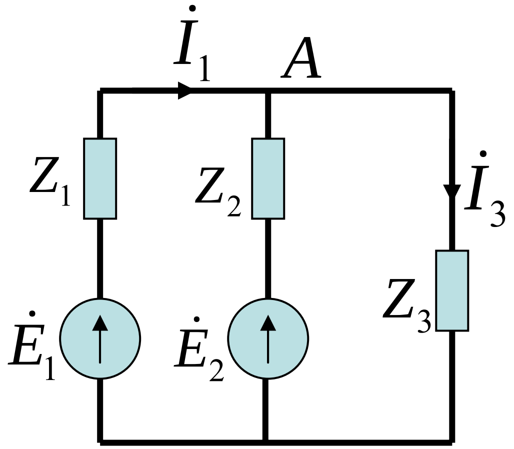
Phương pháp:

+ *Phương pháp thứ nhất:* Viết phương trình phức cho mạch rồi giải tìm các hệ số QHTT (các hàm truyền đạt – HTĐ)

+ *Phương pháp thứ hai:* Xét các chế độ đặc biệt trong mạch để tìm HTĐ (thường là các chế độ cho phép xét QHTT đươn giản hơn)

IV.2. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TRUYỀN ĐẠT TRONG QHTT

2. Ví dụ xác định hàm truyền đạt trong quan hệ tuyến tính (QHTT)



Tìm quan hệ: $\dot{I}_1\left(\dot{E}_1, \dot{E}_2\right), \dot{I}_3\left(\dot{E}_1\right)$

Dạng tổng quát: $\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{E}_1 + Y_{12}\dot{E}_2 + \dot{I}_{10}$

Cách 1: Giải trực tiếp mạch để xác định các hệ số

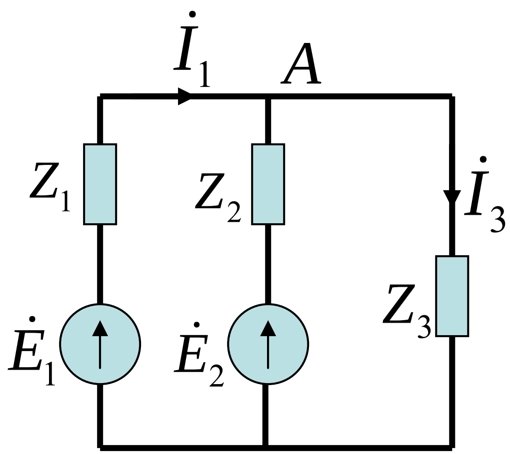
+ Viết phương trình thế đỉnh:

$$\dot{\varphi}_A = \frac{Y_1\dot{E}_1 + Y_2\dot{E}_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \qquad \dot{I}_1 = Y_1\left(\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_A\right) = \frac{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}\dot{E}_1 - \frac{Y_1Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}\dot{E}_2$$

Do đó: $Y_{11} = \dfrac{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}, Y_{12} = -\dfrac{Y_1Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}, \dot{I}_{10} = 0$

IV.2. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TRUYỀN ĐẠT TRONG QHTT

2. Ví dụ xác định hàm truyền đạt trong quan hệ tuyến tính (QHTT)



Cách 2: Xét các chế độ đặc biệt

+ Cho triệt tiêu 2 nguồn áp, từ mạch suy ra:

$$\dot{I}_{10} = 0$$

+ Cho: $\dot{E}_1 = 0, \dot{E}_2 \neq 0$

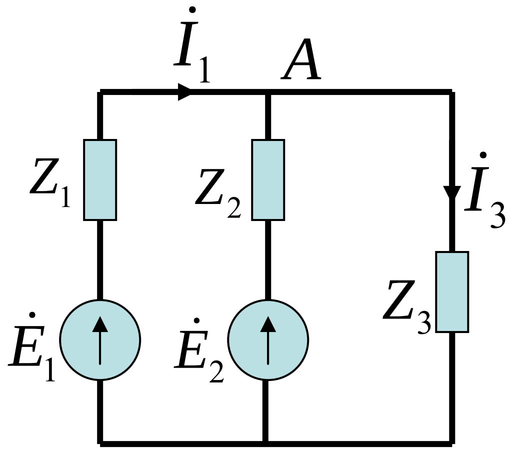
Khi đó, từ phương trình, ta có: $\dot{I}_1 = Y_{12}\dot{E}_2 \Rightarrow Y_{12} = \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{E}_2}$

Từ mạch: $\dot{\varphi}_A = \dfrac{Y_2\dot{E}_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$ Và: $\dot{I}_1 = -\dot{\varphi}_A Y_1 = -\dfrac{Y_1Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}\dot{E}_2$

Do đó: $Y_{12} = \dfrac{-Y_1Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$

IV.2. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TRUYỀN ĐẠT TRONG QHTT

2. Ví dụ xác định hàm truyền đạt trong quan hệ tuyến tính (QHTT)



Cách 2: Xét các chế độ đặc biệt

+ Cho: $\dot{E}_1 \neq 0, \dot{E}_2 = 0$

Từ phương trình: $\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{E}_1 \Rightarrow Y_{11} = \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{E}_1}$

Từ mạch:

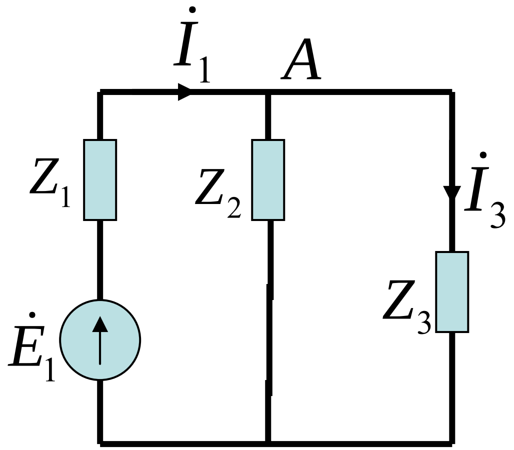
$$\dot{\varphi}_A = \frac{Y_1\dot{E}_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3}, \dot{I}_1 = Y_1\left(\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_A\right) = \frac{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}\dot{E}_1$$

Do đó: $Y_{11} = \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{E}_1} = \dfrac{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$

Nguyên lý xếp chồng ở mạch điện tuyến tính

IV.3. MỘT SỐ HÀM TRUYỀN ĐẠT THƯỜNG GẶP

1. Tổng dẫn vào của một nhánh



$$Y_{11} = \frac{\partial \dot{I}_1}{\partial \dot{E}_1} = \frac{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Y_{11} gọi là tổng dẫn vào của nhánh 1

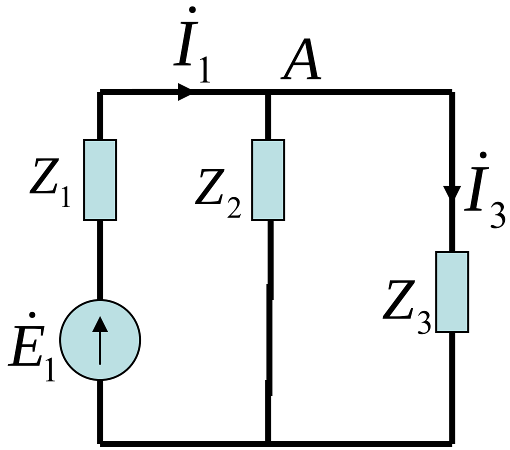
Tổng quát:

$$Y_{nn} = \frac{\dot{I}_n}{\dot{E}_n}$$

Với điều kiện các nguồn khác của mạch triệt tiêu

IV.3. MÔT SỐ HÀM TRUYỀN ĐẠT THƯỜNG GẶP

2. Tổng trở vào của một nhánh



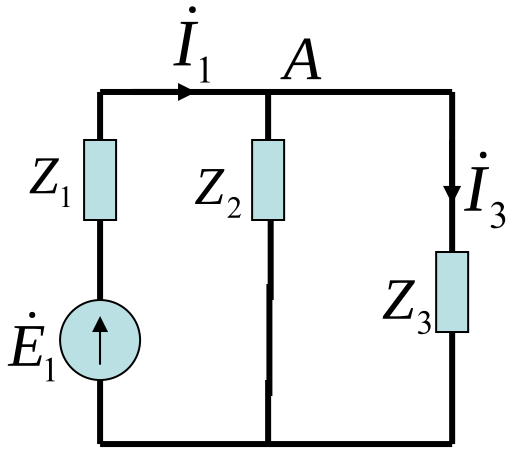
$$Z_{11} = Y_{11}^{-1} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{Y_1\left(Y_2 + Y_3\right)}$$

Tổng quát:

$$Z_{nn} = \frac{\partial \dot{E}_n}{\partial \dot{I}_n} = \frac{\dot{E}_n}{\dot{I}_n}\Bigg|_{\substack{\dot{E}_k = 0,\, k \neq n \\ \dot{J}_l = 0,\, \forall l}}$$

IV.3. MÔT SỐ HÀM TRUYỀN ĐẠT THƯỜNG GẶP

3. Tổng dẫn tương hỗ



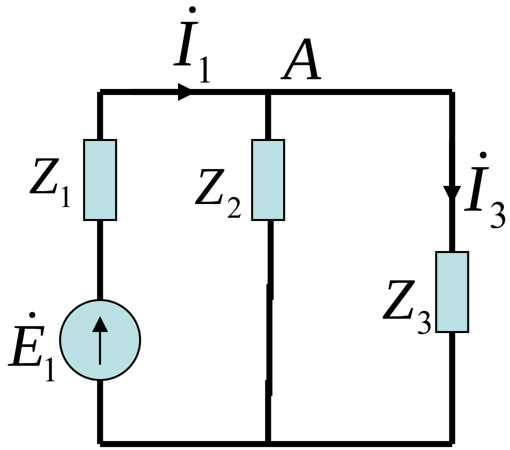
$$Y_{31} = \left.\frac{\dot{I}_3}{\dot{E}_1}\right|_{\dot{E}_{\neq} = 0,\, \dot{J}_{\neq} = 0}$$

Ý nghĩa: khả năng gây dòng trên nhánh 3 của nguồn trên nhánh 1

Tổng quát: $$Y_{lk} = \left.\frac{\dot{I}_l}{\dot{E}_k}\right|_{\dot{E}_{\neq} = 0,\, \dot{J}_{\neq} = 0}$$

IV.3. MỘT SỐ HÀM TRUYỀN ĐẠT THƯỜNG GẶP

4. Tổng trở tương hỗ



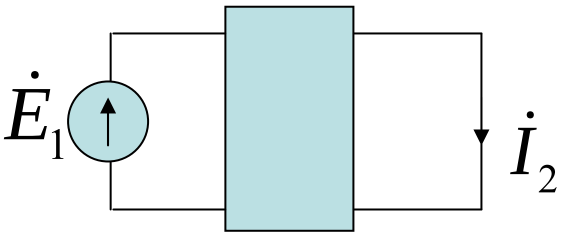
$$Z_{13} = \frac{\partial \dot{U}_1}{\partial \dot{I}_3} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_3}\bigg|_{\dot{E}_{\neq} = 0}$$

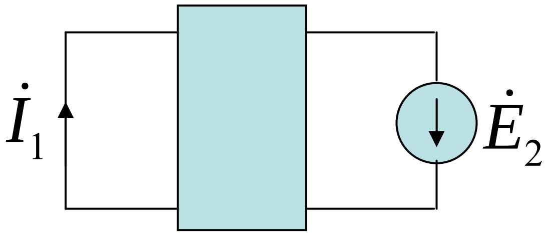
Nói chung: $Z_{lk} \neq Y_{lk}^{-1}$

Tổng quát: $Z_{lk} = \dfrac{\dot{U}_l}{\dot{J}_k}, \left(\dot{J}_l = \dot{E}_k = 0; l, m \neq k\right)$

Z_{lk} bằng áp truyền đến cặp cửa l bởi nguồn dòng J_k=1A tại cửa k

IV.4. TRUYỀN ĐẠT TƯƠNG HỖ VÀ TRUYỀN ĐẠT KHÔNG TƯƠNG HỖ





Giả thiết phần mạch giữa hai nhánh 1 và 2 không chứa nguồn, ta có:

$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{E}_1$ và $\dot{I}_1 = Y_{12}\dot{E}_2$

Nếu $\dot{E}_1 = \dot{E}_2$ và $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ thì $Y_{12} = Y_{21}$

Khi đó, nói mạch ***truyền đạt tương hỗ***, ngược lại có mạch truyền đạt không tương hỗ

Ý nghĩa: *Nếu thuận tiện, có thể đảo nguồn từ nhánh này sang nhánh khác để tính dòng khi giữa 2 nhánh có quan hệ truyền đạt tương hỗ.*

IV.4. TRUYỀN ĐẠT TƯƠNG HỖ VÀ TRUYỀN ĐẠT KHÔNG TƯƠNG HỖ

Mạch chứa các phần tử R, L, C, M tuyến tính và các nguồn độc lập thì có tính truyền đạt tương hỗ.

IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

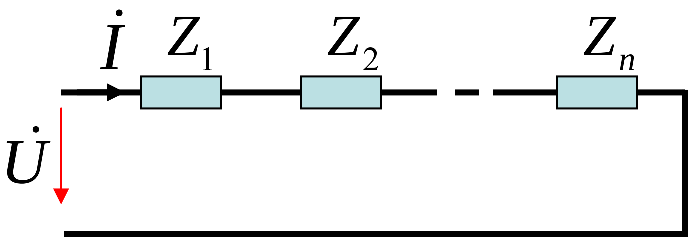
1. Mục đích: giúp việc tính toán phân tích mạch điện đơn giản hơn

2. Nguyên tắc: dòng điện và điện áp trên cửa của phần mạch trước và sau biến đổi phải giữ nguyên giá trị

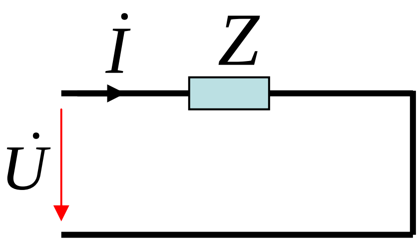
IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

3.1. Biến đổi nhánh các phần tử mắc nối tiếp

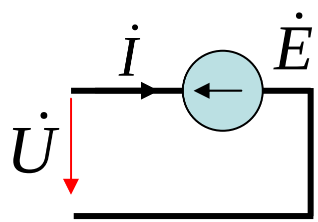


$$\dot{U} = \left(Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n\right)\dot{I}$$

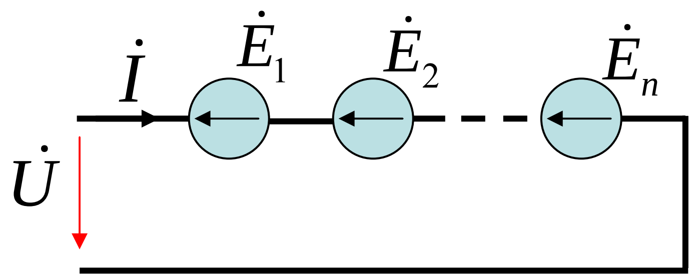


$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

$$\boxed{Z = \sum_{k=1}^{n} Z_k}$$



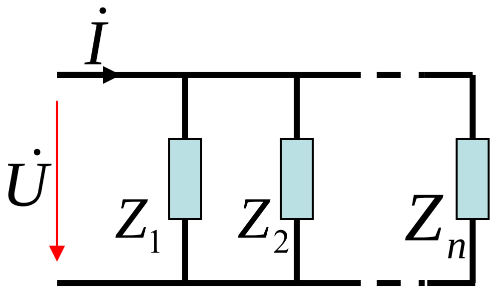
$$\boxed{\dot{E} = \sum_{k=1}^{n} \dot{E}_k}$$



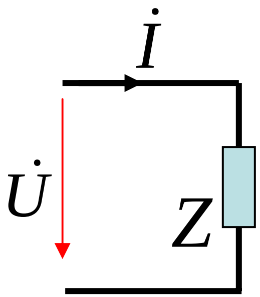
IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

3.2. Biến đổi các nhánh không nguồn mắc song song



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \cdots + \frac{\dot{U}}{Z_n}$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

$$\boxed{\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \cdots + \frac{1}{Z_n} \Leftrightarrow Y = \sum_{k=1}^{n} Y_k}$$

Tương tự cho các nguồn dòng cùng đấu vào hai đỉnh xác định nào đó:

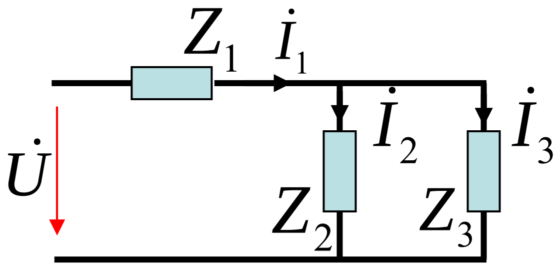
$$\boxed{\dot{J} = \sum_{k=1}^{n} \dot{J}_k}$$

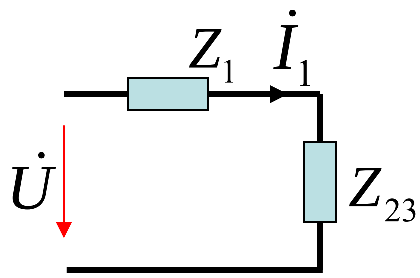
IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

Ví dụ:

Cho mạch điện như hình vẽ, tính dòng điện trong các nhánh của mạch?





Biến đổi sơ đồ mạch điện, ta có:

$$\frac{1}{Z_{23}} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \Rightarrow Z_{23} = \frac{Z_2.Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

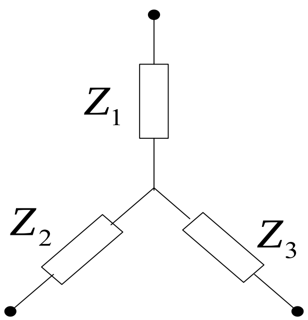
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1 + Z_{23}} \qquad \dot{I}_2 = \frac{Z_3\dot{I}_1}{Z_2 + Z_3}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{Z_2\dot{I}_1}{Z_2 + Z_3}$$

IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

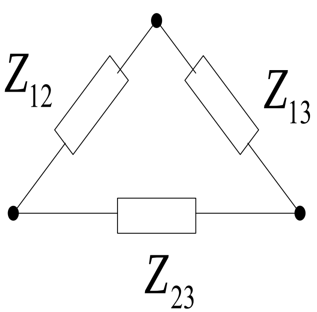
3. Một số phép biến đổi cơ bản

3.3. Biến đổi sao – tam giác



$$\Delta \rightarrow Y:$$

$$Z_1 = \frac{Z_{12}.Z_{13}}{Z_{12}+Z_{13}+Z_{23}} \qquad Z_2 = \frac{Z_{12}.Z_{23}}{Z_{12}+Z_{13}+Z_{23}} \qquad Z_3 = \frac{Z_{13}.Z_{23}}{Z_{12}+Z_{13}+Z_{23}}$$



$$Y \rightarrow \Delta:$$

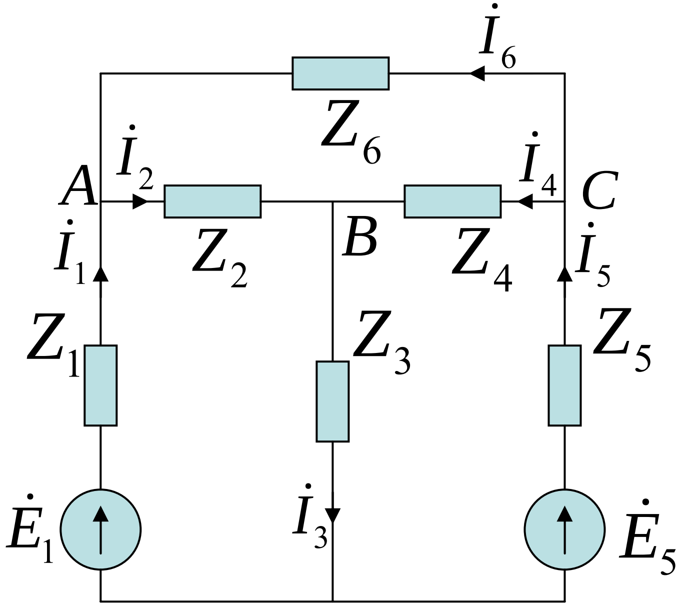
$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \qquad Z_{13} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1}$$

IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

Ví dụ:



Chuyển Z_2, Z_4, Z_6 nối tam giác thành nối sao, mạch sẽ dễ phân tích hơn.

$$Z_A = \frac{Z_2 Z_6}{Z_2 + Z_4 + Z_6} \qquad Z_B = \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_4 + Z_6}$$

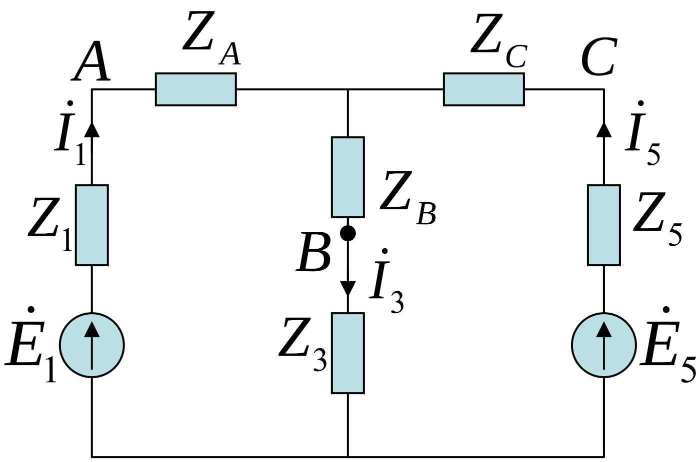
$$Z_C = \frac{Z_4 Z_6}{Z_2 + Z_4 + Z_6}$$

Mạch sẽ có dạng:

IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

Ví dụ:



Trong mạch mới tìm các dòng: $\dot{I}_k, k = 1, 3, 5$

Từ đó tìm nốt các dòng: $\dot{I}_2, \dot{I}_4, \dot{I}_6$

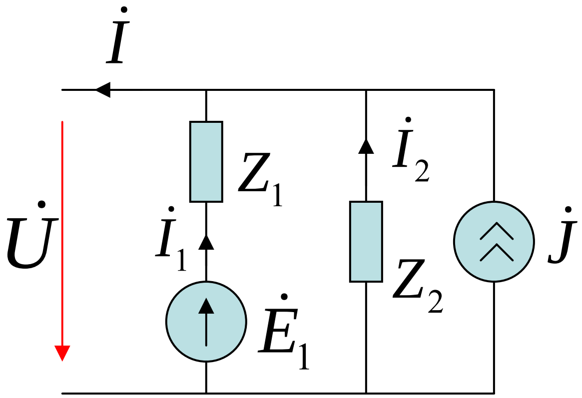
$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AO} + \dot{U}_{OB} = Z_A \dot{I}_1 + Z_B \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_2} \qquad \dot{I}_4 = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 \qquad \dot{I}_6 = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$$

IV.5. BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

3. Một số phép biến đổi cơ bản

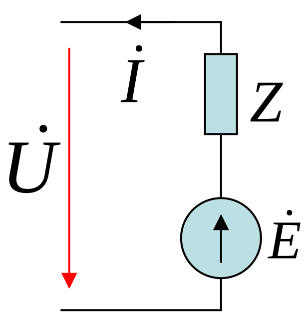
3.4. Biến đổi tương đương các nhánh song song chứa nguồn



Ta có, trong sơ đồ trước biến đổi:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{J} \Leftrightarrow \dot{I} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}}{Z_1} - \frac{\dot{U}}{Z_2} + \dot{J}$$

$$\dot{I} = -\dot{U}\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) + \left(\frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dot{J}\right)$$



Trong sơ đồ sau biến đổi: $\dot{I} = -\frac{\dot{U}}{Z} + \frac{\dot{E}}{Z}$

Ta có: $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$ $\quad \dot{E} = Z\left(\frac{\dot{E}}{Z_1} + \dot{J}\right) = \frac{Y_1\dot{E}_1 + \dot{J}}{Y_1 + Y_2}$

Chương V.

MẠNG MỘT CỬA VÀ MẠNG HAI CỬA TUYẾN TÍNH

V.1. Khái niệm về mạng một cửa Kirchhoff

V.2. Phương trình đặc trưng của mạng một cửa

V.3. Định lý Thevenin và Norton

V.4. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng 1 cửa

V.5. Khái niệm về mạng hai cửa Kirchhoff

V.6. Các dạng phương trình mạng hai cửa

V.7. Ghép nối các mạng hai cửa

V.8. Mạng hai cửa hình T và Π

V.9. Các hàm truyền đạt áp và hàm truyền đạt dòng

V.10. Phân tích mạch có chứa phần tử phức hợp

V.1. KHÁI NIỆM VỀ MẠNG MỘT CỬA KIRCHHOFF

1. Định nghĩa

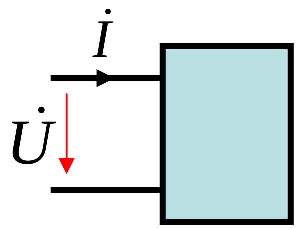
+ Mạng một cửa là một phần của mạch điện tận cùng bằng một cửa

+ Biến trạng thái của mạng một cửa: cặp biến dòng và áp trên cửa

2. Phân loại

- Mạng một cửa không nguồn
- Mạng một cửa có nguồn

V.2. PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TRƯNG CỦA MẠNG MỘT CỬA



+ Phương trình đặc trưng: $\dot{U} = Z\dot{I} + \dot{U}_0$

Z và U_0 xác định từ 2 chế độ sau:

+ Hở mạch cửa, tìm U_0

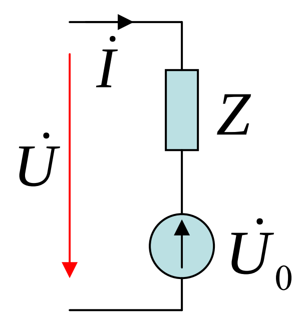
+ Ngắn mạch cửa, tìm Z

$$\dot{U}_0 = \dot{U}_h$$

$$Z = -\frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_{ng}} = -\frac{\dot{U}_h}{\dot{I}_{ng}}$$

+ Mạng 1 cửa không nguồn: thay tương đương bằng một tổng trở duy nhất. (Xem lại phép biến đổi tương đương mạch điện)

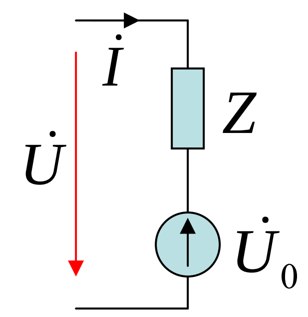
+ Mạng một cửa có nguồn: thay tương đương theo định lý Thevenin hoặc Norton



V.3. ĐỊNH LÝ THEVENIN VÀ ĐỊNH LÝ NORTON

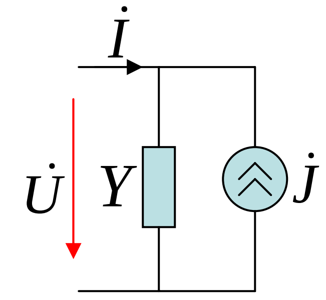
1. Định lý Thevenin

Có thể thay tương đương mạng một cửa phức tạp, có nguồn bằng sơ đồ "máy phát điện" đơn giản có tổng trở trong bằng tổng trở vào của mạng 1 cửa khi triệt tiêu các nguồn và sức điện động bằng điện áp trên cửa của mạng khi hở mạch ngoài.



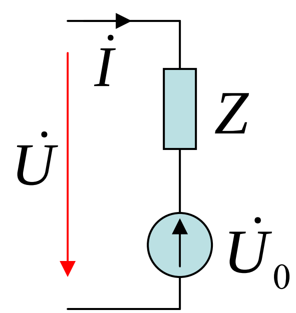
2. Định lý Norton

Có thể thay tương đương mạng một cửa có nguồn bằng sơ đồ máy phát điện ghép bởi một nguồn dòng (bằng dòng ngắn mạch mạng một cửa) nối song song với tổng dẫn bằng tổng dẫn vào của mạng khi triệt tiêu các nguồn.



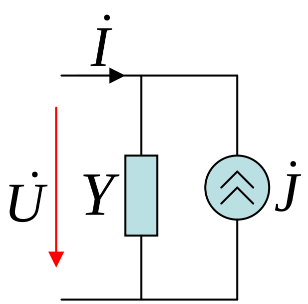
V.3. ĐỊNH LÝ THEVENIN VÀ ĐỊNH LÝ NORTON

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} - \frac{\dot{U}_0}{Z} \quad (1)$$



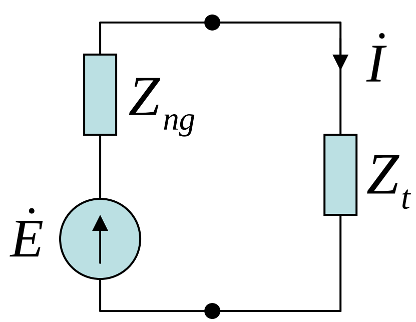
Để ý: *Từ (1) và (2), ta có thể thấy tính tương đương của hai định lý và cách chuyển đổi thông số giữa hai sơ đồ Thevenin và Norton!*

$$\dot{I} = \dot{U}Y - \dot{J} \quad (2)$$



V.4. ĐIỀU KIỆN ĐƯA CÔNG SUẤT CỰC ĐẠI RA KHỎI MẠNG MỘT CỬA

Nguyên tắc: dùng định lý Thevenin chuyển mạng một cửa về sơ đồ máy phát tương đương đơn giản nối với tải.



Công suất:

$$P = r_t I_t^2 = r_t \left(\frac{E}{\|Z\|} \right)^2 = E^2 \frac{r_t}{\left(r_{ng} + r_t\right)^2 + \left(x_{ng} + x_t\right)^2}$$

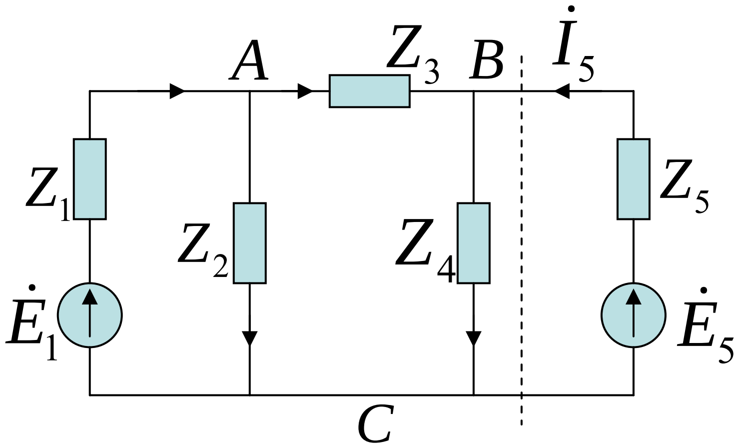
P lớn nhất khi: $x_{ng} = -x_t$

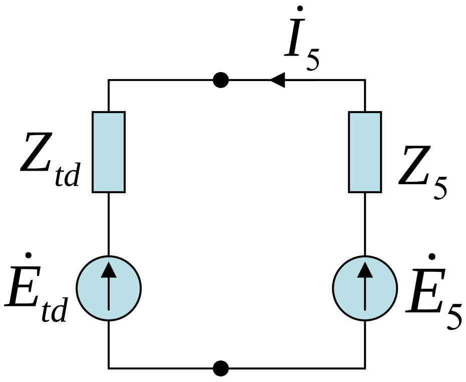
Và: $\dfrac{d}{dr_t}\left[\dfrac{r_t}{\left(r_{ng} + r_t\right)^2} \right] = 0$

Tìm được điều kiện để công suất phát lên tải lớn nhất như sau:

$$\boxed{Z_t = \hat{Z}_{ng}}$$

Ví dụ





Cần tính dòng trong nhánh 5 của mạch điện. Áp dụng định lý Thevenin đưa mạch về dạng hình vẽ phía bên phải.

$$Z_{td} = Z_4 ss\left[Z_3 nt\left(Z_1 ss Z_2\right)\right] \qquad \dot{E}_{td} = \dot{U}_{BC}\Big|_{\dot{I}_5 = 0}$$

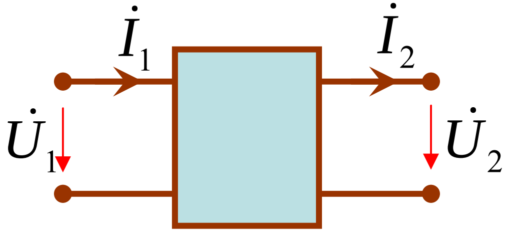
$\dot{E}_{td}$ có thể tính như sau:

$$Z_{AC} = Z_2 ss\left(Z_3 nt Z_4\right) \qquad \dot{U}_{AC} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + Z_{AC}} Z_{AC} \qquad \dot{U}_{BC} = \dot{E}_{td} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z_3 + Z_4} Z_4$$

V.5. KHÁI NIỆM VỀ MẠNG HAI CỬA KIRCHHOFF

1. Định nghĩa

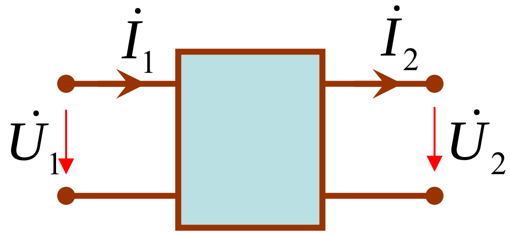
- Là một phần của mạch điện tận cùng bằng hai cửa Kirchhoff
- Biến trên cửa: $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$



2. Phân loại

- Mạng hai cửa có nguồn và mạng hai cửa không nguồn
- Mạng hai cửa tuyến tính và phi tuyến

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA



Trên cơ sở quan hệ tuyến tính, có thể kể ra 6 dạng phương trình cơ bản

1. Bộ số A

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 + \dot{U}_{10} \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 + \dot{I}_{10} \end{cases}$$

Không nguồn: $\dot{U}_{10} = \dot{I}_{10} = 0$

Dạng ma trận:

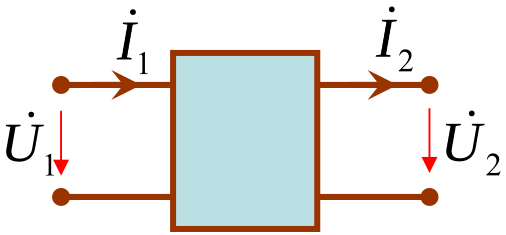
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{I}_{10} \end{bmatrix}$$

Mạng 2 cửa tuyến tính, tương hỗ thì $\det A = 1$

Xác định bộ số đặc trưng A qua các chế độ: ngắn mạch cửa 1, hở mạch cửa 2

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

2. Bộ số B



$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1 + \dot{U}_{20} \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1 + \dot{I}_{20} \end{cases}$$

Dạng ma trận:

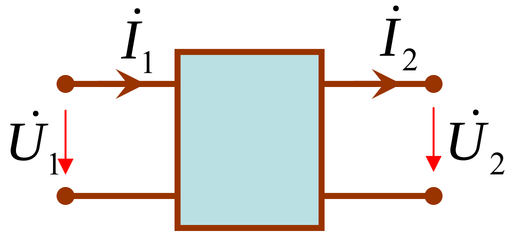
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_{20} \\ \dot{I}_{20} \end{bmatrix}$$

$$B = A^{-1}$$

Xác định bộ số B theo hai chế độ: ngắn mạch cửa 1 và hở mạch cửa 1

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

3. Bộ số Z



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dot{U}_{20} \end{cases}$$

Dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \end{bmatrix}$$

Mạng không nguồn:

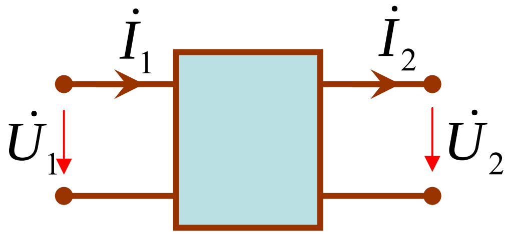
$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_{20} = 0$$

Mạng hai cửa tuyến tính, tương hỗ thì: $Z_{12} = -Z_{21}$

Xác định bộ số Z qua việc xét hai chế độ: hở mạch cửa 1 và hở mạch cửa 2

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

4. Bộ số Y



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 + \dot{I}_{10} \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 + \dot{I}_{20} \end{cases}$$

Dạng ma trận:

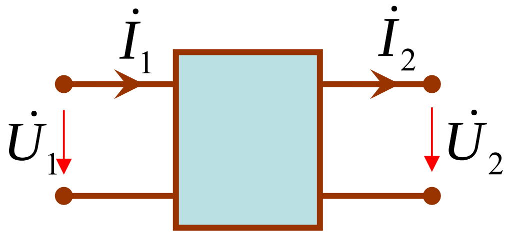
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_{10} \\ \dot{I}_{20} \end{bmatrix}$$

$$Y = Z^{-1}$$

Xác định bộ số Y qua việc xét hai chế độ: ngắn mạch cửa 1 và ngắn mạch cửa 2

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

5. Bộ số H



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 + \dot{U}_{10} \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 + \dot{I}_{20} \end{cases}$$

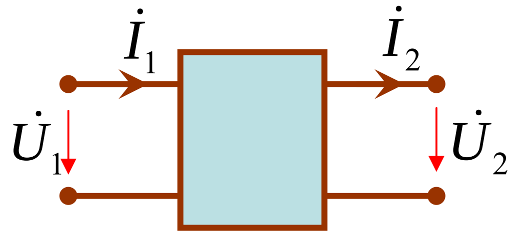
Dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{I}_{20} \end{bmatrix}$$

Xác định bộ số H qua hai chế độ: hở mạch cửa 1 và ngắn mạch cửa 2

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

6. Bộ số G



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = G_{11}\dot{U}_1 + G_{12}\dot{I}_2 + \dot{I}_{10} \\ \dot{U}_2 = G_{21}\dot{U}_1 + G_{22}\dot{I}_2 + \dot{U}_{20} \end{cases}$$

Dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_{10} \\ \dot{U}_{20} \end{bmatrix}$$

$$G = H^{-1}$$

Xác định bộ số G qua hai chế độ: ngắn mạch cửa 1 và hở mạch cửa 2

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

7. Nhận xét

- Mỗi mạng 2 cửa có một bộ số ác định, phụ thuộc vào kết cấu và thông số của mạch.

- Mạng 2 cửa có nguồn, không tương hỗ có 6 hệ số độc lập

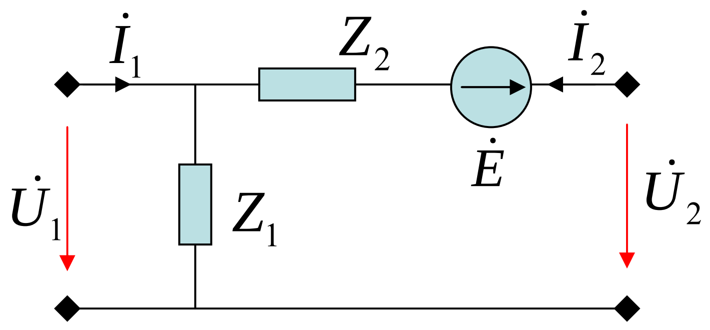
- Mạng 2 cửa không nguồn, không tương hỗ có 4 hệ số độc lập

- Mạng 2 cửa không nguồn, tương hỗ có 3 hệ số độc lập ($Z_{12} = Z_{21}$, detA = ±1)

- Mạng 2 cửa đối xứng có 2 hệ số độc lập

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

8. Ví dụ



Xác định bộ số Z của mạng 2 cửa hình bên?

Phương trình tổng quát:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dot{U}_{20} \end{cases}$$

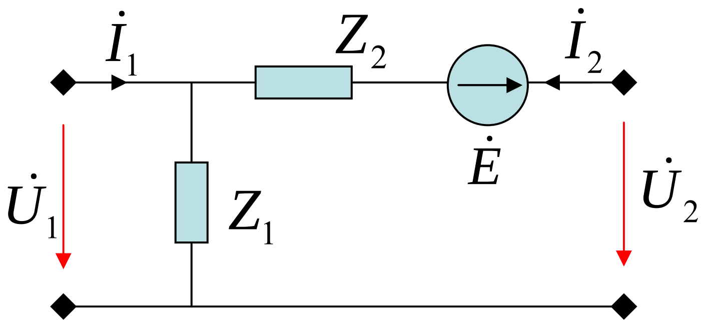
Xác định qua 3 chế độ:

+ Hở mạch 2 cửa $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = 0$

Ta có: $\begin{cases} \dot{U}_{10} = \dot{U}_1 = 0 \\ \dot{U}_{20} = \dot{U}_2 = \dot{E} \end{cases}$

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

8. Ví dụ



+ Hở mạch cửa 1: $\dot{I}_1 = 0$

- Từ phương trình, ta có:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{22}\dot{I}_2 + \dot{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{12} = \dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \\ Z_{22} = \dfrac{\dot{U}_2 - \dot{E}}{\dot{I}_2} \end{cases}$$

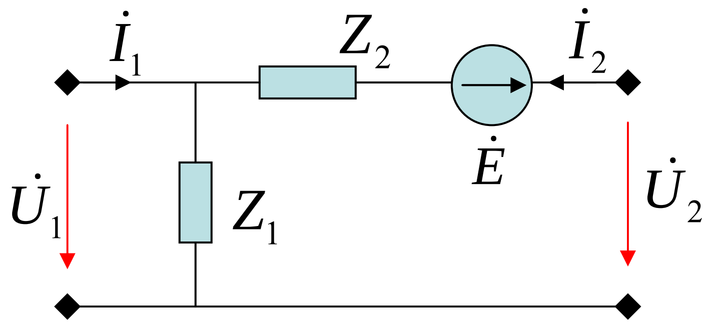
- Từ mạch, tìm $\dot{U}_1, \dot{I}_2$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \dot{E}}{Z_1 + Z_2}, \dot{U}_1 = Z_1\dot{I}_2 = \frac{Z_1\left(\dot{U}_2 - \dot{E}\right)}{Z_1 + Z_2}$$

Do đó: $Z_{12} = \dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = Z_1, Z_{22} = \dfrac{\dot{U}_2 - \dot{E}}{\dot{I}_2} = Z_1 + Z_2$

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

8. Ví dụ



+ Hở mạch cửa 2: $\dot{I}_2 = 0$

- Từ phương trình, ta có:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + \dot{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{11} = \dot{U}_1 / \dot{I}_1 \\ Z_{21} = \left(\dot{U}_2 - \dot{E}\right) / \dot{I}_1 \end{cases}$$

- Từ mạch, tìm $\dot{U}_2, \dot{I}_1$

$$\dot{U}_2 = Z_1\dot{I}_1 + \dot{E}, \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1}$$

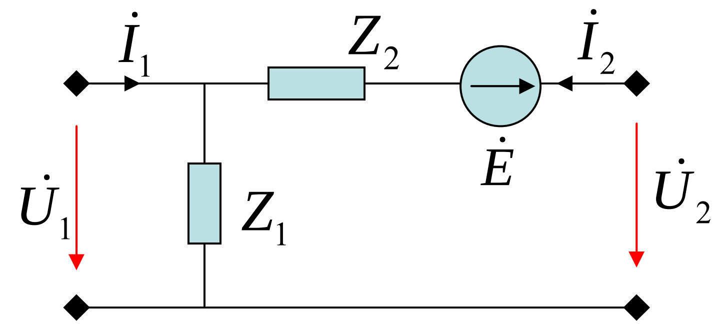
Do đó: $$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_1, Z_{21} = \frac{\dot{U}_2 - \dot{E}}{\dot{I}_1} = \frac{Z_1\dot{I}_1 + \dot{E} - \dot{E}}{\dot{I}_1} = Z_1$$

V.6. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẠNG HAI CỬA

8. Ví dụ

Bộ số Z của mạng 2 cửa hình bên tìm được như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E} \end{bmatrix}$$

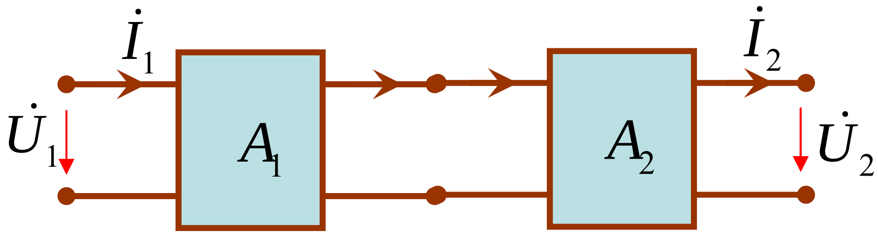


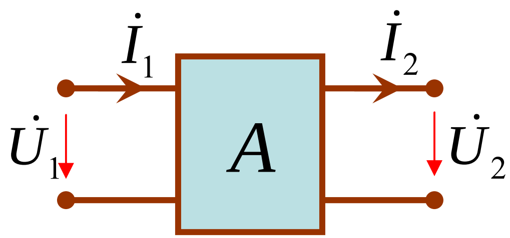
Lưu ý:

Từ dạng phương trình này có thể suy ra dạng phương trình khác của mạng 2 cửa

V.7. GHÉP NỐI CÁC MẠNG HAI CỬA

1. Nối xâu chuỗi

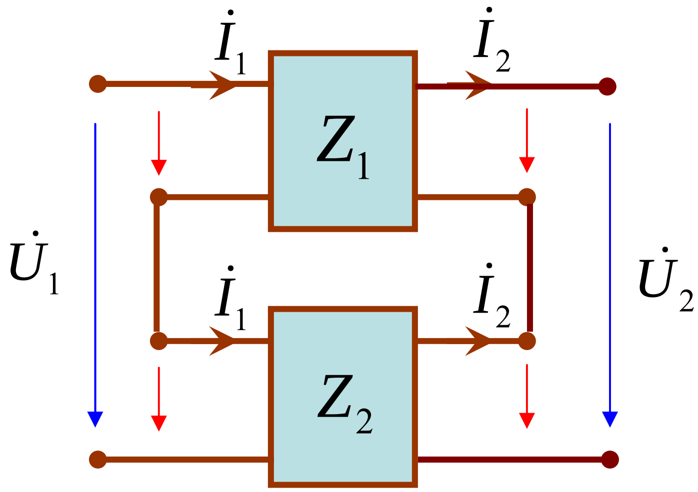


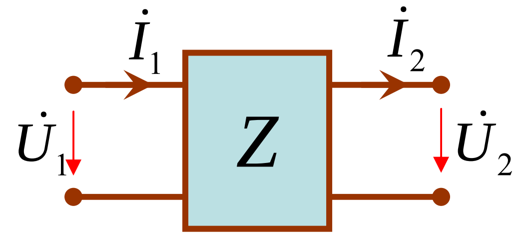


$$A = A_1 . A_2$$

V.7. GHÉP NỐI CÁC MẠNG HAI CỬA

2. Nối nối tiếp

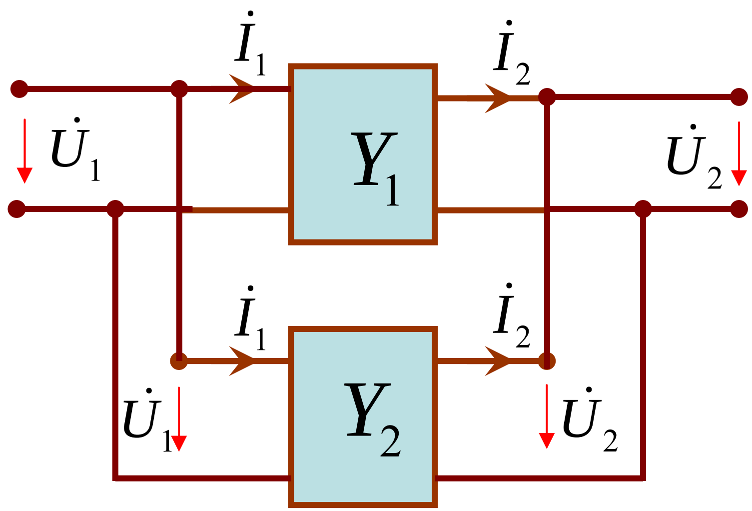


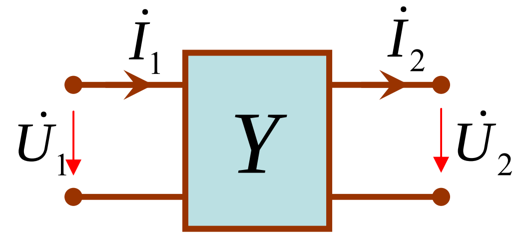


$$Z = Z_1 + Z_2$$

V.7. GHÉP NỐI CÁC MẠNG HAI CỬA

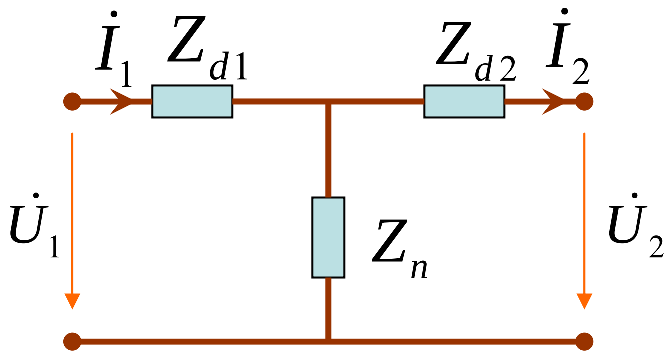
3. Nối song song





$$Y = Y_1 + Y_2$$

V.8. MẠNG HAI CỬA HÌNH T VÀ Π



Tính bộ số A của mạng 2 cửa hình T.
Phương trình bộ số A:

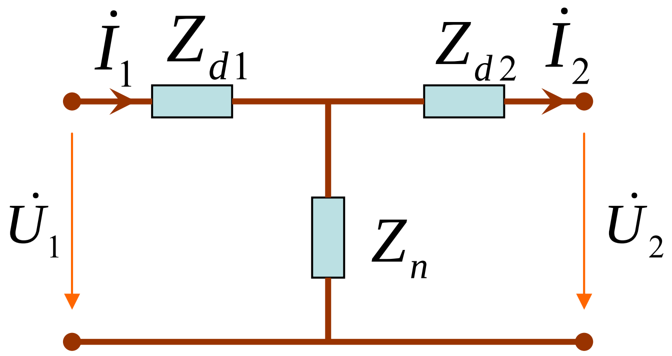
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Hở mạch cửa 2:

Từ mạch, ta có: $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_1}{Z_{d1} + Z_n}, \dot{U}_2 = \dot{I}_1 Z_n = \dfrac{\dot{U}_1 Z_n}{Z_{d1} + Z_n}$

Do đó: $A_{11} = \dfrac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1 + \dfrac{Z_{d1}}{Z_n}$ $\qquad A_{21} = \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \dfrac{1}{Z_n}$

V.8. MẠNG HAI CỬA HÌNH T VÀ Π



Ngắn mạch cửa 2:

Từ mạch, ta có:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{d1} + \dfrac{Z_n Z_{d2}}{Z_n + Z_{d2}}} = \frac{(Z_n + Z_{d2})\dot{U}_1}{Z_{d1}Z_n + Z_{d2}Z_n + Z_{d1}Z_{d2}}$$

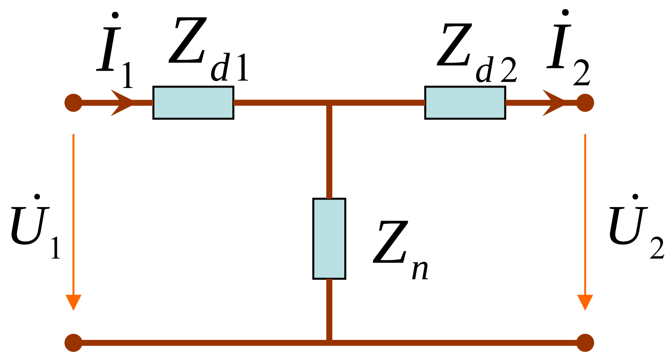
$$\dot{I}_2 = \frac{Z_n \dot{U}_1}{Z_{d1}Z_n + Z_{d2}Z_n + Z_{d1}Z_{d2}}$$

Do đó:

$$A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n}$$

$$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

V.8. MẠNG HAI CỬA HÌNH T VÀ Π



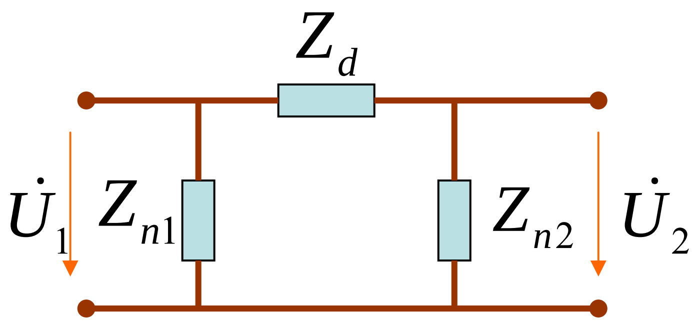
$$A = \begin{pmatrix} 1+\dfrac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1}+Z_{d2}+\dfrac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n} \\ \dfrac{1}{Z_n} & 1+\dfrac{Z_{d2}}{Z_n} \end{pmatrix}$$

Có thể thay mạng hai cửa Kirchhoff bất kì cùng bộ số A của nó bằng 1 mạng hình T tương đương, với các thông số như sau:

$$Z_n = \frac{1}{A_{21}} \qquad Z_{d1} = \frac{1}{A_{21}}\left(A_{11}-1\right) \qquad Z_{d2} = \frac{1}{A_{21}}\left(A_{22}-1\right)$$

V.8. MẠNG HAI CỬA HÌNH T VÀ Π

Mạng hình Π



Có thể thay tương đương mạng 2 cửa Kirchoff không nguồn bất kì với bộ số A của nó bằng mạng hình Π. Trong đó:

$$Z_d = A_{12} \qquad Z_{n1} = \frac{A_{12}}{A_{22} - 1} \qquad Z_{n2} = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1}$$

V.9. CÁC HÀM TRUYỀN ĐẠT ÁP VÀ HÀM TRUYỀN ĐẠT DÒNG

Khi quan tâm đến việc truyền tín hiệu đi là một trong hai trạng thái dòng hay áp trên cửa và quá trình truyền chúng đi qua mạng, khi đó chỉ cần xét các hàm truyền đạt (không cần xét cả hệ 2 phương trình với 4 thông số đặc trưng của mạng)

+ Hàm truyền đạt áp: $$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$

+ Hàm truyền đạt dòng: $$K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$$

+ Quan hệ công suất: $$K_s = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1}$$

V.9. CÁC HÀM TRUYỀN ĐẠT ÁP VÀ HÀM TRUYỀN ĐẠT DÒNG

+ Khi tải biến thiên thì các hàm truyền đạt phụ thuộc vào cả thông số của mạng và tải

$$K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{1}{A_{21}Z_2 + A_{22}}$$

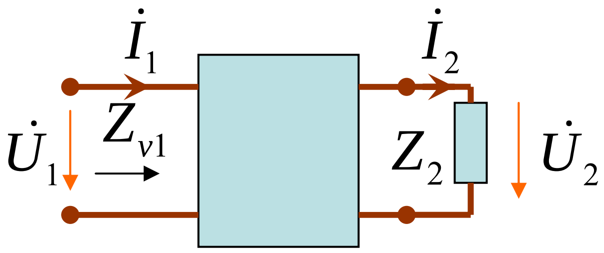
$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{I}_2 Z_2}{A_{11}\dot{I}_2 Z_2 + A_{12}\dot{I}_2} = \frac{Z_2}{A_{11}Z_2 + A_{12}}$$

$$K_s = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1} = \frac{\dot{U}_2 \overset{\frown}{I}_2}{\dot{U}_1 \overset{\frown}{I}_1} = K_u \overset{\frown}{K}_i$$

V.9. CÁC HÀM TRUYỀN ĐẠT ÁP VÀ HÀM TRUYỀN ĐẠT DÒNG

Khi quan tâm tới việc trao đổi năng lượng tín hiệu với mạch ngoài, không xét sự truyền đạt giữa hai cửa, ta còn dùng khái niệm tổng trở vào của mạng.

$$Z_{v1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}Z_2 + A_{12}}{A_{21}Z_2 + A_{22}}$$



+ Tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch

+ Hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa

V.9. PHÂN TÍCH MẠCH CHỨA PHẦN TỬ PHỨC HỢP

Với mạng một cửa:

Sử dụng định lý Thevenin và Norton

Với mạng hai cửa:

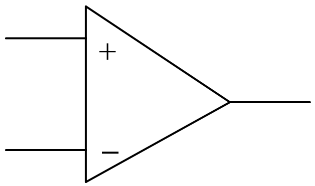
Sử dụng bộ số Y, Z và dựa vào hệ phương trình đặc trưng của mạng để giải (thay thế bằng nguồn dòng và nguồn áp phụ thuộc)

+ Dùng phương pháp thế đỉnh cho nguồn dòng

+ Dùng phương pháp dòng vòng cho nguồn áp

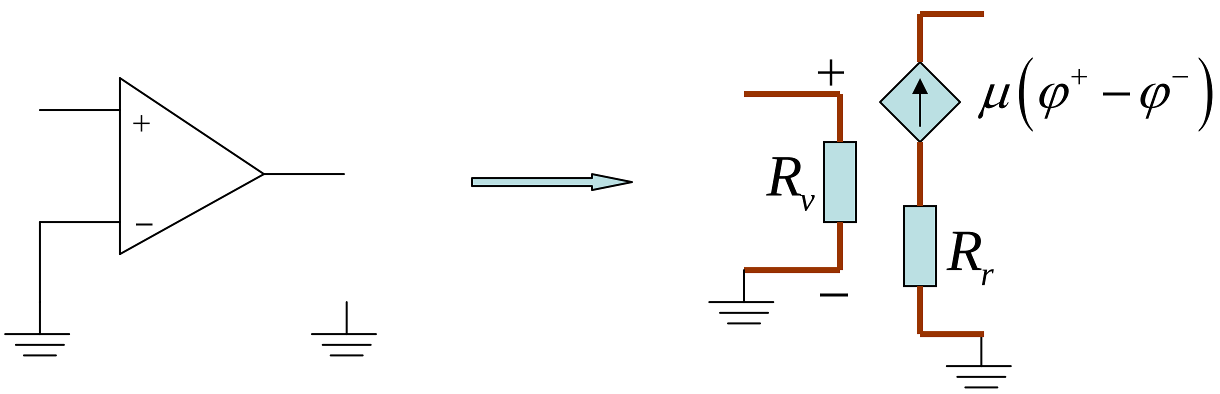
V.9. PHÂN TÍCH MẠCH CHỨA PHẦN TỬ PHỨC HỢP

Khuyếch đại thuật toán:



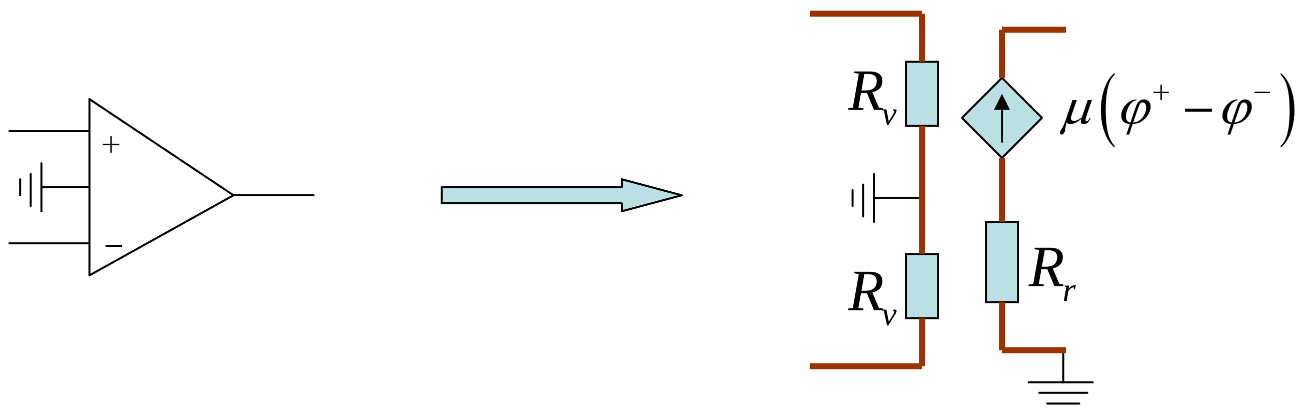
- Điện trở vào
- Điện trở ra
- Hệ số khuyếch đại trong

Sơ đồ thay thế tương đương:



V.9. PHÂN TÍCH MẠCH CHỨA PHẦN TỬ PHỨC HỢP

Sơ đồ thay thế của khuyếch đại mắc vi sai:



Chương VI

MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH VỚI KÍCH THÍCH CHU KỲ KHÔNG ĐIỀU HÒA

VI.1. NGUYÊN TẮC CHUNG

- Thực tế cần tính mạch điện có kích thích chu kỳ không sin (hệ thống điện có cầu chỉnh lưu cỡ lớn, hồ quang điện, biến tần,…)

- Phương pháp giải:

+ Phân tích nguồn chu kỳ thành tổng các thành phần điều hòa (khác tần số)

$$e_T(t) = \sum e_k(t) = \sum \sqrt{2} E_k \sin(k\omega t + \psi_k)$$

+ Cho từng thành phần kích thích tác động, tính đáp ứng của mạch

+ Tổng hợp kết quả $i(t) = \sum i_k(t) \quad u(t) = \sum u_k(t)$

VI.1. NGUYÊN TẮC CHUNG

- Nguồn chu kỳ được chuyển sang thành tổng các tín hiệu điều hòa dựa vào chuỗi Fourier

$$f_{ck}(t) = f_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(\mathrm{k}\omega \mathrm{t} + \psi_{\mathrm{k}})$$

$k \in Z^+$

ω - Tần số sơ bản của các thành phần điều hòa

VI.2. GIẢI MẠCH ĐIỆN CÓ KÍCH THÍCH MỘT CHIỀU

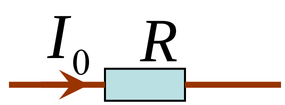
1. Đặc điểm của mạch một chiều

+ Nguồn một chiều: giá trị không đổi theo thời gian

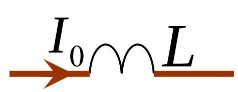
+ Ở chế độ xác lập:

$$\frac{di}{dt} = 0, \frac{du}{dt} = 0$$

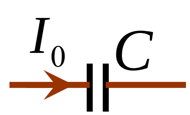
Do đó:



$$U_0 = RI_0$$



$$U_{L0} = L\frac{dI_0}{dt} = 0$$



$$I_{C0} = C\frac{du}{dt} = 0$$

VI.2. GIẢI MẠCH ĐIỆN CÓ KÍCH THÍCH MỘT CHIỀU

2. Cách giải mạch điện một chiều ở chế độ xác lập

+ Bỏ qua nhánh chứa tụ khi giải mạch

+ Bỏ qua cuộn cảm trong nhánh chứa cuộn cảm

+ Mạch "chỉ còn" các phần tử điện trở

+ Hệ phương trình lập theo phương pháp dòng nhánh, dòng vòng, thế đỉnh DẠNG ĐẠI SỐ

+ Các phép biến đổi mạch vẫn đúng cho mạch một chiều

VI.3. TRỊ HIỆU DỤNG VÀ CÔNG SUẤT CỦA HÀM CHU KỲ

1. Trị hiệu dụng

Với dòng điện: $$i(t) = \sum_k i_k(t) = \sum_k \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \psi_k)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[\sum \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \psi_k)\right]^2 dt}$$

$$I = \sqrt{\sum \frac{1}{T}\int_0^T i_k^2 dt + \sum \frac{1}{T}\int_0^T i_k i_l dt} = \sqrt{\sum_k I_k^2}$$

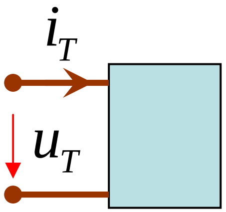
Tương tự: $$U = \sqrt{\sum_k U_k^2} \qquad E = \sqrt{\sum_k E_k^2}$$

VI.3. TRỊ HIỆU DỤNG VÀ CÔNG SUẤT CỦA HÀM CHU KỲ

2. Công suất

Công suất đưa vào phần tử:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u_T i_T \, dt = \frac{1}{T}\int_0^T \sum u_k \sum i_k \, dt$$



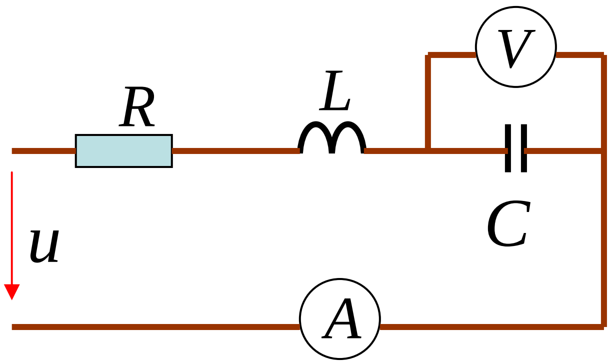
$$P = \sum \frac{1}{T}\int_0^T u_k i_k \, dt + \sum \frac{1}{T}\int_0^T u_k i_l \, dt = \sum P_k$$

+ Hệ số méo: $K_{meo} = \dfrac{\sqrt{\sum_{k\neq 1} I_k^2}}{I_1}$

+ Hệ số đỉnh: $K_{dinh} = \dfrac{I_m}{I}$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

1. Ví dụ thứ nhất



$$u = 20 + 100\sqrt{2}\sin 314t + 20\sqrt{2}\sin\left(3.314t - 20^0\right)V$$

$$R = 10\Omega; L = 0,1H; C = 10^{-6}F$$

Tính số chỉ của ampemet, vonmet và công suất nguồn?

Giải

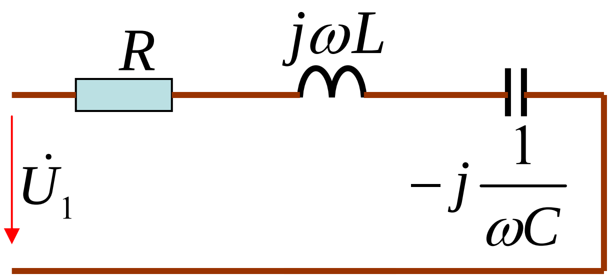
+ Cho thành phần một chiều tác động:

Do C hở mạch nên: $I_0 = 0A \quad U_{C0} = 0V \quad P_0 = U_0 I_0$

+ Cho thành phần xoay chiều thứ nhất tác động: $\left(\omega = 314 rad/s\right)$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

1. Ví dụ thứ nhất



$$Z_1 = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \qquad \dot{U}_1 = 100\measuredangle 0^0$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} \qquad \dot{U}_{C1} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_1$$

$$P_{u1} = \mathrm{Re}\left\{\dot{U}_1\hat{I}_1\right\}$$

+ Cho thành phần xoay chiều thứ hai tác động $\left(\omega = 3.314 rad/s\right)$

Sơ đồ tính toán vẫn như trên nhưng tổng trở của cuộn cảm và tụ C thay đổi

$$\dot{U}_3 = 20\measuredangle -20^0 V \qquad Z_3 = R + j\left(\omega_3 L - \frac{1}{\omega_3 C}\right) \qquad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{Z_3}$$

$$\dot{U}_{C3} = -j\frac{1}{\omega_3 C}\dot{I}_3 \qquad P_{u3} = \mathrm{Re}\left\{\dot{U}_3\hat{I}_3\right\}$$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

1. Ví dụ thứ nhất

+ Tổng hợp kết quả:

- Số chỉ của ampemet: $I = \sqrt{I_0 + I_1 + I_3} = \sqrt{I_1 + I_3}$

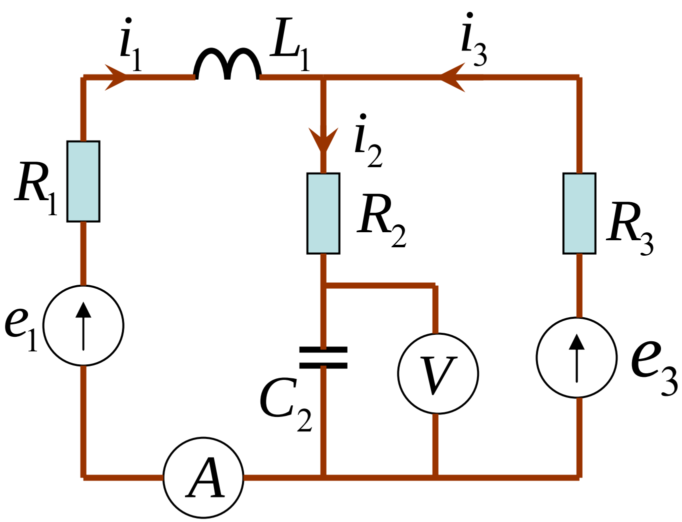
- Số chỉ của vonmet: $U_c = \sqrt{U_{C0} + U_{C1} + U_{C3}}$

- Công suất tác dụng của nguồn:

$$P_u = P_{u0} + P_{u1} + P_{u3} = P_{u1} + P_{u3}$$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

2. Ví dụ thứ hai



$$e_1 = 10 + 100\sqrt{2}\sin 10^3 t \ \ V$$

$$e_3 = 220\sqrt{2}\sin\left(10^3 t - 20^0\right) + 150\sqrt{2}\sin\left(3.10^3 t + 40^0\right) \ \ V$$

$$R_1 = 100\Omega; L_1 = 0,2H; R_2 = 50\Omega; C_2 = 10^{-4}F; R_3 = 50\Omega$$

Tính số chỉ của vonmet, ampemet, $i_3(t), P_{e1}, P_{e3}$?

Giải

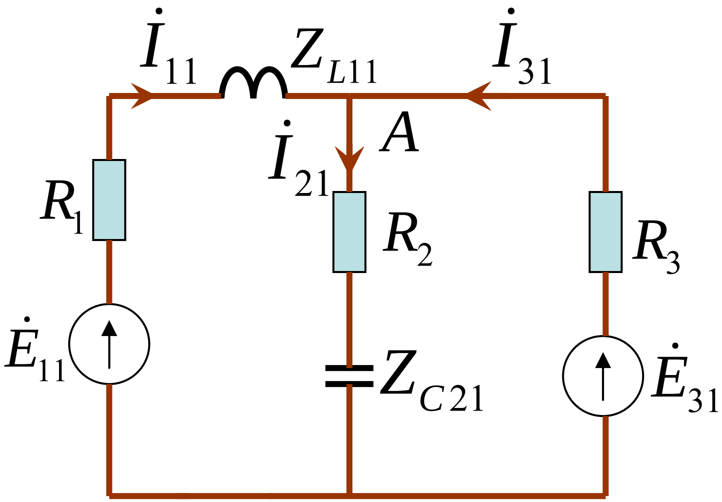
+ Cho thành phần một chiều tác động:

$$I_{20} = 0A; I_{10} = -I_{30} = \frac{E_{10}}{R_1 + R_3} \qquad U_{C0} = -I_{30}R_3 \qquad P_{E10} = E_{10}I_{10}; P_{E30} = 0$$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

2. Ví dụ thứ hai

+ Cho thành phần xoay chiều thứ nhất tác động: $\left(\omega = 10^3 \, rad/s\right)$



$$\dot{\varphi}_{A1} = \frac{Y_{11}\dot{E}_{11} + Y_{31}\dot{E}_{31}}{Y_{11} + Y_{21} + Y_{31}}$$

$$\dot{I}_{11} = Y_{11}\left(\dot{E}_{11} - \dot{\varphi}_{A1}\right) \qquad \dot{I}_{21} = Y_{21}\dot{\varphi}_{A1}$$

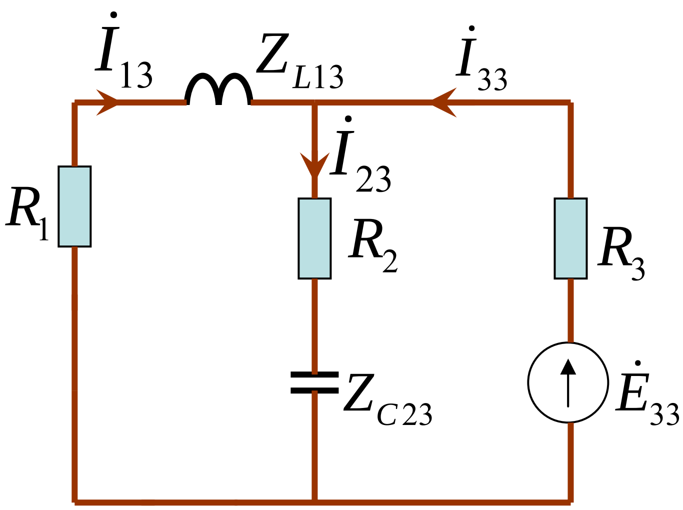
$$\dot{I}_{31} = Y_{31}\left(\dot{E}_{31} - \dot{\varphi}_{A1}\right) \qquad \dot{U}_{C11} = Z_{C21}\dot{I}_{21}$$

$$P_{E11} = \mathrm{Re}\left\{\dot{E}_{11}\hat{I}_{11}\right\} \qquad P_{E31} = \mathrm{Re}\left\{\dot{E}_{31}\hat{I}_{31}\right\}$$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

2. Ví dụ thứ hai

+ Cho thành phần xoay chiều thứ hai tác động $\left(\omega = 3.10^3 rad/s\right)$



$$\dot{\varphi}_{A3} = \frac{Y_{33}\dot{E}_{33}}{Y_{13} + Y_{23} + Y_{33}}$$

$$\dot{I}_{13} = -Y_{13}\dot{\varphi}_{A3} \qquad \dot{I}_{23} = Y_{23}\dot{\varphi}_{A3}$$

$$\dot{I}_{33} = Y_{33}\left(\dot{E}_{33} - \dot{\varphi}_{A3}\right) \qquad \dot{U}_{C23} = Z_{C23}\dot{I}_{33}$$

$$P_{E13} = 0 \qquad P_{E33} = \mathrm{Re}\left\{\dot{E}_{33}\hat{I}_{33}\right\}$$

VI.4. VÍ DỤ ÁP DỤNG

2. Ví dụ thứ hai

+ Tổng hợp kết quả:

- Số chỉ của ampemet: $I_1 = \sqrt{I_{10}^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2} \quad A$
- Số chỉ của vonmet: $U_C = \sqrt{U_{C20}^2 + U_{C21}^2 + U_{C23}^2} \quad V$
- Giá trị tức thời của dòng điện i_3: $i_3(t) = I_{30} + i_{31}(t) + i_{33}(t) \quad A$
- Công suất các nguồn: $P_{E1} = P_{E10} + P_{E11} \quad \mathrm{W}$

$$P_{E3} = P_{E31} + P_{E33} \quad \mathrm{W}$$

VI.5. PHỔ TẦN CỦA HÀM CHU KỲ KHÔNG ĐIỀU HÒA

1. Phổ biên độ và phổ pha

- Tín hiệu chu kỳ được phân tích thành: $f(\omega t) = \sum_{0}^{\infty} F_{km} \cos(k\omega t + \psi_k)$

F_{km}, ψ_k phân bố theo tần số và phụ thuộc vào dạng của $f(\omega t)$

$F_{km} = F_{km}(\omega), \psi_k = \psi_k(\omega)$ **được gọi là phổ biên độ và phổ pha của hàm chu kỳ**

- Với các hàm chu kỳ: $F_{km}(\omega)$, $\psi_{km}(\omega)$ có giá trị khác không tại các điểm rời rạc kω trên trục tần số, ta gọi là ***phổ vạch*** hay phổ gián đoạn.

- Tín hiệu không chu kỳ (xung đơn hoặc tín hiệu hằng), có thể coi T→∞, do đó ω → 0. Các vạch phổ xít nhau, phân bố liên tục theo tần số, ta có ***phổ đặc*** hay phổ liên tục.

- Với các tín hiệu chu kì dạng đối xứng qua trục thời gian, chuỗi Fourier không có thành phần điều hòa chẵn, phổ sẽ triệt tiêu ở các điểm 2k

VI.5. PHỔ TẦN CỦA HÀM CHU KỲ KHÔNG ĐIỀU HÒA

2. Dạng phức của phổ

+ Tín hiệu biểu diễn dưới dạng phổ tần qua các cặp phổ: $\left[F_{km}(k\omega),\psi_k(k\omega)\right]$

+ Ở mỗi tần số kω, phổ tần xác định bằng một cặp: F_{km},ψ_k

Biểu diễn các căp số module – góc pha này dưới dạng phức. Các giá trị này phân bố rời rạc theo tần số, tạo thành ***phổ tần phức.***

$$\dot{F}_{km} = F_{km}e^{j\psi_k}$$

$$f(\omega t) = f_0 + \sum_1^{\infty} F_{km}\cos(\mathrm{k}\omega\mathrm{t}+\psi_\mathrm{k}) = f_0 + \frac{1}{2}\sum_1^{\infty} F_{km}e^{j\psi_k}e^{jk\omega t} + \frac{1}{2}\sum_1^{\infty} F_{km}e^{-j\psi_k}e^{-jk\omega t}$$

$$f(\omega t) = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty} F_{km}e^{j\psi_k}e^{jk\omega t} = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{km}e^{jk\omega t} \qquad (*)$$

(*) là công thức liên hệ giữa hàm thời gian và phổ tần của nó

VI.5. PHỔ TẦN CỦA HÀM CHU KỲ KHÔNG ĐIỀU HÒA

2. Dạng phức của phổ

$$f\left(\omega t\right) = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty} F_{km} e^{j\psi_k} e^{jk\omega t} = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_{km} e^{jk\omega t} \qquad (*)$$

$(*)$ có giá trị phức rời rạc theo tần số ω. Trị tuyệt đối của mođule hàm số là ***phổ biên độ***, còn argumen là ***phổ pha***.

Quy ước:

$$\frac{1}{2} F_{om} e^{j\psi_0} = f_0$$

$$F_{0m} = 2 f_0 ; \psi_0 = 0$$

VI.5. PHỔ TẦN CỦA HÀM CHU KỲ KHÔNG ĐIỀU HÒA

3. Tính phổ phức theo tín hiệu đã cho

Nhân hai vế của (*) với $\dfrac{e^{-jk\omega t}}{\pi}$ lấy tích phân trong một chu kỳ:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)e^{-jk\omega t}d\omega t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\dot{F}_{km}d\omega t + \sum_{l=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi}\int \dot{F}_{km}e^{j(l-k)\omega t}d\omega t$$

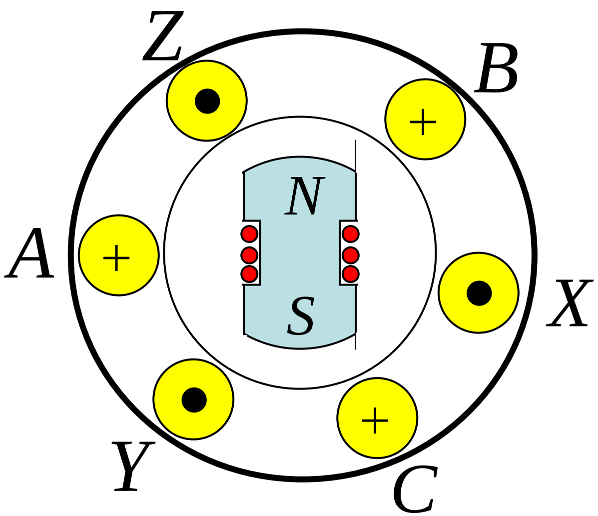
$$\dot{F}_{km} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)e^{-jk\omega t}d\omega t \qquad (*)$$

Chương VII.

MẠCH ĐIỆN BA PHA

VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

- Hệ thống điện ba pha được sử dụng rộng rãi
- Hệ thống ba pha gồm nguồn ba pha và tải ba pha



- Nguồn ba pha gồm 3 sức điện động một pha, được tạo bởi máy phát điện 3 pha.

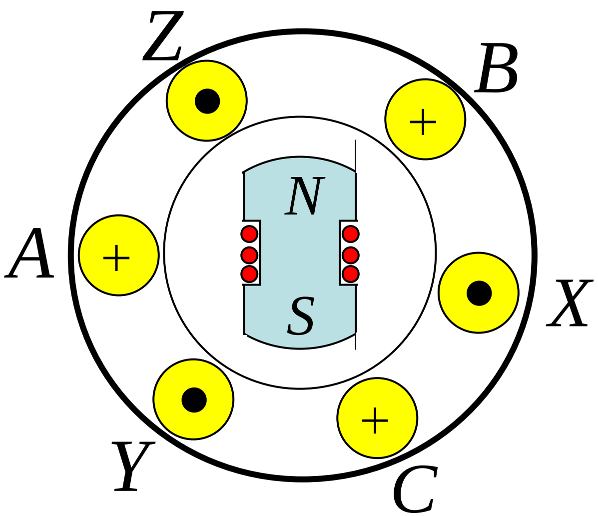
1. Cấu tạo của máy phát điện ba pha:

+ Stato: hình trụ rỗng, ghép từ các lá thép kỹ thuật điện, đặt 3 cuộn dây AX, BY,CZ, lệch nhau đôi một một góc 120^0

+ Roto: hình trụ, là nam châm điện nuôi bằng nguồn một chiều, quay tự do trong lòng stato

VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

Khi roto quay, trong các dây A, B, C xuất hiện các sức điện động xoay chiều



$$\mathrm{AX:e_A}(t) = E_A\sqrt{2}\sin\omega t$$

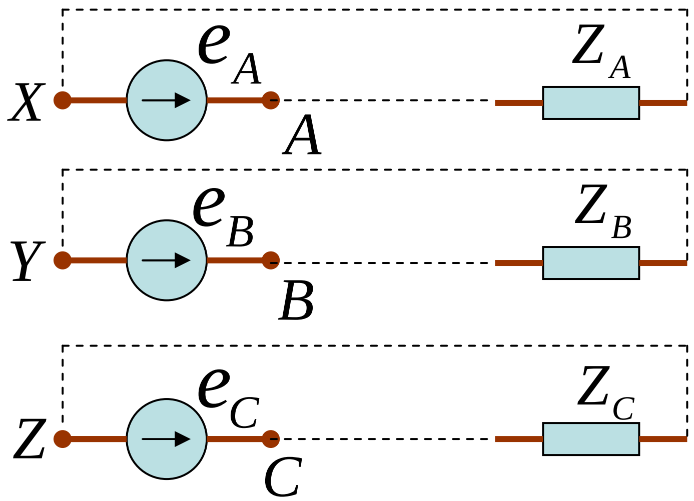
$$\mathrm{BY:e_B}(t) = E_B\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 120^0\right)$$

$$CZ: e_C(t) = E_C\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 240^0\right)$$

$$E_A = E_B = E_C$$

VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

2. Mô hình nối nguồn ba pha (có tải)



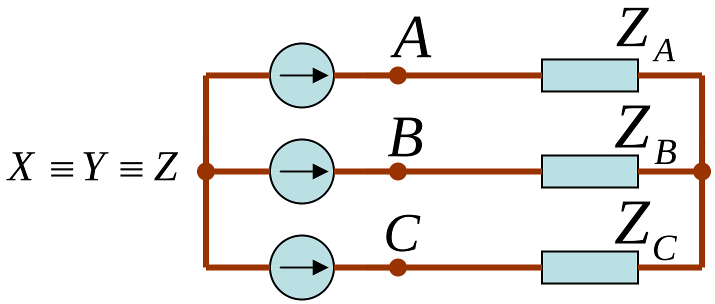
+ Đây là mô hình nối riêng biệt ba pha

+ Thực tế người ta nối sao (Y) hoặc tam giác (Δ) cả phía nguồn và tải

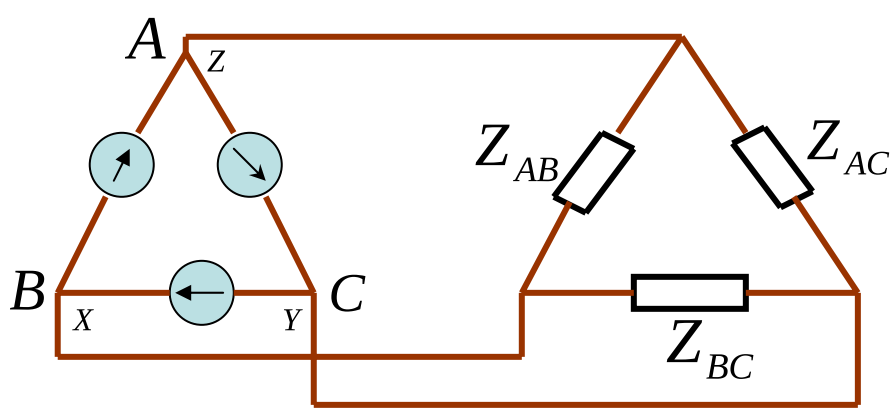
VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

Nối dây hệ thống ba pha

- Nối sao:



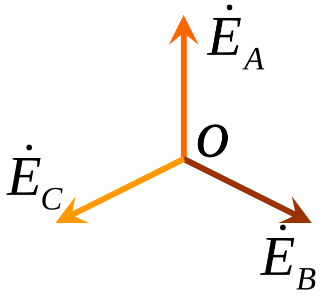
- Nối tam giác:



VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

3. Biểu diễn phức các sđđ nguồn ba pha

Với nguồn đối xứng thì:



$$\dot{E}_A = E_A e^{j0}$$
$$\dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^0}$$
$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j240^0}$$

Và do đó: $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$

+ Xét mạch ba pha tuyến tính ở chế độ XLĐH

+ Ba phương pháp cơ bản đã biết vẫn có thể dùng giải mạch ba pha

VII.1. KHÁI NIỆM VỀ HỆ THỐNG BA PHA

4. Khái niệm tải tĩnh và tải động

+ ***Tải tĩnh:*** giá trị hoàn toàn xác định, không phụ thuộc vào tính chất của nguồn

+ ***Tải động:*** giá trị thay đổi tùy theo tính bất đối xứng của nguồn. Chúng có giá trị xác định khi đặt dưới các nguồn đối xứng. (Có phương pháp giải riêng cho mạch ba pha tải động)

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

1. Đặc điểm

+ Mạch ba pha đối xứng là mạch có cả nguồn và tải đối xứng

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0, E_A = E_B = E_C$$

$$Z_A = Z_B = Z_C$$

+ Đặc điểm:

- Biết dòng, áp trên một pha có thể suy ra các đại lượng tương ứng trên các pha còn lại

- Mối liên hệ giữa dòng, áp:

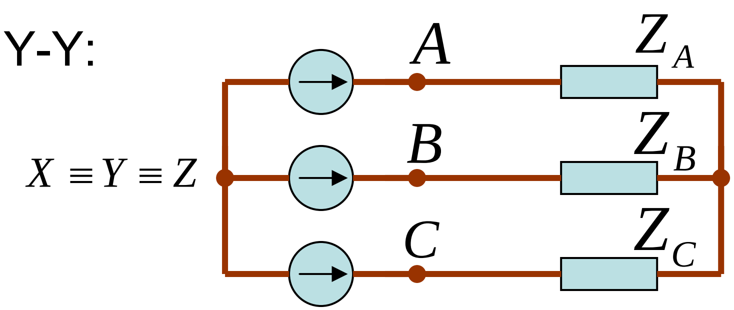
VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

1. Đặc điểm

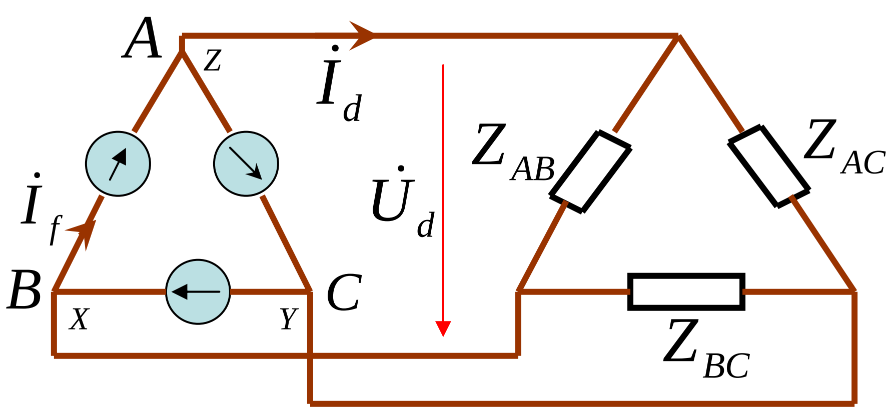
* Mạch ba pha đối xứng đấu Y-Y:

$$\dot{I}_d = \dot{I}_f$$

$$\dot{U}_d = \sqrt{3}\dot{U}_f e^{j30^0}$$



* Mạch ba pha đối xứng đấu Δ -Δ:



$$\dot{U}_d = \dot{U}_f$$

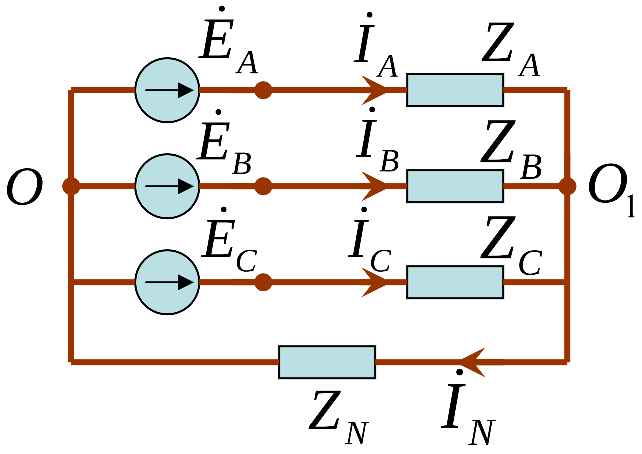
$$\dot{I}_d = \sqrt{3}\dot{I}_f e^{-j30^0}$$

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2. Phương pháp phân tích

- Tách riêng từng pha để tính do thế ở các điểm trung tính bằng nhau

2.1. Ví dụ 1



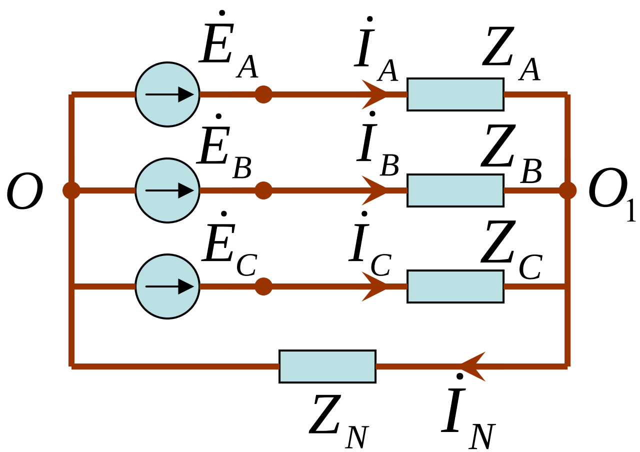
Cho mạch điện như hình bên. Tính dòng, áp trên các pha của tải và công suất nguồn?

Giải

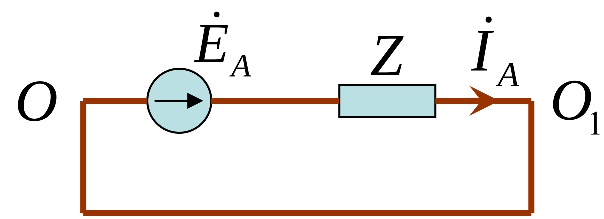
$$\dot{\varphi}_{O_1} = \frac{Y_A\dot{E}_A + Y_B\dot{E}_B + Y_C\dot{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} = \frac{Y\left(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C\right)}{3Y + Y_N} = 0$$

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2.1. Ví dụ 1



Như vậy, thế ở O và O_1 bằng nhau. Có thể nối bằng dây không trở kháng hai điểm đó và tách riêng từng pha để tính.

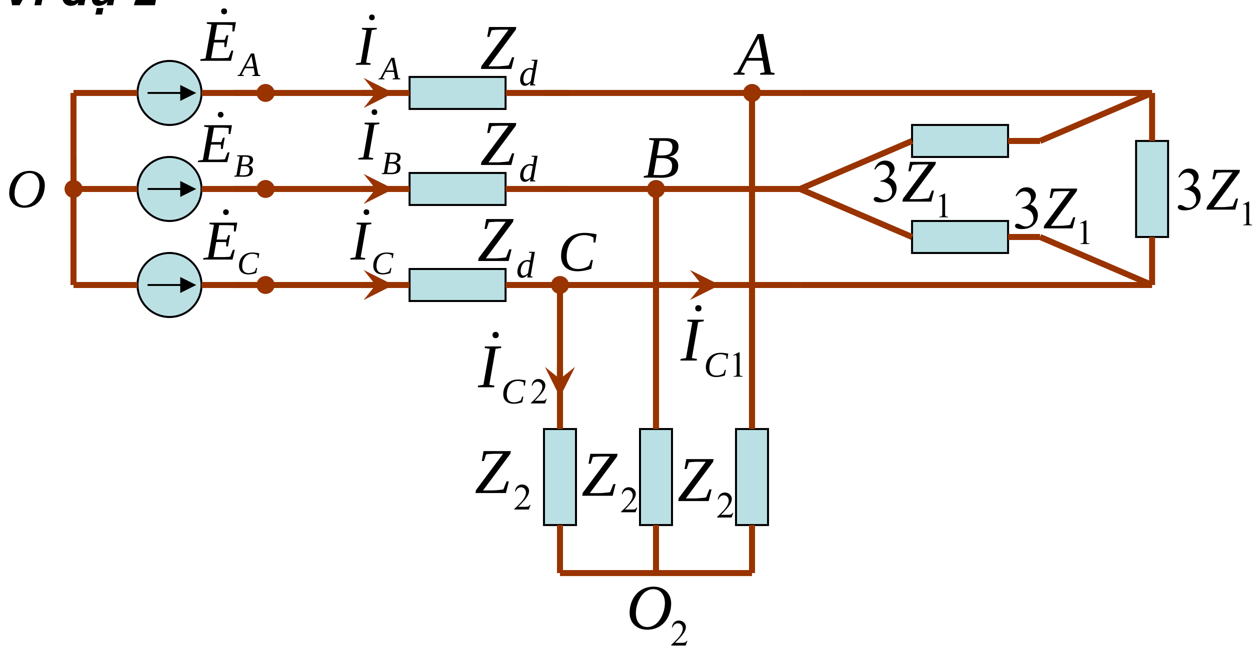


$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z} \qquad \dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^0}; \dot{I}_C = \dot{I}_A e^{-j240^0}$$

Công suất nguồn: $P_E = 3P_A = 3\,\mathrm{Re}\left\{\dot{E}_A \hat{I}_A\right\}$ (vì mạch ba pha đối xứng)

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

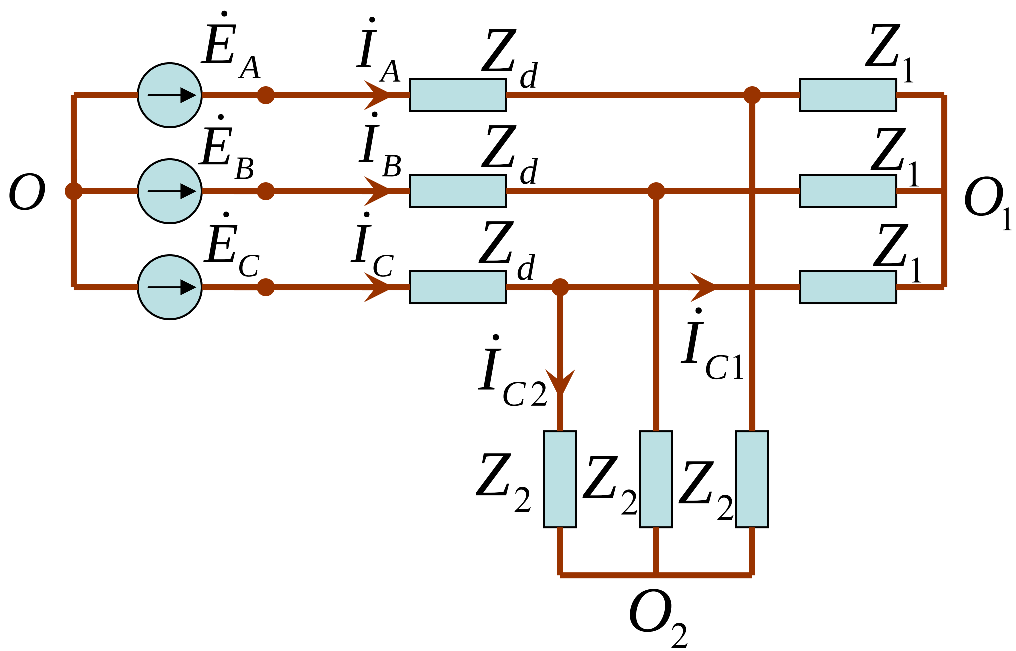
2.2. Ví dụ 2



Cho mạch ba pha đối xứng như hình vẽ trên. Tính điện áp rơi trên dây, công suất tiêu tán trên các bộ tải một và hai?

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2.2. Ví dụ 2

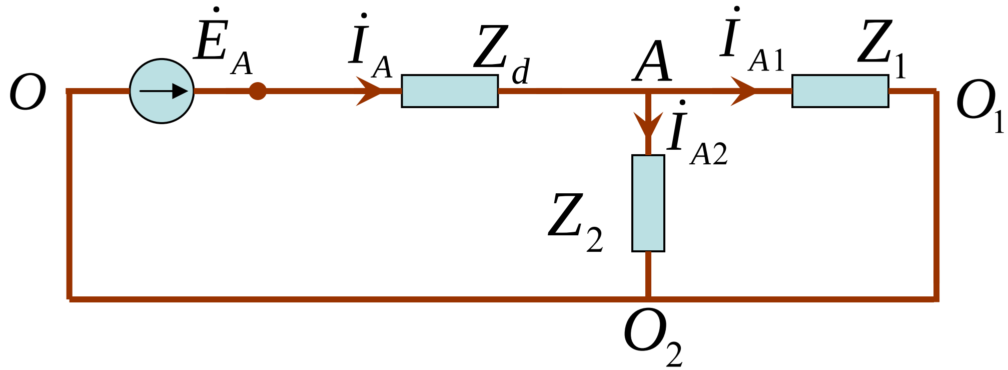


Dùng biến đổi Y-Δ, đưa mạch về dạng như hình bên

Chập các điểm trung tính và tách riêng từng pha để tính.

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2.2. Ví dụ 2



Giả sử tính cho pha A:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_d + \dfrac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

Từ đó suy ra: $\dot{I}_B; \dot{I}_C$

Sụt áp trên dây: $\dot{U}_{dA} = Z_d \dot{I}_A$

Dòng điện trên các nhánh: $\dot{I}_{A1} = \dfrac{\dot{E}_A - \dot{U}_{dA}}{Z_1}; \quad \dot{I}_{A2} = \dfrac{\dot{E}_A - \dot{U}_{dA}}{Z_2};$

VII.2. MẠCH BA PHA ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2.2. Ví dụ 2

Công suất tiêu tán trên bộ tải thứ nhất:

$$P_{t1} = 3P_{A1} = 3\,\mathrm{Re}\left\{Z_{A1}\dot{I}_{A1}\hat{I}_{A1}\right\}$$

Công suất tiêu tán trên bộ tải thứ nhất:

$$P_{t2} = 3P_{A2} = 3\,\mathrm{Re}\left\{Z_{A2}\dot{I}_{A2}\hat{I}_{A2}\right\}$$

VII.3. MẠCH BA PHA KHÔNG ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

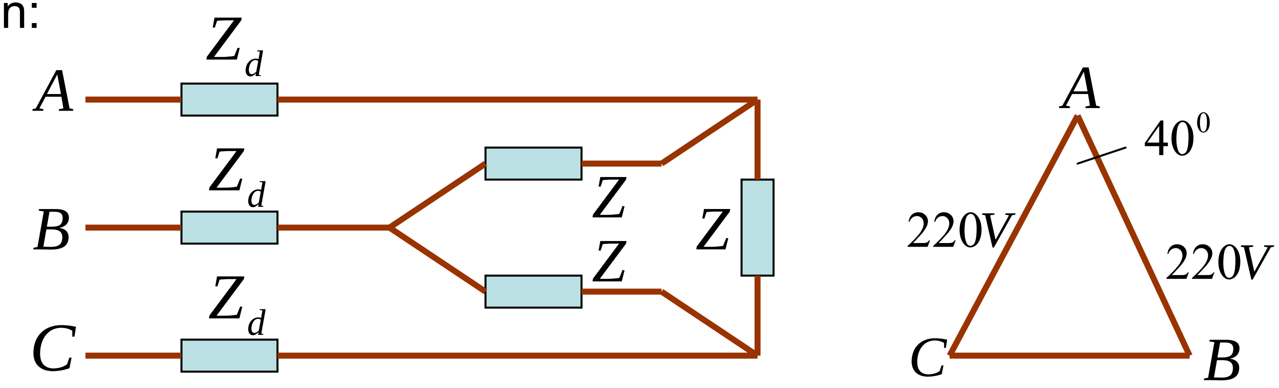
1. Nguyên tắc

- Phân tích mạch giống như mạch điện tuyến tính có nhiều nguồn kích thích ở chế độ XLĐH

- Thường cố gắng biến đổi về dạng mắc Y-Y, rồi dùng phương pháp thế đỉnh để giải

2. Ví dụ

Cho mạch điện:



VII.3. MẠCH BA PHA KHÔNG ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2. Ví dụ

Nguồn ba pha không đối xứng, cho dưới dạng tam giác điện áp dây. Tính công suất tiêu tán trên tải?

Giải

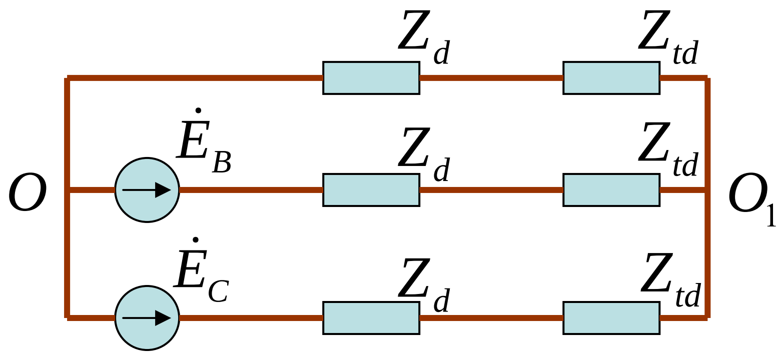
+ Chuyển nguồn dã cho về dạng các điện áp pha, trung tính giả chọn trùng điểm A. Ta có:

$$\dot{E}_A = 0; \dot{E}_B = \dot{U}_{BA} = 220\measuredangle 0^0; \dot{E}_C = \dot{U}_{CA} = 220\measuredangle -40^0$$

+ Chuyển tải nối Δ thành nối Y, ta có sơ đồ như sau:

VII.3. MẠCH BA PHA KHÔNG ĐỐI XỨNG, TẢI TĨNH

2. Ví dụ



+ Từ mạch hình bên, có thể dùng các phương pháp phân tích mạch đã biết để giải. Nên dùng thế đỉnh

+ Tính dòng trong các nhánh

+ Từ đó tính công suất tiêu tán trên tải

+ Chú ý: Tính dòng điện qua các tải nối tam giác?

VII.4. ĐO CÔNG SUẤT MẠCH BA PHA

1. Nguyên tắc

Đo, tính rồi công công suất từng pha lại

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C = P_A + P_B + P_C$$

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \hat{I}_A + \dot{U}_B \hat{I}_B + \dot{U}_C \hat{I}_C = P + jQ$$

2. Với mạch ba pha đối xứng: chỉ cần đo trên một pha rồi suy ra cả ba pha

$$P = 3P_A = 3U_f I_f \cos\varphi_A$$

$$Q = 3Q_A = 3U_f I_f \sin\varphi_A$$

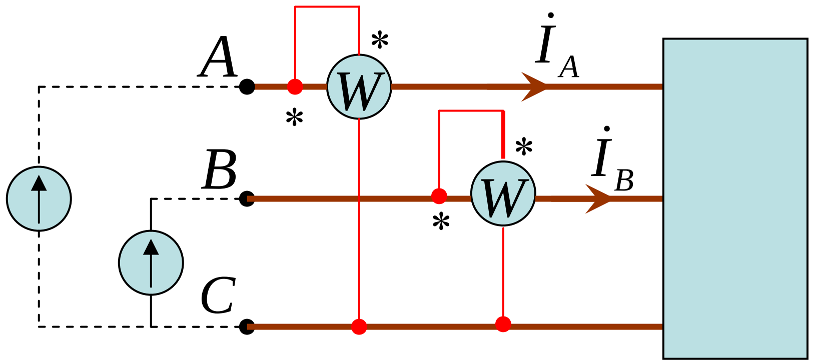
Thường tính theo các điện áp và dòng điện dây (cho cả đấu Y và Δ)

$$P = \sqrt{3} U_d I_d \cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3} U_d I_d \sin\varphi$$

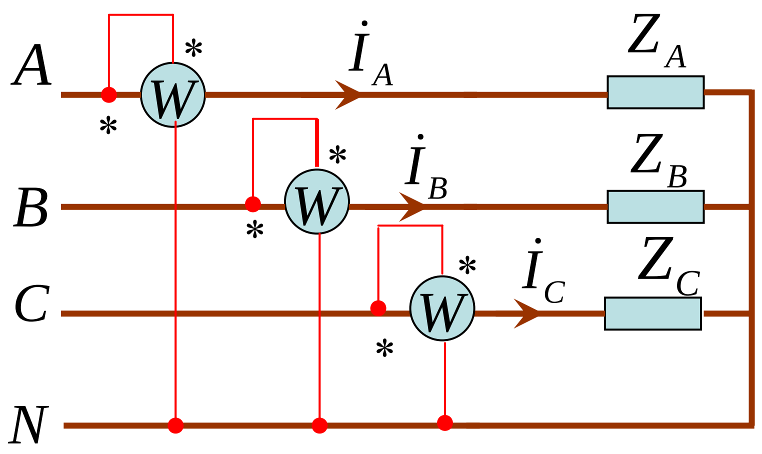
VII.4. ĐO CÔNG SUẤT MẠCH BA PHA

3. Mạch ba pha ba dây: dùng phương pháp 2 wattmet



$$P_{tai} = \mathrm{Re}\left\{\dot{U}_{AC}\hat{I}_A\right\} + \mathrm{Re}\left\{\dot{U}_{BC}\hat{I}_B\right\}$$

Với mạch ba pha 4 dây không đối xứng: dùng 3 wattmet



VII.4. PHƯƠNG PHÁP CÁC THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

+ Dùng giải mạch điện ba pha có tải động

+ Thí nghiệm thực tế: giá trị của tải động là “tĩnh” đối với mỗi thành phần đối xứng của nguồn

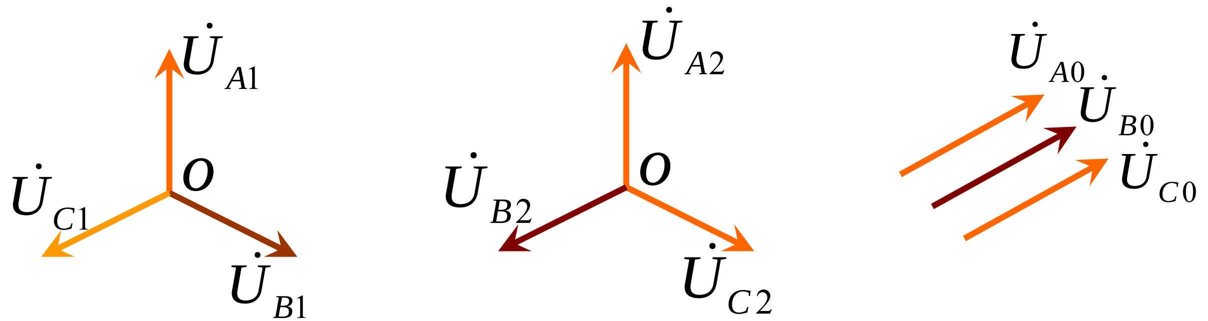
+ Phương pháp phân tích mạch ba pha có tải động:

- Phân tích nguồn ba pha KĐX thành các thành phần đối xứng
- Gải mạch ba pha ĐX với từng thành phần nguồn ĐX
- Xếp chồng kết quả

VII.4. PHƯƠNG PHÁP CÁC THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

1. Phân tích nguồn ba pha KĐX thành các TPĐX

+ Phân tích thành các thành phần ĐX thuận, nghịch và zero



$$(1)\quad \begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} \\ \dot{U}_C = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} \end{cases}$$

VII.4. PHƯƠNG PHÁP CÁC THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

1. Phân tích nguồn ba pha KĐX thành các TPĐX

+ Đặt toán tử xoay $a = 1\measuredangle -120^0$

- Hệ ĐX thuận: $\dot{U}_{A1}$, $\dot{U}_{B1} = a\dot{U}_{A1}$, $\dot{U}_{C1} = a^2\dot{U}_{A1}$

-Hệ ĐX nghịch: $\dot{U}_{A2}$, $\dot{U}_{B2} = a^2\dot{U}_{A2}$, $\dot{U}_{C2} = a\dot{U}_{A2}$

- Hệ ĐX zero: $\dot{U}_{A0}$, $\dot{U}_{B0} = \dot{U}_{A0}$, $\dot{U}_{C0} = \dot{U}_{A0}$

- Hệ thống 3 pha KĐX được biểu diễn:

$$\left|\begin{array}{l} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B = a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C = a^2\dot{U}_{A1} + a\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{array}\right. \quad (2)$$

VII.4. PHƯƠNG PHÁP CÁC THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

1. Phân tích nguồn ba pha KĐX thành các TPĐX

+ Tìm được các thành phần đối xứng thuận, nghịch, zero của pha A:

$$\dot{U}_{A0} = \frac{1}{3}\left(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C\right)$$

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}\left(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C\right)$$

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}\left(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C\right)$$

+ Các pha còn lại:

$$\dot{U}_B = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} = a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0}$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} = a^2\dot{U}_{A1} + a\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0}$$

VII.4. PHƯƠNG PHÁP CÁC THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

2. Ví dụ

+ Phân tích nguồn ba pha không đối xứng thành các thành phần đối xứng

+ Giải bài toán mạch ba pha KĐX, tải động

(xét kĩ hơn trong giờ bài tập)

Chương VIII

MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ QUÁ ĐỘ

VIII.1. Khái niệm

VIII.2. Các giả thiết đơn giản hóa mô hình quá trình quá độ (QTQĐ)

VIII.3. Biểu diễn hàm theo thời gian và mở rộng tính khả vi của hàm số

VIII.4. Sơ kiện và phương pháp tính sơ kiện

VIII.5. Phương pháp tích phân kinh điển

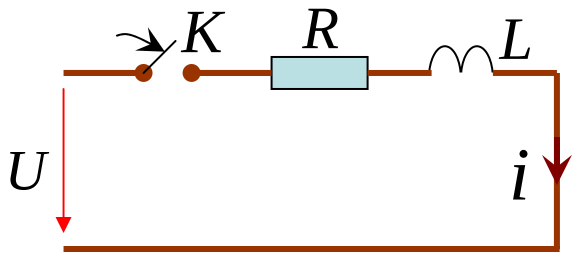
VIII.6. Phương pháp tích phân Duyamen

VIII.7. Phương pháp hàm Green

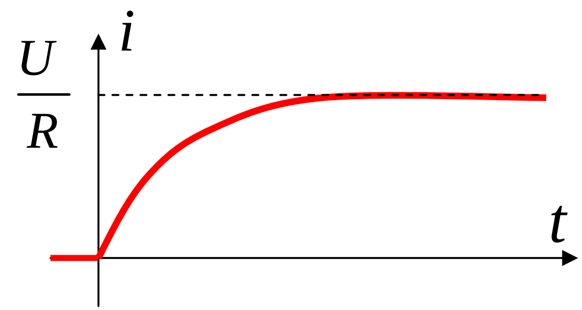
VIII.8. Phương pháp toán tử Laplace

VIII.1. KHÁI NIỆM

+ Thực tế vận hành thiết bị điện: thay đổi đột ngột kết cấu và thông số mạch, dẫn tới thay đổi về quy luật phân bố năng lượng điện từ



+ Sau thời điểm thay đổi đột ngột về kết cấu và thông số: mạch tiến tới trạng thái xác lập nào, quá trình diễn ra nhanh hay chậm…



$$W_L^- = 0$$

$$W_L^+ \neq 0$$

VIII.1. KHÁI NIỆM

1. Định nghĩa QTQĐ

Là quá trình xảy ra trong mạch kể từ sau khi có sự thay đổi đột ngột về kết cấu và thông số của nó

2. Sự tồn tại của QTQĐ

+ Do hệ thống chứa các phần tử có quán tính năng lượng

+ Trong kĩ thuật điện: các phần tử L, C là nguyên nhân gây ra quá trình QĐ. Mạch thuần trở: ko có QTQĐ

+ Nghiên cứu QTQĐ: cần thiết cho công tác thiết kế, hiệu chỉnh, vận hành thiết bị điện

VIII.1. KHÁI NIỆM

3. Mô hình toán của QTQĐ

$$\begin{cases} \sum_k i_k = 0 \\ \sum_k u_k = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

+ QTQĐ nghiệm đúng (1), khởi đầu từ lân cận của thời điểm có sự thay đổi đột ngột về kết cấu và thông số của mạch

+ Như vậy, mô hình toán của QTQĐ:

- Hệ phương trình vi phân mô tả mạch theo 2 luật Kirchhoff
- Thỏa mãn sơ kiện của bài toán quanh thời điểm xảy ra sự thay đổi về kết cấu và thông số của mạch (t_0)

VIII.1. KHÁI NIỆM

3. Mô hình toán của QTQĐ

+ Bài toán hay gặp trong LTM: tính các đáp ứng QĐ u(t), i(t),… dưới kích thích của nguồn áp hoặc nguồn dòng

+ Hành động làm thay đổi kết cấu và thông số của mạch: động tác đóng mở

+ Thường chọn thời điểm đóng mở $t_0 = 0$ (gốc thời gian tính QTQĐ)

4. Bài toán mạch ở CĐQĐ

+ Có hai dạng: bài toán phân tích và bài toán tổng hợp

+ Một số phương pháp phân tích: tích phân kinh điển, tính đáp ứng xung của hàm quá độ và hàm trọng lượng, toán tử Laplace

VIII.2. CÁC GIẢ THIẾT ĐƠN GIẢN HÓA MÔ HÌNH QTQĐ

Mục đích: đơn giản hóa mô hình QTQĐ, có thể dùng mô hình mạch để xét và quá trình tính toán mạch đơn giản hơn

Các giả thiết đơn giản hóa mô hình QTQĐ:

+ Các phần tử R, L, C là lý tưởng

+ Động tác đóng mở là lý tưởng: quá trình đóng cắt coi là tức thời

+ Luật Kirchhoff luôn đúng

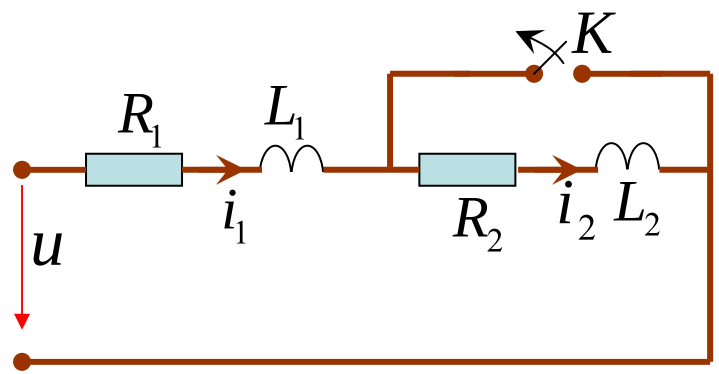
Chú ý

- Giả thiết đơn giản hóa thứ 2: không phản ánh đúng hiện tượng vật lý xảy ra trong một số trường hợp

- Khắc phục: các luật đóng mở

VIII.2. CÁC GIẢ THIẾT ĐƠN GIẢN HÓA MÔ HÌNH QTQĐ

Ví dụ



Trước khi mở K:

$$i_1(-0) \neq 0; i_2(-0) = 0$$

$$W_{M1}(-0) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(-0) \neq 0; W_{M2}(-0) = 0$$

Sau khi mở K: $i_1(+0) = i_2(+0) = i$ (luật Kirchhoff)

Vậy chọn i_2 bằng bao nhiêu?

Nếu $i_2(+0) \neq 0$ cần một công suất vô cùng lớn để cấp cho L_2

Nếu $i_2(+0) = 0$ công suất phát ra trên L_1 vô cùng lớn

→ Các giả thiết vi phạm luật quán tính của thiết bị

VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

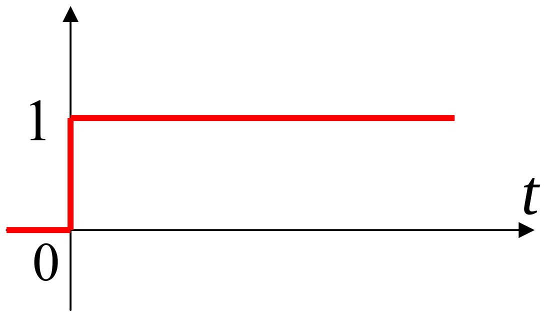
Do giả thiết đơn giản hóa quá trình đóng mở nên có thể khiến i_L, u_C bị nhảy cấp, trong khi thực tế chúng biến thiên liên tục. Ta xét hai hàm toán học mà ứng dụng của nó có thể khả vi hóa các hàm gián đoạn, tiện xét bài toán QTQĐ trong nhiều trương hợp

1. Hàm bước nhảy đơn vị và ứng dụng

1.1. Định nghĩa

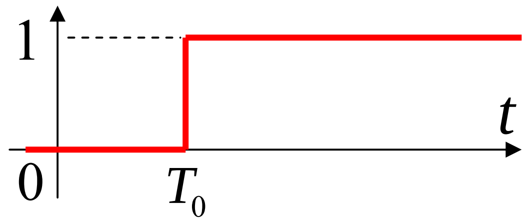
$$1(t) = \begin{cases} 0 : t \le -0 \\ 1 : t \ge +0 \end{cases}$$

Nhảy cấp: (-0;+0)



$$1(t - T_0) = \begin{cases} 0 : t \le -T_0 \\ 1 : t \ge +T_0 \end{cases}$$

Nhảy cấp ($-T_0$;$+T_0$)



VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

1. Hàm bước nhảy đơn vị và ứng dụng

1.2. Ứng dụng

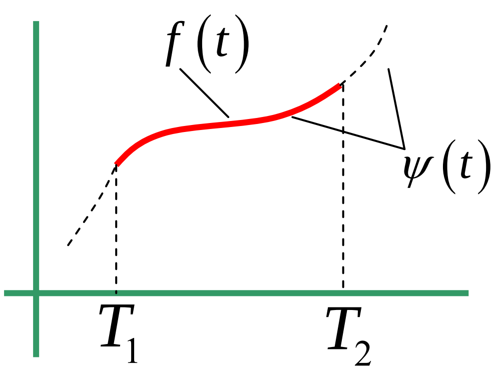
Biểu diễn một số quá trình qua hàm bước nhảy đơn vị

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 : t \le -0 \\ f(t) : t \ge +0 \end{cases} \Rightarrow \phi(t) = 1(t)\, f(t)$$

+ Xét một đoạn tín hiệu:

$$\psi(t) = \begin{cases} f(t) : T_1 \le t \le T_2 \\ 0 : t < T_1; t > T_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \psi(t) = f(t)1(t - T_1) - f(t)1(t - T_2)$$

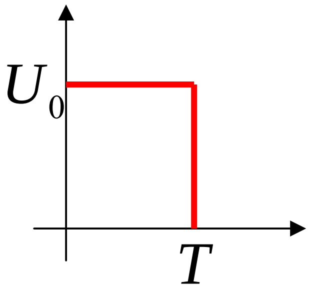


VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

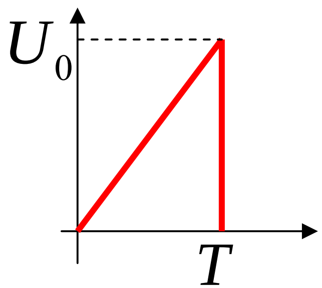
1. Hàm bước nhảy đơn vị và ứng dụng

+ Biểu diễn xung vuông:

$$u_1 = U_0\left[1(t) - 1(t-T)\right]$$



+ Biểu diễn xung tam giác:

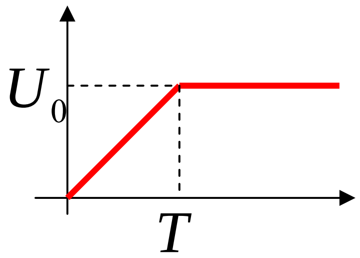


$$u_2 = \frac{U_0}{T}t\left[1(t) - 1(t-T)\right]$$

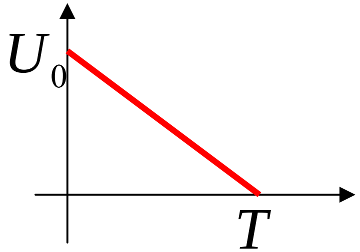
VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

1. Hàm bước nhảy đơn vị và ứng dụng

+ Một số dạng tín hiệu khác:



$$u_3 = \frac{U_0}{T} t\left[1(t) - 1(t-T)\right] + U_0 1(t-T)$$



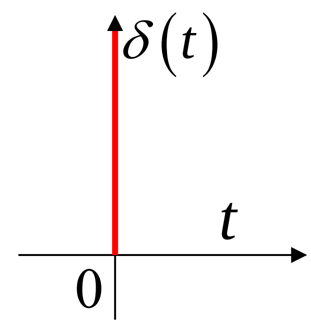
$$u_4 = \left(-\frac{U_0}{T} t + U_0\right)\left[1(t) - 1(t-T)\right]$$

VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN
VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

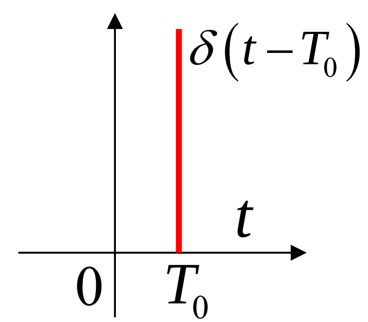
2. Hàm xung dirac và ứng dụng

2.1. Định nghĩa

Hàm xung dirac được định nghĩa là đạo hàm của hàm bước nhảy đơn vị



$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t) = \begin{cases} 0 : t \notin (-0;+0) \\ \infty : t \in (-0;+0) \end{cases}$$



$$\delta(t-T_0) = \frac{d}{dt}1(t-T_0) = \begin{cases} 0 : t \notin (-T_0;+T_0) \\ \infty : t \in (-T_0;+T_0) \end{cases}$$

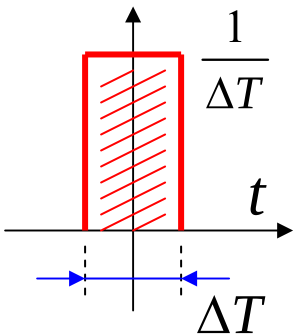
Với định nghĩa này, hàm bước nhảy đơn vị đã được mở rộng tính khả vi, nó có đạo hàm tại bước nhảy

VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

2. Hàm xung dirac và ứng dụng

2.1. Định nghĩa

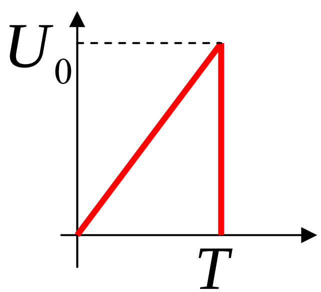
+ Có thể coi: $\delta(t) = \lim\limits_{\Delta T \to 0} \dfrac{1}{\Delta T}$



+ Xung lượng của hàm dirac bằng 1: $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$

+ Ví dụ:

$$u_2 = \frac{U_0}{T} t\left[1(t) - 1(t-T)\right]$$



Ta có:

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{U_0}{T_0}\left[1(t) - 1(t-T_0)\right] + \frac{U_0}{T_0} t\left[\delta(t) - \delta(t-T_0)\right]$$

$$= \frac{U_0}{T_0}\left[1(t) - 1(t-T_0)\right] - U_0\delta(t-T_0)$$

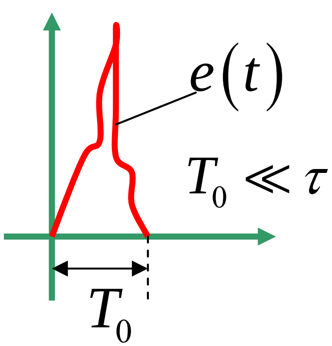
VIII.3. BIỂU DIỄN HÀM THEO THỜI GIAN VÀ MỞ RỘNG TÍNH KHẢ VI CỦA HÀM SỐ

2. Hàm xung dirac và ứng dụng

2.1. Định nghĩa

+ Tính chất: $f(t).\delta(t-T) = f(T).\delta(t-T)$

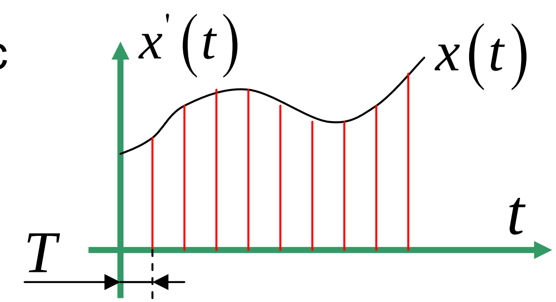
2.2. Ứng dụng



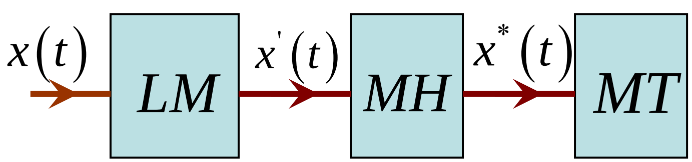
+ Biểu diễn các xung hẹp. Ví dụ xung sét e(t)

$$e(t) = S\delta(t-T)$$

+ Biểu diễn các tín hiệu rời rạc



$$x'(t) = \sum_{k=0}^{N} x(kT)\delta(t-kT)$$



VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

1. Định nghĩa

SK là giá trị của biến và đạo hàm tới cấp n-1 của biến đó trong phương trình vi phân mô tả mạch, tại thời điểm (+0)

2. Ý nghĩa

+ *Về mặt toán học:* QTQĐ mô tả bởi hệ phương trình vi phân thường, theo 2 luật Kirchhoff cho thỏa mãn sơ kiện. Nghiệm tổng quát chứa hệ số hay hằng số tích phân. Dùng sơ kiện để tính giá trị các HSTP, ứng với điều kiện đầu của bài toán.

+ Về mặt vật lý: SK chính là trạng thái của mạch ngay sau động tác đóng mở. Trạng thái này ảnh hưởng tới QTQĐ

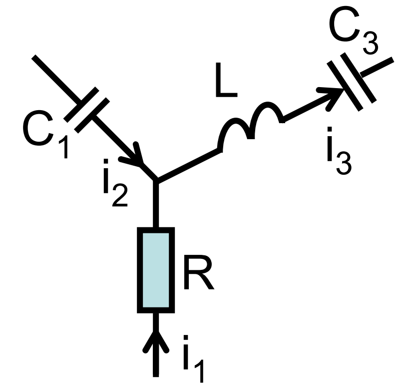
VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

3. Hai luật đóng mở

+ Khi lí tưởng hóa quá trình đóng cắt: có thể vi phạm tính liên tục của quá trình năng lượng trong mạch → có nhảy cấp năng lượng, xuất hiện các giá trị VCL trong phương trình vi phân mô tả mạch.

+ Khắc phục nhược điểm trên: 2 luật đóng mở

3.1. Luật đóng mở thứ nhất



Theo luật K1: $i_1 + i_2 - i_3 = 0$

$$\Rightarrow C_1 u_{C1}^{'} + i_2 - C_3 u_{C3}^{'} = 0$$

Phải đảm bảo: $C_1 \Delta u_{C1}(0) - C_3 \Delta u_{C3}(0) = 0$

$$C_1\left[u_{C1}(+0) - u_{C1}(-0)\right] - C_3\left[u_{C3}(+0) - u_{C3}(-0)\right] = 0$$

$$\sum C_k u_{Ck}(+0) = \sum C_k u_{Ck}(-0)$$ hay $$\sum q_k(+0) = \sum q_k(-0)$$

VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

3. Hai luật đóng mở

3.1. Luật đóng mở thứ nhất

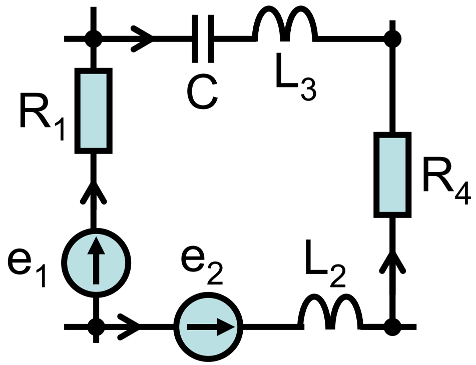
+ Phát biểu: Tổng điện tích tại một đỉnh được bảo toàn trong quá trình đóng mở nhưng tại các phần tử riêng biệt có thể có nhảy cấp

+ Nếu tại một đỉnh chỉ có duy nhất một phần tử điện dung C thì:

$$\boxed{u_C(+0) = u_C(-0)}$$

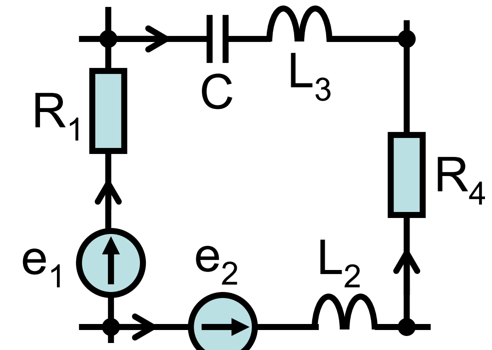
3.2. Luật đóng mở thứ hai

Về bảo toàn từ thông trên một vòng kín bất kì trong quá trình đóng mở



VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

3.2. Luật đóng mở thứ hai



Theo luật K2:

$$R_1 i_1 + u_C + L_3 i_3' - R_4 i_4 - L_2 i_2' = e_1 - e_2$$

+ Tại tời điểm đóng mở, nếu nguồn chứa xung lượng $S\delta(t)$

$$\left(L_3 \Delta i_3 - L_2 \Delta i_2\right)\delta = S\delta \Rightarrow L_3 \Delta i_3 - L_2 \Delta i_2 = S$$

+ Nếu nguồn không có số hạng VCL tại thời điểm đóng mở thì:

$$\sum L_k i_k(+0) = \sum L_k i_k(-0) \quad \text{hay} \quad \sum \psi_k(+0) = \sum \psi_k(-0)$$

+ Phát biểu: Tổng từ thông trên một vòng kín bảo toàn trong quá trình đóng mở

+ Trường hợp vòng kín chỉ chứa một cuộn cảm: $\boxed{i_L(+0) = i_L(-0)}$

VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

4. Các bước tính sơ kiện

Bước 1: **+** Tìm $u_C(-0)$, $i_L(-0)$ trước đóng mở

+ Áp dụng luật đóng mở tìm các *SK độc lập* $u_C(+0)$, $i_L(+0)$

Bước 2: + Viết hệ phương trình vi phân mô tả mạch, sau đóng mở

+ Cho t = 0, tính các sơ kiện theo yêu cầu

Bước 3: + Nếu chưa đủ SK, đạo hàm HPT ở bước 2

+ Thay t = 0, tìm tiếp các SK còn lại

+ Có thể đạo hàm nhiều cấp nếu cần

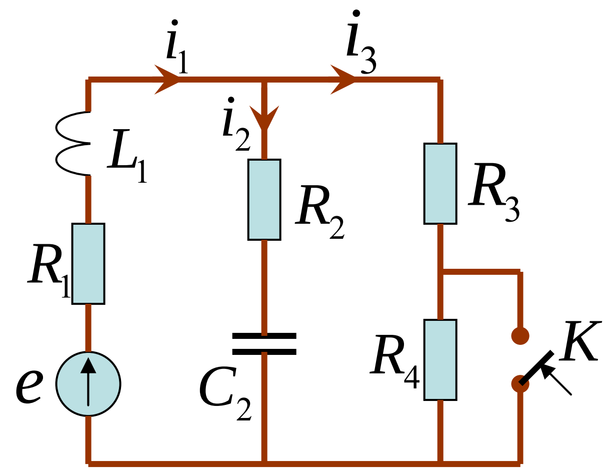
Chú ý: *mạch cấp n nếu có n phần tử quán tính độc lập. Khi đó cần tính đạo hàm tới cấp n-1 của 1 biến*

VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

4. Các bước tính sơ kiện

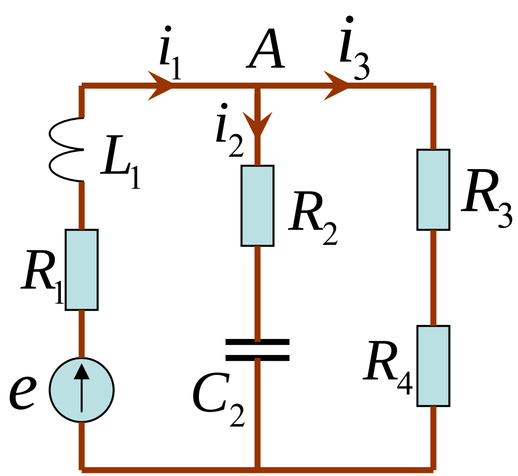
Ví dụ

Tính các sơ kiện $i_k(+0)$, k=1,2,3 cùng đạo hàm cấp 1 của chúng?



Giải

+ Trước khi đóng K: mạch có dạng



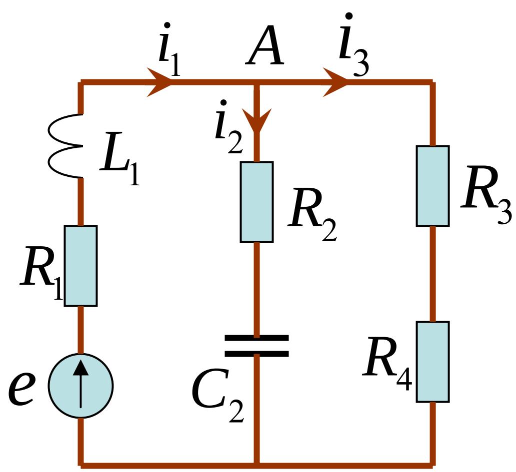
Giải mạch ở chế độ xác lập, tìm $i_L(t)$, $u_C(t)$

Thay t = 0, tính các giá trị $i_L(-0)$, $u_C(-0)$

+ Áp dụng luật đóng mở

VIII.4. SƠ KIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH SƠ KIỆN

4. Các bước tính sơ kiện

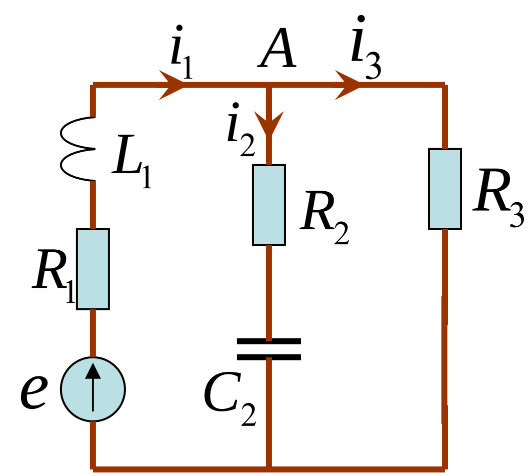


- Tại A: $u_{C2}(+0) = u_{C2}(-0)$

- Trong vòng 1: $i_L(+0) = i_L(-0) = i_1(+0)$

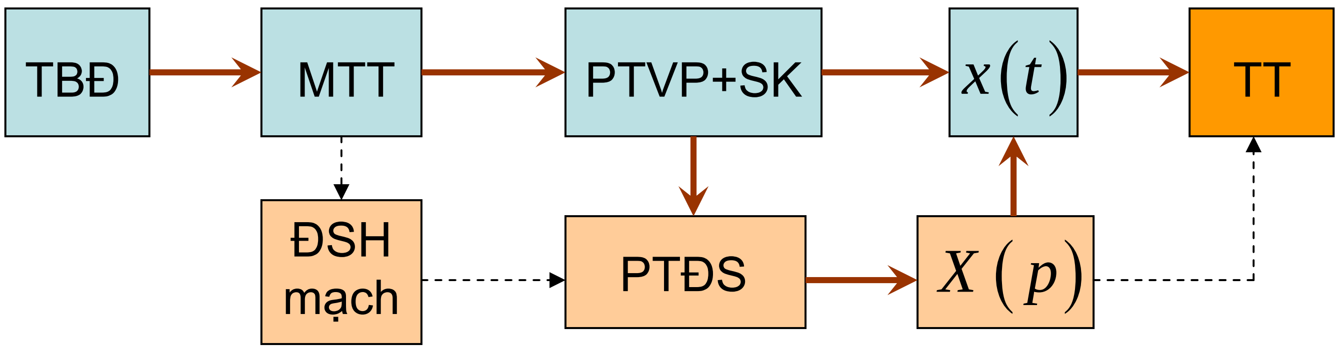
Bước 2: Viết phương trình sau khi đóng khóa K

$$\begin{cases} i_1(+0) - i_2(+0) - i_3(+0) = 0 \\ R_1 i_1(+0) + L_1 i_1'(+0) + R_3 i_3(+0) = e_1(+0) \\ -R_2 i_2(+0) - u_{C2}(+0) + R_3 i_3(+0) = 0 \end{cases}$$



+ Đạo hàm hệ trên một lần nữa để tìm nốt các sơ kiện theo yêu cầu đề bài.

CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ TRONG MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH



+ Phương pháp tích phân kinh điển

+ Phương pháp tính đáp ứng xung hàm quá độ và hàm trọng lượng

+ Phương pháp toán tử Laplace

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

1. Nội dung

Tìm nghiệm quá độ dạng: $x(t) = x_{cb}(t) + x_{td}(t)$

$x_{cb}(t)$ + Về mặt toán học: nghiệm riêng cho thỏa mãn kích thích

+ Về mặt vật lý: là quá trình được nguồn nuôi duy trì

→ Nó là nghiệm của quá trình xác lập

$x_{td}(t)$ + Về mặt toán học: nghiệm riêng cho thỏa mãn sơ kiện của phương trình vi phân thuần nhất

+ Về mặt vật lý: đáp ứng của mạch không được nguồn nuôi duy trì

Nếu kích thích là chu kỳ thì $x_{cb}(t)$ chính là nghiệm xác lập sau đóng mở → đã biết cách tìm.

Vấn đề của phương pháp TPKĐ là đi **tìm nghiệm tự do: $x_{td}(t)$**

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

1. Nội dung

Xác định nghiệm tự do:

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân có dạng: $x_{td}\left(t\right) = Ae^{pt}$

Do đó: $$\frac{dx_{td}}{dt} = pAe^{pt} = px_{td} \quad \int x_{td}dt = \frac{Ae^{pt}}{p} = \frac{x_{td}}{p}$$

(Hệ) phương trình vi phân thuần nhất viết thành:

$$\left(A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \ldots + A_0\right) x_{td} = 0$$

Để không có nghiệm tầm thường thì: $\Delta\left(p\right) = A_n p^n + \ldots. + A_0 = 0 \quad (1)$

Giải (1) để có hệ số mũ p_k của các nghiệm tự do

Nghiệm quá độ: $x\left(t\right) = x_{xl}\left(t\right) + \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$

Các hằng số tích phân A_k được xác định nhờ sơ kiện

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.1. Lập phương trình đặc trưng

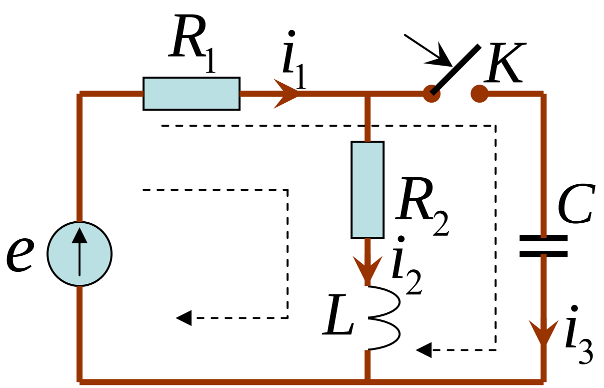
Cách 1: + Viết phương trình vi tích phân mô tả mạch sau đóng mở

+ Triệt tiêu các nguồn

+ Thay dx_{td}/dt bởi px_{td}; $\int x_{td}dt$ bởi x_{td}/p và nhóm các thừa số chung x_{td}

+ Phương trình theo p thu được là phương trình đặc trưng

Ví dụ: Lập phương trình đặc trưng cho mạch sau

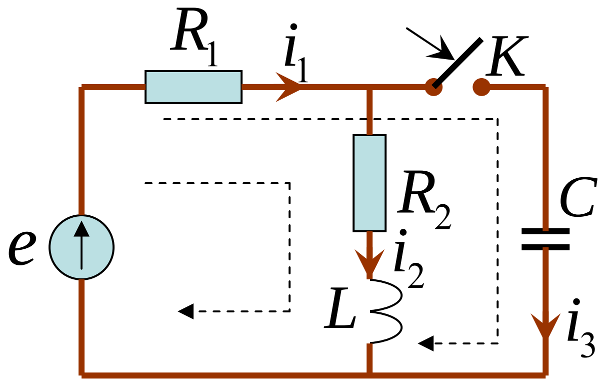


VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.1. Lập phương trình đặc trưng

+ Hệ phương trình dòng nhánh mô tả mạch:



$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 + L\dfrac{di_2}{dt} = e \\ R_1 i_1 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_3 dt = e \end{cases}$$

+ Triệt tiêu nguồn và dùng toán tử p:

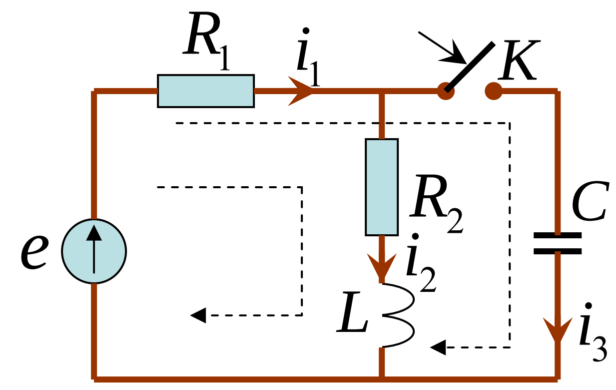
$$\begin{cases} i_{1td} - i_{2td} - i_{3td} = 0 \\ R_1 i_{1td} + \left(R_2 + Lp\right) i_{2td} + 0 i_{3td} = 0 \\ R_1 i_{1td} + 0 i_{2td} + \dfrac{1}{Cp} i_{3td} = 0 \end{cases}$$

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.1. Lập phương trình đặc trưng

+ Hệ không có nghiệm tầm thường khi:



$$\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 + Lp & 0 \\ R_1 & 0 & \dfrac{1}{Cp} \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_2 + Lp}{Cp} + R_1\left(R_2 + Lp\right) + \frac{R_1}{Cp} = 0$$

$$\Leftrightarrow R_1 LCp^2 + \left(R_1 R_2 C + L\right) p + \left(R_1 + R_2\right) = 0 \qquad (2)$$

(2) Chính là phương trình đặc trưng cần tìm

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

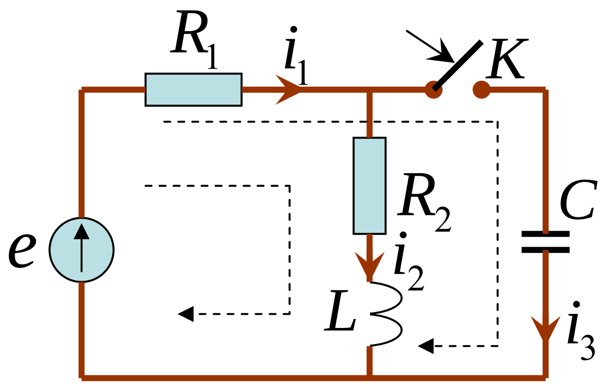
2.1. Lập phương trình đặc trưng

Cách 2: + Đại số hóa sơ đồ sau đóng mở (L → Lp; C → 1/Cp), triệt tiêu các nguồn

+ Tìm tổng trở vào của mạch nhìn từ một nhánh bất kì

+ Cho triệt tiêu tổng trở vào, thu được phương trình đặc trưng

Ví dụ: Lập phương trình đặc trưng cho mạch sau

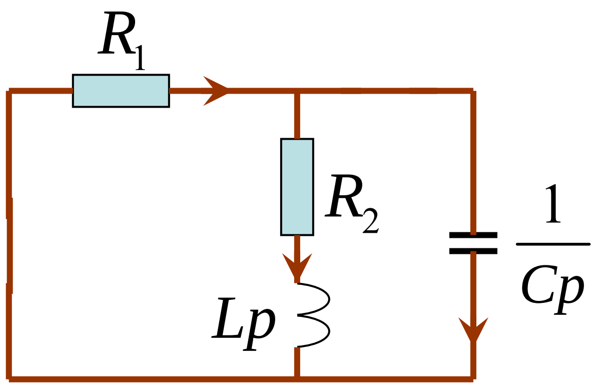


VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.1. Lập phương trình đặc trưng

+ Đại số hóa sơ đồ ta có:



+ Tổng trở vào nhìn từ nhánh 1:

$$Z_{v1}(p) = R_1 + \frac{(R_2 + Lp)\frac{1}{Cp}}{R_2 + Lp + \frac{1}{Cp}}$$

$$= \frac{R_1LCp^2 + (R_1R_2C + L)p + (R_1 + R_2)}{LCp^2 + R_2Cp + 1}$$

+ Phương trình đặc trưng:

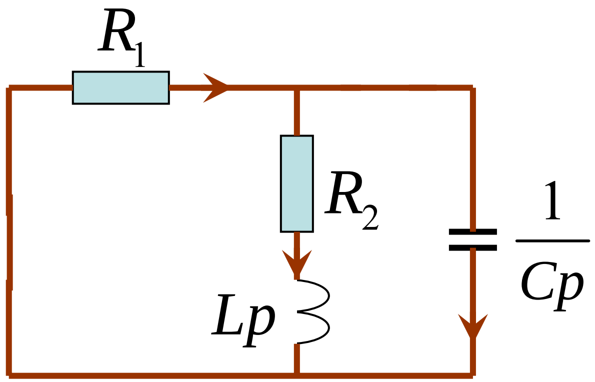
$$Z_{v1}(p) = 0 \Leftrightarrow R_1LCp^2 + (R_1R_2C + L)p + (R_1 + R_2) = 0$$

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.1. Lập phương trình đặc trưng

+ Có thể tìm tổng trở vào nhìn từ nhánh 2



$$Z_{v2}(p) = (R_2 + Lp) + \frac{\frac{R_1}{Cp}}{R_1 + \frac{1}{Cp}}$$

$$= \frac{R_1CLp^2 + (R_1R_2C + L)p + (R_1 + R_2)}{R_1Cp + 1}$$

+ Phương trình đặc trưng thu được:

$$Z_{v2}(p) = 0 \Leftrightarrow R_1LCp^2 + (R_1R_2C + L)p + (R_1 + R_2) = 0$$

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.2. Viết dạng nghiệm tự do

+ Nếu phương trình đặc trưng có nghiệm đơn p_1, p_2,…, p_n:

$$x_{td} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

+ Nếu phương trình đặc trưng có nghiệm bội n thì:

$$x_{td} = A_1 e^{pt} + A_2 t e^{pt} + \ldots + A_n t^{n-1} e^{pt}$$

+ Nếu phương trình đặc trưng có nghiệm phức $p = \alpha \pm j\beta$

$$x_{td} = A e^{\alpha t} \cos\left(\beta t + \varphi\right)$$

+ Nếu phương trình đặc trưng có cả nghiệm đơn, bội và phức thì nghiệm tự do là xếp chồng của các thành phần đó

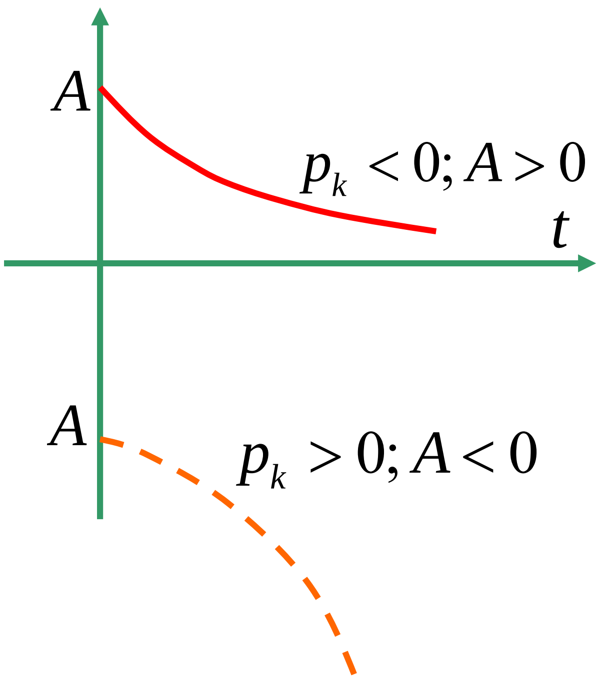
VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu của quá trình tự do

+ Khi p_k là nghiệm đơn:

$$x_{td} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$



- Nếu p_k>0 thì QTQĐ không tới quá trình xác lập

- Nếu p_k <0 thì QTQĐ tiến tới quá trình xác lập

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

2. Lập và giải phương trình đặc trưng

2.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu của quá trình tự do

+ Khi p_k là nghiệm phức: $p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$

$$x_{td} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{\alpha_k t} \cos\left(\beta_k t + \varphi_k\right)$$

- Nghiệm tự do dao động theo hàm cos

- Nếu $\alpha_k < 0$ biên độ dao động tắt dần, QTQĐ tiến tới QTXL

- Nếu $\alpha_k > 0$ biên độ dao động lớn dần, QTTD không tắt, QTQĐ không tiến được tới QTXL

+ Khi p_k là nghiệm bội (thực hoặc phức) thì chỉ khi $Re(p_k) < 0$ nghiệm quá độ mới dần tới xác lập

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

3. Xác định các hằng số tích phân A_k

+ Viết nghiệm quá độ: $x(t) = x_{xl}(t) + \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$

+ Tìm sơ kiện tới cấp thích hợp

+ Thay t = 0 ở nghiệm quá độ x(t)

+ Cân bằng với các giá trị sơ kiện để tìm các hằng số A_k

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

4. Trình tự giải bài toán QTQĐ bằng phương pháp TPKĐ

Bước 1: Tìm nghiệm xác lập sau đóng mở

Bước 2: + Lập phương trình đặc trưng và giải tìm số mũ đặc trưng

+ Xếp chồng nghiệm

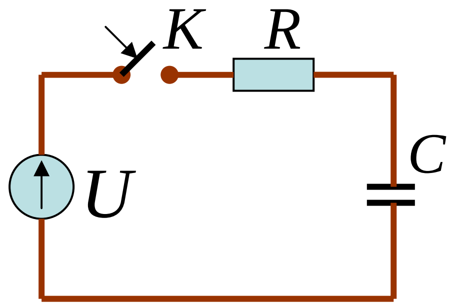
Bước 3: + Tính sơ kiện và tìm các hệ số A_k

+ Viết nghiệm đầy đủ của QTQĐ

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

5. Ví dụ áp dụng

Xét QTQĐ khi đóng điện áp U một chiều cào mạch R-C, ban đầu tụ chưa được nạp. Tìm dòng và áp quá độ trên C



Bước 1: Tính nghiệm xác lập

$$i_{xl} = 0A$$

$$u_{xl} = U(V)$$

Bước 2: Lập PTĐT và viết dạng nghiệm QĐ

$$Z_v(p) = R + \frac{1}{Cp} = \frac{RCp+1}{Cp}$$

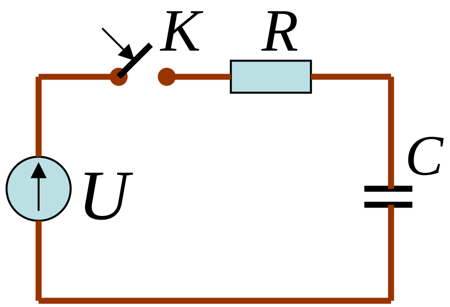
Nghiệm của PTĐT: $p = -\frac{1}{RC}$

Ta có các nghiệm quá độ như sau:

$$u_{Cqd}(t) = u_{Cxl} + u_{Ctd} = U + A_u e^{-\frac{1}{RC}t} \qquad i_{qd}(t) = i_{xl} + i_{td} = 0 + A_i e^{-\frac{1}{RC}t}$$

VIII.5. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN KINH ĐIỂN

5. Ví dụ áp dụng



Bước 3: Tính sơ kiện và tìm A_i, A_u

+ Có $u_C(-0) = 0V$

nên $u_C(+0) = u_C(-0) = 0V$

+ Do đó, sau khi đóng K thì: $u_R(+0) = Ri(+0) = U \Rightarrow i(+0) = \dfrac{U}{R}$

+ Cho thỏa mãn nghiệm quá độ:

$$U + A_u e^{-\frac{1}{RC}0} = 0 \Rightarrow A_u = -U \qquad A_i e^{-\frac{1}{RC}0} = \frac{U}{R} \Rightarrow A_i = \frac{U}{R}$$

+ Vậy dòng điện QĐ trong mạch và áp QĐ trên tụ C có dạng:

$$u_{Cqd}(t) = U - Ue^{-\frac{1}{RC}t} \qquad i_{qd}(t) = \frac{U}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

1. Nội dung phương pháp

+ Hạn chế của phương pháp TPKĐ: chỉ giải mạch có kích thích xoay chiều điều hòa hoặc kích thích hằng

+ Nguyên tắc của phương pháp tích phân Duyamen:

→ Kích thích được chia thành chuỗi các bước nhảy đơn vị

→ Tìm đáp ứng cho từng thành phần bước nhảy

→ Xếp chồng các đáp ứng thu được nghiệm của QTQĐ

+ Phương pháp tích phân Duyamen chỉ áp dụng cho bài toán có sơ kiện zero

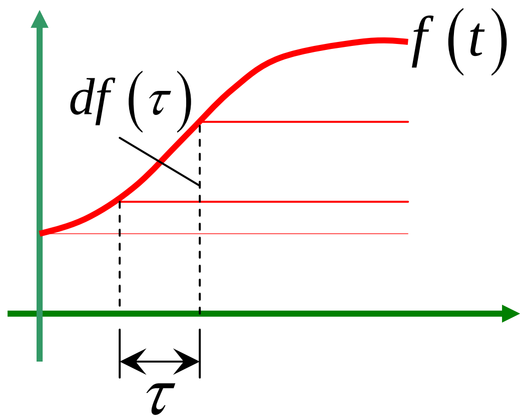
VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

2. Khai triển bước nhảy hê-vi-xaid

+ Kích thích f(t) được khai triển thành tổng các nguyên tố đơn vị, dạng:

$$1(t-\tau)\,df(\tau)$$

(bắt đầu từ thời điểm τ, biên độ bằng lượng tăng vi phân tại điểm đó



+ Nếu hàm f(t) là tổng của nhiều hàm, dùng khái niệm hàm 1(t) ta có:

$$1(t)\,f(t)=\left[1(t)-1(t-T_1)\right]f_1(t)+\left[1(t-T_1)-1(t-T_2)\right]+1(t-T_2)\,f_3(t)$$

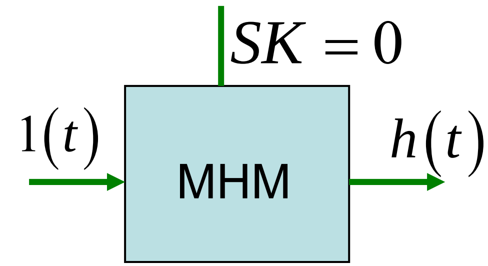
$$=\sum_{k=0}\left[1(t-T_{k-1})-1(t-T_k)\right]f_k(t)=\sum\varphi_k(t)$$

Do đó: $\left[1(t)\,f(t)\right]'=\sum\varphi_k'(t)$ Và: $1(t)\,f(t)=\int_{-0}^{t}\sum\varphi'(\tau)\,d\tau$

VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

3. Đáp ứng Hê-vi-xaid

+ Đáp ứng Hê-vi-xaid của mạch (kí hiệu h(t)) chính là đáp ứng QĐ của đại lượng x(t) (dòng hoặc áp) khi kích thích vào mạch hàm bước nhảy 1(t) với sơ kiện zero



+ Có thể khai triển 1 hàm giải tích bất kì thành tổng các bước nhảy đơn vị và tính đáp ứng quá độ của mạch đối với kích thích đó. (Cơ sở của phương pháp TP Duyamen)

Nếu: $1(t) - - - - -> h(t)$ thì $1(t-\tau)df(\tau) - - - - -> 1(t-\tau)df(\tau)h(t-\tau)$

Hay vi phân đáp ứng QĐ x(t) có dạng:

$$\boxed{dx(t) = 1(t-\tau) f'(\tau) h(t-\tau) d\tau}$$

VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

4. Công thức tích phân Duyamen

+ Ta có: $dx(t) = 1(t-\tau)\, f'(\tau) h(t-\tau) d\tau$

là đáp ứng quá độ của kích thích: $1(t-\tau)\, f'(\tau) d\tau$

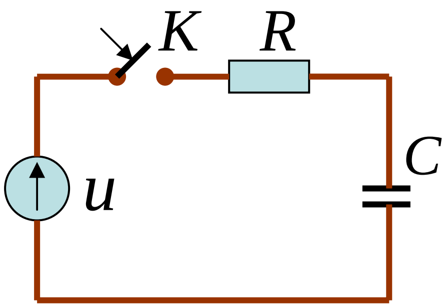
+ Dưới kích thích f(t) thì đáp ứng quá độ của mạch là:

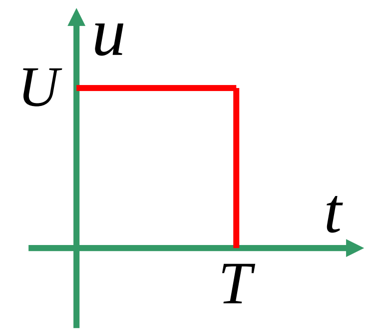
$$\boxed{1(t)x(t) = \int_{-0}^{t} f'(\tau) h(t-\tau) d\tau} \qquad (*)$$

VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

5. Ví dụ

Tìm điện áp quá độ trên tụ C khi đóng mạch RC vào nguồn áp xung chữ nhật như hình dưới?





Bước 1: Tìm đáp ứng hê-vi-xaid

+ Kích thích hằng 1(t)

+ Mạch xác lập: i = 0, u_C = u =1

+ Phương trình đặc trưng:

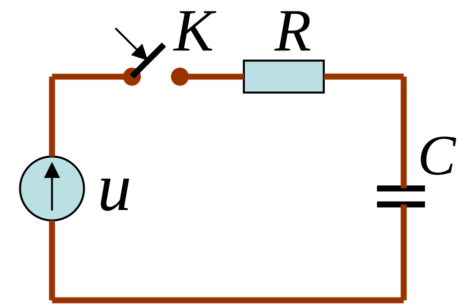
$$R+\frac{1}{Cp}=0 \Rightarrow p=-\frac{1}{RC}$$

+ Nghiệm quá độ: $u_C(t)=1+A_u e^{-\frac{1}{RC}t}$

+ Do SK zero nên: $u_C(t)=1-e^{-\frac{1}{RC}t}=h_u(t)$

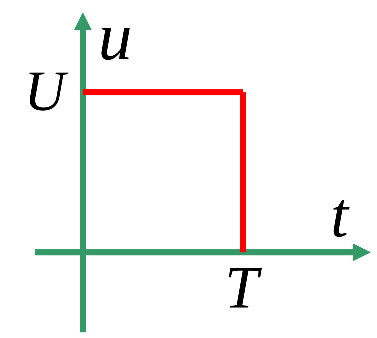
VIII.6. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUYAMEN

5. Ví dụ



+ Nguồn áp: $u(t) = U\left[1(t) - 1(t-T)\right]$

$$\Rightarrow u'(t) = U\delta(t) - U\delta(t-T)$$



Bước 2: Áp dụng công thức tích phân Duyamen

$$u_C(t) = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h_u(t-\tau)d\tau$$

$$= \int_{-0}^{t} \left[U\delta(\tau) - U\delta(\tau-T)\right]\left[1 - e^{-\frac{1}{RC}(\tau-T)}\right]d\tau$$

$$= U\left[1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right]1(t) - U\left[1 - e^{-\frac{1}{RC}(t-T)}\right]1(t-T)$$

Chú ý: $\int_{0}^{t} f(\tau)\delta(\tau)d\tau = 1(t)f(t); \int_{0}^{t} f(\tau)\delta(\tau-T)d\tau = 1(1-T)f(t-T)$

VIII.7. PHƯƠNG PHÁP HÀM GREEN

1. Nội dung phương pháp

+ Khai triển kích thích 1(t)f(t) thành các xung dirac nguyên tố

+ Tìm đáp ứng quá độ x(t) như là tổng các đáp ứng nguyên tố ấy

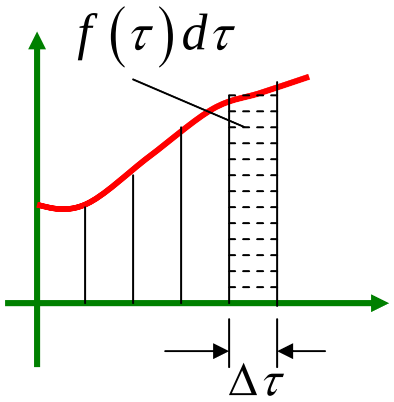
+ Cách phân tích 1(t)f(t) thành các xung nguyên tố:

→ Mỗi phân lượng tại $t = \tau$ là:

$$f(\tau)d\tau\delta(t-\tau)$$

→ Lấy tổng vô hạn các phân lượng đó:

$$\boxed{1(t)f(t) = \int_{-0}^{t} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau}$$



VIII.7. PHƯƠNG PHÁP HÀM GREEN

2. Hàm green và công thức tính QTQĐ

+ Hàm green là đáp ứng QĐ của mạch khi có kích thích dirac tác động vào mạch với sơ kiện zero

+ Kí hiệu: $g_x(t)$ - hàm trọng lượng của đáp ứng QĐ x(t)

→ Kích thích: $f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

→ Đáp ứng: $dx(t) = f(\tau)g_x(t-\tau)d\tau$

→ Do đó, đáp ứng QĐ là:

$$\boxed{x(t) = \int_{-0}^{t} f(\tau)g_x(t-\tau)d\tau} \quad (**)$$

+ Tìm hàm g(t) qua hàm h(t): $g(t-\tau) = \dfrac{dh(t-\tau)}{dt}$

VIII.7. PHƯƠNG PHÁP HÀM GREEN

3. Các bước tính QTQĐ bằng phương pháp hàm Green

+ Bước 1: Cho kích thích 1(t), tìm đáp ứng $h_x(t)$

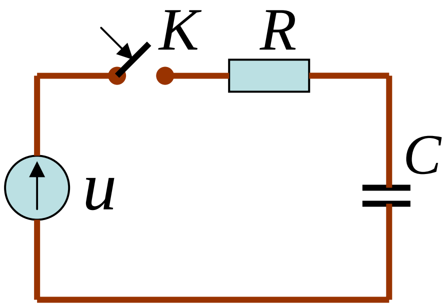
+ Bước 2: Đạo hàm $h_x(t)$ theo t, ta có $g_x(t)$

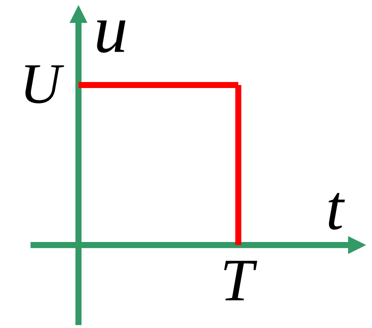
+ Bước 3: Tính đáp ứng quá độ x(t) với kích thích f(t) bằng công thức (**)

VIII.7. PHƯƠNG PHÁP HÀM GREEN

4. Ví dụ

Tính $u_C(t)$ quá độ khi đóng điện áp xung chữ nhật vào mạch RC bằng phương pháp hàm Green?





+ Đã có: $h_u(t) = 1 - e^{-\frac{1}{RC}t} = 1 - e^{-\alpha t}$

$$\Rightarrow g_u(t) = \alpha e^{-\alpha t}$$

+ Dùng công thức hàm Green, ta có:

$$u_C(t) = \int_{-0}^{t} u(\tau) g_u(t-\tau) d\tau = \int_{-0}^{t} U\left[1(\tau) - 1(\tau - T)\right] \alpha e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

$$= \alpha U \int_{-0}^{t} 1(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau - \alpha U \int_{-0}^{t} 1(\tau - T) e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

VIII.7. PHƯƠNG PHÁP HÀM GREEN

4. Ví dụ

$$= 1(t)\alpha U e^{-\alpha t}\frac{1}{\alpha}e^{\alpha\tau}\Big|_0^t - 1(t-T)\alpha U e^{-\alpha t}\frac{1}{\alpha}e^{\alpha\tau}\Big|_T^t$$

$$\boxed{u_C(t) = U\left(1-e^{-\alpha t}\right)1(t) - U\left(1-e^{-\alpha(t-T)}\right)1(t-T)}$$

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

1. Nội dung phương pháp

+ Không tìm nghiệm trực tiếp trong miền thời gian

+ Cơ sở của phương pháp là sử dụng toán tử Laplace

→chuyển bài toán trong miền thời gian về miền toán tử

→hệ phương trình vi phân + SK với gốc f(t) chyển thành HPT đại số với ảnh F(p)

+ Giải PT (HPT) đại số trong miền toán tử, biến đổi ngược để có nghiệm QĐ trong miền thời gian

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

2. Phép biến đổi Laplace

+ Biến đổi Laplace thuận: $$X(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt}dt \qquad (1)$$

+ Tín hiệu có biến đổi Laplace nếu (1) hội tụ: x(t) tăng không nhanh hơn hàm mũ $Me^{\alpha t}$

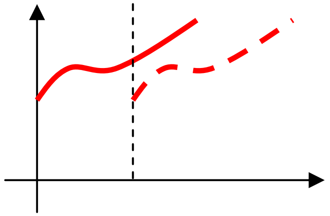
+ Tính chất của phép biến đổi Laplace:

→ Tính tuyến tính: $$L\left\{\sum C_k x_k(t)\right\} = \sum C_k X_k(p)$$

→ Biến đổi Laplace của đạo hàm: $$L\left\{x'(t)\right\} = pX(p) - x(-0)$$

$$L\left\{f^{(n)}(t)\right\} = p^n X(p) - p^{n-1}x(-0) - p^{n-2}x'(-0) - \ldots - x^{(n-1)}(-0)$$

→ Tính chất trễ: $$1(t-T)x(t-T) \overset{L}{\rightleftarrows} X(p)e^{-pT}$$



VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

3. Tìm gốc từ ảnh Laplace

+ Biến đổi Laplace ngược: $x(t) = \dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{a-j\infty}^{a+j\infty} X(p)e^{pt}dp$

+ Dùng công thức khai triển:

Viết nghiệm dạng: $X(p) = \dfrac{M(p)}{N(p)}$ (bậc M(p)<N(p))

→ Nếu N(p) = 0 có nghiệm đơn $p_1, p_2, \ldots, p_n$ thì gốc viết dạng:

$$\boxed{1(t)x(t) = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t} + \ldots + A_ne^{p_nt}}$$

Trong đó:

$$A_k = \left.\frac{M(p)}{N'(p)}\right|_{p=p_k}$$

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

3. Tìm gốc từ ảnh Laplace

→ Nếu N(p) có nghiệm bội n: $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = p$ thì:

$$\boxed{1(t)x(t) = \left[\frac{A_1}{0!} + \frac{A_2}{1!}t + \frac{A_3}{2!}t^2 + \ldots + \frac{A_n}{(n-1)!}t^{n-1}\right]e^{pt}}$$

Trong đó:

$$A_n = \frac{1}{(n-n)!}\frac{d^{(n-n)}}{dp}\left[(p-p_n)^n \frac{M(p)}{N(p)}\right]\Bigg|_{p=p_n}$$

$$A_{n-1} = \frac{1}{(n-n+1)!}\frac{d^{(n-n+1)}}{dp}\left[(p-p_n)^n \frac{M(p)}{N(p)}\right]\Bigg|_{p=p_n}$$

…

$$A_1 = \frac{1}{(n-1)!}\frac{d^{(n-1)}}{dp}\left[(p-p_n)^n \frac{M(p)}{N(p)}\right]\Bigg|_{p=p_n}$$

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

3. Tìm gốc từ ảnh Laplace

→ Nếu N(p) có nghiệm phức $p = \alpha \pm j\beta$

$$\boxed{1(t)x(t) = 2Be^{\alpha t}\cos(\beta \mathrm{t} + \psi)}$$

Trong đó:

$$\left.\frac{M(p)}{N'(p)}\right|_{p = p_k} = a + jb$$

$$B = \sqrt{a^2 + b^2}$$

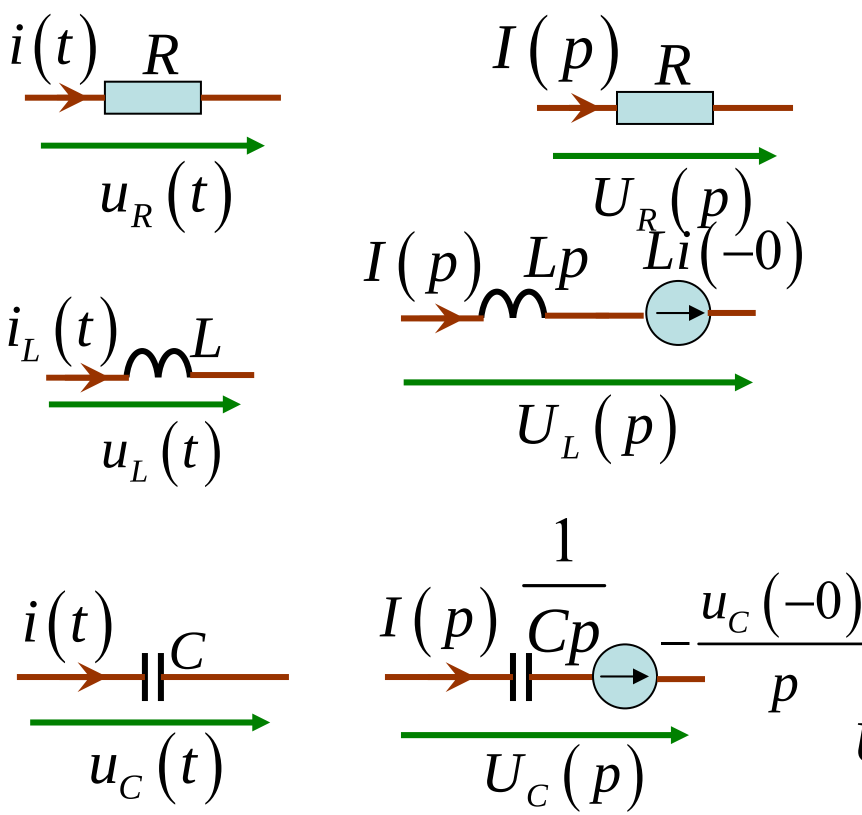
$$\psi = \mathrm{artan}\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$$

→ Nếu N(p)=0 có nhiều loại nghiệm thì tìm gốc cho từng loại và xếp chồng

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

4. Ứng dụng biến đổi Laplace tính QTQĐ trong mạch điện

4.1. Sơ đồ toán tử



$$U_R(p) = RI(p)$$

$$U_L(p) = LpI(p) - Li(-0)$$

$$U_C(p) = \frac{1}{Cp}I(p) + \frac{u_C(-0)}{p}$$

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

4. Ứng dụng biến đổi Laplace tính QTQĐ trong mạch điện

4.2. Algorithm giải

+ Tính mạch ở chế độ cũ, tìm $i_L(-0)$, $u_C(-0)$

+ Lập sơ đồ toán tử theo phương pháp giới thiệu trong 4.1

+ Dùng các phương pháp cơ bản giải tìm ảnh Laplace của nghiệm QĐ

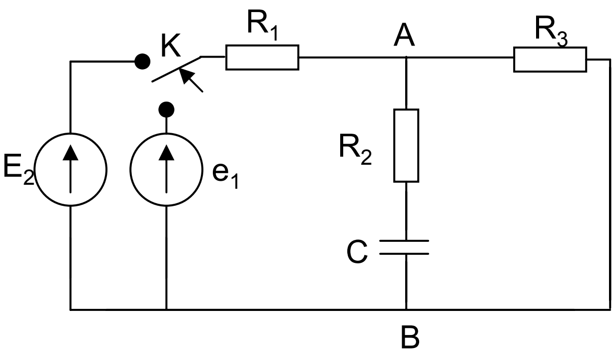
+ Suy ra nghiệm QĐ từ ảnh tìm được ở bước trên

VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

4. Ứng dụng biến đổi Laplace tính QTQĐ trong mạch điện

4.3. Ví dụ

Với $e_1 = 40\sqrt{2}\sin 100t(V)$, E_2 =20V (một chiều), R_1 = 40Ω, R_2 = 10Ω, R_3 = 10Ω, C = 4.10^{-4} F. Tính điện áp quá độ $u_{AB}(t)$ khi chuyển khoá K ngắt nguồn e_1 và đóng nguồn E_2 vào mạch, biết trước khi chuyển khoá K mạch đã ở chế độ xác lập, chọn t = 0 tại thời điểm chuyển khoá K.



VIII.8. PHƯƠNG PHÁP TOÁN TỬ LAPLACE

4. Ứng dụng biến đổi Laplace tính QTQĐ trong mạch điện

4.3. Ví dụ

+ Trước khi chuyển khoá K:
Giải mạch xác lập với kích thích điều hoà, tìm được:

$$\dot{U}_C = 5.2687 - j3.7935 = 6.4923\angle -35.75^0$$

Do đó: $u_C(-0) = 6.4923\sqrt{2}\sin\left(-35.75^0\right) = -5.3643$

+ Sau khi chuyển khoá K đóng nguồn e2, ta có:

$$U_{AB}(p) = \frac{\dfrac{E_2(p)}{R_1} + \dfrac{u_C(-0)}{R_2 p + \dfrac{1}{C}}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{C_2 p}{R_2 C_2 p + 1} + \dfrac{1}{R_3}} = \frac{20}{9}.\frac{p+250}{p(p+138,89)}\left(1-e^{-pT}\right) - \frac{2,3841}{p+138,89}$$

+ Nghiệm: $u_{AB}(t) = \left(4 - 4,16e^{-138,89t}\right)1(t) - \left(4 - 1,78e^{-138,89(t-T)}\right)1(t-T)$