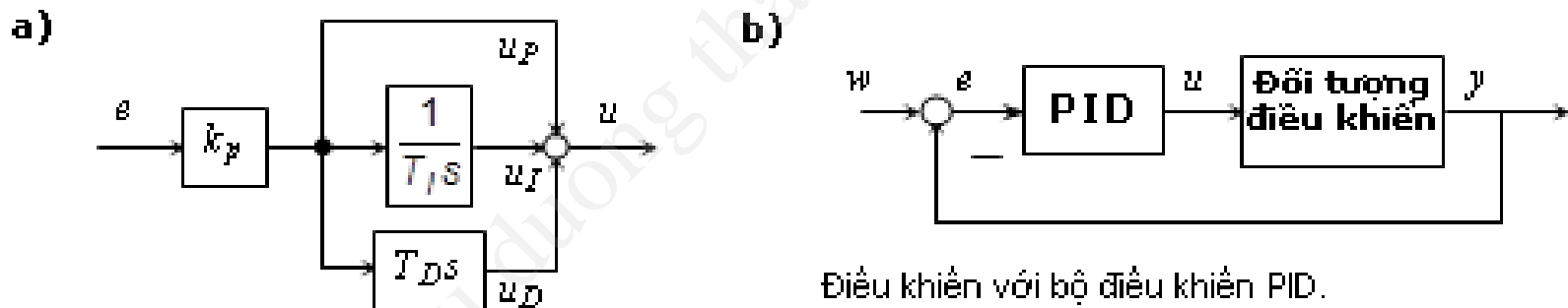


2.6. Thiết kế bộ điều khiển

Chọn tham số cho bộ điều khiển PID

- Tên gọi PID là chữ viết tắt của ba thành phần cơ bản có trong bộ điều khiển (hình 2.100a) gồm *khâu khuếch đại* (P), *khâu tích phân* (I) và *khâu vi phân* (D).



Bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID được mô tả bằng mô hình vào–ra:

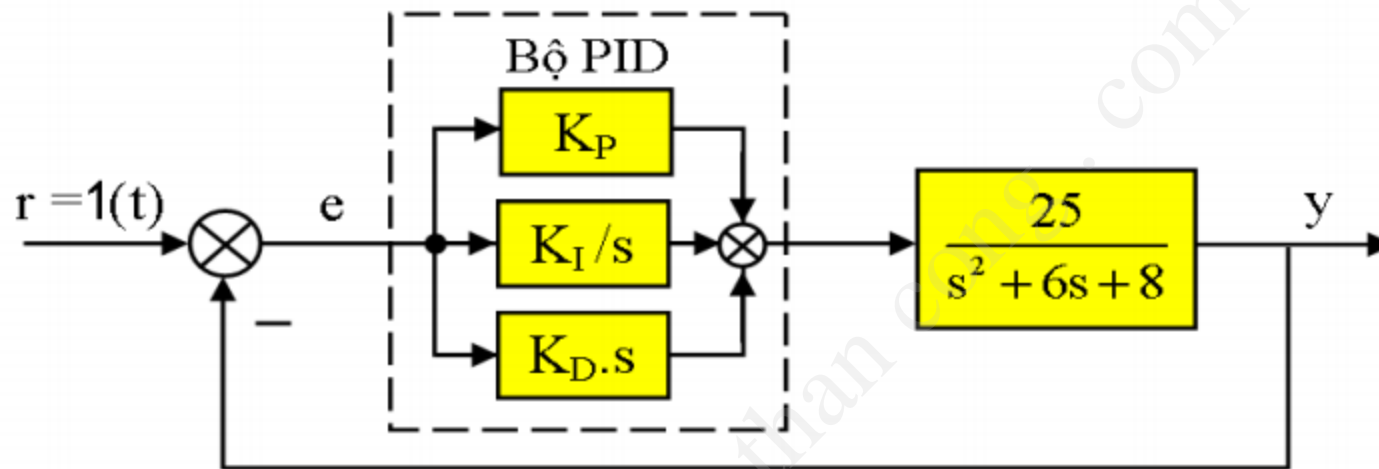
$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

trong đó $e(t)$ là tín hiệu đầu vào, $u(t)$ là tín hiệu đầu ra, k_p được gọi là hệ số khuếch đại, T_I là hằng số tích phân và T_D là hằng số vi phân.

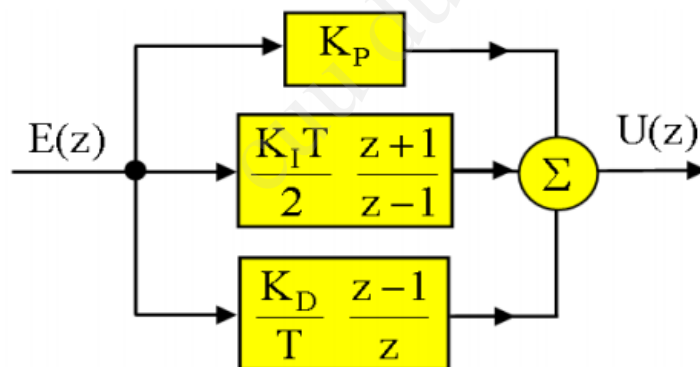
Từ mô hình vào–ra trên ta có được hàm truyền của bộ điều khiển PID:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Bộ điều khiển PID liên tục :



Bộ điều khiển PID số (rời rạc) :



Ý nghĩa của các tham số

- Kp càng lớn thì tốc độ đáp ứng càng nhanh.
- Kp càng lớn thì sai số xác lập càng nhỏ (nhưng không thể triệt tiêu).
- Kp càng lớn thì các cực của hệ thống có xu hướng di chuyển ra xa trục thực \Rightarrow Hệ thống càng dao động và độ quá điều chỉnh càng cao.
- Nếu Kp tăng quá giá trị giới hạn thì hệ thống sẽ dao động không tắt dần \Rightarrow mất ổn định

Ý nghĩa của các tham số

- Tín hiệu ngõ ra được xác định bởi sai số.
- K_I càng lớn thì đáp ứng quá độ càng chậm.
- K_I càng lớn thì sai số xác lập càng nhỏ. đặc biệt hệ số khuếch đại của khâu tích phân bằng vô cùng khi tần số bằng 0 \Rightarrow triệt tiêu sai số xác lập với hàm nấc.
- K_I càng lớn thì độ quá điều chỉnh càng cao
- K_D càng lớn thì đáp ứng quá độ càng nhanh.
- K_D càng lớn thì độ quá điều chỉnh càng nhỏ.
- Hệ số khuếch đại tại tần số cao là vô cùng lớn nên khâu hiệu chỉnh D rất nhạy với nhiễu tần số cao.
- Khâu vi phân không thể sử dụng một mình mà phải dùng kết hợp với các khâu P hoặc I

Chọn tham số cho bộ điều khiển PID

• Hiện có khá nhiều các phương pháp xác định các tham số k_p , T_I , T_D cho bộ điều khiển PID, song tiện ích hơn cả trong ứng dụng vẫn là:

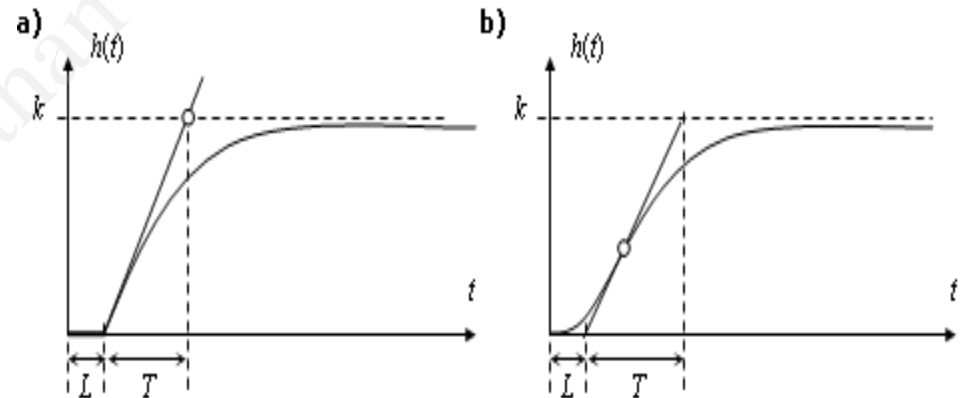
- ☐ Phương pháp Ziegler–Nichols
- ☐ Phương pháp phản hồi rơ le
- ☐ Phương pháp tối ưu độ lớn và phương pháp tối ưu đối xứng
- ☐ Phương pháp gán thời gian xác lập

Phương pháp Ziegler–Nichols 1

Áp dụng cho đối tượng là khâu quán tính bậc nhất có trễ hoặc xấp xỉ về khâu quán tính bậc nhất có trễ:

$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} e^{-Ls}$$

	k_P	T_I	T_D
P	$\frac{T}{kL}$		
PI	$\frac{0.9T}{kL}$	$\frac{10}{3}L$	
PID	$\frac{1.2T}{kL}$	$2L$	$0.5L$

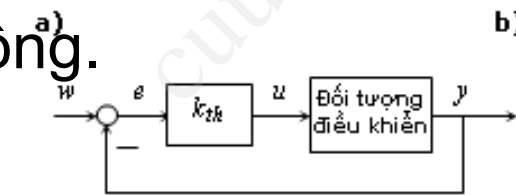


Hình 2.102: Xác định tham số cho mô hình xấp xỉ
Error! Reference source not found của đối tượng

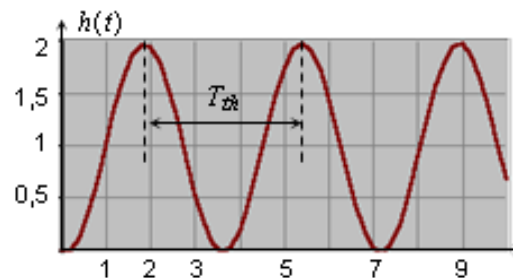
Phương pháp Ziegler–Nichols thứ hai

- Phương pháp thực nghiệm thứ hai này có đặc điểm là không sử dụng mô hình toán học của đối tượng, ngay cả mô hình xấp xỉ gần đúng. Nội dung của phương pháp thứ hai như sau:

- Thay bộ điều khiển PID trong hệ kín a) bằng khâu khuếch đại. Sau đó tăng hệ số khuếch đại tới giá trị tới hạn k_{th} để hệ kín ở chế độ biên giới ổn định b), tức là $h(t)$ có dạng dao động điều hòa. Xác định chu kỳ T_{th} của dao động.



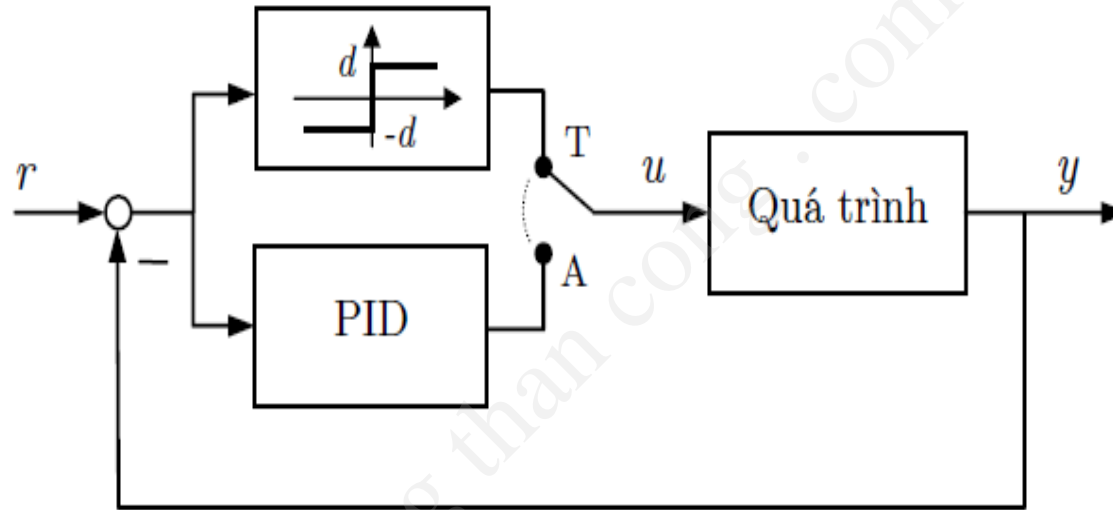
Xác định hằng số khuếch đại tới hạn.



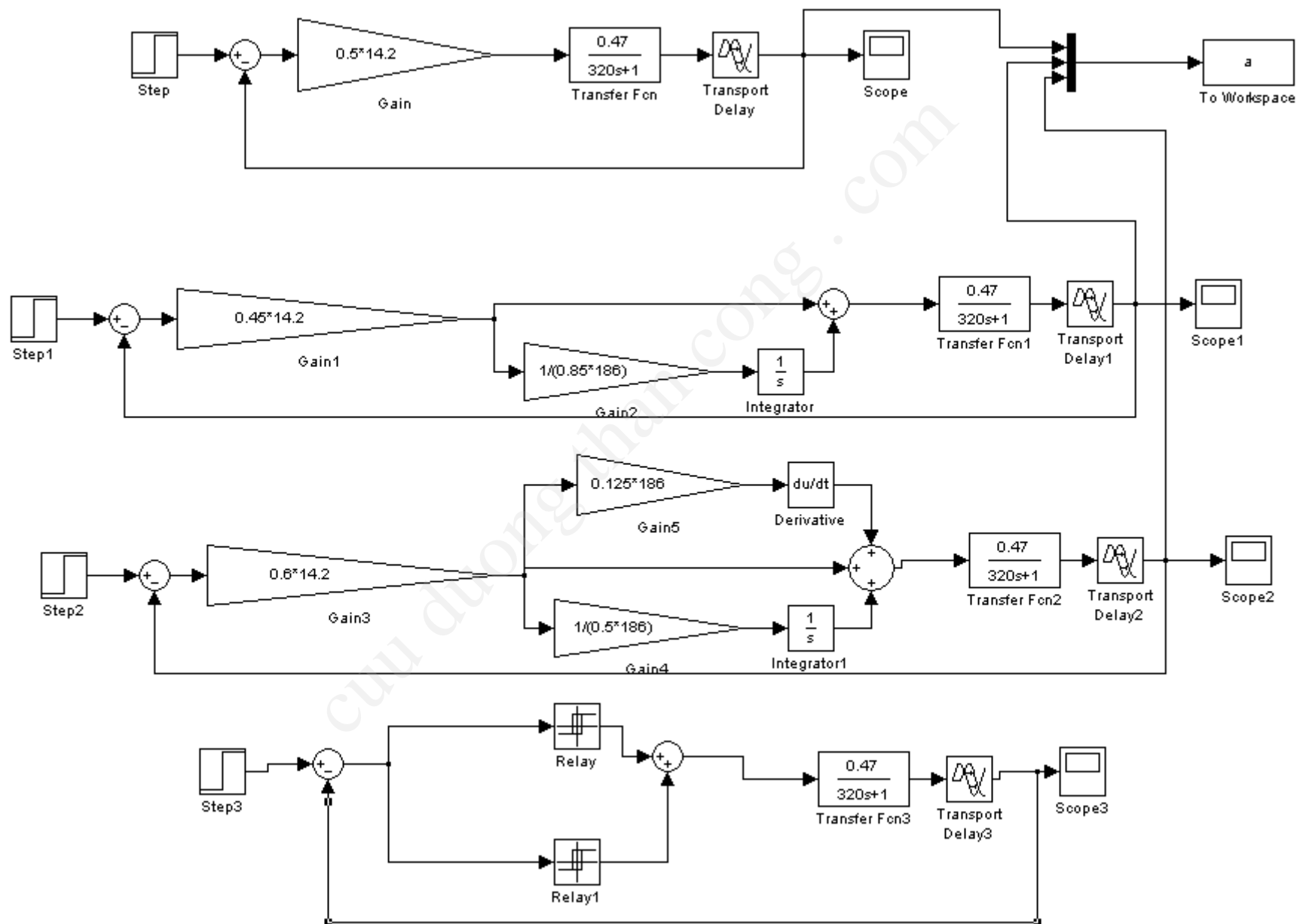
Phương pháp Ziegler–Nichols thứ hai

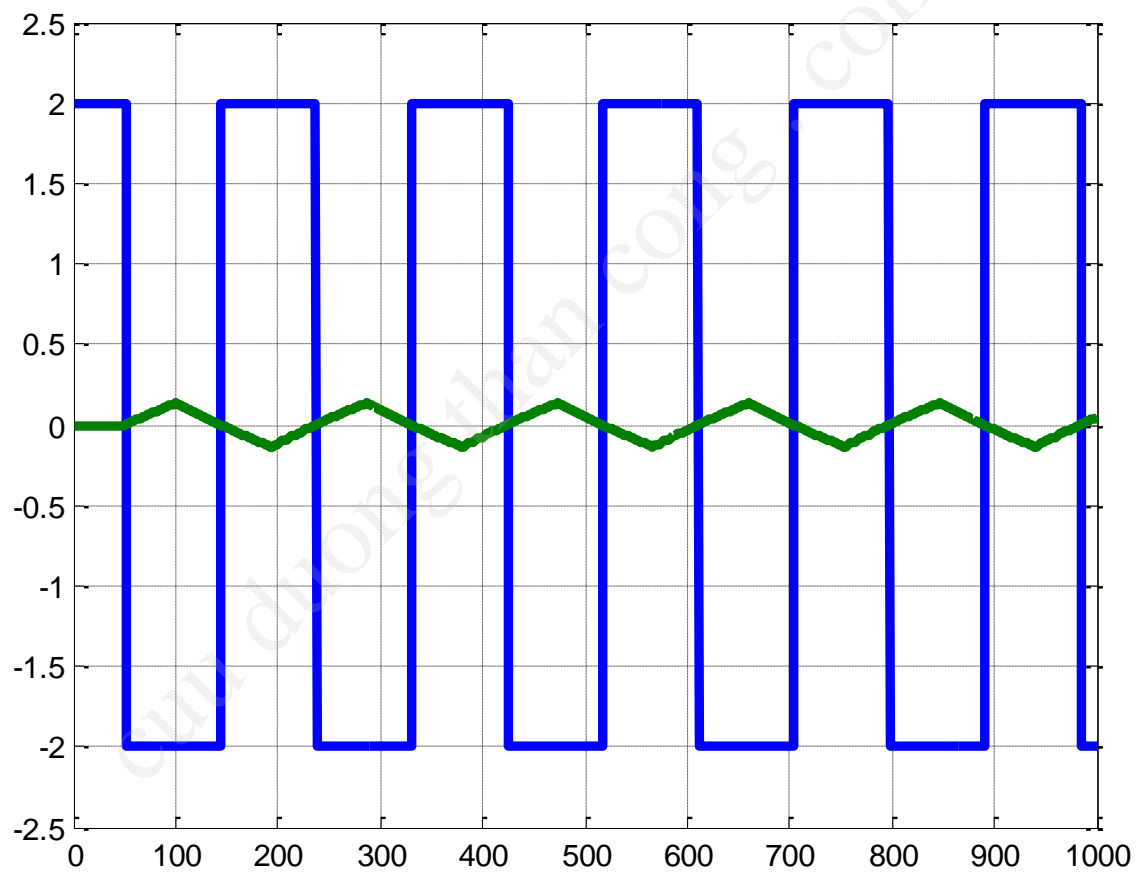
	k_P	T_I	T_D
P	$0.5 k_{th}$		
PI	$0.45k_{th}$	$0.85T_{th}$	
PID	$0.6k_{th}$	$0.5T_{th}$	$0.125T_{th}$

Åström-Hägglund (phản hồi rơ-le)

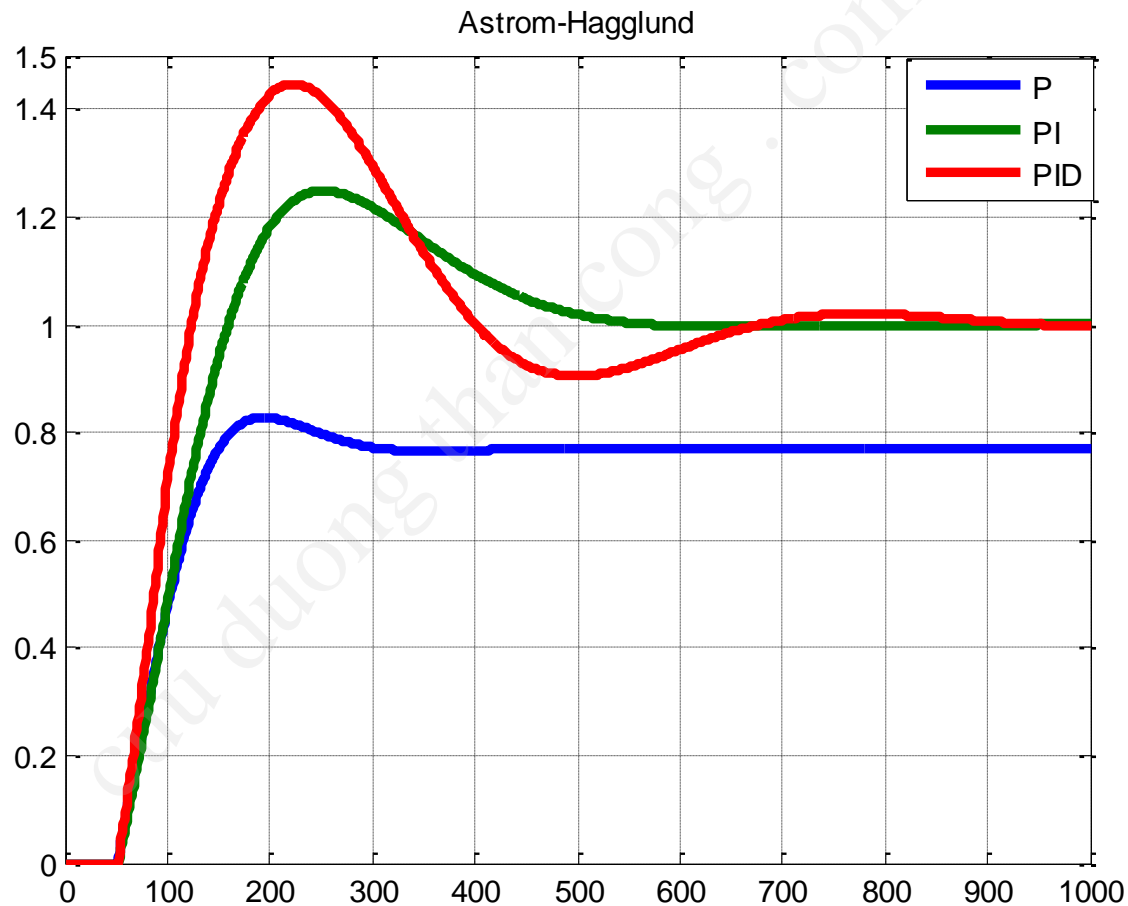


$$k_u = 4d / a\pi$$

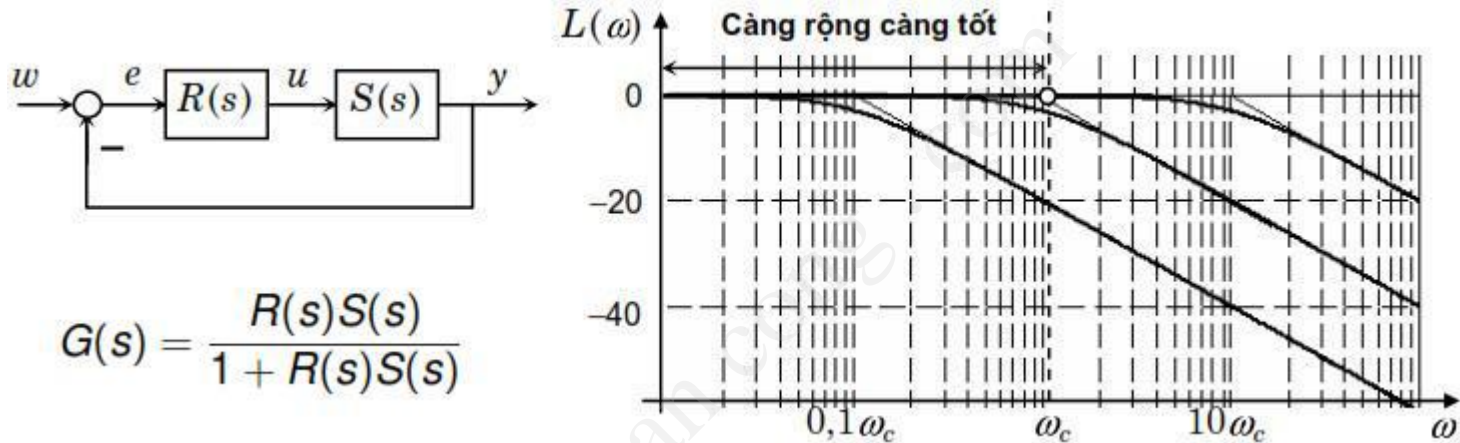




Đáp ứng theo Astrom Hagglung



Phương pháp tối ưu độ lớn



Mục đích : Thiết kế bộ điều khiển $R(s)$ thỏa mãn: $|G(j\omega)| \approx 1$ trong dải tần số thấp có độ rộng lớn được gọi là *bộ điều khiển tối ưu độ lớn*.

- Phương pháp tối ưu độ lớn được áp dụng cho các đối tượng $S(s)$ có hàm truyền dạng
 - Quán tính bậc nhất
 - Quán tính bậc hai
 - Quán tính bậc ba

Phương pháp tối ưu độ lớn

1. Điều khiển đối tượng quán tính bậc nhất

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:

- Đối tượng là khâu quán tính bậc nhất: $S(s) = \frac{k}{1 + Ts}$

- Bộ điều khiển là khâu tích phân: $R(s) = \frac{k_p}{T_I s}$

- Hàm truyền hệ hở:

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{k k_p}{T_I s(1 + Ts)} = \frac{k}{T_R s(1 + Ts)}$$

- Hàm truyền hệ kín: $G(s) = \frac{k}{T_R s(1 + Ts) + k}$ với $T_R = \frac{T_I}{k_p}$

Định lý 2.16: Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc nhất, thì bộ điều khiển tích phân với tham số $\frac{T_I}{k_p} = 2kT$ sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

1. Điều khiển đối tượng quán tính bậc nhất

- Tiếp theo ta bàn về trường hợp đối tượng $S(s)$ có dạng:

nhỏ
$$S(s) = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \cdots (1 + T_n s)}$$
 với các hằng số thời gian T_i

- Khi đó ta xấp xỉ về khâu quán tính bậc nhất có

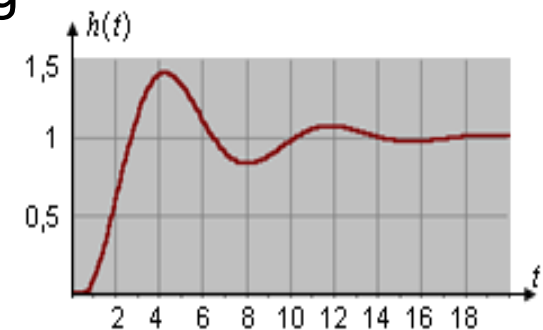
$$T = \sum_{i=1}^n T_i$$

- Ví dụ :** Giả sử đối tượng điều khiển có dạng

$$S(s) = \frac{2}{(1 + 0,1s)^5}$$

- Vậy thì $k = 2$ và $T = 0,6$.
- Do đó bộ điều khiển / được sử dụng sẽ có:

$$T_I = 2,4 \Rightarrow R(s) = \frac{1}{2,4s}$$



2) Điều khiển đối tượng quán tính bậc hai

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:
- Bộ điều khiển là khâu tỉ lệ tích phân:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = \frac{k_p(1 + T_I s)}{T_I s} = \frac{(1 + T_I s)}{T_R s}, \quad T_R = \frac{T_I}{k_p}$$

- Đối tượng là khâu quán tính bậc hai: $S(s) = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$

- Hàm truyền hệ hở: $G_h(s) = \frac{k(1 + T_I s)}{T_R s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$

- **Định lý 2.17:** Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc hai, thì bộ điều khiển tỉ lệ tích phân với tham số: $T_I = T_1$; $k_p = \frac{T_1}{2kT_2}$ sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

□ Nếu đối tượng có dạng: $S(s) = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \dots (1 + T_n s)}$

với T_2, T_3, \dots, T_n là rất nhỏ so với T_1 thì ta xấp xỉ về khâu bậc 2 với

$$T = \sum_{j=2}^n T_j$$

2) Điều khiển đối tượng quán tính bậc hai

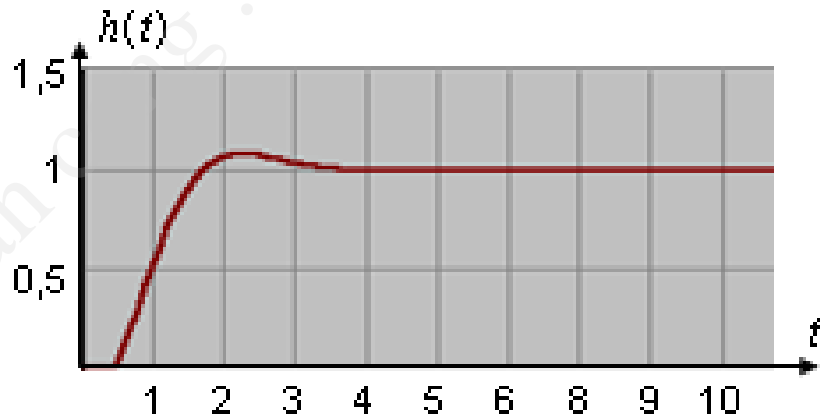
- Ví dụ: Giả sử đối tượng điều khiển có dạng

$$S(s) = \frac{3}{(1+2s)(1+0,1s)^5}$$

- Có $k=3$, $T_1=2$ và $T=0,5$
- Chọn tham số cho PI

$$R(s) = 0,67(1 + \frac{1}{2s})$$

- Là $T_I = 2$ và $k_p = 0,67$
- Ta sẽ được chất lượng hệ kín hư hình vẽ



2) Điều khiển đối tượng quán tính bậc ba

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:
- Đối tượng là khâu quán tính bậc ba: $S(s) = \frac{k}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)(1 + T_3s)}$
- Bộ điều khiển là tỷ lệ vi tích phân:
- $R(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s) = \frac{(1 + T_A s)(1 + T_B s)}{T_R s}$ $T_R = \frac{T_L}{k_p}$
- , Với $T_A + T_B = T_I$ và $T_A T_B = T_I T_D$

- **Định lý 2.18:** Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc ba , thì bộ điều khiển tỷ lệ vi tích phân với tham số:

$$T_I = T_1 + T_2, T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}, k_p = \frac{T_1 + T_2}{2kT_3}$$

sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

3) Điều khiển đối tượng quán tính bậc ba

Ví dụ : Giả sử đối tượng điều khiển có dạng:

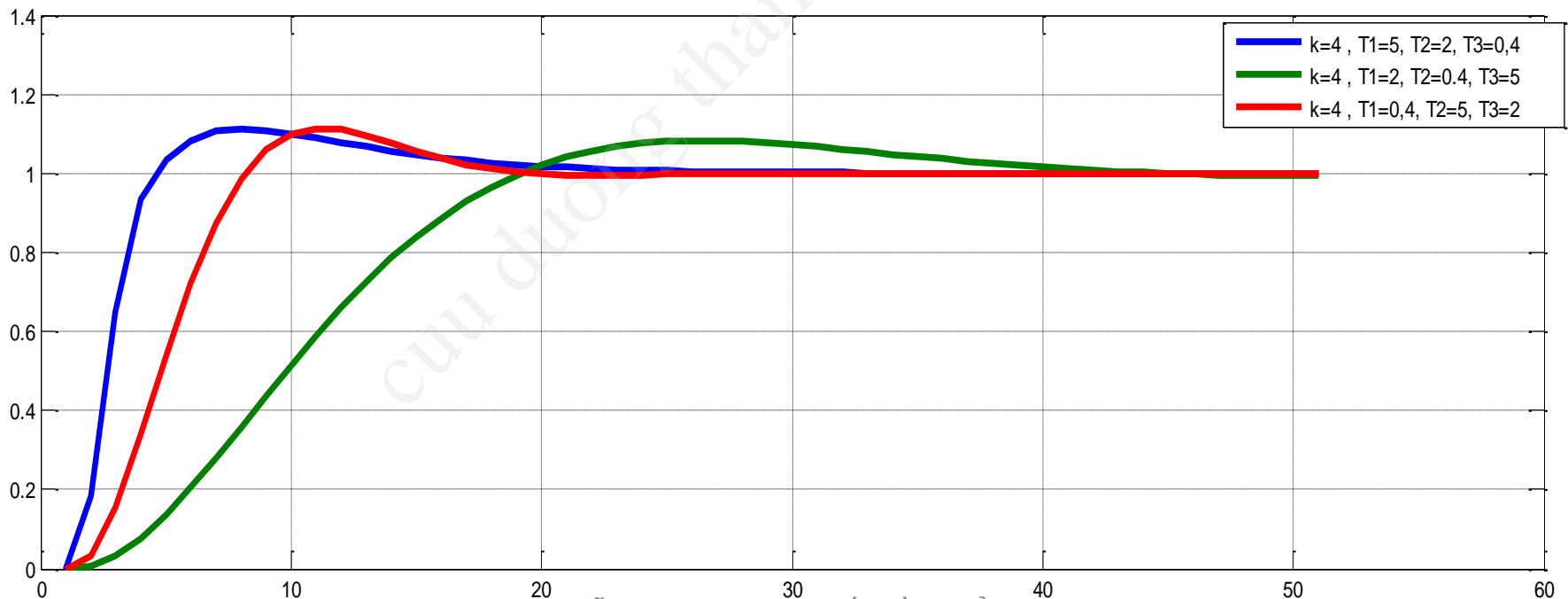
$$S(s) = \frac{4}{(1 + 5s)(1 + 2s)(1 + 0,1s)^4}$$

Xấp xỉ về khâu quán tính bậc ba $T = 0,1 \times 4 = 0,4$

+ Xét $k=4$, $T_1=5$, $T_2=2$, $T_3=0,4$ khi đó PID: $T_I = 7$, $T_D=1,43$ và $k_p=2,2$

+ Xét $k=4$, $T_1=2$, $T_2=0.4$, $T_3=5$ khi đó PID: $T_I = 2,4$, $T_D=0,33$ và $k_p=0,06$

+ Xét $k=4$, $T_1=0,4$, $T_2=5$, $T_3=2$ khi đó PID: $T_I = 5,4$, $T_D=0,37$ và $k_p=0,3375$



Ví dụ

- Cho hàm truyền đạt của hệ thống

$$G(s) = \frac{5}{(1+10s)(1+5s)(1+0,1s)(1+0,2s)^2(1+0,5s)}$$

a) Hãy tính toán bộ điều khiển PID theo phương pháp tối ưu độ lớn

b) Thay bộ điều khiển PID bằng bộ điều khiển tỷ lệ, tìm điều kiện để hệ ổn định

- Ta có $T_1 = 10$; $T_2 = 5$ lớn hơn rất nhiều so với $T_3 = 0,1$; $T_4 = 0,2$ và $T_5 = 0,5$ vì vậy chúng ta xấp xỉ về khâu quán tính bậc ba với hằng số thời gian:

$$T = T_3 + 2T_4 + T_5 = 1$$

- Vậy đối tượng xấp xỉ về khâu quán tính bậc 3

$$G(s) = \frac{5}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

- Theo công thức tính toán PID tối ưu độ lớn ta có:

$$T_I = T_1 + T_2 = 10 + 5 = 15$$

$$T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{50}{15} = 3,33$$

$$k_p = \frac{T_1 + T_2}{2.5.1} = \frac{15}{2.5.1} = 1,5$$

b) thay bộ điều khiển PID bằng bộ điều khiển tỷ lệ

- Bước 1: Ta có hàm truyền đạt của hệ kín:

$$G(s) = \frac{\frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}}{1 + \frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}} =$$

$$\frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s) + 5k}$$

- Bước 2: Phương trình đặc tính:

$$(1 + 10s)(1 + 5s)(1 + s) + 5k = 0$$

$$50s^3 + 65s^2 + 16s + 1 + 5k = 0$$

- Bước 3: Điều kiện cần $1 + 5k > 0 \Rightarrow k > -1/5$

Ví dụ

Bước 4: Bảng Routh

$$\begin{array}{r} 50 \qquad 16 \\ 65 \qquad 5k+1 \\ \hline 990 - 250k \\ \hline 65 \\ 5k+1 \end{array}$$

Điều kiện đủ $\begin{cases} \frac{990-250k}{65} > 0 \\ 5k+1 > 0 \end{cases} \begin{cases} k < 3,96 \\ k > -0,2 \end{cases}$

Bước 5: Vậy điều kiện cần và đủ cho hệ thống ổn định là $-0,2 < k < 3,96$; (Nếu đề bài cho $k > 0$ thì ta phải kết hợp điều kiện đầu bài $0 < k < 3,96$)

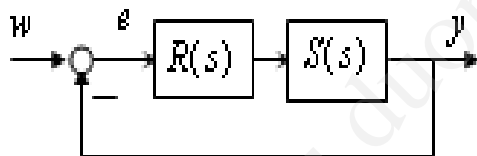
Phương pháp tối ưu đối xứng

- Gọi $G_h(s)$ là hàm truyền của hệ hở. Khi đó hệ kín có hàm truyền

$$G(s) = \frac{G_h(s)}{1 + G_h(s)} \quad \Leftrightarrow \quad G_h(s) = \frac{G(s)}{1 - G(s)}$$

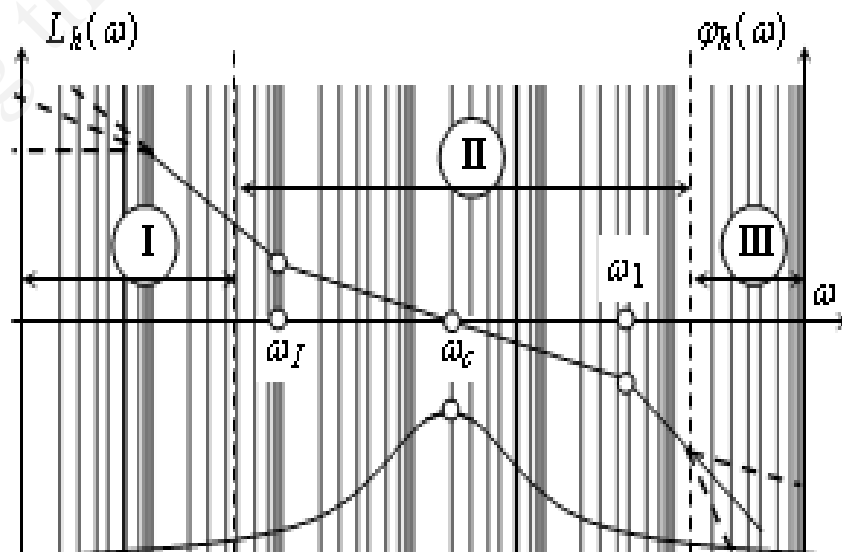
giống như ở phương pháp tối ưu độ lớn, để có $|G(j\omega)| \approx 1$ trong dải tần số thấp thì phải có $|G_h(j\omega)| \gg 1$ trong dải tần ω nhỏ

a)



Minh họa tư tưởng thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng

b)



Phương pháp tối ưu đối xứng

- *Vùng I là vùng tần số thấp.* Điều kiện được thể hiện rõ nét ở vùng I là hàm đặc tính tần hệ hở $G_h(j\omega)$ phải có biên độ rất lớn, hay $L_h(\omega) \gg 0$. Vùng này đại diện cho chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập hoặc tĩnh (tần số nhỏ).
- *Vùng II là vùng tần số trung bình và cao.* Vùng này mang thông tin đặc trưng của tính động học hệ kín. Vùng II được đặc trưng bởi điểm tần số cắt $L_h(\omega) = 0$ hay $G_h(j\omega_c) = 1$. Mong muốn rằng hệ kín không có cấu trúc phức tạp nên hàm $G_h(j\omega)$ cũng được giả thiết chỉ có một tần số cắt ω_c .
- *Vùng III là vùng tần số rất cao.* Để hệ không bị ảnh hưởng bởi nhiễu tần số rất cao, tức là khi ở tần số rất cao $G(s)$ cần có biên độ rất nhỏ, thì trong vùng này hàm $G_h(j\omega)$ nên có giá trị tiến đến 0.

Phương pháp tối ưu đối xứng

- Có thể thấy ngay được rằng, nếu ký hiệu:

$$T_I = \omega_I^{-1}; T_c = \omega_c^{-1}; T_1 = \omega_1^{-1};$$

thì hệ hở $G_h(s)$ mong muốn với biểu đồ Bode cho trong hình b) phải là:

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{k_h(1 + T_I s)}{s^2(1 + T_1 s)}$$

Phương pháp tối ưu đối xứng

1) Điều khiển đối tượng tích phân – quán tính bậc nhất

- Nếu đối tượng là khâu tích phân – quán tính bậc nhất thì *bộ điều khiển tối ưu đối xứng* sẽ là bộ điều khiển PI với các tham số xác định như sau:
- ☐ Xác định a từ độ quá điều chỉnh Δh cần có của hệ kín theo $\Delta h = \exp\left(-\frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right) = \exp\left(-\pi\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{4-\sqrt{a}}}\right)$ hoặc tự chọn $a > 1$ từ yêu cầu chất lượng đề ra. Giá trị a được chọn càng lớn, độ quá điều chỉnh càng nhỏ. Nếu $a \leq 1$, hệ kín sẽ không ổn định.
- ☐ Tính T_i theo công thức $T_i = aT_1$
- ☐ Tính k_p theo công thức $k_p = \frac{1}{kT_1\sqrt{a}}$

Ví dụ

- Xác định tham số tối ưu đối xứng cho bộ điều khiển PI. Xét đối tượng tích phân–quán tính bậc nhất mô tả bởi:

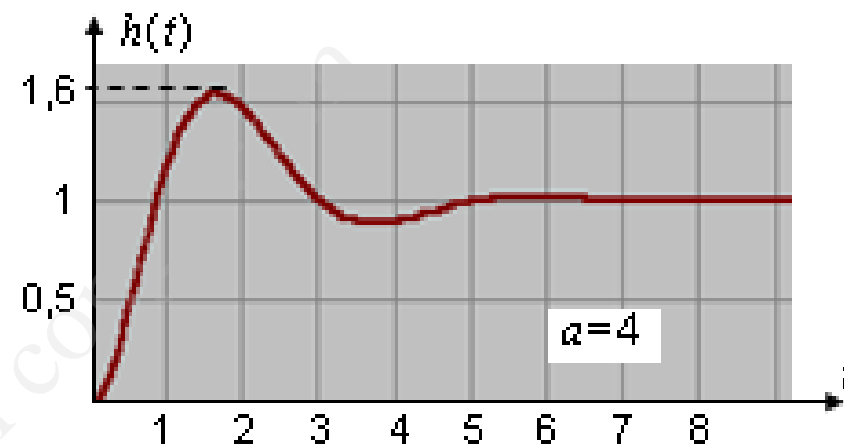
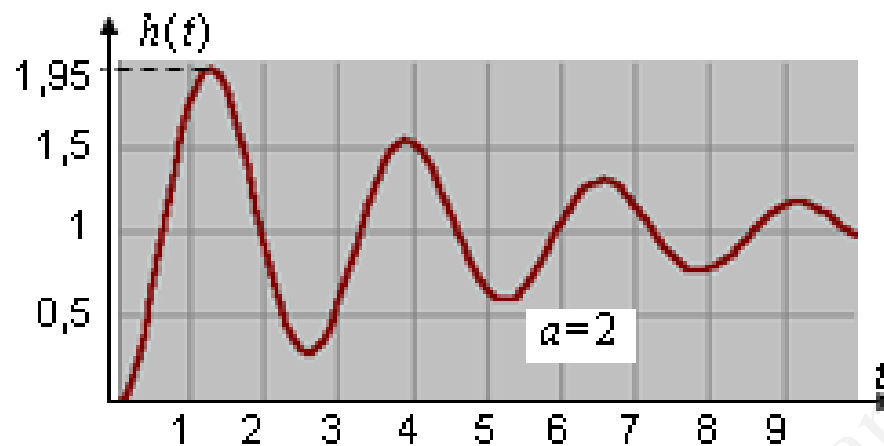
$$S(s) = \frac{2}{s(1+0,3s)} \quad k = 2; T_1 = 0,3$$

- Chọn bộ điều khiển PI để điều khiển theo nguyên tắc tối ưu đối xứng:
$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{k_p (1 + T_I s)}{T_I s}$$

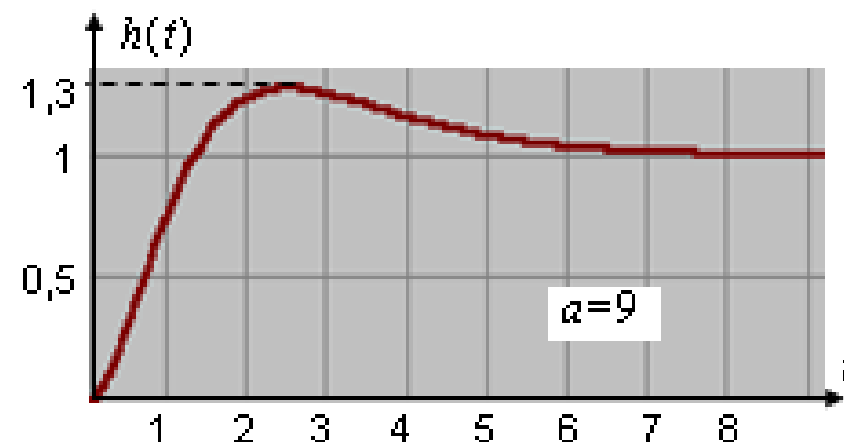
ta sẽ có các tham số sau được chọn theo công thức trên:

- Khi $a = 2$; $k_p = 1,18$; $T_I = 0,6$
- Khi $a = 4$; $k_p = 0,83$; $T_I = 1,2$
- Khi $a = 9$; $k_p = 0,56$; $T_I = 2,7$

Ví dụ



Hàm quá độ hệ kín với bộ điều khiển PI có các tham số được chọn theo nguyên tắc điều khiển tối ưu đối xứng.



Phương pháp tối ưu đối xứng

2) Điều khiển đối tượng tích phân – quán tính bậc hai

- Nếu đối tượng là khâu tích phân – quán tính bậc hai thì bộ điều khiển tối ưu đối xứng sẽ là bộ điều khiển PID

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = \frac{k_p (1 + T_A s)(1 + T_B s)}{T_I s}$$

với các tham số xác định như sau:

- ☐ Chọn $T_A = T_1$
- ☐ Xác định $16 > a > 1$ từ độ quá điều chỉnh Δh cần có của hệ kín, hoặc chọn $a > 1$ từ yêu cầu chất lượng đề ra. Hệ kín không có dao động khi $a \geq 16$. Hệ kín sẽ không ổn định với $a \leq 1$.
- ☐ Tính $T_B = a T_2$ Từ đó suy ra $T_I = T_A + T_B$ và $T_D = \frac{T_A T_B}{T_I}$.
- ☐ Tính $\hat{k}_p = \frac{1}{k T_2 \sqrt{a}}$ rồi suy ra $k_p = \frac{\hat{k}_p T_I}{T_B}$.

Ví dụ

- Thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng
- Xét đối tượng tích phân – quán tính bậc hai:

$$S(s) = \frac{2}{s(1+3s)(1+5s)}$$

Từ : $k = 2$; $T_1 = 3$; $T_2 = 5$

ta có với $a = 8$:

$$T_A = T_1 = 3$$

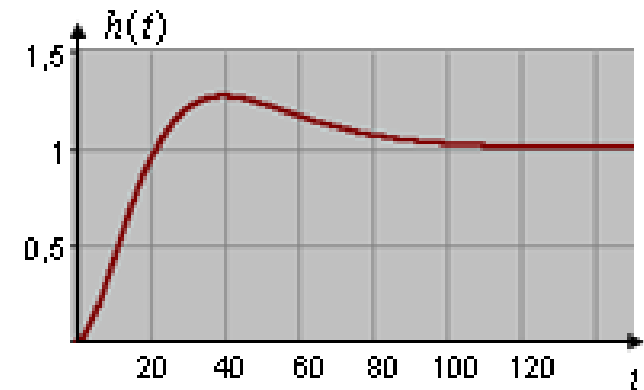
$$T_B = aT_2 = 8 \cdot 5 = 40$$

$$T_I = T_A + T_B = 43$$

$$T_D = \frac{T_A T_B}{T_I} = \frac{T_A T_B}{T_I} = \frac{3 \cdot 40}{43} = 2,8$$

$$\hat{k}_p = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}} = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{8}} = 0,035 \text{ rồi suy ra } k_p = \frac{\hat{k}_p T_I}{T_B} = \frac{0,035 \cdot 43}{40} = 0,04$$

Vậy : $k_p = 0,04$; $T_I = 43$; $T_D = 2,8$ cho bộ điều khiển PID.



Phương pháp tối ưu đối xứng

- Giảm độ quá điều chỉnh bằng bộ tiền xử lý

+ Nếu đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc nhất thì:

a) Chọn bộ điều khiển PI với

$$k_p = \frac{1}{2kT_1} ; T_I = 4T_1$$

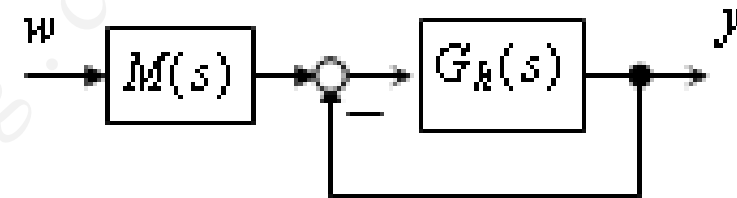
b) Chọn bộ tiền xử lý $M(s) = \frac{1}{1+4T_1s}$

+ Nếu đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc hai thì:

a) Chọn bộ điều khiển PID với

$$k_p = \frac{T_1}{8kT_2^2} ; T_I = T_1 + 4T_2 ; T_D = \frac{4T_1T_2}{T_1 + 4T_2}$$

b) Chọn bộ tiền xử lý $M(s) = \frac{1}{1+4T_2s}$



Hình 2.114: Giảm độ quá điều chỉnh bằng bộ tiền xử lý.

Ví dụ

- Thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng
- Xét đối tượng tích phân – quán tính bậc hai:

$$S(s) = \frac{2}{s(1+3s)(1+5s)}$$

Từ : $k = 2$; $T_1 = 3$; $T_2 = 5$

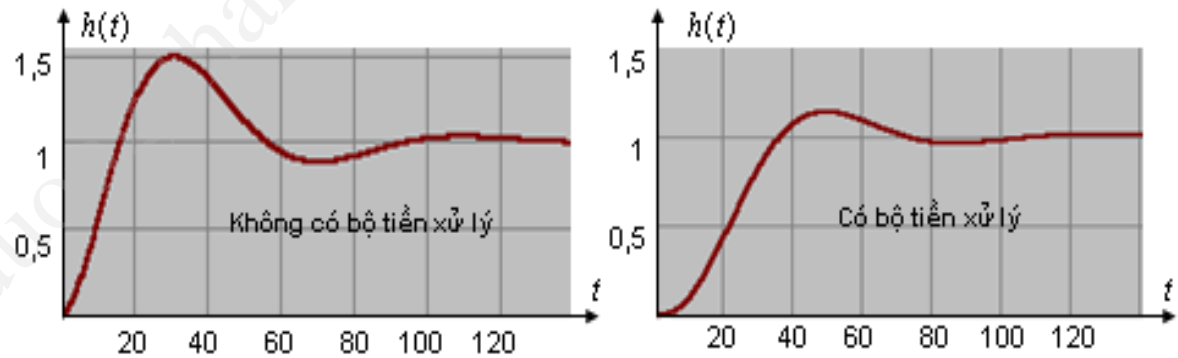
ta có với $a = 4$:

$$T_I = T_1 + 4T_2 = 23$$

$$T_D = \frac{4T_1T_2}{T_1 + 4T_2} = \frac{3 \cdot 20}{23} = 2,6$$

$$k_p = \frac{T_I}{8kT_2^2} = \frac{23}{8 \cdot 2 \cdot 25} = 0,0575$$

Vậy : $k_p = 0,0575$; $T_I = 23$; $T_D = 2,6$ cho bộ điều khiển PID.



Hình 2.115: Minh họa ví dụ 2.72.

Phương pháp gán thời gian xác lập và độ quá điều chỉnh

1. Đối tượng là khâu quán tính bậc nhất

$$S(s) = \frac{k}{1+T_I s}$$

Bộ điều khiển

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{k_p (1 + T_I s)}{T_I s}$$

$$T_I = T$$

$$k_p = \frac{T \ln 20}{k T_{5\%}}$$

2. Đối tượng là khâu quán tính bậc hai

$$S(s) = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

Bộ điều khiển

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = \frac{k_p (1 + T_A s)(1 + T_B s)}{T_I s}$$

$$T_I = T_1 + T_2; T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

$$k_p = \frac{(T_1 + T_2) \ln 20}{k T_{5\%}}$$

