2.3.Các khâu động học cơ bản

1. Khâu quán tính bậc nhất

+ Phương trình vi phân:

$$T\frac{dy}{dt} + y = kx$$

+ Hàm truyền đạt:

$G(s) = \frac{k}{1+Ts}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

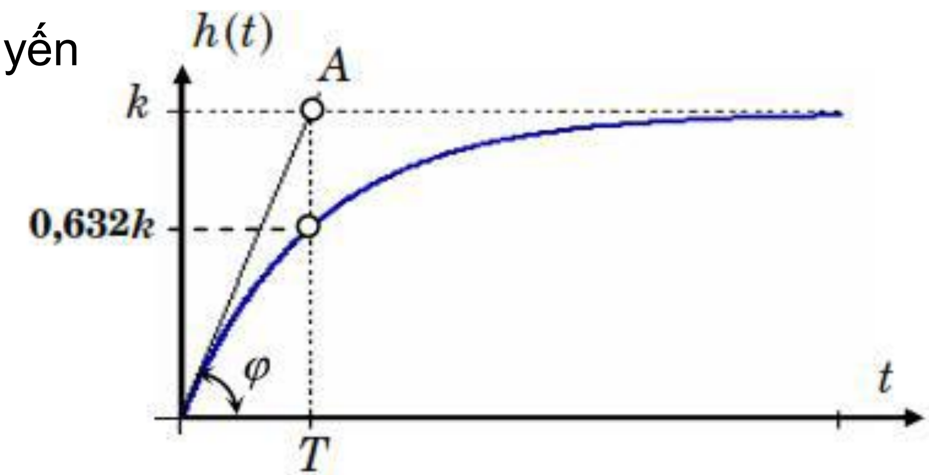
T: hằng số thời gian

+ Hàm quá độ : $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = k(1-e^{-\frac{1}{T}t})$

Bài toán ngược: Biết hàm quá độ h(t), xác định k,T

- Hoành độ của đường tiệm cận với h(t) khi t→∞ là giá trị k
- Kẻ đường tiếp tuyến với h(t) tại t=0
- Hoành độ của điểm A trên đường tiếp tuyến mà tại đó tung độ bằng k sẽ chính là tham số T cần tìm.

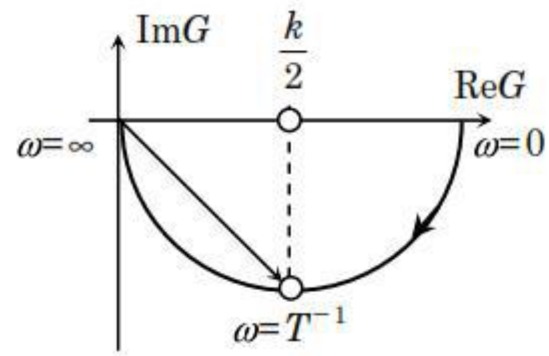
Ngoài ra cũng tại thời điểm T ta còn có $h(t=T) = k(1-e^{-1}) = 0{,}632k$ nên có thể tìm T bằng cách xác định điểm trên h(t) =0,632k



1.Khâu quán tính bậc nhất

- **Đặc tính tần biên pha:**

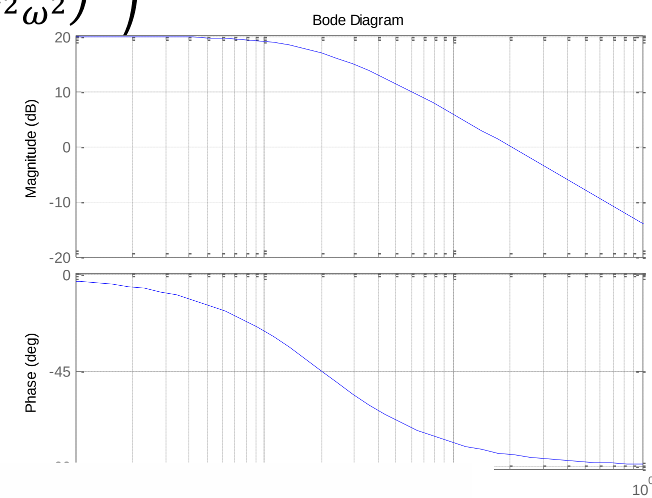
$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T} = \frac{k(1-j\omega T)}{(1+j\omega T)(1-j\omega T)} = \frac{k}{1+T^2\omega^2} - j\frac{kT\omega}{1+T^2\omega^2}$$



- **Đồ thị bode:**

Biên độ: $L(\omega) = 20\lg\left|\tilde{G}(j\omega)\right| = 20\lg\left(\sqrt{\left(\frac{k}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{kT\omega}{1+T^2\omega^2}\right)^2}\right)$

$= 20\lg\left(\frac{k^2}{1+T^2\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}}$



Khi $\omega << 1/T$ $L(\omega) = 20\lg k$

$\omega >> 1/T$ $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg T\omega$

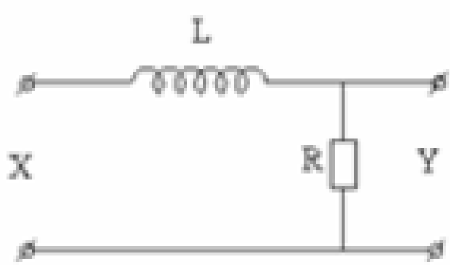
Pha: $\varphi(\omega) = -\arctan(T\omega)$

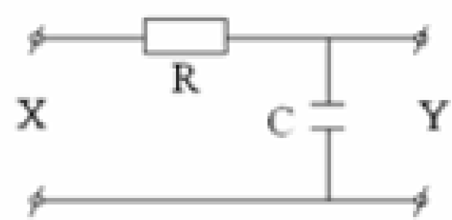
Khi $\omega = 0$ thì $\varphi(\omega) = 0$

$\omega = 1/T$ $\varphi(\omega) = -\pi/4$

$\omega = \infty$ $\varphi(\omega) = -\pi/$

Ví dụ:





2.Khâu tích phân - quán tính bậc nhât

+ Hàm truyền đạt:

G(s) = $\frac{k}{s(1+Ts)}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

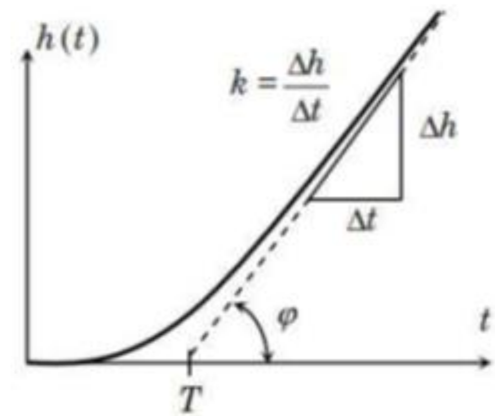
T: hằng số thời gian

+ Hàm quá độ: h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2(1+Ts)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T}{s+\frac{1}{T}}\right\}$

Suy ra h(t) = k$\left[t - T(1 - e^{-\frac{1}{T}t})\right]$

+ Bài toán ngược: Xác định k, T từ hàm quá độ:

- Kẻ đường tiệm cận $h_{tc}(t)$ với h(t) tại t = ∞
- Xác định T là giao điểm của $h_{tc}(t)$ với trục hoành
- Xác định góc nghiêng φ của $h_{tc}(t)$ với trục hoành rồi tính k = tan φ



2. Khâu tích phân - quán tính bậc nhất

+ Đặc tính tần biên pha:

$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+jT\omega)} = -\frac{kT}{1+T^2\omega^2} - j\frac{k}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

ω	Re	Im
0	- kT	-∞
1/T	- kT/2	-k/2T
∞	0	0

+ Đồ thị Bode

Biên độ : $L(\omega) = 20lg\left[\sqrt{\left(-\frac{kT}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(-\frac{k}{\omega(1+T^2\omega^2)}\right)^2}\right]$

$=20\lg k - 20\lg\omega - 20\lg\sqrt{(T\omega)^2+1}$

Khi ω<<1/T L(ω) = 20lgk - 20lgω

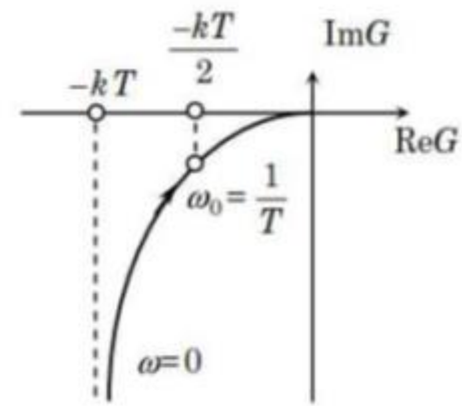
ω>>1/T L(ω) = 20lgk-20lgT-40lgω

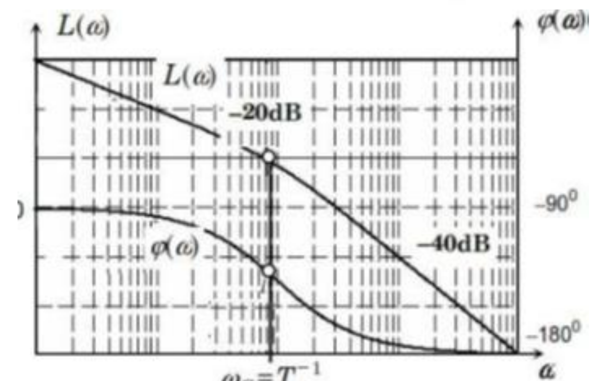
Pha: φ(ω) = φ1(ω) + φ2(ω) =-π/2 - arctan(Tω)

Khi ω=0 thì φ(ω) = -π/2

ω=1/T φ(ω) = -3π/4

ω=∞ φ(ω) = -π





3. Khâu tích phân - quán tính bậc n

Hàm truyền đạt:

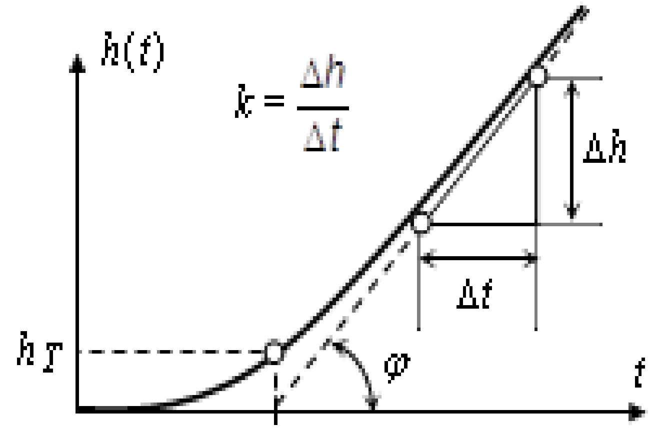
G(s) = $\frac{k}{s(1+Ts)^n}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

T: hằng số thời gian

Hàm quá độ: h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2(1+Ts)^n}\right\}$

$=\mathcal{L}^{-1}\left\{k\left[\frac{1}{s^2} - \frac{nT}{s} + \sum_{i=1}^{n}\frac{(n+1-i)T^2}{(1+Ts)^i}\right]\right\}$

Suy ra h(t) = k$\left[t - nT + \sum_{i=1}^{n}\frac{(n+1-i)t^{i-1}e^{-\frac{1}{T}t}}{T^{i-2}(i-1)!}\right]$



Bài toán ngược: Xác định các tham số k,T và n từ hàm quá độ

- Kẻ đường tiệm cận h_{tc}(t) với h(t) tại t = ∞
- Xác định góc nghiêng φ của h_{tc}(t) với trục hoành rồi tính k = tan φ

- Xác định T_{tc} là giao điểm của h_{tc}(t) với trục hoành và tính T=$\frac{T_{tc}}{n}$

Trường hợp chưa biết bậc của n có thể tra bảng sau:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
φ	0,3679	0,2707	0,224	0,1954	0,1755	0,1606	0,149	0,1396	0,1318	0,1144

4. Khâu quán tính bậc hai

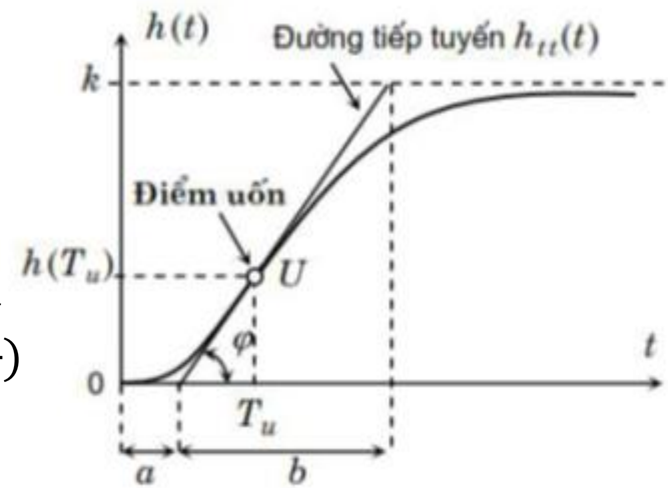
+ Hàm truyền đạt:

$G(s) = \frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$; Trong đó $T_1 > T_2$

k : hệ số khuếch đại

T_1, T_2 : hằng số thời gian

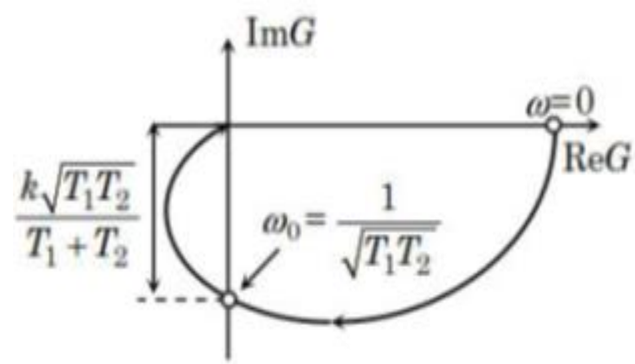
+ Hàm quá độ: $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = k\left(1 - \frac{T_1 e^{-\frac{1}{T_1}t} - T_2 e^{-\frac{1}{T_2}t}}{T_1 - T_2}\right)$



+ Đặc tính tần biên pha:

$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k(1 - T_1 T_2 \omega^2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)} - j\frac{k\omega(T_1+T_2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

ω	Re	Im
0	k	0
$1/\sqrt{T_1 T_2}$	0	$-\frac{k\sqrt{T_1 T_2}}{T_1+T_2}$
∞	0	0



4. Khâu quán tính bậc hai

Bài toán ngược: Biết hàm quá độ h(t), xác định k,T_1,T_2

Tìm hằng số k theo k=h(∞)

Kẻ đường tiếp tuyến h_{tt}(t) với h(t) tại điểm uốn. Sau đó xác định hai tham số a là hoành độ giao điểm của đường tiếp tuyến với trục thời gian và b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi được từ 0 đến k.

Lập tỷ số *a/b*. Nếu $\frac{a}{b} > 0{,}103648$ thì bỏ qua.

Tìm *x thỏa mãn 0<x<1* từ $\frac{a}{b}$ (tra bảng)

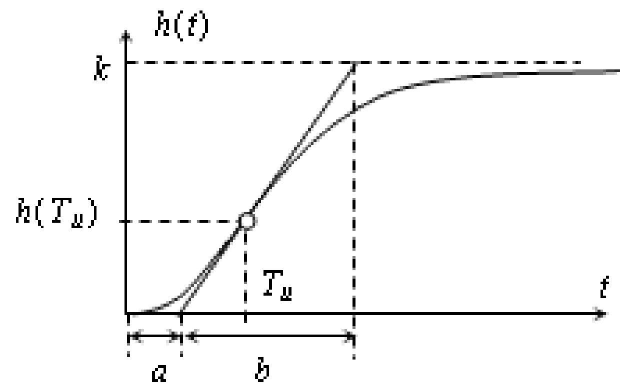
Tìm T_1 theo công thức $T_1 = b / f_1(x)$ với $f_1(x) = x^{\frac{x}{x-1}}$

Tính $T_2 = xT_1$.

a/b	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
x	0,012	0,0275	0,0467	0,707	0,1008	0,1393	0,1904	0,2622	0,374	0,6113

5. Khâu quán tính bậc n

Hệ thống có đường thực nghiệm h(t) tuy cũng có dạng hình chữ S nhưng không thỏa mãn điều kiện $0<\frac{a}{b} < 0,103648$.



+ Hàm truyền đạt:

$$G(s) = \frac{k}{(1+Ts)^n}$$

Như vậy hàm quá độ h(t) của khâu PTn có ảnh Laplace

$$H(s) = \frac{k}{s(1+Ts)^n}$$

+ Hàm quá độ là:

$$h(t) = k\left(1- e^{-\frac{1}{T}t} \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i t^{i-1}}{(i-1)!}\right) \text{ Với } A_i = \frac{k}{T^{i-1}}$$

Đồ thị bode được biểu diễn trên hình vẽ với tần số gẫy $\omega_G = 1/T$

Trước tần số gẫy ω_G, $L(\omega)$ có dạng song song với trục hoành ứng với thành phần khuếch đại k, sau tần số gẫy thì $L(\omega)$ giảm về 0 với vận tốc là 20n dB/dec

5. Khâu quán tính bậc n

Bài toán ngược: tìm k, T và n từ đường đặc tính

- Tìm hằng số k theo $k = h_\infty = \lim_{t\to\infty} h(t)$
- Kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với h(t) tại điểm uốn. Sau đó xác định hai tham số a là hoành độ giao điểm của đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với trục thời gian và b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi từ 0 tới h_∞.
- Lập tỷ số $\frac{a}{b}$. Nếu $0<\frac{a}{b}<0{,}103648$ thì dừng thuật toán với kết luận rằng đối tượng phải được mô tả bằng mô hình quán tính bậc hai
- Tìm n bằng cách tra bảng

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{a}{b}$	0,1036	0,218	0,3194	0,4103	0,4933	0,57	0,6417	0,7092	0,7732	0,8341

- Tìm T từ n và b theo công thức:

$$T = \frac{b(n-1)^{n-2}}{e^{n-1}(n-2)!}$$

6. Khâu Lead/Lag

Khâu Lead và khâu Lag đều là những hệ có chung hàm truyền đạt:

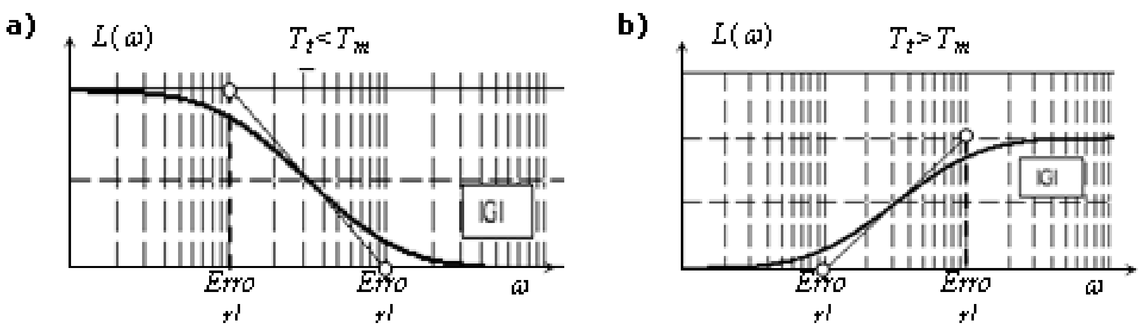
$$G(s) = \frac{1+T_t s}{1+T_m s}$$

Trong đó :

Nếu $T_t > T_m$ thì ta nói đó là khâu Lead (dẫn trước)

Nếu $T_t < T_m$ thì ta nói đó là khâu Lag (cắt bớt)

Cả hai khâu đều có tần số gẫy là $\omega_{G1} = T_t^{-1}$ và $\omega_{G2} = T_m^{-1}$.
Nếu $T_t > T_m$ thì những thành phầncó tần số cao trong tín hiệu đầu vào sẽ được ưu tiên cho đi qua (dẫn tần số cao), ngược lại khi $T_t < T_m$ thì khâu ưu tiên những thành phần có tần số thấp (cắt bớt tần số cao)

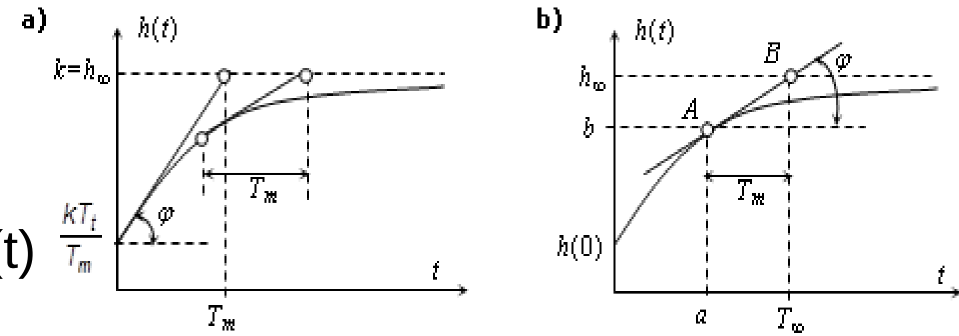


6. Khâu Lead/Lag

Từ hàm truyền đạt ta có ảnh Laplace của hàm quá độ

H(s) = $\frac{1+T_t s}{s(1+T_m s)} = \frac{1}{s} - \frac{T_m - T_t}{1+T_m s}$

Hàm quá độ h(t) = $\left(1 - \frac{(T_m - T_t)e^{-\frac{1}{T_m}t}}{T_m}\right)1(t)$



Xác định tham số của mô hình Lead/Lag từ đồ thị hàm quá độ h(t) của nó như sau:

- Kẻ đường tiệm cận h_∞ với $h(t)$ tại t=∞ rồi xác định k theo .
- Kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với $h(t)$ tại điểm t=0, sau đó xác định T_m là hoành độ của giao điểm giữa đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với đường tiệm cận h_∞.
- Xác định T_t theo $T_t = \frac{h(0)T_m}{k}$

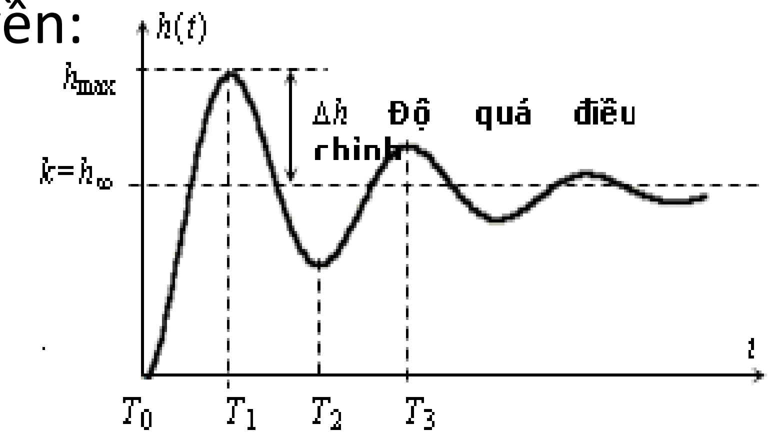
6. Khâu Lead/Lag

- Kẻ đường tiệm cận h_∞ với $h(t)$ tại rồi xác định k theo .
- Lấy một điểm A bất kỳ trên $h(t)$ và kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với $h(t)$ tại A, sau đó xác định B là giao điểm giữa đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với đường tiệm cận h_∞.
- Chiếu đoạn lên trục thời gian (trục hoành) để có T_m.
- Xác định T_t từ T_m và k theo $T_t = \dfrac{h(0)T_m}{k}$

7. Khâu dao động bậc hai

Khâu dao động bậc hai là khâu có hàm truyền:

$$G(s) = \frac{k}{1 + 2DTs + T^2s^2} = \frac{k}{(Ts + D)^2 + 1 - D^2}, \quad 0 < D < 1$$



Hàm quá độ (xem ví dụ 2.10):

$$h(t) = k\left[1 - \frac{e^{-\frac{Dt}{T}}}{\sqrt{1-D^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-D^2}\,t}{T} + \arccos D\right)\right]$$

Bài toán ngược: xác định các tham số k, T , D

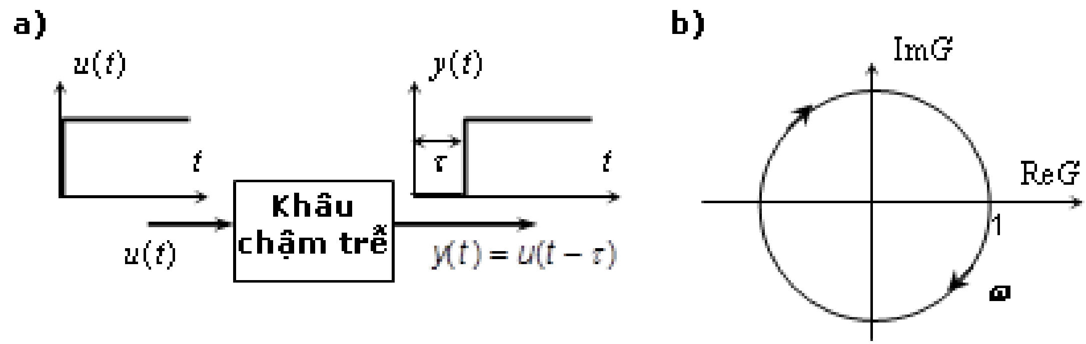
- Tìm $k = h(\infty)$.
- Tìm $\Delta h = h_{max} - h_{(\infty)}$ và tính $D = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{\pi^2}{\ln^2\left|\dfrac{\Delta h}{k}\right|}}}$
- Tính $T = \dfrac{T_1\sqrt{1 - D^2}}{\pi}$

8. Khâu chậm trễ (khâu trễ)

- Khâu trễ là một hệ động học cơ bản có quan hệ giữa tín hiệu vào $u(t)$ và ra $y(t)$ là $y(t) = u(t-\tau)$

  τ được gọi là *thời gian trễ*

- Khâu trễ có hàm truyền $G(s) = e^{-s\tau}$
- và hàm đặc tính tần : $G(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) - j\cdot\sin(\omega\tau)$
- Cách 1:



$$G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{1}{(1+Ts)^n}$$

- Cách 2: công thức xấp xỉ Pade

$$G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{1+b_1 s + \cdots + b_m s^m}{1+a_1 s + \cdots + a_n s^n}$$