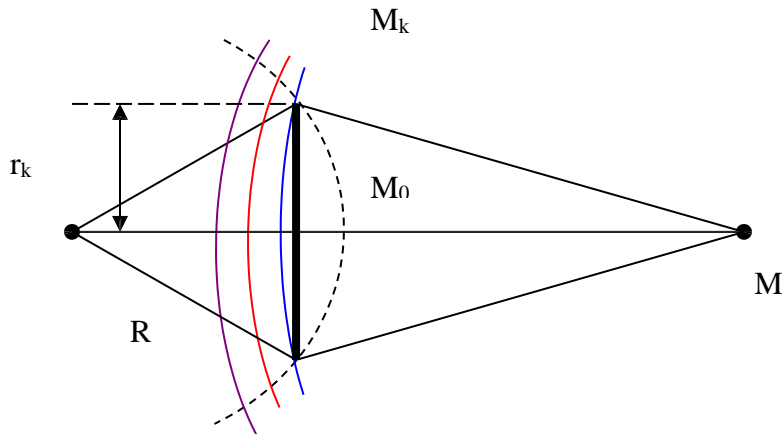


2.1. Tìm diện tích của mỗi đới cầu Frênen và chứng minh rằng nếu bỏ qua số hạng chứa λ^2 (λ – bước sóng ánh sáng) thì diện tích của tất cả các đới cầu Frênen đều bằng nhau.

Giải



$$\text{Đặt } r_k = M_k H_k \quad h_k = M_o H_k$$

$$\Rightarrow r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2$$

$$\Rightarrow r_k^2 = \left(b + \frac{k\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_k)^2$$

$$\Rightarrow 2Rh_k - h_k^2 = b\lambda_0 k + \left(\frac{k\lambda_0}{2}\right)^2 - 2bh_k - h_k^2$$

Khi bỏ qua số hạng có λ_0^2

$$\Rightarrow h_k \approx \frac{Rb\lambda_0}{2(R+b)}$$

$$\text{Ta lại có : } r_k \approx \sqrt{2Rh_k} = \sqrt{\frac{Rbk\lambda_0}{(R+b)}}$$

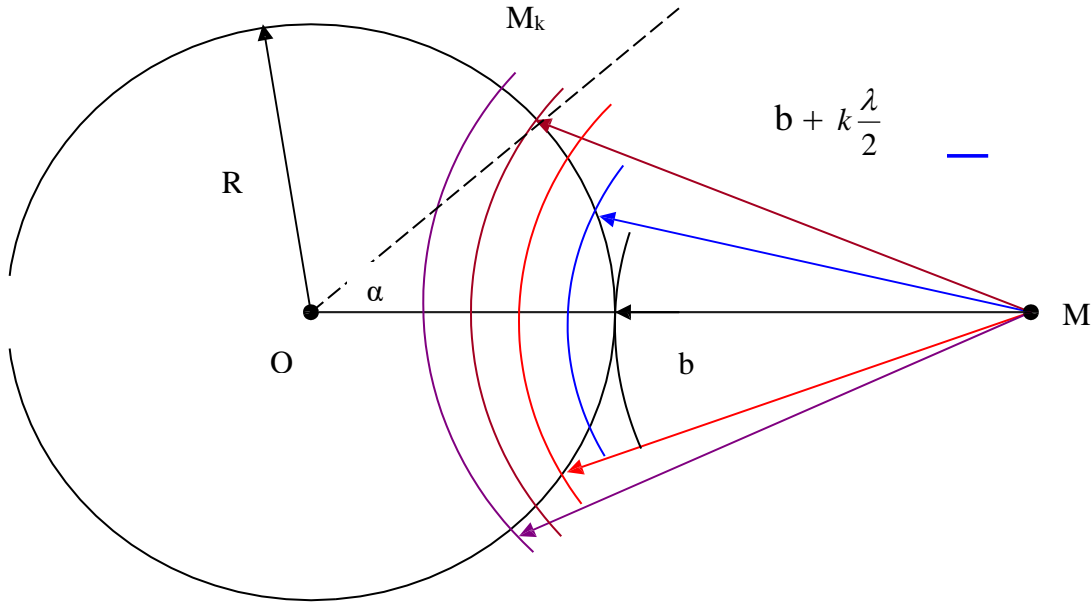
$$\text{Ta có : } S_{\text{nửa mặt cầu}} = 2\pi R^2$$

$$\Rightarrow M_k M_o M'_k \text{ có diện tích : } \Sigma_k = 2\pi R^2 \frac{h_k}{R} \text{ (do diện tích tỉ lệ với độ cao)}$$

2.2. Tính bán kính của đới cầu Frênen thứ k. suy ra bán kính của bốn đới cầu Frênen đầu tiên nếu bán kính của mặt sóng $R = 1\text{m}$, khoảng cách từ tâm sóng

đến điểm quan sát $b = 2\text{m}$, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}$.

Giải



Ta có $\overrightarrow{M_k M} = \overrightarrow{OM_k} + \overrightarrow{OM}$

$$\Rightarrow \left(b + k \frac{\lambda}{2}\right)^2 = R^2 + (R + b)^2 - 2R(R + b)\cos\alpha$$

Theo bài 2.1. ta bỏ qua số hạng chứa λ^2 , vì α bé nên $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Khai triển ra ta có

$$b^2 + \frac{k^2\lambda^2}{4} + bk\lambda = R^2 + R^2 + b^2 + 2Rb - (2R^2 + 2Rb)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow bk\lambda = (2R^2 + 2Rb) \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{bk\lambda}{R^2 + Rb}}$$

$$\text{Mà } r_k = R\sin\alpha \approx R\alpha = \sqrt{\frac{Rbk\lambda}{R + b}}$$

2.3. Tính bán kính của 5 đới cầu Frênen trong trường hợp sóng phẳng. Biết rằng khoảng cách từ mặt sóng đến điểm quan sát là $b = 1\text{m}$, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}\text{ m}$.

Giải

Vì sóng là sóng phẳng do đó ta coi $R = \infty$

Ta có :

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{k} \Rightarrow r_k = \sqrt{\frac{\lambda b k}{1 + \frac{b}{R}}}$$

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{\lambda b k} \quad k=1,2,3,\dots\dots$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow r_1 &= 7,07.10^{-4} \text{ m} \\ r_2 &= 10^{-3} \text{ m} \\ r_3 &= 1,224.10^{-3} \text{ m} \\ r_4 &= 1,41.10^{-3} \text{ m} \\ r_5 &= 1,58.10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

2.4. Một nguồn sáng điểm chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,50\mu\text{m}$ vào một lỗ tròn bán kính $r = 1,0\text{mm}$. Khoảng cách từ nguồn sáng tới lỗ tròn $R = 1\text{m}$. Tìm khoảng cách từ lỗ tròn tới điểm quan sát để lỗ tròn chứa ba đới Frênen.

Giải

Ta có bán kính vân sáng là $r_k = \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{k}$

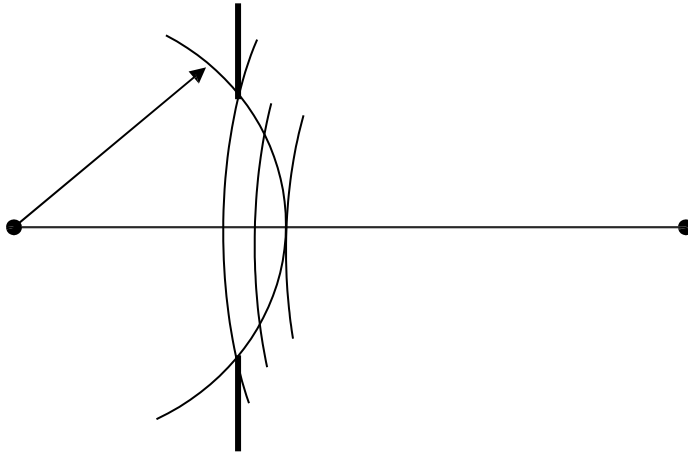
Để lỗ tròn chứa 3 đới Frenel thì $r_k = r = 1\text{m}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{bR\lambda}{b+R}} \sqrt{3} = 1$$

$$\Rightarrow b = \frac{Rr^2}{3R\lambda - r^2} = \frac{1.10^{-6}}{3.1.0,5.10^{-6} - 10^{-6}} = 2\text{m}$$

2.5. Chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ vào một lỗ tròn bán kính chưa biết. Nguồn sáng điểm đặt cách lỗ tròn 2m, sau lỗ tròn 2m có đặt một màn quan sát. Hỏi bán kính của lỗ tròn phải bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất.

Giải



Muốn cho tâm cầu là tối nhất thì lỗ tròn phải chứa hai đới cầu Frênen
 $k = 2$

$$\rightarrow r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda k}{R+b}} = \sqrt{\frac{2.2.0,5.10^{-6}.2}{2+2}} = 1.10^{-3}(\text{m})$$

2.6. Người ta đặt một màn quan sát cách một nguồn sáng điểm (phát ra ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6\mu\text{m}$) một khoảng là x . Chính giữa khoảng x có đặt một màn tròn chắn sáng, đường kính 1mm. Hỏi x phải bằng bao nhiêu để điểm M_0 trên màn quan sát có độ sáng gần giống như lúc chưa đặt màn tròn, biết rằng điểm M_0 và nguồn sáng đều nằm trên trục của màn tròn.

Giải

Khi chưa có màn cường độ sáng tại M_0 là $I_0 = \left(\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_1^2}{4}$

Khi có màn chắn k đới cường độ sáng tại M_0 là $I_0 = \left(\frac{a_{k+1}^2}{4} \pm \frac{a_n^2}{4}\right)^2 \approx \frac{a_{k+1}^2}{4}$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Vậy để cường độ sáng tại M_0 vậy để cường độ sáng tại M_0 không đổi thì $k = 1$

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{bR\lambda}{x}} \approx \sqrt{\frac{x\lambda}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4r^2}{\lambda} = 1,67\text{m}$$

2.7. Một màn ảnh được đặt cách một nguồn sáng điểm đơn sắc ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$) một khoảng 2m. Chính giữa khoảng ấy có đặt một lỗ tròn đường kính 0,2cm. Hỏi hình nhiễu xạ trên màn ảnh có tâm sáng hay tối?

Giải

Lỗ tròn chứa k đới cầu Frênen. k ứng với đới cầu có bán kính bằng lỗ tròn

$$k = \frac{(R+b)r^2}{Rb\lambda} = \frac{(1+1)0,1^2 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 4$$

Lỗ chứa số chẵn đới cầu vậy tâm hình nhiễu xạ là tối.

2.8. Giữa nguồn sáng điểm và màn quan sát người ta đặt một lỗ tròn có bán kính thay đổi được trong quá trình thí nghiệm. Khoảng cách giữa lỗ tròn và nguồn sáng $R = 100\text{cm}$, khoảng cách giữa lỗ tròn và màn quan sát $b = 125\text{cm}$.

Xác định bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm nếu tâm của hình nhiễu xạ có độ sáng cực đại khi bán kính của lỗ $r_1 = 1\text{mm}$ và có độ sáng cực đại tiếp theo khi bán kính của lỗ $r_2 = 1,29\text{mm}$.

Giải

Hai cực đại liên tiếp ứng với k và k+2 (k lẻ)

$$r_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda k}{R+b}} ; \quad r_2 = \sqrt{\frac{Rb\lambda(k+2)}{R+b}}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{1 + \frac{2}{k}} \Rightarrow k = \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Vậy

$$\lambda = \frac{R+b}{Rbk} r_1^2 = \frac{(R+b)(r_2^2 - r_1^2)}{2Rb} = \frac{(1+1,25)(1,29^2 - 1^2)10^{-6}}{2 \cdot 1 \cdot 1,25} \approx 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,6\mu\text{m}$$

2.9. Trên đường đi của một chùm tia sáng đơn sắc có cường độ sáng I_0 , người ta đặt lần lượt một màn có lỗ tròn và một màn quan sát (song song với nó).

Hỏi cường độ sáng tại tâm của màn quan sát (đổi diện tâm lỗ tròn) sẽ bằng bao nhiêu nếu:

- a) Kích thước của lỗ tròn bằng:
 - + Kích thước của đôi cầu Fresnel thứ nhất?
 - + Kích thước của nửa đầu đôi cầu Fresnel thứ nhất?
- b) Kích thước của lỗ tròn bằng đôi cầu Fresnel thứ nhất nhưng nửa trên của nó bị che kín?
- c) Màn có lỗ tròn được thay thế bằng đĩa tròn kích thước bằng đôi cầu Fresnel thứ nhất.

Giải

Cường độ sáng khi chưa có màn chắn sáng là $I_0 = \left(\frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_1^2}{4}$

a) Khi lỗ tròn chỉ chứa đôi cầu Fresnel thứ nhất

$$I = a_1^2 = 4I_0$$

Khi lỗ tròn chỉ chứa nửa đôi cầu Fresnel thứ nhất

$$\text{Đặt } r_k = M_k H_k \quad h_k = M_0 H_k$$

$$\Rightarrow r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2$$

$$\Rightarrow r_k^2 = \left(b + \frac{\lambda}{4}\right)^2 - (b + h_k)^2$$

$$\Rightarrow R h_k - h_k^2 = b \frac{\lambda_0}{2} + \left(\frac{\lambda_0}{4}\right)^2 - 2b h_k - h_k^2$$

Khi bỏ qua số hạng có λ_0^2

$$h_k \approx \frac{R b \lambda_0}{4 \cdot (R + b)}$$

$$\text{Ta lại có } r_k \approx \sqrt{2 R h_k} = \sqrt{\frac{R b \lambda_0}{2 \cdot (R + b)}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

Biên độ dao động sáng do nửa đôi cầu Fresnel gây ra tại M là $\frac{a_1}{\sqrt{2}}$

Vậy cường độ sáng do nửa đôi cầu Fresnel gây ra tại M là $I = \frac{I_0}{2}$

b) Do tính đối xứng biên độ dao động sáng do nửa dưới đới cầu Frenel gây ra tại M là $\frac{a_1}{2}$

Vậy cường độ sáng do nửa dưới đới cầu Frenel gây ra tại M là $I = \frac{a_1^2}{4} = I_0$

c) Vì đĩa tròn che mất đới cầu thứ nhất nên cường độ sáng tại M là:

$$I_0 = \left(\frac{a_2}{2} \pm \frac{a_n}{2}\right)^2 \approx \frac{a_2^2}{4} \approx \frac{a_1^2}{4} = I_0$$

2.10. Cho một bản phẳng trong suốt khá lớn. Ở một phía của bản có phủ một lớp nhựa mỏng trong suốt. Người ta cạo lớp nhựa giữa bản đi để tạo thành một lỗ tròn tương ứng với 1,5 đới cầu Frênen đầu tiên.

Hỏi bề dày của lớp nhựa phải bằng bao nhiêu để cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại? Biết rằng bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 0,60\mu\text{m}$, chiết suất của lớp nhựa $n = 1,50$.

Giải

Khi nửa thứ hai của đới cầu thứ hai cùng pha với đới cầu thứ nhất thì cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại. Hiệu quang lộ là:

$$L_1 = d + b + \frac{\lambda}{4} \text{ (quang lộ của đới cầu thứ nhất)}$$

$$L_2 = nd + b + \frac{\lambda}{2} + \frac{3\lambda}{8} \text{ (quang lộ của nửa thứ hai của đới cầu thứ hai)}$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = d(n - 1) + \frac{5\lambda}{8}$$

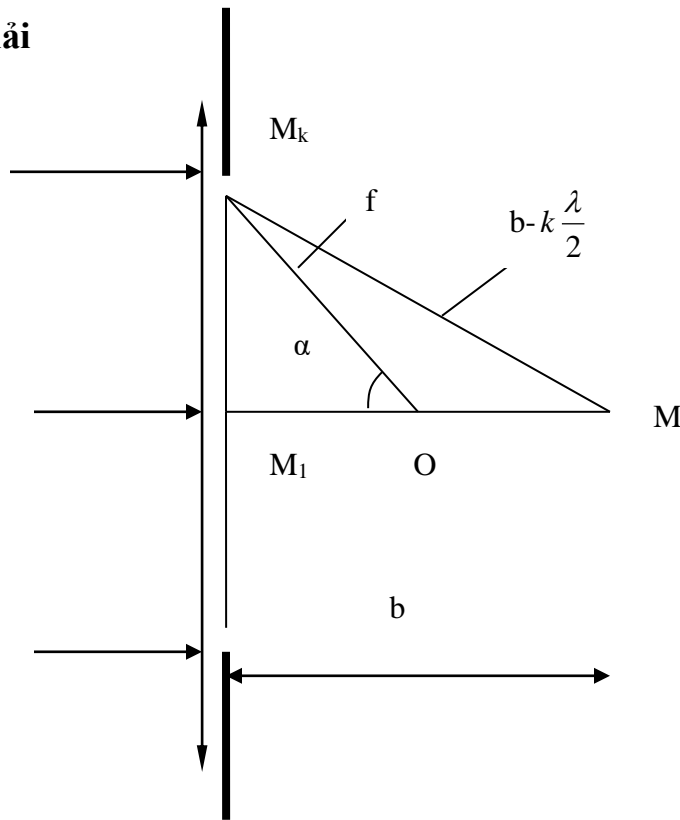
Áp dụng điều kiện cực đại

$$d(n - 1) + \frac{5\lambda}{8} = k\lambda$$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{n-1} \left(k - \frac{5}{8}\right) \text{ với } k = 1, 2, 3, \dots$$

2.11. Trên đường đi của một song phẳng ánh sáng (bước sóng $\lambda = 0,54\mu\text{m}$) người ta đặt một thấu kính hội tụ mỏng tiêu cự $f = 50\text{cm}$ ngay sau thấu kính đặt một lỗ tròn rồi ở sau và cách lỗ tròn một đoạn $b = 75\text{cm}$ có đặt một màn quan sát. Hỏi lỗ tròn phải có bán kính bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là cực đại sáng?

Giải



Ta có $\overrightarrow{M_k M} = \overrightarrow{M_k O} + \overrightarrow{OM}$

$$\Rightarrow \left(b - k \frac{\lambda}{2}\right)^2 = f^2 + (b - f)^2 + 2f(b - f)\cos\alpha$$

Theo bài 2.1. ta bỏ qua số hạng chứa λ^2 , vì α bé nên $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Khai triển ra ta có

$$b^2 + \frac{k^2 \lambda^2}{4} - bk\lambda = f^2 + f^2 + b^2 - 2fb + (2fb - 2f^2)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow bk\lambda = (2fb - 2f^2) \frac{\alpha^2}{2} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{bk\lambda}{fb - f^2}}$$

$$\text{Mà } r_k = f\sin\alpha \approx f\alpha = \sqrt{\frac{bf\lambda}{b-f}} \sqrt{k} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-2} \cdot 75 \cdot 10^{-2} \cdot 0,57 \cdot 10^{-6}}{75 \cdot 10^{-2} - 50 \cdot 10^{-2}}} = 9,25 \cdot 10^{-4} \sqrt{k} \text{ m}$$

$$\Rightarrow r_k = 0,925 \sqrt{k} \text{ mm}$$

2.12. Một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,589\mu\text{m}$ chiếu thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2\mu\text{m}$. Hỏi những cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới những góc nhiễu xạ bằng bao nhiêu(so với phương ban đầu).

Giải

Cực tiểu nhiễu xạ khi

$$\sin\varphi = k \frac{\lambda}{b} \text{ với } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Vậy } \varphi = \arcsin \left(k \frac{0,589}{2} \right) = \arcsin (0,2945k) = 17^\circ 8' ; 36^\circ 5' ; 62^\circ 4' \dots$$

2.13. Chiếu một chùm tia sáng song song vuông góc với một khe hẹp. Bước sóng ánh sáng tới bằng $1/6$ bề rộng của khe. Hỏi cực tiểu nhiễu xạ thứ ba được quan sát dưới góc lệch bao nhiêu?

Giải

$$\text{Theo bài } \lambda = \frac{1}{6}d$$

$$\text{Ta có: } \sin\varphi = \frac{k\lambda}{b} = \frac{3\lambda}{b} = 3 \cdot \frac{1}{6} = 0,5$$

\Rightarrow Cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới góc lệch bằng 30°

2.14. Một chùm tia sáng đơn sắc song song ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}\text{cm}$) được rọi thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2 \cdot 10^{-3}\text{cm}$. Tính bề rộng của ảnh của khe trên màn quan sát, biết màn cách khe $d = 1\text{m}$, bề rộng của ảnh là khoảng cách giữa 2 cực tiểu đầu tiên ở hai bên cực đại giữa.

Giải

Cực tiểu thứ nhất ở 2 bên là:

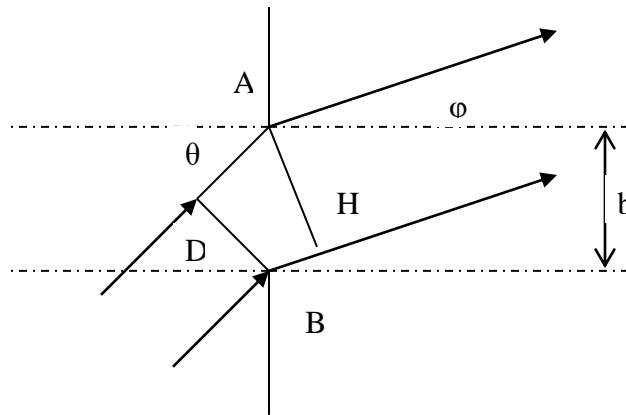
$$\sin\varphi = \pm \frac{\lambda}{b}$$

$$\Rightarrow \sin\varphi_1 = 2,25 \cdot 10^{-4} \approx \text{tg}\varphi_1$$

$$\Rightarrow \text{Bề rộng của ảnh là: } l = 2d \text{tg } \varphi_1 = 2 \cdot 1 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4}\text{m}$$

2.15. Tìm góc nhiễu xạ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở hai bên cực đại giữa trong nhiễu xạ Fraunôfe qua một khe hẹp (bề rộng $b = 10\mu\text{m}$) biết rằng chùm tia sáng đập vào khe với góc tới $\theta = 30^\circ$ và bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,50\mu\text{m}$.

Giải



Hiệu quang lộ giữa các mặt trực giao là như nhau nên hiệu quang lộ giữa hai tia là

$$L_1 - L_2 = AD - BH = b \sin \theta - b \sin \varphi$$

Áp dụng điều kiện cực tiểu ta có

$$b \sin \theta - b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \theta - (2k + 1) \frac{\lambda}{2b}$$

$$-1 < \sin \varphi < 1 \Rightarrow -1 < \sin \theta - (2k + 1) \frac{\lambda}{2b} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < \sin 30^\circ - (2k + 1) \frac{0,5}{2 \cdot 10} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < 0,5 - 0,05k - 0,025 < 1$$

$$\Rightarrow -10,5 < k < 29,5$$

Vậy cực tiểu nhiễu xạ ứng với góc có $\sin\varphi = \sin\theta - (2k+1)\frac{\lambda}{2b}$
 $(-10 \leq k \leq 29)$

2.16. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song (bước sóng $\lambda = 4358,34\text{\AA}$) vuông góc với một cách tử truyền qua. Tìm góc lệch ứng với vạch quang phổ thứ ba biết trên 1mm cách tử có 500 vạch.

Giải

Ta có $\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d} = \frac{3\lambda}{d}$

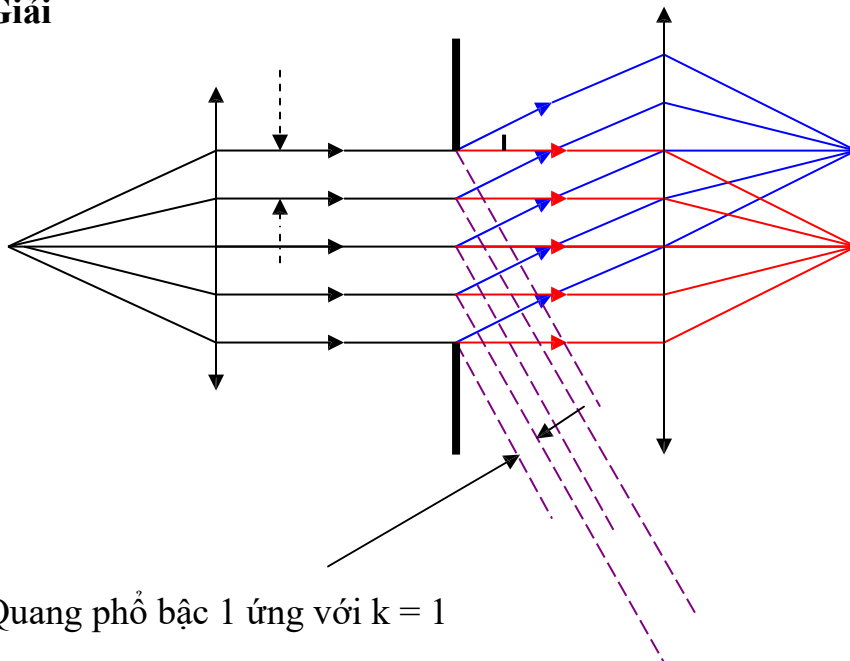
mà trên 1mm của cách tử có 500 vạch do đó $d = \frac{1}{500} \text{ mm}$

$$\Rightarrow \sin\varphi = \frac{3 \cdot 4358,34}{2} = 0,654$$

$$\Rightarrow \varphi = 40,8^\circ$$

2.17. Vạch quang phổ ứng với bước sóng $\lambda = 0,5461\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc 1 của hơi thủy ngân được quan sát với góc $\varphi = 19^\circ 8'$. Hỏi số vạch trên 1mm của cách tử.

Giải



Quang phổ bậc 1 ứng với $k = 1$

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin\varphi} = \frac{0,5461.10^{-6}}{\sin 19^{\circ}8'} = 1,66.10^{-6} \text{ m} = 1,66.10^{-3} \text{ mm}$$

Vậy 1mm chứa số vạch là $\frac{1}{d} = 600$ vạch

2.18. Một chùm tia sáng được rọi vuông góc với một cách tử. Biết rằng góc nhiễu xạ đối với vạch quang phổ $\lambda_1 = 0,65\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc hai bằng $\varphi_1 = 45^\circ$. Xác định góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ $\lambda = 0,50\mu\text{m}$ trong quang phổ bậc ba.

Giải

$$\text{Ta có : } \sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{k_1\lambda_1}{k_2\lambda_2} = \frac{13}{15}$$

$$\text{Do đó : } \sin\varphi_2 = \frac{15}{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,815$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 54,675^\circ$$

2.19. Một chùm tia sáng phá ra từ một ống phóng điện chứa đầy khí hiđrô tới đập vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Theo phương $\varphi = 41^\circ$ người ta quan sát thấy có hai vạch $\lambda_1 = 0,6563\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,4102\mu\text{m}$ ứng với bậc quang phổ bé nhất trùng nhau. Hãy xác định chu kì cách tử.

Giải

$$\sin\varphi = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = k_2 \frac{\lambda_2}{d} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,6563}{0,4102} = 1,6 = \frac{8}{5}$$

Vì các vạch ứng với bậc quang phổ bé nhất nên $k_1 = 5$. Chu kì của cách tử là

$$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{5 \cdot 0,6563.10^{-6}}{\sin 41} = 5.10^{-6} \text{ m}$$

2.20. Chiếu một chùm tia sáng trắng song song vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Dưới một góc nhiễu xạ 35° , người ta quan sát thấy hai vạch cực đại ứng với các bước sóng $\lambda_1 = 0,63\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,42\mu\text{m}$ trùng nhau.

Xác định chu kỳ của cách tử biết bậc cực đại đối với vạch thứ hai trong quang phổ bằng 5.

Giải

Ta có :

$$\sin \varphi = \frac{k_1 \lambda_1}{d} = \frac{k_2 \lambda_2}{d}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Suy ra: $k_1 = 2, 4, 6, \dots$; $k_2 = 3, 6, 9, \dots$

Vì với bậc cực đại với vạch 2 trong quang phổ cách tử bằng 5 nghĩa là $k \leq 5$

Do đó $k_1 = 2$, $k_2 = 3$

$$\Rightarrow d = \frac{k_2 \lambda_2}{\sin \varphi} = 2,2 \mu\text{m}$$

2.21. Trong một thí nghiệm đo bước sóng ánh sáng, người ta dùng một cách tử phẳng truyền qua dài 5cm, ánh sáng tới vuông góc với mặt của cách tử.

Đối với ánh sáng natri ($\lambda = 0,589 \mu\text{m}$) góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ bậc 1 bằng $17^\circ 8'$.

Đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng cần đo, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc 3 dưới góc nhiễu xạ $24^\circ 12'$.

a) Tìm tổng số khe trên cách tử.

b) Xác định bước sóng ánh sáng đơn sắc cần đo.

Giải

a) Ta có:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda_1}{\sin \varphi_1} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{\sin 17^\circ 18'} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Tổng số khe trên cách tử là } \frac{l}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-6}} = 25\,000 \text{ khe}$$

b) Bước sóng ánh sáng cần đo là:

$$\lambda_2 = d \sin \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 24^\circ 12' \approx 0,820 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,82 \mu\text{m}$$

2.22. Một chùm ánh sáng trắng song song tới đập vuông góc với mặt của một cách tử phẳng truyền qua (có 50 vạch/mm).

a) Xác định các góc lệch ứng với cuối quang phổ bậc 1 và đầu quang phổ bậc 2. Biết rằng bước sóng của tia hồng ngoại và tia cực tím lần lượt bằng $0,760\mu\text{m}$ và $0,400\mu\text{m}$.

b) Tính hiệu các góc lệch của cuối quang phổ bậc hai và đầu quang phổ bậc ba.

Giải

a) Chu kỳ cách tử là

$$d = \frac{1}{50 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Cuối quang phổ bậc 1 ứng với $\lambda_1 = 0,760\mu\text{m}$

$$\sin \varphi_1 = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = \frac{0,76 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,038 \Rightarrow \varphi_1 = 2^\circ 11'$$

Đầu quang phổ bậc 2 ứng với $\lambda_2 = 0,400\mu\text{m}$

$$\sin \varphi_2 = k_2 \frac{\lambda_2}{d} = 2 \frac{0,4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,04 \Rightarrow \varphi_2 = 2^\circ 18'$$

b)

$$\sin \varphi_1' = k_1 \frac{\lambda_1}{d} = 2 \frac{0,76 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,076 \Rightarrow \varphi_1' = 4^\circ 22'$$

$$\sin \varphi_2' = k_2 \frac{\lambda_2}{d} = 3 \frac{0,4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,06 \Rightarrow \varphi_2' = 3^\circ 26'$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = 55'$$

$\varphi_1' > \varphi_2' \Rightarrow$ chứng tỏ quang phổ bậc hai đè lên quang phổ bậc ba

2.23. Cho một cách tử có chu kỳ $2\mu\text{m}$.

a) Hãy xác định số vạch cực đại chính tối đa cho bởi cách tử nếu ánh sáng dùng trong thí nghiệm là ánh sáng vàng của ngọn lửa natri ($\lambda = 5890\text{\AA}$).

b) Tìm bước sóng cực đại mà ta có thể quan sát được trong quang phổ cho bởi cách tử đó.

Giải

$$\text{a) Ta có } \sin \varphi = k \frac{\lambda}{d} = k \frac{5890 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6}} = 0,2945k \leq 1$$

$$\Rightarrow k \leq 3,39$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 3$$

Vậy số vạch cực đại chính là $2k + 1 = 7$ vạch

b) Bước sóng cực đại ứng với $\sin\varphi = 1$

$$\lambda_{\max} = \frac{d}{k_{\min}} = d = 2\mu\text{m}$$

Vậy ta quan sát được toàn bộ bước sóng của ánh sáng nhìn thấy

2.24. Một chùm tia sáng đơn sắc tới vuông góc với một cách tử có chu kì $2,2\mu\text{m}$. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới nếu góc giữa các vạch cực đại của quang phổ bậc 1 và 2 bằng 15° .

Giải

Theo bài ta có hệ phương trình sau

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{\sqrt{d^2 - \lambda^2}}{d}$$

$$\sin\varphi_2 = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = 15^\circ$$

từ (3) và (2) ta có:

$$\sin\varphi_2 = \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \sin\varphi_1 \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \cos\varphi_1 = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda}{d} \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \frac{\sqrt{d^2 - \lambda^2}}{d} = 2\frac{\lambda}{d}$$

$$\Leftrightarrow \cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \sqrt{\frac{d^2}{\lambda^2} - 1} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{\lambda^2} - 1 = \left(\frac{2 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{\lambda^2} = \frac{4 - 4\cos\Delta\varphi + \cos^2\Delta\varphi + \sin^2\Delta\varphi}{\sin^2\Delta\varphi} = \frac{5 - 4\cos\Delta\varphi}{\sin^2\Delta\varphi}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{d \sin\Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4\cos\Delta\varphi}} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6} \sin 15^\circ}{\sqrt{5 - 4\cos 15^\circ}} = 0,534 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

2.25. Cho một cách tử phẳng phản chiếu, chu kỳ $d = 1\text{mm}$, chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vào cách tử với góc tới $\theta = 89^\circ$. Với góc nhiễu xạ $\varphi = 87^\circ$, người ta quan sát được vạch cực đại bậc hai. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới.

Giải

Hiệu quang lộ xuất phát từ hai khe của cách tử là $\Delta L = d \cdot (\sin \theta - \sin \varphi)$

Để cường độ sáng đạt cực đại thì $\Delta L = k \lambda$

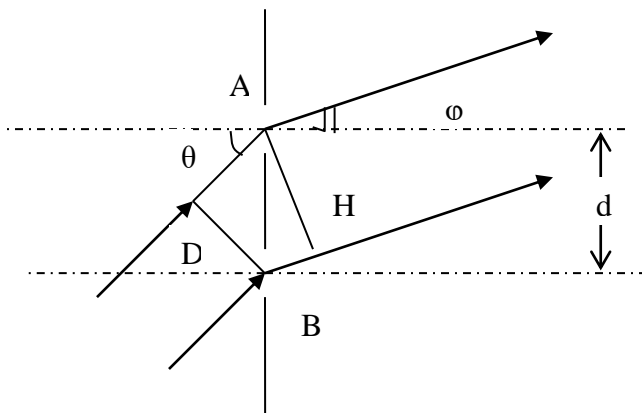
$$\text{Vậy } \lambda = \frac{1 \cdot (\sin 89^\circ - \sin 87^\circ)}{2} = 0,61 \mu\text{m}$$

2.26. Rọi một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $0,510\mu\text{m}$ lên một cách tử nhiễu xạ truyền qua có chu kỳ $1,50\mu\text{m}$, góc tới bằng 60° . Xác định góc nhiễu xạ (tính từ pháp tuyến của cách tử) để có thể quan sát thấy vạch cực đại ứng với bậc quang phổ lớn nhất.

Giải

Hiệu quang lộ giữa các mặt trực giao là bằng nhau nên hiệu quang lộ giữa hai tia là

$$L_1 - L_2 = AD - BH = d \sin \theta - d \sin \varphi$$



Áp dụng điều kiện cực đại ta có

$$d \sin \theta - d \sin \varphi = k \lambda$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \theta - k \frac{\lambda}{d} \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện } -1 < \sin \varphi < 1 \Rightarrow -1 < \sin \theta - k \frac{\lambda}{d} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < \sin 60^\circ - k \frac{0,51}{1,5} < 1$$

$$\Rightarrow -0,39 < k < 5,49$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 5$$

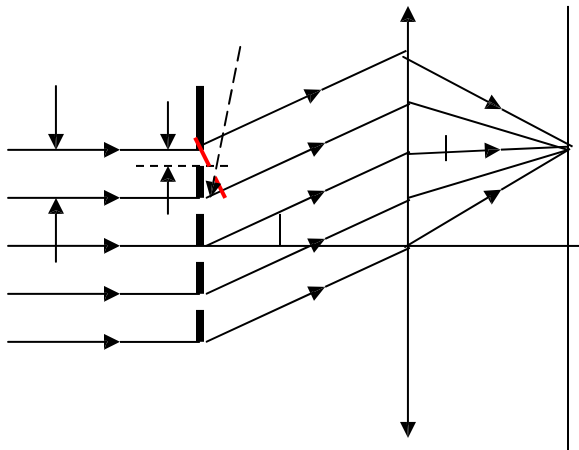
Thay vào (1)

$$\sin \varphi = \sin 60^\circ - 5 \frac{0,51}{1,5} = -0,8339$$

$$\Rightarrow \varphi = -56^\circ 31'$$

2.27. Cho cách tử nhiễu xạ có hằng số bằng $2\mu\text{m}$. Sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ, trên mặt phẳng tiêu của thấu kính người ta đặt một màn quan sát. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại của kali (ứng với bước sóng 4044 \AA và 4047 \AA) trong quang phổ bậc nhất trên màn quan sát bằng $0,1\text{mm}$. Hãy tìm tiêu cự của thấu kính.

Giải



Ta có : $\sin \varphi_1 = \frac{k\lambda_1}{d} \Rightarrow \varphi_1 = 11,65^\circ$

$\sin \varphi_2 = \frac{k\lambda_2}{d} \Rightarrow \varphi_2 = 11,67^\circ$

Mà

$f.(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1) = 0,1$

$\Rightarrow f = 638 \text{ mm} = 0,64\text{m}$

2.28. Chiều sáng vuông góc với mặt phẳng của một cách tử nhiễu xạ bằng một thị kính. Khi quay thị kính một góc φ nào đó, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc ba ứng với bước sóng $\lambda = 4,4.10^{-4}\text{mm}$. Hỏi dưới cùng góc φ đó người ta có thể quan sát thấy mấy vạch quang phổ ứng với bước sóng nào nằm trong giới hạn từ $\lambda_1 = 4.10^{-4}\text{mm}$ đến $\lambda_2 = 7.10^{-4}\text{mm}$. Vạch đó thuộc quang phổ bậc mấy?

Giải

Theo bài $d.\sin\varphi = k\lambda = 3.0,44.10^{-6} = 1,32.10^{-6} \text{ m}$

Từ công thức

$$\sin\varphi = k \frac{\lambda}{d} \Rightarrow k = \frac{d.\sin\varphi}{\lambda}$$

Ta có $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$

$$\Rightarrow \frac{d.\sin\varphi}{\lambda_2} \leq k \leq \frac{d.\sin\varphi}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1,32.10^{-6}}{0,7.10^{-6}} \leq k \leq \frac{1,32.10^{-6}}{0,4.10^{-6}}$$

$$\Rightarrow 1,89 \leq k \leq 3,3$$

Vậy k chỉ có thể nhận giá trị 2 hoặc 3. $k = 3$ ứng với trường hợp đề bài.

Trường hợp còn lại là quang phổ bậc 2 bước sóng

$$\lambda = \frac{d.\sin\varphi}{k} = \frac{1,32.10^{-6}}{2} = 0,66.10^{-6} \text{ m}$$

2.29. Hãy xác định khoảng cách giữa hai vạch của một hồ quang thủy ngân (có bước sóng 5770\AA và 5791\AA) trong quang phổ bậc 1, biết rằng quang phổ cho bởi cách tử truyền qua có chu kỳ $d = 2.10^{-4}\text{cm}$ và được quan sát trong mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ đặt sau cách tử, $f = 0,6\text{m}$.

Giải

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} = 0,2885 \Rightarrow \varphi_1 = 16,769^\circ$$

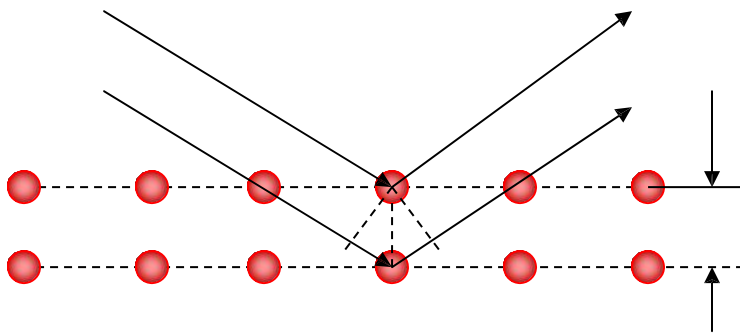
$$\sin \varphi_2 = \frac{\lambda_1}{d} = 0,28955 \Rightarrow \varphi_2 = 16,83^\circ$$

Vậy khoảng cách giữa hai vạch là : $(\operatorname{tg} 16,83^\circ - \operatorname{tg} 16,768^\circ) \cdot 0,6 = 718 \mu\text{m}$

2.30. Để nghiên cứu cấu trúc tinh thể, người ta chiếu một chùm tia Ronghen bước sóng $\lambda = 10^{-8} \text{ cm}$ vào tinh thể và quan sát hình nhiễu xạ của nó.

Xác định khoảng cách giữa hai lớp iôn (nút mạng) liên tiếp, biết rằng góc tới của chùm tia Ronghen trên các lớp iôn bằng 30° và bậc của cực đại nhiễu xạ tương ứng $k = 3$.

Giải



Từ công thức Vunphơ-Brêgơ

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

Suy ra

$$d = \frac{k\lambda}{2 \sin \varphi} = \frac{3 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 3 \text{ \AA}$$

2.31. Một chùm tia Ronghen hẹp tới đập vào mặt tự nhiên của đơn tinh thể NaCl dưới góc tới bằng 30° . Theo phương phản xạ gương trên mặt đa tinh thể, người ta quan sát thấy cực đại của nhiễu xạ bậc hai.

Xác định bước sóng của ánh sáng tới biết rằng khoảng cách giữa các mặt phẳng nguyên tử liên tiếp bằng $2,82 \cdot 10^{-10} \text{m}$.

Giải

Từ công thức Vunphơ-Brêgơ

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

Suy ra

$$\lambda = \frac{2d \sin \varphi}{k} = \frac{2 \cdot 2,82 \cdot 10^{-8} \cdot \sin 30^\circ}{2} = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{m} = 1,41 \text{ \AA}$$

2.32. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ vuông góc với một cách tử nhiễu xạ có chu kỳ $d = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{m}$. Tính độ tán sắc góc của cách tử ứng với quang phổ bậc 1 (độ tán sắc góc của cách tử là đại lượng vật lý đo bằng $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$, trong đó φ là góc nhiễu xạ ứng với các vạch cực đại chính, λ là bước sóng ánh sáng).

Giải

$$\text{Từ công thức } \sin \varphi = k \frac{\lambda}{d} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-6}} = 0,2356 \Rightarrow \varphi = 13,627^\circ$$

$$\text{và } \cos \varphi d\varphi = k \frac{d\lambda}{d}$$

Độ tán sắc góc của cách tử trong quang phổ bậc 1

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-6} \cos 13,627^\circ} = 4,12 \cdot 10^5 \text{ rad/m}$$

2.33. Một chùm tia sáng được chiếu thẳng góc với một cách tử nhiễu xạ. trong quang phổ bậc 3, vạch đỏ ($\lambda = 6300 \text{\AA}$) được quan sát với góc nhiễu xạ $\varphi = 60^\circ$.

a) Hỏi với góc nhiễu xạ trên, người ta sẽ quan sát thấy vạch quang phổ ứng với bước sóng bằng bao nhiêu trong quang phổ bậc bốn?

b) Tìm số khe trên 1mm chiều dài của cách tử.

c) Độ tán sắc góc của cách tử đối với vạch $\lambda = 6300\text{\AA}$ trong quang phổ bậc ba bằng bao nhiêu?

Giải

a)

$$\lambda_1 = \frac{d \sin \varphi}{k_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{d \sin \varphi}{k_2}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{k_1}{k_2} = 6300 \cdot 10^{-10} \frac{3}{4} = 4725 \cdot 10^{-10} \text{m} = 0,4725 \mu\text{m}$$

b) Chu kì của cách tử là

$$d = \frac{k_1 \lambda_1}{\sin \varphi} = \frac{3 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}}{\sin 60^\circ} = 2,18 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Số khe trên 1mm chiều dài của cách tử $d^{-1} \cdot 10^{-3} = 458,2$ vạch/mm

c) Từ công thức $\sin \varphi = k \frac{\lambda}{d}$

$$\Rightarrow \cos \varphi d \varphi = k \frac{d\lambda}{d}$$

Độ tán sắc góc của cách tử trong quang phổ bậc ba

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{3}{2,18 \cdot 10^{-6} \cos 60^\circ} = 2,75 \cdot 10^6 \text{ rad/m}$$

2.34. Góc tới của chùm ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 0,6 \mu\text{m}$) chiếu vào cách tử bằng $\theta = 30^\circ$, cách tử có chu kỳ $d = 1,5 \mu\text{m}$. Tìm độ tán sắc góc của cách tử ứng với vạch cực đại bậc ba.

Giải

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \sin \theta - k \frac{\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi d \varphi = \frac{k}{d} d\lambda$$

Thay vào

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{k}{\sqrt{d^2 - (d \sin \theta - k\lambda)^2}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{3}{\sqrt{(1,5 \cdot 10^{-6})^2 - (1,5 \cdot 10^{-6} \sin 30^\circ - 3,0 \cdot 10^{-6})^2}} = 28 \cdot 10^5 \text{ rad/m}$$

2.35. Độ tán sắc dài D_1 liên hệ với độ tán sắc góc D bởi hệ thức $D_1 = fD$, trong đó f là tiêu cự của thấu kính dùng để chiếu quang phổ lên màn quan sát (đặt tại mặt phẳng của thấu kính).

Tìm độ tán sắc dài của cách tử đối với ánh sáng bước sóng $\lambda = 0,668 \mu\text{m}$ biết rằng chu kì của cách tử bằng $5 \cdot 10^{-4} \text{cm}$, thấu kính có tiêu cự $f = 0,4 \text{m}$.

Giải

Trong quang phổ bậc một độ tán sắc là

$$\begin{aligned} D &= \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{d\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{1}{d\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(5 \cdot 10^{-6})^2 - (0,668 \cdot 10^{-6})^2}} = 2,02 \cdot 10^5 \text{ rad/m} \\ D_1 &= fD = 0,4 \cdot 2,02 \cdot 10^5 = 8,1 \cdot 10^4 \text{ mm/\AA} \end{aligned}$$

2.36. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ vuông góc với một cách tử nhiều xạ có chứa $N = 10^4$ khe, có chu kỳ $d = 1,5 \mu\text{m}$. Xác định bề rộng góc của vạch cực đại nhiều xạ (cực đại chính) bậc hai biết rằng giữa hai cực đại nhiều xạ, vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi:

$$\sin \varphi = \frac{k' \lambda}{Nd} \text{ với } k' = 1, 2, \dots, N - 1.$$

Giải

Cực đại chính thứ k được xác định bởi $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$

Vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi $\sin \varphi = \frac{k'\lambda}{Nd}$

Khoảng cách góc giữa hai cực tiểu phụ hai bên cực tiểu chính đúng bằng bề rộng góc của cực đại chính.

Ta có vị trí cực tiểu thứ nhất $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{Nd}$

Ta có vị trí cực tiểu thứ hai $\sin \varphi_2 = \frac{-\lambda}{Nd}$

$\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = 2 \cos \varphi$ Mà $\sin \frac{\Delta \varphi}{2}$, $\frac{\Delta \varphi}{2}$ rất nhỏ

$$\Rightarrow \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \approx \frac{\Delta \varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = \frac{2\lambda}{Nd \cos \varphi} \quad \text{mà } \cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}$$

$$\text{Do đó } \Delta \varphi = \frac{2\lambda}{N\sqrt{d^2 - (k\lambda)^2}} = 26''$$

2.37. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng 3cm, chu kỳ bằng 3μm. Tìm:

- Năng suất phân li của cách tử trong quang phổ bậc hai.
- Bước sóng của vạch quang phổ nằm cạnh vạch màu xanh $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ mà ta có thể phân biệt được. (Năng suất phân li của một cách tử được tính bởi công thức $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = Nk$).

Giải

$$\text{a) Theo công thức } R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = Nk = k \frac{l}{d} = 2 \frac{3 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-6}} = 20\,000$$

b)

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{20000} = 0,000025 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Vậy vạch nằm cạnh vạch màu xanh là $\lambda' = 0,500025 \mu\text{m}$

2.38. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng $l = 2,5\text{cm}$, số khe trên một đơn vị dài bằng $n = 400 \text{ khe/mm}$. Xác định:

- Năng suất phân li của cách tử đối với quang phổ bậc ba.
- Hiệu bước sóng nhỏ nhất của hai vạch phổ cùng cường độ sáng ở gần bước sóng $\lambda = 0,56\mu\text{m}$ mà cách tử có thể phân li được trong quang phổ bậc lớn nhất, biết ánh sáng chiếu thẳng góc với cách tử.

Giải

a) Năng suất phân li tính theo công thức:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk = k \frac{l}{d} = knl = 3.400.10^3.2,5.10^{-2} = 3.10^4$$

$$b) \sin\varphi = k \frac{\lambda}{d} = k\lambda n = 0,56.10^{-6}.400.10^3 k = 0,224k \leq 1$$

$$\Rightarrow k \leq 4,46 \Rightarrow k_{\max} = 4$$

$$R' = R \frac{4}{3} = 4.10^4$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R'} = \frac{0,56.10^{-6}}{4.10^4} = 0,14.10^{-10} \text{ m} = 0,14\text{\AA}$$

2.39. Hỏi cách tử phải có số khe ít nhất bằng bao nhiêu để nó có thể phân li được hai vạch vàng của natri ($\lambda_1 = 5890\text{\AA}$, $\lambda_2 = 5896\text{\AA}$), biết rằng chu kì của cách tử bằng $2,5\mu\text{m}$?

Giải

Bậc cao nhất của quang phổ ứng với $\sin\varphi = 1$

$$k_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{2,5.10^{-6}}{5896.10^{-10}} = 4,24$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 4$$

Ta có

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 6.10^{-10} \text{ m}$$

Suy ra

$$N_{\min} = \frac{\lambda}{k_{\max} \Delta\lambda} = \frac{5890.10^{-10}}{4.6.10^{-10}} = 245 \text{ vạch}$$

B- Lời giải bài tập

Bài 1

Một chùm tia sáng tự nhiên sau khi truyền qua một cặp kính phân cực và kính phân tích, cường độ sáng giảm đi 4 lần; coi phần ánh sáng bị hấp thụ không đáng kể.

Hãy xác định góc hợp bởi tiết diện chính của hai kính trên.

$$I_2 = \frac{1}{4} I_0$$

$$\alpha = ?$$

Giải

Sau khi đi qua kính phân cực, chùm ánh sáng tự nhiên bị phân cực trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi E , E_x , E_y lần lượt là biên độ dao động sáng của ánh sáng tự nhiên, của ánh sáng phân cực theo hai phương x , y vuông góc với nhau. ta có :

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2$$

Vì sự biến đổi độ lớn và phương của vectơ, dao động sáng E là hoàn toàn hỗn loạn nên lấy trung bình ta có :

$$E_x^2 = E_y^2 = \frac{1}{2} E^2$$

Vì cường độ sáng tỉ lệ với bình phương biên độ dao động sáng, nên sau khi đi qua kính phân cực, ánh sáng có cường độ :

$$I_1 = 0,5I_0$$

Sau khi đi qua kính phân tích, cường độ sáng được tính theo định luật Maluyt :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$$

α – góc giữa hai tiết diện chính của hai kính.

Theo đề bài,
$$I_2 = \frac{1}{4} I_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} I_0 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha$$

Hay
$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ và } \alpha = 45^\circ$$

Đáp số : $\alpha = 45^\circ$

Bài 2

Góc hợp bởi tiết diện chính của kính phân cực và kính phân tích bằng α , cho một chùm tia sáng tự nhiên lần lượt truyền qua hai kính đó. Biết rằng hai kính cùng hấp thụ và phản xạ 8% cường độ chùm sáng đập vào chúng; sau khi truyền qua kính phân tích, cường độ sáng bằng 9% cường độ ánh sáng tự nhiên tới kính phân cực. Hãy xác định góc α ?

$$k = 8\%$$

$$I_2 = 9\% I_0$$

$$\alpha = ?$$

Giải

Do ánh sáng bị hấp thụ và phản xạ khi qua mỗi kính là 8% nên hiệu suất ánh sáng truyền qua mỗi kính sẽ là 92%.

Theo phân tích ở bài 1, ta biết rằng cường độ ánh sáng sau khi đi qua kính phân cực là $I_1 = 0.5I_0$ nhưng do hiệu suất truyền qua chỉ còn 92% nên ta suy ra :

$$I_1 = 92\% \cdot 0.5I_0 = 46\% I_0$$

Sau khi đi qua kính phân tích, cường độ sáng được tính theo định luật Maluyt :

$$I_2 = (1 - k) I_1 \cos^2 \alpha = 92\% \cdot 46\% I_0 \cos^2 \alpha$$

Theo đề bài, $I_2 = 9\% I_0$

\Rightarrow

$$\alpha = 62^\circ 32'$$

Đáp số : $\alpha = 62^\circ 32'$

Bài 3

Mặt phẳng chính (mặt phẳng dao động) của hai lăng kính nicol N_1 và N_2 hợp với nhau một góc $\alpha = 60^\circ$. Hỏi:

a) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua một nicol (N_1) ?

b) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua cả hai nicol ?

Biết rằng khi truyền qua mỗi lăng kính nicol, ánh sáng bị phản xạ và hấp thụ mất $k = 5\%$.

$$\alpha = 60^\circ$$

$$k = 5\%$$

a. $\frac{I_0}{I_1} = ?$

b. $\frac{I_0}{I_2} = ?$

Giải

Khi ánh sáng đi qua hai lăng kính Nicol thì lăng kính nicol 1 sẽ là nicol phân cực và lăng kính nicol 2 sẽ là nicol phân tích.

Hiệu suất ánh sáng truyền qua mỗi lăng kính là : $1 - k$

a) Theo bài 2, ta suy ra :

$$I_1 = (1-k) \cdot 0.5I_0$$

Hay
$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-k} = 2,1 \text{ (lần)}$$

b) Sau khi đi qua lăng kính nicol phân tích, cường độ sáng là:

$$\begin{aligned} I_2 &= (1-k) I_1 \cos^2 \alpha \\ &= (1-k)^2 \cdot 0.5I_0 \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

Hay
$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2} \cos^2 \alpha = 8,86 \text{ (lần)}$$

Đáp số : a. giảm 2,1 lần
b. giảm 8,86 lần

Bài 4

Ánh sáng phản chiếu trên một mặt thủy tinh đặt trong không khí sẽ bị phân cực toàn phần khi góc khúc xạ $\gamma = 30^\circ$.

Tìm chiết suất của loại thủy tinh trên ?

$$\gamma = 30^\circ$$

$$n = ?$$

Giải

Khi cho ánh sáng tự nhiên phản xạ trên mặt thủy tinh đặt trong không khí, ánh sáng phản xạ sẽ bị phân cực toàn phần nếu góc tới i_B thỏa mãn định luật Briuxơ :

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} \quad (i_B \text{ là góc tới})$$

Áp dụng định luật khúc xạ :

$$\sin i_B = n_{21} \sin \gamma$$

\Rightarrow

$$\sin i_B = \operatorname{tg} i_B \cdot \sin \gamma$$

Hay

$$\cos i_B = \sin \gamma = \sin 30^\circ = 0,5$$

$$i_B = 60^\circ$$

Như vậy

$$n = n_{21} = \operatorname{tg} 60^\circ \approx 1,73$$

Đáp số : $n = 1,73$

Bài 5

Chiếu một chùm ánh sáng tự nhiên lên mặt một bản thủy tinh nhẵn bóng, nhúng trong một chất lỏng. Tia phản xạ (trên mặt bản thủy tinh) hợp với tia tới một góc $\varphi = 97^\circ$, và bị phân cực toàn phần.

Xác định chiết suất của chất lỏng, cho $n_{tt} = 1,5$.

$$\varphi = 97^\circ$$

$$n_{tt} = 1,5$$

$$n_l = ?$$

Giải

Theo bài ra ta có góc tới của chùm sáng là $\frac{\varphi}{2}$

Tia phản xạ bị phân cực toàn phần thì góc tới của nó bằng góc tới Briuxơ

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_{tt}}{n_l}$$

\Rightarrow

$$n_l = \frac{n_{tt}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = 1,33$$

Đáp số : $n_l = 1,33$

Bài 6

Xác định góc tới bruxto của một mặt thủy tinh có chiết suất $n_1 = 1,57$ khi môi trường ánh sáng tới là :

- a) Không khí
- b) Nước (có chiết suất $n_2 = \frac{4}{3}$)

$$n_1 = 1,57$$

$$n_2 = \frac{4}{3}$$

$$n_0 = 1$$

$$i_B = ?$$

Giải

- a) Khi môi trường ánh sáng tới là không khí $n_0 = 1$

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_0} = \frac{1,57}{1} = 1,57$$

\Rightarrow

$$i_B = \arctg 1,57 = 57^\circ 30'$$

- b) Khi môi trường ánh sáng tới là nước $n_2 = \frac{4}{3}$

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,57}{\frac{4}{3}} = 1,1775$$

\Rightarrow

$$i_B = \arctg 1,1775 = 49^\circ 39'$$

Đáp số : a. $i_B = 57^\circ 30'$

b. $i_B = 49^\circ 39'$

Bài 7

Một chất có góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần là 45° . Tìm góc tới bruxto ứng với chất đó ?

$$\alpha_o = 45^\circ$$

$$i_B = ?$$

Giải

α_o là góc giới hạn phản xạ toàn phần nên: $n_{21} \cdot \sin \alpha_o = 1$

\Rightarrow

$$n_{21} = \frac{1}{\sin \alpha_o} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}$$

Góc tới briuxơ của chất đó thỏa mãn:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = \sqrt{2}$$

⇒

$$i_B = \arctg \sqrt{2} = 54^\circ 44'$$

Đáp số : $i_B = 54^\circ 44'$

Bài 8

Một chùm tia sáng, sau khi truyền qua chất lỏng đựng trong một bình thủy tinh, phản xạ trên đáy bình. Tia phản xạ bị phân cực toàn phần khi góc tới trên đáy bình bằng $45^\circ 37'$, chiết suất của bình thủy tinh $n = 1,5$. Tính:

- Chiết suất của chất lỏng
- Góc tới trên đáy bình để chùm tia phản xạ trên đó phản xạ toàn phần

$$i_B = 42^\circ 37'$$

$$n_{tt} = 1,5$$

a. $n_l = ?$

b. $\alpha = ?$

Giải

- a. Tia phản xạ phân cực toàn phần ứng với góc tới Briuxơ:

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_{tt}}{n_l}$$

⇒

$$n_l = \frac{n_{tt}}{\operatorname{tg} i_B} = \frac{1,5}{\operatorname{tg} 42^\circ 37'} = 1,63$$

- b. Với α_o là góc giới hạn phản xạ toàn phần thì:

$$n_l \sin \alpha_o = n_{tt} \sin 90^\circ$$

⇒

$$\sin \alpha_o = \frac{n_{tt}}{n_l} = \frac{1,5}{1,63} = 0,92 \text{ hay } \alpha_o = 66^\circ 56'$$

Suy ra góc tới trên đáy bình thỏa mãn cho chùm tia phản xạ toàn phần là $\alpha \geq 66^\circ 56'$

Đáp án : a. $n_l = 1,63$

b. $\alpha \geq 66^\circ 56'$

Bài 9

Một chùm tia sáng phân cực phẳng (có bước sóng trong chân không $\lambda = 0,589 \mu m$) được rọi thẳng góc với quang trục của một bản tinh thể băng lan. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$.

Tìm bước sóng của tia thường và tia bất thường trong tinh thể ?

$$\lambda = 0,589 \mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$\lambda_o = ?$$

$$\lambda_e = ?$$

Giải

Ánh sáng khi chiếu vào trong môi trường khác thì tần số f của nó không đổi, và vận tốc của nó bằng: $v_{as} = \frac{c}{n_{mt}}$ (c là vận tốc ánh sáng trong chân không, n_{mt} là chiết suất của môi trường)

Mặt khác ta lại có: $f = \frac{v_{as}}{\lambda_{as}} = const$, suy ra:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{v_o}{\lambda_o}$$

$$\Rightarrow \lambda_o = \lambda \cdot \frac{v_o}{c} = \frac{\lambda}{n_o}$$

Như vậy, bước sóng của tia thường là:

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o} = \frac{0,589}{1,658} = 0,355(\mu m)$$

Bước sóng của tia bất thường là:

$$\lambda_e = \frac{\lambda}{n_e} = \frac{0,589}{1,488} = 0,396(\mu m)$$

$$\text{Đáp số : } \lambda_o = 0,355\mu m$$

$$\lambda_e = 0,396\mu m$$

Bài 10

Áp dụng nguyên lý Huyghen, vẽ mặt đầu sóng và hướng truyền của tia thường và tia bất thường trong một tinh thể đơn trục dương nếu quang trục của nó:

- Vuông góc với mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể
- Nằm trong mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể
- Nằm trong mặt phẳng tới và nghiêng trên mặt tinh thể một góc 45^0 , tia tới vuông góc với quang trục

Bài 11

Tìm bề dày của bản $\frac{1}{2}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,589\mu m$?

$$\lambda = 0,589\mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$d = ?$$

Giải

$$\text{Bề dày của bản } \frac{1}{2} \text{ sóng : } d = \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_o - n_e)} = \frac{(2k+1)0,589}{2(1,658 - 1,488)} = 1,73(2k+1) (\mu m) \quad k=0,1,2,\dots$$

$$\text{Đáp số : } d = 1,73 (2k+1) \mu m$$

Bài 12

Tìm bề dày nhỏ nhất của bản $\frac{1}{4}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,545 \mu m$?

$$\lambda = 0,545 \mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

$$\text{Bề dày của bản } \frac{1}{4} \text{ sóng : } d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_o - n_e)}$$

Bề dày nhỏ nhất của bản ứng với $k = 0$, suy ra:

$$d_{\min} = \frac{0,545}{4(1,658 - 1,488)} = 0,8 \mu m$$

$$\text{Đáp số : } d = 0,8 \mu m$$

Bài 13

Một bản tinh thể được cắt song song với quang trục và có bề dày $d = 0,25 \text{ mm}$, được dùng làm bản $\frac{1}{4}$ sóng (đối với bước sóng $\lambda = 0,530 \mu m$)

Hỏi đối với bước sóng nào của ánh sáng trong vùng quang phổ thấy được, nó cũng là bản $\frac{1}{4}$ sóng? Coi rằng đối với tia mọi bước sóng trong vùng quang phổ thấy được ($\lambda_0 = 0,4 \mu m \div 0,7 \mu m$) hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là:

$$n_e - n_o = 0,009$$

$$d = 0,25 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0,530 \mu m$$

$$\lambda_{\min} = 0,4 \mu m$$

$$\lambda_{\max} = 0,7 \mu m$$

$$n_e - n_o = 0,009$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Bề dày của bản $\frac{1}{4}$ sóng : $d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4d(n_e - n_o)}{2k+1} \text{ và } k = \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Trong vùng quang phổ thấy được, bước sóng ứng với bề dày d là bản $\frac{1}{4}$ sóng:

$$\Rightarrow \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda_{\min}} - \frac{1}{2} \geq k \geq \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda_{\max}} - \frac{1}{2}$$

Thay số ta được $10,75 \geq k \geq 5,93$. Do k nguyên nên $k = 6, 7, 8, 9, 10$

Thay k vào ta tính được các bước sóng thỏa mãn:

$$\lambda_1 = 0,692 \mu m$$

$$\lambda_2 = 0,600 \mu m$$

$$\lambda_3 = 0,530 \mu m$$

$$\lambda_4 = 0,473 \mu m$$

$$\lambda_5 = 0,430 \mu m$$

Đáp số : $\lambda_1 = 0,692 \mu m$
 $\lambda_2 = 0,600 \mu m$
 $\lambda_3 = 0,530 \mu m$
 $\lambda_4 = 0,473 \mu m$
 $\lambda_5 = 0,430 \mu m$

Bài 14

Người ta cắt một bản thạch anh song song với quang trục với bề dày không quá 0,5 mm. Tìm bề dày lớn nhất của bản để một chùm ánh sáng phân cực thẳng bước sóng $\lambda = 0,589 \mu m$ sau khi truyền qua bản:

- Mặt phẳng phân cực chỉ bị quay đi một góc nào đó
- Trở thành ánh sáng phân cực tròn.

Biết rằng hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là: $n_e - n_o = 0,009$

$$\lambda = 0,589 \mu m$$

$$n_o - n_e = 0,009$$

$$d_{\max} = ?$$

Giải

a) Mặt phẳng phân cực chỉ bị quay đi một góc nào đó, suy ra bản phải thỏa mãn điều kiện bản $\frac{1}{2}$ sóng :

$$\begin{aligned}d &= \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_e - n_o)} \leq 0,5 \text{ (mm)} \\ \Rightarrow 2k+1 &\leq \frac{0,5 \cdot 2 \cdot (n_e - n_o)}{\lambda} \\ \Rightarrow k &\leq \frac{0,5(n_e - n_o)}{\lambda} - \frac{1}{2} = 7,14 \\ \Rightarrow k_{\max} &= 7 \\ \Rightarrow d_{\max} &= \frac{(2 \cdot 7 + 1) \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,009} \approx 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,49 \text{ (mm)}\end{aligned}$$

b) Để trở thành ánh sáng phân cực tròn bản phải thỏa mãn điều kiện bản $\frac{1}{4}$ sóng :

$$\begin{aligned}d &= \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)} \leq 0,5 \text{ (mm)} \\ \Rightarrow k &\leq \frac{4 \cdot 0,5(n_e - n_o)}{2\lambda} - \frac{1}{2} = 14,78 \\ \Rightarrow k_{\max} &= 14 \\ \Rightarrow d_{\max} &= \frac{(2 \cdot 14 + 1) \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 0,009} \approx 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,47 \text{ (mm)}\end{aligned}$$

Đáp số : a. $d_{\max} = 0,49 \text{ (mm)}$
b. $d_{\max} = 0,47 \text{ (mm)}$

Bài 15

Tìm bề dày nhỏ nhất của một bản thạch anh có mặt được cắt song song với quang trục để ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản trở thành ánh sáng phân cực tròn. Với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,5442$ và $n_e = 1,5533$?

$$\begin{aligned}\lambda &= 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ n_o &= 1,5442 \\ n_e &= 1,5533 \\ d_{\min} &= ?\end{aligned}$$

Giải

Để ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản thạch anh trở thành ánh sáng phân cực tròn thì bản phải thỏa mãn điều kiện của bản $\frac{1}{4}$ sóng :

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)}$$

Suy ra d_{\min} ứng với $k = 0$, khi đó :

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = \frac{5.10^{-7}}{4(1,5533 - 1,5442)} \approx 1,4.10^{-5}(\text{m}) = 14 (\mu\text{m})$$

Đáp số : $d_{\min} = 14 \mu\text{m}$.

Bài 16

Một bản thạch anh được cắt song song với quang trục và đặt vào giữa hai nicol bất chéo nhau sao cho quang trục của bản hợp với mặt phẳng chính của các nicol một góc $\alpha = 45^\circ$

Tìm bề dày nhỏ nhất của bản để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0,643\mu\text{m}$ có cường độ sáng cực đại còn ánh sáng có bước sóng $\lambda_2 = 0,564\mu\text{m}$ có cường độ sáng cực tiểu, sau khi chúng truyền qua hệ thống hai nicol trên.

Coi hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là: $n_e - n_o = 0,0090$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\lambda_1 = 0,643\mu\text{m}$$

$$\lambda_2 = 0,564\mu\text{m}$$

$$n_e - n_o = 0,0090$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Đối với ánh sáng bước sóng λ_1 , bản phải có bề dày thỏa mãn điều kiện của bản $\frac{1}{2}$ sóng để ánh sáng phân cực sau khi ló ra khỏi bản thạch anh là ánh sáng phân cực thẳng và phương dao động sáng quay đi một góc $-\frac{\pi}{2}$.

Đối với ánh sáng bước sóng λ_2 , bản phải có bề dày thỏa mãn điều kiện của bản 1 sóng để ánh sáng phân cực sau khi ló ra khỏi bản thạch anh là ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng như cũ.

$$\Rightarrow (n_e - n_o)d = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2} = k_2\lambda_2$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{2k_1 + 1}{2} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx 1,44 \cdot \frac{2k_1 + 1}{2}$$

Mặt khác k_1, k_2 nguyên nên ứng với bề dày nhỏ nhất của bản thạch anh d_{\min} thì:

$$k_1 = 3; k_2 = 4$$

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{3,5\lambda_1}{n_e - n_o} = \frac{3,5 \cdot 0,643 \cdot 10^{-6}}{0,009} \approx 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,25 \text{ (mm)}$$

Đáp số : $d_{\min} = 0,25 \text{ mm}$

Bài 17

Bằng một bản pôlaroit và một bản $\frac{1}{4}$ sóng làm bằng tinh thể đơn trục dương ($n_e > n_o$) làm thế nào để phân biệt được:

- a) Ánh sáng phân cực tròn quay trái với ánh sáng phân cực tròn quay phải
- b) Ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực tròn
- c) Ánh sáng tự nhiên với hỗn hợp ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn.

Giải

a) Chọn Oy là phương song song với phương dao động của tia bất thường, Ox là phương song song với phương dao động của tia thường.

• Với ánh sáng phân cực tròn quay trái (đối với người quan sát) thì phương trình chuyển động của đầu mút vector dao động sáng là :

$$\begin{cases} x = a \cos(\omega t) \\ y = a \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\omega = 2\pi c / \lambda)$$

Vì $n_o < n_e$ nên sau khi tia sáng đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, dao động sáng theo phương Oy sẽ sớm pha hơn dao động sáng theo phương Ox thêm một lượng $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Chọn lại mốc thời gian sao cho $\begin{cases} x = a \cos(\omega t) \\ y = a \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow x = y = a \cos(\omega t)$

Suy ra sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, ánh sáng phân cực tròn quay trái trở thành ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng hợp với trục Oy một góc 45° (hình 1)

• Đối với ánh sáng phân cực tròn quay phải (đối với người quan sát) thì phương trình dao động sáng :

$$\begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = a \cos(\omega t) \end{cases}$$

Lý luận tương tự ta có: sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, phương trình dao động sáng có dạng

$$\begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = a \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = -a \sin(\omega t) \end{cases}$$

Như vậy, sau khi đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, ánh sáng phân cực tròn quay phải trở thành ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng tạo với trục Oy góc -45^0 (hình 2)

b) Ánh sáng tự nhiên sau khi đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng sẽ trở thành ánh sáng phân cực tròn, như vậy nếu sau đó ta đặt bản pôlarôit và quay nó thì cường độ sáng luôn không đổi.

Ánh sáng phân cực tròn sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng sẽ trở thành ánh sáng phân cực thẳng (như lý luận ở câu a), như vậy nếu đặt bản pôlarôit ở phía sau và quay thì cường độ sáng thay đổi và có khi tắt hẳn.

c) Tương tự câu b, nếu là ánh sáng phân cực elip thì tia ló sau hệ thống cũng thay đổi và có khi tắt hẳn khi quay bản pôlarôit.

d) Cũng làm tương tự câu b, nếu là hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn thì tia ló sau hệ thống thay đổi nhưng không thể đạt giá trị 0 (không tắt hẳn).

Bài 18

Một bản thạch anh dày $d = 2\text{mm}$, được cắt vuông góc với quang trục, sau đó được đặt vào giữa hai nicol song song. Người ta thấy mặt phẳng phân cực bị quay đi một góc $\varphi = 53^0$.

Hỏi chiều dày của bản phải bằng bao nhiêu để ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm trên không qua được bản phân tích ?

$$d = 2 \text{ mm}$$

$$\varphi = 53^0$$

$$d' = ?$$

Giải

Ta có góc quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng là:

$$\varphi = [\alpha] \cdot d$$

Vì hai nicol được đặt song song nhau nên để ánh sáng đơn sắc không đi qua được nicol phân tích thì mặt phẳng phân cực phải bị quay đi một góc $\theta = 90^0$

Ta lại có: $\theta = [\alpha] \cdot d'$ (d' là bề dày bản thạch anh ứng với $\theta = 90^0$)

$$\Rightarrow \frac{\theta}{\varphi} = \frac{d'}{d}$$

$$\Rightarrow d' = d \cdot \frac{\theta}{\varphi} = 2 \cdot \frac{90}{53} \approx 3,4 \text{ (mm)}$$

Đáp số : $d' = 3,4 \text{ mm}$

Bài 19

Chất nicotin (lỏng tinh khiết) đựng trong một bình thủy tinh dài $l = 8\text{cm}$ sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng natri một góc $\alpha = 136,6^\circ$. khối lượng riêng của nicotin $\rho = 1,01\text{g/cm}^3$.

Xác định góc quay riêng $[\alpha]$ của nicotin ?

$$\begin{aligned} l &= 8\text{ cm} \\ \alpha &= 136,6^\circ \\ \rho &= 1,01\text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

$$[\alpha] = ?$$

Giải

Áp dụng công thức tính góc quay mặt phẳng phân cực:

$$\alpha = [\alpha] \rho l$$

$$\Rightarrow [\alpha] = \frac{\alpha}{\rho l} = \frac{136,6^\circ}{1,01 \cdot 8} = 16,9 \text{ (độ.cm}^3/\text{g.cm)} = 169 \text{ (độ.cm}^3/\text{g.dm)}$$

$$\text{Đáp số : } [\alpha] = 169 \text{ độ.cm}^3/\text{g.dm}$$

Bài 20

Dung dịch đường glucôzơ nồng độ $C_1 = 0,28\text{ g/cm}^3$ đựng trong một bình trụ thủy tinh sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh đi qua bình một góc $\alpha_1 = 32^\circ$

Hãy xác định nồng độ C_2 của một dung dịch cũng đựng trong bình như trên, biết nó làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh một góc $\alpha_2 = 24^\circ$.

$$\begin{aligned} C_1 &= 0,28\text{ g/cm}^3 \\ \alpha_1 &= 32^\circ \\ \alpha_2 &= 24^\circ \end{aligned}$$

$$C_2 = ?$$

Giải

Mặt phẳng phân cực của ánh sáng khi đi qua dung dịch đường glucôzơ sẽ bị quay đi một góc: $\alpha = [\alpha] C d$

Trong đó : $[\alpha]$ là góc quay riêng của dung dịch chất glucôzơ đối với as đó

C là nồng độ dung dịch

d là bề dày của dung dịch mà ánh sáng truyền qua

Góc quay của mặt phẳng phân cực trong hai trường hợp là:

$$\alpha_1 = [\alpha] C_1 d$$

$$\alpha_2 = [\alpha] C_2 d$$

$$\Rightarrow C_2 = C_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 0,28 \cdot \frac{24}{32} = 0,21 (\text{g/cm}^3)$$

$$\text{Đáp số : } C_2 = 0,21\text{ g/cm}^3$$

Bài 21

Cho một chùm tia sáng đơn sắc truyền qua một hệ thống hai bản pôlôit đặt bất chéo nhau. Giữa hai bản polaroit đặt một bản thạch anh có các mặt vuông góc với quang trục

Hãy xác định bề dày nhỏ nhất của bản thạch anh để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0,436 \mu m$ bị hệ thống trên làm tắt hoàn toàn, còn ánh sáng bước sóng $\lambda_2 = 0,497 \mu m$ truyền qua được một nửa. Cho biết hằng số quay của thạch anh đối với hai bước sóng trên lần lượt bằng 41,5 và 31,1 độ/mm.

$$\lambda_1 = 0,436 \mu m$$

$$\lambda_2 = 0,497 \mu m$$

$$[\alpha_1] = 41,5 \text{ độ/mm}$$

$$[\alpha_2] = 31,1 \text{ độ/mm}$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Khi truyền dọc theo quang trục của tinh thể đơn trục, vector dao động sáng của ánh sáng phân cực bị quay đi một góc α ($\alpha = [\alpha]d$) với :

$[\alpha]$ là hằng số quay của tinh thể

d là bề dày của bản tinh thể

Cường độ ánh sáng sau khi qua bản pôlarôit thứ nhất và thứ hai lần lượt là I_1, I_2

Ta có:
$$I_2 = I_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\text{Đối với tia } \lambda_1, I_2 = 0 \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right) = 0 \Rightarrow \alpha_1 = k_1\pi$$

$$\text{Đối với tia } \lambda_2, I_2 = \frac{1}{2}I_1 \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_2 = (2k_2 + 1)\frac{\pi}{4}$$

Mặt khác:

$$\alpha_1 = [\alpha_1]d$$

$$\alpha_2 = [\alpha_2]d$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{[\alpha_1]}{[\alpha_2]} \rightarrow \frac{k_1\pi}{(2k_2 + 1)\frac{\pi}{4}} = \frac{41,5}{31,1} \approx \frac{4}{3}$$

Hay
$$\frac{k_1}{2k_2 + 1} = \frac{1}{3}$$

Để bề dày cần thiết là cực tiểu d_{\min} thì $k_1 = k_2 = 1$.

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{k_1 \cdot 180^\circ}{[\alpha_1]} = \frac{180^\circ}{41,5} \approx 4,34(mm)$$

Đáp số : $d_{\min} = 4,34 \text{ mm}$

Bài 22

Giữa hai nicol bất chéo trong một đường kẻ, người ta đặt một ống thủy tinh dài 20cm đựng trong dung dịch đường có nồng độ $C = 0,2 \text{ g/cm}^3$.

a) Hỏi cường độ sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi nó đi qua nicol thứ nhất.

b) Tính góc quay của mặt phẳng phân cực gây ra bởi dung dịch đường

Cho biết góc quay riêng đối với ánh sáng vàng natri bằng $[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$ và ánh sáng đi qua nicol sẽ bị nicol hấp thụ 5%

$$C = 0,2 \text{ g/cm}^3$$

$$d = 20 \text{ cm}$$

$$[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$$

$$k = 5\%$$

a. $\frac{I_0}{I_1} = ?$

b. $\alpha = ?$

Giải

a. Sau khi đi qua Nicol thứ nhất :

Chuyển động sáng bị giảm một nửa do ánh sáng tự nhiên sau khi qua kính bị phân cực hoàn toàn, đồng thời Nicol hấp thụ mất $k = 5\%$ suy ra:

$$I_1 = (1 - k) \cdot \frac{1}{2} \cdot I_0$$

Như vậy cường độ sáng giảm:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - k} = \frac{2}{0,95} = 2,105 \text{ (lần)}$$

b. Góc quay của mặt phẳng phân cực sau khi đi qua dung dịch đường:

$$\alpha = [\alpha] \cdot C \cdot d$$

Trong đó: $[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$, $C = 0,2 \text{ g/cm}^3$

d được tính theo đơn vị dm : $d = 2 \text{ dm}$.

$$\Rightarrow \alpha = 67,8 \cdot 0,2 \cdot 2 = 27,12^\circ = 27^\circ 4'$$

Lưu ý rằng bản nê-m thứ 2 dùng để xác định góc quay của mặt phẳng phân cực sau khi đi qua dung dịch đường.

$$\text{Đáp số : a. } \frac{I_0}{I_1} = 2,105$$

$$\text{b. } \alpha = 27^\circ 4'$$

B- Lời giải bài tập

Bài 1

Một chùm tia sáng tự nhiên sau khi truyền qua một cặp kính phân cực và kính phân tích, cường độ sáng giảm đi 4 lần; coi phần ánh sáng bị hấp thụ không đáng kể.

Hãy xác định góc hợp bởi tiết diện chính của hai kính trên.

$$I_2 = \frac{1}{4} I_0$$

$$\alpha = ?$$

Giải

Sau khi đi qua kính phân cực, chùm ánh sáng tự nhiên bị phân cực trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi E , E_x , E_y lần lượt là biên độ dao động sáng của ánh sáng tự nhiên, của ánh sáng phân cực theo hai phương x , y vuông góc với nhau. ta có :

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2$$

Vì sự biến đổi độ lớn và phương của vectơ, dao động sáng E là hoàn toàn hỗn loạn nên lấy trung bình ta có :

$$E_x^2 = E_y^2 = \frac{1}{2} E^2$$

Vì cường độ sáng tỉ lệ với bình phương biên độ dao động sáng, nên sau khi đi qua kính phân cực, ánh sáng có cường độ :

$$I_1 = 0,5I_0$$

Sau khi đi qua kính phân tích, cường độ sáng được tính theo định luật Maluyt :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$$

α – góc giữa hai tiết diện chính của hai kính.

Theo đề bài,
$$I_2 = \frac{1}{4} I_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} I_0 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha$$

Hay
$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ và } \alpha = 45^\circ$$

Đáp số : $\alpha = 45^\circ$

Bài 2

Góc hợp bởi tiết diện chính của kính phân cực và kính phân tích bằng α , cho một chùm tia sáng tự nhiên lần lượt truyền qua hai kính đó. Biết rằng hai kính cùng hấp thụ và phản xạ 8% cường độ chùm sáng đập vào chúng; sau khi truyền qua kính phân tích, cường độ sáng bằng 9% cường độ ánh sáng tự nhiên tới kính phân cực. Hãy xác định góc α ?

$$k = 8\%$$

$$I_2 = 9\% I_0$$

$$\alpha = ?$$

Giải

Do ánh sáng bị hấp thụ và phản xạ khi qua mỗi kính là 8% nên hiệu suất ánh sáng truyền qua mỗi kính sẽ là 92%.

Theo phân tích ở bài 1, ta biết rằng cường độ ánh sáng sau khi đi qua kính phân cực là $I_1 = 0.5I_0$ nhưng do hiệu suất truyền qua chỉ còn 92% nên ta suy ra :

$$I_1 = 92\% \cdot 0.5I_0 = 46\% I_0$$

Sau khi đi qua kính phân tích, cường độ sáng được tính theo định luật Maluyt :

$$I_2 = (1 - k) I_1 \cos^2 \alpha = 92\% \cdot 46\% I_0 \cos^2 \alpha$$

$$\text{Theo đề bài, } I_2 = 9\% I_0$$

\Rightarrow

$$\alpha = 62^\circ 32'$$

Đáp số : $\alpha = 62^\circ 32'$

Bài 3

Mặt phẳng chính (mặt phẳng dao động) của hai lăng kính nicol N_1 và N_2 hợp với nhau một góc $\alpha = 60^\circ$. Hỏi:

a) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua một nicol (N_1) ?

b) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua cả hai nicol ?

Biết rằng khi truyền qua mỗi lăng kính nicol, ánh sáng bị phản xạ và hấp thụ mất $k = 5\%$.

$$\alpha = 60^\circ$$

$$k = 5\%$$

a. $\frac{I_0}{I_1} = ?$

b. $\frac{I_0}{I_2} = ?$

Giải

Khi ánh sáng đi qua hai lăng kính Nicol thì lăng kính nicol 1 sẽ là nicol phân cực và lăng kính nicol 2 sẽ là nicol phân tích.

Hiệu suất ánh sáng truyền qua mỗi lăng kính là : $1 - k$

a) Theo bài 2, ta suy ra :

$$I_1 = (1-k) \cdot 0.5I_0$$

Hay
$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-k} = 2,1 \text{ (lần)}$$

b) Sau khi đi qua lăng kính nicol phân tích, cường độ sáng là:

$$\begin{aligned} I_2 &= (1-k) I_1 \cos^2 \alpha \\ &= (1-k)^2 \cdot 0.5I_0 \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

Hay
$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2} \cos^2 \alpha = 8,86 \text{ (lần)}$$

Đáp số : a. giảm 2,1 lần
b. giảm 8,86 lần

Bài 4

Ánh sáng phản chiếu trên một mặt thủy tinh đặt trong không khí sẽ bị phân cực toàn phần khi góc khúc xạ $\gamma = 30^\circ$.

Tìm chiết suất của loại thủy tinh trên ?

$$\gamma = 30^\circ$$

$$n = ?$$

Giải

Khi cho ánh sáng tự nhiên phản xạ trên mặt thủy tinh đặt trong không khí, ánh sáng phản xạ sẽ bị phân cực toàn phần nếu góc tới i_B thỏa mãn định luật Briuxơ :

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} \quad (i_B \text{ là góc tới})$$

Áp dụng định luật khúc xạ :

$$\sin i_B = n_{21} \sin \gamma$$

\Rightarrow

$$\sin i_B = \operatorname{tg} i_B \cdot \sin \gamma$$

Hay

$$\cos i_B = \sin \gamma = \sin 30^\circ = 0,5$$

$$i_B = 60^\circ$$

Như vậy

$$n = n_{21} = \operatorname{tg} 60^\circ \approx 1,73$$

Đáp số : $n = 1,73$

Bài 5

Chiếu một chùm ánh sáng tự nhiên lên mặt một bản thủy tinh nhẵn bóng, nhúng trong một chất lỏng. Tia phản xạ (trên mặt bản thủy tinh) hợp với tia tới một góc $\varphi = 97^\circ$, và bị phân cực toàn phần.

Xác định chiết suất của chất lỏng, cho $n_{tt} = 1,5$.

$$\varphi = 97^\circ$$

$$n_{tt} = 1,5$$

$$n_l = ?$$

Giải

Theo bài ra ta có góc tới của chùm sáng là $\frac{\varphi}{2}$

Tia phản xạ bị phân cực toàn phần thì góc tới của nó bằng góc tới Briuxơ

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_{tt}}{n_l}$$

\Rightarrow

$$n_l = \frac{n_{tt}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = 1,33$$

Đáp số : $n_l = 1,33$

Bài 6

Xác định góc tới bruxto của một mặt thủy tinh có chiết suất $n_1 = 1,57$ khi môi trường ánh sáng tới là :

- a) Không khí
- b) Nước (có chiết suất $n_2 = \frac{4}{3}$)

$$n_1 = 1,57$$

$$n_2 = \frac{4}{3}$$

$$n_0 = 1$$

$$i_B = ?$$

Giải

- a) Khi môi trường ánh sáng tới là không khí $n_0 = 1$

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_0} = \frac{1,57}{1} = 1,57$$

\Rightarrow

$$i_B = \arctg 1,57 = 57^\circ 30'$$

- b) Khi môi trường ánh sáng tới là nước $n_2 = \frac{4}{3}$

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,57}{\frac{4}{3}} = 1,1775$$

\Rightarrow

$$i_B = \arctg 1,1775 = 49^\circ 39'$$

Đáp số : a. $i_B = 57^\circ 30'$

b. $i_B = 49^\circ 39'$

Bài 7

Một chất có góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần là 45° . Tìm góc tới bruxto ứng với chất đó ?

$$\alpha_o = 45^\circ$$

$$i_B = ?$$

Giải

α_o là góc giới hạn phản xạ toàn phần nên: $n_{21} \cdot \sin \alpha_o = 1$

\Rightarrow

$$n_{21} = \frac{1}{\sin \alpha_o} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}$$

Góc tới briuxơ của chất đó thỏa mãn:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = \sqrt{2}$$

\Rightarrow

$$i_B = \operatorname{arctg} \sqrt{2} = 54^\circ 44'$$

Đáp số : $i_B = 54^\circ 44'$

Bài 8

Một chùm tia sáng, sau khi truyền qua chất lỏng đựng trong một bình thủy tinh, phản xạ trên đáy bình. Tia phản xạ bị phân cực toàn phần khi góc tới trên đáy bình bằng $45^\circ 37'$, chiết suất của bình thủy tinh $n = 1,5$. Tính:

a) Chiết suất của chất lỏng

b) Góc tới trên đáy bình để chùm tia phản xạ trên đó phản xạ toàn phần

$$i_B = 42^\circ 37'$$

$$n_{tt} = 1,5$$

a. $n_l = ?$

b. $\alpha = ?$

Giải

a. Tia phản xạ phân cực toàn phần ứng với góc tới Briuxơ:

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_{tt}}{n_l}$$

\Rightarrow

$$n_l = \frac{n_{tt}}{\operatorname{tg} i_B} = \frac{1,5}{\operatorname{tg} 42^\circ 37'} = 1,63$$

b. Với α_o là góc giới hạn phản xạ toàn phần thì:

$$n_l \sin \alpha_o = n_{tt} \sin 90^\circ$$

\Rightarrow

$$\sin \alpha_o = \frac{n_{tt}}{n_l} = \frac{1,5}{1,63} = 0,92 \text{ hay } \alpha_o = 66^\circ 56'$$

Suy ra góc tới trên đáy bình thỏa mãn cho chùm tia phản xạ toàn phần là $\alpha \geq 66^\circ 56'$

Đáp án : a. $n_l = 1,63$

b. $\alpha \geq 66^\circ 56'$

Bài 9

Một chùm tia sáng phân cực phẳng (có bước sóng trong chân không $\lambda = 0,589 \mu m$) được rọi thẳng góc với quang trục của một bản tinh thể băng lan. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$.

Tìm bước sóng của tia thường và tia bất thường trong tinh thể ?

$$\lambda = 0,589 \mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$\lambda_o = ?$$

$$\lambda_e = ?$$

Giải

Ánh sáng khi chiếu vào trong môi trường khác thì tần số f của nó không đổi, và vận tốc của nó bằng: $v_{as} = \frac{c}{n_{mt}}$ (c là vận tốc ánh sáng trong chân không, n_{mt} là chiết suất của môi trường)

Mặt khác ta lại có: $f = \frac{v_{as}}{\lambda_{as}} = const$, suy ra:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{v_o}{\lambda_o}$$

$$\Rightarrow \lambda_o = \lambda \cdot \frac{v_o}{c} = \frac{\lambda}{n_o}$$

Như vậy, bước sóng của tia thường là:

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o} = \frac{0,589}{1,658} = 0,355(\mu m)$$

Bước sóng của tia bất thường là:

$$\lambda_e = \frac{\lambda}{n_e} = \frac{0,589}{1,488} = 0,396(\mu m)$$

$$\text{Đáp số : } \lambda_o = 0,355\mu m$$

$$\lambda_e = 0,396\mu m$$

Bài 10

Áp dụng nguyên lý Huyghen, vẽ mặt đầu sóng và hướng truyền của tia thường và tia bất thường trong một tinh thể đơn trục dương nếu quang trục của nó:

- Vuông góc với mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể
- Nằm trong mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể
- Nằm trong mặt phẳng tới và nghiêng trên mặt tinh thể một góc 45^0 , tia tới vuông góc với quang trục

Bài 11

Tìm bề dày của bản $\frac{1}{2}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,589\mu m$?

$$\lambda = 0,589\mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$d = ?$$

Giải

$$\text{Bề dày của bản } \frac{1}{2} \text{ sóng : } d = \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_o - n_e)} = \frac{(2k+1)0,589}{2(1,658 - 1,488)} = 1,73(2k+1) (\mu m) \quad k=0,1,2,\dots$$

$$\text{Đáp số : } d = 1,73 (2k+1) \mu m$$

Bài 12

Tìm bề dày nhỏ nhất của bản $\frac{1}{4}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,545 \mu m$?

$$\lambda = 0,545 \mu m$$

$$n_o = 1,658$$

$$n_e = 1,488$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

$$\text{Bề dày của bản } \frac{1}{4} \text{ sóng : } d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_o - n_e)}$$

Bề dày nhỏ nhất của bản ứng với $k = 0$, suy ra:

$$d_{\min} = \frac{0,545}{4(1,658 - 1,488)} = 0,8 \mu m$$

$$\text{Đáp số : } d = 0,8 \mu m$$

Bài 13

Một bản tinh thể được cắt song song với quang trục và có bề dày $d = 0,25 \text{ mm}$, được dùng làm bản $\frac{1}{4}$ sóng (đối với bước sóng $\lambda = 0,530 \mu m$)

Hỏi đối với bước sóng nào của ánh sáng trong vùng quang phổ thấy được, nó cũng là bản $\frac{1}{4}$ sóng? Coi rằng đối với tia mọi bước sóng trong vùng quang phổ thấy được ($\lambda_0 = 0,4 \mu m \div 0,7 \mu m$) hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là:

$$n_e - n_o = 0,009$$

$$d = 0,25 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0,530 \mu m$$

$$\lambda_{\min} = 0,4 \mu m$$

$$\lambda_{\max} = 0,7 \mu m$$

$$n_e - n_o = 0,009$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Bề dày của bản $\frac{1}{4}$ sóng : $d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4d(n_e - n_o)}{2k+1} \text{ và } k = \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Trong vùng quang phổ thấy được, bước sóng ứng với bề dày d là bản $\frac{1}{4}$ sóng:

$$\Rightarrow \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda_{\min}} - \frac{1}{2} \geq k \geq \frac{2d(n_e - n_o)}{\lambda_{\max}} - \frac{1}{2}$$

Thay số ta được $10,75 \geq k \geq 5,93$. Do k nguyên nên $k = 6, 7, 8, 9, 10$

Thay k vào ta tính được các bước sóng thỏa mãn:

$$\lambda_1 = 0,692 \mu m$$

$$\lambda_2 = 0,600 \mu m$$

$$\lambda_3 = 0,530 \mu m$$

$$\lambda_4 = 0,473 \mu m$$

$$\lambda_5 = 0,430 \mu m$$

Đáp số : $\lambda_1 = 0,692 \mu m$

$$\lambda_2 = 0,600 \mu m$$

$$\lambda_3 = 0,530 \mu m$$

$$\lambda_4 = 0,473 \mu m$$

$$\lambda_5 = 0,430 \mu m$$

Bài 14

Người ta cắt một bản thạch anh song song với quang trục với bề dày không quá 0,5 mm. Tìm bề dày lớn nhất của bản để một chùm ánh sáng phân cực thẳng bước sóng $\lambda = 0,589 \mu m$ sau khi truyền qua bản:

- Mặt phẳng phân cực chỉ bị quay đi một góc nào đó
- Trở thành ánh sáng phân cực tròn.

Biết rằng hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là: $n_e - n_o = 0,009$

$$\lambda = 0,589 \mu m$$

$$n_o - n_e = 0,009$$

$$d_{\max} = ?$$

Giải

a) Mặt phẳng phân cực chỉ bị quay đi một góc nào đó, suy ra bản phải thỏa mãn điều kiện bản $\frac{1}{2}$ sóng :

$$\begin{aligned}d &= \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_e - n_o)} \leq 0,5 \text{ (mm)} \\ \Rightarrow 2k+1 &\leq \frac{0,5 \cdot 2 \cdot (n_e - n_o)}{\lambda} \\ \Rightarrow k &\leq \frac{0,5(n_e - n_o)}{\lambda} - \frac{1}{2} = 7,14 \\ \Rightarrow k_{\max} &= 7 \\ \Rightarrow d_{\max} &= \frac{(2 \cdot 7 + 1) \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,009} \approx 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,49 \text{ (mm)}\end{aligned}$$

b) Để trở thành ánh sáng phân cực tròn bản phải thỏa mãn điều kiện bản $\frac{1}{4}$ sóng :

$$\begin{aligned}d &= \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)} \leq 0,5 \text{ (mm)} \\ \Rightarrow k &\leq \frac{4 \cdot 0,5(n_e - n_o)}{2\lambda} - \frac{1}{2} = 14,78 \\ \Rightarrow k_{\max} &= 14 \\ \Rightarrow d_{\max} &= \frac{(2 \cdot 14 + 1) \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 0,009} \approx 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,47 \text{ (mm)}\end{aligned}$$

Đáp số : a. $d_{\max} = 0,49 \text{ (mm)}$
b. $d_{\max} = 0,47 \text{ (mm)}$

Bài 15

Tìm bề dày nhỏ nhất của một bản thạch anh có mặt được cắt song song với quang trục để ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản trở thành ánh sáng phân cực tròn. Với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,5442$ và $n_e = 1,5533$?

$$\begin{aligned}\lambda &= 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ n_o &= 1,5442 \\ n_e &= 1,5533 \\ d_{\min} &= ?\end{aligned}$$

Giải

Để ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản thạch anh trở thành ánh sáng phân cực tròn thì bản phải thỏa mãn điều kiện của bản $\frac{1}{4}$ sóng :

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_e - n_o)}$$

Suy ra d_{\min} ứng với $k = 0$, khi đó :

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = \frac{5.10^{-7}}{4(1,5533 - 1,5442)} \approx 1,4.10^{-5}(\text{m}) = 14 (\mu\text{m})$$

Đáp số : $d_{\min} = 14 \mu\text{m}$.

Bài 16

Một bản thạch anh được cắt song song với quang trục và đặt vào giữa hai nicol bất chéo nhau sao cho quang trục của bản hợp với mặt phẳng chính của các nicol một góc $\alpha = 45^\circ$

Tìm bề dày nhỏ nhất của bản để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0,643\mu\text{m}$ có cường độ sáng cực đại còn ánh sáng có bước sóng $\lambda_2 = 0,564\mu\text{m}$ có cường độ sáng cực tiểu, sau khi chúng truyền qua hệ thống hai nicol trên.

Coi hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường là: $n_e - n_o = 0,0090$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\lambda_1 = 0,643\mu\text{m}$$

$$\lambda_2 = 0,564\mu\text{m}$$

$$n_e - n_o = 0,0090$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Đối với ánh sáng bước sóng λ_1 , bản phải có bề dày thỏa mãn điều kiện của bản $\frac{1}{2}$ sóng để ánh sáng phân cực sau khi ló ra khỏi bản thạch anh là ánh sáng phân cực thẳng và phương dao động sáng quay đi một góc $-\frac{\pi}{2}$.

Đối với ánh sáng bước sóng λ_2 , bản phải có bề dày thỏa mãn điều kiện của bản 1 sóng để ánh sáng phân cực sau khi ló ra khỏi bản thạch anh là ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng như cũ.

$$\Rightarrow (n_e - n_o)d = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2} = k_2\lambda_2$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{2k_1 + 1}{2} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx 1,44 \cdot \frac{2k_1 + 1}{2}$$

Mặt khác k_1, k_2 nguyên nên ứng với bề dày nhỏ nhất của bản thạch anh d_{\min} thì:

$$k_1 = 3; k_2 = 4$$

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{3,5\lambda_1}{n_e - n_o} = \frac{3,5 \cdot 0,643 \cdot 10^{-6}}{0,009} \approx 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} = 0,25 \text{ (mm)}$$

Đáp số : $d_{\min} = 0,25 \text{ mm}$

Bài 17

Bằng một bản pôlaroit và một bản $\frac{1}{4}$ sóng làm bằng tinh thể đơn trục dương ($n_e > n_o$) làm thế nào để phân biệt được:

- a) Ánh sáng phân cực tròn quay trái với ánh sáng phân cực tròn quay phải
- b) Ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực tròn
- c) Ánh sáng tự nhiên với hỗn hợp ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn.

Giải

a) Chọn Oy là phương song song với phương dao động của tia bất thường, Ox là phương song song với phương dao động của tia thường.

• Với ánh sáng phân cực tròn quay trái (đối với người quan sát) thì phương trình chuyển động của đầu mút vector dao động sáng là :

$$\begin{cases} x = a \cos(\omega t) \\ y = a \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\omega = 2\pi c / \lambda)$$

Vì $n_o < n_e$ nên sau khi tia sáng đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, dao động sáng theo phương Oy sẽ sớm pha hơn dao động sáng theo phương Ox thêm một lượng $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Chọn lại mốc thời gian sao cho $\begin{cases} x = a \cos(\omega t) \\ y = a \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow x = y = a \cos(\omega t)$

Suy ra sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, ánh sáng phân cực tròn quay trái trở thành ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng hợp với trục Oy một góc 45° (hình 1)

• Đối với ánh sáng phân cực tròn quay phải (đối với người quan sát) thì phương trình dao động sáng :

$$\begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = a \cos(\omega t) \end{cases}$$

Lý luận tương tự ta có: sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, phương trình dao động sáng có dạng

$$\begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = a \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \sin(\omega t) \\ y = -a \sin(\omega t) \end{cases}$$

Như vậy, sau khi đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng, ánh sáng phân cực tròn quay phải trở thành ánh sáng phân cực thẳng với phương dao động sáng tạo với trục Oy góc -45^0 (hình 2)

b) Ánh sáng tự nhiên sau khi đi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng sẽ trở thành ánh sáng phân cực tròn, như vậy nếu sau đó ta đặt bản pôlarôit và quay nó thì cường độ sáng luôn không đổi.

Ánh sáng phân cực tròn sau khi qua bản $\frac{1}{4}$ sóng sẽ trở thành ánh sáng phân cực thẳng (như lý luận ở câu a), như vậy nếu đặt bản pôlarôit ở phía sau và quay thì cường độ sáng thay đổi và có khi tắt hẳn.

c) Tương tự câu b, nếu là ánh sáng phân cực elip thì tia ló sau hệ thống cũng thay đổi và có khi tắt hẳn khi quay bản pôlarôit.

d) Cũng làm tương tự câu b, nếu là hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn thì tia ló sau hệ thống thay đổi nhưng không thể đạt giá trị 0 (không tắt hẳn).

Bài 18

Một bản thạch anh dày $d = 2\text{mm}$, được cắt vuông góc với quang trục, sau đó được đặt vào giữa hai nicol song song. Người ta thấy mặt phẳng phân cực bị quay đi một góc $\varphi = 53^0$.

Hỏi chiều dày của bản phải bằng bao nhiêu để ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm trên không qua được bản phân tích ?

$$d = 2 \text{ mm}$$

$$\varphi = 53^0$$

$$d' = ?$$

Giải

Ta có góc quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng là:

$$\varphi = [\alpha] \cdot d$$

Vì hai nicol được đặt song song nhau nên để ánh sáng đơn sắc không đi qua được nicol phân tích thì mặt phẳng phân cực phải bị quay đi một góc $\theta = 90^0$

Ta lại có: $\theta = [\alpha] \cdot d'$ (d' là bề dày bản thạch anh ứng với $\theta = 90^0$)

$$\Rightarrow \frac{\theta}{\varphi} = \frac{d'}{d}$$

$$\Rightarrow d' = d \cdot \frac{\theta}{\varphi} = 2 \cdot \frac{90}{53} \approx 3,4 \text{ (mm)}$$

Đáp số : $d' = 3,4 \text{ mm}$

Bài 19

Chất nicotin (lỏng tinh khiết) đựng trong một bình thủy tinh dài $l = 8\text{cm}$ sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng natri một góc $\alpha = 136,6^\circ$. khối lượng riêng của nicotin $\rho = 1,01\text{g/cm}^3$.

Xác định góc quay riêng $[\alpha]$ của nicotin ?

$$\begin{aligned} l &= 8\text{ cm} \\ \alpha &= 136,6^\circ \\ \rho &= 1,01\text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

$$[\alpha] = ?$$

Giải

Áp dụng công thức tính góc quay mặt phẳng phân cực:

$$\alpha = [\alpha] \rho l$$

$$\Rightarrow [\alpha] = \frac{\alpha}{\rho l} = \frac{136,6^\circ}{1,01 \cdot 8} = 16,9 \text{ (độ.cm}^3/\text{g.cm)} = 169 \text{ (độ.cm}^3/\text{g.dm)}$$

$$\text{Đáp số : } [\alpha] = 169 \text{ độ.cm}^3/\text{g.dm}$$

Bài 20

Dung dịch đường glucôzơ nồng độ $C_1 = 0,28\text{ g/cm}^3$ đựng trong một bình trụ thủy tinh sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh đi qua bình một góc $\alpha_1 = 32^\circ$

Hãy xác định nồng độ C_2 của một dung dịch cũng đựng trong bình như trên, biết nó làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh một góc $\alpha_2 = 24^\circ$.

$$\begin{aligned} C_1 &= 0,28\text{ g/cm}^3 \\ \alpha_1 &= 32^\circ \\ \alpha_2 &= 24^\circ \end{aligned}$$

$$C_2 = ?$$

Giải

Mặt phẳng phân cực của ánh sáng khi đi qua dung dịch đường glucôzơ sẽ bị quay đi một góc: $\alpha = [\alpha] C d$

Trong đó : $[\alpha]$ là góc quay riêng của dung dịch chất glucôzơ đối với as đó

C là nồng độ dung dịch

d là bề dày của dung dịch mà ánh sáng truyền qua

Góc quay của mặt phẳng phân cực trong hai trường hợp là:

$$\alpha_1 = [\alpha] C_1 d$$

$$\alpha_2 = [\alpha] C_2 d$$

$$\Rightarrow C_2 = C_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 0,28 \cdot \frac{24}{32} = 0,21 (\text{g/cm}^3)$$

$$\text{Đáp số : } C_2 = 0,21\text{ g/cm}^3$$

Bài 21

Cho một chùm tia sáng đơn sắc truyền qua một hệ thống hai bản pôlôit đặt bất chéo nhau. Giữa hai bản polaroit đặt một bản thạch anh có các mặt vuông góc với quang trục

Hãy xác định bề dày nhỏ nhất của bản thạch anh để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0,436 \mu m$ bị hệ thống trên làm tắt hoàn toàn, còn ánh sáng bước sóng $\lambda_2 = 0,497 \mu m$ truyền qua được một nửa. Cho biết hằng số quay của thạch anh đối với hai bước sóng trên lần lượt bằng 41,5 và 31,1 độ/mm.

$$\lambda_1 = 0,436 \mu m$$

$$\lambda_2 = 0,497 \mu m$$

$$[\alpha_1] = 41,5 \text{ độ/mm}$$

$$[\alpha_2] = 31,1 \text{ độ/mm}$$

$$d_{\min} = ?$$

Giải

Khi truyền dọc theo quang trục của tinh thể đơn trục, vector dao động sáng của ánh sáng phân cực bị quay đi một góc α ($\alpha = [\alpha]d$) với :

$[\alpha]$ là hằng số quay của tinh thể

d là bề dày của bản tinh thể

Cường độ ánh sáng sau khi qua bản pôlarôit thứ nhất và thứ hai lần lượt là I_1, I_2

Ta có:
$$I_2 = I_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\text{Đối với tia } \lambda_1, I_2 = 0 \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right) = 0 \Rightarrow \alpha_1 = k_1\pi$$

$$\text{Đối với tia } \lambda_2, I_2 = \frac{1}{2}I_1 \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_2 = (2k_2 + 1)\frac{\pi}{4}$$

Mặt khác:

$$\alpha_1 = [\alpha_1]d$$

$$\alpha_2 = [\alpha_2]d$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{[\alpha_1]}{[\alpha_2]} \rightarrow \frac{k_1\pi}{(2k_2 + 1)\frac{\pi}{4}} = \frac{41,5}{31,1} \approx \frac{4}{3}$$

Hay
$$\frac{k_1}{2k_2 + 1} = \frac{1}{3}$$

Để bề dày cần thiết là cực tiểu d_{\min} thì $k_1 = k_2 = 1$.

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{k_1 \cdot 180^\circ}{[\alpha_1]} = \frac{180^\circ}{41,5} \approx 4,34(mm)$$

Đáp số : $d_{\min} = 4,34 \text{ mm}$

Bài 22

Giữa hai nicol bất chéo trong một đường kẻ, người ta đặt một ống thủy tinh dài 20cm đựng trong dung dịch đường có nồng độ $C = 0,2 \text{ g/cm}^3$.

a) Hỏi cường độ sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi nó đi qua nicol thứ nhất.

b) Tính góc quay của mặt phẳng phân cực gây ra bởi dung dịch đường

Cho biết góc quay riêng đối với ánh sáng vàng natri bằng $[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$ và ánh sáng đi qua nicol sẽ bị nicol hấp thụ 5%

$$C = 0,2 \text{ g/cm}^3$$

$$d = 20 \text{ cm}$$

$$[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$$

$$k = 5\%$$

a. $\frac{I_0}{I_1} = ?$

b. $\alpha = ?$

Giải

a. Sau khi đi qua Nicol thứ nhất :

Chuyển động sáng bị giảm một nửa do ánh sáng tự nhiên sau khi qua kính bị phân cực hoàn toàn, đồng thời Nicol hấp thụ mất $k = 5\%$ suy ra:

$$I_1 = (1 - k) \cdot \frac{1}{2} \cdot I_0$$

Như vậy cường độ sáng giảm:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - k} = \frac{2}{0,95} = 2,105 \text{ (lần)}$$

b. Góc quay của mặt phẳng phân cực sau khi đi qua dung dịch đường:

$$\alpha = [\alpha] \cdot C \cdot d$$

Trong đó: $[\alpha] = 67,8^\circ \cdot \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{dm}$, $C = 0,2 \text{ g/cm}^3$

d được tính theo đơn vị dm : $d = 2 \text{ dm}$.

$$\Rightarrow \alpha = 67,8 \cdot 0,2 \cdot 2 = 27,12^\circ = 27^\circ 4'$$

Lưu ý rằng bản nê-m thứ 2 dùng để xác định góc quay của mặt phẳng phân cực sau khi đi qua dung dịch đường.

$$\text{Đáp số : a. } \frac{I_0}{I_1} = 2,105$$

$$\text{b. } \alpha = 27^\circ 4'$$

A - BỨC XẠ NHIỆT

Bài 4.1: Một lò nung có nhiệt độ nung 1000K. Cửa sổ quan sát có diện tích 250cm^2 . Xác định công suất bức xạ của cửa sổ đó nếu coi là vật đen tuyệt đối.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

Công suất bức xạ của cửa sổ đó là:

$$P = RS = \sigma T^4 S = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1000^4 \cdot 250 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{Đ} P = 1417,5\text{W}$$

Bài 4.2: Tìm nhiệt độ của một lò, nếu một lỗ nhỏ của nó có kích thước: $(2'3)\text{cm}^2$, cứ mỗi giây phát ra 8,28cal. Coi lò như một vật đen tuyệt đối.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$P = RS = \sigma T^4 S$$

Đ Nhiệt độ của lò là:

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma S}} = \sqrt[4]{\frac{4,18 \cdot 8,28}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2'3)10^{-4}}} = 1004\text{K}$$

Bài 4.3: Vật đen tuyệt đối có hình dạng một quả cầu đường kính $d=10\text{cm}$, ở một nhiệt độ không đổi. Tìm nhiệt độ của nó, biết công suất bức xạ ở nhiệt độ đã cho là 12kcal/phút.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$W = RSt = \sigma T^4 \pi d^2 t$$

Đ Nhiệt độ của lò là:

$$T = \sqrt[4]{\frac{W}{\sigma \pi d^2 t}} = \sqrt[4]{\frac{4,18 \cdot 12 \cdot 10^3}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \pi (10 \times 10^{-2})^2 \cdot 60}} = 828\text{K}$$

Bài 4.4: Nhiệt độ của sợi dây tóc bóng đèn điện luôn biến đổi vì được đốt nóng bằng dòng điện xoay chiều. Hiệu số giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất là 80K, nhiệt độ trung bình là 2300K.

Hỏi công suất bức xạ của sợi dây tóc biến đổi bao nhiêu lần?

Bài giải

Ta có:

$$\begin{cases} T_{\max} - T_{\min} = 80K \\ T_{\text{tb}} = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} = 2300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{\max} = 2340K \\ T_{\min} = 2260K \end{cases}$$

Áp dụng Stefan- Boltmann ta có:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\sigma T_{\max}^4}{\sigma T_{\min}^4} = \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right)^4 = \left(\frac{2340}{2260} \right)^4 = 1,15$$

Vậy, công suất bức xạ của sợi dây tóc biến đổi 1,15 lần.

Bài 4.5: Tính lượng bức xạ trong một ngày đêm từ một ngôi nhà gạch trát vữa, có diện tích mặt ngoài tổng cộng là 1000m². Biết nhiệt độ của mặt bức xạ là 27°C và hệ số hấp thụ khi đó bằng 0,8.

Bài giải

Áp dụng Stefan- Boltmann, ta có năng lượng bức xạ trong một ngày đêm của ngôi nhà là:

$$W = RSt = a \sigma T^4 St = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (27 + 273)^4 \cdot 1000 \cdot 60^2 \cdot 24$$

$$\Rightarrow W = 3,17 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Bài 4.6: Một thỏi thép đúc có nhiệt độ 727°C. Trong một giây, mỗi cm² của nó bức xạ một lượng năng lượng là 4J. Xác định hệ số hấp thụ của thỏi thép ở nhiệt độ đó nếu coi rằng hệ số đó là như nhau đối với mọi bước sóng.

Bài giải

$$R = 4 \text{ J} / \text{cm}^2 \text{ s} = 4 \cdot 10^4 \text{ J} / \text{m}^2 \text{ s}$$

Theo Stefan- Boltmann, ta có:

$$R = a \sigma T^4$$

\Rightarrow Hệ số hấp thụ của thỏi thép là:

$$a = \frac{R}{\sigma T^4} = \frac{4 \cdot 10^4}{5,67 \cdot 10^{-8} (727 + 273)^4} = 0,71$$

Bài 4.7: Tính bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của:

- Vật đen tuyệt đối có nhiệt độ bằng nhiệt độ cơ thể ($T = 37^\circ \text{C}$).
- Dây tóc bóng đèn điện $T = 3000 \text{K}$.

c) Vỏ Mặt trời $T = 6000\text{K}$.

d) Bom nguyên tử khi nổ $T = 10^7\text{K}$.

Coi các nguồn sáng mạnh trên đều là vật đen tuyệt đối.

Bài giải

Theo Wien: $\lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T}$

a) $\lambda_{\max} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{37 + 273} = 9,34 \cdot 10^{-6}\text{m}$

b) $\lambda_{\max} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{3000} = 9,65 \cdot 10^{-7}\text{m}$

c) $\lambda_{\max} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{6000} = 0,48 \cdot 10^{-6}\text{m}$

d) $\lambda_{\max} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{10^7} = 2,896 \cdot 10^{-10}\text{m}$

Bài 4.8: Công suất bức xạ của vật đen tuyệt đối bằng 10^5kW . Tính diện tích bức xạ của vật đó nếu bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của nó bằng $7 \cdot 10^{-7}\text{m}$.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$P = RS = \sigma T^4 S$$

Mặt khác, theo Wien:

$$\lambda_{\max} T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

Vậy diện tích bức xạ của vật là:

$$S = \frac{P}{\sigma T^4} = \frac{P}{\sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^4} = \frac{10^5 \cdot 10^3}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{(2,896 \cdot 10^{-3})^4}{(7 \cdot 10^{-7})^4}} = 6,02\text{m}^2$$

Bài 4.9: Tính năng lượng do 1cm^2 chì đông đặc trong 1 giây. Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của bề mặt chì và của vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ đó bằng 0,6. Cho biết nhiệt độ nóng chảy của chì là 327°C .

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = a \sigma T^4$$

Vậy, năng lượng do 1cm^2 chì đông đặc phát ra trong 1s là:

$$W = RSt = a\sigma T^4 St = 0,65,67 \cdot 10^{-8} (327 + 273)^4 10^{-4} \cdot 1 = 0,44\text{J}$$

Bài 4.10: Tìm năng lượng do 1cm^2 bề mặt của vật đen tuyệt đối phát ra trong một giây nếu bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của nó bằng $0,4840 \cdot 10^{-6}\text{m}$.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$W = RSt = \sigma T^4 St$$

Mặt khác, theo Wien:

$$\lambda_{\max} T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

Vậy, năng lượng do 1cm^2 bề mặt vật phát ra trong 1s là:

$$W = \sigma \frac{b^4}{\lambda_{\max}^4} S = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{(2,896 \cdot 10^{-3})^4}{(0,4840 \cdot 10^{-6})^4} 10^{-4} = 7367,6808\text{J}$$

Bài 4.11: Bề mặt kim loại nóng chảy có diện tích 100cm^2 mỗi phút bức xạ một lượng năng lượng bằng $4 \cdot 10^4\text{J}$. Nhiệt độ bề mặt là 2500K , tìm:

- Năng lượng bức xạ của mặt đó, nếu coi vật là vật đen tuyệt đối.
- Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của vật đó và vật đen tuyệt đối ở cùng một nhiệt độ?

Bài giải

- Coi vật là vật đen tuyệt đối, theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

Năng lượng bức xạ của vật đó là:

$$W = RSt = \sigma T^4 St = 5,67 \cdot 10^{-8} 2500^4 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 1,33 \cdot 10^5\text{J}$$

- Ta có:

$$\frac{W}{W_0} = \frac{R}{R_0}$$

Tỉ số giữa năng suất phát xạ toàn phần của vật và vật đen tuyệt đối cùng nhiệt độ là:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{W}{W_0} = \frac{4 \cdot 10^4}{1,33 \cdot 10^5} = 0,3$$

Bài 4.12: Dây tóc bóng đèn điện có đường kính 0,3mm và có độ dài 5cm. Khi mắc đèn vào mạch điện 127V thì dòng điện chạy qua đèn là 0,31A. Tìm nhiệt độ của đèn, giả sử rằng ở trạng thái cân bằng, tất cả nhiệt do đèn phát ra đều ở dạng bức xạ. Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của dây tóc vonfram và của vật đen tuyệt đối bằng 0,31.

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$P =$$

$$P = a \sigma T^4 S = a \sigma T^4 \pi d l$$

$$P = UI$$

Nhiệt độ của đèn là:

$$T = \sqrt[4]{\frac{UI}{a \sigma \pi d l}} = \sqrt[4]{\frac{127 \cdot 0,31}{0,31 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}}$$

$$T = 2626K$$

Bài 4.13: Nhiệt độ của sợi dây tóc vonfram trong bóng đèn 25W bằng 2450K. Tỉ số giữa năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối ở cùng một nhiệt độ bằng 0,3. Tìm diện tích bề mặt bức xạ của sợi dây tóc?

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$P = a \sigma T^4 S$$

Vậy diện tích bức xạ của vật là:

$$S = \frac{P}{a \sigma T^4} = \frac{25}{0,3 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2450^4} = 4 \cdot 10^{-5} m^2$$

Bài 4.14: Diện tích bề mặt sợi dây tóc vonfram trong bóng đèn 100W bằng 1,6cm² và nhiệt độ của nó bằng 2177°C. Hỏi năng lượng bức xạ của nó nhỏ hơn năng lượng của vật đen tuyệt đối có cùng diện tích và nhiệt độ bao nhiêu lần? Giả sử rằng khi ở trạng thái cân bằng toàn bộ nhiệt do tóc phát ra đều ở dạng bức xạ.

Bài giải

Với vật đen tuyệt đối cùng điều kiện, theo Stefan- Boltmann:

$$P_0 = \sigma T^4 S = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2177 + 273)^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} = 327W$$

Vậy, năng lượng bức xạ của vật nhỏ hơn năng lượng bức xạ của vật đen tuyệt đối cùng điều kiện là:

$$\frac{P_0}{P} = \frac{327}{100} = 3,27 \text{ lần}$$

Bài 4.15: Tìm hằng số Mặt Trời, nghĩa là lượng quang năng mà trong mỗi phút Mặt Trời gửi đến diện tích 1m^2 vuông góc với tia nắng và ở cách Mặt Trời một khoảng bằng khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất. Lấy nhiệt độ của Mặt Trời là 5800K . Coi bức xạ Mặt Trời như bức xạ của vật đen tuyệt đối. Bán kính Mặt Trời $r = 6,95 \cdot 10^8 \text{ m}$. Khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất: $R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$W = RSt = \sigma T^4 \pi d^2 t$$

Quang năng trong 1 phút Mặt Trời gửi đến diện tích 1m^2 vuông góc với tia nắng và ở cách Mặt Trời một khoảng d là:

$$\begin{aligned} W_0 = \frac{W}{S} &= \frac{\sigma T^4 4\pi r_{\text{MT}}^2}{4\pi d^2} = \frac{\sigma T^4 r_{\text{MT}}^2}{d^2} \\ &= \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 \cdot (6,95 \cdot 10^8)^2}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} \cdot 60 = 82,65 \cdot 10^3 \text{ J/m}^2 \cdot \text{phút} \end{aligned}$$

Vậy, hằng số Mặt Trời là $82,65 \cdot 10^3 \text{ J/m}^2 \cdot \text{phút}$

Bài 4.16: Biết giá trị của hằng số Mặt Trời đối với Trái Đất. Tìm giá trị của hằng số Mặt Trời đối với Sao Hỏa, cho biết khoảng cách trung bình từ Mặt Trời đến Sao Hỏa bằng $227,8$ triệu km.

Bài giải

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{P}{S} = \frac{\sigma T^4 4\pi r_{\text{MT}}^2}{4\pi d^2} = \frac{\sigma T^4 r_{\text{MT}}^2}{d^2} \\ W &= \frac{P}{S'} = \frac{\sigma T^4 r_{\text{MT}}^2}{d'^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P \quad W &= \frac{W_0 d^2}{d'^2} = \frac{82,65 \cdot 10^3 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2}{(227,8 \cdot 10^9)^2} = 35836 \text{ J / m}^2 \text{phút} \\ &= 0,85 \text{ cal / cm}^2 \text{phút} \end{aligned}$$

Vậy, hằng số Mặt Trời đối với Sao Hỏa là: $0,85 \text{ cal / cm}^2 \text{phút}$

Bài 4.17: Tính trung bình cứ 1cm^2 mặt đất tỏa ra một lượng nhiệt $0,13 \text{ cal}$ vì bức xạ. Nếu vật đen tuyệt đối bức xạ một lượng năng lượng như vậy thì nhiệt độ của nó bằng bao nhiêu?

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$W = RSt = \sigma T^4 St$$

↳ Nhiệt độ của vật là:

$$T = \sqrt[4]{\frac{W}{\sigma St}} = \sqrt[4]{\frac{0,13.4,18}{5,67.10^{-8}.10^{-4}.60}} = 200K$$

Bài 4.18: Một bản mỏng đen tuyệt đối ở ngoài bầu khí quyển và gần Trái Đất, nhận được ánh nắng chiếu vuông góc với nó. Xác định nhiệt độ của bản mỏng nếu hằng số Mặt trời là $1,35 \text{ kW/m}^2$.

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$W = RSt = \sigma T^4 St = W_0 St$$

↳ Nhiệt độ của vật là:

$$T = \sqrt[4]{\frac{W_0}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,35.10^3}{5,67.10^{-8}}} = 393K$$

Bài 4.19: Bầu khí quyển hấp thụ 10% năng lượng bức xạ của Mặt Trời. Tính công suất do Mặt Trời bức xạ tới diện tích $0,5 \text{ hecta}$ của mặt đất nằm ngang. Độ cao của Mặt Trời so với mặt ngang là 30° ; coi bức xạ của Mặt Trời là bức xạ của vật đen tuyệt đối.

Bài giải

Phần diện tích vuông góc với tia nắng Mặt Trời bằng: $S' = S \cdot \sin 30^\circ$

Công suất từ Mặt Trời bức xạ đến diện tích S' bằng:

$$P_0 = W_0 S' = W_0 S \cdot \sin 30^\circ$$

Trong đó, W_0 là mật độ năng lượng nhận được trên Trái Đất. Bầu khí quyển hấp thụ 10% năng lượng bức xạ của Mặt Trời do đó, công suất P từ Mặt Trời gửi tới diện tích S' bằng:

$$P = 90\% P_0 = 0,9 W_0 S \cdot \sin 30^\circ = 0,9 \cdot 1,37.10^3 \cdot 0,5.10^4 \cdot 0,5 = 3,1.10^3 \text{ W}$$

Bài 4.20: Trong quang phổ phát xạ của Mặt Trời bức xạ mang năng lượng cực đại có bước sóng $\lambda = 0,48 \mu\text{m}$. Coi Mặt Trời là vật đen tuyệt đối. Hãy xác định:

a) Công suất phát xạ toàn phần của Mặt Trời.

b) Mật độ năng lượng do mặt đất hấp thụ được của Mặt Trời.
 Biết rằng bầu khí quyển hấp thụ 10% năng lượng bức xạ của Mặt Trời, bán kính Mặt Trời $r = 6,95 \cdot 10^8$ m, khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất: $R = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.

Bài giải

a) Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$P = RS = \sigma T^4 4\pi r^2$$

Mặt khác, theo Wien:

$$\lambda_{\max} T = b \quad T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

P Công suất phát xạ toàn phần của Mặt Trời là:

$$P = \sigma \frac{b^4}{15 \lambda_{\max}^5} S = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{(2,896 \cdot 10^{-3})^4}{15 \cdot (0,48 \cdot 10^{-6})^5} 4\pi (6,95 \cdot 10^8)^2 = 4,6 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

b) Mật độ năng lượng do Trái Đất nhận được của Mặt trời là:

$$W = \frac{P}{S'} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{4,6 \cdot 10^{26}}{4\pi (1,5 \cdot 10^{11})^2} = 1,61 \cdot 10^3 \text{ W / m}^2$$

Bài 4.21: Công suất bức xạ của vật đen tuyệt đối tăng bao nhiêu lần nếu trong quá trình nung nóng bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại dịch chuyển từ 0,7nm đến 0,6nm ?

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$P = RS = \sigma T^4 4\pi r^2$$

$$\text{Mặt khác, theo Wien: } \lambda_{\max} T = b \quad T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{\max}}$$

$$P \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\sigma \frac{b^4}{15 \lambda_{\max 2}^5}}{\sigma \frac{b^4}{15 \lambda_{\max 1}^5}} = \frac{\lambda_{\max 1}^5}{\lambda_{\max 2}^5} = \frac{0,7^5}{0,6^5} = 1,9$$

Vậy, năng suất phát xạ toàn phần của vật tăng lên 1,9 lần.

Bài 4.22: Nếu nhiệt độ của vật đen tuyệt đối tăng từ 1000K đến 3000K

- Năng suất phát xạ toàn phần của nó tăng lên bao nhiêu lần?
- Bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi như thế nào?

Bài giải

- Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$\text{P} \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \frac{3000^4}{1000^4} = 81$$

Vậy, công suất phát xạ toàn phần của vật tăng lên 81 lần.

- Theo Wien: $\lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896.10^{-3}}{T}$

$$\text{P} \quad \begin{aligned} \lambda_{\max 1} &= \frac{2,896.10^{-3}}{T_1} = \frac{2,896.10^{-3}}{1000} = 2,986.10^{-6} \text{ m} \\ \lambda_{\max 2} &= \frac{2,896.10^{-3}}{T_2} = \frac{2,896.10^{-3}}{3000} = 0,97.10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

Vậy, λ thay đổi từ $2,986.10^{-6} \text{ m}$ đến $0,97.10^{-6} \text{ m}$

Bài 4.23: Một vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ $T_1 = 2900\text{K}$. Do vật bị nguội đi, bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi $D\lambda = 9\text{nm}$. Hỏi vật lạnh đến nhiệt độ T_2 bằng bao nhiêu?

Bài giải

$$\text{Theo Wien: } \lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896.10^{-3}}{T}$$

Vật nguội đi nên bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại tăng thêm một lượng $D\lambda = 9\text{nm}$:

$$\lambda_{\max 2} = \lambda_{\max 1} + D\lambda \Rightarrow \frac{b}{T_2} = \frac{b}{T_1} + D\lambda$$

- Vật lạnh đến nhiệt độ:

$$T_2 = \frac{b}{\frac{b}{T_1} + D\lambda} = \frac{T_1 b}{b + T_1 D\lambda} = \frac{2900 \cdot 2,896.10^{-3}}{2,896.10^{-3} + 2900 \cdot 9.10^{-6}} = 290\text{K}$$

Bài 4.24: Nhiệt độ bề mặt của một ngôi sao là $T = 12000\text{K}$. Hỏi có thể xác định nhiệt độ trên bằng định luật Wien được không? Nếu bầu khí quyển của Trái Đất hấp thụ mọi tia có bước sóng ngắn hơn $0,29\mu\text{m}$.

Bài giải

Theo định luật Wien:

$$\lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{12000} = 0,241\mu\text{m}$$

Vậy, bước sóng ứng với cực đại của năng suất phát xạ của ngôi sao nhỏ hơn $0,29\mu\text{m}$, nên sẽ bị bầu khí quyển hấp thụ. Không thể xác định bằng định luật Wien.

Bài 4.25: Bề mặt của một vật được nung nóng đến 1000K . Sau đó, một nửa mặt ấy được nung nóng thêm 100K còn nửa mặt kia nguội đi 100K . Hỏi năng suất phát xạ toàn phần của bề mặt vật đó thay đổi như thế nào?

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$R' = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{\sigma(T_{0,5-}^4 + T_{0,5+}^4)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{\frac{\sigma(T_{0,5-}^4 + T_{0,5+}^4)}{2}}{\sigma T^4} = \frac{(T_{0,5-}^4 + T_{0,5+}^4)}{2T^4} = \frac{(1100^4 + 900^4)}{2 \cdot 1000^4} = 1,06$$

Vậy, năng suất phát xạ toàn phần của bề mặt vật tăng 1,06 lần.

Bài 4.26: Hỏi cần cung cấp cho một quả cầu kim loại được bôi đen có bán kính $r = 2\text{cm}$ một công suất bằng bao nhiêu để giữ nhiệt độ của nó cao hơn nhiệt độ của ngoài môi trường 27°C . Biết nhiệt độ của môi trường là 20°C và coi rằng nhiệt độ mất đi chỉ do bức xạ.

Bài giải

Theo Stefan- Boltzmann:

$$R = \sigma T^4$$

Vậy, công suất cần cung cấp cho quả cầu là:

$$P = RS = \sigma T^4 4\pi r^2 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (20 + 27 + 273)^4 \cdot 4\pi \cdot 0,02^2 = 2,987\text{W}$$

Bài 4.27: Một sợi dây vonfram có đường kính $0,1\text{mm}$ được nối tiếp với một sợi dây vonfram khác có cùng độ dài. Chúng được dòng điện đốt nóng trong

chân không, sợi thứ nhất có nhiệt độ 2000K, sợi thứ hai có nhiệt độ 3000K.
Tìm đường kính sợi thứ hai.

Bài giải

Theo Stefan- Boltmann:

$$R = \sigma T^4$$

$$P = RS = \sigma T^4 \pi dl$$

Do 2 dây mắc nối tiếp nên:

$$P_1 = P_2$$

$$\Leftrightarrow \sigma T_1^4 \pi \cdot d_1 \cdot l_1 = \sigma T_2^4 \pi \cdot d_2 \cdot l_2$$

\Rightarrow Đường kính của dây thứ 2 là:

$$d_2 = \frac{T_1^4 d_1}{T_2^4} = \frac{2000^4 \cdot 0,1}{3000^4} = 0,02 \text{mm}$$

B - BẢN CHẤT HẠT CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Bài 4.32: Khi chiếu một chùm sáng vào một kim loại, có hiện tượng quang điện xảy ra. Nếu dùng một hiệu điện thế kháng điện là 3V thì các quang electron bị bắn ra khỏi kim loại bị giữ lại cả, không bay sang anot được. Biết tần số giới hạn đỏ của kim loại đó là $6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, hãy tính:

- Công thoát của electron đối với kim loại đó.
- Tần số chùm sáng tới?

Bài giải

- Công thoát của electron đối với kim loại đó là:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} = h\nu_0 = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,48 \text{ eV}$$

- Ta có:

$$eU = \frac{mv_{\max}^2}{2} = h\nu - A$$

\Rightarrow Tần số của chùm sáng tới là:

$$\nu = \frac{A + eU}{h} = \nu_0 + \frac{eU}{h} = 6 \cdot 10^{14} + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3}{6,625 \cdot 10^{-34}} = 13,2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Bài 4.37: Chùm photon của bức xạ đơn sắc: $\lambda = 0,232 \mu\text{m}$ đập thẳng vào một mặt điện cực platin và làm bắn theo phương pháp tuyến các quang electron chuyển động với vận tốc cực đại. Hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đối với mỗi photon đập vào và làm bắn ra 1 electron.

Bài giải

Ta có: $p_1 = \frac{h}{\lambda}$

$$p_2 = mv$$

Mà: $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$

$$p \cdot \frac{p_2^2}{2m_e} = \frac{hc}{\lambda} - A$$

$$p \cdot p_2 = \sqrt{2m_e \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}$$

Động lượng đã truyền cho điện cực: $\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$

Độ lớn:

$$\begin{aligned}
 p &= p_1 + p_2 = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m_e \frac{hc}{\lambda} - A \frac{h}{\lambda}} \quad (\text{do } \vec{p}_1; \vec{p}_2 \text{ ngược chiều}) \\
 &= \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{0,232 \cdot 10^{-6}} + \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,232 \cdot 10^{-6}} - 4,09 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{h}{\lambda}} \\
 &= 1,31 \cdot 10^{-25} \text{ (kg.m / s)}
 \end{aligned}$$

Bài 4.40: Tính bước sóng và động năng của photon có năng lượng bằng năng lượng nghỉ của electron.

Bài giải

Photon có năng lượng bằng năng lượng nghỉ của electron nên:

$$\begin{aligned}
 E &= m_e c^2 \hat{=} \frac{hc}{\lambda} = m_e c^2 \\
 \textcircled{R} \quad \lambda &= \frac{h}{mc} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,43 \cdot 10^{-12} \\
 p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{2,43 \cdot 10^{-12}} = 2,73 \cdot 10^{-22} \text{ (kg.m / s)}
 \end{aligned}$$

Bài 4.50: Xác định độ tăng bước sóng và góc tán xạ trong hiện tượng Komton, biết bước sóng ban đầu của photon là $\lambda = 0,03 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ và vận tốc của electron bắn ra là $v = \beta \cdot c = 0,6c$

Bài giải

Theo định luật bảo toàn năng lượng, động năng của e bằng độ biến thiên năng lượng của e trước và sau khi tán xạ:

$$E_0 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

Động năng đó bằng độ giảm năng lượng của photon sau khi tán xạ:

$$hv - hv' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{m_e c}{h} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,03 \cdot 10^{-10}} - \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,625 \cdot 10^{-34}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-0,6^2}} - 1 \right)} = 0,04343 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Vậy, góc tán xạ:

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\Delta \lambda}{2 \Lambda_c} = \frac{\lambda' - \lambda}{2 \Lambda_c} = \frac{0,04343 \cdot 10^{-10} - 0,03 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12}}$$

$$\Rightarrow \theta = 63^\circ 52'$$

Bài 4.51: Xác định bước sóng của bức xạ Ronghen. Biết rằng trong hiện tượng Komton cho bởi bức xạ đó, động năng cực đại của electron bắn ra là 0,19 MeV.

Bài giải

Năng lượng toàn phần

Photon

Electron

Trước tán xạ

Sau tán xạ

$$\frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda'}$$

$$m_e c^2$$

$$\frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Như vậy, động năng electron bắn ra:

$$E_D = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$E_D = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + D\lambda}$$

Theo công thức tán xạ Komton: $D\lambda = 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$

$$\textcircled{R} E_D = \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2L_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda + 2L_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

Mặt khác, $E_{D \max}$ nên $\sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$

$$\textcircled{R} E_D = \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2L_c}{\lambda + 2L_c}$$

$$\hat{U} \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} \times \frac{2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{\lambda + 2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 0,19 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Giải phương trình bậc 2 lấy nghiệm dương ta được:

$$\lambda = \frac{h}{mc} \times \sqrt{1 + \frac{2mc^2}{E_{D \max}}} - \frac{h}{E_D} = 0,037 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Bài 4.52: Photon có năng lượng 250keV bay đến va chạm với một electron đứng yên và tán xạ theo góc 120° (tán xạ Komton). Xác định năng lượng của electron tán xạ.

Bài giải

Ta có:

$$\left. \begin{aligned} E' &= \frac{hc}{\lambda'} \\ \lambda' &= \lambda + \Delta\lambda = \lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E' = \frac{1}{\frac{1}{E} + 2 \frac{\Lambda_c}{hc} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

Vậy, năng lượng của photon tán xạ là:

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{250 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} + 2 \frac{2,4 \cdot 10^{-12}}{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \sin^2 \frac{120^\circ}{2}} \\ &= 145 \cdot 10^3 \text{ eV} = 0,145 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Bài 4.53: Photon ban đầu có năng lượng 0,8MeV tán xạ trên một electron tự do và trở thành photon ứng với bức xạ có bước sóng bằng bước sóng Komton. Tính góc tán xạ.

Bài giải

$$\text{Ta có: } \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \Lambda_c - \lambda = 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ \Rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{\Lambda_c - \lambda}{2\Lambda_c} = \frac{\Lambda_c - \frac{hc}{E}}{2\Lambda_c} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{hc}{E \frac{h}{m_e c}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m_e c^2}{E} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{0,8 \cdot 10^{-6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \right) = 0,18 \\ \Rightarrow \theta &= 50^\circ\end{aligned}$$

Bài 4.54: Trong hiện tượng Komton, bước sóng của chùm photon bay tới là $0,03 \text{ \AA}$. Tính phần năng lượng truyền cho electron đối với photon tán xạ dưới những góc: 60° ; 90° ; 180° .

Bài giải:

Phần năng lượng truyền cho electron bằng độ giảm năng lượng của photon:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2\Lambda_c \sin^2 \frac{q}{2}}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{q}{2}}$$

- $q = 60^\circ$

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2\Lambda_c \sin^2 \frac{q}{2}}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{q}{2}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,03 \cdot 10^{-10}} \times \frac{2,2,4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{60^\circ}{2}}{0,03 \cdot 10^{-10} + 2,2,4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{60^\circ}{2}} \\ &= 1,89 \cdot 10^{-14} \text{ J}\end{aligned}$$

- $q = 90^\circ$

$$DE = \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2L_c \sin^2 \frac{q}{2}}{\lambda + 2L_c \sin^2 \frac{q}{2}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,03 \cdot 10^{-10}} \times \frac{2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{90^\circ}{2}}{0,03 \cdot 10^{-10} + 2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{90^\circ}{2}}$$

$$= 2,94 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

- $q = 180^\circ$

$$DE = \frac{hc}{\lambda} \times \frac{2L_c \sin^2 \frac{q}{2}}{\lambda + 2L_c \sin^2 \frac{q}{2}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,03 \cdot 10^{-10}} \times \frac{2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{180^\circ}{2}}{0,03 \cdot 10^{-10} + 2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \sin^2 \frac{180^\circ}{2}}$$

$$= 4,08 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Bài 4.55: Tính động lượng của electron khi có photon bước sóng ban đầu $0,05 \text{ Å}$ va chạm vào và tán xạ $q = 90^\circ$.

Bài giải:

Trước tán xạ: $\vec{p} = \vec{p}_e$

Sau tán xạ: $\vec{p}' = \vec{p}_e' + \vec{p}_e$

$\vec{p} = \vec{p}'$

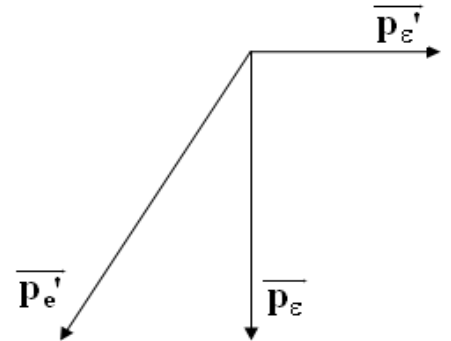
® $\vec{p}_e' = \vec{p}_e - \vec{p}_e$

® $(p_e')^2 = p_e^2 + (p_e)^2$ (do $q = 90^\circ$)

$$p_e' = \sqrt{\frac{hc}{\lambda}^2 + \frac{hc}{\lambda'}^2} = h \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda + 2L_c \sin^2 \frac{q}{2}}^2}$$

$$p_e' = 6,625 \cdot 10^{-34} \sqrt{\frac{1}{(0,05 \cdot 10^{-10})^2} + \frac{1}{(0,05 \cdot 10^{-10} + 2,2 \cdot 4 \cdot 10^{-12} \sin^2 \frac{90^\circ}{2})^2}}$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ kg.m / s}$$



Bài 4.56: Photon có năng lượng ban đầu $0,15 \text{ MeV}$ tán xạ Komton trên một electron đứng yên. Kết quả sau khi tán xạ, bước sóng của chùm tia tán xạ

tăng thêm $\Delta\lambda = 0,015 \text{ \AA}$ so với bước sóng ban đầu. Tính góc bay ra của electron?

Bài giải

Gọi \vec{p} , \vec{p}' là động lượng của photon trước và sau tán xạ. \vec{p}_e là động lượng của electron bắn ra (ban đầu electron đứng yên). Theo định luật bảo toàn động

lượng: $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$.

Góc giữa \vec{p} và \vec{p}' là θ , \vec{p} và \vec{p}_e là φ .

Từ hình vẽ bên ta có:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta}$$

Mà:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{h \sin \theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}}{\frac{h}{\lambda} - \frac{h \cos \theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{\lambda \sin \theta}{(\lambda + \Lambda_c)(1 - \cos \theta)} = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}}$$

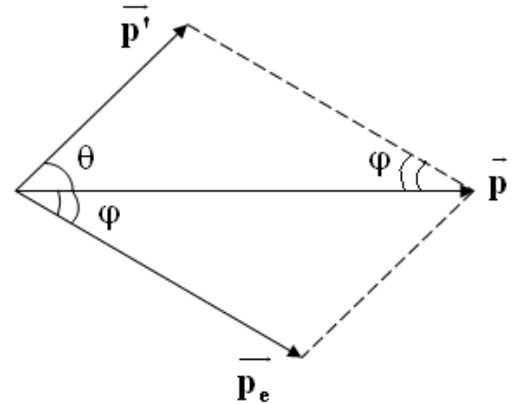
Mặt khác:

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\cot g \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} - 1} = \sqrt{\frac{2\Lambda_c}{\Delta\lambda} - 1}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{\frac{2\Lambda_c}{\Delta\lambda} - 1}}{1 + \frac{\Lambda_c E}{hc}} = \frac{\sqrt{\frac{2.2,4.10^{-12}}{0,015.10^{-10}} - 1}}{1 + \frac{2,4.10^{-12}.0,15.10^6.1,6.10^{-19}}{6,625.10^{-34}.3.10^8}} = 1,15$$

$$\Rightarrow \varphi = 49^\circ$$



Bài 4.57: Dùng định luật bảo toàn động lượng và công thức tán xạ Komton, tìm hệ thức liên hệ giữa góc tán xạ θ và góc φ , xác định phương bay của electron.

Bài giải

Gọi \vec{p} , \vec{p}' là động lượng của photon trước và sau tán xạ. \vec{p}_e là động lượng của electron bắn ra (ban đầu electron đứng yên). Theo định luật bảo toàn động

lượng: $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$.

Góc giữa \vec{p} và \vec{p}' là θ , \vec{p} và \vec{p}_e là φ .

Từ hình vẽ bên ta có:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta}$$

Mà:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

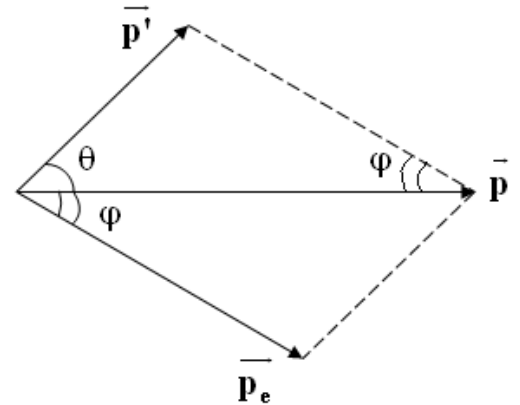
$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

Nên:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{h \sin \theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}}{\frac{h}{\lambda} - \frac{h \cos \theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda + \Lambda_c (1 - \cos \theta) - \lambda \cos \theta}$$

$$= \frac{\lambda \sin \theta}{(\lambda + \Lambda_c)(1 - \cos \theta)} = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}}$$

$$\text{Vậy ta có công thức: } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}}$$



Bài 4.58: Photon có bước sóng ban đầu $\lambda = 0,11 \text{ Å}$, bay đến va chạm vào electron, bị tán xạ theo góc $\theta = 110^\circ$; electron bắn ra theo góc $\varphi = 30^\circ$. Coi như đã biết khối lượng electron và vận tốc ánh sáng. Tính hằng số Plăng.

Bài giải

Áp dụng công thức: $\text{tg}\varphi = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}}$ ở bài tập trên. Ta có:

$$\text{tg}\varphi = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}} = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{h}{m_e c \lambda}}$$

$$\Rightarrow h = m_e c \lambda \left(\frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{\text{tg}\varphi} - 1 \right)$$

$$= 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,11 \cdot 10^{-10} \left(\frac{\cot g \frac{110^\circ}{2}}{\text{tg} 30^\circ} - 1 \right)$$

$$= 6,39 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Bài 4.59: Tìm bước sóng của một photon biết rằng trong hiện tượng tán xạ Komton, năng lượng photon tán xạ và động năng electron bằng nhau khi góc giữa 2 phương chuyển động của chúng bằng 90° .

Bài giải

Năng lượng truyền cho electron bằng độ giảm năng lượng của photon:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda'}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda'}{2}$$

Theo công thức Komton:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$
$$\Rightarrow \lambda = 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2\Lambda_c} = \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Sử dụng kết quả của bài 4.57:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cotg \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}}$$

Với điều kiện của đề bài: $\theta + \varphi = 90^\circ$, ta có:

$$\cotg\theta = \frac{\cotg \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda}} \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda} \right) = \operatorname{tg}\theta \Leftrightarrow 1 + \frac{\Lambda_c}{\lambda} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}}$$
$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 2 \left(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \Rightarrow \frac{\lambda}{2\Lambda_c} = \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{\Lambda_c}{2} = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Vậy bước sóng cần tìm là: $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$