唐老狮系列教程

旋转矩阵

WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

重要知识回顾

唐老狮系列教程-旋转矩阵

重要知识回顾

基础变换矩阵的构成规则为：

$$\begin{bmatrix} M11 & M12 & M13 & t1 \\ M21 & M22 & M23 & t2 \\ M31 & M32 & M33 & t3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} => \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} M11 & M12 & M13 \\ M21 & M22 & M23 \\ M31 & M32 & M33 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} t1 \\ t2 \\ t3 \end{matrix}} \\ \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix}} & \boxed{1} \end{bmatrix} => \begin{bmatrix} M^{3x3} & t^{3x1} \\ 0^{1x3} & 1 \end{bmatrix}$$

矩阵的 M^{3x3} 部分用于表示旋转和缩放变换

矩阵的 t^{3x1} 部分用于表示平移

矩阵的 0^{1x3} 部分始终为零矩阵

矩阵的 右下角元素 始终为 1

WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

唐老狮系列教程-旋转矩阵

主要讲解内容

1.旋转矩阵的构成

2.旋转矩阵的计算

3.旋转矩阵是否是正交矩阵

WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

旋转矩阵的构成

唐老狮系列教程-旋转矩阵

旋转矩阵的构成

旋转操作需要指定一个旋转轴（不一定是空间中的坐标轴）

我们这节课中的旋转矩阵是指绕着 空间中的x轴、y轴、z轴进行旋转时的变换矩阵

他们分别是

绕 x 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 y 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 z 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注意：这些旋转矩阵都是根据三维几何学的概念和三角函数推导出来的，我们这里不做深入推导讲解
感兴趣的同学可以去了解 旋转矩阵的推导方式

旋转矩阵的计算

唐老狮系列教程-旋转矩阵

旋转矩阵的计算

$$\begin{bmatrix} M11 & M12 & M13 & t1 \\ M21 & M22 & M23 & t2 \\ M31 & M32 & M33 & t3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

需要注意的是，旋转矩阵主要是由基础变换矩阵的构成规则当中的 3x3 矩阵决定的

因此，平移部分的3x1矩阵都为0，并不影响计算，

所以点（ w=1）和向量（w=0）与旋转矩阵进行计算都会发生改变。

几何意义就是 点 或 向量 围绕某一个轴进行旋转，得到一个新的 点 和 向量。

因此旋转矩阵的计算就是直接和表示向量或点的列矩阵进行乘法运算即可

得到的结果就是旋转后的结果

旋转矩阵是否是正交矩阵

唐老狮系列教程-旋转矩阵

旋转矩阵是否是正交矩阵

绕 x 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 y 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 z 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

首先说结论，旋转矩阵是正交矩阵（通过正交矩阵的判断方式可以得到该结论）

因此 x、y、z 轴的旋转矩阵的逆矩阵是它们的转置矩阵

我们可以利用旋转矩阵的逆矩阵来进行还原旋转

假设P点绕某个轴的旋转矩阵R进行了旋转变换，得到了P’，如果我们想将P’还原为P，则只需要用R的转置矩阵乘以P’即可得到结果P

总结

唐老狮系列教程-旋转矩阵

总结

1.旋转矩阵的构成

绕 x 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 y 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 z 轴旋转 β 度
旋转矩阵为

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.旋转矩阵的计算

点和向量都可以和旋转矩阵进行计算，都会产生变化

3.旋转矩阵是否是正交矩阵

旋转矩阵是正交矩阵，因此可以利用旋转矩阵的转置矩阵进行旋转还原

Thank

谢谢您的聆听

WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY