



唐老狮系列教程

正交投影



唐老狮系列教程-正交投影

| 主要讲解内容



唐老狮系列教程-正交投影

主要讲解内容

1. 明确目标
2. Unity中正交投影重要参数
3. 正交投影变换矩阵



唐老狮系列教程-正交投影

| 明确目标

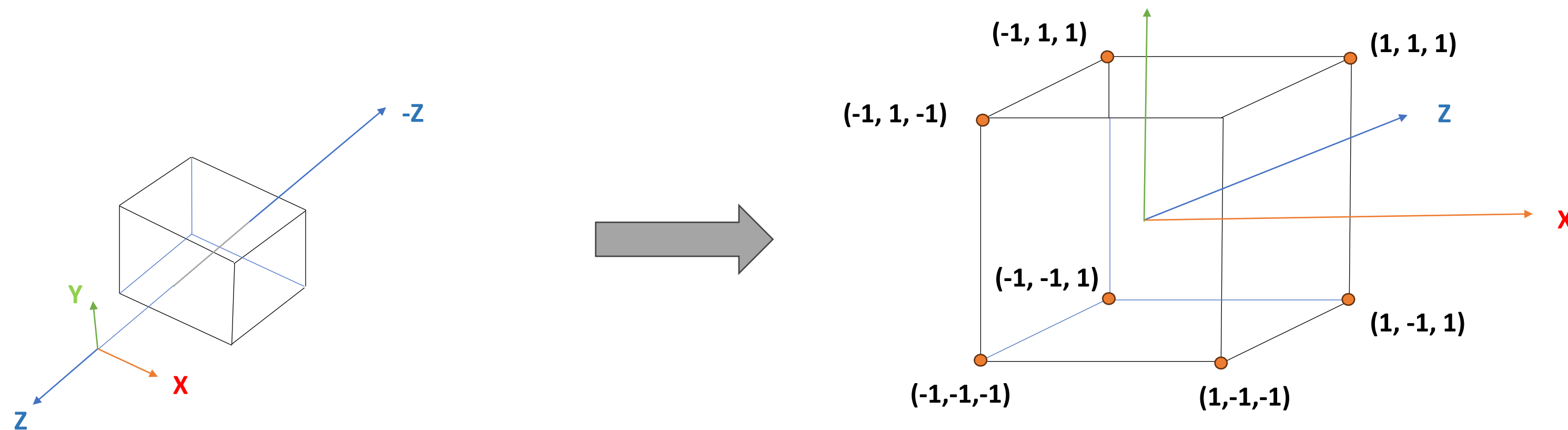


唐老狮系列教程-正交投影

明确目标

我们这节课的目标就是要得到

将摄像机视锥体的 正交投影 空间 转换到 齐次坐标裁剪空间 时的 **变换矩阵**





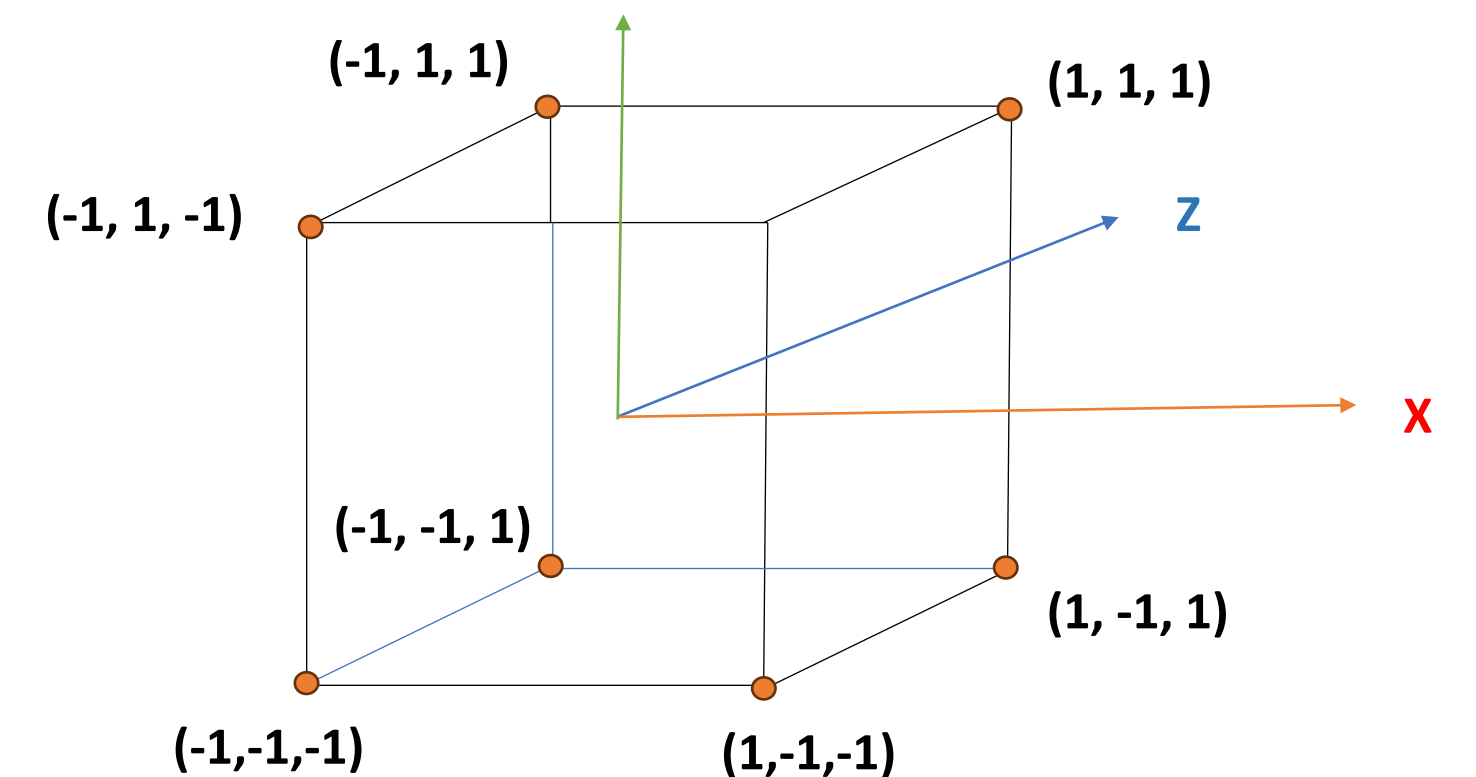
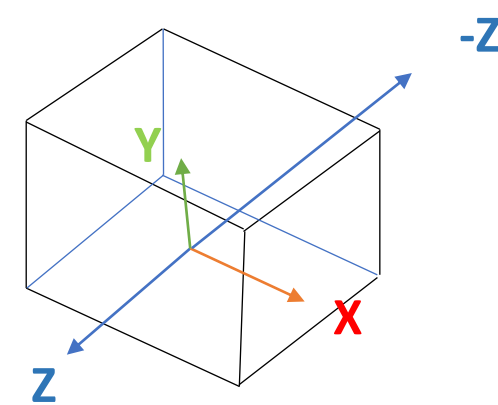
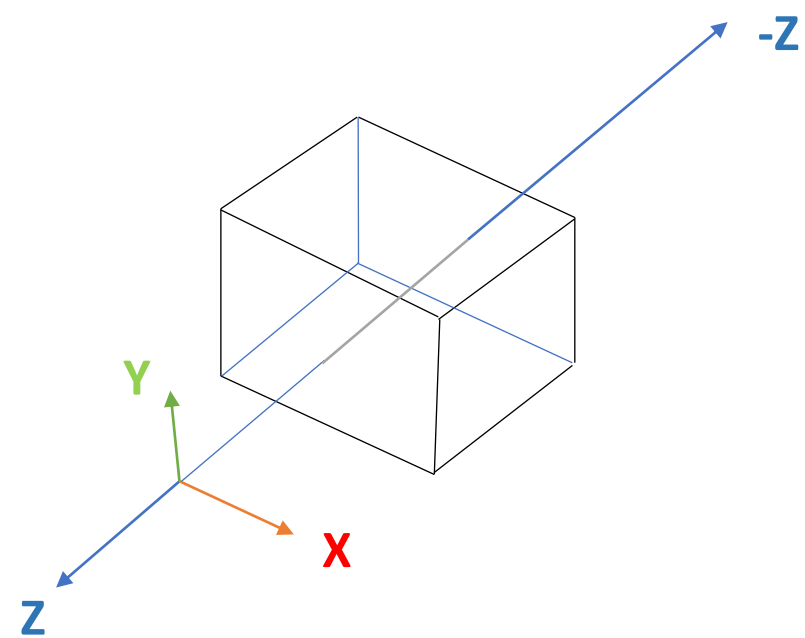
唐老狮系列教程-正交投影

明确目标

我们可以将其分成两步来完成

1.将视锥体中心位移到观察空间原点中心

2.将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中





唐老狮系列教程-正交投影

| Unity中正交投影重要参数



唐老狮系列教程-正交投影

Unity中正交投影重要参数

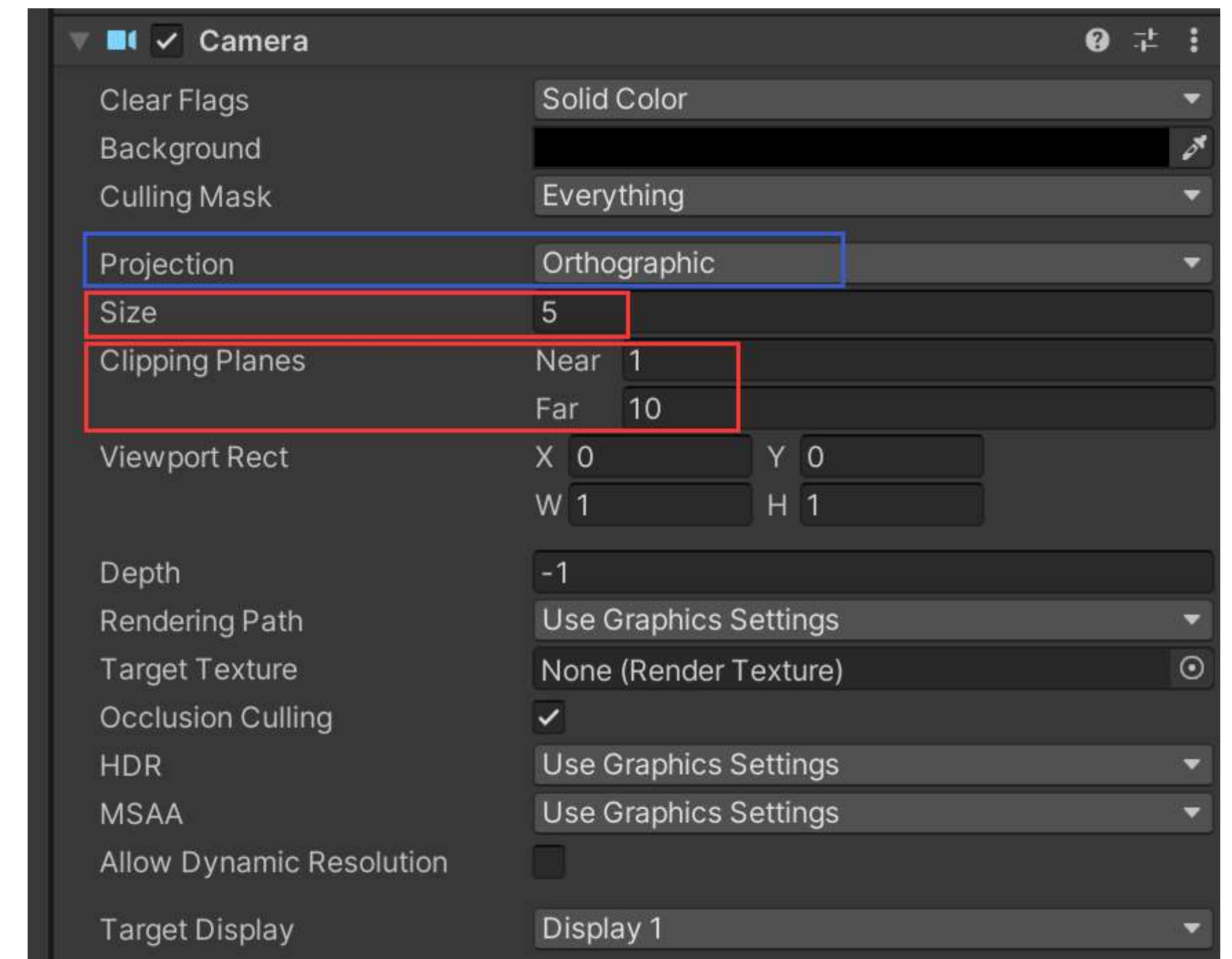
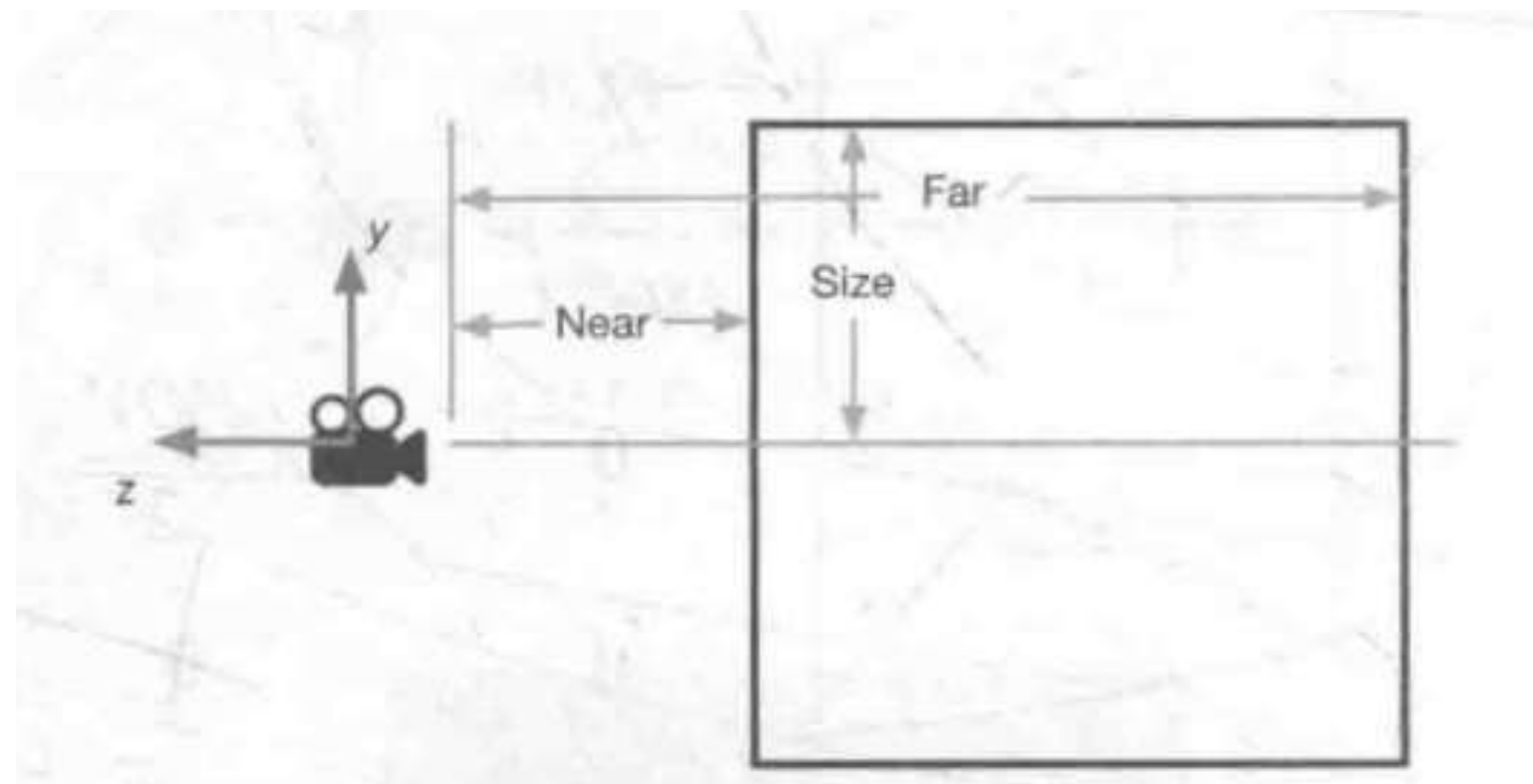
Projection: 该参数为Orthographic时, 为正交摄像机

Size: 视锥体竖直方向上高度的一半

Clipping Planes: 裁剪平面

Near: 近裁剪面离摄像机的距离

Far: 远裁剪面离摄像机的距离





唐老狮系列教程-正交投影

Unity中正交投影重要参数

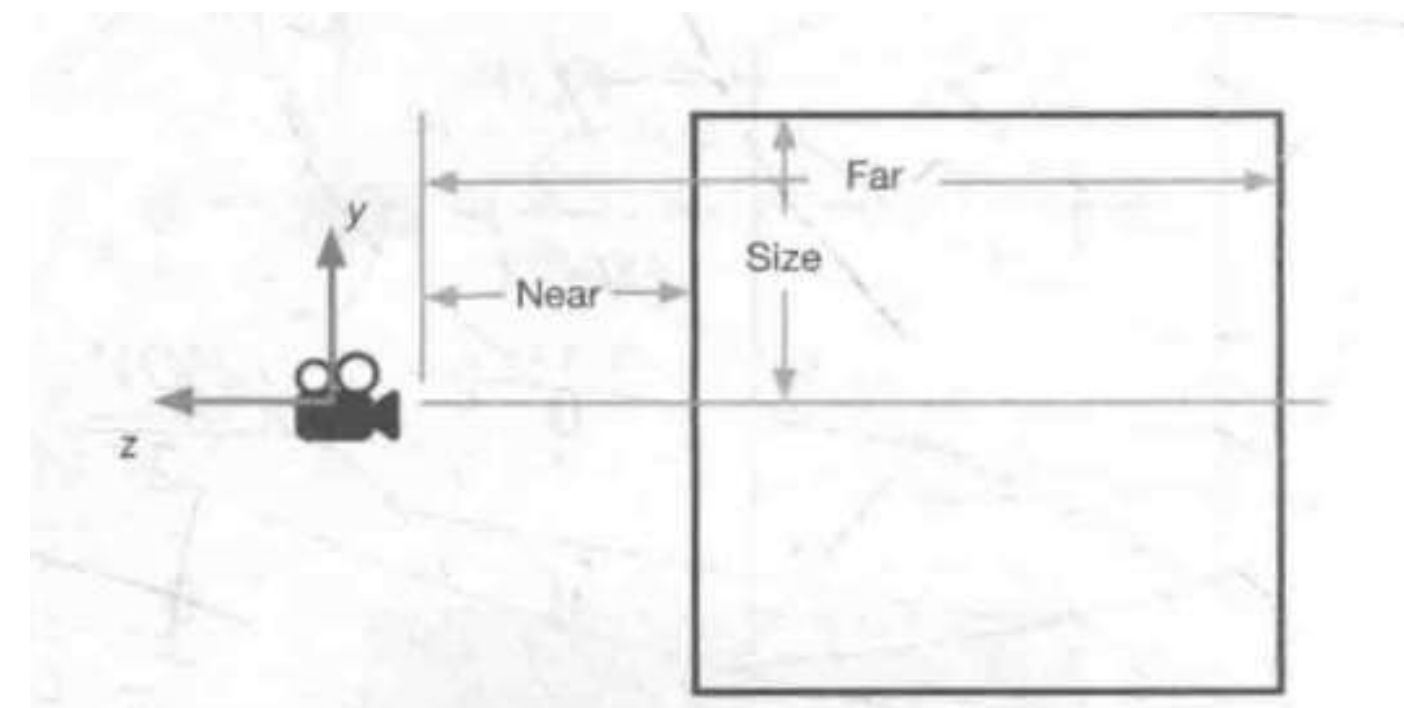
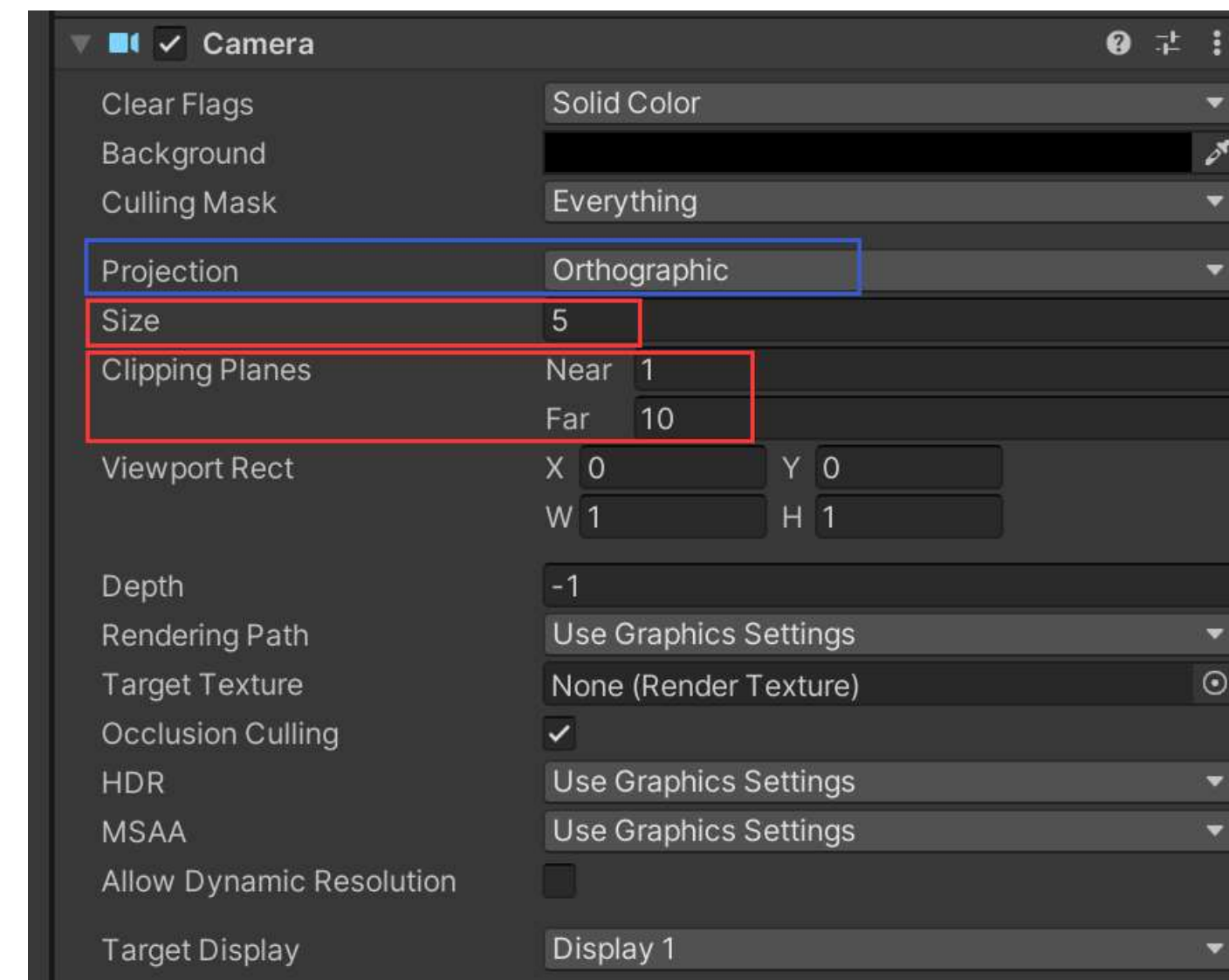
利用已知参数，获取到远近裁剪面的高度
已知：

Size：视锥体竖直方向上高度的一半

可得：

近裁剪面高 = $2 * \text{Size}$

远裁剪面高 = $2 * \text{Size}$





唐老狮系列教程-正交投影

Unity中正交投影重要参数

现在我们已经可以得到

$$\text{近裁剪面高} = \text{远裁剪面高} = 2 * \text{Size}$$

我们还可以知道远近裁剪面的宽

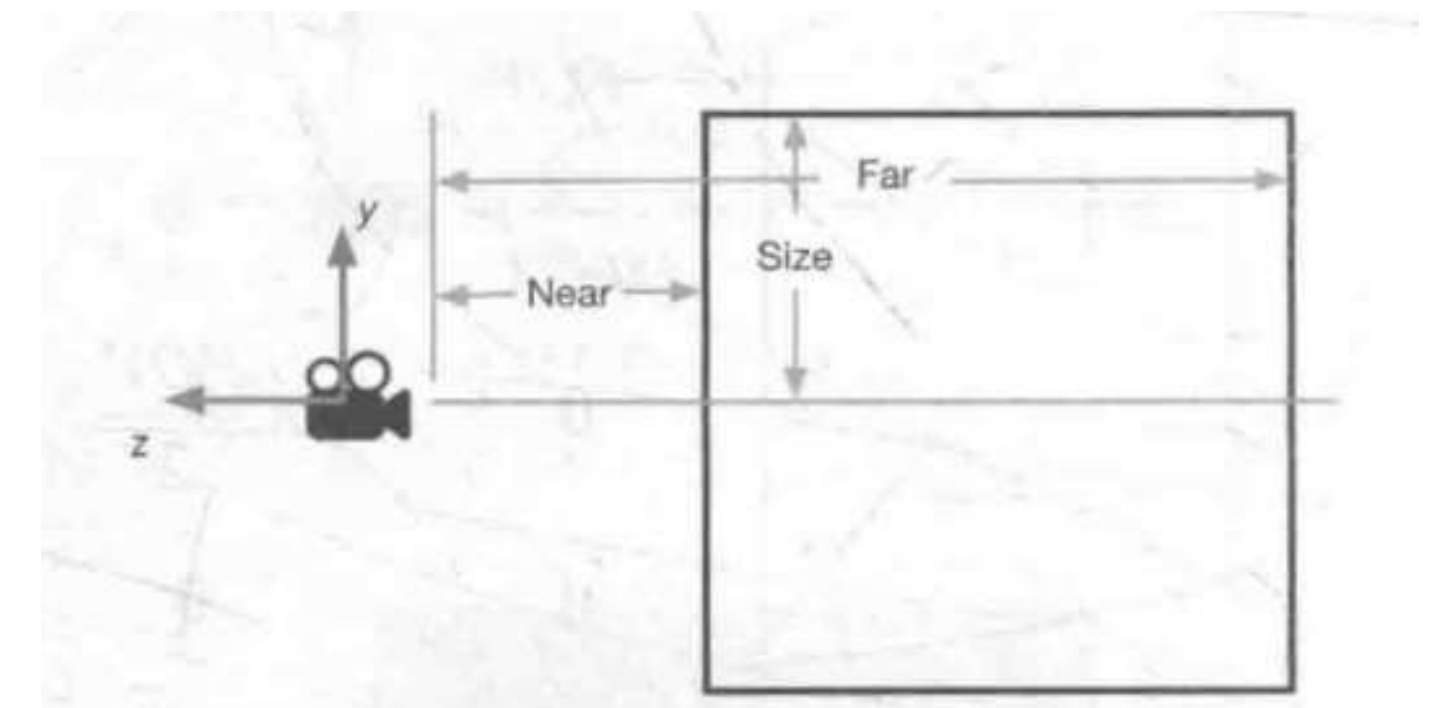
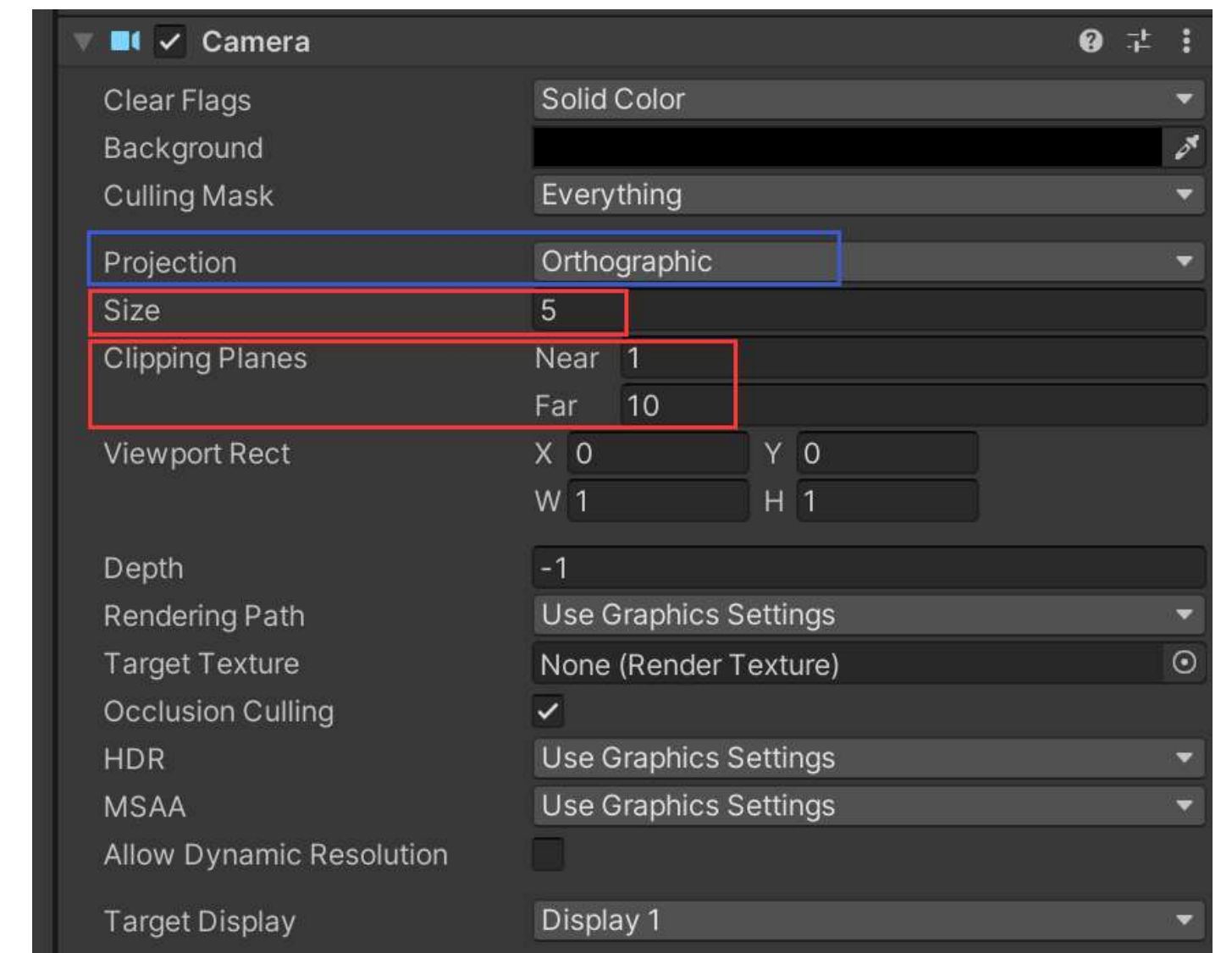
可以通过摄像机参数得到Game窗口的宽高比

```
print(Camera.main.aspect);
```

Aspect = 宽 : 高 = 宽 / 高

因此可以得到

$$\text{近裁剪面宽} = \text{远裁剪面宽} = \text{Aspect} * 2 * \text{Size}$$





唐老狮系列教程-正交投影

Unity中正交投影重要参数

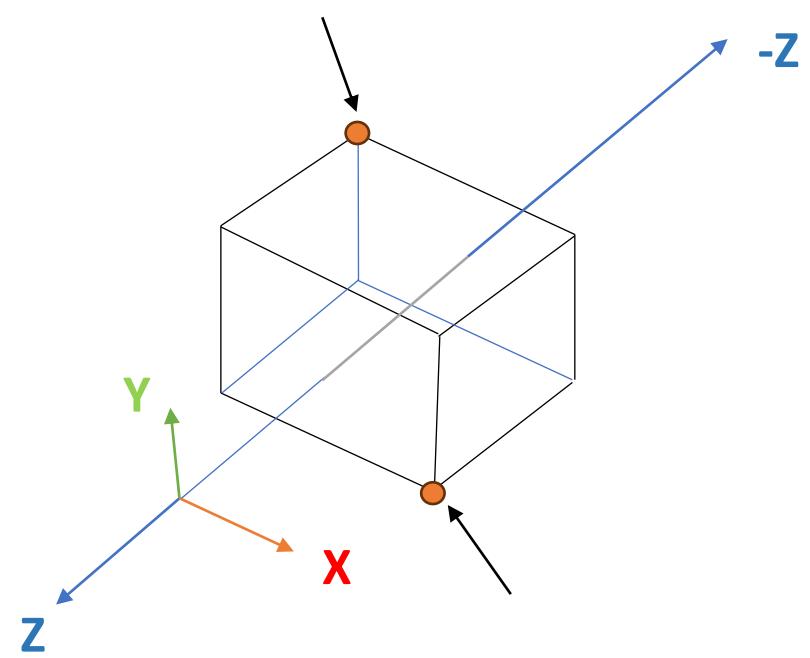
因此，通过上面的推导，我们获取到了远近裁剪面的宽高信息

远近裁剪面

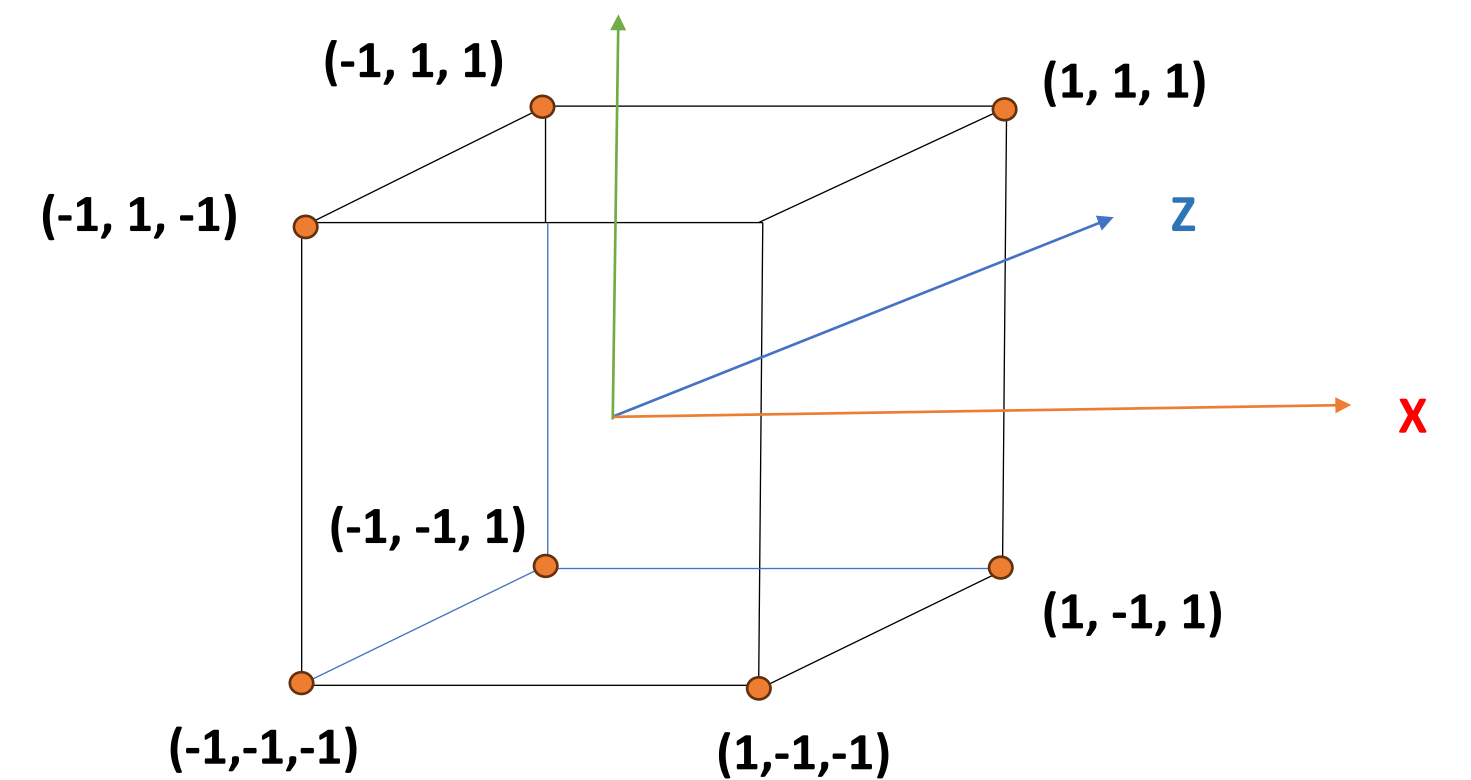
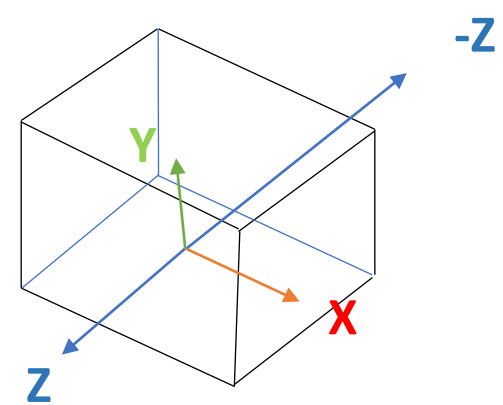
高 = $2 * \text{Size}$

宽 = $\text{Aspect} * \text{高} = \text{Aspect} * 2 * \text{Size}$

$(-\text{Aspect} * \text{Size}, \text{Size}, -\text{Far})$



$(\text{Aspect} * \text{Size}, -\text{Size}, -\text{Near})$





唐老狮系列教程-正交投影

| 正交投影变换矩阵



唐老狮系列教程-正交投影

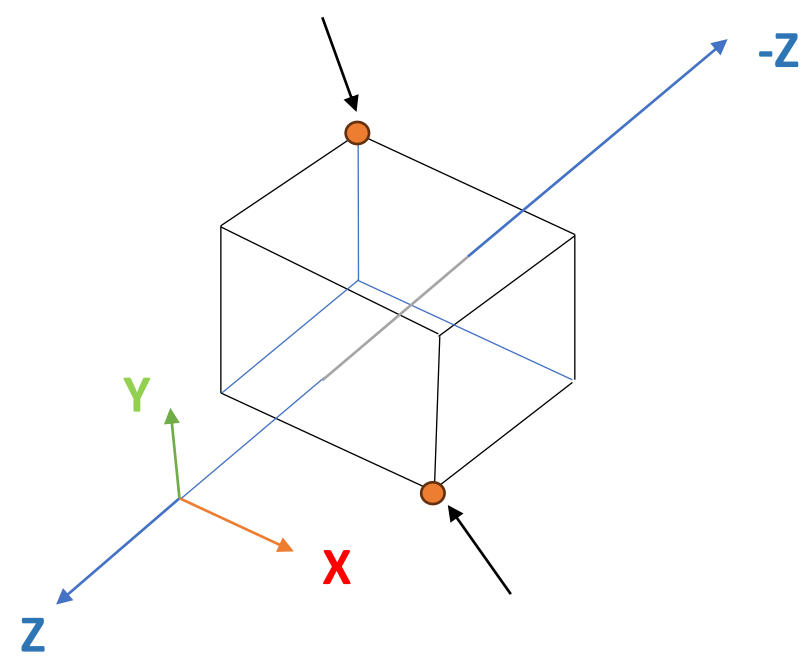
正交投影变换矩阵

我们已经知道，我们需要通过以下两步来进行矩阵变换

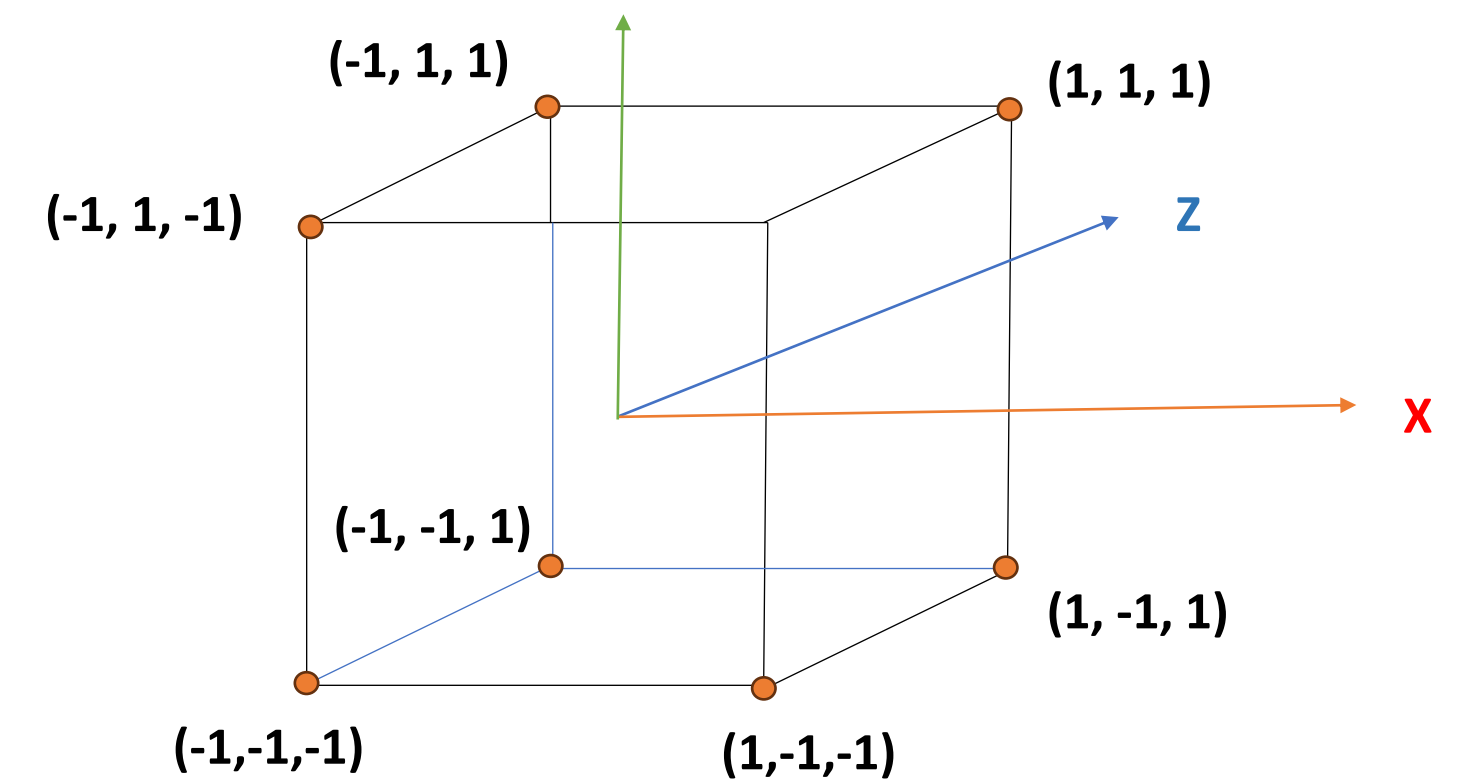
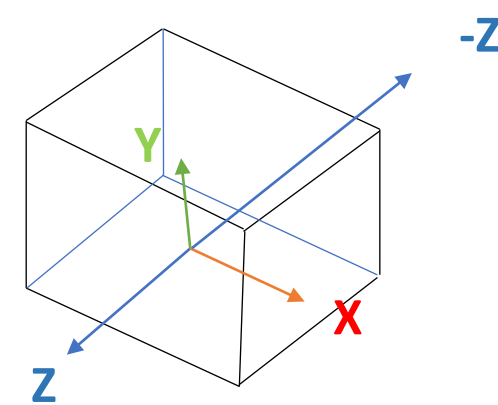
1.将视锥体中心位移到观察空间原点中心

2.将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中

$(-Aspect * Size, Size, -Far)$



$(Aspect * Size, -Size, -Near)$





唐老狮系列教程-正交投影

正交投影变换矩阵

第一步：将视锥体中心位移到观察空间原点中心

想要从图一变换到图二

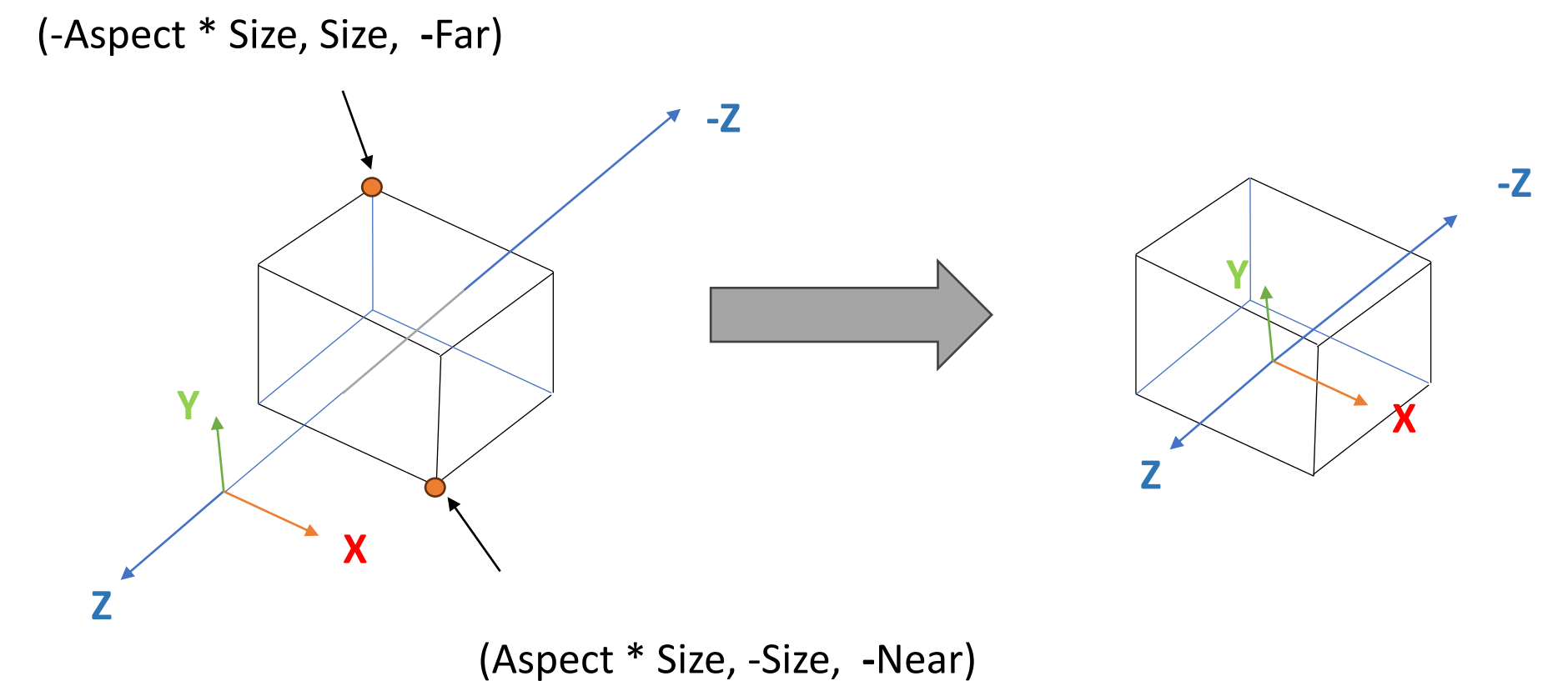
我们只需要对视锥体进行z方向的平移

x、y方向是不需要变换的。

因此第一步的变换矩阵的结构一定是一个平移矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

我们只需要求出该平移变换矩阵中z应该平移多少即可





唐老狮系列教程-正交投影

正交投影变换矩阵

第一步：将视锥体中心位移到观察空间原点中心

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

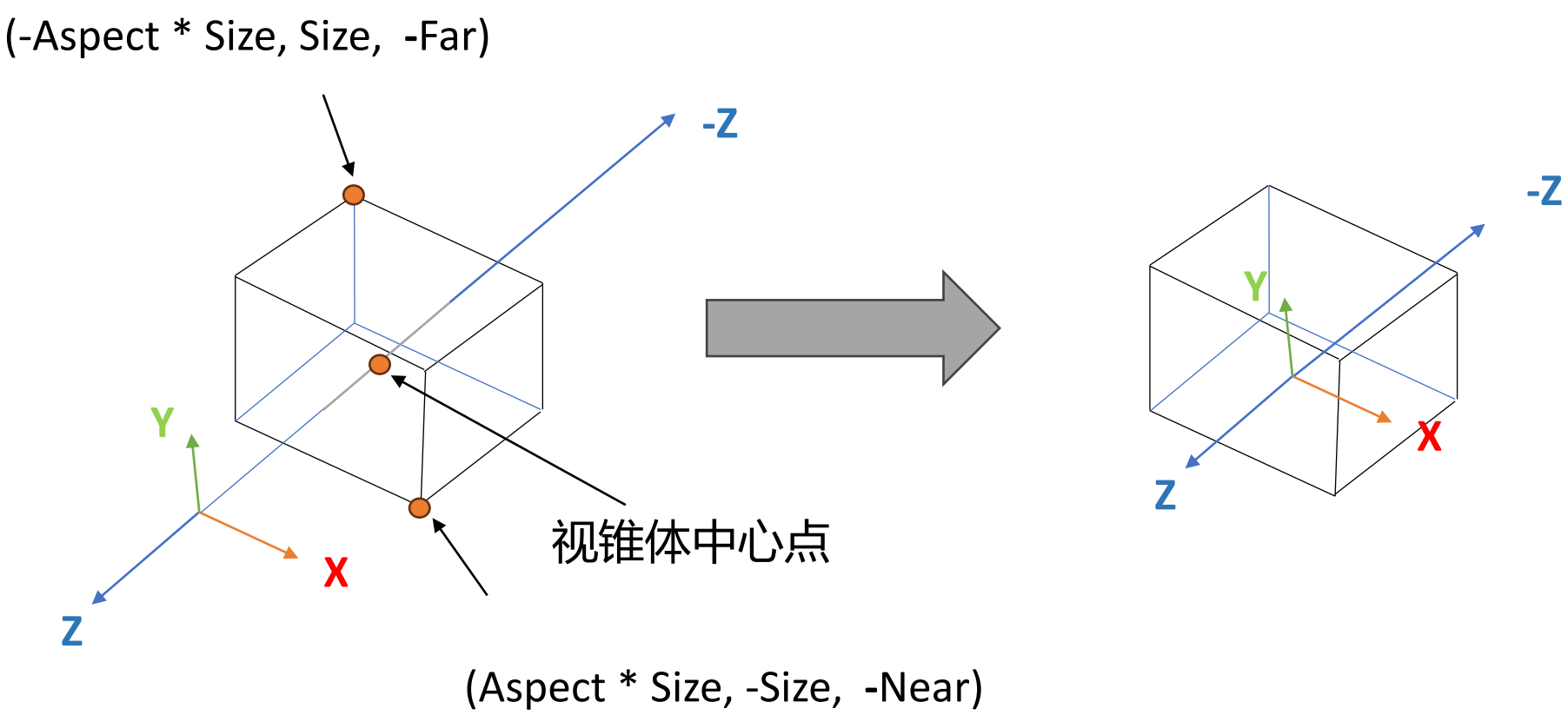
我们已知远近裁剪面离摄像机的距离为 Near 和 Far
而观察空间中z方向是摄像机后方

因此可知 视锥体中心点的 z 坐标为 $\frac{(-Near) + (-Far)}{2}$

知道了视锥体中心点的z坐标，那么我们只需要将视锥体平移 $-\frac{(-Near) + (-Far)}{2}$ 个单位即可

所以，该平移矩阵为

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{(-Near) + (-Far)}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{Far + Near}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$



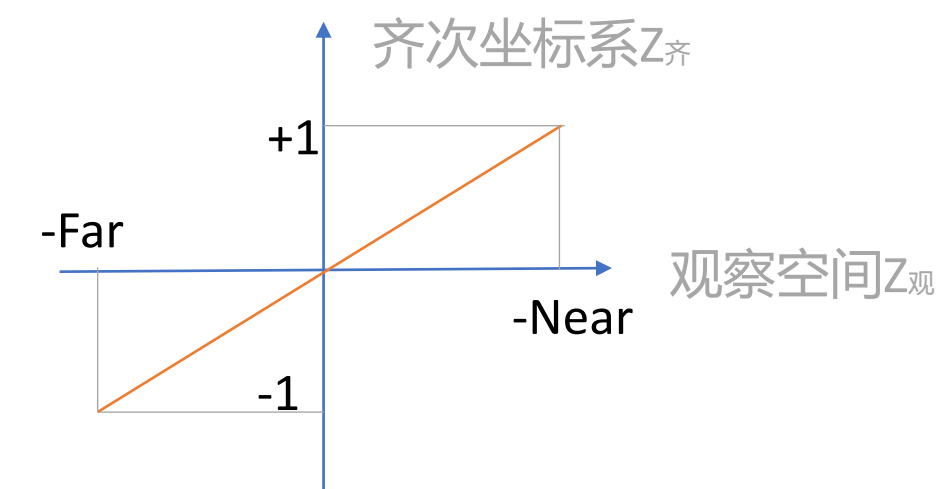
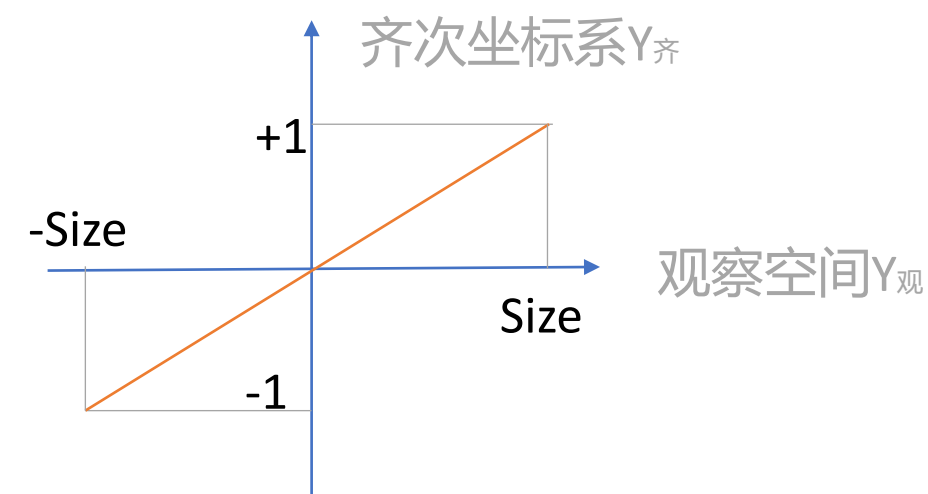
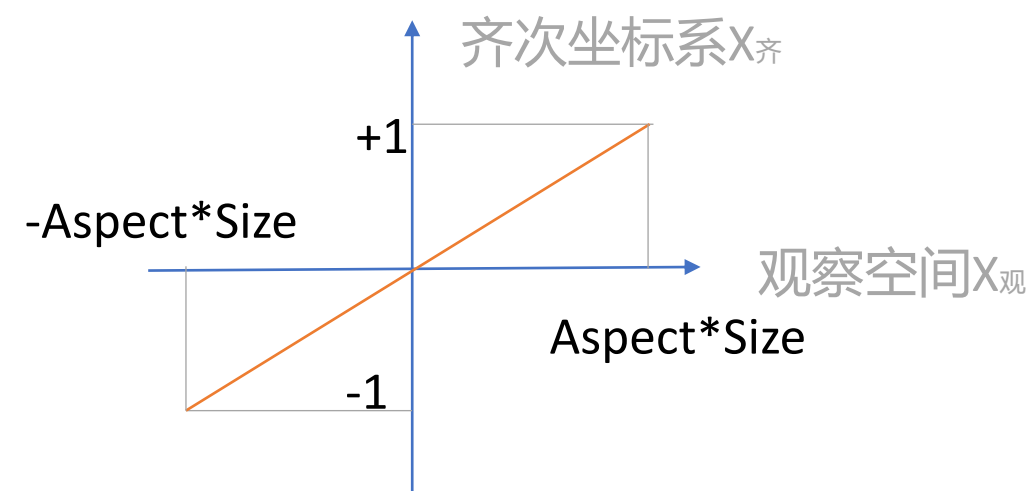


唐老师系列教程-正交投影

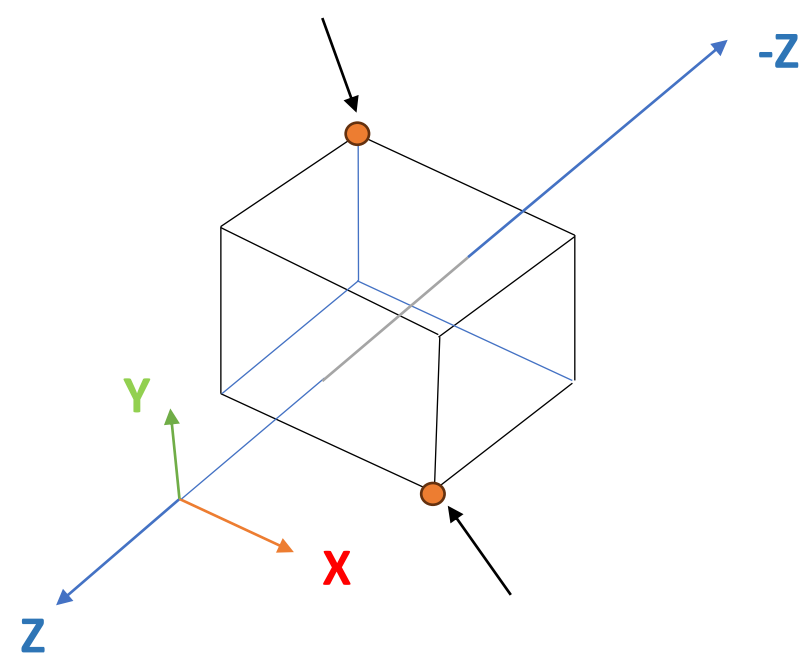
正交投影变换矩阵

第二步：将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中

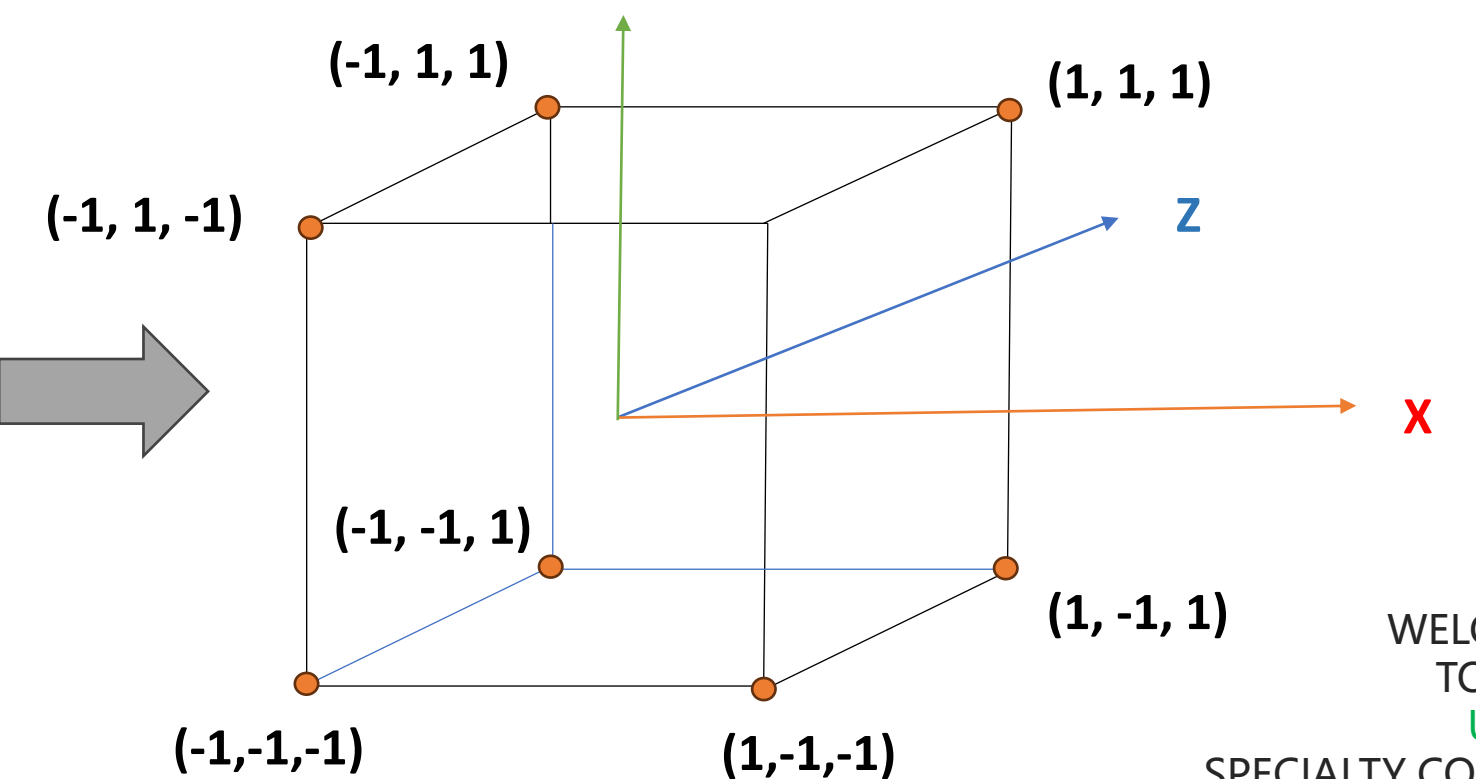
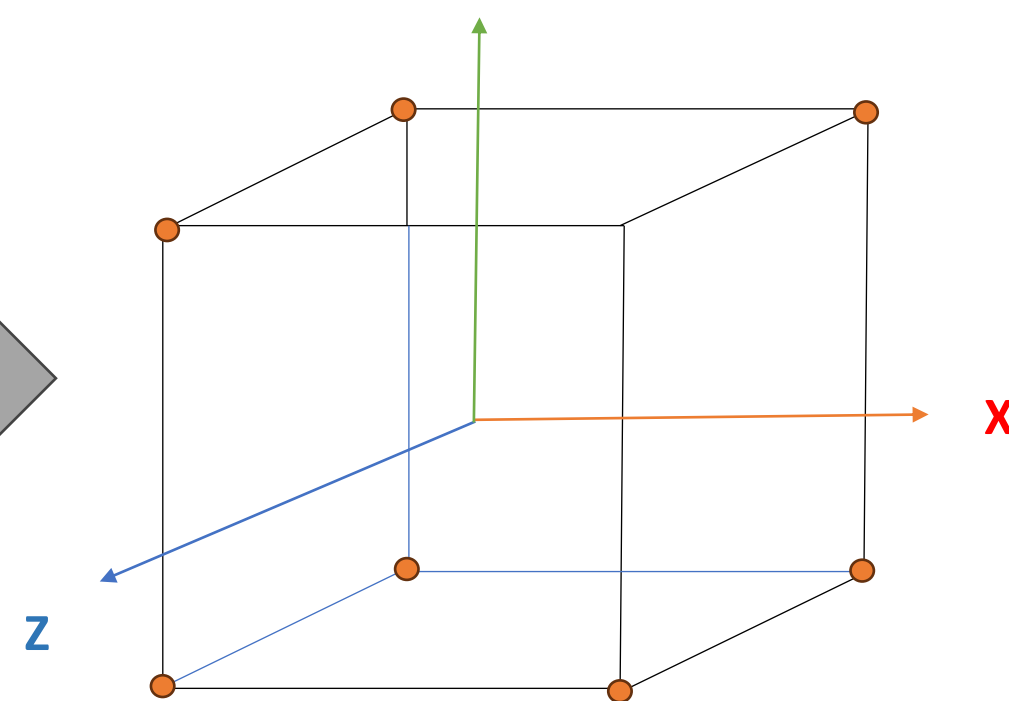
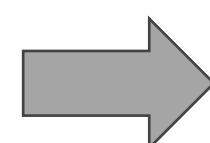
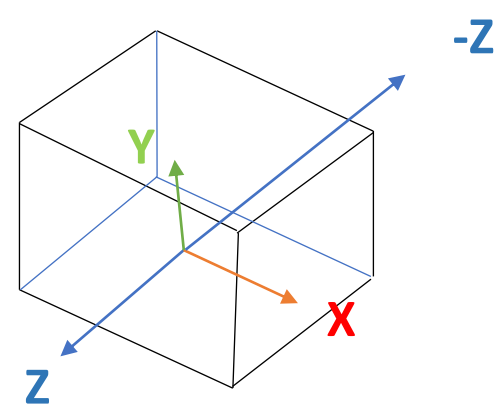
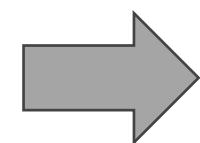
我们可以得到观察空间中的xyz和齐次坐标系中xyz的关系如下图



$(-Aspect * Size, Size, -Far)$



$(Aspect * Size, -Size, -Near)$



WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

版权所有：唐老师 tpandme@163.com

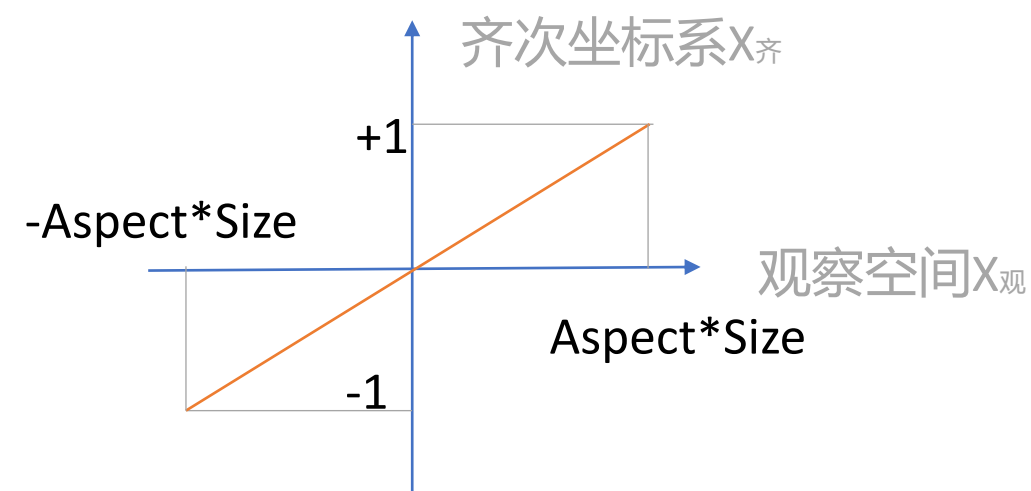


唐老师系列教程-正交投影

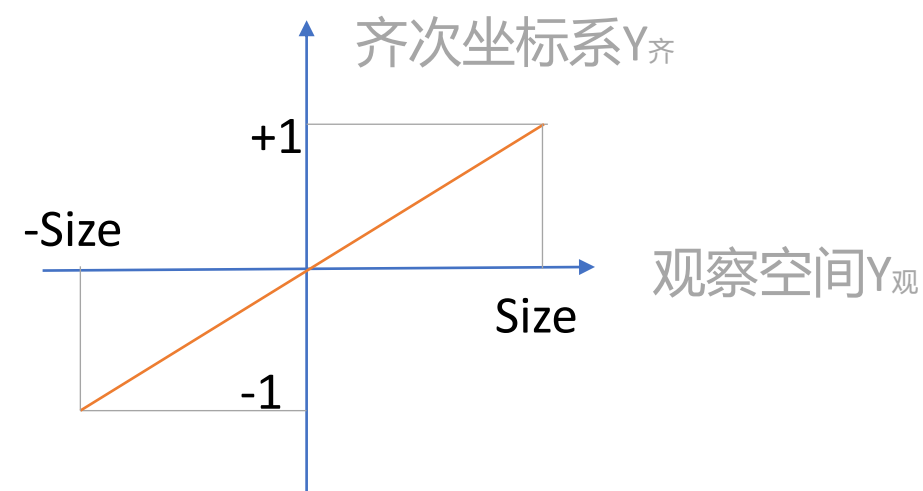
正交投影变换矩阵

第二步：将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中

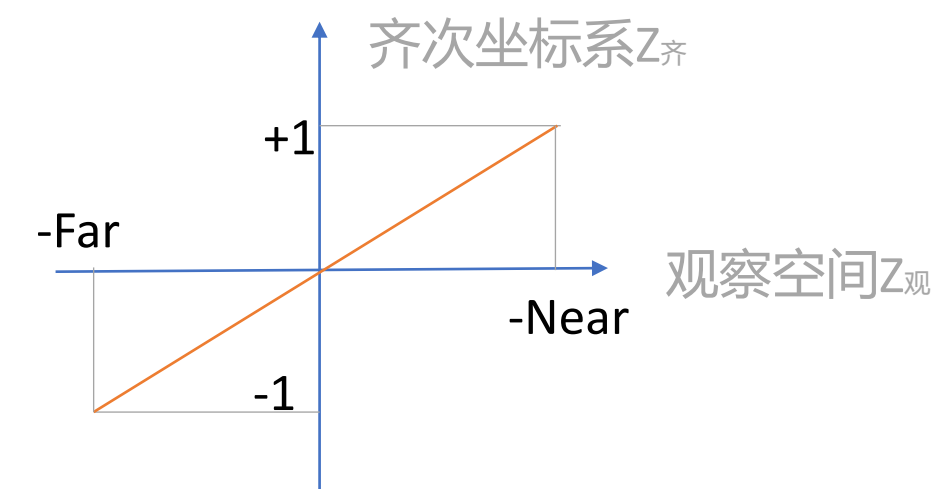
根据这些关系图，我们可以得到一些公式



$$X_{\text{齐}} = \frac{2}{2 * \text{Aspect} * \text{Size}} * X_{\text{观}}$$

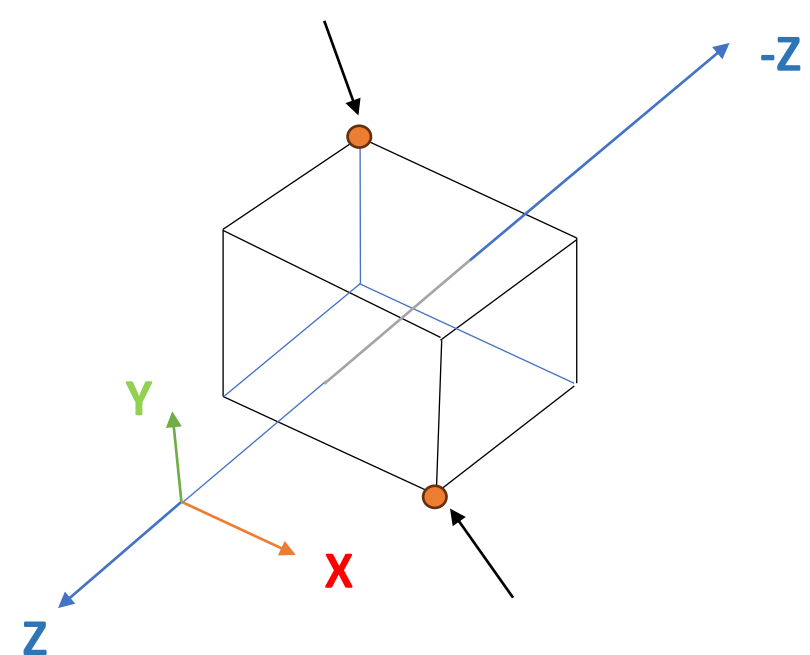


$$Y_{\text{齐}} = \frac{2}{2 * \text{Size}} * Y_{\text{观}}$$

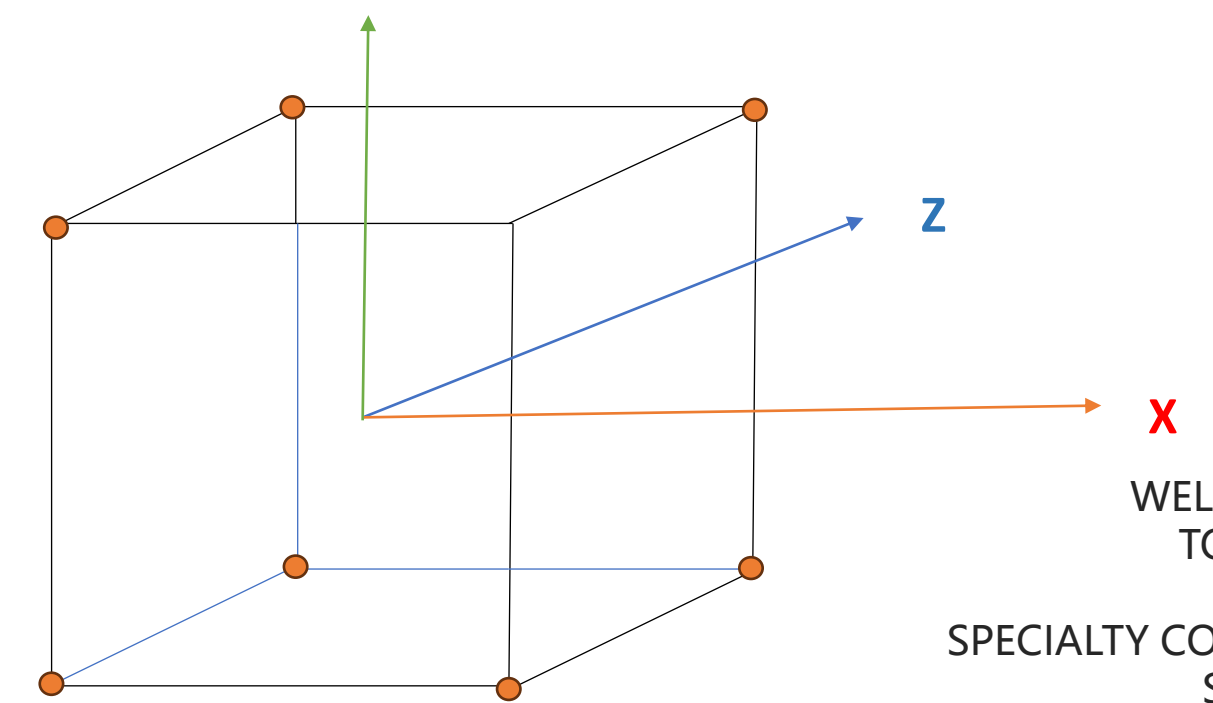
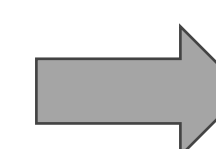
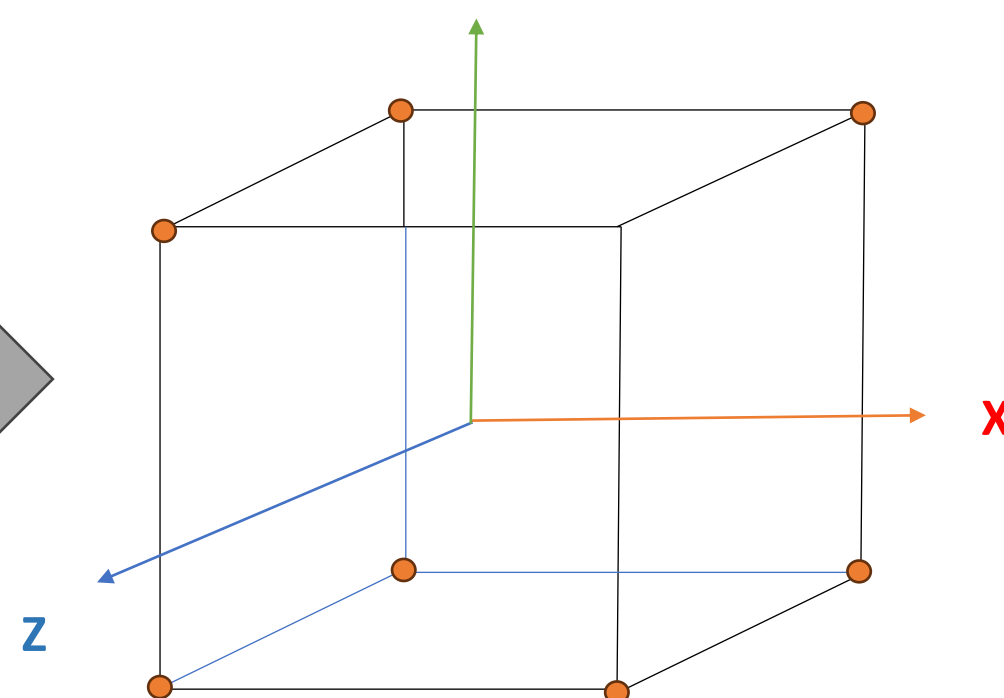
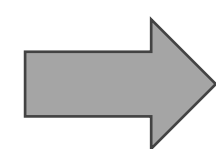
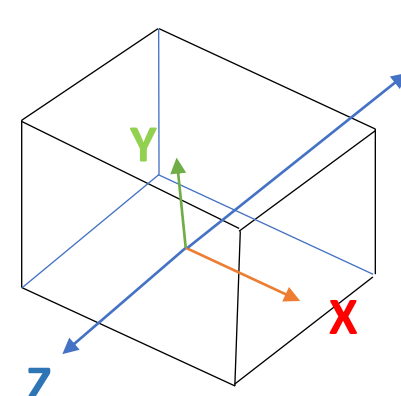


$$Z_{\text{齐}} = \frac{2}{-\text{Near} - (-\text{Far})} * Z_{\text{观}} \Rightarrow -\frac{2}{\text{Far} - \text{Near}} * Z_{\text{观}}$$

(-Aspect * Size, Size, -Far)



(Aspect * Size, -Size, -Near)



WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

版权所有：唐老师 tpandme@163.com



唐老狮系列教程-正交投影

正交投影变换矩阵

第二步：将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中

因此，根据我们的推论，这一步的变换其实就是一个缩放变换，因此，我们可以根据刚才推导的公式

$$X_{齐} = \frac{2}{2 * Aspect * Size} * X_{观}$$

$$Y_{齐} = \frac{2}{2 * Size} * Y_{观}$$

$$Z_{齐} = \frac{2}{-Near - (-Far)} * Z_{观} => - \frac{2}{Far - Near} * Z_{观}$$

得到：

$\frac{1}{Aspect * Size}$	0	0	0
0	$\frac{1}{Size}$	0	0
0	0	$-\frac{2}{Far - Near}$	0
0	0	0	1

该矩阵即为我们的目标缩放矩阵



唐老狮系列教程-正交投影

正交投影变换矩阵

我们现在得到了两步的对应平移矩阵和缩放矩阵，我们将其进行乘法计算后，便可以得到将摄像机视锥体的 正交投影 空间 转换到 齐次坐标裁剪空间 时的 **变换矩阵**

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Aspect * Size} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Size} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{Far - Near} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{Far + Near}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

=

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Aspect * Size} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Size} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{Far - Near} & -\frac{Far + Near}{Far - Near} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



唐老狮系列教程-正交投影

| 总结



唐老狮系列教程-正交投影

总结

1. 明确目标

将摄像机视锥体的 正交投影 空间 转换到 齐次坐标裁剪空间 时的 **变换矩阵**

2. Unity中正交投影重要参数

Size: 视锥体竖直方向上高度的一半

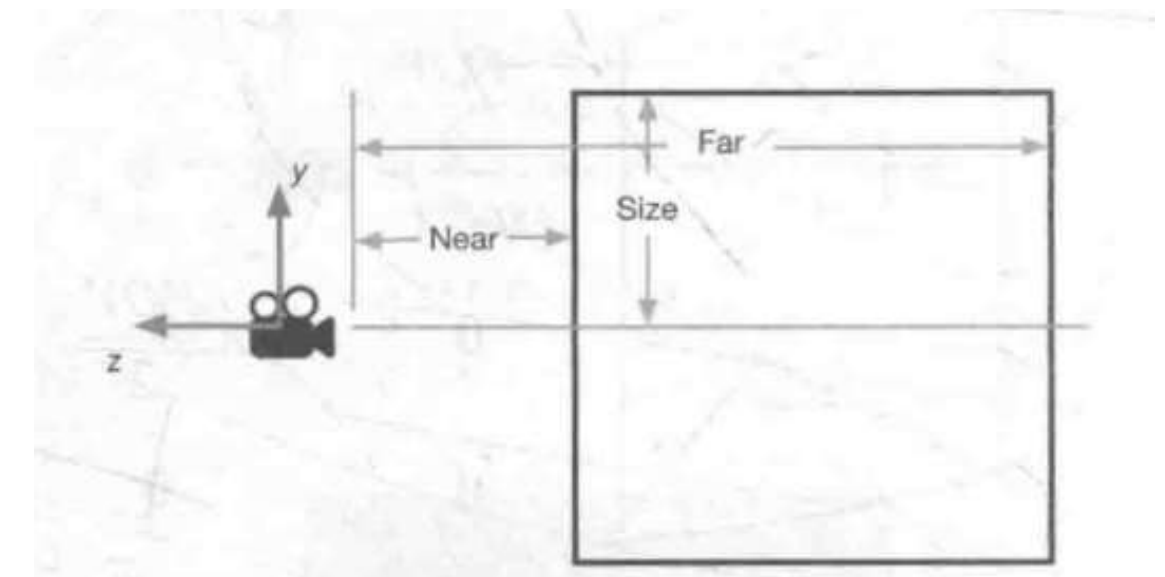
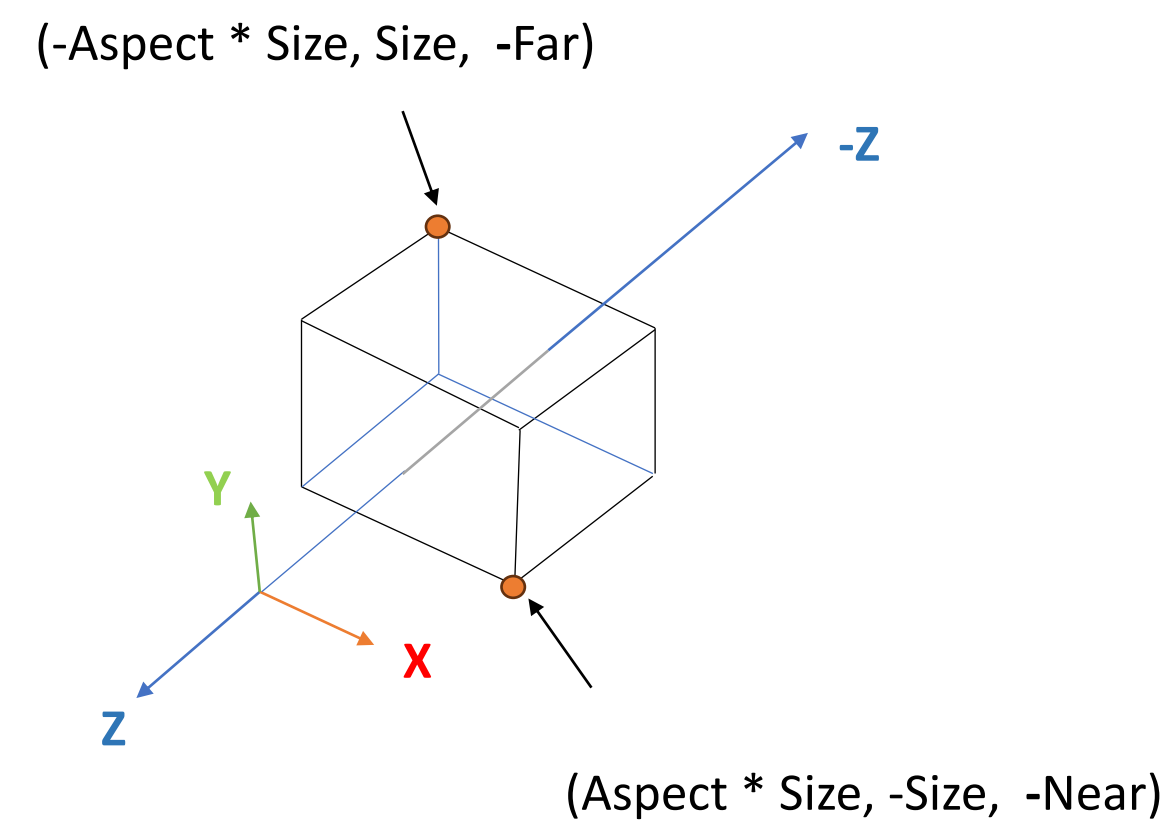
Near: 近裁剪面离摄像机的距离

Far: 远裁剪面离摄像机的距离

远近裁剪面

高 = $2 * \text{Size}$

宽 = $\text{Aspect} * 2 * \text{Size}$





唐老狮系列教程-正交投影

总结

3. 正交投影变换矩阵

我们通过两个步骤

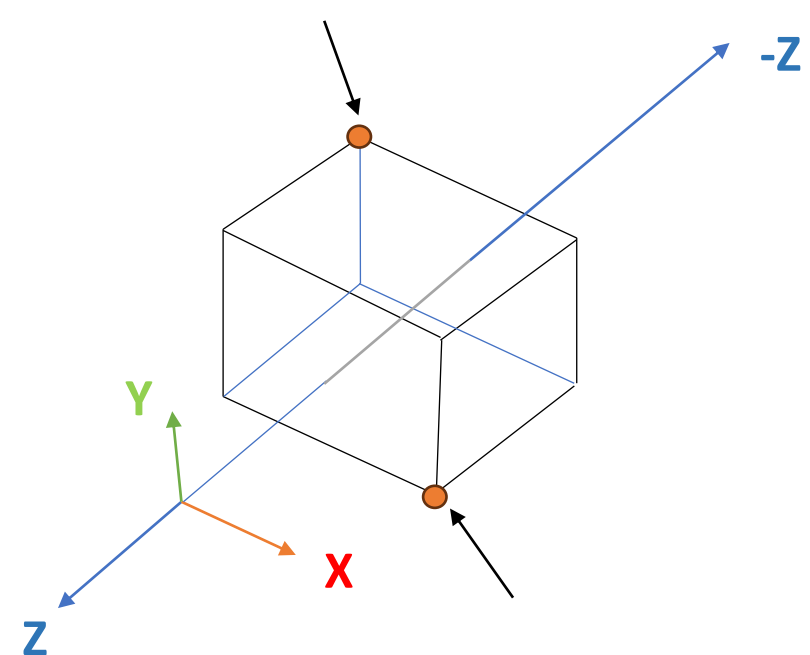
1.将视锥体中心位移到观察空间原点中心

2.将长方体视锥体的xyz坐标范围映射到(-1,1)长宽高为2的正方体中

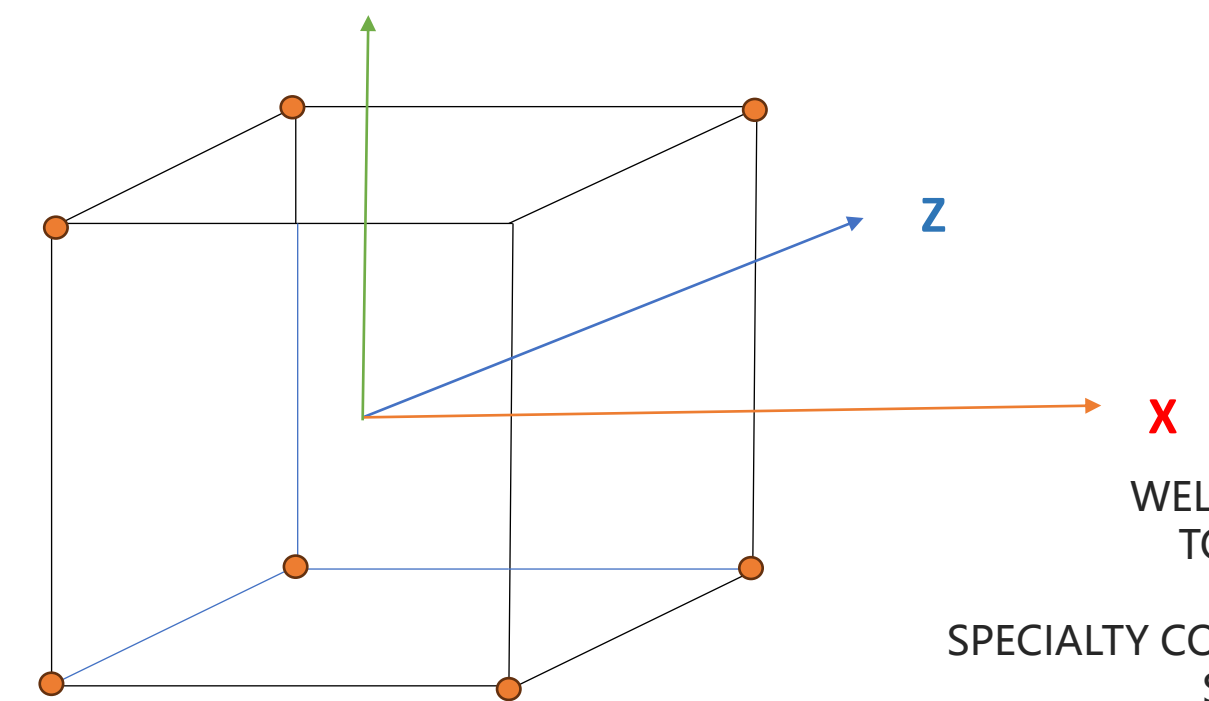
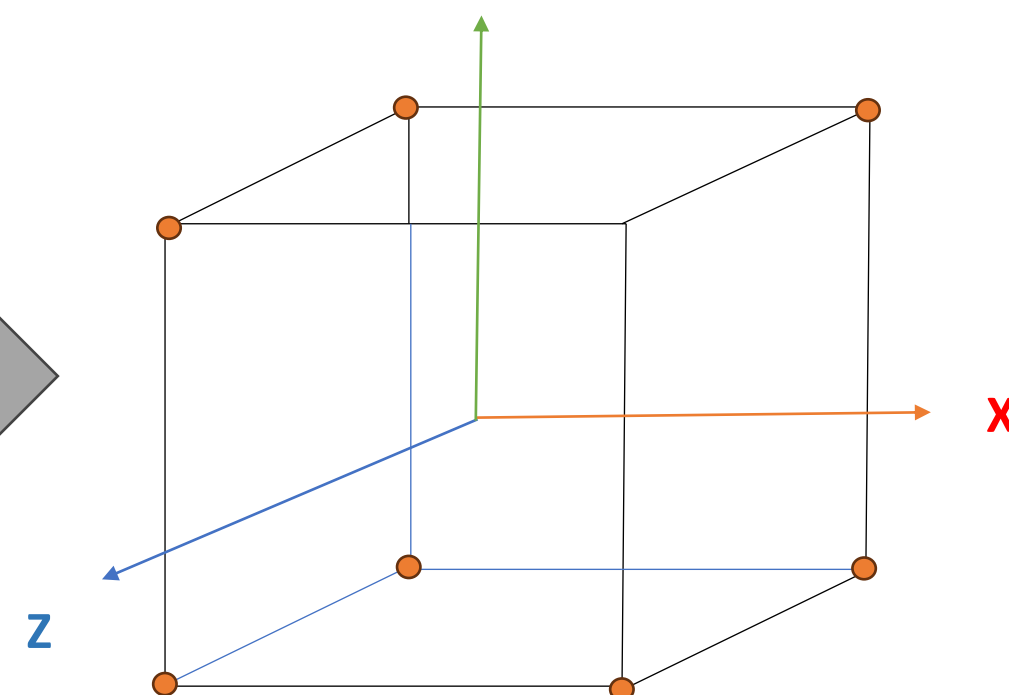
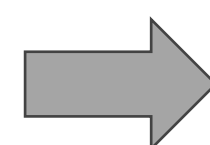
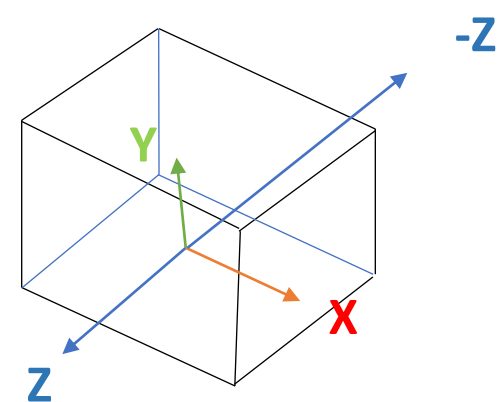
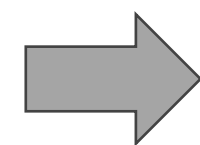
得到了最终的变换矩阵

$\frac{1}{Aspect * Size}$	0	0	0
0	$\frac{1}{Size}$	0	0
0	0	$-\frac{2}{Far - Near}$	$-\frac{Far + Near}{Far - Near}$
0	0	0	1

$(-Aspect * Size, Size, -Far)$



$(Aspect * Size, -Size, -Near)$



WELCOME
TO THE
UNITY
SPECIALTY COURSE
STUDY

版权所有：唐老狮 tpandme@163.com



唐老狮系列教程

Thank

谢谢您的聆听