



唐老狮系列教程

特殊矩阵——列矩阵和行矩阵



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

主要讲解内容

- 1.列矩阵和行矩阵的基本概念
- 2.列矩阵和行矩阵在Unity中的使用规则



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵的基本概念



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵的重要概念

在Unity Shader开发中我们经常会对向量进行矩阵运算

而在Unity的三维坐标系中

向量一般都是三维向量 (x,y,z) , 由于要进行矩阵计算, 我们就需要把向量用矩阵表示。

通过我们之前对矩阵的学习, 三维向量的矩阵表示, 可以有两种:

1.列矩阵: 只有一列的矩阵

2.行矩阵: 只有一行的矩阵

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

列矩阵

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$$

行矩阵



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵的重要概念

在进行向量的矩阵运算时，把它作为列矩阵和行矩阵得到的运算结果是不同

假设一个矩阵 $M = \begin{matrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{matrix}$,

一个向量以列或行矩阵的形式和它进行计算时
它们的计算顺序会有不同，结果也会有不同



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵的重要概念

1.列矩阵：为了能和3x3矩阵进行乘法运算，列矩阵必须放在右侧才能进行计算

$$\begin{pmatrix} m11 & m12 & m13 \\ m21 & m22 & m23 \\ m31 & m32 & m33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m11 * x + m12 * y + m13 * z \\ m21 * x + m22 * y + m23 * z \\ m31 * x + m32 * y + m33 * z \end{pmatrix}$$

2.行矩阵：为了能和3x3矩阵进行乘法运算，行矩阵必须放在左侧才能进行计算

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m11 & m12 & m13 \\ m21 & m22 & m23 \\ m31 & m32 & m33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m11 * x + m21 * y + m31 * z & m12 * x + m22 * y + m32 * z & m13 * x + m23 * y + m33 * z \end{pmatrix}$$

注意：两种计算方式结果虽然都是3个元素组成的列矩阵和行矩阵，但是结果是不同的



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵在Unity中的使用规则



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵在Unity中的使用规则

在标准的线性代数中，矩阵和向量的乘法是按列进行的。

在Unity的 Shader开发中，为了和标准的数学和线性代数概念保持一致，更加便于理解和应用，它也遵循这种矩阵乘法的定义，也就是：

将向量表示为列矩阵进行计算

$$\begin{pmatrix} m11 & m12 & m13 \\ m21 & m22 & m23 \\ m31 & m32 & m33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m11 * x + m12 * y + m13 * z \\ m21 * x + m22 * y + m23 * z \\ m31 * x + m32 * y + m33 * z \end{pmatrix}$$



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

列矩阵和行矩阵在Unity中的使用规则

使用列矩阵的结果是，我们的阅读顺序是从右到左的，
假设向量为列矩阵 v ， A 、 B 、 C 分别为3个变换矩阵

$$CBAv = C(B(Av)) \quad (\text{矩阵乘法满足结合律})$$

即先对 向量 v 使用 A 进行变换，再依次使用 B 、 C 进行变换

注意：如果想把向量作为行矩阵处理，也是可以的

为了让行矩阵计算结果和列矩阵相同，我们可以采用以下规则

列矩阵： $CBAv = C(B(Av))$ 等价于

$$\text{行矩阵： } vA^T B^T C^T = ((vA^T)B^T)C^T$$

行矩阵必须乘以变换矩阵的转置矩阵才能保证计算结果和列矩阵结果一致



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

| 总结



唐老狮系列教程-列矩阵和行矩阵

主要讲解内容

1.列矩阵和行矩阵的基本概念

列矩阵就是只有一列的矩阵；行矩阵就是只有一行的矩阵。他们一般用于表示向量
把向量作为列矩阵和行矩阵与矩阵进行乘法运算时，计算顺序（列在后，行在前）和结果是不同的

2.列矩阵和行矩阵在Unity中的使用规则

在Unity的Shader开发中，我们采用列矩阵的形式进行向量计算，利用结合律，我们可以从右往左阅读

$$CBAv = C(B(Av))$$

如果想要使用行矩阵计算出和列矩阵相同的结果，我们可以乘以变换矩阵的转置矩阵

$$vA^T B^T C^T = ((vA^T)B^T)C^T$$



唐老狮系列教程

Thank

谢谢您的聆听