AHP在确定指标权重中的应用

AHP（层次分析法）实质上不是一个完全的定量分析法，因为在设置对比矩阵的时候，依然依靠评分者的客观评分，但是它依然在实际应用中发挥很好的作用。

AHP在人力资源绩效、薪酬、人员测评、岗位分析的确定指标权重中，同样能够很好的应用。下面以绩效指标权重为例，看看在实际中如何使用（以excel为计算工具）。

假设某岗位已经确定有以下4个一级指标：

A1 工作任务指标（岗位职责内的工作）

A2 工作行为规范指标（公司规章制度的遵守）

A3 临时工作任务指标（领导、同事安排及突发事件）

A4 工作态度指标（工作指示服从性，与部门内外部同事协调性）

现在要确定这四个指标之间的相对权重。下面以这四个指标为例，按照AHP计算权重的步骤，演示AHP在确定绩效指标权重中的应用。

1、 构建四个指标对比矩阵。顾名思义，就是这四个指标两两相互比较，形成一个4阶矩阵。那么按照什么标准进行比较呢，这里有一个度量表：

aij = 1，元素 i与元素 j对上一层次因素的重要性相同；

aij = 3，元素 i比元素 j略重要；

aij = 5，元素 i比元素 j重要；

aij = 7，元素 i比元素 j重要得多；

aij = 9，元素 i比元素 j的极其重要；

aij = 2n，n=1,2,3,4，元素 i与 j的重要性介于aij = 2n - 1与aij = 2n + 1之间；

反之则：

$$A_{ji} = \frac{1}{A_{ij}}$$

这里稍作解释：如果第 i 个指标比第 j 个指标重要，即 aij=3。如果第 j 个指标比第 i 个指标重要，就 aji=1/3。

那么现在可以按照以上的量表，对以上四个指标进行两两评判，得到一个矩阵

A	A1	A2	A3	A4
A1	1	9	7	5
A2	1/9	1	1/3	1/5
A3	1/7	3	1	1/3
A4	1/5	5	3	1

（注：这里是按照行来进行比较，就是先 A1 与 A2,A3,A4 比较，然后 A2 与 A3,A4 比较，完成对角线以上的部分就可以了。）

2、 计算矩阵的特征向量和指标权重

计算出矩阵的特种向量后，就可以计算出 A1,A2,A3,A4 四个指标的相对权重。

1. 对矩阵的各列求和（注意蓝色矩形区域）

A	A1	A2	A3	A4
A1	1	9	7	5
A2	1/9	1	1/3	1/5
A3	1/7	3	1	1/3
A4	1/5	5	3	1
SUM	1.454	18.000	11.333	6.533

2. 对每一列进行归一化处理

公式如下：

$$B_{ij}=\frac{A_{ij}}{\sum A_{ij}}$$

其中：$\sum A_{ij}$ 的值为各列的和，如上图的 SUM 行，就是用各列的元素除以列的和。

得到的结果为一个新的矩阵，我们暂命名为 B 矩阵：

B	B1	B2	B3	B4
B1	0.688	0.500	0.618	0.765
B2	0.076	0.056	0.029	0.031
B3	0.098	0.167	0.088	0.051
B4	0.138	0.278	0.265	0.153
SUM	1.000	1.001	1.000	1.000

（可以看出，每列的和为 1）

3. 对每一行进行求和，即得出特征向量

B	B1	B2	B3	B4	SUM
B1	0.688	0.500	0.618	0.765	2.571
B2	0.076	0.056	0.029	0.031	0.192
B3	0.098	0.167	0.088	0.051	0.404
B4	0.138	0.278	0.265	0.153	0.834
SUM	1.000	1.001	1.000	1.000	4.001

（注意蓝色方框，这一列就是特征向量）

4. 计算指标的权重：对特征向量进行归一化处理

公式：

$$Wi=\frac{B_j}{\sum B_j}$$

（其含义同对矩阵归一化处理）

这个时候就可以得出四个指标的权重：

B	B1	B2	B3	B4	SUM	W	W%
B1	0.688	0.500	0.618	0.765	2.571	0.643	64.30%
B2	0.076	0.056	0.029	0.031	0.192	0.048	4.80%
B3	0.098	0.167	0.088	0.051	0.404	0.101	10.10%
B4	0.138	0.278	0.265	0.153	0.834	0.208	20.80%
SUM	1.000	1.001	1.000	1.000	4.001	1.000	1.000

（权重如蓝色方框）

简单的说，对矩阵进行归一化处理就可以得出指标的权重。但是这个权重不一定就是有效、可取的，我们需要对其检验，检验矩阵的一致性。

3、 矩阵一致性检验

简单的解释一致性的概念：

我们在对比几个指标的时候，需要对指标进行两两比较，如果得出一个结果：A>B，B>C，我们必须得出 A>C，反之则一致性不成立。更精细点，如果：A 比 B 重要值为 3，B 比 C 重要值也为 3，那么 A 与 B 比较，值应该为 6，但是如果最终不是 6，是 5，或者 7 之类，也会在某种程度上影响一致性。

所以需要检验对比矩阵的一致性，确保两两比较的时候，没有出现以上的错误。

1. 计算矩阵的最大特征根

$$\lambda_{max} = \frac{\sum (AW)_i}{nW_i}$$

AW：表示矩阵 A 与 W 相乘，两个矩阵相乘在 excel 中用 mmult()公式

这个公式的意思：两个矩阵相乘的结果是一个列向量，然后用列向量中的每一个元素除以阶数和相对应的权重的乘积。示例计算的结果为：

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0.643	64.30%	[illegible]	4.389
0.048	4.80%	0.19471	4.056
0.101	10.10%	0.40619	4.022
0.208	20.80%	0.8796	4.229
1.000	1.000		16.696
	特征根	=	4.174

2. 计算判断矩阵的一致性指标

一致性指标（Constant index）公式：

$$C.I. = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1}$$

N：表示矩阵的阶数

示例中的 C.I.=（4.174-4）/3=0.058

3. 计算随机一致性比率

检验一个矩阵的一致性指标为矩阵的随即一致性比率，计算公式为：

$$C.R.=\frac{C.I.}{R.I.}$$

R.I.表示：平均随机一致性指标，这个是一个常量，根据阶数可以在量表里查询。4 阶 R.I.值为 0.9，所以示例中的 R.I.=0.058/0.9=0.06444<0.1，即保持显著水平，对比矩阵是保持一致性的，如果 R.I.>0.1，就表示未保持显著水平，需要对对比矩阵进行调整。通常情况下，自己调整很负责，不如从新评一次。

到这里，就完全将 A1,A2,A3,A4 四个指标的权重计算出来，而且其效度是可靠的。这里的示例没有将指标进行向下层次分解，只有一级指标。如果再分解 A1,A2,A3,A4 四个指标，所计算的权重的方法是一样的。