

元胞自动机用于金融市场建模

周涛^{a,b}, 周佩玲^b, 汪秉宏^a, 杨春霞^b, 蔡世民^b

(中国科学技术大学 a. 近代物理系; b. 电子科学与技术系, 合肥 230026)



摘要 给出了基于元胞自动机的金融市场模型的一个简短综述, 特别介绍了针对无约束和有约束股票的两个典型模型及其主要结论。文末提出了元胞自动机建模思想可能的局限性。

关键词 元胞自动机; 金融复杂性; 行为经济学

中图分类号 TP391

文献标识码 A

Brief Review of Artificial Financial Markets Based on Cellular Automata

ZHOU Tao^{a,b}, ZHOU Pei-ling^b, WANG Bing-hong^a, YANG Chun-xia^b, CAI Shi-min^b

(University of Science and Technology of China a. Department of Modern Physics;

b. Department of Electronic Science and Technology, Hefei 230026, China)

Abstract : A brief review about financial market models based on cellular automata is given, especially for two models aiming at free and restricted markets respectively. The limitation and prospect are also addressed.

Key words : cellular automata; financial complexity; behavior economics

1 什么是元胞自动机

元胞自动机是空间和时间都离散, 格点状态只取有限数值集的理想化模型。元胞自动机的概念最早由 von Neumann 在讨论自繁殖问题时做为一个抽象的模型提出^[1], 经由 Langton 关于人工生命的讨论^[2]和 Wolfram 对其动力学行为的系统研究被科学界所熟知^[3,4], 成为复杂系统建模的主要工具之一。

顾名思义, 元胞自动机上每个个体都用有限维元胞空间中的一个格点代表, 可以在给定的简单规则下自行演化。尽管规则往往简单, 但演化进程中却可能出现各种各样复杂而有趣的现象, 这种集群复杂性的自发涌现, 现在被广泛接受为复杂性产生的可能机制之一。如果用 t 表示时间步, $\sigma_i(t)$ 表示节点 i 在 t 时刻的状态, 那么节点 i 下一时刻的状态由它所有邻居和其自身当前时刻的状态共同决定。严格一点, 典型的元胞自动机可用一个点集可数的无限无向图 $G(V, E)$ 表示, 其中 V 是取定一组标准正交基后 N 维欧氏空间的整点集。对给定的邻域半径 r ($r > 0$), 边集 E 定义为: $E = \{xy | x, y \in V, d(x, y) \leq r\}$, 其中 $d(x, y)$ 表示 x, y 的欧氏距离。 G 中每个顶点的当前状态由其自身及相邻顶点上一时刻状态决定。当节点下一时刻的状态确定后,

收稿日期: 2006-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(70571075, 70571074, 70471033, 10472116, 10532060); 中国科学院院长特别基金, 理论物理学前沿问题特别基金(A0524701); 中国科学技术大学研究生创新基金(KD2004008, KD2005007)

作者简介: 周涛(1983-), 男, 四川成都人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为复杂网络和金融物理。

所有节点不分先后同时转变到下一时刻的状态。应用最为广泛的元胞自动机是一维和二维的元胞自动机。对于一维元胞自动机,邻居就是指自己左边和右边的元胞,对于二维元胞自动机,常见的邻居取法有 von Neumann 型和 Moore 型两种,分别如图 1a、1b 所示。当然,根据不同的需要,可以设计其它不同的邻居判别法,例如一维时可以把邻居的范围放广,在二维时还可以考虑三角形和六边形甚至更复杂的元胞机形态。不过最基本的原则是邻居总是那些欧式距离较小的节点,也就是说总是可以找到一个半径为 r 的超球,使得节点 i 位于此球的球心而所有节点 i 的邻居都在球内,且没有任何非节点 i 的邻居在球内。



图1 二维元胞邻居取法示意图

与传统的建模方法相比,元胞自动机直接模拟系统各组元之间的相互作用,因此能够通过一些简单的规则产生出高度复杂的演化结果。该方法现在已经成功运用于物理系统^[5]、经济系统^[6,7]、交通系统^[8-10]、自然灾害系统^[11]、历史系统^[12]等等各个方面。已经有不少基于元胞自动机的市场模型,这些模型包括商品市场^[13]、电影市场^[14]、技术市场^[15]等等,但是关于元胞自动机在金融市场方面的应用研究,目前还只有零星的报道。尽管如此,做为复杂系统建模的主流方法,也是很有潜力的一种方法,我们在此仍将详细地就不多的素材做尽可能全面详尽的叙述。

2 元胞自动机用于无约束股票市场建模

所谓无约束的股票市场模型,是指假设在股市中流通的资金总量和股票总量都是无限的。魏一鸣、应尚军、范英和汪秉宏在二维元胞自动机上系统研究了该假设下的股票市场^[16,17]。为了简单,我们称该模型为 WYFW 模型。WYFW 模型的出发点是认为投资者心理是市场演化最重要的动因。尽管影响市场行为的投资者心理是多种多样的,简单起见,WYFW 模型中只考虑了从众心理,也就是所谓的“羊群效应”。通俗地讲,从众心理就是看到周围人做什么,自己也就跟着做。比如火灾录像中常常发现人群逃散时一个疏散门空着,而几乎所有人都拥塞在另一个疏散门。这是因为很多人在慌乱中拿不定注意,就跟着周围人跑。这种行为在金融市场中也已经被观测到^[18,19]。在 WYFW 模型中,每个投资者用二维元胞机上的一个元胞代表,他可以处于买入、卖出和观望 3 种状态中的一种。其相邻关系是 Moore 型的。在 WYFW 模型中,投资者下一时刻的状态仅由其 8 个邻居决定。记 t 时刻节点 i 周围邻居中出现最多的状态为 $A_i(t)$,那么 $t+1$ 时刻节点 i 的状态由表 1 所示转换概率矩阵决定。其中参数 $p \in [0, 1]$ 称为从众概率,刻画了个体在多大程度上会听从周围大多数人的决定,可以用来度量系统从众心理的强度。模拟时使用 50×50 的网格,初始时各节点状态分布是对称的,其中买入、观望和卖出的人数分别为 289, 800 和 1 411,分别用黑色、白色和灰色小方块表示。图 2a 给出了初始状态的示意图。

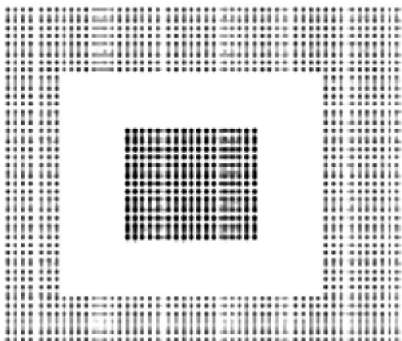
图 2b、2c、2d 给出不同从众概率下演化到稳态(指各状态所占比例在一个稳定值附近轻微波动)时各节点状态的分布情况。作者认为买入和卖出人数相差越大,股市就越不稳定,因此可以说,从众心理可以导致股市失稳,从众心理越强,股市波动(风险)越大。

另外,作者还研究了不同初始条件、外界因素、各节点不同的从众概率等等因素对市场稳定性的影响,此处不再一一赘述,有兴趣的读者可以参考相关文献。总的来说,WYFW 模型对于元胞自动机金融市场模型

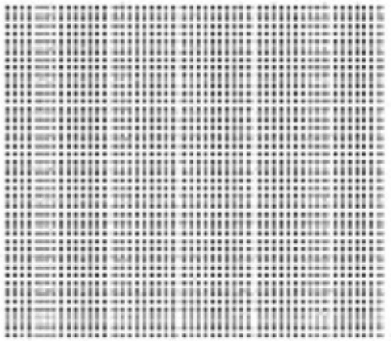
的研究是具有启发和借鉴意义的,它通过很简单直观的规则抓住了一些真实市场的定性特征。但是,真实股票市场有很多共同的统计特性^[20-22],作者并没有定量或者至少在定性上检查自己的模型是否能够与部分真实市场统计性质吻合,这使得模型的可信度打了折扣。

表 1 WYFW 模型中节点状态转移矩阵

$A_i(t)$	下一时刻买入概率	下一时刻观望概率	下一时刻卖出概率
买入	p	$(1-p)/2$	$(1-p)/2$
持有	$(1-p)/2$	p	$(1-p)/2$
卖出	$(1-p)/2$	$(1-p)/2$	p



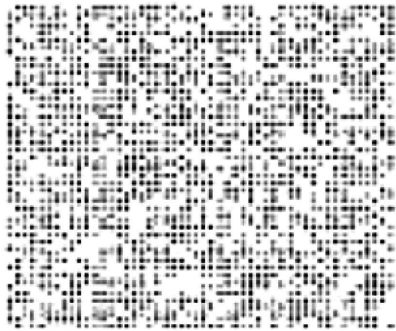
初始状态,分布呈中心对称
a



从众概率 $p=1$ 时演化到稳态的情形,
所有的节点状态都变为卖出
b



从众概率 $p=0.75$ 时演化到稳态的情形,
绝大多数节点状态都是卖出,只有零星
节点选择买入和观望
c



从众概率 $p=0.5$ 时演化到稳态的情形,
3种状态分布均匀
d

黑色、灰色和白色小块分别代表买入、卖出和观望 3 种状态
图 2 各节点状态分布示意图

3 元胞自动机用于有约束股票市场建模

所谓有约束的股票市场,一般是指投入流通的股票数量和可利用的资金总量是有限的情况。最近,周涛、周佩玲等人研究了将遗传算法思想引入元胞自动机的股票市场模型^[23]。在这个模型中,股民用二维元胞自动机 $G(V,E)$ 上的一个元胞代表。实际应用时元胞数量总是有限的,取 $|V|=n^2$,其中 n^2 称为股市规模。采用 von Neumann 型元胞机,并设边界条件为周期性的,这样保证每个元胞的拓扑地位相同。每次交易前,投资者会在买入、卖出和观望 3 种行为中做出选择。每个投资者做出决定分为两个步骤。首先每个股票

投资者根据股价历史做出决定。不同风险喜好的投资者采用不同的策略。风险麻木型的个体直接继承上一时步的决策;风险厌恶型的个体倾向于在股价低于平均价位时买入,在高于平均价位时卖出;风险喜好型的个体喜欢在股价上涨的阶段买入。具体的概率偏好公式(包括确定申请交易的价格和交易量的概率公式)请参阅相关文献^[23]。初始时,每个投资者的风险属性随机给定,该属性亦可以在模型演化过程中发生变化。当投资者在第一步自己做出决定后,他开始观察周围邻居的行动。类似于遗传算法^[24],将投资者当前的决定(包括买入卖出或者观望,以及申请交易价格和数量)和他的风险属性看成4个相互独立的基因。投资者以正比于 k^h 的概率选择一个邻居,与其进行交叉操作。其中 k 是个体的资本收益率, $h \geq 0$ 称作影响因子。显然,模型体现了真实市场中个体总是更倾向于向成功人士($k > 1$)学习的心理。 h 越大,获利不同的个体之间的影响力差异就越大。当投资者选定参加交叉操作的邻居后,对于每个基因,他将以 λ 的概率保留自己的基因,而以 $1 - \lambda$ 的概率被替换为邻居的基因。这里 λ 成为独立因子,表征个体的独立能力。允许个体以一个非常接近零的概率变异,即随机改变自己的风险属性或决策。该模型中,一切的信息交换都是通过交叉算子完成的。

股市按照要价低的卖方和要价高的买方先交易的原则进行撮合,交易价格为两者的平均价格。最终的股价是所有交易价格的加权平均。当初始条件合适时,系统可以产生和真实市场非常相似的股价时间序列。图3给出了一次仿真实验的结果,实验中取股市规模为1600,初始股价为2.30元,股票发行量为500万股,股市总资本量为1亿元。资金与股票拥有量初始时服从高斯分布,变异概率为0.02,不考虑外界环境的影响。

图4则给出了对数收益率的时间序列,其中对数收益 $Z(t) = \ln P(t + dt) - \ln P(t)$, $P(t)$ 表示 t 时刻的股价。大的收益率标志大事件的发生,可以看到本模型中有很多大事件发生,这一点和真实市场的现象是符合的。另外,如图5、图6所示,该模型也具有与真实股市类似的特征:收益率分布具有尖峰胖尾特性,且收益率中心峰值随时间窗口的变化具有幂律特性,幂指数为 -0.56 ,与恒生股市的实证非常吻合^[25]。

最近,杨春霞及周涛等人进一步发现^[26-27],该模型只有在一定的影响因子和独立因子范围内才能保持较低风险和持久的演化稳定性。此处不再赘述,有兴趣的读者可以参考相关文献。

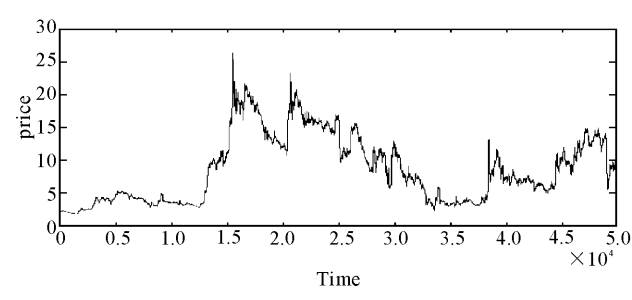


图3 股价时间序列

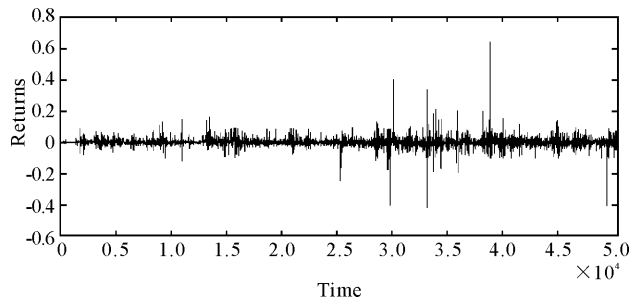


图4 收益率时间序列

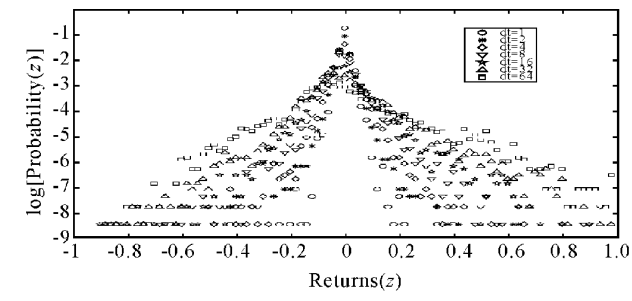
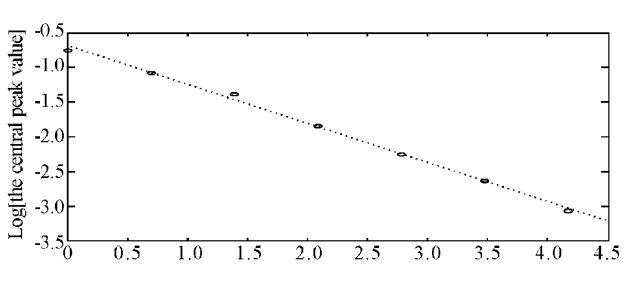


图5 不同时间窗口下的收益率分布



横坐标是取对数后的时间窗口值

图6 收益率中心峰值随时间窗口的变化

4 小结

如果仅仅从元胞自动机的定义来看,很多基于格网上的金融物理模型,如 Iring 模型、逾渗模型等等的金融市场应用都可以归入到本文中。但是,从复杂性科学研究通常的话语含义中,元胞自动机模型的局域相互作用规则往往非常直观,是真实社会经济系统演化机制的简单抽象,不涉及量子场论、统计力学之类的概念。因此,上面说到的那些物理模型,我们都不在本文介绍。

就我们所知,基于元胞自动机的金融市场模型并不是金融市场的主流模型之一。而本文主要介绍的两个模型都有比较明显的不足,尤其是 WYFW 模型,事实上无法再现真实价格时间序列的程式化特征。而遗传元胞自动机的模型其演化机制与真实市场的关系不明确,不仅对经纪人的分类过于粗糙,而且我们很难想象一个市场上的参与者都以很高的频率变化自己的风险属性。一种比较乐观的想法是:既然元胞自动机建模方法已经在复杂系统建模中表现出了巨大的力量,那么就非常可能很好地解释金融市场行为,尽管现在的模型很少且不尽人意,但是有希望找到优雅精巧且符合实证的模型。需要特别强调的是,虽然元胞自动机方法在金融市场模型方面的研究还大有可为,但是我们不能否认它存在一些难以克服的缺陷,这些缺陷可能制约这种建模方法在金融市场建模方面的发展。

首先,在元胞自动机上信息流的传播非常缓慢,这就使得短时间内由突发涨落(偶然事件)引起的爆发式的全局响应变得不可能,而这种响应往往被认为是真实市场出现大事件的可能原因。另外,真实市场投资者除了大多数固定的分享信息的伙伴外,还有少量不常联系的伙伴,这两种关系合成在一起就构成了所谓的“小世界效应”^[28,29]。在这个小世界里,信息传播很快,与元胞自动机的情形正好相反。

其次,尽管在有些模型中,各元胞有一些不随演化过程变化(或基本不变化)的外部特征,但是元胞自动机模型的基本思想是同等地位的元胞通过简单的相互作用产生复杂的行为。最近关于经济与金融系统的实证研究却表明,经纪人在信息享有程度^[30,31]和资金拥有量^[32,33]上面都非常的不平等——少量人享有绝大部分信息和资本,而大部分人只有少量信息和无足轻重的资本。周涛、汪秉宏和周佩玲等人近期的理论研究^[34]暗示这种非均衡的分布可能对经济系统的整体行为产生不可忽略的影响,而这是元胞自动机模型无法反映的。

最后一点,元胞自动机的重要优势之一表现在其演化规则的简单性上,而很难想象真实市场复杂多变的行为可以简化到为数不多的局部规则。另外,真实金融决策的决定往往受诸多外界因素、历史信息和全局信息的影响,这也非元胞自动机模型所擅长。

综上所述,元胞自动机模型可能可以再现真实市场的某些特征,抓住真实市场的部分机制,但是要全面反映市场行为,恐怕还是力所难逮,或者至少需要更进一步的研究。

参考文献:

- [1] von Neumann. The general and logical theory of automata[A]. Jiffries L A, Ed. Cerebral Mechanism in Behavior The Hixon Symposium[M]. New York: Wiley, 1951.
- [2] Langton G G. Self-reproduction in cellular automata[J]. Physica D, 1984, 10: 135 - 144.
- [3] Wolfram S. Theory and Application of Cellular Automata[M]. Singapore: World Scientific, 1986.
- [4] Wolfram S. Cellular Automata and Complexity[M]. Reading MA: Addison-Wesley, 1994.
- [5] Chopard B, Droz M. 物理系统的元胞自动机模拟[M]. 祝玉学, 赵学龙, 等译. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [6] 应尚军, 魏一鸣, 蔡嗣经. 元胞自动机及其在经济学中的应用[J]. 中国管理科学, 2000, 8: 272 - 278.
- [7] 余亮, 陈荣, 何宜柱. 元胞自动机与经济学应用[J]. 系统工程, 2003, 21(1): 90 - 93.
- [8] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic[J]. J Phys I, 1992, 2: 221 - 229.
- [9] Wang L, Wang B H, Hu B B. Cellular automaton traffic flow model between the Fukui-Ishibashi and Nagel-Schreckenberg models[J]. Phys Rev E, 2001, 63: 056117.
- [10] Wang W X, Wang B H, Zheng W C, et al. Advanced information feedback in intelligent traffic systems[J]. Phys Rev E,

2005, 72 :066702.

- [11] 宋卫国, 范维澄, 汪秉宏. 中国森林火灾的自组织临界性[J]. 科学通报, 2001, 6 :1 841 – 1 845.
- [12] 韩筱璞, 周涛, 汪秉宏. 基于元胞自动机的国家演化模型研究[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2004, 1(4):74 – 78.
- [13] Oda S H, Iyori K, Ken M, et al. The application of cellular automata to the Consumer 's theory :simulating a duopolistic market [A]. Lecture Notes in Computer Science[C]. 1999, 1585 :454 – 461.
- [14] Stauffer D, Weisbuch G. A market of inhomogeneous threshold cellular automata[J]. Int J Mod Phys B, 2003, 17 :5 495 – 5 501.
- [15] Frels J, Heisler D, Reggia J, et al. A cellular automata model of competition on technology markets with network externalities [A]. Lecture Notes in Computer Science[C]. 2005, 3515 :378 – 385.
- [16] Wei Y M, Ying S J, Fan Y, et al. The cellular automata model of investment behavior in the stock market[J]. Physica A, 2003, 325 :507 – 516.
- [17] 应尚军, 魏一鸣, 范英, 等. 基于元胞自动机的股票市场复杂性研究——投资者心理与市场行为[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 12 :18 – 24.
- [18] Christie W G, Huang R D. Follow the pied piper :do individual returns herd around the market ?[J]. Financial Analyses Journal, 1995, 4 :31 – 37.
- [19] Chang E C, Cheng J W. An examination of herd behavior in equity markets :an international perspective[J]. Journal of Finance and Banking, 2000, 10 :1 651 – 1 679.
- [20] Mantegna R N, Stanley H E. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index[J]. Nature, 1995, 376 :46 – 49.
- [21] Mantegna R N, Stanley H E. An Introduction to Econophysics :Correlation and Complexity in Finance[M]. Cambridge :Cambridge University Press, 1999.
- [22] Zhou P L, Yang C X, Zhou T, et al. Avalanche dynamics of the financial market[J]. New Math Natl Comput, 2005, 1 :275 – 283.
- [23] Zhou T, Zhou P L, Wang B H, et al. Modelling stock market based on genetic cellular automata[J]. Int J Mod Phys B, 2004, 18 :2 697 – 2 702.
- [24] Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning[M]. Berlin :Addison Wesley Publishing, 1989.
- [25] Wang B H, Hui P M. The distribution and scaling of fluctuations for Hang Seng index in Hong Kong stock market[J]. Eur Phys J B, 2001, 20 :573 – 579.
- [26] Yang C X, Zhou T, Zhou P L, et al. Evolvment complexity in an artificial stock market[J]. Chin Phys Lett, 2005, 22 :1 014 – 1 017.
- [27] 杨春霞, 周佩玲, 刘隽, 等. 基于虚拟股市的演化复杂性度量与分析[J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36 :556 – 561.
- [28] Watts D J. Small Worlds[M]. Princeton :Princeton University Press, 1999.
- [29] 周涛, 柏文洁, 汪秉宏, 等. 复杂网络研究概论[J]. 物理, 2005, 34 :31 – 36.
- [30] Kullmann K, Kertész J, Kaski K. Time-dependent cross-correlations between different stock returns, A directed network of influence[J]. Phys Rev E, 2002, 66 :026125.
- [31] Anghel M, Toroczkai Z, Bassler K E, et al. Competition-driven network dynamics :emergence of a scale-free leadership structure and collective efficiency[J]. Phys Rev Lett, 2004, 92 :058701.
- [32] Dragulescu A, Yakovenko V M. Exponential and power-law probability distribution of wealth and income in the United Kingdom and the United States[J]. Physica A, 2001, 299 :213 – 221.
- [33] Xie Y B, Wang B H, Hu B, et al. Power law distribution of wealth in population based on a modified Equiluz-Zimmermann model[J]. Phys Rev E, 2005, 71 :046135.
- [34] Zhou T, Wang B H, Zhou P L, et al. Self-organized Boolean game on networks[J]. Phys Rev E, 2005, 72 :046139.