

# 基于层次分析的综合评价方法

杜春成

(长春工业大学 工程训练中心, 吉林 长春 130012)

**摘 要:** 将三角调查表引入到层次分析法中,通过实例验证了其在提高判断矩阵一致性的作用,利用经典数学中“最小方差”理论,根据不同专家评估的实际权重与最优权重(采用平均值)的差异水平,确定不同专家的相对评估水平权重,以避免评判专家的个体主观差异对评判结果带来较大的影响。该综合评价方法在实际应用中验证了其可操作性和方便性。

**关键词:** 层次分析; 综合评价; 权重

**中图分类号:** F253      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1674-1374(2009)05-0596-05

## Study on the method of comprehensive evaluation based on AHP method

DU Chun-cheng

(Engineering Training Center, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

**Abstract:** Triangle questionnaire is introduced to AHP to prove its effect on improving the judge-matrix consistency. With Minimum Variance theory, according to the differences between the practical and optimal weight of the experts, the relative evaluation weights of the experts are determined so that the subjective factors are avoid in large degree. The feasibility and convenience of the method is verified in the practice

**Key words:** AHP (The Analytic Hierarehy Proeess); comprehensive evaluation; weight.

### 0 引 言

层次分析法(The Analytic Hierarehy Proeess, AHP)是美国著名运筹学家 Saaty T. L.<sup>[1]</sup>于上世纪70年代提出的一种定性定量相结合的决策方法,在社会、政治、经济、军事、管理等各个领域得到了极为广泛的应用。层次分析法适用于多指标、多层次、多方案的系统综合评价和决策,尤

其是对于兼有定性因素和定量因素的系统问题,能较简单地进行综合评价和最佳方案决策。首先将整个系统划分为目标、准则和方案3个层次,然后对方案进行相互比较,运用矩阵形式判断,做出相应评价,最后进行综合评价,排出各方案的优劣次序<sup>[2]</sup>。目前,国内外关于AHP方法的研究主要集中在如下几方面<sup>[3-8]</sup>:传统的AHP法完善;扩展AHP的研究,包括模糊层次分析法和网络

收稿日期: 2009-04-05

作者简介: 杜春成(1968—),男,汉族,吉林长岭人,长春工业大学副研究员,硕士,主要从事采购管理方向研究, E-mail: ducc1968@126.com.

层次分析法；AHP 与其它预测决策方法结合，如与对策论、最优化理论、效用理论等之间的结合等。

1 综合评价方法建立

文中依据以往研究成果，利用三角形表格调查法保证所构造的指标权重判断矩阵的一致性，同时，采用经典数学中“最小方差”理论，根据不同专家评估的实际权重与最优权重(采用平均值)的差异水平，来确定不同专家的相对评估水平权重，以避免评判专家个体主观差异对评判结果带来较大的影响。具体评价流程如图 1 所示。

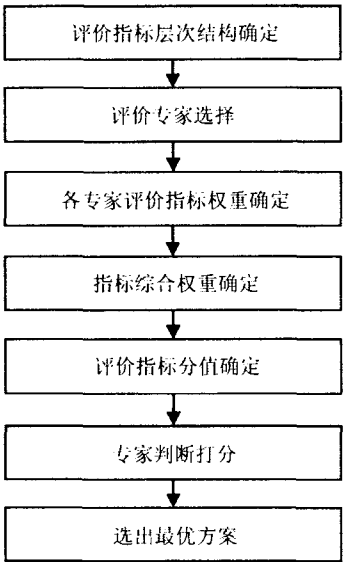


图 1 评价流程图

1.1 评价指标权重确定

层次分析法主要是每个专家对每一层次中各因素相对重要性给出的判断，这些判断通过引入合适的标度用数值表示出来，写成判断矩阵。判断矩阵表示针对上一层次因素，本层次与之有关因素之间相对重要性的比较。假定上一层次的指标  $B_k$  作为准则对下一层指标  $C_1, C_2, \dots, C_n$  有支配关系，我们在准则  $B_k$  下按它们的相对重要性赋予  $C_1, C_2, \dots, C_n$  相应权重。对于  $n$  个元素来说，得到两两比较判断矩阵：

$$C = (c_{ij})_{n \times n}$$

式中： $c_{ij}$  ——因素  $i, j$  相对于上层指标  $B_k$  重要度。

显然矩阵  $C$  具有如下性质：

(1)  $c_{ij} > 0$ 。

(2)  $c_{ij} = \frac{1}{c_{ji}}, i \neq j$ 。  
(3)  $c_{ii} = 1$ 。

把这类矩阵  $C$  称之为正反矩阵。对正反矩阵  $C$ ，若对于任意  $i, j, k$  均有  $C_{ij} \cdot C_{jk} = C_{ik}$ ，此时，称该矩阵为一致矩阵。实际问题求解时，构造的判断矩阵并不一定具有一致性，常常需要进行一致性检验。

根据判断矩阵，先计算判断矩阵的最大特征值  $\lambda_{\max}$  及其对应的特征向量，然后，利用  $\lambda_{\max}$  进行一致性检验，检验合格后将对应特征向量归一化处理，即得准则  $B_k$  下  $C_1, C_2, \dots, C_n$  相对  $B_k$  的权重。

在检验判断矩阵  $C$  一致性时，引入一致性指标 CI：

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \tag{1}$$

当完全一致时， $\lambda_{\max} = n, CI = 0$ ；CI 值越大，判断矩阵的一致性越差。一般只要  $CI \leq 0.1$ ，就可以判断矩阵的一致性可以接受，否则，重新进行两两比较判断<sup>[9-10]</sup>。

为了提高判断矩阵的一致性，文中引入了新型调查表——三角形调查表来构造判断矩阵，见表 1。

具体步骤如下：

(1) 基于评价基准，将评价因素按重要性的程度进行排列；

(2) 由于每一比较判断栏中左边的因素比右边的因素重要，则只需将其判断的重要程度由右上角的“重要性程度对应表”中找出相应的数字记号填入中间的判断栏即可(2, 4, 6, 8 分别对应表中各程度的中间值)；

(3) 总体判断由左向右逐列进行，且在判断中始终保持右边判断栏中的重要程度(数字记号)应比由“>”线连接的左边任何一个判断栏中的重要程度(数字记号)都“大”这一逻辑关系。

此调查表可使逻辑判断变得容易和清晰，并可避免和改善判断过程中因各评价因素间的逻辑关系复杂而造成的判断不准确、判断的一致性不高，以及由此引起的评价精度下降等问题。通过实际验证可知，采用三角形调查表法获得的判断矩阵一致性较高，因此，可利用判断矩阵直接求得指标的相对权重。



供应商进行评价：产品竞争力  $B_1$ 、合作能力  $B_2$ 、企业发展能力  $B_3$ 、企业竞争力  $B_4$ 、企业绿色度  $B_5$ 。令评价最终目标  $A$  为供应商综合能力最优。

2.1 评价指标权重确定

文中以 5 位评判专家中的一位的评价过程为例进行分析。

(1)确定指标  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  现对目标  $A$  重要程度排序为： $B_1 > B_1 > B_2 > B_3 > B_5$ ；

(2)构建判断栏如图 2 所示。

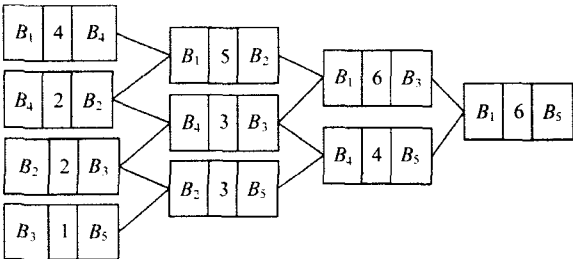


图 2 判断栏

(3)构建判断矩阵  $C^{(A)}$ ，见表 2。

表 2 判断矩阵					
$C^{(A)}$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$B_1$	1	5	6	4	6
$B_2$	$\frac{1}{5}$	1	2	$\frac{1}{2}$	3
$B_3$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{3}$	1
$B_4$	$\frac{1}{4}$	2	3	1	4
$B_5$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{4}$	1

(4)求  $C^{(A)}$  最大特征值  $\lambda_{\max}^{(A)}$ ，检验判断矩阵一致性。

利用 Matlab 直接求得  $C^{(A)}$  的最大实特征值  $\lambda_{\max}^{(A)}=5.132\ 2$ 。

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{5.132\ 2 - 5}{5 - 1} = 0.03 < 0.1$$

因此，通过一致性检验。 $\lambda_{\max}^{(A)}$  对应的特征向量为：  
(0.902 7, 0.214 3, 0.114 4, 0.340 1, 0.102 0)

$$\lambda = (0.108\ 119, 0.410\ 053, 0.119\ 330, 0.130\ 397, 0.232\ 102)$$

依据式(8)求得指标综合权重向量为：

$$v = \lambda B = (0.108\ 119, 0.410\ 053, 0.119\ 330, 0.130\ 397, 0.232\ 102) * B =$$
  
(0.461 9, 0.142 4, 0.095 5, 0.200 7, 0.086 5)

(5)求指标  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  对目标  $A$  的权重向量。

将上面特征向量归一化可得：

$$A = (\omega_{B1}, \omega_{B2}, \omega_{B3}, \omega_{B4}, \omega_{B5}) =$$
  
(0.53, 0.13, 0.07, 0.20, 0.06)

2.2 指标综合权重确定

5 位专家提供的指标  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  对目标  $A$  的权重向量  $B$  见表 3。

表 3 权重表 B

专家	$\omega_{B1}$	$\omega_{B2}$	$\omega_{B3}$	$\omega_{B4}$	$\omega_{B5}$
1	0.53	0.13	0.07	0.2	0.06
2	0.47	0.14	0.09	0.21	0.09
3	0.45	0.15	0.08	0.13	0.09
4	0.43	0.14	0.14	0.22	0.07
5	0.44	0.15	0.10	0.21	0.10

求平均权重向量为：

$$\bar{w} = (\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \cdots, \bar{\omega}_i, \cdots, \bar{\omega}_n) =$$
  
(0.164, 0.142, 0.096, 0.194, 0.082)

利用式(3)求得方差：

$$D = 0.015\ 9$$

利用式(4)求得：

$$c_1 = 0.598\ 155$$
  
$$c_2 = 0.157\ 716$$
  
$$c_3 = 0.541\ 958$$
  
$$c_4 = 0.495\ 964$$
  
$$c_5 = 0.278\ 636$$

利用式(5)求得：

$$d_1 = 1.671\ 809$$
  
$$d_2 = 1.671\ 809$$
  
$$d_3 = 1.845\ 161$$
  
$$d_4 = 2.016\ 277$$
  
$$d_5 = 3.588\ 908$$

利用式(6)和式(7)求得：

2.3 专家评分

根据上述综合权重向量  $V$ ,并令指标  $B_5$  的分值为 10,建立分值体系见表 4。

表 4 分值表

指标	分值
$B_1$	53
$B_2$	16
$B_3$	11
$B_4$	23
$B_5$	10
合计	113

5 位专家根据 A,B 两公司的具体情况分别按照上述指标进行打分,得分情况见表 5。

表 5 A,B 公司得分表

公司	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	合计
A	46	10	9	19	7	91
B	40	11	9	15	5	80

从表中可以看出,A 公司优于 B 公司。

3 结 语

采用文中的评价方法,可以较为容易获得评价指标的相对权重,利用该权重赋予相应指标的分值,并以此为基准进行评判打分,可以较为容易避免评价指标的定性与定量之分带来的麻烦,并使评价结果清晰明了。

上述实例分析证明了文中采用的评价方法的可行性和方便性。

参考文献:

[1] Saaty T. L. The analytic hierarchy process: planning, priority setting, resource allocation [M]. McGraw-Hill: [s. n. ],1980.

[2] 李 嘉,张 翔. AHP 和模糊评价法相结合的公路网规划方案评价研究[J]. 中南公路工程,2006(4): 51-53.

[3] Millet Ido, Schoner, Bertram. Incorporating negative values into the analytic hierarchy process[J]. Computers and Operations Research,2005,32(12): 3163-3173.

[4] T. L. Saaty, Ozdemir. M. Negative priorities in the analytic hierarchy [J]. Proeess Mathematical and Computer Modelling, 2003, 37 (9-10): 1063-1075.

[5] Stam Antonie, Duarte Silva, A. Pedro. On multiplicative priority rating methods for the AHP[J]. European Journal of Operational Research,2003,145 (1):92-108.

[6] Liu Duen-Ren, Shi H. ,Ya-Yueh. Integrating AHP and data mining of product recommendation based on customer lifetime value[J]. Inofrmation & Man-gaement,2005,42(3):387-400.

[7] Yu Chian-Son. AGP-AHP method for solving group decision-making fuzzy AHP porblems[J]. Comput-ers and Operations Research, 2002, 29 (14): 1969-2001.

[8] 张 崎,西村昂. 提高层次分析法评价精度的几种方法[J]. 系统工程理论与实践,1997(11):29-30.

[9] 雋志才. 运输技术经济学[M]. 北京:人民交通出版社,2003.

[10] 郭亚军. 综合评价原理与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2002.