Value at Risk, Projet 2

Ecrit par
Sami Azzoug

27 décembre 2021

Table des matières

1 Introduction

Lors de notre dernière étude nous avons passé tout notre temps à nous concentrer sur l'étude de l'action Shiseido afin de déceler la présence de racine unitaire et donc de savoir si il serait possible d'effectuer des prévisions sur cette dernière.

Nous en avions conclu que l'action ne possédait pas d'effet janvier, il y avait bien cependant la présence d'effet ARCH, d'effet week-end ainsi que d'effet de levier.

Notre meilleure modèle était un ARMA(0,11). Cependant, afin d'estimer les equations de la moyenne conditionnelle et de la variance conditionnelle nous utiliserons des valeurs par défaut.
Nous allons donc employer, un ARMA(1,1) pour l'équation de la moyenne conditionnelle et un GARCH (1,1) pour l'équation de la variance conditionnelle.

Notre but sera ici d'estimer la VaR de notre série rte, nous prenons ici un ensemble d'estimation de 6 années ainsi que d'effectuer un backtesting sur la série rtt.

2 Distribution des aléas

Avant toute chose, nous devons commencer par l'étude de la distribution des aléas par un QQplot en supposant la normalité afin de savoir si la queue de distribution est plus épaisse qu'une loi normale. Cela nous permet d'avoir une première idée de la lourdeur des queues de distribution.

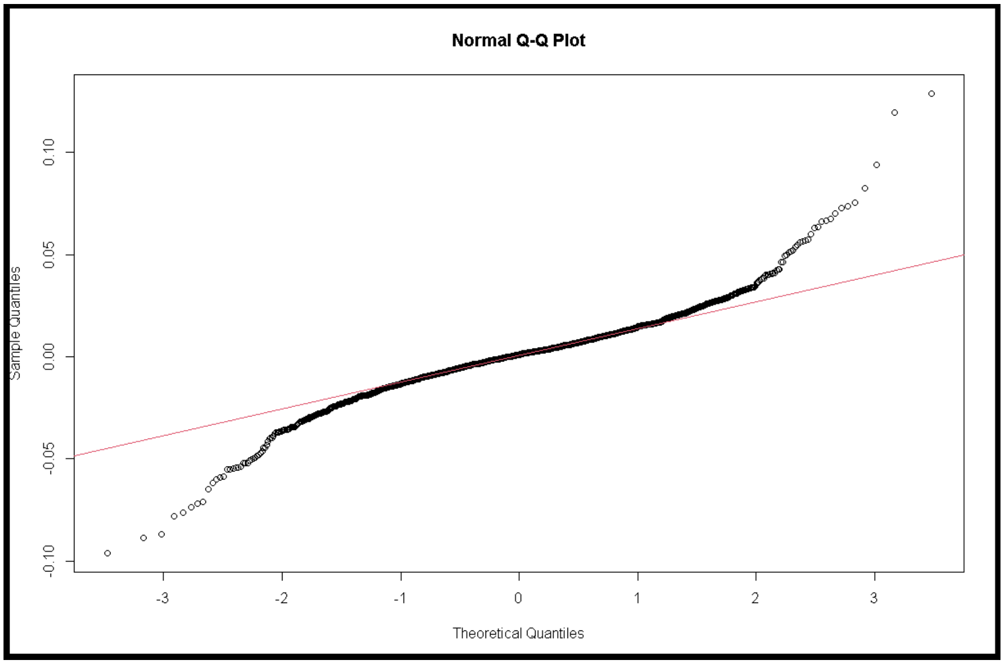

Figure 1 – QQplot de l'action Shiseido.

Nous y observons que les queues de distribution sont plus épaisse qu'une loi normale et que pour des valeurs fortement positives l'écart est plus grand.

En effet, la queue droite (celle des valeurs positives) est plus lourde que celle de gauche car la distance entre la courbe et la droite est plus importante pour les valeurs fortement positive de rte que pour les valeurs fortement négatives de rte.

2.1 Estimation d'une distribution normale

```
Gaussian Distribution:

Parameters:
          mu          sigma
0.0006427229 0.0178271525

Call:
fit.gaussuv(data = rte)

Optimization information:
log-Likelihood:                5128.013
AIC:                           -10252.03
Fitted parameters:             mu, sigma;   (Number: 2)
Number of iterations:          0
Converged:                     TRUE
```

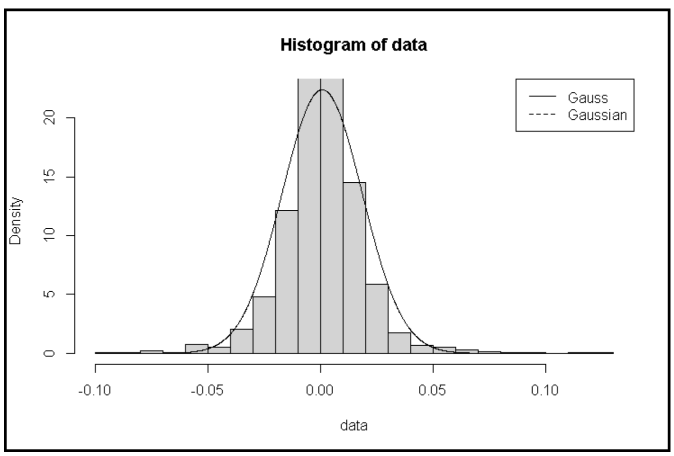

FIGURE 2 – Distribution normale.

2.2 Estimation student asymétrique

```
Asymmetric Student-t Distribution:

Parameters:
          nu            mu         sigma          gamma
 3.2177371398  0.0011000720  0.0188511139  -0.0004827078

Call:
fit.tuv(data = rte)

Optimization information:
log-Likelihood:              5324.654
AIC:                         -10641.31
Fitted parameters:           lambda, mu, sigma, gamma;  (Number: 4)
Number of iterations:        175
Converged:                   TRUE
```

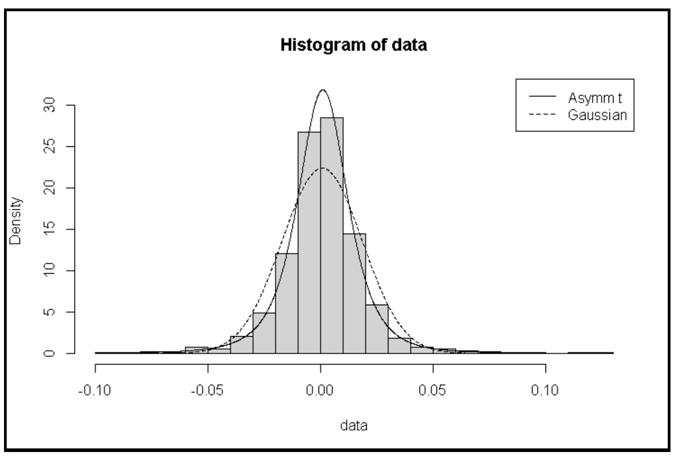

FIGURE 3 – Distribution student asymétrique .

2.3 Estimation student symétrique

```
Symmetric Student-t Distribution:

Parameters:
         nu          mu       sigma       gamma
3.214676058 0.000831474 0.018867719 0.000000000

Call:
fit.tuv(data = rte, symmetric = TRUE)

Optimization information:
log-Likelihood:              5324.405
AIC:                         -10642.81
Fitted parameters:           lambda, mu, sigma;  (Number: 3)
Number of iterations:        126
Converged:                   TRUE
```

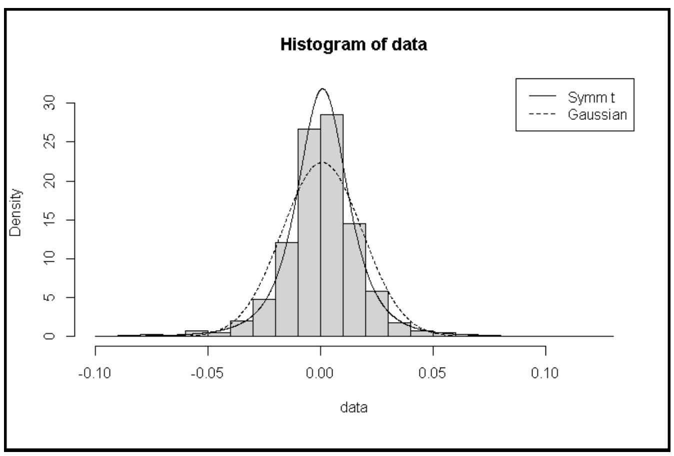

FIGURE 4 – Distribution student symétrique.

2.4 Gaussienne inverse asymétrique

```
Asymmetric Normal Inverse Gaussian Distribution:

Parameters:
     alpha.bar             mu           sigma          gamma
  0.5893066046   0.0012331989   0.0176691757   -0.0005920596

Call:
fit.NIGuv(data = rte, silent = T)

Optimization information:
log-Likelihood:                5325.28
AIC:                           -10642.56
Fitted parameters:             alpha.bar, mu, sigma, gamma;   (Number: 4)
Number of iterations:          165
Converged:                     TRUE
```

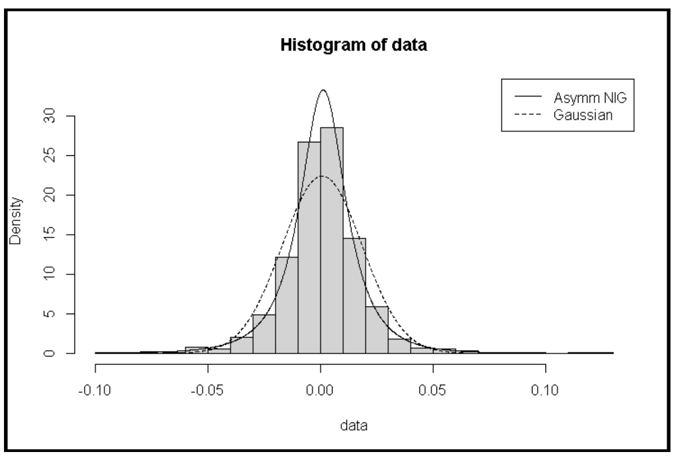

FIGURE 5 – Distribution Gaussienne inverse asymétrique.

2.5 Hyperbolique asymétrique

```
Asymmetric Hyperbolic Distribution:

Parameters:
   alpha.bar            mu          sigma         gamma
 0.2136478580  0.0014616681  0.0172092724  -0.0008178959

Call:
fit.hypuv(data = rte)

Optimization information:
log-Likelihood:             5317.734
AIC:                        -10627.47
Fitted parameters:          alpha.bar, mu, sigma, gamma;  (Number: 4)
Number of iterations:       285
Converged:                  TRUE
```

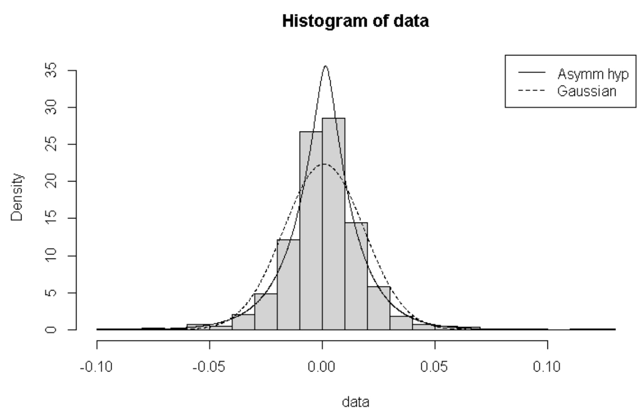

FIGURE 6 – Distribution Hyperbolique asymétrique.

2.6 Hyperbolique généralisé asymétrique

```
Asymmetric Generalized Hyperbolic Distribution:

Parameters:
       lambda      alpha.bar            mu          sigma          gamma
-1.0957982154   0.4528211367   0.0011613886   0.0178742784  -0.0005116885

Call:
fit.ghypuv(data = rte)

Optimization information:
log-Likelihood:                5326.095
AIC:                           -10642.19
Fitted parameters:             lambda, alpha.bar, mu, sigma, gamma;  (Number: 5)
Number of iterations:          502
Converged:                     FALSE
Error code:                    1
Error message:
```

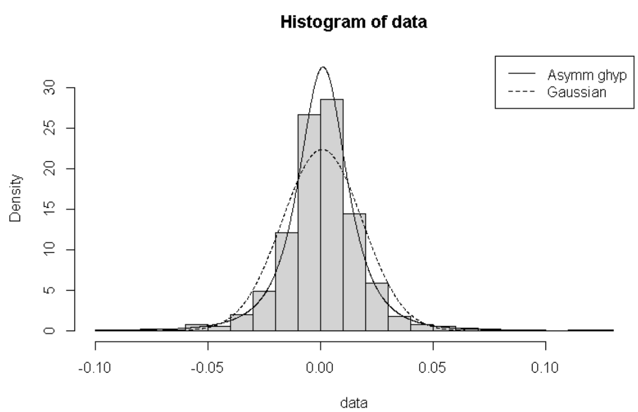

FIGURE 7 – Distribution Hyperbolique généralisé asymétrique.

2.7 Estimateur par noyau de la densité des rendements et distributions estimées

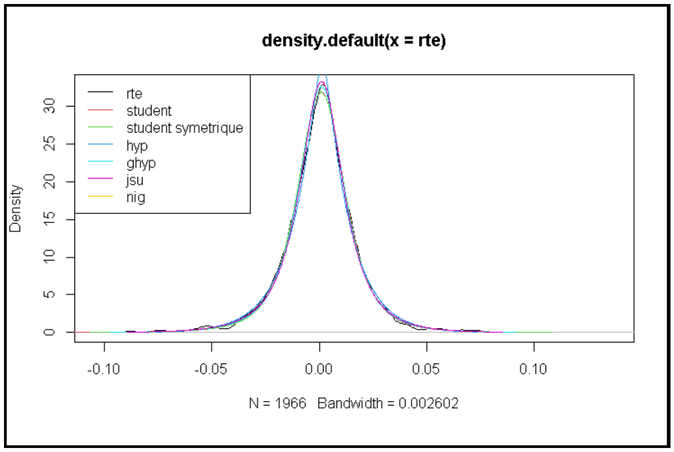

FIGURE 8 – Estimateur par noyau de la densité des rendements et distributions estimées.

Nous pouvons donc y observer grâce à la figure 8 que la distribution nig est la meilleure.

Nous y voyons cependant un AIC légèrement plus faible pour la distribution student symétrique .[1]

De plus, nous savons que la ditribution nig prend bien en compte l'asymétrie présente dans les données lorsque les queues de distribution sont plus épaisses qu'une loi normale mais pas de façon trop importante, ce qui est donc notre cas.

Nous partirons donc sur une distribution nig pour la suite de nos tests.

1. Des modèles seront testés avec la distribution nig car plus performant pour le calcul de la VaR que nous verrons plus tard.

2.8 Distribution hyperbolique généralisée t asymétrique

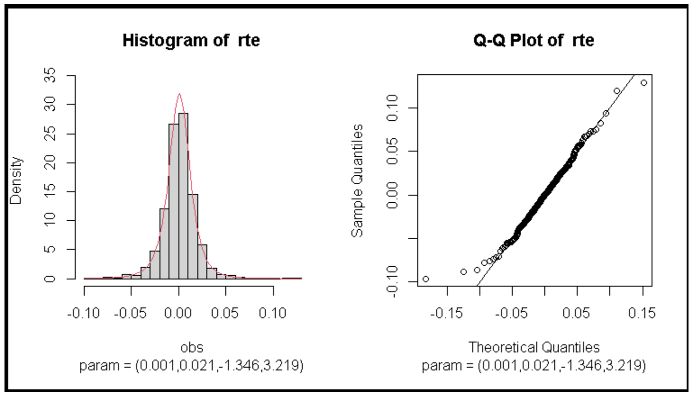

FIGURE 9 – Distribution hyperbolique.

Nous y voyons ici également que la distribution ghst se rapproche bien de la série rte [2].

2. nous utiliserons cette distribution sur quelques modèles

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000265    0.000363   0.73013 0.465309
ar1    -0.895107    0.108325  -8.26317 0.000000
ma1     0.906487    0.102056   8.88225 0.000000
omega   0.000003    0.000002   1.61290 0.106765
alpha1  0.019270    0.006623   2.90939 0.003621
beta1   0.961207    0.003975 241.82535 0.000000
gamma1  0.023385    0.012784   1.82930 0.067355
skew   -0.094553    0.045528  -2.07681 0.037819
shape   0.781336    0.122739   6.36585 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000265    0.000377   0.70305 0.482027
ar1    -0.895107    0.083253 -10.75159 0.000000
ma1     0.906487    0.079052  11.46703 0.000000
omega   0.000003    0.000004   0.58438 0.558967
alpha1  0.019270    0.008368   2.30293 0.021283
beta1   0.961207    0.006728 142.85911 0.000000
gamma1  0.023385    0.017130   1.36512 0.172216
skew   -0.094553    0.048243  -1.95994 0.050003
shape   0.781336    0.210475   3.71225 0.000205

LogLikelihood : 5381.212

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4651
Bayes        -5.4396
Shibata      -5.4652
Hannan-Quinn -5.4557
```

```
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                         statistic p-value
Lag[1]                    0.008025  0.9286
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.221240  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.647669  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                         statistic p-value
Lag[1]                       5.087 0.02411
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      5.448 0.12094
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      5.713 0.33251
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4214 0.500 2.000  0.5163
ARCH Lag[5]    0.6391 1.440 1.667  0.8419
ARCH Lag[7]    0.7165 2.315 1.543  0.9548

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  73.5872
Individual Statistics:
mu     0.44496
ar1    0.06309
ma1    0.06925
omega  7.79973
alpha1 0.29543
beta1  0.32316
gamma1 0.31736
skew   0.12026
shape  0.36371

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:         2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:    0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
```

3 Choix de modèles

Lorsque nous réalisons un test de la famille ARCH/GARCH plusieurs résultats s'affichent et il convient de comprendre à quoi ils correspondent.

— Dans l'onglet **Robust Standar Errors** nous pouvons tout d'abord regarder 2 coefficients (pour modèle GJR-GARCH) qui sont :

  γ (gamma1)
  α (alpha1)

  Ces deux coefficients là se doivent d'être significatif ainsi que positif pour **gamma1** et négatif pour **alpha1** afin de prendre en compte l'effet signe et l'effet taille.
  Si ce n'est pas le cas alors notre modèle choisit n'aura pas pu modéliser l'effet de levier que nous avions détecter dans les rendements logarithmique lors de notre précédente étude.

  Il y également le coefficient **(skew)** à vérifier, ce dernier se doit d'être significatif afin de pouvoir prendre en compte l'asymétrie de notre série rte.
  H_0 : Prise en compte de l'asymétrie dans les données.

  Nous devons aussi être attentif au coefficient **(shape)** qui lui permet de savoir si le modèle prend en compte le fait que les queues de distribution de notre série rte sont plus épaisses qu'une loi normale.
  H_0 : Prise en compte des queues de distribution plus épaisse qu'une loi normale.**(1)**

— Dans l'onglet **Information Criteria** nous avons à notre disposition 4 critères d'information, ces critères nous permettront, lorsque des modèles se concurrence entre eux car ils passent tous les tests, de savoir lequel nous privilégierons. Nous nous emploieront à utiliser le critère BIC car il est plus parcimonieux et plus consistant.**(2)**

  Afin de rappeler son principe de fonctionnement nous pouvons dire que BIC cherche à minimiser le logarithme de la variance des résidus en tenant compte d'une pénalité additive basée sur la taille du modèle. [3]

— La partie **Weigthed Ljung-Box Test** nous permet de savoir si nos aléas sont autocorrélés ou non, pour ce faire nous regarderons les p-value associées, si les p-values sont supérieures à 0.05 alors nous acceptons l'hypothèse H_0.**(3)**
  Si nous acceptons H_0 alors nous pouvons conclure que notre modèle ARMA(1,1) à réussi à prendre en compte toute l'autocorrelation.
  H_0 : Absence d'autcorrelation dans les aléas.

3. Voici son calcul :

$$SBIC = log\hat{\sigma}^2_T(k) + \frac{logT}{T}k$$

— **Weighted ARCH LM Tests** nous permet de savoir si nos aléas sont conditionnellement homoscédastique en regardant les p-values avec H_0 : Absence de cluster de volatilité.
Nous pouvons donc savoir si notre modèle GARCH(1,1) prend en compte les clusters de volatilité.**(4)**

— **Nyblom stability test** sert à mesurer la stabilité dans le temps de notre modèle.
Afin d'interpreter ce test nous nous devons tout d'abord de regarder la valeur de la $|statistiquecalcule|$ et regarder si elle est supérieur au critère d'information (Joint Statistique) à 5%, si c'est le cas nous rejetons :

H_0 : Tous les coefficients sont stables dans le temps.

Cela voudrait alors dire que nous avons au moins un coefficient qui n'est pas stable, afin de savoir lequel il conviendra de regarder la valeur de sa statistique et de la comparer avec celle du critère d'information à 5% individuelle (Individual Statistique).**(5)**

— **Sign Bias Test** permet de prendre en compte l'impact de l'effet de levier.
Ce test fait par Engle et Ng (1993) est basé sur cette équation :

$$\tilde{v}_t^2 = c_0 + c_1 I_{\tilde{v}_{t-1<0}} + c_2 I_{\tilde{v}_{t-1<0}} \tilde{v}_{t-1} + c_3 I_{\tilde{v}_{t-1\geq 0}} \tilde{v}_{t-1} + \mu_t$$

Où I est une fonction indicatrice qui vaut 1 si la condition entre les accolades est vérifiée.
Sous R, nous devons regarder la p-value de chacun de ces coefficients :

Sign Bias
H_0 : Pas d'effet signe.
H_a : Bonne ou mauvaise nouvelle ont un impact différencié sur la volatilité.

Negative Sign Bias
H_0 : Pas d'effet taille d'un choc négatif.
H_a : Présence d'effet taille, une petite mauvaise nouvelle ou une grande mauvaise nouvelle ont un impact différent sur la volatilité.

Positive Sign Bias
H_0 : Pas d'effet taille d'un choc positif.
H_a : Présence d'effet taille, une petite bonne nouvelle ou une grande bonne nouvelle ont un impact différent sur la volatilité

Joint Effect
H_0 : Pas d'effet et pas d'effet taille.
H_a : Présence soit d'effet taille d'un choc négatif soit d'effet taille d'un choc positif ou présence des deux effets en même temps.

Nous désirons avoir une p-value supérieur à 5% pour chacune de ces variables afin que notre modèle puisse prendre en compte l'effet de levier.**(6)**

- **Adjusted Pearson Goodness of fit test** nous permet de savoir si la distribution que nous avons choisie dans la spécification (distribution.model) est correcte par rapport à la distribution empirique des résidus standardisés. **(7)**

  H_0 : La distribution supposée des aléas est correcte.

3.1 APARCH

Nous allons commencer nos tests par celui de APARCH(1,1). Ce modèle à été introduit par Ding, Granger et Engle (1993), il a comme particularité d'admettre comme cas particulier plusieurs autres processus existants.

On dit que un processus v_t satisfait une représentation APARCH(m,s) si et seulement si :

$$r_t = \mu + v_t$$

avec

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{s} (|v_{t-i}| - \gamma_i v_{t-i})^\delta + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \sigma_{t-i}^\delta$$

δ peut être ajusté à 1 ou 2, cela dépendra du résultat du test.

Nous utilisons la spécification "nig" et nous affichons les résultats du test APARCH(1,1) ci-dessous :

```
> spec7 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                    mean.model=list(armaOrder=c(1,1)), distribution.model="nig")
> fit7= ugarchfit(spec = spec7, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
> show(fit7)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : apARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000331    0.000363   0.91117 0.362207
ar1    -0.891257    0.057362 -15.53729 0.000000
ma1     0.903260    0.053999  16.72726 0.000000
omega   0.000068    0.000172   0.39574 0.692294
alpha1  0.048696    0.015161   3.21182 0.001319
beta1   0.952800    0.011161  85.36865 0.000000
```

```
gamma1   0.200492    0.123883    1.61841  0.105575
delta    1.253207    0.531462    2.35804  0.018372
skew    -0.083636    0.046592   -1.79507  0.072643
shape    0.807909    0.118412    6.82288  0.000000

Robust Standard Errors:
         Estimate  Std. Error    t value  Pr(>|t|)
mu       0.000331    0.000405    0.81738  0.413711
ar1     -0.891257    0.024455  -36.44473  0.000000
ma1      0.903260    0.023707   38.10084  0.000000
omega    0.000068    0.000328    0.20768  0.835482
alpha1   0.048696    0.027495    1.77108  0.076547
beta1    0.952800    0.019163   49.72198  0.000000
gamma1   0.200492    0.148353    1.35146  0.176549
delta    1.253207    1.021251    1.22713  0.219774
skew    -0.083636    0.055295   -1.51253  0.130399
shape    0.807909    0.140737    5.74055  0.000000

LogLikelihood : 5384.081

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4670
Bayes        -5.4386
Shibata      -5.4671
Hannan-Quinn -5.4566

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.01255  0.9108
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.38023  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.87915  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                      5.575 0.01822
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     5.966 0.09160
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     6.254 0.27008
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
```

```
                Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]        0.4224 0.500 2.000   0.5158
ARCH Lag[5]        0.7083 1.440 1.667   0.8209
ARCH Lag[7]        0.7524 2.315 1.543   0.9502

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  2.6808
Individual Statistics:
mu      0.50527
ar1     0.05208
ma1     0.05826
omega   0.36059
alpha1  0.32626
beta1   0.35614
gamma1  0.32880
delta   0.30534
skew    0.09729
shape   0.26821

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value   prob sig
Sign Bias           0.1918 0.8479
Negative Sign Bias  2.3226 0.0203  **
Positive Sign Bias  0.6941 0.4877
Joint Effect        8.0394 0.0452  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     15.67       0.6793
2    30     27.40       0.5503
3    40     38.56       0.4899
4    50     38.93       0.8479


Elapsed time : 10.41995
```

Nous voyons que notre δ est plus proche de 1 que de 2 et il est non significatif car sa p-value est supérieur à 5%, nous allons donc estimer à nouveau le modèle avec un $\delta = 1$.

```
> spec7bis = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
distribution.model="nig",fixed.pars = list(delta=1))
> fit7bis= ugarchfit(spec = spec7bis,data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit7bis)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : apARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000374    0.000355    1.0532 0.292253
ar1    -0.887038    0.034109  -26.0056 0.000000
ma1     0.899386    0.032183   27.9459 0.000000
omega   0.000219    0.000089    2.4554 0.014074
alpha1  0.053681    0.009010    5.9578 0.000000
beta1   0.948917    0.008782  108.0487 0.000000
gamma1  0.210001    0.129708    1.6190 0.105443
delta   1.000000          NA        NA       NA
skew   -0.077322    0.044950   -1.7202 0.085398
shape   0.811110    0.118569    6.8408 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000374    0.000365    1.0244 0.305634
ar1    -0.887038    0.009422  -94.1468 0.000000
ma1     0.899386    0.008536  105.3641 0.000000
omega   0.000219    0.000079    2.7619 0.005747
alpha1  0.053681    0.007722    6.9513 0.000000
beta1   0.948917    0.006675  142.1580 0.000000
gamma1  0.210001    0.132028    1.5906 0.111704
delta   1.000000          NA        NA       NA
skew   -0.077322    0.048006   -1.6107 0.107253
shape   0.811110    0.135223    5.9983 0.000000
```

```
LogLikelihood : 5383.684

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4676
Bayes        -5.4421
Shibata      -5.4677
Hannan-Quinn -5.4582

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.01307  0.9090
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.46388  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.99879  0.9998
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                      5.996 0.01434
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     6.360 0.07393
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     6.653 0.23000
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.3711 0.500 2.000  0.5424
ARCH Lag[5]    0.6667 1.440 1.667  0.8336
ARCH Lag[7]    0.7192 2.315 1.543  0.9545

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  2.0936
Individual Statistics:
mu     0.54039
ar1    0.04843
ma1    0.05394
omega  0.42832
alpha1 0.38231
beta1  0.41646
gamma1 0.27785
```

```
skew    0.09076
shape   0.22384

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value    prob sig
Sign Bias          0.06696 0.94662
Negative Sign Bias 2.39353 0.01678  **
Positive Sign Bias 0.60999 0.54194
Joint Effect       8.05281 0.04493  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     14.45       0.7570
2    30     29.84       0.4221
3    40     41.73       0.3529
4    50     43.00       0.7137


Elapsed time : 4.774263
```

Voici l'ensemble des tests validés par le modèle APARCH(1,1) :

Pearson
Ljung-Box Test
ARCH LM Tests
Nyblom

Voici l'ensemble des tests non validés par le modèle APARCH(1,1) :

Sign Bias Test
Dans Robust Standar Errors, μ pas significatif ainsi que γ et (skew).

Le BIC du modèle APARCH(1,1) est donc de -5.4421.
Nous avons donc tous les éléments qui nous permettent de juger de la qualité du modèle, la suite de l'étude sera de comparer les tests que les autres modèles passent afin de pouvoir en choisir un pour estimer la VaR et procéder au backtesting.

3.2 GJR-GARCH (Glosten Jagannathan Runkle-GARCH (1993)

Le modèle GJR-GARCH se présente de la façon comme suit :

$$r_t = \mu + v_t$$

avec

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} (\alpha_i v_{t-i}^2 + \gamma_i I_{t-i<0} v_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Où ϵ_t sont des bruits blancs et où $I_{t-i} = 1$ si $v_{t-i}<0$ et 0 sinon.

GJR-GARCH introduit une nouvelle variable γ capable de prendre en compte l'effet de levier. Afin que nous puissions avoir un effet de levier il faut que cette dernière soit significative et positive.

Nous présentons donc les résultats du test ci dessous :

```
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                    mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="nig")
> fit6= ugarchfit(spec = spec6,data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit6)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model      : gjrGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution     : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
         Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu       0.000266    0.000363    0.73375 0.463101
ar1     -0.896149    0.111098   -8.06628 0.000000
ma1      0.907476    0.104572    8.67798 0.000000
omega    0.000003    0.000002    1.62243 0.104712
alpha1   0.019269    0.006624    2.90904 0.003625
beta1    0.961203    0.003965  242.39920 0.000000
gamma1   0.023291    0.012784    1.82193 0.068465
```

```
skew     -0.094468     0.045541    -2.07436  0.038046
shape     0.780985     0.122540     6.37333  0.000000

Robust Standard Errors:
          Estimate   Std. Error    t value  Pr(>|t|)
mu        0.000266     0.000377     0.70661  0.479812
ar1      -0.896149     0.088520   -10.12369  0.000000
ma1       0.907476     0.083879    10.81889  0.000000
omega     0.000003     0.000004     0.58977  0.555346
alpha1    0.019269     0.008359     2.30522  0.021155
beta1     0.961203     0.006666   144.19691  0.000000
gamma1    0.023291     0.017119     1.36059  0.173644
skew     -0.094468     0.048255    -1.95769  0.050266
shape     0.780985     0.209188     3.73340  0.000189

LogLikelihood : 5381.212

Information Criteria
------------------------------------

Akaike         -5.4651
Bayes          -5.4396
Shibata        -5.4652
Hannan-Quinn   -5.4557

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                          statistic  p-value
Lag[1]                     0.008265   0.9276
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    0.220904   1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    0.646736   1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                          statistic  p-value
Lag[1]                        5.101  0.02391
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]       5.462  0.12008
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]       5.727  0.33084
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
             Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]     0.4203 0.500 2.000  0.5168
```

```
ARCH Lag[5]     0.6373 1.440 1.667   0.8425
ARCH Lag[7]     0.7154 2.315 1.543   0.9549

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  72.8684
Individual Statistics:
mu      0.44724
ar1     0.06374
ma1     0.07000
omega   7.73279
alpha1  0.29708
beta1   0.32609
gamma1  0.31914
skew    0.11966
shape   0.36344

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value    prob sig
Sign Bias           0.3378 0.73558
Negative Sign Bias  2.3431 0.01923  **
Positive Sign Bias  0.9428 0.34592
Joint Effect        8.7186 0.03328  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     18.90       0.4631
2    30     30.08       0.4098
3    40     37.91       0.5196
4    50     48.14       0.5079


Elapsed time : 3.190576
```

Nous observons donc, au vu des résultats, que le modèle GJR-GARCH ne prend en compte l'effet de levier puisque γ n'est pas significatif. Nous allons alors essayer de fixer α à 0 malgré le fait qu'il soit significatif.

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : gjrGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu      0.000272    0.000368    0.73851 0.460203
ar1    -0.886253    0.107655   -8.23238 0.000000
ma1     0.900191    0.100808    8.92978 0.000000
omega   0.000002    0.000002    1.50570 0.132144
alpha1  0.000000          NA         NA       NA
beta1   0.968915    0.003628  267.10133 0.000000
gamma1  0.047959    0.006972    6.87866 0.000000
skew   -0.092199    0.045802   -2.01300 0.044114
shape   0.751993    0.120646    6.23307 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu      0.000272    0.000373    0.72858 0.466259
ar1    -0.886253    0.091486   -9.68732 0.000000
ma1     0.900191    0.084876   10.60599 0.000000
omega   0.000002    0.000005    0.45848 0.646609
alpha1  0.000000          NA         NA       NA
beta1   0.968915    0.008298  116.76355 0.000000
gamma1  0.047959    0.010986    4.36529 0.000013
skew   -0.092199    0.048484   -1.90165 0.057217
shape   0.751993    0.239569    3.13894 0.001696

LogLikelihood : 5375.838

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4607
```

```
Bayes        -5.4379
Shibata      -5.4607
Hannan-Quinn -5.4523

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.02613  0.8716
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.24797  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.67682  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                      3.988 0.04584
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     4.433 0.20471
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.922 0.44098
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]   0.01214 0.500 2.000  0.9123
ARCH Lag[5]   0.26787 1.440 1.667  0.9487
ARCH Lag[7]   0.66652 2.315 1.543  0.9609

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  96.6254
Individual Statistics:
mu      0.90957
ar1     0.04651
ma1     0.05274
omega  11.58661
beta1   0.95559
gamma1  0.87028
skew    0.14468
shape   0.13465

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:         1.89 2.11 2.59
Individual Statistic:    0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
```

```
                     t-value    prob sig
Sign Bias             0.3531 0.72406
Negative Sign Bias    2.2166 0.02677  **
Positive Sign Bias    1.2639 0.20641
Joint Effect          8.0677 0.04463  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     16.20       0.6441
2    30     24.74       0.6915
3    40     29.12       0.8756
4    50     33.80       0.9518


Elapsed time : 2.859354
```

Nous pouvons observer que désormais γ est significatif il y a donc désormais prise en compte de l'effet de levier.
Cependant, nous devons passer à un autre modèle puisque le test de Sign Bias n'est pas validé. [4]

Également, nous notons que le **BIC du modèle GJR-GARCH est de -5.4379**, ce qui veut dire que le modèle APARCH le sur-performe.

4. Voir annexe pour une réalisation du modèle GJR-GARCH avec la distribution "ghyp" mais qui ne reste pas concluant tout de même.

3.3 EGARCH

Le modèle EGARCH se définit de la façon suivante :

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$ln\sigma_t^2 = \alpha_0 + \frac{1 + \beta_1 L + ... + B_{s-1} L^{s-1}}{1 - \alpha_1 L - ... - \alpha_m L^m} g(\epsilon_{t-1})$$

Le modèle EGARCH présente une forme d'asymétrie qui dépend :
Du signe positif ou négatif de l'innovation θ.
De l'amplitude de ce choc γ.

EGARCH présente aussi l'avantage de ne nécessiter aucune restriction de non négativité sur les paramètres afin de garantir la positivité de la variance conditionnelle.

Sous R, le modèle EGARCH(m,s) s'écrit de la façon suivante :

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$ln\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{s} \alpha_i \frac{|\epsilon_{t-i}| + \gamma_i \epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^{m} \beta_j ln(\sigma_{t-j}^2)$$

L'effet de levier se présente comme étant les γ_i qui se doivent d'être significatifs et négatifs.

Nous présentons les résultats de ce test ci-joint :

```
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                  mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="nig")
> fit5 = ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit5)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model      : eGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
```

```
Distribution      : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000330    0.000302    1.0908 0.275382
ar1    -0.886692    0.033621  -26.3731 0.000000
ma1     0.899053    0.031665   28.3926 0.000000
omega  -0.100713    0.007195  -13.9970 0.000000
alpha1 -0.023975    0.013114   -1.8281 0.067527
beta1   0.987683    0.000882 1119.6768 0.000000
gamma1  0.101619    0.024277    4.1858 0.000028
skew   -0.084727    0.043298   -1.9569 0.050364
shape   0.805579    0.125681    6.4097 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000330    0.000267    1.2352 0.216764
ar1    -0.886692    0.008806 -100.6902 0.000000
ma1     0.899053    0.009031   99.5498 0.000000
omega  -0.100713    0.007279  -13.8370 0.000000
alpha1 -0.023975    0.015964   -1.5019 0.133134
beta1   0.987683    0.000882 1120.2704 0.000000
gamma1  0.101619    0.034833    2.9173 0.003530
skew   -0.084727    0.045068   -1.8800 0.060108
shape   0.805579    0.157983    5.0992 0.000000

LogLikelihood : 5384.719

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4687
Bayes        -5.4431
Shibata      -5.4687
Hannan-Quinn -5.4593

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                   0.007387  0.9315
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.392277  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.909328  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation
```

```
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                          statistic p-value
Lag[1]                        5.492 0.01910
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]       5.914 0.09421
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]       6.212 0.27451
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4557 0.500 2.000  0.4996
ARCH Lag[5]    0.7640 1.440 1.667  0.8040
ARCH Lag[7]    0.8066 2.315 1.543  0.9428

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  2.1766
Individual Statistics:
mu     0.56095
ar1    0.04868
ma1    0.05423
omega  0.48462
alpha1 0.25777
beta1  0.48331
gamma1 0.34517
skew   0.10303
shape  0.39533

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value    prob sig
Sign Bias           0.2106 0.83324
Negative Sign Bias  2.2989 0.02161  **
Positive Sign Bias  0.6835 0.49439
Joint Effect        7.9628 0.04679  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     13.74       0.7989
```

```
2       30       26.51          0.5980
3       40       44.86          0.2394
4       50       37.81          0.8771


Elapsed time : 3.013273
```

Nous observons donc que le modèle EGARCH ne valide pas les tests suivant :

Sign Bias
α n'est pas significatif dans les paramètres, nous allons donc le fixer à 0

Cependant il valide ceux-ci :

Adjusted Pearson
ARCH LM Test
Ljung-Box

Voici donc le modèle affiché avec un $\alpha = 0$

```
> spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="nig",fixed.p
> fit5 = ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit5)

*------------------------------------*
*          GARCH Model Fit           *
*------------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : eGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000402    0.000265    1.5171 0.129245
ar1    -0.886080    0.045072  -19.6592 0.000000
ma1     0.898186    0.042561   21.1037 0.000000
omega  -0.099045    0.008489  -11.6681 0.000000
alpha1  0.000000          NA        NA       NA
beta1   0.987906    0.001064  928.5284 0.000000
gamma1  0.097590    0.032224    3.0285 0.002457
```

```
skew    -0.080740    0.042166   -1.9148 0.055517
shape    0.793821    0.129279    6.1404 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu       0.000402    0.000206    1.9514 0.051009
ar1     -0.886080    0.014432  -61.3986 0.000000
ma1      0.898186    0.013098   68.5747 0.000000
omega   -0.099045    0.013449   -7.3647 0.000000
alpha1   0.000000          NA        NA       NA
beta1    0.987906    0.001753  563.5988 0.000000
gamma1   0.097590    0.062112    1.5712 0.116134
skew    -0.080740    0.043157   -1.8708 0.061367
shape    0.793821    0.179557    4.4210 0.000010

LogLikelihood : 5382.973

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4679
Bayes        -5.4452
Shibata      -5.4680
Hannan-Quinn -5.4596

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.01107  0.9162
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.38189  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.93461  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic  p-value
Lag[1]                      10.61 0.001123
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     10.99 0.005122
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     11.21 0.027280
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4382 0.500 2.000  0.5080
```

```
ARCH Lag[5]     0.6187 1.440 1.667   0.8481
ARCH Lag[7]     0.6552 2.315 1.543   0.9623

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  1.8078
Individual Statistics:
mu     0.40367
ar1    0.04807
ma1    0.05341
omega  0.29824
beta1  0.29314
gamma1 0.30052
skew   0.09296
shape  0.45342

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:         1.89 2.11 2.59
Individual Statistic:    0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value      prob sig
Sign Bias          0.008534 0.993192
Negative Sign Bias 3.027570 0.002497 ***
Positive Sign Bias 0.592447 0.553619
Joint Effect      12.668137 0.005412 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     13.25       0.8257
2    30     28.47       0.4931
3    40     41.49       0.3628
4    50     41.32       0.7739


Elapsed time : 2.764276
```

Son critère BIC est égale à -5.4452.

Nous affichons également la courbe des nouvelles en figure 10 qui nous montre l'impact des nouvelles sur notre série rte.

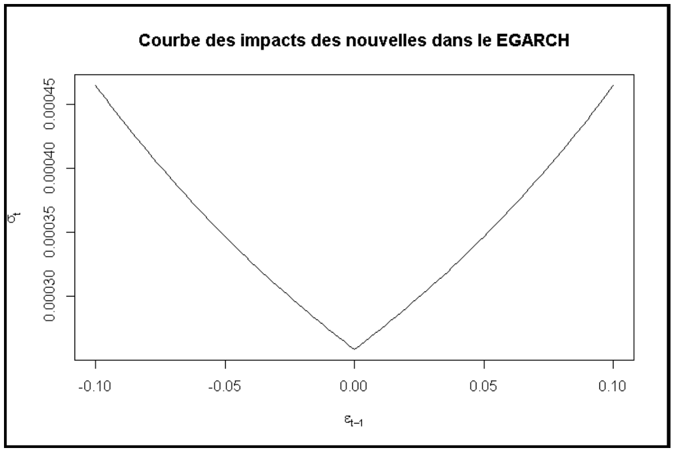

FIGURE 10 – Courbe des nouvelles EGARCH (1,1).

Ici étant donné que ce modèle-ci est meilleur du fait de son BIC que les autres modèles, afin d'enlever le problème du Sign Bias nous allons ajouter un m = 2 [5].

```
> spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(2,1)),
+                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="nig",fixed.p
> fit5 = ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit5)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model      : eGARCH(2,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution     : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
```

5. Nous savons que ce n'est pas adéquat car nous n'aurons pas connaissance du signe des 2 coefficients, cela est à but pédagogique.

```
mu        0.000437    0.000305     1.4300 0.152718
ar1      -0.888787    0.063226   -14.0573 0.000000
ma1       0.901601    0.059030    15.2737 0.000000
omega    -0.067441    0.002049   -32.9084 0.000000
alpha1    0.000000          NA         NA       NA
alpha2    0.000000          NA         NA       NA
beta1     0.991777    0.000362  2737.2763 0.000000
gamma1    0.221986    0.059761     3.7145 0.000204
gamma2   -0.141187    0.052488    -2.6899 0.007147
skew     -0.076712    0.043424    -1.7666 0.077303
shape     0.823821    0.110557     7.4515 0.000000

Robust Standard Errors:
          Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu        0.000437    0.000270     1.6147 0.106383
ar1      -0.888787    0.030025   -29.6013 0.000000
ma1       0.901601    0.026817    33.6199 0.000000
omega    -0.067441    0.004633   -14.5571 0.000000
alpha1    0.000000          NA         NA       NA
alpha2    0.000000          NA         NA       NA
beta1     0.991777    0.000545  1821.1503 0.000000
gamma1    0.221986    0.067226     3.3021 0.000960
gamma2   -0.141187    0.065888    -2.1429 0.032125
skew     -0.076712    0.044656    -1.7178 0.085827
shape     0.823821    0.144846     5.6876 0.000000

LogLikelihood : 5385.671

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4697
Bayes        -5.4441
Shibata      -5.4697
Hannan-Quinn -5.4603

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.01457  0.9039
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.41578  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.90691  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
```

```
                                    statistic  p-value
Lag[1]                                  2.088   0.1484
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][8]                 2.652   0.7489
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][14]                3.580   0.9168
d.o.f=3

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[4]    0.1053 0.500 2.000  0.7455
ARCH Lag[6]    0.4636 1.461 1.711  0.9021
ARCH Lag[8]    0.6165 2.368 1.583  0.9716

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  1.9091
Individual Statistics:
mu     0.43614
ar1    0.05024
ma1    0.05651
omega  0.23273
beta1  0.23082
gamma1 0.28938
gamma2 0.22698
skew   0.07983
shape  0.56623

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:         2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:    0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value   prob sig
Sign Bias          0.40291 0.6871
Negative Sign Bias 1.51839 0.1291
Positive Sign Bias 0.01974 0.9842
Joint Effect       4.99706 0.1720


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     24.89       0.1644
2    30     35.88       0.1770
```

```
3     40      39.82        0.4335
4     50      60.70        0.1219


Elapsed time : 3.812142
```

Nous voyons donc que grâce à cette procédure nous avons enlevé le problème du sign bias, le BIC est désormais meilleur, seule "skew" n'est pas significatif, c'est désormais notre meilleur modèle pour l'instant. [6]

3.4 EGARCH sous STD

Après étude approfondi nous nous sommes rendu compte que la distribution std est la meilleure à choisir.

```
*---------------------------------*
*        GARCH Model Fit          *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : eGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : std

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000689    0.000309    2.2274 0.025922
ar1    -0.885946    0.034745  -25.4982 0.000000
ma1     0.898116    0.032637   27.5182 0.000000
omega  -0.096599    0.005881  -16.4259 0.000000
alpha1  0.000000          NA        NA       NA
beta1   0.988092    0.000703 1405.9453 0.000000
gamma1  0.099858    0.025339    3.9409 0.000081
shape   3.804000    0.357958   10.6269 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000689    0.000316    2.1805 0.029217
ar1    -0.885946    0.008627 -102.6921 0.000000
ma1     0.898116    0.009403   95.5154 0.000000
omega  -0.096599    0.005729  -16.8624 0.000000
alpha1  0.000000          NA        NA       NA
```

6. Voir annexe pour des tests avec la distribution "ghyp".

```
beta1    0.988092     0.000732 1349.5017 0.000000
gamma1   0.099858     0.036706    2.7205 0.006519
shape    3.804000     0.374511   10.1573 0.000000

LogLikelihood : 5383.434

Information Criteria
------------------------------------

Akaike        -5.4694
Bayes         -5.4495
Shibata       -5.4694
Hannan-Quinn  -5.4621

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                   0.007599  0.9305
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.395020  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.950417  0.9998
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic   p-value
Lag[1]                      10.85 0.0009876
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     11.25 0.0043754
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     11.49 0.0236707
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4718 0.500 2.000  0.4922
ARCH Lag[5]    0.6557 1.440 1.667  0.8369
ARCH Lag[7]    0.6970 2.315 1.543  0.9572

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  1.5653
Individual Statistics:
mu     0.44853
ar1    0.05474
ma1    0.06024
omega  0.23797
```

```
beta1   0.22922
gamma1  0.21812
shape   0.22807

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:           1.69 1.9 2.35
Individual Statistic:      0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value     prob sig
Sign Bias           0.0297 0.976313
Negative Sign Bias  3.0165 0.002590 ***
Positive Sign Bias  0.6284 0.529842
Joint Effect       12.5722 0.005659 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     14.63       0.7458
2    30     28.56       0.4883
3    40     31.80       0.7865
4    50     41.48       0.7687


Elapsed time : 0.8048749
```

En effet, tous les coefficients sont significatifs et le BIC est plus performant (-5.4495 contre -5.4452 pour la distribution nig).
C'est donc la meilleure distribution sans équivoque pour le modèle GARCH [7].

Pour la suite des modèles nous en savons testé avec d'autres distribution mais aucune n'est meilleure que celle-ci

7. D'autres distributions ont été choisit (ghyp, jsu, sstd, sged etc... mais aucune ne performe comme la Student Symétrique

3.5 IGARCH

Le modèle IGARCH se présente de la façon comme suit :

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) v_{t-1}^2$$

avec ϵ_t définis comme précédemment et $1 > \beta_1 > 0$.

```
spec4 = ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                       mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="nig")
> fit4 = ugarchfit(spec = spec4, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit4)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : iGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000238    0.000366  0.64948  0.51603
ar1    -0.894799    0.108522 -8.24530  0.00000
ma1     0.905588    0.102647  8.82233  0.00000
omega   0.000001    0.000001  1.26970  0.20419
alpha1  0.031426    0.004244  7.40470  0.00000
beta1   0.968574          NA       NA       NA
skew   -0.104198    0.046733 -2.22967  0.02577
shape   0.695712    0.087263  7.97259  0.00000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000238    0.000371   0.64053 0.521828
ar1    -0.894799    0.075014 -11.92843 0.000000
ma1     0.905588    0.070167  12.90616 0.000000
omega   0.000001    0.000001   0.79010 0.429471
alpha1  0.031426    0.012304   2.55415 0.010645
```

```
beta1    0.968574          NA         NA        NA
skew    -0.104198    0.049612   -2.10026  0.035706
shape    0.695712    0.098330    7.07530  0.000000

LogLikelihood : 5377.198

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4631
Bayes        -5.4432
Shibata      -5.4631
Hannan-Quinn -5.4558

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                   0.004187  0.9484
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.318369  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.840292  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic   p-value
Lag[1]                      12.79 0.0003482
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     13.20 0.0013439
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     13.44 0.0084326
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.5231 0.500 2.000  0.4695
ARCH Lag[5]    0.6748 1.440 1.667  0.8311
ARCH Lag[7]    0.7362 2.315 1.543  0.9523

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  57.4096
Individual Statistics:
mu      0.31077
ar1     0.06445
ma1     0.06946
omega  24.29027
```

```
alpha1   0.08163
skew     0.09645
shape    0.80503

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          1.69 1.9 2.35
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value     prob sig
Sign Bias           0.1174 0.906571
Negative Sign Bias  2.9574 0.003140 ***
Positive Sign Bias  0.7178 0.472979
Joint Effect       12.5321 0.005766 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     21.79       0.2947
2    30     30.88       0.3713
3    40     41.49       0.3628
4    50     53.07       0.3200


Elapsed time : 1.46209
```

Nous voyons ici qu'en ayant augmenté m à deux nous avons toujours le test de sign bias qui ne passe pas, nous devons alors abandonner ce modèle car il n'est pas adéquat.
De plus , son BIC (-5.4432) est moins petit que le modèle EGARCH

3.6 ARCH-M

Le modèle ARCH-M se présente de la façon suivante :

$$r_t = \mu + c\sigma_t^2$$

avec

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 vt_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

où μ et c sont des constantes.
c est appelé le paramètre de prime de risque.
Si c est supérieur à 0 alors le rendement est positivement relié à sa volatilité.

Nous voyons les résultats de ce test ci-dessous :

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : sGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu     -0.002810    0.002147  -1.3088  0.19061
ar1    -0.897588    0.115457  -7.7742  0.00000
ma1     0.908778    0.108821   8.3511  0.00000
archm   0.204478    0.139352   1.4673  0.14228
omega   0.000003    0.000002   1.9149  0.05550
alpha1  0.030197    0.005271   5.7287  0.00000
beta1   0.959621    0.005816 164.9970  0.00000
skew   -0.073581    0.047068  -1.5633  0.11798
shape   0.779422    0.117273   6.6462  0.00000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu     -0.002810    0.003172 -0.88570 0.375777
ar1    -0.897588    0.096199 -9.33049 0.000000
```

```
ma1      0.908778    0.091435    9.93903 0.000000
archm    0.204478    0.204862    0.99812 0.318220
omega    0.000003    0.000004    0.78531 0.432274
alpha1   0.030197    0.006913    4.36848 0.000013
beta1    0.959621    0.009051  106.02256 0.000000
skew    -0.073581    0.053262   -1.38149 0.167129
shape    0.779422    0.170040    4.58377 0.000005

LogLikelihood : 5381.982

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4659
Bayes        -5.4403
Shibata      -5.4659
Hannan-Quinn -5.4565

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.02452  0.8756
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.15265  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.51210  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic  p-value
Lag[1]                      8.660 0.003252
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     9.103 0.015588
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     9.382 0.067756
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.6004 0.500 2.000  0.4384
ARCH Lag[5]    0.7516 1.440 1.667  0.8078
ARCH Lag[7]    0.8512 2.315 1.543  0.9365

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  44.3318
Individual Statistics:
```

```
mu      0.08845
ar1     0.07095
ma1     0.07707
archm   0.07753
omega   4.63833
alpha1  0.24746
beta1   0.24171
skew    0.21551
shape   0.49808

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1  2.32  2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47  0.75

Sign Bias Test
------------------------------------------
                   t-value     prob sig
Sign Bias           0.2487 0.803635
Negative Sign Bias  2.8329 0.004659 ***
Positive Sign Bias  0.9880 0.323274
Joint Effect       11.8348 0.007971 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     14.14       0.7753
2    30     22.94       0.7792
3    40     26.43       0.9377
4    50     38.17       0.8682


Elapsed time : 3.069791
```

Nous observons que comme pour les autres modèles nous avons toujours le test de sign bias qui ne passe pas car nous avons un effet négatif plus présent.
Le test de Nyblom aussi ne passe pas et le BIC est moins grand que pour notre moèle EGARCH, donc pour l'instant EGARCH reste notre meilleur modèle.

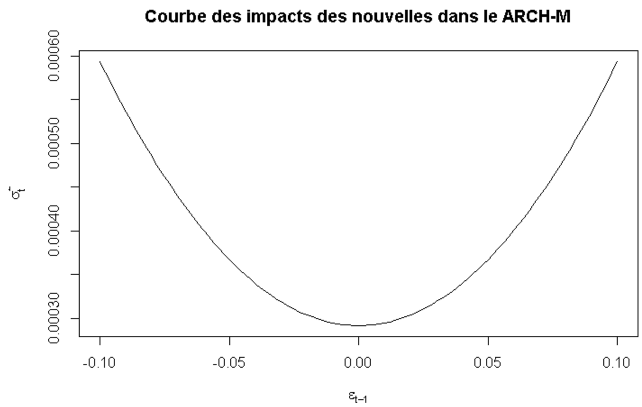

FIGURE 11 – Courbe des nouvelles ARCH-M (1,1).

3.7 GARCH (1,1)

Préalablement à l'utilisation du package ugarchspec() il nous faut nous assurer, pour une loi normale inverse, d'effectuer des tests sur la saisonnalité et de nous assurer, grâce à la courbe NIC (New impact Curve), que l'impact d'une mauvaise nouvelle sur rte est identique à l'impact d'une bonne nouvelle.

3.7.1 Prise en compte de la saisonnalité

```
jour=format(dates, format = "%A")
> mois=format(dates, format = "%B")
> moisrte=mois[1:1966]
> janvier=as.integer(moisrte=="janvier")
> jourrte=jour[1:1966]#comme rte
> lundi=as.integer(jourrte=="lundi")
> spec1bis = ugarchspec(mean.model=list(external.regressors=as.matrix(cbind(lundi,janvi
> fit1bis = ugarchfit(spec = spec1bis, data = rt, out.sample=length(rtt))
> show(fit1bis)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model    : sGARCH(1,1)
Mean Model     : ARFIMA(1,0,1)
```

```
Distribution      : norm

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000889    0.000421  2.11192 0.034694
ar1    -0.864171    0.092761 -9.31610 0.000000
ma1     0.883099    0.085476 10.33156 0.000000
mxreg1 -0.000927    0.000952 -0.97369 0.330208
mxreg2 -0.002228    0.001394 -1.59838 0.109958
omega   0.000019    0.000006  3.35221 0.000802
alpha1  0.082093    0.017208  4.77065 0.000002
beta1   0.857944    0.031576 27.17064 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000889    0.000504   1.7622 0.078032
ar1    -0.864171    0.061658 -14.0156 0.000000
ma1     0.883099    0.056642  15.5908 0.000000
mxreg1 -0.000927    0.000902  -1.0272 0.304315
mxreg2 -0.002228    0.001533  -1.4532 0.146176
omega   0.000019    0.000015   1.2835 0.199307
alpha1  0.082093    0.035736   2.2972 0.021609
beta1   0.857944    0.076429  11.2253 0.000000

LogLikelihood : 5223.926

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.3061
Bayes        -5.2834
Shibata      -5.3062
Hannan-Quinn -5.2978

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.01051  0.9183
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.22303  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.56681  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
```

```
                                 statistic p-value
Lag[1]                              0.9777  0.3228
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]             2.6109  0.4827
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]             3.2298  0.7205
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
             Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]      1.228 0.500 2.000  0.2679
ARCH Lag[5]      1.775 1.440 1.667  0.5230
ARCH Lag[7]      1.887 2.315 1.543  0.7412

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  2.5622
Individual Statistics:
mu     0.53592
ar1    0.08334
ma1    0.08885
mxreg1 0.09379
mxreg2 0.18083
omega  1.19174
alpha1 0.57322
beta1  1.05743

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value   prob sig
Sign Bias           0.9718 0.3313
Negative Sign Bias  1.2542 0.2099
Positive Sign Bias  0.8165 0.4143
Joint Effect        5.1040 0.1643


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     131.8    6.642e-19
2    30     161.3    2.664e-20
3    40     188.3    1.924e-21
4    50     184.3    1.479e-17
```

```
Elapsed time : 1.101082
```

Nous pouvons donc observer que nous avons les coefficients associés à l'effet janvier (mxreg2) et l'effet lundi (mxreg1) ne sont pas significatifs.

3.7.2 New Impact Curve

Ces courbes, développées par Engle et NG en 1991, montrent la relation qu'il existe entre ϵ_{t-1} et la variance conditionnelle en supposant que toute l'information contenue à partir de t-2 et avant(t-3,etc) est constante.

Nous affichons les resultats en figure

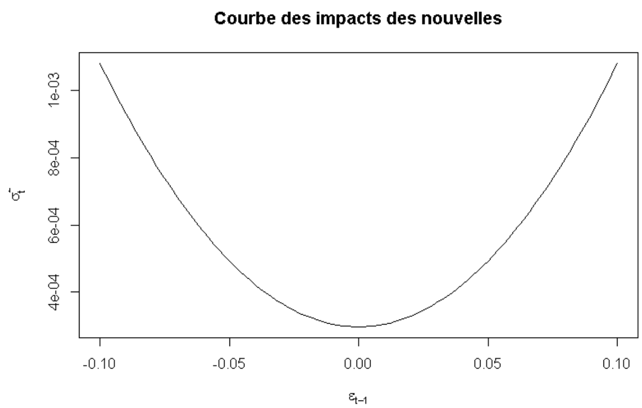

FIGURE 12 – Courbe d'impact des nouvelles pour un modèle GARCH(1,1).

Le modèle GARCH(1,1) se présente de la façon suivante :

$$v_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 v t_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Nous affichons les résultats ci-dessous :

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : sGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : nig
```

```
Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000336    0.000361   0.93126 0.351718
ar1    -0.894864    0.105557  -8.47752 0.000000
ma1     0.906059    0.099579   9.09886 0.000000
omega   0.000003    0.000002   1.82352 0.068224
alpha1  0.029860    0.003850   7.75536 0.000000
beta1   0.961038    0.003797 253.11918 0.000000
skew   -0.088131    0.045428  -1.94002 0.052377
shape   0.775095    0.118634   6.53351 0.000000

Robust Standard Errors:
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000336    0.000371   0.90600 0.364934
ar1    -0.894864    0.077185 -11.59377 0.000000
ma1     0.906059    0.073466  12.33301 0.000000
omega   0.000003    0.000004   0.69609 0.486374
alpha1  0.029860    0.003791   7.87668 0.000000
beta1   0.961038    0.005471 175.67093 0.000000
skew   -0.088131    0.048040  -1.83454 0.066573
shape   0.775095    0.186353   4.15929 0.000032

LogLikelihood : 5379.582

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4645
Bayes        -5.4418
Shibata      -5.4645
Hannan-Quinn -5.4561

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                    0.00399  0.9496
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]   0.18986  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]   0.63941  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic  p-value
Lag[1]                      9.098 0.002558
```

```
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]        9.477  0.012523
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]        9.735  0.057115
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
             Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]     0.5018 0.500 2.000  0.4787
ARCH Lag[5]     0.6487 1.440 1.667  0.8390
ARCH Lag[7]     0.7436 2.315 1.543  0.9513

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  50.5757
Individual Statistics:
mu     0.35721
ar1    0.06753
ma1    0.07380
omega  5.21978
alpha1 0.24896
beta1  0.22683
skew   0.10322
shape  0.50572

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value     prob sig
Sign Bias           0.0793 0.936803
Negative Sign Bias  3.0115 0.002633 ***
Positive Sign Bias  0.8691 0.384918
Joint Effect       12.6918 0.005353 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     17.05       0.5864
2    30     29.41       0.4438
3    40     46.78       0.1834
4    50     43.31       0.7022
```

```
Elapsed time : 2.102178
```

Nous pouvons directement affirmer que le modèle GARCH ne passe pas également le test de sign bias car la p-value est supérieur à 5% pour les effets négatifs, le test de Nyblom ne passe pas aussi. Cependant, hormis skew, tous les coefficients sont significatifs et il possède le meilleur BIC (-5.4418).

4 Conclusion des modèles

Nous pouvons donc affirmer que, après tous les modèles testés, nous prendrons le modèle EGARCH pour l'estimation de la VaR avec la distribution student symétrique car c'est celle qui valide les tests Ljung-box, ARCH LM Tests, Nyblom Pearson, Sign Bias et tous les coefficients sont significatifs hormis le test du Sign Bias et possède un meilleur BIC que la distributino nig.

5 Estimation de la VaR (Value at Risk)

Nous allons donc estimer la VaR avec l'ensemble des tests réalisés. La VaR est définie comme la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné (Manganelli et Engle, 2001).

Voici comment la VaR se présente :

$$VaR_t(q) = -F_{rt}^{-1}(q|\Omega_t)$$

5.1 Méthode paramétrique

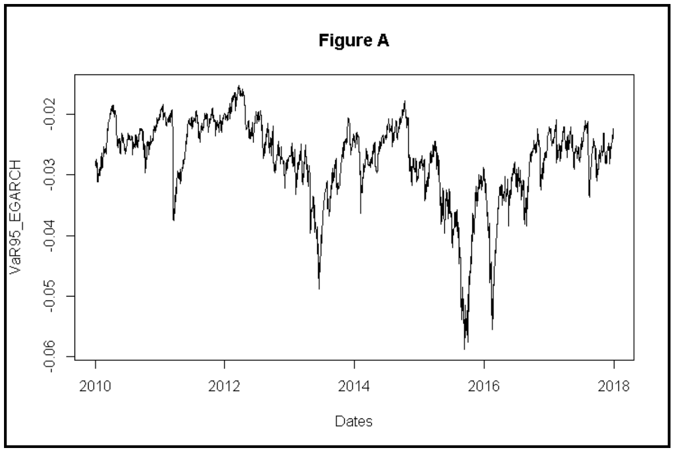

FIGURE 13 – VaR paramétrique

Nous prenons un critère de risque de 5% pour l'estimation de la VaR :

5.2 VaR normale

```
> VaR(rte, p=.95, method="gaussian")
              [,1]
VaR  -0.02867287
```

5.3 VaR par simulation historique

```
> VaR(rte, p=.95, method="historical")
              [,1]
VaR  -0.02696776
```

5.4 VaR par simulation historique

```
> VaR(rte, p=.95, method="modified")
              [,1]
VaR  -0.02582349
```

6 Backtesting EGARCH avec la distribution nig

Afin de valider un modèle de calcul et/ou de prévision de la VaR il faut réaliser une séparation de l'échantillon en deux sous-échantillons :

Un échantillon d'estimation
Un échantillon de prévision ce qui permet d'obtenir une séquence de prévisions de la VaR et de la comparer aux rendements historiques afin de mettre en oeuvre des tests de validation

6.1 Méthode Backtesting par fenêtre glissante distribution nig

La méthode par fenêtre glissante consiste à estimer un modèle avec les T premières observations puis à faire une prévision pour la date T+1 et à calculer la VaR.
Il faut ensuite ré-estimer les modèles des dates T+2 à T+1 inclus puis à réaliser une prévision pour la date T + 2 et ainsi de suite.

Nous affichons les résultats du backtesting en figure 15 [8].

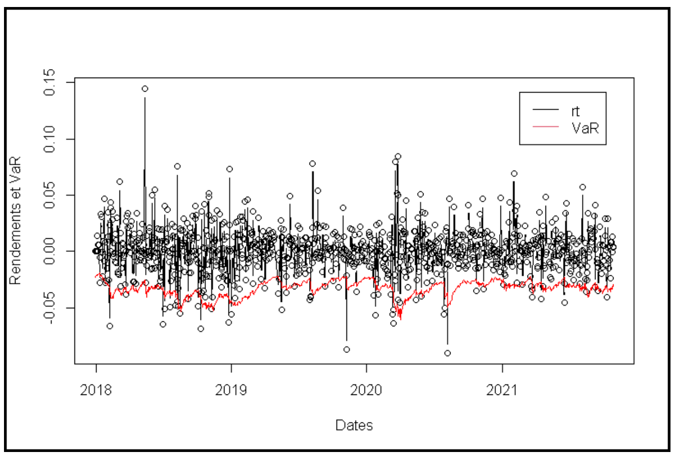

FIGURE 14 – Backtesting de la VaR par méthode de fenêtre glissante avec distribution nig

8. Afin d'éviter des calculs trop long nous avons choisi de prendre une taille de fenêtre glissante de 10 (refit.every=10) qui n'affecte que très marginalement la véracité les résultats.

6.2 Méthode Backtesting par fenêtre glissante distribution std

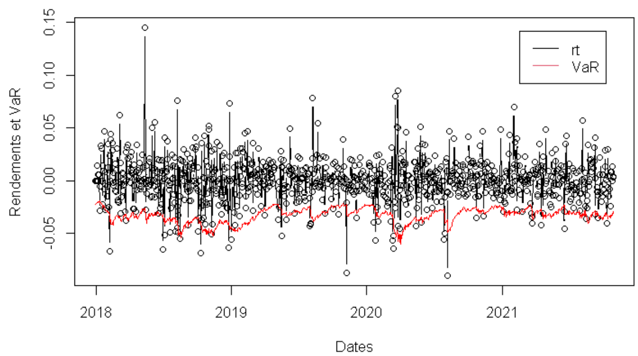

FIGURE 15 – Backtesting de la VaR par méthode de fenêtre glissante avec la distribution std

6.2.1 Violations de la VaR nig

La violation se définit comme étant une situation dans laquelle on observe ex-post une perte plus importante en valeur absolue que la VaR prévue ex-ante.
Formellement il y a une violation de la VaR si et seulement si :

$$r_t \leq VaR_{t+1|t}(q)$$

Pour evaluer cette violation de la VaR nous disposons de 2 tests :

Test LR de Kupiec se définissant comme étant :

$$LR = -2log\frac{q^N(1-q)^{T-N}}{\hat{f}^N(1-\hat{f})^{T-N}}$$

avec N le nombre de violation de la VaR, T le nombre initial d'observations et q est le taux e violation théorique.

Avec H_0 : taux de violation théorique (5%) est égale au taux de violation empirique
Cependant, le test LR de Kupiec ne prend pas en compte les violations potentielles de l'hypothèse d'indépendance des fonctions de Hit.
Il faut pour ce faire regarder le test de Christoffersen.

Test LR de Christoffersen se définissant comme étant un modèle qui corrige le test de Kupiec en testant conjointement la fréquence et l'indépendance des fonctions de Hit.

Ce test est un rapport de vraisemblance (LR) qui est asymptotiquement distribué comme une χ^2 à deux degrés de libertés.

Avec H_0 : taux de violation théorique (5%) est égale au taux de violation empirique

```
report(roll ,type="VaR",VaR.alpha=0.05,conf.level=0.95)
VaR Backtest Report
===========================================
Model:                          eGARCH-nig
Backtest Length:          947
Data:

==========================================
alpha:                          5%
Expected Exceed:          47.4
Actual VaR Exceed:        57
Actual %:                       6%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis:          Correct Exceedances
```

```
LR.uc Statistic:          1.949
LR.uc Critical:           3.841
LR.uc p-value:            0.163
Reject Null:              NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis:          Correct Exceedances and
                                                  Independence of Failures
LR.cc Statistic:          5.287
LR.cc Critical:           5.991
LR.cc p-value:            0.071
Reject Null:              NO
```

En observant les p-values des deux tests LR (Kupiec et Christoffersen) supérieur à 5% nous pouvons donc accepter H_0 et donc affirmer que la VaR est correctement estimée.

Cependant, nous pouvons affirmer, au vu des "Expected Exceed" (47.4) inférieur aux "Actual VaR Exceed" (57), que la VaR est sous-évaluée avec un niveau de confiance de 95%.

6.2.2 Violations de la VaR std

```
VaR Backtest Report
===========================================
Model:                          eGARCH-std
Backtest Length:        947
Data:

==========================================
alpha:                          5%
Expected Exceed:        47.4
Actual VaR Exceed:      62
Actual %:                       6.5%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis:        Correct Exceedances
LR.uc Statistic:        4.366
LR.uc Critical:         3.841
LR.uc p-value:          0.037
Reject Null:            YES

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis:        Correct Exceedances and
                                        Independence of Failures
LR.cc Statistic:        9.702
LR.cc Critical:         5.991
LR.cc p-value:          0.008
Reject Null:            YES
```

Les deux tests LR ne passent pas, c'est la raison pour laquelle nous avons fait aussi la distribution nig. La VaR est donc mal estimée et sous évaluée.

6.3 Méthode Backtesting VaR avec filtre et distribution nig

La méthode de backtesting de la VaR avec filtre nous permet de pouvoir estimer tous les paramètres des modèles GARCH d'un trait sur l'échantillon d'estimation puis de construire la séquence des variances conditionnelles sur l'échantillon de prévision à partir desquelles sont déduites les prévisions de la VaR.

Nous affichons les résultats de cette méthode ci-dessous et en figure17 :

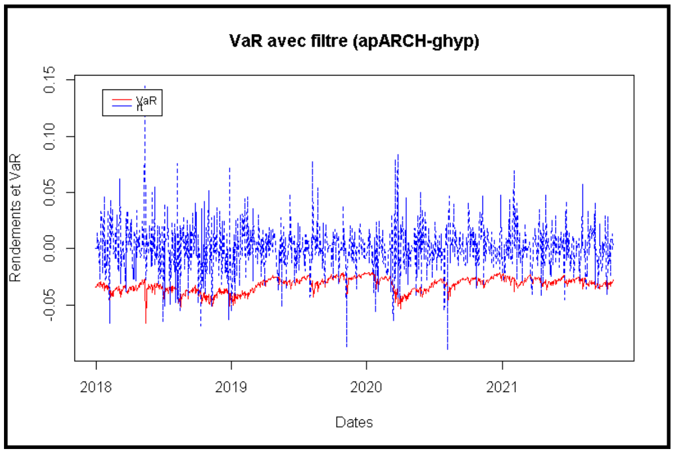

FIGURE 16 – Backtesting de la VaR avec filtre et distribution nig

En prenant notre modèle EGARCH avec m = 2 nous obtenons un bonne estimation de la VaR par filtre car :

Pour le test LR de Kupiec avec H_0 : taux de violation théorique (5%) est égale au taux de violation empirique nous pouvons accepter l'hypothèse nulle et conclure que la VaR est correctement estimé.

Pour le test LR de Christoffersen avec H_0 : taux de violation théorique (5%) est égale au taux de violation empirique nous pouvons accepter l'hypothèse nulle et conclure que la VaR est correctement estimé [9]

9. Les résultats des test pour un modèle EGARCH avec m =1 et une distribution nig ne valident pas le test de Christoffersen, regarder annexes

```
$expected.exceed
[1] 47

$actual.exceed
[1] 57

$uc.H0
[1] "Correct Exceedances"

$uc.LRstat
[1] 1.949109

$uc.critical
[1] 3.841459

$uc.LRp
[1] 0.1626829

$uc.Decision
[1] "Fail to Reject H0"

$cc.H0
[1] "Correct Exceedances & Independent"

$cc.LRstat
[1] 7.173612

$cc.critical
[1] 5.991465

$cc.LRp
[1] 0.02768662

$cc.Decision
[1] "Reject H0"
```

Nous pouvons donc observer qu'avec la méthode de la VaR avec filtre nous ne validons pas le test LR de Christoffersen car la p-value est inférieur à 5% à moins d'y ajouter un m =2 alors qu'avec la méthode des fenêtres glissantes nous validons les deux tests LR de Kupiec et de Christoffersen

6.4 Méthode Backtesting VaR avec filtre et distribution std

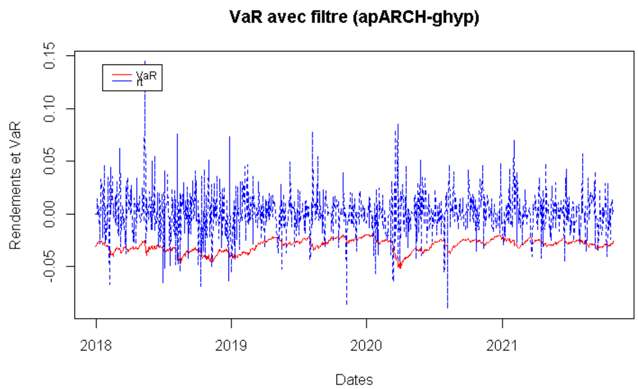

Figure 17 – Backtesting de la VaR avec filtre et distribution std

6.5 Calcul de L'expected Shortfall (ES)

Pour finir, puisque notre VaR est dans un cas de violation car elle est sous-évaluée nous pouvons réaliser un test de ES (Expected Shortfall)

L'ES correspond à la moyenne des pertes extrêmes telle que :

$$ES_q(r) = \frac{1}{q} \int_0 F^{-1}(p)dp$$

où F(.) désigne la focntion de répartition associée à la distribution des pertes et profits, cette mesure de risque est cohérente au sens de Artzner et al.(1997 et 1999).

Cela permet d'avoir une mesure des pertes potentiels dans les pires états financier.

```
$expected.exceed
[1] 47

$actual.exceed
[1] 57

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.0005211625

$p.value
[1] 0.0005465264

$Decision
[1] "Reject H0"
```

Le test ES nous indique que nous pouvons rejeter H_0 donc la moyenne des violations est plus importante que 0, donc notre VaR est mal estimée pour des situations extrêmes du système financier

7 Conclusion

Nous pouvons donc affirmer, au terme de cette étude que notre meilleure distribution est la "std" malgrè le fait que nous avions réalisé beacoup de tests avec la "nig" car nous avions une estimation de la VaR plus correcte qu'avec std. L'écart n'est pas significatif mais les résultats de la distribution std se trouvent dans le code R. [10] car c'était celle qui se rapprochait le plus de notre série.

10. voir annexes pour le résultat des autres distributions

Notre meilleure modèle est un EGARCH car c'était celui qui minimiser le plus notre BIC et qui pouvait passer le plus de test parmi ceux présentés [11].

Lors du backtesting nous pouvons dire que notre VaR est correcte selon la méthode des fenêtres glissantes car elle passe les test LR de Kupiec et de Christoffersen, elle est cependant sous-évaluée. Cependant, avec la méthode VaR avec filtre, les test LR de Christoffersen n'est pas validé.

11. et qui passait tout les tests avec m=2

8 Annexes

GJR-GARCH avec distribution "ghyp"

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model      : gjrGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution     : ghyp

Optimal Parameters
------------------------------------
          Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu        0.000262    0.000369   0.71042 0.477441
ar1      -0.896794    0.118295  -7.58101 0.000000
ma1       0.908037    0.111606   8.13612 0.000000
omega     0.000003    0.000002   1.52894 0.126279
alpha1    0.019736    0.006830   2.88940 0.003860
beta1     0.961393    0.004009 239.78362 0.000000
gamma1    0.024344    0.013063   1.86359 0.062379
skew     -0.221467    0.217053  -1.02033 0.307570
shape     0.412985    0.354889   1.16370 0.244544
ghlambda -1.609878    0.460469  -3.49617 0.000472

Robust Standard Errors:
          Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu        0.000262    0.000383   0.68310 0.494541
ar1      -0.896794    0.098800  -9.07689 0.000000
ma1       0.908037    0.093866   9.67374 0.000000
omega     0.000003    0.000005   0.54652 0.584706
alpha1    0.019736    0.008862   2.22703 0.025945
beta1     0.961393    0.007112 135.18222 0.000000
gamma1    0.024344    0.017869   1.36234 0.173089
skew     -0.221467    0.188972  -1.17195 0.241215
shape     0.412985    0.424189   0.97359 0.330262
ghlambda -1.609878    0.498068  -3.23224 0.001228

LogLikelihood : 5382.965

Information Criteria
------------------------------------
```

```
Akaike        -5.4659
Bayes         -5.4375
Shibata       -5.4659
Hannan-Quinn  -5.4554

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                   0.009499  0.9224
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.229210  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]  0.657176  1.0000
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                      5.060 0.02449
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     5.422 0.12264
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     5.686 0.33591
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4211 0.500 2.000  0.5164
ARCH Lag[5]    0.6404 1.440 1.667  0.8415
ARCH Lag[7]    0.7151 2.315 1.543  0.9550

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  72.9977
Individual Statistics:
mu       0.45252
ar1      0.07201
ma1      0.07804
omega    7.77101
alpha1   0.29771
beta1    0.29250
gamma1   0.30499
skew     0.11460
shape    0.31204
ghlambda 0.15883

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
```

```
Individual Statistic:    0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value    prob sig
Sign Bias           0.3416 0.73269
Negative Sign Bias  2.3245 0.02020  **
Positive Sign Bias  0.9337 0.35058
Joint Effect        8.6059 0.03502  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     16.54       0.6208
2    30     27.18       0.5618
3    40     35.14       0.6466
4    50     48.60       0.4893


Elapsed time : 8.493293
```

GJR-GARCH avec alpha = 0

```
> spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
+                     mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),distribution.model="ghyp",fixed.
> fit6= ugarchfit(spec = spec6,data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
> show(fit6)

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : gjrGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,1)
Distribution    : ghyp

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000245    0.000391  0.62717 0.530549
ar1     0.749014    0.347531  2.15525 0.031142
ma1    -0.736496    0.354730 -2.07621 0.037874
omega   0.000002    0.000002  1.49385 0.135216
```

```
alpha1     0.000000         NA         NA       NA
beta1      0.968403   0.003610  268.27027 0.000000
gamma1     0.050573   0.007958    6.35522 0.000000
skew      -0.194017   0.173678   -1.11711 0.263947
shape      0.441663   0.317051    1.39303 0.163610
ghlambda  -1.520241   0.470648   -3.23010 0.001237

Robust Standard Errors:
           Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu         0.000245   0.000393    0.62327 0.533106
ar1        0.749014   0.266587    2.80964 0.004960
ma1       -0.736496   0.271817   -2.70953 0.006738
omega      0.000002   0.000005    0.47356 0.635812
alpha1     0.000000         NA         NA       NA
beta1      0.968403   0.007824  123.78071 0.000000
gamma1     0.050573   0.013304    3.80140 0.000144
skew      -0.194017   0.146101   -1.32797 0.184188
shape      0.441663   0.389877    1.13283 0.257287
ghlambda  -1.520241   0.539226   -2.81930 0.004813

LogLikelihood : 5376.694

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4605
Bayes        -5.4350
Shibata      -5.4606
Hannan-Quinn -5.4511

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                     0.0303  0.8618
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    0.7999  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    1.7359  0.9930
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                      3.836 0.05016
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     4.160 0.23482
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.668 0.47971
d.o.f=2
```

```
Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
              Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]     0.01365 0.500 2.000  0.9070
ARCH Lag[5]     0.23137 1.440 1.667  0.9579
ARCH Lag[7]     0.67228 2.315 1.543  0.9602

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  92.7664
Individual Statistics:
mu        0.84974
ar1       0.02270
ma1       0.02219
omega    11.28317
beta1     0.87963
gamma1    0.82687
skew      0.18758
shape     0.17354
ghlambda  0.09328

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
------------------------------------
                   t-value    prob sig
Sign Bias            0.415 0.67821
Negative Sign Bias   2.154 0.03135  **
Positive Sign Bias   1.212 0.22559
Joint Effect         7.841 0.04942  **


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     24.36       0.1828
2    30     38.84       0.1047
3    40     42.91       0.3072
4    50     52.11       0.3540


Elapsed time : 7.61165
```

On peut observer que les résultats ne sont pas concluant car dans ce cas-ci le test de Sign Bias ne passe pas.

Ici on test le modèle EGARCH pour une autre distribution afinde voir si le BIC est meilleure.

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model    : eGARCH(1,1)
Mean Model     : ARFIMA(1,0,1)
Distribution   : ghyp

Optimal Parameters
------------------------------------
          Estimate  Std. Error     t value Pr(>|t|)
mu        0.000393    0.000365     1.07722 0.281382
ar1      -0.888560    0.044877   -19.79976 0.000000
ma1       0.900503    0.042395    21.24103 0.000000
omega    -0.093023    0.005416   -17.17555 0.000000
alpha1    0.000000          NA          NA       NA
beta1     0.988590    0.000659  1499.98821 0.000000
gamma1    0.098356    0.022872     4.30018 0.000017
skew     -0.200234    0.229562    -0.87225 0.383075
shape     0.389545    0.383878     1.01476 0.310219
ghlambda -1.661699    0.478121    -3.47547 0.000510

Robust Standard Errors:
          Estimate  Std. Error     t value Pr(>|t|)
mu        0.000393    0.000372     1.05901 0.289597
ar1      -0.888560    0.014346   -61.93993 0.000000
ma1       0.900503    0.013096    68.75931 0.000000
omega    -0.093023    0.004387   -21.20285 0.000000
alpha1    0.000000          NA          NA       NA
beta1     0.988590    0.000582  1698.29380 0.000000
gamma1    0.098356    0.029912     3.28818 0.001008
skew     -0.200234    0.199902    -1.00166 0.316508
shape     0.389545    0.422055     0.92297 0.356022
ghlambda -1.661699    0.530021    -3.13516 0.001718

LogLikelihood : 5384.763

Information Criteria
------------------------------------

Akaike       -5.4687
Bayes        -5.4432
```

```
Shibata        -5.4688
Hannan-Quinn  -5.4593

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                          statistic p-value
Lag[1]                      0.01085  0.9170
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     0.39334  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     0.94947  0.9999
d.o.f=2
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                          statistic   p-value
Lag[1]                        10.87 0.0009789
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]       11.24 0.0044033
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]       11.46 0.0239816
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
------------------------------------
            Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]    0.4329 0.500 2.000  0.5106
ARCH Lag[5]    0.6094 1.440 1.667  0.8509
ARCH Lag[7]    0.6459 2.315 1.543  0.9633

Nyblom stability test
------------------------------------
Joint Statistic:  1.9281
Individual Statistics:
mu       0.41763
ar1      0.05234
ma1      0.05766
omega    0.25981
beta1    0.25294
gamma1   0.23514
skew     0.08148
shape    0.34841
ghlambda 0.24404

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
```

```
                     t-value     prob sig
Sign Bias            0.004329 0.996547
Negative Sign Bias   3.035593 0.002432 ***
Positive Sign Bias   0.584870 0.558702
Joint Effect        12.718821 0.005286 ***


Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
------------------------------------
  group statistic p-value(g-1)
1    20     12.01       0.8854
2    30     30.14       0.4068
3    40     31.64       0.7926
4    50     30.85       0.9802


Elapsed time : 7.470575
```

Nous pouvons observer que ce n'est pas le cas.

Test avec EGARCH m= 1 et distribution = nig

```
> print(VaRTest(0.05, rtt, VaR))
$expected.exceed
[1] 47

$actual.exceed
[1] 57

$uc.H0
[1] "Correct Exceedances"

$uc.LRstat
[1] 1.949109

$uc.critical
[1] 3.841459

$uc.LRp
[1] 0.1626829

$uc.Decision
[1] "Fail to Reject H0"

$cc.H0
[1] "Correct Exceedances & Independent"

$cc.LRstat
[1] 7.173612

$cc.critical
[1] 5.991465

$cc.LRp
[1] 0.02768662

$cc.Decision
[1] "Reject H0"
```