بسم الله الرحمن الرحيم

تصميم الدوائر الرقمية

مجموع الحدود الصغرى
&
مضروب الحدود الكبرى

LOC (6)

1- تحديد مواصفات الدائرة المنطقية

الخطوة الأولى في تصميم أي دائرة منطقية هي تحديد مواصفات تلك الدائرة بدقة. و يتم ذلك بإعطاء:

1- مخطط منطقي (Logic Diagram)

2- جدول صواب (Truth Table)

المخطط المنطقي يوضح متغيرات الدخل و متغيرات الخرج للدائرة، و جدول الصواب يوضح العلاقة التفصيلية ما بين الدخل و الخرج، أي قيم متغيرات الخرج لكل احتمال من احتمالات الدخل، و هذا يتحدد بالطبع من الوظيفة المطلوب أن تؤديها الدائرة. و يتم استخراج هذه المعلومات من نص المسألة.

2- كتابة التعبيرات المنطقية

في هذه الخطوة يتم كتابة تعبير منطقي لكل متغير من متغيرات الخرج، بحيث يعطي التعبير نفس قيم الخرج المطلوبة و الموضحة في جدول الصواب. و يتم كتابة هذه التعبيرات المنطقية من جدول الصواب.

توجد أربعة صور مختلفة للتعبير المنطقي هي:

1. صورة مجموع الحدود الصغرى (Sum of minterms)
2. صوره مضروب الحدود الكبرى (Product of Maxterms)
3. صورة AND-OR-Invert
4. صورة OR-AND-Invert

1-2 صورة مجموع الحدود الصغرى (Sum of minterms)

الحد الأصغر (minterm) هو عبارة عن حد تظهر فيه جميع متغيرات الدخل مربوطة مع بعضها البعض بعمليات AND، و قد يظهر متغير معين في الحد الأصغر معكوساً أو بدون عكس. يوجد عدد من الحدود الصغرى يساوي عدد احتمالات الدخل، أي عدد أسطر جدول الصواب، بحيث يكون هناك حد أصغر مقابل كل سطر من أسطر جدول الصواب. لإيجاد الحد الأصغر المقابل لسطر معين من أسطر جدول الصواب ننظر إلى قيم متغيرات الدخل في ذلك السطر، فإذا كانت قيمة المتغير هي 0 يظهر ذلك المتغير في الحد الأصغر معكوساً، أما إذا كانت قيمة المتغير هي 1 يظهر ذلك المتغير في الحد الأصغر بدون عكس. كما هو موضح في الجدول التالي، الذي يوضح جميع الحدود الصغرى لثلاثة متغيرات دخل A و B و C.

A	B	C	Minterm
0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}C$
0	1	0	$\overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	$\overline{A}BC$
1	0	0	$A\overline{B}\,\overline{C}$
1	0	1	$A\overline{B}C$
1	1	0	$AB\overline{C}$
1	1	1	ABC

لاحظ أن أي حد أصغر يساوي 1 فقط لاحتمال الدخل المقابل له في جدول الصواب، و يساوي 0 خلاف ذلك، أي يساوي 0 لجميع احتمالات الدخل الأخرى في جدول الصواب.

مثال:

اكتب التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في جدول الصواب التالي في صورة مجموع الحدود الصغرى.

A	B	C	x	y
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

الحل:

$$x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

لتسهيل كتابة التعبيرات المنطقية في صورة مجموع الحدود الصغرى يتم ترقيم أسطر جدول الصواب (ابتداءاً بالقيمة 0)، و استخدام الرمز m_k للحد الأصغر المقابل للسطر k من جدول الصواب. كما هو موضح بالجدول التالي

#	A	B	C	Minterm	
0	0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_0
1	0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}C$	m_1
2	0	1	0	$\overline{A}B\overline{C}$	m_2
3	0	1	1	$\overline{A}BC$	m_3
4	1	0	0	$A\overline{B}\,\overline{C}$	m_4
5	1	0	1	$A\overline{B}C$	m_5
6	1	1	0	$AB\overline{C}$	m_6
7	1	1	1	ABC	m_7

و عليه يمكن كتابة التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في المثال السابق بصورة مختصرة، باستخدام رموز الحدود الصغرى، كالتالي

$$x = m_0 + m_1 + m_3 + m_7$$
$$y = m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_5$$

كما يمكن تسهيل كتابة التعبير أكثر من ذلك باستخدام رمز المجموع $\sum$ ، و ذلك كالتالي

$$x = \sum m\,(0,1,3,7)$$
$$y = \sum m\,(0,1,2,4,5)$$

أي أن التعبير المنطقي في صورة مجموع الحدود الصغرى يمكن أن يكتب كاملاً، أو مختصراً باستخدام رموز الحدود الصغرى، أو مختصراً باستخدام رمز المجموع $\sum$ و أرقام الحدود الصغرى (أي أرقام أسطر جدول الصواب الحاوية على القيمة 1 للمتغير الذي يتم كتابة التعبير له). و بناء عليه فإنه في المثال السابق

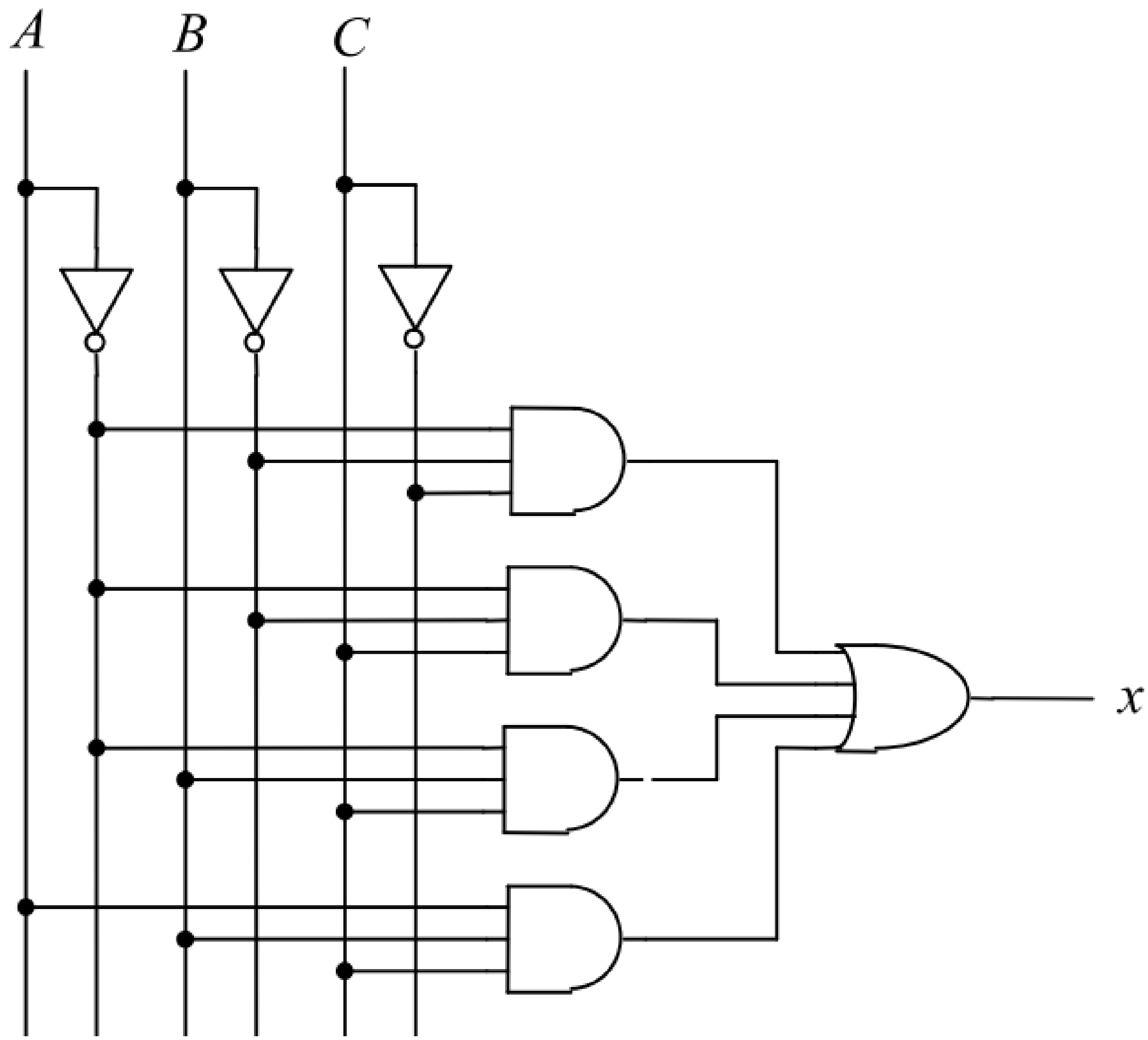
$$
\begin{aligned}
x &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC \\
&= m_0 + m_1 + m_3 + m_7 \\
&= \sum m\,(0,1,3,7)
\end{aligned}
$$

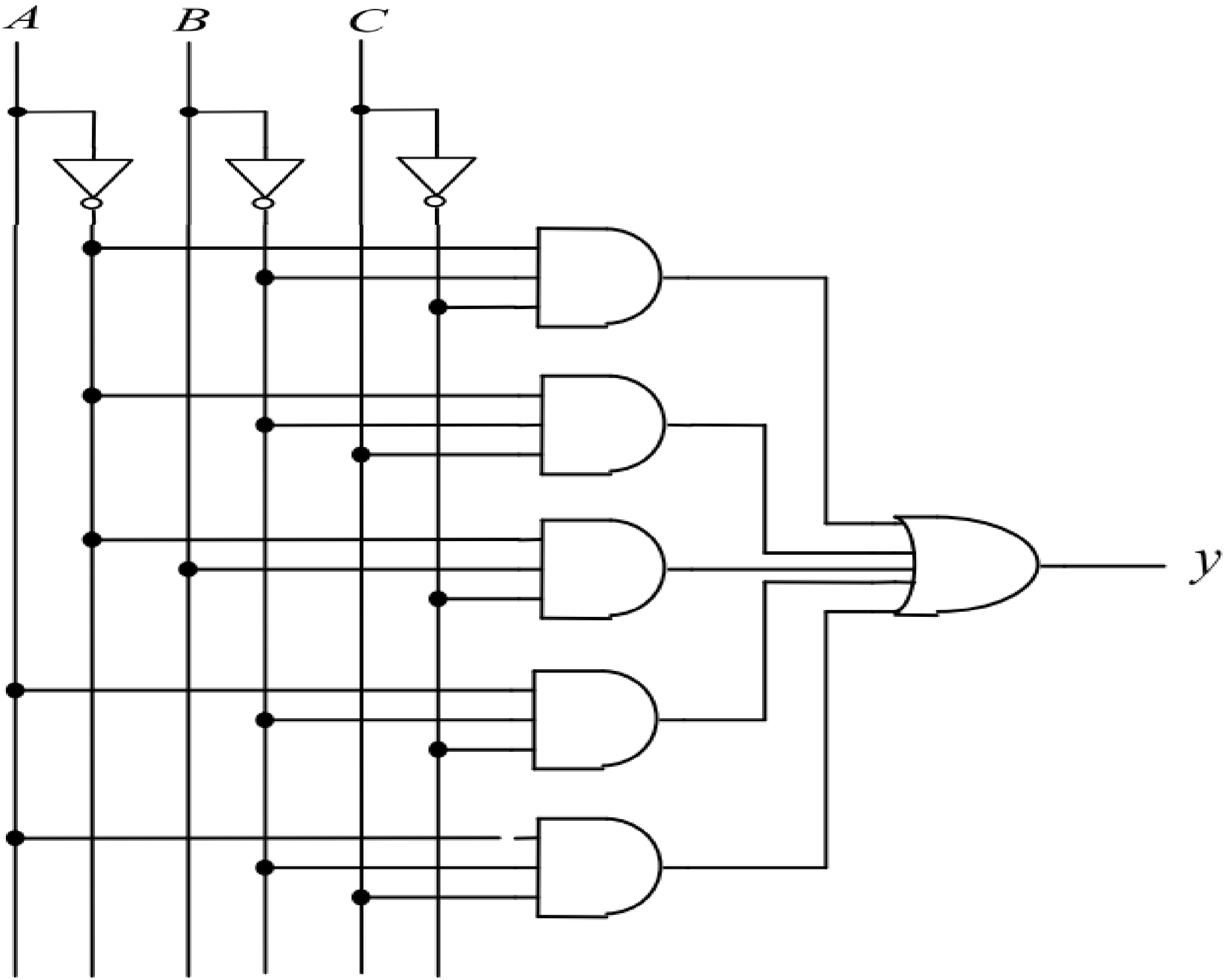
$$
\begin{aligned}
y &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C \\
&= m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_5 \\
&= \sum m\,(0,1,2,4,5)
\end{aligned}
$$

لاحظ هنا أهمية مراعاة استخدام الحرف m الصغير (small letter) للرمز للحدود الصغرى (minterms)، حتى لا يحدث خلط بينها و بين الحدود الكبرى (Maxterms)، حيث أننا سنستخدم الحرف M الكبير (capital letter) للرمز للحدود الكبرى.

2–2 الدائرة المنطقية للتعبير في صورة مجموع الحدود الصغرى

إذا قمنا برسم الدائرة المنطقية للتعبيرين أعلاه المكتوبين في صورة مجموع الحدود الصغرى نحصل على


A
B
C
x


A
B
C
y

صورة مضروب الحدود الكبرى (Product of Maxterms)

الحد الأكبر (Maxterm) هو عبارة عن حد تظهر فيه جميع متغيرات الدخل مربوطة مع بعضها البعض بعمليات OR، و قد يظهر متغير معين في الحد الأكبر معكوساً أو بدون عكس. يوجد عدد من الحدود الكبرى يساوي عدد احتمالات الدخل، أي عدد أسطر جدول الصواب، بحيث يكون هناك حد أكبر مقابل كل سطر من أسطر جدول الصواب.

لإيجاد الحد الأكبر المقابل لسطر معين من أسطر جدول الصواب ننظر إلى قيم متغيرات الدخل في ذلك السطر، فإذا كانت قيمة المتغير هي 0 يظهر ذلك المتغير في الحد الأكبر بدون عكس، أما إذا كانت قيمة المتغير هي 1 يظهر ذلك المتغير في الحد الأكبر معكوساً. كما هو موضح في الجدول التالي، الذي يوضح جميع الحدود الكبرى لثلاثة متغيرات دخل A و B و C.

A	B	C	Maxterm
0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	$A+B+\overline{C}$
0	1	0	$A+\overline{B}+C$
0	1	1	$A+\overline{B}+\overline{C}$
1	0	0	$\overline{A}+B+C$
1	0	1	$\overline{A}+B+\overline{C}$
1	1	0	$\overline{A}+\overline{B}+C$
1	1	1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

لاحظ أن أي حد أكبر يساوي 0 فقط لاحتمال الدخل المقابل له في جدول الصواب، و يساوي 1 خلاف ذلك، أي يساوي 1 لجميع احتمالات الدخل الأخرى في جدول الصواب.

مثال:

اكتب التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في جدول الصواب التالي في صورة مضروب الحدود الكبرى.

A	B	C	x	y
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

الحل:

$$x = (A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$y = (A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

لتسهيل كتابة التعبيرات المنطقية في صورة مضروب الحدود الكبرى يتم ترقيم أسطر جدول الصواب (ابتداءاً بالقيمة 0)، و استخدام الرمز M_k للحد الأكبر المقابل للسطر k من جدول الصواب. كما هو موضح بالجدول التالي

#	A	B	C	Maxterm	
0	0	0	0	$A+B+C$	M_0
1	0	0	1	$A+B+\overline{C}$	M_1
2	0	1	0	$A+\overline{B}+C$	M_2
3	0	1	1	$A+\overline{B}+\overline{C}$	M_3
4	1	0	0	$\overline{A}+B+C$	M_4
5	1	0	1	$\overline{A}+B+\overline{C}$	M_5
6	1	1	0	$\overline{A}+\overline{B}+C$	M_6
7	1	1	1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$	M_7

و عليه يمكن كتابة التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في المثال السابق بصورة مختصرة، باستخدام رموز الحدود الكبرى، كالتالي

$$x = M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6$$
$$y = M_3 \cdot M_6 \cdot M_7$$

كما يمكن تسهيل كتابة التعبير أكثر من ذلك باستخدام رمز المضروب $\prod$ ، و ذلك كالتالي

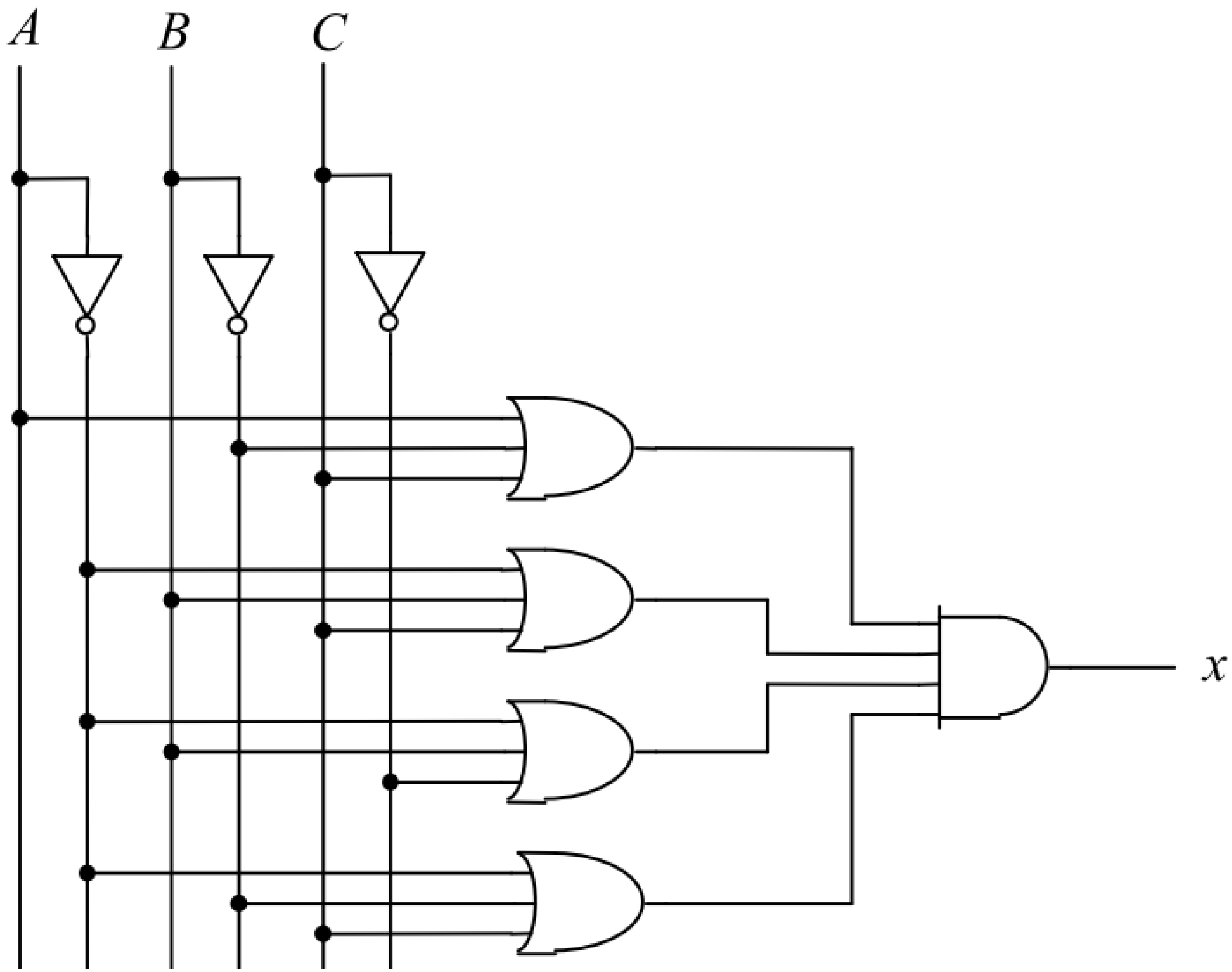
$$x = \prod M(2,4,5,6)$$
$$y = \prod M(3,6,7)$$

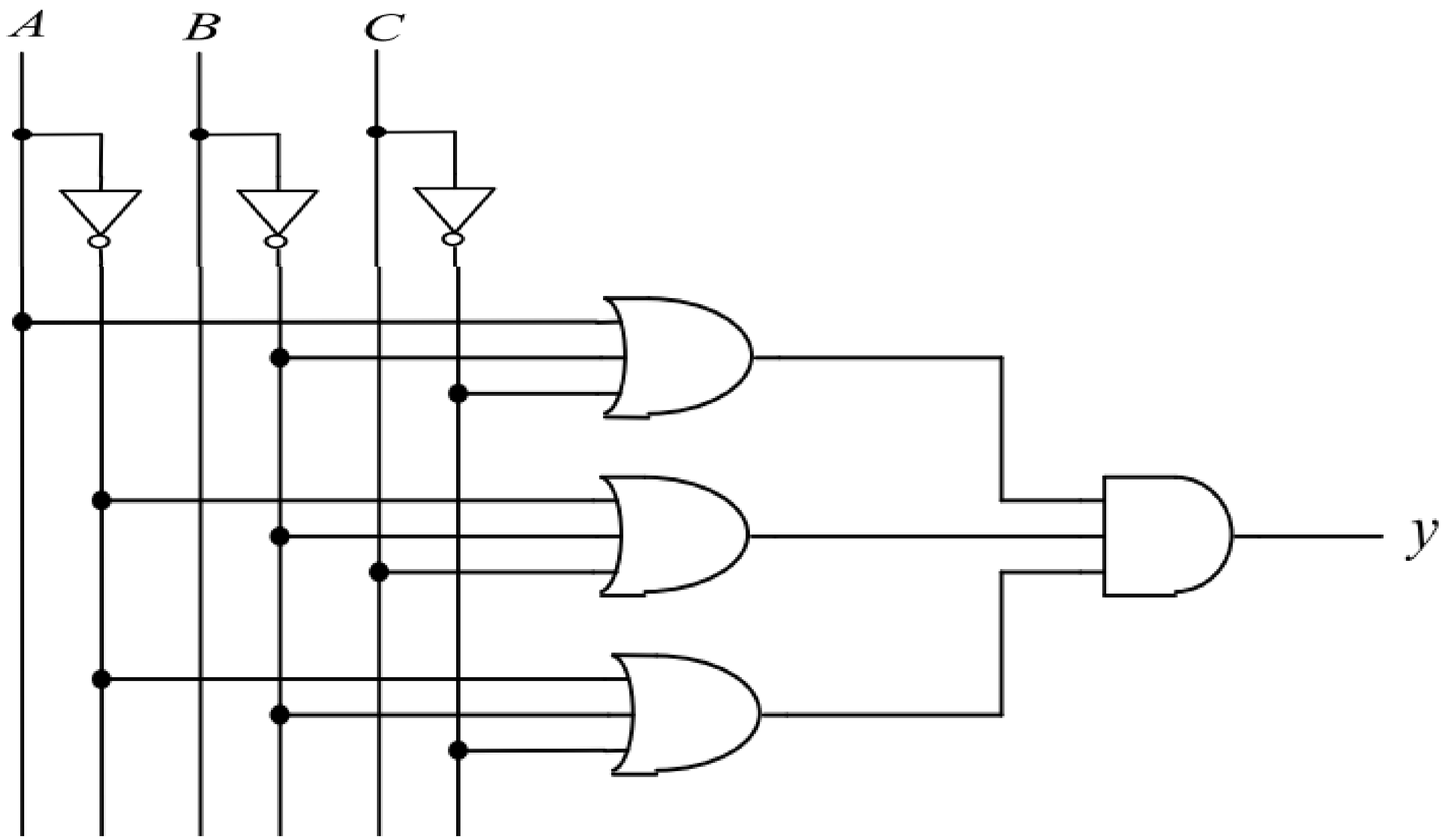
أي أن التعبير المنطقي في صورة مضروب الحدود الكبرى يمكن أن يكتب كاملاً، أو مختصراً باستخدام رموز الحدود الكبرى، أو مختصراً باستخدام رمز المضروب $\prod$ و أرقام الحدود الكبرى (أي أرقام أسطر جدول الصواب الحاوية على القيمة 0 للمتغير الذي يتم كتابة التعبير له). و بناء عليه فإنه في المثال السابق

$$\begin{aligned} x &= (A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C) \\ &= M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M \\ &= \prod M(2,4,5,6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= (A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}) \\ &= M_3 \cdot M_6 \cdot M_7 \\ &= \prod M(3,6,7) \end{aligned}$$

إذا قمنا برسم الدائرة المنطقية للتعبيرين أعلاه المكتوبين في صورة مضروب الحدود الكبرى نحصل على




A
B
C
y

3-2 صورة AND-OR-Invert

هذه الصورة تشبه إلى حد كبير صورة مجموع الحدود الصغرى (Sum of minterms) إلا أن التعبير المنطقي بأكمله يكون معكوساً. فلكتابة التعبير المنطقي في هذه الصورة لمتغير معين من متغيرات الخرج ننظر إلى قيم ذلك المتغير في جدول الصواب و نبحث عن الـــ 0's، ثم نقوم بأخذ الحدود الصغرى المقابلة لهذه الـــ 0's و نقوم بجمعها، أي نربط بينها بعمليات OR، و أخيراً نقوم بعكس التعبير المنطقي الناتج بأكمله. أي أننا نقوم بكتابة التعبير المنطقي في صورة مجموع الحدود الصغرى لمعكوس متغير الخرج، ثم نقوم بعكس التعبير المنطقي الناتج بأكمله.

مثال:

اكتب التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في جدول الصواب التالي في صورة AND-OR-Invert.

A	B	C	x	y
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

الحل:

$$\overline{x} = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}$$

$$x = \overline{\overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}}$$

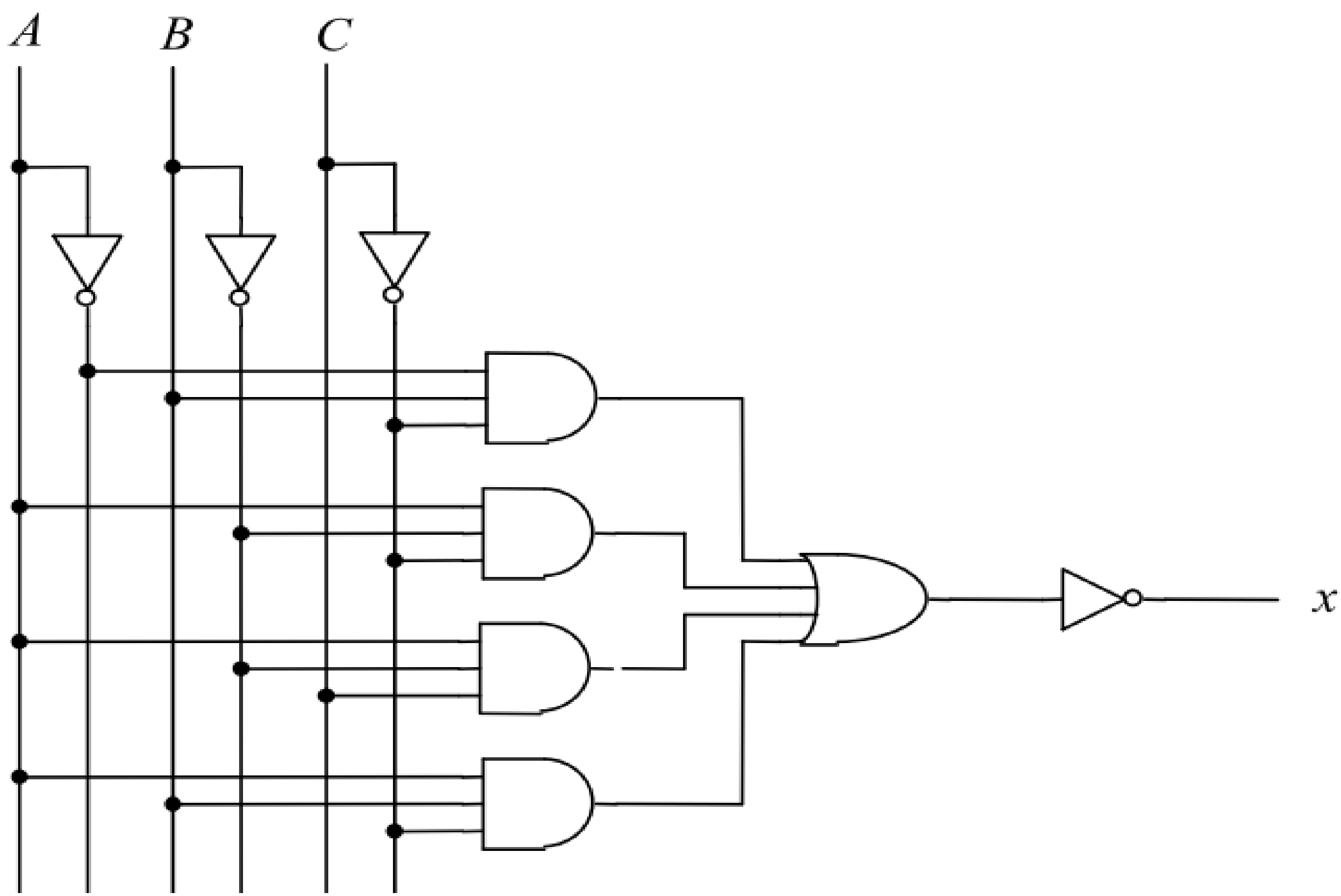
$$\overline{y} = \overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC$$

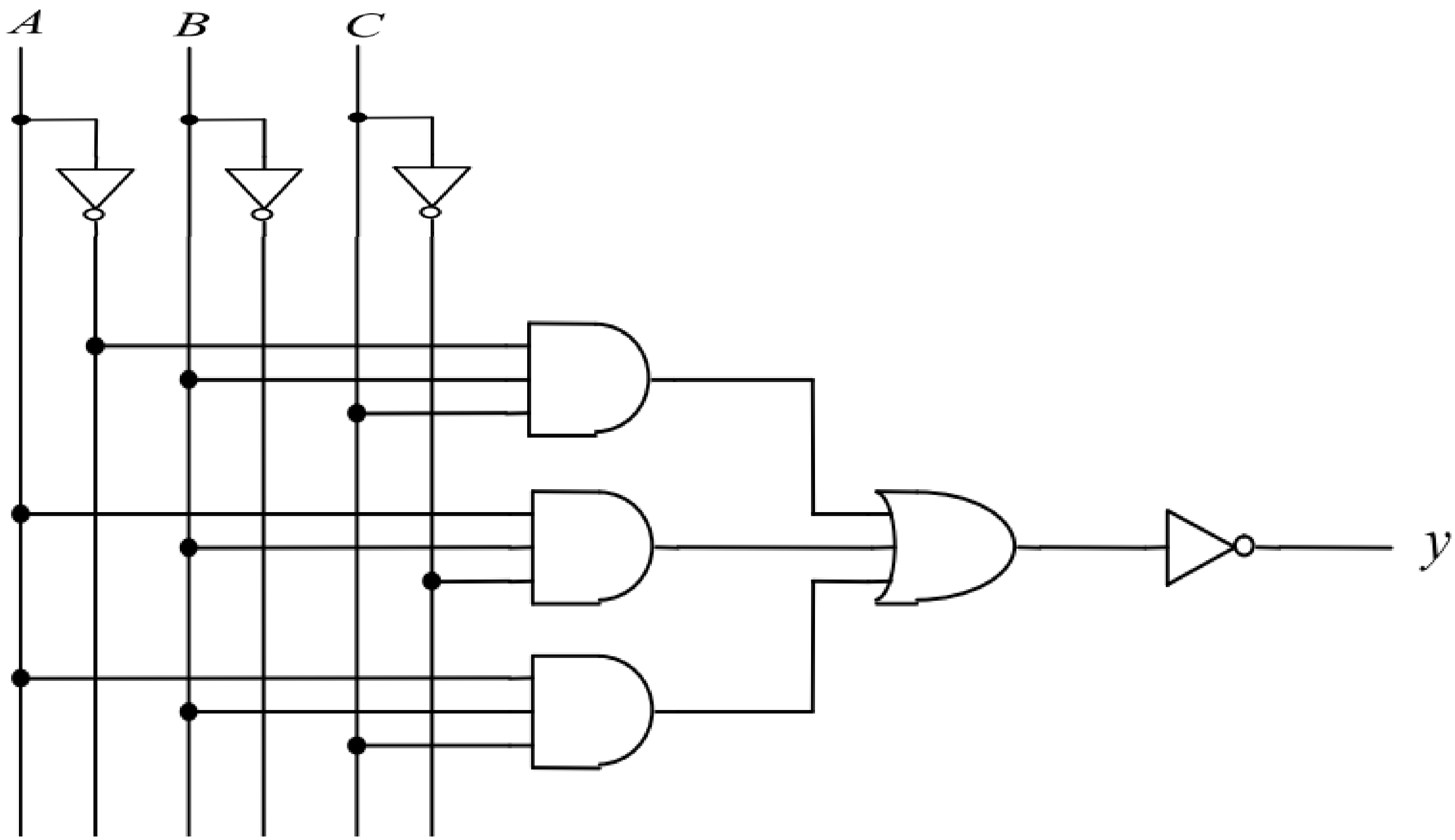
$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

لاحظ أنه إذا قمنا بتطبيق نظرية دي مورغان (DeMorgan’s Theorem) على التعبيرات المنطقية المكتوبة في صورة AND-OR-Invert فإننا نحصل على نفس التعبيرات المنطقية التي قمنا بكتابتها من قبل في صورة مضروب الحدود الكبرى (Product of Maxterms).

الدائرة المنطقية للتعبير في صورة AND-OR-Invert

إذا قمنا برسم الدائرة المنطقية للتعبيرين أعلاه المكتوبين في صورة AND-OR-Invert نحصل على




A
B
C
y

4-2 صورة OR-AND-Invert

هذه الصورة تشبه إلى حد كبير صورة مضروب الحدود الكبرى (Product of Maxterms) إلا أن التعبير المنطقي بأكمله يكون معكوساً. فلكتابة التعبير المنطقي في هذه الصورة لمتغير معين من متغيرات الخرج ننظر إلى قيم ذلك المتغير في جدول الصواب و نبحث عن الــ 1's، ثم نقوم بأخذ الحدود الكبرى المقابلة لهذه الــ 1's و نقوم بضربها، أي نربط بينها بعمليات AND، و أخيراً نقوم بعكس التعبير المنطقي الناتج بأكمله. أي أننا نقوم بكتابة التعبير المنطقي في صورة مضروب الحدود الكبرى لمعكوس متغير الخرج، ثم نقوم بعكس التعبير المنطقي الناتج بأكمله.

مثال:

اكتب التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في جدول الصواب التالي في صورة OR-AND-Invert.

A	B	C	x	y
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

الحل:

$$\overline{x} = (A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

$$x = \overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}$$

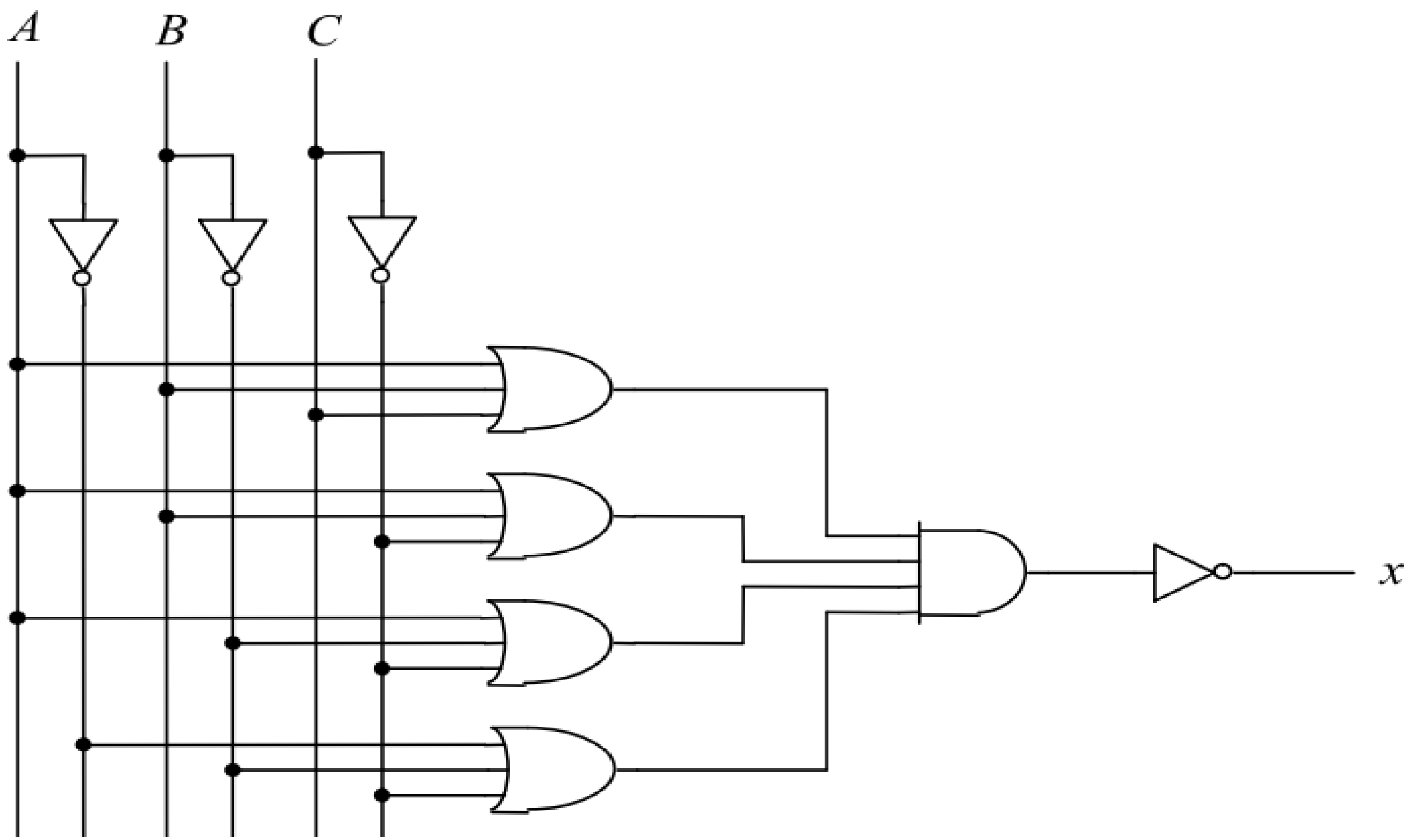
$$\overline{y} = (A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})$$

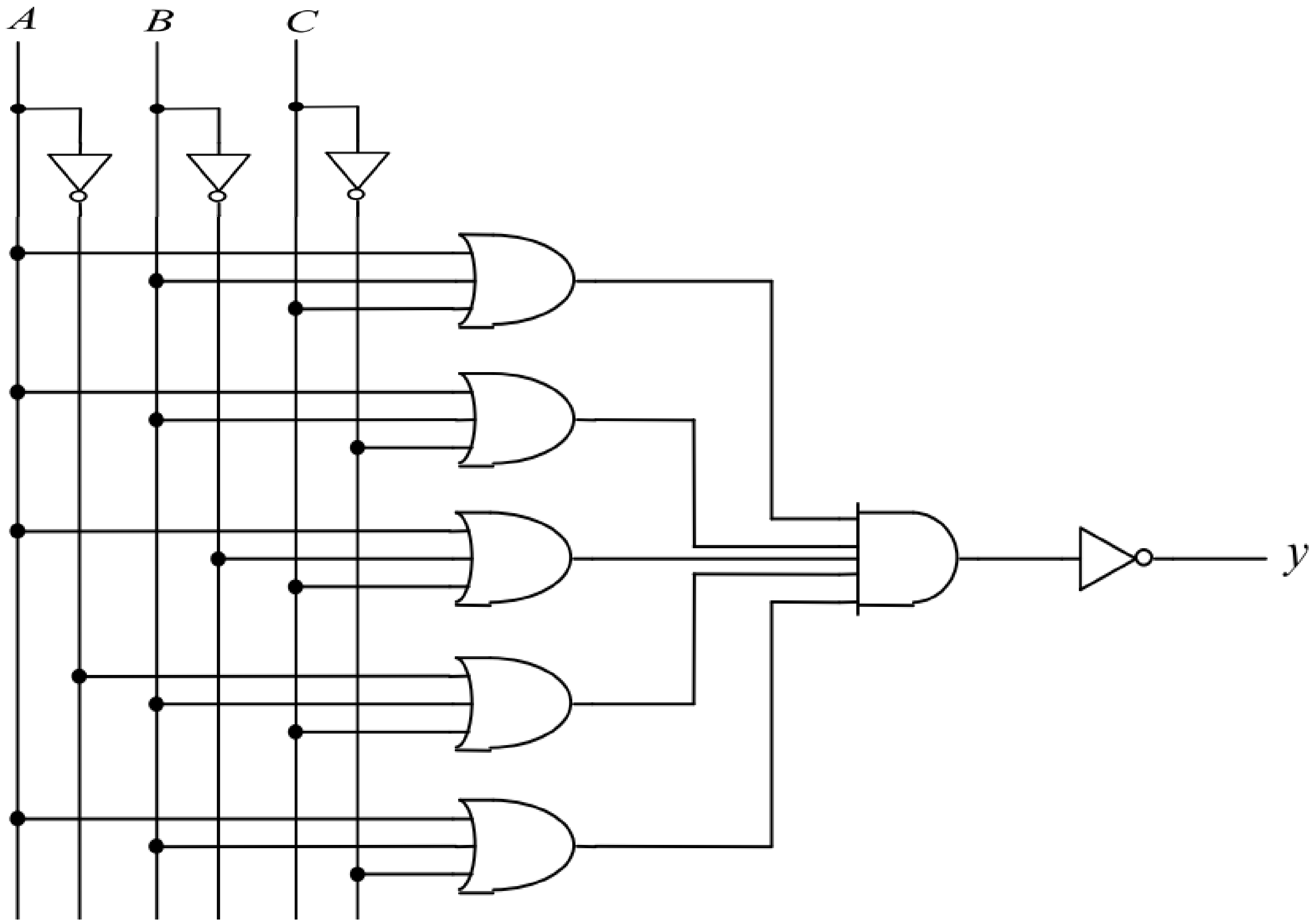
$$y = \overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

لاحظ أنه إذا قمنا بتطبيق نظرية دي مورغان (DeMorgan's Theorem) على التعبيرات المنطقية المكتوبة في صورة OR-AND-Invert فإننا نحصل على نفس التعبيرات المنطقية التي قمنا بكتابتها من قبل في صورة مجموع الحدود الصغرى (Sum of minterms).

الدائرة المنطقية للتعبير في صورة OR-AND-Invert

إذا قمنا برسم الدائرة المنطقية للتعبيرين أعلاه المكتوبين في صورة OR-AND-Invert نحصل على




A
B
C
y

3- تبسيط التعبيرات المنطقية

الهدف من عملية تبسيط التعبيرات المنطقية هو وضع تلك التعبيرات في أبسط صورة ممكنة، و ذلك لتبسيط الدائرة المنطقية، أي تقليل عدد البوابات المنطقية المستخدمة في بنائها، و بالتالي تقليل تكلفتها. و يتم تبسيط التعبيرات المنطقية بإحدى طريقتين:

1. باستخدام نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems)
2. باستخدام مخططات كارنو (Karnaugh Maps)

1-3 التبسيط باستخدام نظريات الجبر البولياني

يتم التبسيط هنا بالبحث عن التشابهات ما بين الحدود. و الحدين المتشابهين هما حدان يتشابهان في كل شيء عدا متغير واحد يظهر في أحدهما معكوساً و في الآخر بدون عكس. و يتم جمع كل حدين متشابهين في حد واحد هو عبارة عن العامل المشترك ما بين الحدين، أما المتغير المختلف فيتم اختصاره. و في حالة وجود حد معين يتشابه مع أكثر من حد آخر فإنه يمكن تكرار ذلك الحد حسب الحاجة. و يمكن استخدام هذا الأسلوب في التبسيط للتعبيرات المنطقية في أي صورة من الصور الأربعة التي درسناها.

<u>مثال:</u> صورة مجموع الحدود الصغرى

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرين المنطقيين التاليين المكتوبين في صورة مجموع الحدود الصغرى

$$x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

<u>الحل:</u>

$$x = \underbrace{\underbrace{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}} + \underbrace{\overline{A}\,\overline{B}C}} + \underbrace{\underbrace{\overline{A}BC} + \underbrace{ABC}}$$

$$x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

$$x = \overline{A}\,\overline{B} + BC$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} + A\overline{B}$$

$$y = \overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}$$

<u>مثال:</u> صورة مضروب الحدود الكبرى

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرين المنطقيين التاليين المكتوبين في صورة مضروب الحدود الكبرى

$$x=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$y=(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

<u>الحل:</u>

$$x=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$x=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$x=(\overline{B}+C)(\overline{A}+B)$$

$$y = (A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

$$y = (A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$
$$y = (\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B})$$

لاحظ أنه في التعبير المنطقي المختصر للمتغير y يمكن التبسيط أكثر من ذلك بإخراج $\overline{B}$ كعامل مشترك كالتالي

$$y = (\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B})$$
$$y = \overline{B}+\overline{C}\,\overline{A}$$

و لكن يجب عدم القيام بذلك لأنه يؤدي إلى تغيير صورة التعبير المنطقي، حيث أن التعبير قبل القيام بهذه الخطوة كان في صورة مضروب الحدود الكبرى و أصبح بعدها في صورة مجموع الحدود الصغرى.

مثال: صورة **AND-OR-Invert**

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرين المنطقيين التاليين المكتوبين في صورة AND-OR-Invert

$$x = \overline{\overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}}$$

$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

الحل:

$$x = \overline{\overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}}$$

$$x = \overline{\overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}}$$

$$x = \overline{B\overline{C} + A\overline{B}}$$

$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

$$y = \overline{BC + AB}$$

لاحظ أنه هنا أيضاً يمكننا تبسيط التعبير المختصر للمتغير y أكثر من ذلك بإخراج المتغير B كعامل مشترك، كما يمكننا تطبيق نظرية دي مورغان (DeMorgan’s Theorem) على التعبير المختصر لكل من المتغيرين x و y. و لكن يجب تجنب القيام بأي من ذلك لأنه يؤدي إلى تغيير صورة التعبير المنطقي.

مثال: صورة OR-AND-Invert

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرين المنطقيين التاليين المكتوبين في صورة OR-AND-Invert

$$x=\overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}$$

$$y=\overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

الحل:

$$x=\overline{\underbrace{\underbrace{(A+B+C)}\cdot\underbrace{(A+B+\overline{C})}}\cdot\underbrace{\underbrace{(A+\overline{B}+\overline{C})}\cdot\underbrace{(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}}}$$

$$x=\overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}$$

$$x=\overline{(A+B)(\overline{B}+\overline{C})}$$

$$y=\overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

$$y=\overline{(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})}$$

$$y=\overline{(A+B)(A+C)(\overline{A}+B)}$$

$$y=\overline{B(A+C)}$$

نؤكد هنا مرة أخرى على ضرورة تجنب تطبيق نظرية دي مورغان (DeMorgan’s Theorem) على التعبيرين المختصرين للمتغيرين x و y لأن ذلك يؤدي إلى تغيير صورة التعبير المنطقي.

تدريب 1:

من جدول الصواب التالي اكتب التعبيرين المنطقيين لمتغيري الخرج x و y في صورة:

1- مجموع الحدود الصغرى

2- مضروب الحدود الكبرى

3- AND-OR-Invert

4- OR-AND-Invert

A	B	x	y
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

تدريب 2:

من جدول الصواب التالي اكتب التعبيرات المنطقية لمتغيرات الخرج x و y و z في صورة:

1- مجموع الحدود الصغرى

2- مضروب الحدود الكبرى

3- AND-OR-Invert

4- OR-AND-Invert

A	B	C	x	y	z
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0

تدريب 3:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرات المنطقية التي قمت بكتابتها في **تدريب** 1.

تدريب 4:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبيرات المنطقية التي قمت بكتابتها في **تدريب** 2.