بسم الله الرحمن الرحيم

تصميم الدوائر الرقمية

الجبر البولي

LOC (5)

جدول الصواب (Truth Table)

عبارة عن جدول يوضح جميع احتمالات الدخل للدائرة المنطقية و قيم الخرج المقابل لكل منها. مثلاً، لإنشاء جدول صواب للتعبير المنطقي

$$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$$

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{B} \cdot \overline{C}$	$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	1

و بالمثل جدول الصواب للتعبير المنطقي

$$x = (A + \overline{B}) \cdot \overline{C}$$

هو

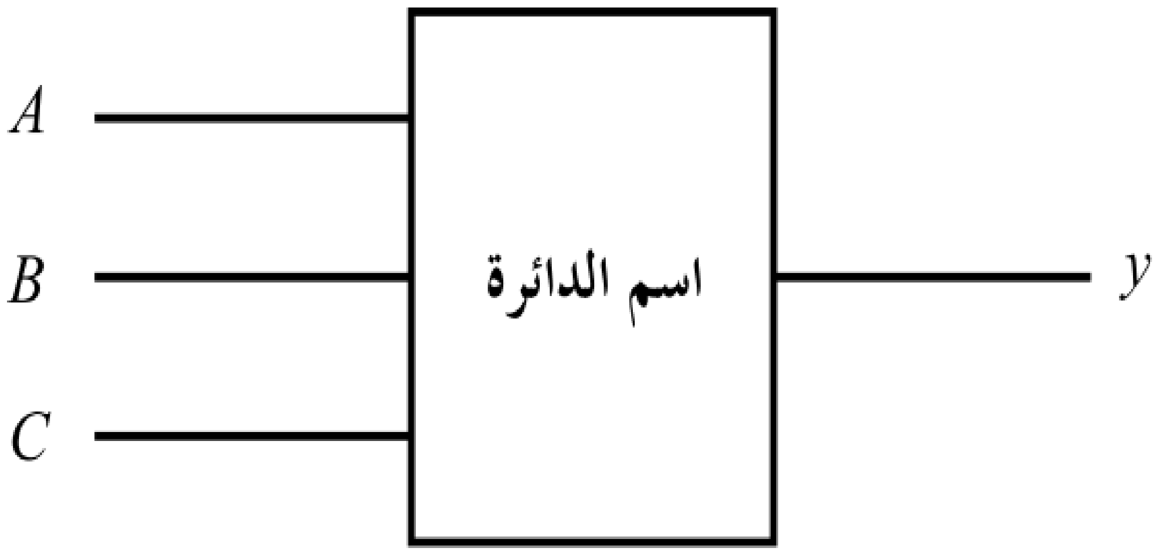
A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A+\overline{B}$	$x = (A+\overline{B}) \cdot \overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0

مثال:

ارسم المخطط المنطقي، و أكمل جدول الصواب، ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

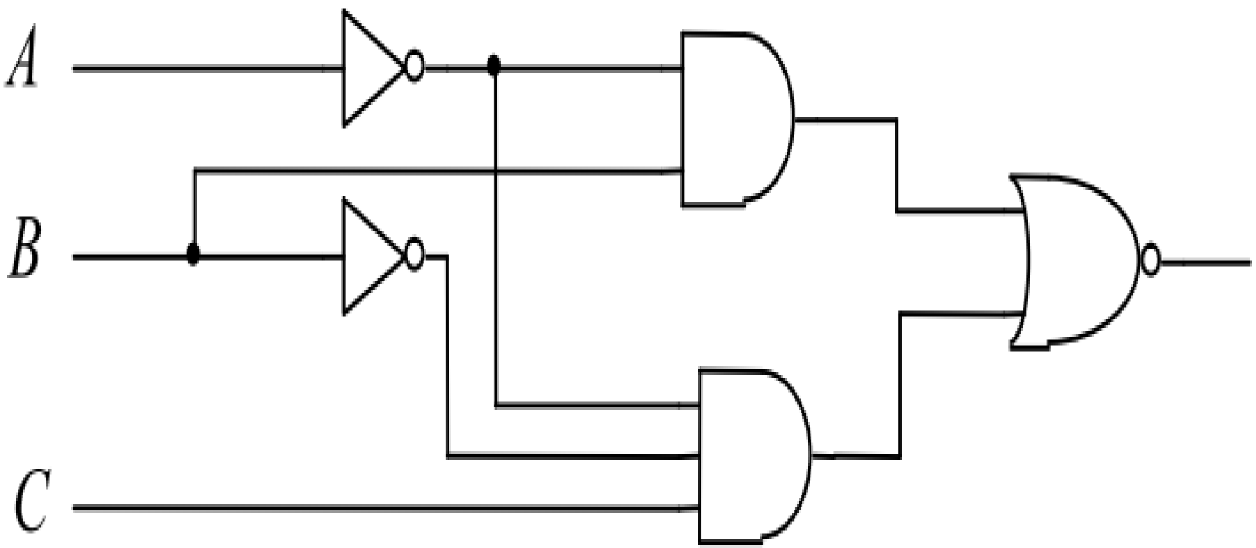
المخطط المنطقي



جدول الصواب

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}C$	$\overline{A}B$	$\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B$	$x = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$
0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1

الدائرة المنطقية



$$x = \overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B}$$

النظرية المقابلة	النظرية	اسم النظرية
$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{\overline{A}} = A$	عكس العكس
$A \cdot 0 = 0$ $A \cdot 1 = A$	$A + 1 = 1$ $A + 0 = A$	العمليات مع 1 و 0
$A \cdot A = A$	$A + A = A$	المتغير مع نفسه
$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$	المتغير مع عكسه
$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	النظرية الإبدالية
$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$	النظرية التجميعية
$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	النظرية التوزيعية
$A \cdot (A + B) = A$ $A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$	$A + A \cdot B = A$ $A + \overline{A} \cdot B = A + B$	الامتصاص أو الابتلاع
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	دي مورغان (De Morgan)

استخدام نظريات الجبر البولياني فى تبسيط التعبيرات المنطقية

الهدف من تبسيط التعبير المنطقي هو تبسيط الدائرة المنطقية، أي تقليل عدد البوابات المنطقية الداخلة فى بنائها، و ذلك لتقليل تكلفتها. كما يعتبر تقليل تفرع الدخل للبوابات المنطقية المستخدمة فى بناء الدائرة نوعاً من التبسيط أيضاً.

مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني فى تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

ثم ارسم الدائرة المنطقية قبل التبسيط و بعده.

الحل:

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

$$y = (\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{C}) \cdot (\overline{\overline{A}} + \overline{B})$$ دي مورغان

$$y = (A + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B})$$ عكس العكس

$$y = A + (B + \overline{C}) \cdot \overline{B}$$ التوزيعية

$$y = A + \overline{C}\,\overline{B}$$ الابتلاع

حل آخر:

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

التوزيعية

$$y = \overline{\overline{A}\cdot(\overline{B}C + B)}$$

الابتلاع

$$y = \overline{\overline{A}\cdot(C + B)}$$

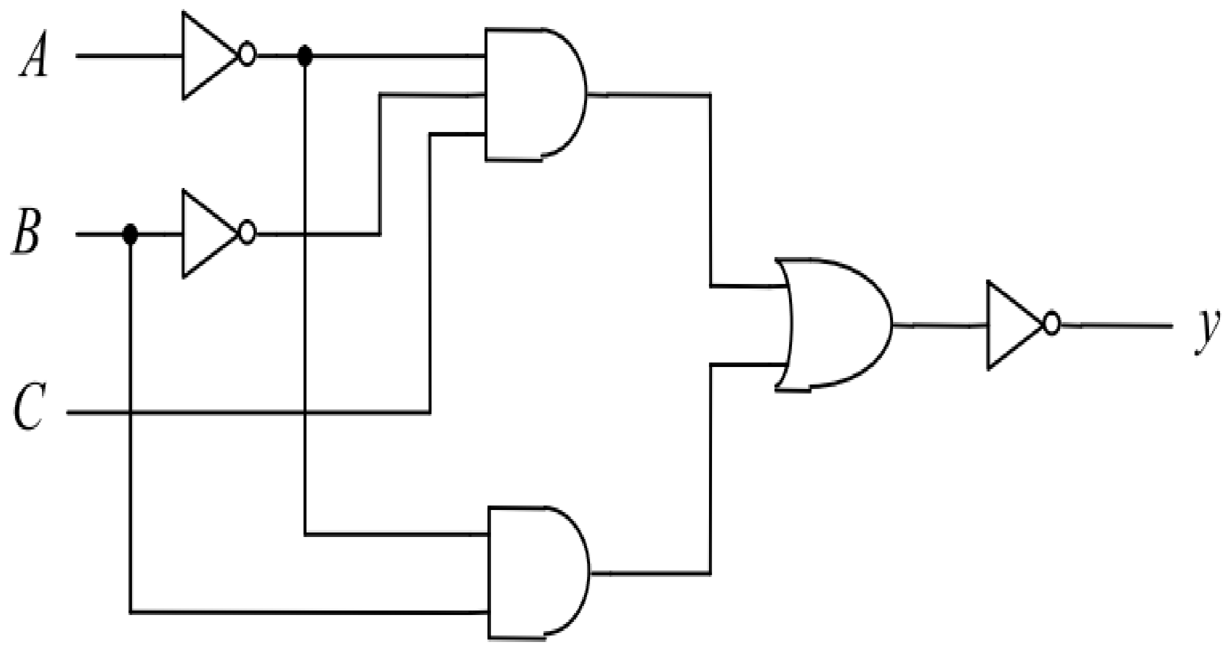
دي مورغان

$$y = \overline{\overline{A}} + \overline{C}\,\overline{B}$$

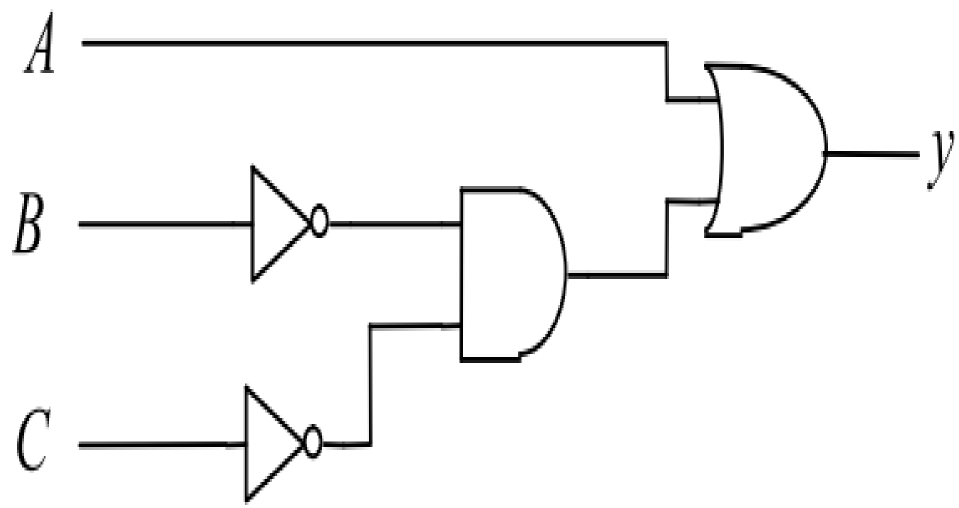
عكس العكس

$$y = A + \overline{C}\,\overline{B}$$

الدائرة قبل التبسيط:



الدائرة بعد التبسيط:



لاحظ أن الدائرة قبل التبسيط مكونة من 6 بوابات، و بعد التبسيط أصبحت مكونة من 4 بوابات فقط.

مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني فى تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \overline{A}(A+B)+\overline{C}+CB$$

ثم ارسم الدائرة المنطقية قبل التبسيط و بعده.

الحل:

$$y = \overline{A}(A+B)+\overline{C}+CB$$

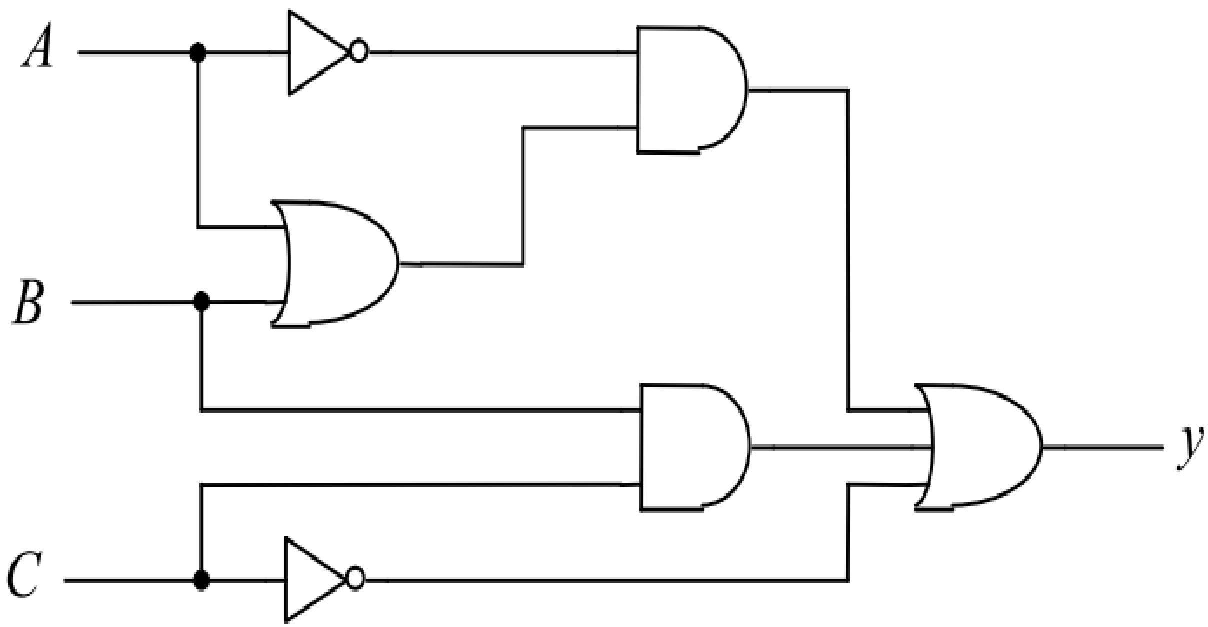
الابتلاع $y = \overline{A}B+\overline{C}+CB$

الابتلاع $y = \overline{A}B+\overline{C}+B$

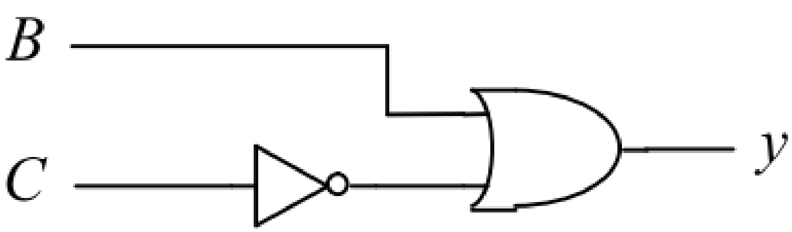
الإبدالية $y = \overline{A}B+B+\overline{C}$

الابتلاع $y = B+\overline{C}$

الدائرة قبل التبسيط



الدائرة بعد التبسيط



مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

الحل:

لهذا المثال أهمية خاصة، و ذلك نظراً إلى أن التعبير المنطقي يظهر في صورة مميزة تسمى **صورة مجموع الحدود الصغرى**

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

بعد إيجاد التشابهات ما بين الحدود نقوم بجمع كل حدين متشابهين في حد واحد هو عبارة عن العامل المشترك ما بين الحدين، أما المتغير المختلف فيتم اختصاره.

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

بإخراج العامل المشترك في كل حدين متشابهين

$$y = \overline{A}\,\overline{B}(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A)$$

بجمع المتغير مع عكسه

$$y = \overline{A}\,\overline{B}(1) + BC(1)$$

بالعمليات مع 1

$$y = \overline{A}\,\overline{B} + BC$$

لاحظ في المثال السابق وجود تشابه إضافي بين الحدود، حيث أن الحد الثاني $\overline{A}\,\overline{B}C$ يشبه الحد الثالث $\overline{A}BC$، و لكن لم نكن في حاجة لاستخدام هذا التشابه في عملية التبسيط.

مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

الحل:

التعبير هنا في صورة مجموع الحدود الصغرى، لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود.

الحد الأول يشبه الحد الثاني، و الحد الرابع يشبه الحد الخامس، و الحد الثالث يشبه الحد الأول.

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

نلاحظ هنا وجود مشكلة تتمثل في أن الحد الأول يتشابه في نفس الوقت مع كل من الحدين الثاني و الثالث. في مثل هذه الحالات نقوم بتكرار الحد الأول (مستخدمين نظرية المتغير مع نفسه) بحيث يتم جمعه مع كلا الحدين الثاني و الثالث.

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

بتكرار الحد الأول

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

بجمع كل حدين متشابهين

$$y = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + A\bar{B}$$

بالنظرية الإبدالية

$$y = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + \bar{A}\bar{C}$$

بجمع الحدين المتشابهين

$$y = \bar{B} + \bar{A}\bar{C}$$

مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}}$$

الحل:

نلاحظ أن ما أسفل خط العكس المنطقي الخارجي هو عبارة عن تعبير في صورة مجموع الحدود الصغرى، لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود.

$$y = \overline{\underbrace{\bar{A}B}\bar{C} + \underbrace{A\bar{B}}\bar{C} + \underbrace{A\bar{B}}C + \underbrace{AB}\bar{C}}$$

$$y = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C}}$$

$$y = \overline{B\bar{C} + A\bar{B}}$$ بجمع كل حدين متشابهين

$$y = \overline{(B\bar{C})} \cdot \overline{(A\bar{B})}$$ بنظرية دي مورغان

$$y = (\bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + B)$$ بنظرية دي مورغان

مثال:

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبير المنطقي

$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

الحل:

نلاحظ أن ما أسفل خط العكس المنطقي الخارجي هو عبارة عن تعبير في صورة مجموع الحدود الصغرى، لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود.

$$y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC}$$

$$y = \overline{\bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC}$$

بتكرار الحد الثالث

$$y = \overline{\bar{A}BC + ABC + AB\bar{C} + ABC}$$

بجمع كل حدين متشابهين

$$y = \overline{BC + AB}$$

بأخذ العامل المشترك

$$y = \overline{B(C + A)}$$

بنظرية دي مورغان

$$y = \bar{B} + \overline{(C + A)}$$

بنظرية دي مورغان

$$y = \bar{B} + \bar{C}\bar{A}$$

استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط كل من التعبيرات المنطقية التالية

1- $A = x + xyz + \bar{x}yz + xw + x\bar{w} + \bar{x}y$

2- $B = (x + \bar{y} + xy)(x + \bar{y})\bar{x}y$

3- $C = (x + \bar{y} + x\bar{y})(xy + \bar{x}z + yz)$