

بسم الله الرحمن الرحيم

تصميم الدوائر الرقمية

مخطط كارنوف

LEC (8)

مخططات كارنو للتعبيرات المنطقية في صورة مضروب الحدود الكبرى

هنا يتم وضع 0's في الخلايا المقابلة للحدود الكبرى و تُترك بقية الخلايا فارغة، ثم يتم تكوين مجموعات من الـ 0's بنفس الأسلوب المتبع من قبل في تكوين مجموعات من الـ 1's، و أخيراً يتم كتابة التعبير المختصر في صورة مضروب الحدود الكبرى. فلكتابه الحد المختصر المقابل لمجموعة معينة ننظر إلى قيم المتغيرات داخل المجموعة، فأي متغير تتغير قيمته داخل المجموعة يتم إختصاره، أما المتغير الثابت داخل المجموعة فيؤخذ معكوساً إذا كان ثابتاً في 1، و يؤخذ بدون عكس إذا كان ثابتاً في 0، ثم يتم ربط المتغيرات معاً في الحد بعمليات OR. بعد كتابة الحد المختصر المقابل لكل مجموعة يتم ربط تلك الحدود معاً بعمليات AND.

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبيرين المنطقيين

$$x = f(A, B, C) = \prod M(2, 4, 5, 6)$$

$$y = f(A, B, C) = \prod M(3, 6, 7)$$

الحل:

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>C</i>	0		0	0	0	<i>x</i>
	1				0	
		0	2	6	4	
		1	3	7	5	

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>C</i>	0			0		<i>y</i>
	1		0	0		
		0	2	6	4	
		1	3	7	5	

$$x = (\bar{B} + C)(\bar{A} + B)$$

$$y = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{B} + \bar{C})$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 4, 5, 11, 15)$$

الحل:

AB		00	01	11	10
CD		<div>00</div> <div>00</div> <div>0</div> <div>4</div>	<div>01</div> <div>00</div> <div>1</div> <div>5</div>	<div>11</div> <div>00</div> <div>3</div> <div>7</div>	<div>10</div> <div>00</div> <div>15</div> <div>11</div>

x

$$x = (A + C)(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 3, 6, 9, 11, 12, 13, 15)$$

الحل:

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>CD</i>	00	0 0	4	0 12	8	<i>x</i>
	01	0 1	5	0 13	0 9	
	11	0 3	7	0 15	0 11	
	10	2	0 6	14	10	

$$x = (A + \bar{B} + \bar{C} + D)(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{D})(B + \bar{D})$$

مخططات كارنو للتعبيرات المنطقية في صورتى AND-OR-Invert و OR-AND-Invert

بالنسبة لهاتين الصورتين يتم رسم مخطط كارنو و كتابة التعبير المختصر لمعكوس متغير الخرج. حيث أن التعبير المنطقي لمعكوس متغير الخرج في صورة AND-OR-Invert هو عبارة عن تعبير في صورة مجموع الحدود الصغرى، و التعبير المنطقي لمعكوس متغير الخرج في صورة OR-AND-Invert هو عبارة عن تعبير في صورة مضروب الحدود الكبرى. و بعد كتابة التعبير المختصر يتم عكسه بالكامل.

مثال:

من جدول الصواب التالي استخدم مخططات كارنو لكتابة التعبير المختصر لكل من متغيري الخرج x و y في صورة:

AND-OR-Invert (أ)

OR-AND-Invert (ب)

#	A	B	C	x	y
0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	0	1
6	1	1	0	0	0
7	1	1	1	1	0

الحل:

AND-OR-Invert صورة (أ)

$$\bar{x} = f(A, B, C) = \sum m(2, 4, 5, 6)$$

$$\bar{y} = f(A, B, C) = \sum m(3, 6, 7)$$

$\begin{array}{c} AB \\ \swarrow C \end{array}$					
		00	01	11	10
0			1	1	1
	0	2	6	4	
1					1
	1	3	7	5	

AB		00	01	11	10	\bar{y}
C						
0		0	2	6	4	
1		1	3	7	5	

$$\bar{x} = B\bar{C} + A\bar{B}$$

$$x = \overline{B\bar{C} + A\bar{B}}$$

$$\bar{y} = AB + BC$$

$$y = \overline{AB + BC}$$

(ب) صورة OR-AND-Invert

$$\bar{x} = f(A, B, C) = \prod M(0, 1, 3, 7)$$

$$\bar{y} = f(A, B, C) = \prod M(0, 1, 2, 4, 5)$$

		AB				
		00	01	11	10	
C	0	0 0	2	6	4	\bar{x}
	1	0 1	0 3	0 7	5	

$$\bar{x} = (A + B)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$x = \overline{(A + B)(\bar{B} + \bar{C})}$$

		AB				
		00	01	11	10	
C	0	0 0	0 2	6	0 4	\bar{y}
	1	0 1	3	7	0 5	

$$\bar{y} = B(A + C)$$

$$y = \overline{B(A + C)}$$

الدوال غير المحددة بالكامل (Incompletely Specified Functions)

في بعض الدوائر المنطقية تكون قيم الخرج المقابلة لبعض احتمالات الدخل غير محددة، أي غير معلوم ما إذا كانت مساوية 1 أو 0، و تسمى بـ القيم غير المحددة (Don't Cares)، ويرمز لها في جدول الصواب و في مخططات

كارنو بالرمز \times . و السبب في عدم تحديد قيم الخرج تلك يرجع لأحد سببين:

1. أن قيمها لا تؤثر في وظيفة الدائرة المنطقية، أي أن الدائرة تؤدي الوظيفة المطلوبة منها سواء كانت أي من تلك القيم مساوية 1 أو مساوية 0.
2. أن احتمالات الدخل المقابلة لها في جدول الصواب غير واردة، أي لا يمكن ظهور أي من هذه الاحتمالات في دخل الدائرة المنطقية.

و في ما يلي نوضح طريقة ظهور القيم غير المحددة في جداول الصواب، و في مخططات كارنو، و في التعبيرات المنطقية المكتوبة في صورة مجموع الحدود الصغرى و في صورة مضروب الحدود الكبرى

#	A	B	C	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	×
6	1	1	0	0
7	1	1	1	×

$$y = f(A, B, C) = \sum m(1, 2, 4) + \sum d(5, 7)$$

$$y = f(A, B, C) = \prod M(0, 3, 6) \cdot \prod d(5, 7)$$

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>C</i>	0		1		1	<i>y</i>
	1	1		×	×	
		0	2	6	4	
		1	3	7	5	

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>C</i>	0	0		0		<i>y</i>
	1		0	×	×	
		0	2	6	4	
		1	3	7	5	

عند تبسيط التعبيرات المنطقية باستخدام مخططات كارنو يتم إدخال القيم غير المحددة (X's) في المجموعات بهدف تكوين مجموعات أكبر، و أي قيمة غير محددة لا تخدم هذا الغرض يتم تجاهلها. مع ملاحظة تجنب الوقوع في خطأ تكوين مجموعات مكونة بالكامل من القيم غير المحددة (X's).

مثال:

من جدول الصواب التالي قم بكتابة التعبير المنطقي لمتغير الخرج y في صورة:

(أ) مجموع الحدود الصغرى

(ب) مضروب الحدود الكبرى

ثم قم بتبسيط كل من التعبيرين الناتجين باستخدام مخططات كارنو.

#	B_3	B_2	B_1	B_0	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	×
11	1	0	1	1	×
12	1	1	0	0	×
13	1	1	0	1	×
14	1	1	1	0	×
15	1	1	1	1	×

الحل:

(أ) صورة مجموع الحدود الصغرى

$$y = f(B_3, B_2, B_1, B_0) = \sum m(1, 2, 5, 6, 9) + \sum d(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

$B_3 B_2$ $B_1 B_0$					
		00	01	11	10
00		0	4	× 12	8
01	1	1	× 13	1	9
11		3	7	× 15	× 11
10	1	1	× 14	× 10	

y

$$y = \overline{B_1} B_0 + B_1 \overline{B_0}$$

(ب) صورة مضروب الحدود الكبرى

$$y = f(B_3, B_2, B_1, B_0) = \prod M(0,3,4,7,8) \cdot \prod d(10,11,12,13,14,15)$$

$B_3 B_2$ $B_1 B_0$		$B_3 B_2$			
		00	01	11	10
00	0	0	×	0	y
	0	4	12	8	
01	1	5	×	9	
	1	5	13	9	
11	0	0	×	×	y
	3	7	15	11	
10	2	6	×	×	
	2	6	14	10	

$$y = (B_1 + B_0)(\overline{B_1} + \overline{B_0})$$

تمرين

استخدم مخططات كارنو في تبسيط كل من التعبيرين المنطقيين التاليين:

$$x = f(A_3, A_2, A_1, A_0) = \sum m(0, 7, 13, 15) + \sum d(2, 6, 8, 9, 10, 11, 14)$$

$$y = f(B_3, B_2, B_1, B_0) = \prod M(1, 3, 4, 5, 12) \cdot \prod d(2, 6, 8, 9, 10, 11, 14)$$

#	B_3	B_2	B_1	B_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	×	×	×	×	×	×	×
11	1	0	1	1	×	×	×	×	×	×	×
12	1	1	0	0	×	×	×	×	×	×	×
13	1	1	0	1	×	×	×	×	×	×	×
14	1	1	1	0	×	×	×	×	×	×	×
15	1	1	1	1	×	×	×	×	×	×	×