

بسم الله الرحمن الرحيم

تصميم الدوائر الرقمية

مخطط كارنوف

LEC (7)

3-2 التبسيط باستخدام مخططات كارنو (Karnaugh Maps)

مخطط كارنو (Karnaugh Map)، أو K-Map اختصاراً، هو عبارة عن طريقة أخرى للتعبير عن المعلومات الموجودة في جدول الصواب (Truth Table)، و الهدف من استخدام المخطط هو تسهيل عملية اكتشاف التشابهات ما بين الحدود و جمع الحدود المتشابهة.

مخطط كارنو لمتغيرين:

سنقوم بتحويل جدول الصواب التالي، و الذي يحتوي على متغيري دخل هما A و B ، إلى مخطط كارنو في متغيرين.

#	A	B	x
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

جدول الصواب

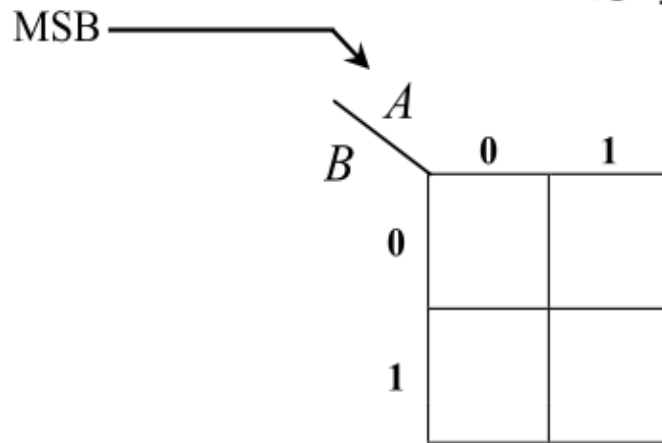
		A		
		0	1	
B	0	1 0	0 2	x
	1	0 1	1 3	

مخطط كارنو


يتكون مخطط كارنو من عدد من الخلايا (Cells) مرتبة في شكل صفوف و أعمدة، و عدد هذه الخلايا يساوي عدد أسطر جدول الصواب، حيث أن كل خلية منها تقابل سطرًا من أسطر جدول الصواب. فمخطط كارنو لمتغيرين، مثلاً، يتكون من 4 خلايا مرتبة في شكل صفين و عمودين.

بما أن مخطط كارنو ما هو إلا طريقة أخرى للتعبير عن المعلومات الموجودة في جدول الصواب، لذلك يجب أن تظهر فيه كل تلك المعلومات، و المتمثلة في متغيرات الدخل و قيمها، و متغير الخرج و قيمه، إضافة إلى أرقام الأسطر التي نستخدمها في ترقيم الحدود الصغرى (minterms) أو الحدود الكبرى (Maxterms).

نبدأ بمتغيرات الدخل فنضع قيمها على الصفوف و الأعمدة مبتدئين بالمتغير الواقع في الخانة العليا (MSB)، أي المتغير A ، فنضع القيم المحتملة له على الأعمدة. و المتغير A كما نعلم يمكن أن يأخذ واحدة من قيمتين، إما 0 و إما 1، فنضع القيمة 0 على العمود الأول (من اليسار) و القيمة 1 على العمود الثاني. أي أن كل خلية من خلايا العمود الأول تكون قيمة المتغير A فيها مساوية 0، و كل خلية من خلايا العمود الثاني تكون قيمة المتغير A فيها مساوية 1. أما المتغير الثاني B فنضع القيم المحتملة له على الصفوف، حيث نضع القيمة 0 على الصف الأول (من أعلى) و القيمة 1 على الصف الثاني. أي أن كل خلية من خلايا الصف الأول تكون قيمة المتغير B فيها مساوية 0، و كل خلية من خلايا الصف الثاني تكون قيمة المتغير B فيها مساوية 1.



بعد ذلك نقوم بترقيم الخلايا، حيث نقوم بكتابة رقم الخلية بخط صغير في الزاوية السفلية اليمنى من الخلية. و نستخدم الخط الصغير في ترقيم الخلايا حتى لا يحدث خلط بين رقم الخلية و محتوياتها، حيث تُكتب محتويات الخلايا بالخط العادي. نبدأ ترقيم الخلايا بالعمود الأول من أعلى إلى أسفل، حيث تأخذ الخلية الواقعة في الصف الأول و العمود الأول الرقم 0، و تأخذ الخلية الواقعة أسفلها الرقم 1. ثم نواصل الترتيب في العمود الثاني من أعلى إلى أسفل أيضاً، حيث تأخذ الخلية الواقعة في الصف الأول و العمود الثاني الرقم 2، و تأخذ الخلية الواقعة أسفلها الرقم 3. لاحظ أن كل خلية تقابل السطر الذي يحمل رقمها في جدول الصواب، فالخلية رقم 0 تقابل السطر رقم 0 لأن $A = 0$ و $B = 0$ في كليهما، و الخلية رقم 1 تقابل السطر رقم 1 لأن $A = 0$ و $B = 1$ في كليهما، ... وهكذا. لاحظ أيضاً أن الأسلوب المتبع في ترقيم الخلايا يعتمد على طريقة وضع متغيرات الدخل على الصفوف و الأعمدة، حيث يجب أن نبدأ دائماً بالمتغير الواقع في الخانة العليا (MSB) و نضعه على الأعمدة.



A 2x2 payoff matrix for a game between players A and B. Player A's strategies are 0 and 1, and Player B's strategies are 0 and 1. The payoffs are given as (A, B).

<i>A</i>			
<i>B</i>	0	1	
0	0	2	
1	1	3	

و أخيراً نقوم بوضع متغير الخرج x و قيمه، حيث يوضع اسم المتغير على يمين المخطط، و توضع قيمه في داخل الخلايا.

		A			
		0	1		
B	0	1 0	0 2	x	
	1	0 1	1 3		

سنبدأ باستخدام مخططات كارنو في تبسيط التعبيرات المنطقية المكتوبة في صورة مجموع الحدود الصغرى، و في مثل هذه الحالات عادة ما تظهر الـ 1's فقط في مخطط كارنو و تترك الخلايا الحاوية على 0's فارغة، لأننا عند كتابة التعبير المنطقي نأخذ الحدود الصغرى المقابلة للـ 1's فقط في جدول الصواب.

		A		
		0	1	
B	0	1 0	2	x
	1	1 1	3	

و كنوع من التسهيل سنقوم بكتابة التعبيرات المنطقية في صورة تتضمن كل المعلومات الموجودة في جدول الصواب، بحيث يمكن رسم مخطط كارنو من التعبير المنطقي مباشرة دون الحاجة للرجوع إلى جدول الصواب. و يتم ذلك كالتالي

$$x = f(A, B) = \sum m(0, 3)$$

و الجزء $x = f(A, B)$ يعني أن متغير الخرج x هو عبارة عن دالة (function) في متغيري الدخل A و B ، و توضع متغيرات الدخل ما بين قوسي الدالة بنفس ترتيب ظهورها في جدول الصواب، بحيث يكون المتغير الأول (من اليسار) هو المتغير الواقع في الخانة العليا (MSB). أما الجزء $\sum m(0, 3)$ فيدل على أن الخانات الحاوية على القيمة 1 في مخطط كارنو هي الخانات 0 و 3.

مخطط كارنو لثلاثة متغيرات:

سنقوم بتحويل جدول الصواب التالي إلى مخطط كارنو في ثلاثة متغيرات.

#	A	B	C	x	y
0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	0	1
6	1	1	0	0	0
7	1	1	1	1	0

التعبيرات المنطقية في صورة مجموع الحدود الصغرى

$$x = f(A, B, C) = \sum m (0, 1, 3, 7)$$

$$y = f(A, B, C) = \sum m (0, 1, 2, 4, 5)$$

مخطط كارنو لثلاثة متغيرات يتكون من 8 خلايا مرتبة في شكل صفين و أربعة أعمدة

نضع متغيرات الدخّل على الصفوف و الأعمدة مبتدئين بالمتغير الواقع في الخانة العليا (MSB)، حيث نضع المتغيرين A و B معاً على الأعمدة، و نضع المتغير C على الصفوف. لاحظ أنه توجد أربعة احتمالات لقيم المتغيرين A و B معاً، يوضع كل احتمال منها على أحد الأعمدة، مع مراعاة عكس ترتيب العمودين الأخيرين (و سنقوم بتوضيح سبب ذلك لاحقاً). و يوجد احتمالان فقط لقيم المتغير C يوضعان على الصفوف

		AB			
		00	01	11	10
C	0				
	1				

الخطوة التالية هي ترقيم الخلايا من أعلى إلى أسفل و من اليسار إلى اليمين، مع مراعاة عكس ترتيب العمودين الآخرين

AB		00	01	11	10
C	0	0	2	6	4
	1	1	3	7	5

الخطوة الأخيرة هي وضع اسم متغير الخرج على يمين المخطط و وضع الـ 1's في الخلايا المناسبة

AB		00	01	11	10	
C	0	1 0	2	6	4	
	1	1 1	1 3	1 7	5	

AB		00	01	11	10	y
C	0	1 0	1 2			6 4
	1	1 1			1 5	

لاحظ أنه في حالة وجود أكثر من متغير خرج واحد فإننا نحتاج لمخطط كارنو منفصل لكل متغير من متغيرات الخرج.

مخطط كارنو لأربعة متغيرات:

سنقوم بتحويل جدول الصواب التالي إلى مخطط كارنو في أربعة متغيرات.

#	A	B	C	D	x
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

التعبيرات المنطقية في صورة مجموع الحدود الصغرى

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 8, 10, 12)$$

مخطط كارنو لأربعة متغيرات يتكون من 16 خلية مرتبة في شكل أربعة صفوف و أربعة أعمدة

نضع متغيرات الدخّل على الصفوف و الأعمدة مبتدئين بالمتغير الواقع في الخانة العليا (MSB)، حيث نضع المتغيرين A و B معاً على الأعمدة، و نضع المتغيرين C و D معاً على الصفوف. و نراعي عكس ترتيب العمودين الأخيرين و الصفين الأخيرين

AB		00	01	11	10
CD	00				
	01				
	11				
	10				

بعد ذلك نقوم بترقيم الخلايا من أعلى إلى أسفل و من اليسار إلى اليمين، مع مراعاة عكس ترتيب العمودين الأخيرين و الصفين الأخيرين

AB		00	01	11	10
CD	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
	10	2	6	14	10

أخيراً نقوم بوضع اسم متغير الخرج على يمين المخطط و وضع الـ 1's في الخلايا المناسبة

AB					
CD		00	01	11	10
00				1	1
	0	4	12	8	
01					
	1	5	13	9	
11	1				
	3	7	15	11	
10	1				1
	2	6	14	10	

x

x

استخدام مخططات كارنو في تبسيط التعبيرات المنطقية

في مخطط كارنو يتحول التشابه ما بين الحدود إلى تجاور ما بين الخلايا، فالحدود الواقعة في خلايا متجاورة على المخطط هي حدود متشابهة يمكن جمعها بغرض الاختصار. مثلاً

$A \backslash B$		0	1	x
		0	1	
0	1	1	0	2
1		1	3	

في مخطط كارنو لمتغيرين الموضح أعلاه الحدين الواقعين في الخليتين المتجاورتين 0 و 2 هما حدين متشابهين يمكن جمعهما بغرض الاختصار.

		AB				
		00	01	11	10	
C	0	1 0				x
	1	1 1	1 3	1 7		

في مخطط كارنو لثلاثة متغيرات الموضح أعلاه الحدين الواقعيين في الخليتين المتجاورتين 0 و 1 هما حدين متشابهين، و الحدين الواقعيين في الخليتين المتجاورتين 3 و 7 هما حدين متشابهين أيضاً، كما أن الحدين الواقعيين في الخليتين المتجاورتين 1 و 3 هما حدين متشابهين أيضاً. و كما نعلم فإن أي حدين متشابهين يمكن جمعهما بغرض الاختصار.

		AB				
		00	01	11	10	
CD	00			1 12	1 8	x
	01					
	11	1 3	1 7			
	10	1 2				

في مخطط كارنو لأربعة متغيرات الموضح أعلاه الحدين 8 و 12 متشابهين، و الحد 3 يتشابه مع كل من الحد 2 و الحد

هنالك تجاورات غير ظاهرة بصورة مباشرة، حيث أنه في حالة وجود أربعة صفوف أو أربعة أعمدة فإن كل خلية في العمود الأول تجاور الخلية المناظرة لها في الموقع في العمود الأخير، و كذلك فإن كل خلية في الصف الأول تجاور الخلية المناظرة لها في الموقع في الصف الأخير. مثلاً

$\begin{array}{c} AB \\ \diagdown \\ C \end{array}$		00	01	11	10	x
		0	1	1	0	
0	1			1		
1	1	1				
	0	2	6	4		
	1	3	7	5		

في مخطط كارنو لثلاثة متغيرات الموضح أعلاه الحد 1 يشبه الحد 3، و الحد 0 يشبه كل من الحد 1 و الحد 4.

AB					
CD		00	01	11	10
	00			1	1
		0	4	12	8
01					
		1	5	13	9
11		1			
		3	7	15	11
10		1			1
		2	6	14	10

x

في مخطط كارنو لأربعة متغيرات الموضح أعلاه الحد 8 يشبه الحد 12، و الحد 2 يشبه الحد 3، و الحد 10 يشبه كل من الحد 8 و الحد 2.

تكوين المجموعات في مخططات كارنو

لتبسيط التعبير المنطقي باستخدام مخططات كارنو نقوم بتكوين مجموعات من الحدود المتشابهة، و هذه المجموعات قد تكون ثنائية أو رباعية أو ثمانية. المجموعة الثنائية تتكون من حدين متشابهين و تختصر متغير واحد، و المجموعة الرباعية تتكون من أربعة حدود متشابهة و تختصر متغيرين، أما المجموعة الثمانية فتتكون من ثمانية حدود متشابهة و تختصر ثلاثة متغيرات. أي أنه كلما كانت المجموعة أكبر كان الاختصار أكثر. فعلينا أن نحاول إدخال أي حد في مجموعة، و كلما كانت تلك المجموعة أكبر كان ذلك أفضل. مثلاً

		A			
		B			
			0	1	
0		1	1		
			0	2	x
1					
			1	3	

في مخطط كارنو لمتغيرين الموضح أعلاه قمنا بتكوين مجموعة ثنائية من الحدين 0 و 2.

		AB				
		00	01	11	10	
C	0	1 0	2	6	4	x
	1	1 1	1 3	1 7	5	

في مخطط كارنو لثلاثة متغيرات الموضح أعلاه قمنا بتكوين مجموعتين ثنائيتين. مجموعة ثنائية من الحدين 0 و 1، و مجموعة ثنائية أخرى من الحدين 3 و 7. لاحظ أنه على الرغم من أن الحدين 1 و 3 يتشابهان إلا أننا لا نحتاج لتكوين مجموعة ثنائية منهما لأن كليهما قد دخل في مجموعة أخرى.

		AB				
		00	01	11	10	
C	0	1 0	1 2	1 6	4	x
	1	1 1	1 3	7	5	

في مخطط كارنو لثلاثة متغيرات الموضح أعلاه قمنا بتكوين مجموعة رباعية و مجموعة ثنائية. لاحظ أن الحد 2 قد دخل في تكوين كل من المجموعة الثنائية و المجموعة الرباعية، و هذا يناظر تكرار الحد الذي يتشابه مع أكثر من حد آخر.

AB					
CD		00	01	11	10
	00			1	1
		0	4	12	8
01					
		1	5	13	9
11		1			
		3	7	15	11
10		1			1
		2	6	14	10

x

في مخطط كارنو لأربعة متغيرات الموضح أعلاه قمنا بتكوين ثلاثة مجموعات ثنائية. لاحظ المجموعة المكونة من الحدين 2 و 10. لاحظ أيضاً أنه كان في إمكاننا جمع الحد 10 في مجموعة ثنائية مع الحد 8 بدلاً عن الحد 2.

كتابة التعبير المنطقي المختصر من مخطط كارنو

بعد تكوين المجموعات بالطريقة المثلى يتم كتابة التعبير المنطقي المختصر مباشرة من مخطط كارنو، و ذلك بكتابة حد مختصر لكل مجموعة. لكتابة الحد المختصر لمجموعة معينة ننظر لقيم المتغيرات داخل المجموعة، فأى متغير تتغير قيمته داخل المجموعة من 0 إلى 1 أو من 1 إلى 0 يتم اختصاره، أما المتغير الذي تكون قيمته ثابتة داخل المجموعة فنأخذه معكوساً إذا كانت قيمته ثابتة في 0، و بدون عكس إذا كانت قيمته ثابتة في 1، ثم نقوم بربط هذه المتغيرات مع بعضها البعض بعمليات AND. وبعد كتابة الحد المختصر المقابل لكل مجموعة نقوم بربط هذه الحدود مع بعضها البعض بعمليات OR (أي نجمعها).

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B) = \sum m(0, 2)$$

الحل:

نقوم برسم مخطط كارنو و تكوين المجموعات

		\overline{B}		
A		0	1	
B	0	1	1	x
	1			
		0	2	
		1	3	

لدينا مجموعة واحدة لذلك يوجد حد واحد فقط. لكتابة الحد ننظر لقيم المتغيرات داخل المجموعة فنجد أن المتغير A قد تغيرت قيمته من 1 إلى 0 داخل المجموعة فيختصر، أما المتغير B فقيمته ثابتة في 0 داخل المجموعة لذلك نأخذه معكوساً. و بالتالي فإن التعبير المختصر هو

$$x = \overline{B}$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبيرين المنطقيين

$$x = f(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 7)$$

$$y = f(A, B, C) = \sum m(0, 1, 2, 4, 5)$$

الحل:

نقوم برسم مخطط كارنو لكل متغير من متغيري الخرج ثم نقوم بتكوين المجموعات

		AB			
		00	01	11	10
C	\overline{AB} 0	1 0	2	6	4 x
	1	1 1	3 1	7 1	5

BC

		AB			
		00	01	11	10
C	0	1 0	2 1	6	4 y
	1	1 \overline{B}	3	7	5

\overline{AC}

في مخطط كارنو للمتغير x لدينا مجموعتين ثنائيتين. المجموعة الرأسية فيها كلا المتغيرين A و B ثابتين في 0 داخل المجموعة لذلك نأخذهما معكوسين، أما المتغير C فقد تغيرت قيمته داخل المجموعة فيختصر، و عليه يكون الحد المختصر المقابل لهذه المجموعة هو \overline{AB} . أما بالنسبة للمجموعة الأفقية فقد تغيرت قيمة المتغير A داخلها لذلك يتم إختصاره، أما المتغيرين B و C فكلهما ثابت في 1 داخل المجموعة لذلك نأخذهما بدون عكس، و عليه يكون الحد المختصر المقابل لهذه المجموعة هو BC . أخيراً نقوم بربط الحدود المختصرة المقابلة للمجموعات بعمليات OR فنحصل على

$$x = \overline{AB} + BC$$

أما بالنسبة لمخطط كارنو للمتغير y فلدينا مجموعة رباعية و مجموعة ثنائية. في المجموعة الرباعية كلا المتغيرين A و C تغيرت قيمتهما داخل المجموعة لذلك يتم إختصارهما، أما المتغير B فقيمته ثابتة داخل المجموعة في 0 لذلك نأخذه معكوساً، أي أن الحد المختصر المقابل لهذه المجموعة هو \bar{B} . أما في المجموعة الثنائية فالمتغير B تغيرت قيمته داخل المجموعة فيتم إختصاره، أما المتغيرين A و C فكلاهما ثابت داخل المجموعة في 0 لذلك نأخذهما معكوسين، أي أن الحد المختصر المقابل لهذه المجموعة هو \bar{AC} . أخيراً نقوم بربط الحدود المختصرة المقابلة للمجموعات بعمليات OR فنحصل على

$$y = \bar{B} + \bar{AC}$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(1, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 12)$$

الحل:

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>CD</i>	00			1	1	<i>x</i>
		0	4	12	8	
	01	1	1			
		1	5	13	9	
	11	1	1			
		3	7	15	11	
	10	1			1	
		2	6	14	10	

$$x = \overline{A}D + A\overline{C}\overline{D} + \overline{B}C\overline{D}$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(1, 4, 5, 6, 9, 12, 13, 14)$$

الحل:

		<i>AB</i>				
		00	01	11	10	
<i>CD</i>	00		1	1		<i>x</i>
		0	4	12	8	
	01	1	1	1	1	
		1	5	13	9	
11						
		3	7	15	11	
10			1	1		
		2	6	14	10	

$$x = \overline{C}D + B\overline{D}$$

التعبيرات المنطقية في صورة مجموع الحدود الصغرى

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 8, 10, 12)$$

مخطط كارنو لأربعة متغيرات يتكون من 16 خلية مرتبة في شكل أربعة صفوف و أربعة أعمدة

نضع متغيرات الدخّل على الصفوف و الأعمدة مبتدئين بالمتغير الواقع في الخانة العليا (MSB)، حيث نضع المتغيرين A و B معاً على الأعمدة، و نضع المتغيرين C و D معاً على الصفوف. و نراعي عكس ترتيب العمودين الأخيرين و الصفين الأخيرين

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$$

الحل:

لاحظ أن الزوايا الأربع للمخطط
تشكل مجموعة رباعية

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1 0			1 8
	01		1 5	1 13	
	11		1 7	1 15	
	10	1 2			1 10

$$x = \overline{B}\overline{D} + BD$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$$

الحل:

<i>AB</i>		<i>CD</i>				<i>x</i>
		00	01	11	10	
<i>CD</i>	00	1 0	1 4	12	8	
	01	1 1	1 5	13	9	
	11	1 3	1 7	15	11	
	10	1 2	1 6	14	10	

$$x = \overline{A}$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14)$$

الحل:

<i>AB</i>					
<i>CD</i>		00	01	11	10
	00	1	1	1	1
	01				
	11				
	10				

x

$$x = \overline{D}$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 15)$$

الحل:

AB		00	01	11	10
CD					
00		1	1		1
		0	4	12	8
01			1	1	1
		1	5	13	9
11		1	1	1	
		3	7	15	11
10		1			
		2	6	14	10

x

$$x = BD + \overline{A}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$$

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15)$$

الحل:

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00				1 12	
01	1 1	1 5	1 13		
11		1 7	1 15	1 11	
10		1 6			

x

$$x = ABC\bar{C} + \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}BC + ACD$$

لاحظ أنه من السهل في المثال السابق الوقوع في خطأ تكوين المجموعة الرباعية، الموضحة بالخط المتقطع، و التي لا داعي لها نظراً إلى أن جميع الحدود المكونة لها قد دخلت في تكوين المجموعات الثنائية. لتجنب الوقوع في مثل هذا الخطأ يجب ألا نبدأ بتكوين المجموعات الكبيرة، بل نبدأ دائماً بتكوين المجموعات الصغيرة ثم ننتقل للمجموعات الأكبر. أي نبدأ بتكوين المجموعات الأحادية، فأى حد لا يمكن جمعه مع أي حد آخر نكون منه مجموعة أحادية. ثم ننتقل لتكوين المجموعات الثنائية، فأى حد لا يمكن ضمه إلا لمجموعة ثنائية نستخدمه في تكوين مجموعة ثنائية. و بنفس الأسلوب ننتقل لتكوين المجموعات الرباعية ثم تكوين المجموعات الثمانية.

مثال:

استخدم مخططات كارنو في تبسيط التعبير المنطقي

$$x = f(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 3, 6, 9, 11, 12, 13, 15)$$

الحل:

$AB \backslash CD$		00	01	11	10
00	1 0		4	1 12	8
01	1 1		5	1 13	1 9
11	1 3		7	1 15	1 11
10		2	1 6	14	10

$$x = \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + ABC\overline{C} + AD + \overline{B}D$$