

# TD : évaluation du bilan thermique intégral d'un bain de corium à deux couches

---

## Description

Dans ce TD, on se propose d'évaluer, à partir des hypothèses et fermetures classiquement utilisées dans les codes de calculs, la répartition de la puissance et du flux de chaleur aux interfaces d'un bain de corium dans une configuration stationnaire à deux couches : une phase oxyde qui porte toute la puissance résiduelle en-dessous d'une phase métallique. La phase oxyde est entourée d'une croûte réfractaire tandis que la phase métallique est en contact direct avec la paroi de la cuve en fusion. Il s'agit d'une adaptation de la configuration évaluée pour le réacteur AP1000 [1] et reprise dans la série de benchmarks de [2]. Pour faciliter la réalisation de ce TD (en particulier, les questions des § 3.2 et 3.3 qui ne peuvent pas être traitées analytiquement), il est accompagné de notebooks Jupyter manipulable en ligne : <https://mybinder.org/v2/gh/niamorelreillet/ENSE3-Cours/main?urlpath=lab>.

---

## Préambule sur Jupyterlab



Les notebooks Jupyter sont des cahiers électroniques qui, dans le même document, peuvent rassembler du texte, des images, des formules mathématiques et du code informatique exécutable (en l'occurrence du python 3). Ils sont manipulables interactivement dans un navigateur web (voir, par exemple, [https://python.sdv.univ-paris-diderot.fr/18\\_jupyter](https://python.sdv.univ-paris-diderot.fr/18_jupyter)).

Deux notebooks accompagnent ce TD :

- `Very_short_python_tutorial.ipynb`, un très court tutoriel qui montre les quelques fonctionnalités python nécessaires à la réalisation de ce TD ;
- `TD_template.ipynb`, le “canevas” du TD à remplir en suivant les questions de l'énoncé ci-dessous ;

Ces notebooks peuvent être manipulés en ligne à l'adresse suivante :

<https://mybinder.org/v2/gh/niamorelreillet/ENSE3-Cours/main?urlpath=lab>.

La session ouverte par ce biais n'a qu'une durée de vie limitée mais, heureusement, il est possible de sauver  et restaurer  les modifications faites au travers du stockage du navigateur web. Voir <https://discourse.jupyter.org/t/getting-your-notebook-after-your-binder-has-stopped/3268>. Il est conseillé d'utiliser Firefox ou Chrome comme navigateur web pour garantir la fonctionnement de cette fonctionnalité.

■ **Nota Bene** Bien sûr, si vous installez Jupyterlab sur votre ordinateur (par le biais d'Anaconda par exemple ; voir <https://test-jupyter.readthedocs.io/en/latest/install.html>), vous pouvez travailler localement ■

Un troisième notebook (`TD.ipynb`), le TD complété, vous sera “distribué” à la fin.

## Configuration, hypothèses, notations

La Figure 1 présente la configuration considérée avec les notations associées vis-à-vis des flux de chaleur et des températures d'interface. Le fond de la cuve est hémisphérique de rayon  $R = 2\text{m}$ .

Les hypothèses simplificatrices suivantes seront faites vis-à-vis des couches liquides :

- leur composition est uniforme ;

- les fluides sont traités de manière incompressible sous l’hypothèse de Boussinesq ;
- leur propriétés thermophysiques (hormis la masse volumique dans la flottabilité) ne dépendent pas de la température et sont données au Tableau 1.

Les hypothèses simplificatrices suivantes seront faites vis-à-vis de la croûte réfractaire entourant le bain oxyde :

- sa composition est uniforme (et correspond à celle du solide formé à l’équilibre thermodynamique à la température de liquidus du liquide) ;
- sa masse sera négligée vis-à-vis de celle du liquide ;
- la puissance volumique associée est considérée nulle ;
- la conduction est considérée comme unidimensionnelle “plan”.

On considèrera aussi que la conduction dans la paroi de la cuve est unidimensionnelle “plan”.

Ecrivez-le bilan thermique des deux couches liquides en stationnaire.

■ **Q1** A partir des hypothèses précédentes, que pouvez-vous dire de  $\phi_{up}^{ox}$  et  $\phi_{met}^{dwn}$  ? Que cela implique-t-il pour la résolution du bilan thermique de ce bain à deux couches ? ■

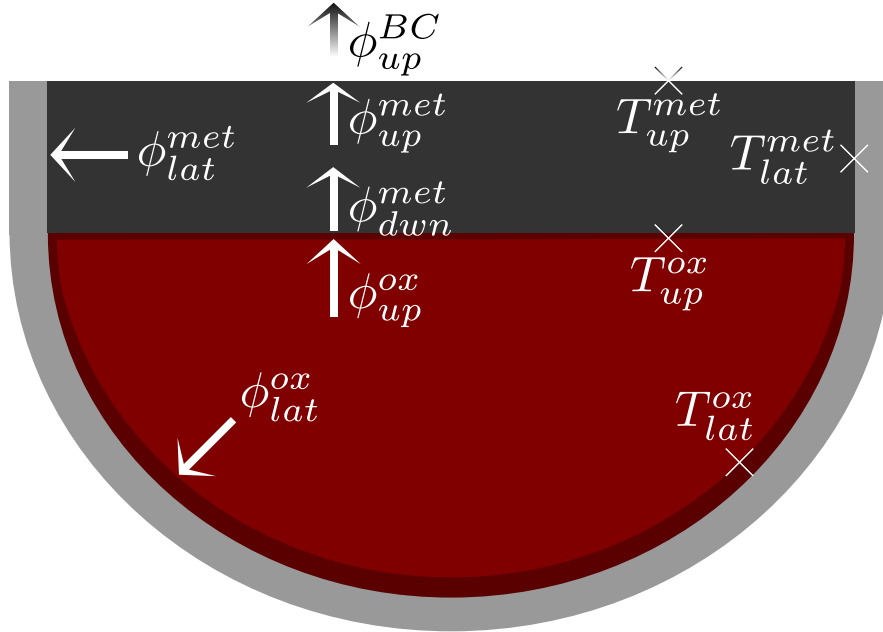


FIGURE 1: Configuration à deux couches et notations des flux et températures

TABLE 1: Propriétés des deux phases liquides

Propriété	Unité	Valeur	
		Oxyde	Métal
masse volumique	$\text{kg.m}^{-3}$	8191	6899
conductivité thermique	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	5.3	25
viscosité cinématique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$	$5.7 \times 10^{-7}$	$5.9 \times 10^{-7}$
capacité calorifique massique	$\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	533	789.5
coefficient de dilatation thermique isobare	$\text{K}^{-1}$	$1.05 \times 10^{-4}$	$1.11 \times 10^{-4}$
température de liquidus	K	2950	1600
puissance dissipée dans le volume	MW	14	0

■ **Nota Bene** Dans tout ce qui suit, de par les corrélations utilisées, la longueur caractéristique qui intervient dans tous les nombres adimensionnels ( $Ra_i$ ,  $Ra$ ,  $Nu$ ) est la hauteur de la couche concernée. ■

## 1. Bain oxyde

Le bain oxyde occupe une hauteur  $H^{ox} = 1.5\text{m}$  dans le fond de la cuve.

On cherche à calculer la température moyenne et la distribution de puissance entre surfaces latérale et supérieure à partir de l'équation d'énergie intégrale en stationnaire.

■ **Q2** Calculer le volume  $V^{ox}$ , la surface latérale  $S_{lat}^{ox}$  et la surface supérieure  $S_{up}^{ox}$  ■

■ **Q3** Calculer le nombre de Rayleigh interne  $Ra_i^{ox}$  ■

■ **Q4** Calculer le nombre de Nusselt associé à l'échange latéral  $Nu_{lat}^{ox}$  à partir de la corrélation "BALI bas" (cf. [3])  $Nu_{lat}^{ox} = 0.131 (Ra_i^{ox})^{0.25} \left(\frac{H^{ox}}{R}\right)^{0.19}$  ■

■ **Q5** Calculer le nombre de Nusselt associé à l'échange supérieur  $Nu_{up}^{ox}$  à partir de la corrélation "BALI haut" (cf. [3])  $Nu_{up}^{ox} = 0.381 (Ra_i^{ox})^{0.234}$  ■

■ **Q6** Calculer  $T^{ox}$  ■

■ **Q7** Calculer  $\phi_{lat}^{ox}$  et  $\phi_{up}^{ox}$  ainsi que la répartition de la puissance ■

On considère maintenant que le flux latéral "local"  $\varphi_{lat}^{ox}(z)$  s'écrit  $\varphi_{lat}^{ox}(z) = \phi_{lat}^{ox} f(z)$  avec la fonction de forme  $f(z)$  donnée par  $\forall z \in [0, H^{ox}]$  :

$$f(z) = 0.25 - 0.75 \times c \times \cos^3(\theta) \quad (1)$$

avec  $\theta = \sin^{-1} \left(1 - \frac{z}{R}\right)$ ,  $\theta^{ox} = \sin^{-1} \left(1 - \frac{H^{ox}}{R}\right)$  et  $c = \frac{8(1 - \sin \theta^{ox})}{3\left(\frac{\pi}{2} - \theta^{ox}\right) - 3 \sin \theta^{ox} \cos \theta^{ox} - 2 \sin \theta^{ox} \cos^3 \theta^{ox}}$ .

Plot the lateral flux profile  $\varphi_{lat}^{ox}(z) = \phi_{lat}^{ox} f(z)$  along the vessel wall (considering the following shape function  $f(z)$ ) and compare it for  $z = H^{ox}$  to the pessimistic value of  $1.5\text{MW.m}^{-2}$  for the critical heat flux associated with the external cooling of the vessel wall

■ **Q8** Tracer  $\varphi_{lat}^{ox}(z)$  pour  $z \in [0, H^{ox}]$  et comparer le maximum local de flux avec la valeur (pessimiste) de  $1.5\text{MW.m}^2$  du flux critique associé au refroidissement externe ■

## 2. Croûte réfractaire et ablation de la paroi cuve

Pour une cote  $z \in [0, H^{ox}]$  donnée, on considèrera que le flux "local"  $\varphi_{lat}^{ox}(z)$  est dissipé par conduction unidimensionnelle "plan" dans l'épaisseur  $e_c(z)$  de la croûte réfractaire et l'épaisseur  $e_v(z)$  de la paroi de la cuve (cf. Figure 2).

On considèrera que la conductivité de la croûte  $\lambda_c$  est la même que celle de la phase oxyde liquide tandis que, pour l'acier de la cuve, on prendra une conductivité  $\lambda_v = 40\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Par ailleurs, la température de fusion de ce même acier sera prise égale à  $1650\text{K}$ . Par ailleurs, l'épaisseur nominale de la paroi de la cuve est de  $0.2\text{m}$ .

■ **Q9** En écrivant l'expression du flux conductif stationnaire dans l'épaisseur de la cuve, calculez la température  $T_{c/v}$  d'interface entre la croûte et la cuve ■

■ **Q10** Quelle est la valeur maximale que peut atteindre  $T_{c/v}$  ? En déduire l'épaisseur résiduelle  $e_v(z)$  et la tracer selon  $z$  ■

(on “ignorerà” l’acier fondu de la paroi de la cuve en considérant qu’il s’est relocalisé dans la couche métallique)

■ **Q11** En écrivant l’expression du flux conductif stationnaire dans l’épaisseur de la croûte, calculez et tracez  $e_c(z)$  ■

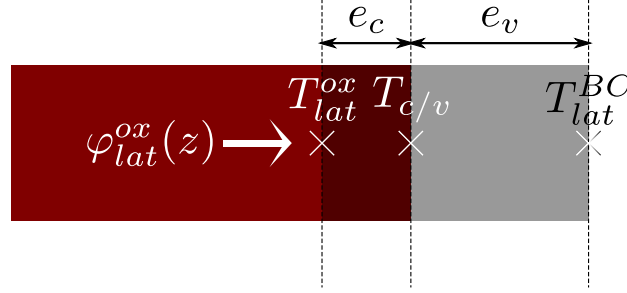


FIGURE 2: Vue schématique de la conduction unidimensionnelle dans l’épaisseur de la croûte et la cuve pour une cote  $z \in [0, H^{ox}]$  donnée

### 3. Couche métallique supérieure

La couche métallique occupe une hauteur  $H^{met} = 0.9\text{m}$  dans le fond de la cuve.

■ **Q12** Calculer le nombre de Prandtl  $Pr^{met}$  ■

■ **Q13** Donner l’expression du nombre de Rayleigh externe  $Ra^{met}[\Delta T]$  et l’évaluer pour  $\Delta T = 100\text{K}$ . Doit-on s’attendre à un écoulement laminaire ou turbulent ? ■

■ **Q14** Calculer le volume  $V^{met}$ , la surface latérale  $S_{lat}^{met}$  et la surface supérieure  $S_{up}^{met}$  ■

On considèrera la corrélation de Globe&Dropkin [4] établie pour l’échange axial d’un liquide chauffé par le dessous et confinés entre deux plaques (resp. Chawla&Chan [5] établie pour l’échange d’une paroi verticale immergée dans un fluide) pour le transfert en surface supérieure (resp. latérale) :

$$Nu_{up}^{met}[\Delta T] = 0.069 (Pr^{met})^{0.074} (Ra^{met}[\Delta T])^{1/3}$$

$$Nu_{lat}^{met}[\Delta T] = \frac{0.16}{\left(1 + \left(\frac{0.492}{Pr^{met}}\right)^{9/16}\right)^{16/27}} (Ra^{met}[\Delta T])^{1/3}$$

#### 3.1. Condition adiabatique en surface supérieure

Considérons d’abord une condition adiabatique en surface haute *i.e.*  $\phi_{up}^{BC} = 0$ .

■ **Q15** Calculer  $\phi_{lat}^{met}$  ■

■ **Q16** Calculer  $T^{met}$  ■

#### 3.2. Condition de transfert radiatif en surface supérieure

Considérons maintenant un transfert radiatif en surface haute sous la forme simple suivante  $\phi_{up}^{BC}[T_{up}^{met}] = \varepsilon_{up}\sigma \left( (T_{up}^{met})^4 - (T^{BC})^4 \right)$  où  $\varepsilon_{up}$  est une émissivité “effective”.<sup>1</sup>

La résolution ne peut plus se faire de manière analytique.

1. e.g. pour un transfert entre deux plaques parallèles,  $\varepsilon_{up} = \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1}$

■ **Q17** Formaliser le problème à résoudre (deux équations, deux inconnues  $(T^{met}, T_{up}^{met})$ ) et décrire l'algorithme que vous implémenteriez pour en trouver la solution ■

■ **Nota Bene** Pour la suite, l'accès aux notebooks Jupyter associé à ce TD est indispensable. Si ça n'est pas possible, une démonstration d'une telle résolution numérique sera faite et les résultats discutés. ■

■ **Q18** En considérant  $\varepsilon_{up} = 0.38$  et  $T^{BC} = 950\text{K}$ , évaluer  $T^{met}$ ,  $T_{up}^{met}$ ,  $\phi_{lat}^{met}$  et  $\phi_{up}^{met}$  ■

### 3.3. Etudes paramétriques

En considérant le cas avec transfert radiatif, on peut faire varier  $\varepsilon_{up}$ ,  $T^{BC}$  dans un premier temps,  $H^{met}$  dans un second temps pour voir comment ça se comporte. Discuter de ces résultats vis-à-vis de la valeur (pessimiste) de  $1.5\text{MW.m}^2$  du flux critique associé au refroidissement externe.

## Références

- [1] H. Esmaili, M. Khatib-Rahbar, Analysis of in-vessel retention and ex-vessel fuel coolant interaction for AP1000, Technical Report NUREG/CR-6849 ERI/NRC 04-201, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research (2004).
- [2] L. Carénini, F. Fichot, N. Bakouta, R. Le Tellier, L. Viot, I. Melnikov, P. Pandazis, A. Filippov, Main outcomes from the ivr code benchmark performed in the IVMR project, in : Proc. of the 9th European Review Meeting on Severe Accident Research ERMSAR2019, Prague, Czech Republic, 2019.
- [3] J. M. Bonnet, J. M. Seiler, Thermohydraulic phenomena in corium pool : the bali experiment, in : Proc. of ICONE 7, Tokyo, Japan, 1999.
- [4] S. Globe, D. Dropkin, Natural convection heat transfer in liquids confined by two horizontal plates and heated from below, Journal of Heat Transfer 81 (1959) 24–28.
- [5] T. C. Chawla, S. H. Chan, Heat transfer from vertical/inclined boundaries of heat-generating boiling pools, Journal of Heat Transfer 104 (1982) 465–473.