

TP N°3 : Complexité polynomiale

Exercice1 : Produit de deux matrices

1. Ecrire le programme C qui permet de calculer le produit de 2 matrices A et B :

$$C(n, p) = A(n, m) \times B(m, p) \quad n, m, p \in \mathbb{N} \text{ et } (n \geq 1, m \geq 1, p \geq 1)$$

Les éléments $C(i, j)$ sont calculés avec la formule :

$$C(i, j) = \sum_{k=1}^p (A(i, k) \times B(k, j)) \quad ; \quad i = 1 \dots n \text{ et } j = 1 \dots m$$

2. Calculer la complexité temporelle théorique de ce programme en fonction de n, m et p. Dans le cas où $n=m=p$ (cas des matrices carrées), donner la nouvelle formulation de la complexité.
3. Calculer l'espace mémoire nécessaire pour l'exécution de ce problème.
4. Mesurer les temps d'exécution T du produit de deux matrices carrées (nxn) pour un échantillon de données de la variable n et représenter les résultats sous la forme d'un tableau.
5. Représenter par un graphe les variations du temps T par rapport aux valeurs de n.
6. Comparer entre la complexité théorique et la complexité expérimentale. Y-a-t-il concordance entre le modèle théorique et les mesures expérimentales ?

Exercice 2 :¹ Recherche d'une sous matrice

Soit $A(n, m), B(n', m')$ deux tableaux à deux dimensions tel que $n' < n$ et $m' < m$. Il s'agit de rechercher le tableau B dans le tableau A.

- 1- En supposant que les éléments de A et B ne sont pas triés, écrire une fonction *sousMat1* qui retrouve B dans A. Evaluez sa complexité temporelle théorique.
- 2- En supposant que chacune des lignes de A et B est triée par ordre croissant (voir figure), écrire une fonction *sousMat2* non naïve de complexité minimale pour trouver B dans A. Evaluez sa complexité temporelle théorique.
- 3- Mesurer les temps d'exécution en faisant varier n, m puis n', m' et représenter les résultats sous la forme d'un tableau pour les fonctions *sousMat1* et *sousMat2*.
- 4- Représenter par un graphe les résultats obtenus en 3- de *sousMat1* et *sousMat2*.

2	2	2	3	5	7	8	17	24	24	54	67	76
3	4	4	5	6	6	6	8	11	12	33	81	85
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108
2	2	2	3	5	7	8	17	24	24	54	67	76
3	4	4	5	6	6	6	8	11	12	33	81	85
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108

Tableau A

24	54	56
5	7	8
6	6	6

Tableau B

Figure. Exemple de tableaux A et B triés

¹ Exercice proposée par S. Larabi au concours doctorat 2017-2018