

Hardy Inequality Over Fritz Distribution

TC Fraser

Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Ontario, Canada

(Dated: July 19th, 2016)

Notation:

Random variable X obtains outcome x is written as x_X to indicate $X = x$.

$$P(a_A b_B c_C) = P(A = a, B = b, C = c)$$

Preinjectable sets:

$$\begin{aligned} & \{\{A_1, B_1, C_1\}, \{A_4, B_4, C_4\}\} \\ & \{\{A_1, B_2, C_3\}, \{A_4, B_3, C_2\}\} \\ & \{\{A_2, B_3, C_1\}, \{A_3, B_2, C_4\}\} \\ & \{\{A_2, B_4, C_3\}, \{A_3, B_1, C_2\}\} \\ & \{\{A_1\}, \{B_3\}, \{C_4\}\} \\ & \{\{A_1\}, \{B_4\}, \{C_2\}\} \\ & \{\{A_2\}, \{B_1\}, \{C_4\}\} \\ & \{\{A_2\}, \{B_2\}, \{C_2\}\} \\ & \{\{A_3\}, \{B_3\}, \{C_3\}\} \\ & \{\{A_3\}, \{B_4\}, \{C_1\}\} \\ & \{\{A_4\}, \{B_1\}, \{C_3\}\} \\ & \{\{A_4\}, \{B_2\}, \{C_1\}\} \end{aligned}$$

Ordering for preinjectable sets:

Here are the first few expressions for the deflated preinjectable sets. The ordering is an enumeration of the outcome space sorted by the alpha-numeric order of the **inflated** random variables. $(A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, \dots, C_3, C_4)$

$$\begin{aligned} & P(0_A 0_B 0_C) P(0_A 0_B 0_C) \\ & P(0_A 0_B 0_C) P(0_A 0_B 1_C) \\ & P(0_A 0_B 0_C) P(0_A 0_B 2_C) \\ & P(0_A 0_B 0_C) P(0_A 0_B 3_C) \\ & P(0_A 0_B 1_C) P(0_A 0_B 0_C) \\ & P(0_A 0_B 1_C) P(0_A 0_B 1_C) \\ & P(0_A 0_B 1_C) P(0_A 0_B 2_C) \\ & P(0_A 0_B 1_C) P(0_A 0_B 3_C) \\ & P(0_A 0_B 2_C) P(0_A 0_B 0_C) \\ & P(0_A 0_B 2_C) P(0_A 0_B 1_C) \\ & P(0_A 0_B 2_C) P(0_A 0_B 2_C) \\ & P(0_A 0_B 2_C) P(0_A 0_B 3_C) \\ & P(0_A 0_B 3_C) P(0_A 0_B 0_C) \\ & P(0_A 0_B 3_C) P(0_A 0_B 1_C) \\ & P(0_A 0_B 3_C) P(0_A 0_B 2_C) \\ & \vdots \end{aligned}$$

Inequality:

Notation here:

$$P(abc) = P(A = a, B = b, C = c)$$

$$P(000)P(233) \leq$$

$$\begin{aligned}
& 2P(030)P(203) + 2P(130)P(203) + 2P(130)P(303) + P(000)P(003) + \\
& P(000)P(013) + P(000)P(023) + P(000)P(033) + P(000)P(103) + \\
& P(000)P(113) + P(000)P(123) + P(000)P(133) + P(000)P(203) + \\
& P(000)P(213) + P(000)P(223) + P(010)P(003) + P(010)P(013) + \\
& P(010)P(023) + P(010)P(033) + P(010)P(103) + P(010)P(113) + \\
& P(010)P(123) + P(010)P(133) + P(010)P(203) + P(010)P(213) + \\
& P(020)P(003) + P(020)P(013) + P(020)P(023) + P(020)P(033) + \\
& P(020)P(103) + P(020)P(113) + P(020)P(123) + P(020)P(133) + \\
& P(020)P(203) + P(020)P(213) + P(020)P(223) + P(020)P(233) + \\
& P(022)P(211) + P(030)P(003) + P(030)P(013) + P(030)P(023) + \\
& P(030)P(033) + P(030)P(103) + P(030)P(113) + P(030)P(123) + \\
& P(030)P(133) + P(030)P(200) + P(030)P(201) + P(030)P(202) + \\
& P(030)P(213) + P(030)P(223) + P(030)P(233) + P(030)P(300) + \\
& P(030)P(301) + P(030)P(302) + P(030)P(303) + P(031)P(200) + \\
& P(031)P(201) + P(031)P(202) + P(031)P(203) + P(031)P(300) + \\
& P(031)P(301) + P(031)P(302) + P(031)P(303) + P(032)P(200) + \\
& P(032)P(201) + P(032)P(202) + P(032)P(203) + P(032)P(211) + \\
& P(032)P(212) + P(032)P(213) + P(032)P(222) + P(032)P(223) + \\
& P(032)P(232) + P(032)P(233) + P(032)P(302) + P(032)P(303) + \\
& P(033)P(200) + P(033)P(201) + P(033)P(202) + P(033)P(203) + \\
& P(033)P(300) + P(033)P(301) + P(033)P(302) + P(033)P(303) + \\
& P(100)P(003) + P(100)P(013) + P(100)P(023) + P(100)P(033) + \\
& P(100)P(103) + P(100)P(113) + P(100)P(123) + P(100)P(133) + \\
& P(100)P(203) + P(100)P(213) + P(100)P(223) + P(100)P(303) + \\
& P(100)P(313) + P(100)P(323) + P(110)P(003) + P(110)P(013) + \\
& P(110)P(023) + P(110)P(033) + P(110)P(103) + P(110)P(113) + \\
& P(110)P(123) + P(110)P(133) + P(110)P(203) + P(110)P(213) + \\
& P(110)P(223) + P(110)P(233) + P(110)P(303) + P(110)P(313) + \\
& P(120)P(003) + P(120)P(013) + P(120)P(023) + P(120)P(033) + \\
& P(120)P(103) + P(120)P(113) + P(120)P(123) + P(120)P(133) + \\
& P(120)P(203) + P(120)P(213) + P(120)P(223) + P(120)P(233) + \\
& P(120)P(303) + P(120)P(313) + P(120)P(323) + P(120)P(333) + \\
& P(130)P(003) + P(130)P(013) + P(130)P(023) + P(130)P(033) + \\
& P(130)P(103) + P(130)P(113) + P(130)P(123) + P(130)P(133) + \\
& P(130)P(200) + P(130)P(201) + P(130)P(202) + P(130)P(213) + \\
& P(130)P(223) + P(130)P(233) + P(130)P(300) + P(130)P(301) + \\
& P(130)P(302) + P(130)P(313) + P(130)P(323) + P(130)P(333) + \\
& P(131)P(200) + P(131)P(201) + P(131)P(202) + P(131)P(203) + \\
& P(131)P(213) + P(131)P(223) + P(131)P(233) + P(131)P(303) + \\
& P(131)P(313) + P(131)P(323) + P(131)P(333) + P(132)P(200) + \\
& P(132)P(201) + P(132)P(202) + P(132)P(203) + P(132)P(213) + \\
& P(132)P(223) + P(132)P(233) + P(132)P(303) + P(132)P(313) + \\
& P(132)P(323) + P(132)P(333) + P(133)P(200) + P(133)P(201) + \\
& P(133)P(202) + P(133)P(203) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&P(133)P(300) + P(133)P(301) + P(133)P(302) + P(133)P(303) + \\
&P(200)P(003) + P(200)P(013) + P(200)P(023) + P(200)P(033) + \\
&P(200)P(103) + P(200)P(113) + P(200)P(123) + P(200)P(133) + \\
&P(200)P(203) + P(200)P(213) + P(200)P(223) + P(200)P(233) + \\
&P(200)P(303) + P(200)P(313) + P(200)P(323) + P(200)P(333) + \\
&P(210)P(003) + P(210)P(013) + P(210)P(023) + P(210)P(033) + \\
&P(210)P(103) + P(210)P(113) + P(210)P(123) + P(210)P(133) + \\
&P(210)P(203) + P(210)P(213) + P(210)P(223) + P(210)P(233) + \\
&P(210)P(303) + P(210)P(313) + P(210)P(323) + P(210)P(333) + \\
&P(220)P(003) + P(220)P(013) + P(220)P(023) + P(220)P(033) + \\
&P(220)P(103) + P(220)P(113) + P(220)P(123) + P(220)P(133) + \\
&P(220)P(203) + P(220)P(213) + P(220)P(223) + P(220)P(233) + \\
&P(220)P(303) + P(220)P(313) + P(220)P(323) + P(220)P(333) + \\
&P(230)P(003) + P(230)P(013) + P(230)P(023) + P(230)P(033) + \\
&P(230)P(103) + P(230)P(113) + P(230)P(123) + P(230)P(133) + \\
&P(230)P(203) + P(230)P(213) + P(230)P(223) + P(230)P(233) + \\
&P(230)P(303) + P(230)P(313) + P(230)P(323) + P(230)P(333) + \\
&P(300)P(003) + P(300)P(013) + P(300)P(023) + P(300)P(033) + \\
&P(300)P(103) + P(300)P(113) + P(300)P(123) + P(300)P(133) + \\
&P(300)P(203) + P(300)P(213) + P(300)P(223) + P(300)P(233) + \\
&P(300)P(303) + P(300)P(313) + P(300)P(323) + P(300)P(333) + \\
&P(310)P(003) + P(310)P(013) + P(310)P(023) + P(310)P(033) + \\
&P(310)P(103) + P(310)P(113) + P(310)P(123) + P(310)P(133) + \\
&P(310)P(203) + P(310)P(213) + P(310)P(223) + P(310)P(233) + \\
&P(310)P(303) + P(310)P(313) + P(310)P(323) + P(310)P(333) + \\
&P(320)P(003) + P(320)P(013) + P(320)P(023) + P(320)P(033) + \\
&P(320)P(103) + P(320)P(113) + P(320)P(123) + P(320)P(133) + \\
&P(320)P(203) + P(320)P(213) + P(320)P(223) + P(320)P(233) + \\
&P(320)P(303) + P(320)P(313) + P(320)P(323) + P(320)P(333) + \\
&P(330)P(003) + P(330)P(013) + P(330)P(023) + P(330)P(033) + \\
&P(330)P(103) + P(330)P(113) + P(330)P(123) + P(330)P(133) + \\
&P(330)P(203) + P(330)P(213) + P(330)P(223) + P(330)P(233) + \\
&P(330)P(303) + P(330)P(313) + P(330)P(323) + P(330)P(333)
\end{aligned}$$