

گزارش آزمایشگاه کنترل خطی (توپ و میله)

نیما حاجی حیدری (۹۹۲۳۰۱۷)، مهدی شاهینی (۹۹۲۳۰۴۰)

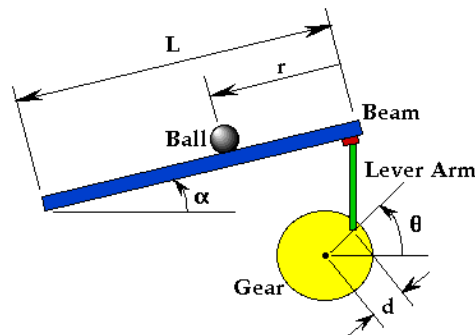
دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی برق

## فهرست مطالب

۳	مقدمه
۵	طراحی کنترل کننده PV در حالت کلی
۶	طراحی کنترل کننده بر اساس شاخص های عملکردی مطلوب
۷	شبیه سازی کامپیوتری
۸	نتیجه عملی
۱۰	بحث و نتیجه گیری

## مقدمه

سیستم توپ و میله، تشکیل شده است از یک سروو موتور که به میله‌ای با یک انتهای ثابت متصل بوده و از این طریق می‌تواند با تنظیم زاویه‌ی میله با افق، توپ را در نقطه‌ی مشخصی از میله نگه دارد. واضح است که این سیستم، یک سیستم ناپایدار بوده و توپ می‌تواند به راحتی به سمت هر انتهای میله منحرف شده و از کنترل خارج گردد بنابراین از یک سیستم کنترلی مبتنی بر فیدبک بهره برده می‌شود تا موقعیت توپ توسط آن تنظیم گردد.



سه مشخصه مهم در سیستم فوق الذکر وجود دارد :

- ۱- میزان چرخش زاویه ای سروو موتور :  $\theta$
- ۲- زاویه ی میله نسبت به راستای افقی :  $\alpha$
- ۳- جابجایی خطی توپ در راستای میله :  $x$

با تحلیل دینامیکی سیستم میتوان به تابع تبدیل آن دست یافت. در حوزه لاپلاس خواهیم داشت:

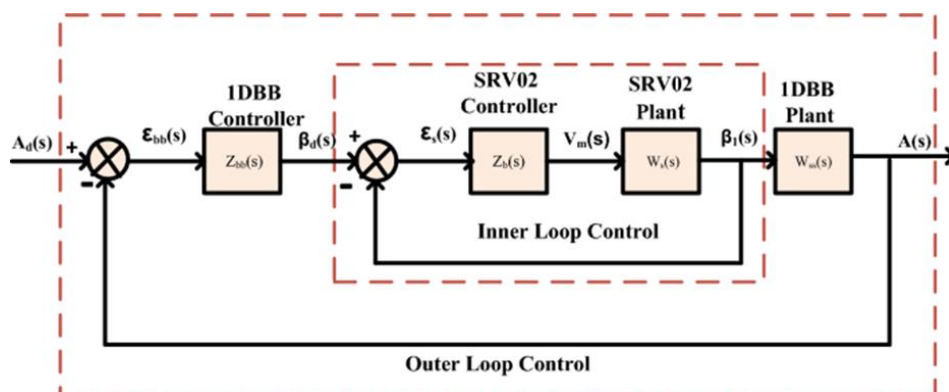
$$G_{1b\&b}(s) = \frac{\theta(s)}{A(s)} = \frac{L}{r}$$

$$G_{2b\&b}(s) = \frac{X(s)}{A(s)} = \frac{K'_{b\&b}}{s^2}$$

$$K'_{b\&b} = \frac{mgR^2}{mR^2 + J_b}$$

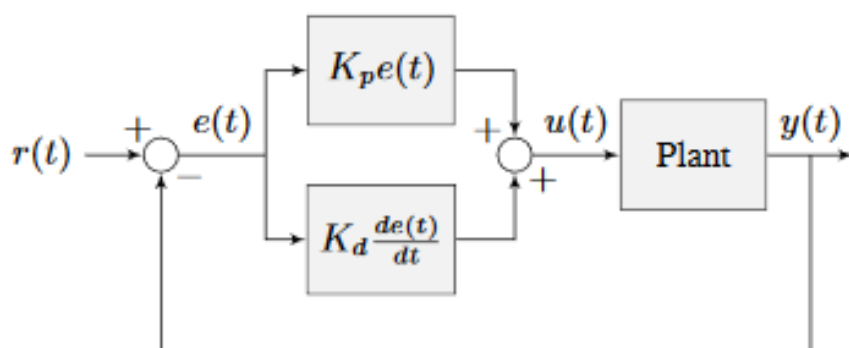
$$G_{b\&b} = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{1}{G_{1b\&b}(s)} \cdot G_{2b\&b}(s) = \frac{r}{L} \cdot \frac{K'_{b\&b}}{s^2}$$

همانطور که مشخص است، سیستم گوی و میله به نوعی با سیستم سروو موتور که پیشتر در مورد آن بحث شد ادغام گشته است. به همین علت میتوان بلوک دیاگرام زیر را برای آن ترسیم نمود:

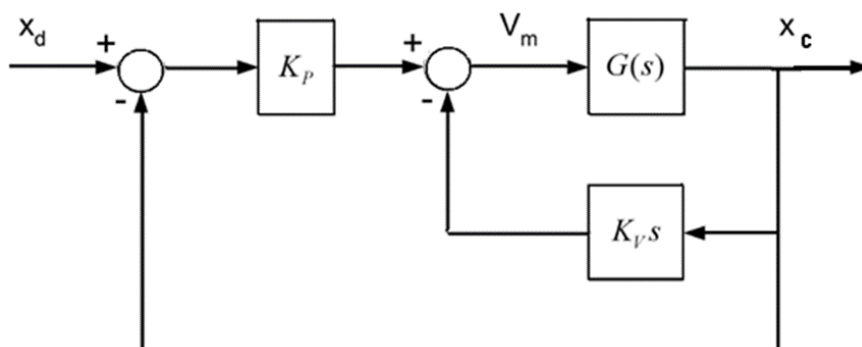


اما کنترل کننده‌ی توپ‌ومیله خود می‌تواند به صورت‌های مختلفی باشد که دو حالت آن را بررسی می‌کنیم:

۱- کنترل کننده‌های PD :



۲- کنترل کننده‌های PV :



از قبل با تابع تبدیل کنترل کننده های PD آشنا هستیم. در کنترل کننده PV نیز خواهیم داشت:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_P G(s)}{1 + (K_P + K_V s) G(s)}$$

بدیهی است که می توان با در نظر داشتن مشخصات مطلوب، ضرایب مربوط به کنترل کننده ها را تعیین کرد.

### طراحی کنترل کننده PV در حالت کلی

پیشتر دیدیم که می توان یک کنترل کننده ی PV را به چه صورت نشان داد. حال از همان بلوک دیاگرام خواهیم داشت:

$$U(s) = K_P \cdot E(s) - K_V s \cdot Y(s)$$

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

با جایگذاری از روابط بالا خواهیم داشت:

$$Y(s) = G(s) \cdot K_P \cdot E(s) - G(s) \cdot K_V s \cdot Y(s)$$

$$Y(s) = G(s) \cdot K_P \cdot R(s) - G(s) \cdot K_P \cdot Y(s) - G(s) \cdot K_V s \cdot Y(s)$$

می توان تابع تبدیل را به فرم زیر تعریف نمود:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s) \cdot K_P}{1 + G(s) \cdot K_P + G(s) \cdot K_V s}$$

در سیستم می توان با جایگذاری مقادیر داخلی تابع تبدیل G گفت که  $G(s) = \frac{7}{s^2}$ . بنابراین داریم:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{7}{s^2} \cdot K_P}{1 + \frac{7}{s^2} \cdot K_P + \frac{7}{s^2} K_V s}$$

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{7 \cdot K_P}{s^2 + 7K_v s + 7 k_p}$$

از سوی دیگر ولی می دانیم که در سیستم های مرتبه دو می توان تابع تبدیل را به صورت زیر نمایش داد:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

پس با برابر قرار دادن دو رابطه آخر می‌توان به ارتباط بین ضرایب کنترل‌کننده و مشخصات سیستم دست یافت. بنابراین، خواهیم داشت:

$$7K_v = 2\zeta\omega_n$$

$$7K_p = \omega_n^2$$

بنابراین پس از ساده شدن، خواهیم داشت :

$$K_p = \frac{\omega_n^2}{7}$$

$$K_v = 2\frac{\zeta\omega_n}{7} = 2 * \zeta * \frac{\sqrt{K_p}}{\sqrt{7}}$$

### طراحی کنترل‌کننده بر اساس شاخص‌های عملکردی مطلوب

با توجه به روابط به دست آمده اگر بخواهیم سیستمی طراحی کنیم که اولین پیک آن، پس از ۱.۵ ثانیه رخ داده و بیشترین میزان بالا زدگی آن، ۴.۶ درصد باشد. می‌دانیم که می‌توان این پارامترها را به صورت زیر به مشخصات سیستم مربوط کرد:

$$P.O. = 100 e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}}$$

با حل همزمان دو معادله بالا خواهیم داشت :

$$\omega_n = 2.9619, \quad \zeta = 0.7071$$

به خاطر داریم که ضرایب کنترل‌کننده ی PV با ضریب میرایی و فرکانس طبیعی، در ارتباط بودند. با اعمال روابط بدست آمده بین ضرایب و مشخصات سیستم، خواهیم داشت:

$$K_p = 1.2533$$

$$K_v = 0.5984$$

تابع تبدیلی که پیشتر بدست آمد، به فرم زیر خواهد بود:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{8.773}{s^2 + 4.189s + 8.773}$$

می‌توان با استفاده از شبیه‌سازی، شاخص‌های عملکردی را بدست آورده و پاسخ سیستم به ورودی‌های مختلف را روی نمودار نمایش داد.

## شبیه سازی کامپیوتری

برای مشاهده پاسخ سیستم جبران شده با بهره های مورد محاسبه در بخش قبل، می توان از رشته کدهای زیر استفاده کرد.

### Desirable Conditions

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}, T_p = 1.5 \text{ sec}, \omega_n = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi \sqrt{2}}{T_p}$$

```
zeta = sqrt(2) / 2
```

```
zeta = 0.7071
```

```
t_p = 1.5
```

```
t_p = 1.5000
```

```
w_n = sqrt(2) * pi / t_p
```

```
w_n = 2.9619
```

---

### $K_p, K_v$

```
k_p = (w_n^2) / 7
```

```
k_p = 1.2533
```

```
k_v = 2 * zeta * sqrt(7 * k_p) / 7
```

```
k_v = 0.5984
```

---

### Building Transfer Function

```
T = tf(7*k_p, [1 7*k_v 7*k_p])
```

```
T =
```

```
      8.773  
-----  
s^2 + 4.189 s + 8.773
```

```
Continuous-time transfer function.
```

بنابراین در پایان این مرحله، تابع تبدیل سیستم جبران شده در دسترس است. پس از این، می توان با

استفاده از تابع `stepinfo(T)` مشخصات تابع تبدیل را مشاهده کرده و با استفاده از `step(T)` نمودار پاسخ

زمانی سیستم به ورودی پله را رسم نمود.

نتایج شبیه سازی پاسخ پله بصورت زیر است؛ با توجه به نتایج، درستی طراحی مشخص می گردد چرا

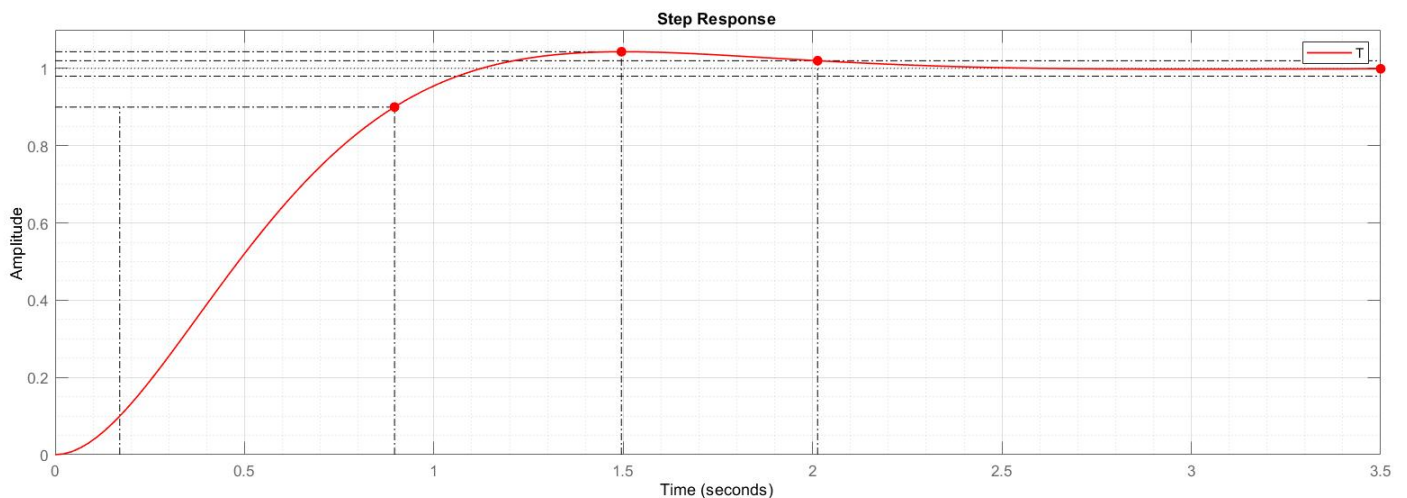
که درصد بالا زدگی و همچنین زمان رسیدن پاسخ به مقدار بیشینه برای اولین بار، بسیار نزدیک به مشخصات

مطلوب مسئله می باشد.

## stepinfo(T)

`ans = struct with fields:`

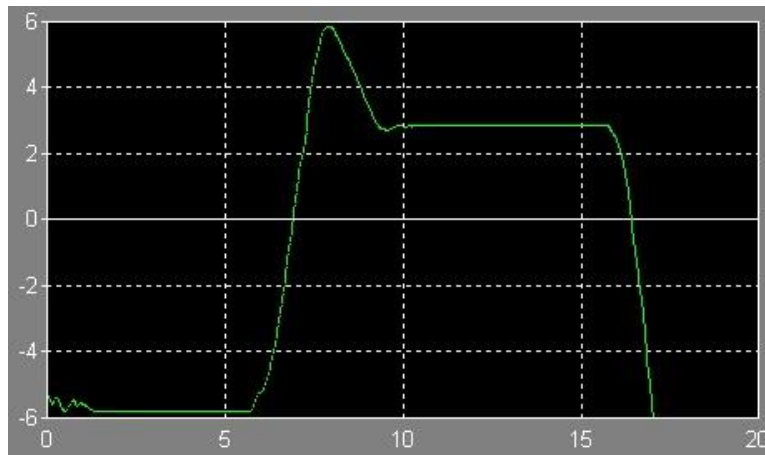
```
RiseTime: 0.7255
SettlingTime: 2.0131
SettlingMin: 0.9034
SettlingMax: 1.0432
Overshoot: 4.3210
Undershoot: 0
Peak: 1.0432
PeakTime: 1.4952
```





## نتیجه عملی

پس از اعمال کنترل کننده به سیستم واقعی، نتایج زیر بدست آمده است:



## بحث و نتیجه گیری

۱- بعد از طراحی کنترل کننده و مشاهده پاسخ، آیا مقدار *overshoot* و *time rise* سیگنال‌های *position ball simulated* و *position ball Measured* با هم و با مقدار مطلوب تفاوت داشت؟ اگر جواب مثبت است دلیل آن را توضیح دهید. به نظر شما آیا راه حلی وجود دارد که این اختلاف به حداقل برسد؟ توضیح دهید.

مطابق با سوالی که در دستور کار پرسش شده، مشاهده می شود که تفاوت بسیار زیادی بین نتایج عملی و نتایج حاصل از شبیه سازی وجود دارد. علت‌های متفاوتی را می توان برای توجیه این اختلاف، بیان کرد:

الف) شرایط در هنگام طراحی به صورت ایده آل در نظر گرفته می شود.

ب) دقیق نبودن دستگاه‌های اندازه گیری می تواند بر پاسخ تاثیر بگذارد.

ج) خطی سازی سیستم، می توانسته است حول نقطه تعادل دقیق تری صورت گیرد.

۲- از چه کنترل کننده های دیگری می توانستید استفاده کنید؟ دلیل استفاده از کنترل کننده PV را توضیح دهید.

در پاسخ باید گفت که برای این سیستم می توان از کنترل کننده های Lead-Lag هم استفاده کرد ولی به این علت از کنترل کننده PV استفاده می کنیم که وجود مشتق گیر در مسیر پیشرو، از تغییرات ناگهانی مشتق گرفته و باعث می شود که در سیستم، یک رفتار بسیار نزدیک به ضربه ظاهر گردد. این رفتار، می تواند به سیستم و همچنین تجهیزات اندازه گیری آسیب برساند. پس بنابراین بلوک مشتق گیر به فیدبک منتقل شده و تشکیل یک کنترل کننده PV می دهند که مشکل بیان شده را رفع می کند. دلیل دیگر استفاده از کنترل کننده PV، شبیه بودن تابع تبدیل سیستم به تابع تبدیل استاندارد یک سیستم درجه دو نوعی می باشد. لازم به ذکر است با توجه به اینکه تابع تبدیل کلی پلنت دو قطب مضاعف در ۰ دارد به تبعات آن مشکلات این طراحی نیز پیش می آید.

همچنین اگر از ناهنجاری های گفته شده صرف نظر شود و از کنترل کننده lead استفاده کنیم و صفر آن را بسیار نزدیک به مبدا یا روی مبدا قرار دهیم نمیتوان شرایط مطلوب را به صورت دقیق ارضا کنیم. علت آن این است که :

$$C(s) = \frac{s}{s+p}, G = \frac{7}{s^2}, T = \frac{7}{s^2 + ps + 7}$$

$$\omega_n = \sqrt{7}$$

از طرفی طبق فرض خواهیم داشت:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}, T_p = \frac{\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow T_p = \frac{\pi}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{1-\zeta^2}} = 2.1381$$

از طرفی طبق فرض داریم:  $T_p = 1.5 \text{ sec}$

که در آن صورت  $\zeta = 0.6110$  خواهد بود.

بنابراین مجبور به انجام یک ترید آف بین پاسخ ماندگار و بالا زدگی خواهیم بود!

نتایج این کنترل کننده در صفحه بعد آمده است! ( نامناسب بودن این کنترل کننده به وضوح

پیدا است!)

## Ball&Beam with Lead Controller

### Desirable Conditions

$$\omega_n = \sqrt{7}, T_p = 1.57 \text{ sec}, 1 - \frac{\pi}{T_p \omega_n} = \zeta^2 = 1 - \frac{\pi}{T_p \sqrt{7}}$$

$$t_p = 2.2$$

$$t_p = 2.2000$$

$$w_n = \sqrt{7}$$

$$w_n = 2.6458$$

$$\zeta = \sqrt{1 - (\pi / (t_p w_n))}$$

$$\zeta = 0.6784$$

$$p = 2 * \zeta * w_n$$

$$p = 3.5899$$

$$s = \text{tf}('s');$$

$$C = s / (s + p)$$

$$C =$$

$$\frac{s}{s + 3.59}$$

Continuous-time transfer function.

$$G = 7 / s^2$$

$$G =$$

$$\frac{7}{s^2}$$

Continuous-time transfer function.

$$T_{cl} = (C*G)/(1 + C*G)$$

$$T_{cl} =$$

$$\frac{7 s^4 + 25.13 s^3}{s^6 + 7.18 s^5 + 19.89 s^4 + 25.13 s^3}$$

Continuous-time transfer function.

$$T = 7 / (s^2 + s*p + 7)$$

$$T =$$

$$\frac{7}{s^2 + 3.59 s + 7}$$

Continuous-time transfer function.

$$T_{cl}/T$$

$$\text{ans} =$$

$$\frac{7 s^6 + 50.26 s^5 + 139.2 s^4 + 175.9 s^3}{7 s^6 + 50.26 s^5 + 139.2 s^4 + 175.9 s^3}$$

Continuous-time transfer function.

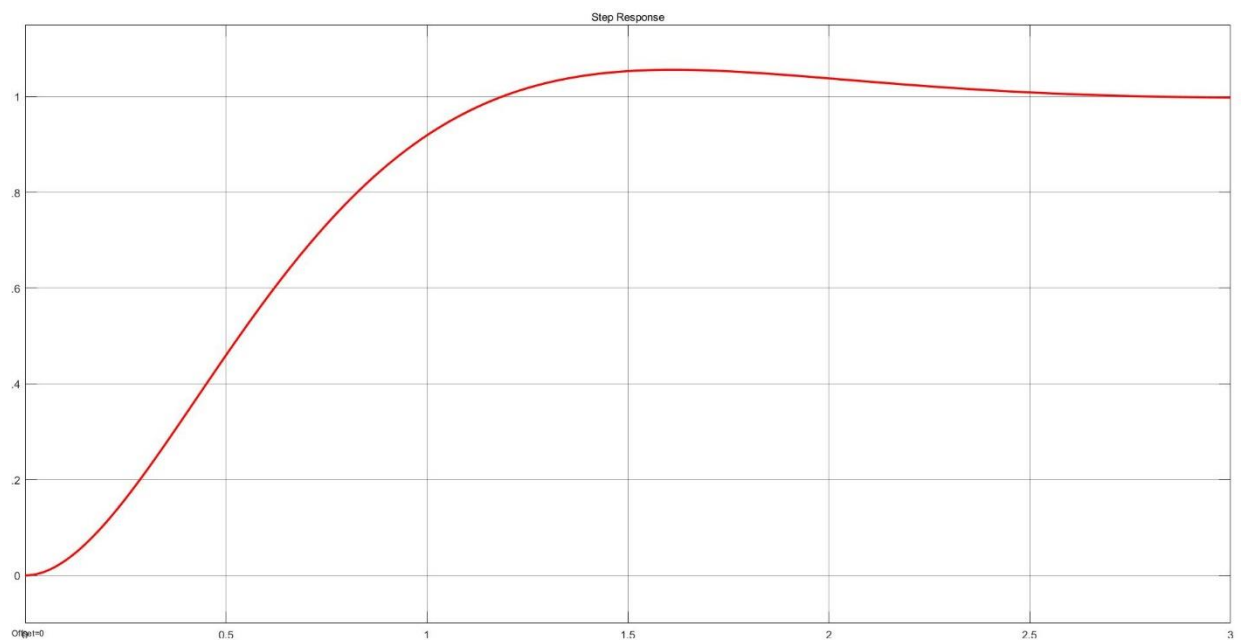
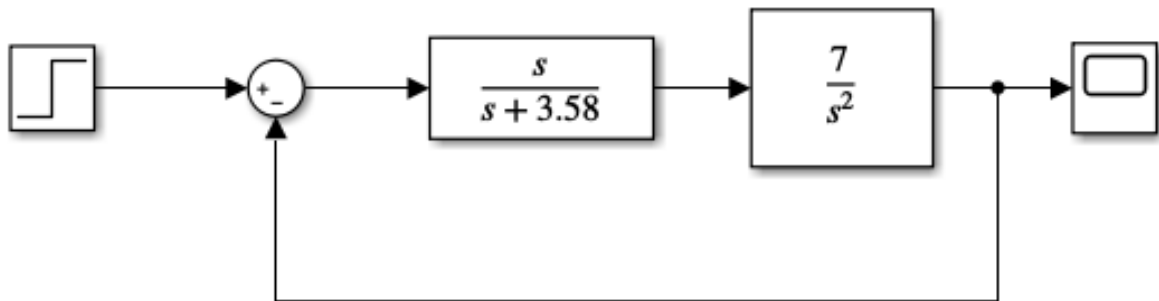
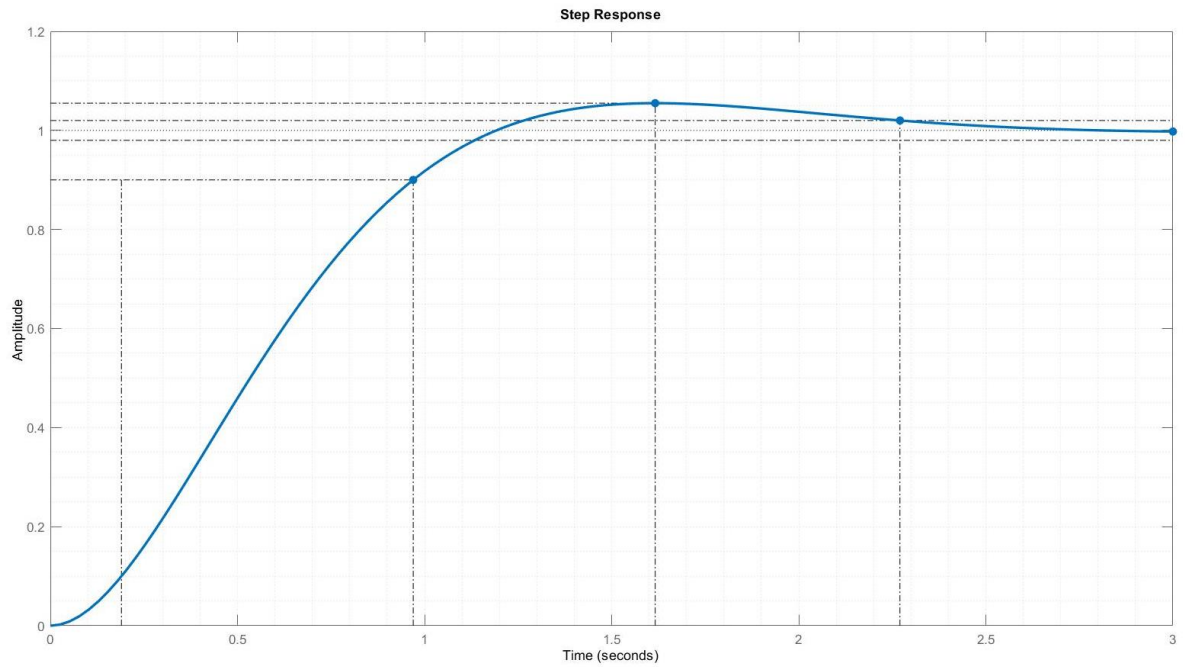
**stepinfo(T)**

**ans** = *struct with fields:*

```

    RiseTime: 0.7798
SettlingTime: 2.2705
    SettlingMin: 0.9032
    SettlingMax: 1.0550
    Overshoot: 5.4961
    Undershoot: 0
        Peak: 1.0550
    PeakTime: 1.6163

```



۳- آیا میتوان به جای استفاده از کنترل کننده *Lead* برای کنترل موقعیت موتور نیز از کنترل کننده *PV* استفاده نمود؟ اگر بله به لحاظ تئوری طراحی و شبیه سازی نمایید و همچنین ملاحظات عملی را نیز بررسی نمایید. اما اگر پاسخ منفی است؛ چرا؟

کنترل کننده *PV* قابلیت طراحی با مکان هندسی برای پلنت سروو موتور ندارد! همچنین حلقه داخلی بسیار سریع بوده و پاسخ سریعا در مقدار مطلوب میرا میشود. این امر سبب میشود مشتق گرفتن از پاسخ در لحظه اول به ورودی، سیگنالی شبیه به ضربه اضافه کند و در لحظات بعد چون پاسخ به مقدار مطلوب رسیده است، تغییرات سیگنال خروجی صفر و فیدبک قطع شود! این مسائل ما را به پرهیز از کنترل کننده *PV* سوق می دهد.

اگر از لحاظ تئوری ریاضیات قصد حل کردن داشته باشیم خواهیم داشت:

$$T_{cl} = \frac{K_p G_{servo}(s)}{1 + (K_p + K_v s) G_{servo}(s)}$$

$$\xrightarrow{G_{srv}(s) = \frac{64.2}{s^2 + 36.42s}} \frac{K_p * 64.2}{s^2 + (36.42 + 64.2K_v)s + K_p * 64.2} \rightarrow$$

$$\omega_n = \sqrt{K_p * 64.2}$$

$$2 * \zeta \omega = 36.42 + 64.2K_v$$

$$Desired: T_s = \frac{4}{\zeta \omega} = 0.1, \quad P.O < 4.7\% \rightarrow \zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = \frac{40}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 40\sqrt{2} \rightarrow K_p = 49.8442$$

$$2 * 40 = 36.42 + 64.2K_v \rightarrow K_v = 0.6788$$

# Servi Motor with PV

## Desired

$$t_s = 0.1$$

$$t_s = 0.1000$$

$$zeta = 1 / \sqrt{2}$$

$$zeta = 0.7071$$

$$w_n = 4 / (t_s * zeta)$$

$$w_n = 56.5685$$

$$K_p = w_n^2 / 64.2$$

$$K_p = 49.8442$$

$$K_v = ((2 * (4 / t_s)) - 36.42) / 64.2$$

$$K_v = 0.6788$$

## G

### servo motor

$$G = \text{tf}(64.2, [1 \ 36.42 \ 0])$$

G =

$$\frac{64.2}{s^2 + 36.42 s}$$

Continuous-time transfer function.

## Transfer Function

$$T_{cl} = K_p * G / (1 + (K_p + K_v * s) * G)$$

T\_cl =

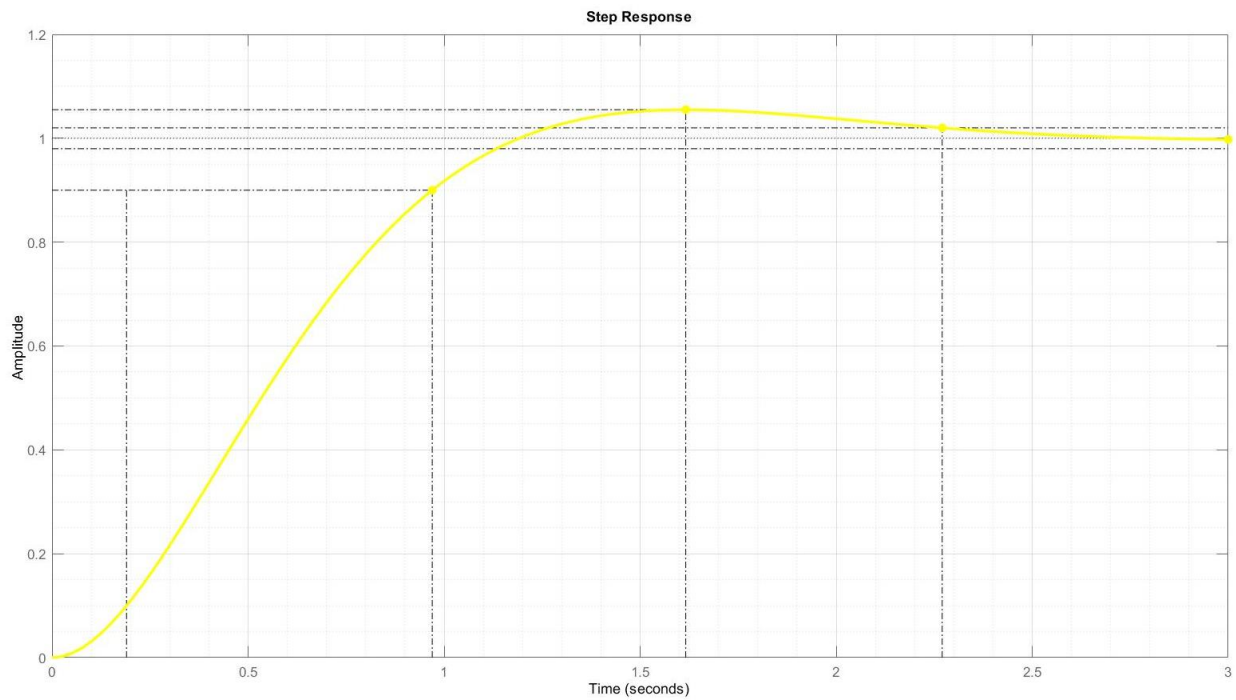
$$\frac{3200 s^2 + 1.165e05 s}{s^4 + 116.4 s^3 + 6114 s^2 + 1.165e05 s}$$

Continuous-time transfer function.

```
stepinfo(T)
```

```
ans = struct with fields:
```

```
    RiseTime: 0.7798  
   SettlingTime: 2.2705  
   SettlingMin: 0.9032  
   SettlingMax: 1.0550  
    Overshoot: 5.4961  
    Undershoot: 0  
     Peak: 1.0550  
   PeakTime: 1.6163
```



به راحتی قابل مشاهده است که به جای پاسخ سریع و بالازدگی کم در حالت lead به زمان

نشست طولانی تر و بالا زدگی بیشتر دچار شد!



۴- آیا با عدم صرف نظر از حلقه‌ی داخلی همچنان می‌توان از  $PV$  برای حلقه‌ی خارجی

استفاده نمود؟ اگر بله به لحاظ تئوری طراحی و شبیه‌سازی نمایید. اما اگر پاسخ منفی است یک کنترل‌کننده برای این منظور پیشنهاد داده و عملکرد آن را بررسی کنید.

بله. می‌توان استفاده نمود. لازم به ذکر است اگر از حلقه داخلی صرفه‌نظر نکنیم شاهد تابع تبدیلی پیچیده خواهیم بود. این تابع تبدیل پیچیده با استفاده از نرم‌افزار متلب یا تقریب‌های موجود در کنترل خطی باز هم به تابع تبدیل مراحل قبل تبدیل می‌شود و کنترل‌کننده  $PV$  به صورت تئوری پاسخگو خواهد بود.

همچنین در صورتی که در  $G_{plant}$  اگر تابع تبدیل غیر تقریبی را قرار دهیم و بر اساس همان ضرایب عادی کنترل‌کننده  $PV$  تابع تبدیل را بدست آورده و ویژگی‌هایش را مشاهده کنیم همان خواسته‌های مطلوب بدست خواهد آمد!

مراحل:

۱- طراحی کنترل‌کننده  $lead$  برای سروو موتور

۲- در نظر گرفتن حلقه سروو موتور

۳- نوشتن تابع تبدیل جدید کل سیستم

۴- کد نویسی تمامی راه‌حل و شبیه‌سازی!

$$T_s = 0.1 = \frac{4}{\zeta \omega_n} \rightarrow \zeta \omega_n = 40$$

$$P.O < 4.7\% \rightarrow \zeta > \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow 40\sqrt{2} > \omega_n$$

$$s_d = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = -40 \pm j40$$

We set the zero of the controller in the true value of the desired poles and obtain the angle condition for the controller pole:

$$90^\circ - \left( \text{atan} \frac{40}{p - 40} + 90^\circ + \text{atan} \frac{40 - 36.42}{40} + 90^\circ + \text{atan} \frac{40}{40} \right) = 180^\circ$$

$$p = 87.8638$$

If we consider the gain of the controller as 57

$$C_{lead} = 57 * \frac{s + 40}{s + 87.87}$$

$$\begin{aligned}
T_{cl_{srv}} &= \frac{C_{lead} G_{srv}}{1 + C_{lead} G_{srv}} \\
&= \frac{57 * (s + 40) * (64.2)}{((s + 87.87) * (s^2 + 36.42s)) + (57 * (s + 40) * (64.2))} \\
&= \frac{3659s + 146376}{s^3 + 123.9s^2 + 3185s} \\
G_{plant} = T_{cl_{srv}} * G_{bb} &= \frac{3659s + 146376}{s^3 + 123.9s^2 + 3185s} * \frac{7}{s^2} \\
T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{G(s) * K_P}{1 + G(s) * K_P + G(s) * K_V s} \\
&= \frac{7 * (3659s + 146376)}{s^2 * (s^3 + 123.9s^2 + 3185s) + 7 * (3659s + 146376)} \\
&= \frac{7 * (s + 40)}{\frac{s^3}{3659} * (s + 35.877)(s + 88.023) + 7 * (s + 40)} \\
&\approx \frac{7}{\frac{s^3}{3659} (s + 88.023) + 7}
\end{aligned}$$

## Ball&Beam

### Considering the servo motor

```
close all
clear
clc
s = tf('s');
```

## Desired servo motor conditions

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}, T_s = 0.1 \text{ sec}, s_d = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

```
t_s = 0.1
```

```
t_s = 0.1000
```

```
zeta = 1 / sqrt(2)
```

```
zeta = 0.7071
```

```
w_n = 4 / (t_s * zeta)
```

```
w_n = 56.5685
```

```
s_d1 = (-4/t_s) + (1j * w_n * sqrt(1-zeta^2))
```

```
s_d1 = -40.0000 + 40.0000i
```

```
s_d2 = s_d1'
```

```
s_d2 = -40.0000 - 40.0000i
```

## G servo motor

```
G_srv = 64.2 / (s * (s + 36.42))
```

```
G_srv =
```

```
64.2  
-----  
s^2 + 36.42 s
```

Continuous-time transfer function.

## Lead Controller

```
k_lead = 57;  
z_lead = 40;  
p_lead = 87.8638;
```

```
C_lead = k_lead * (s+z_lead)/(s+p_lead)
```

```
C_lead =
```

```
57 s + 2280  
-----  
s + 87.86
```

Continuous-time transfer function.

## Servo Motor Loop

```
T_srv = feedback(series(C_lead, G_srv), 1)
```

T\_srv =

$$\frac{3659 s + 146376}{s^3 + 124.3 s^2 + 6859 s + 146376}$$

Continuous-time transfer function.

## G ball&beam

```
G_bb = 7 / s^2
```

G\_bb =

$$\frac{7}{s^2}$$

Continuous-time transfer function.

## PV Controller

*from BB\_livecode.mlx*

```
K_p = 1.2533
```

K\_p = 1.2533

```
K_v = 0.5984
```

K\_v = 0.5984

## System

```
G_plant = series(T_srv, G_bb);  
L_in = feedback(G_plant, K_v*s);  
T_ol = series(K_p, L_in);  
T_cl = feedback(T_ol, 1)
```

T\_cl =

$$\frac{3.21e04 s + 1.284e06}{s^5 + 124.3 s^4 + 6859 s^3 + 1.617e05 s^2 + 6.452e05 s + 1.284e06}$$

Continuous-time transfer function.

## STEP

```
stepinfo(T_cl)
```

ans = struct with fields:

```
RiseTime: 0.6903  
SettlingTime: 1.9393  
SettlingMin: 0.9021  
SettlingMax: 1.0431  
Overshoot: 4.3141  
Undershoot: 0  
Peak: 1.0431  
PeakTime: 1.4441
```

به وضوح هویدا است که تمامی موارد مطلوب کاملاً ارضا شده و در نظر گرفتن یا نگرفتن سروو موتور تاثیری در پاسخ نهایی نداشته است!

۵- بر اساس پاسخی که به سوال قبلی می‌دهید با قراردادن منحنیهای خروجی بر روی یکدیگر؛ اثر ایده‌آل در نظر گرفتن حلقه داخلی را بررسی کنید.

