

数字图像处理实验

第五次

——频域滤波

班级：自动化 65

姓名：姚润昭

学号：2160504132

提交日期：2019.4.2

【摘要】 本实验分别设计了巴特沃斯低通滤波器、高斯低通滤波器、巴特沃斯高通滤波器、高斯高通滤波器，拉普拉斯高通滤波器以及 unmask 滤波器，用上述滤波器对图像进行滤波，调整参数比较试验结果。

一、 频率滤波实现步骤

1. 对于给定大小为 $M \times N$ 的输入图像 $f(x, y)$ ，对图像进行填充，得到填充后大小为 $2M \times 2N$ 的图片 $fp(x, y)$;
2. 用 $(-1)^{x+y}$ 乘以 $fp(x, y)$ 移到其变换的中心;
3. 计算上述图像的 DFT，得到 $F(u, v)$;
4. 设计滤波函数 $H(u, v)$ ，其大小为 $2M \times 2N$ ，中心在 (M, N) 处，用阵列相乘形成乘积 $G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v)$;
5. 得到处理后的图像 $g_p(x, y) = \{real[IDFT[G(u, v)]]\}(-1)^{x+y}$
6. 提取左上象限 $M \times N$ 区域得到处理之后的图像 $g(x, y)$

二、滤波器的具体实现

1. 频域低通滤波器：设计低通滤波器包括 butterworth and Gaussian (选择合适的半径，计算功率谱比), 平滑测试图像 test1 和 2; 分析各自优缺点;
- 1) 低通 butterworth 滤波器

Butterworth 滤波函数为

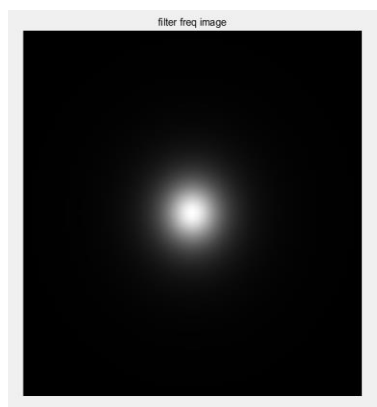
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

其中 n 为滤波器的阶数、 $D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$ 。

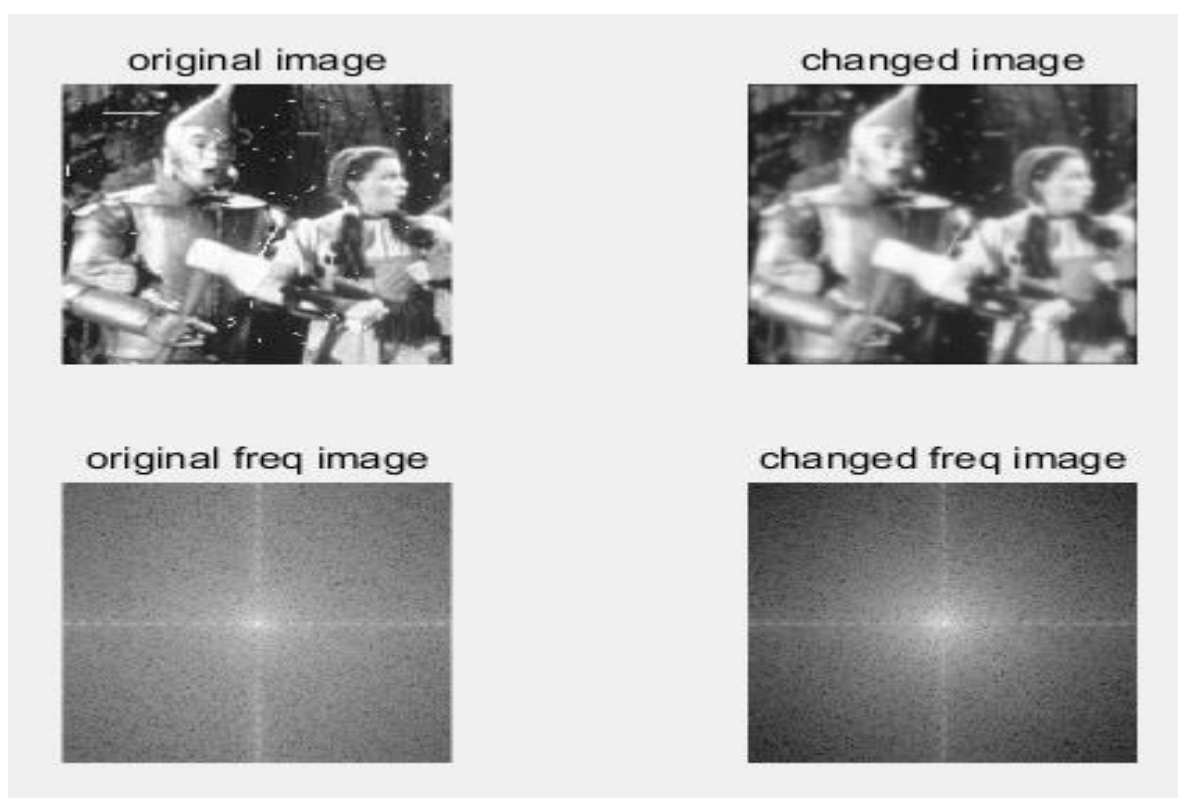
滤波结果为：

当 $D_0=80$, $n=2$

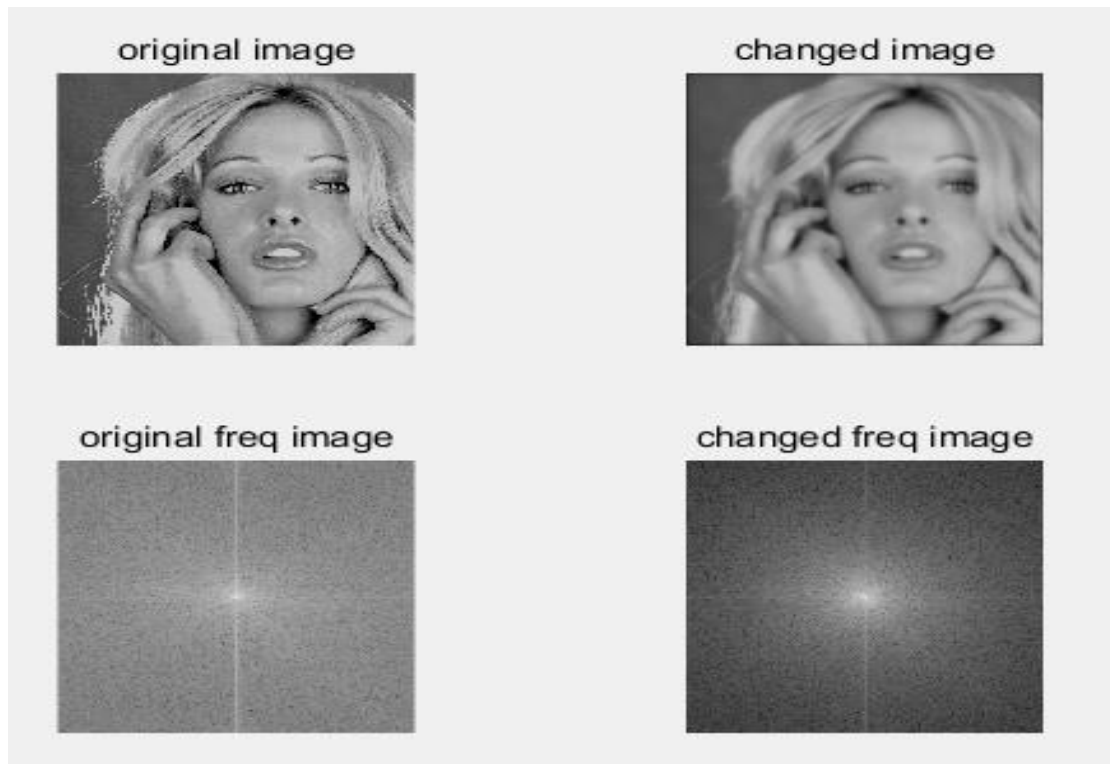
滤波器的频域图像为



滤波图像为 (功率比为 95.42%)

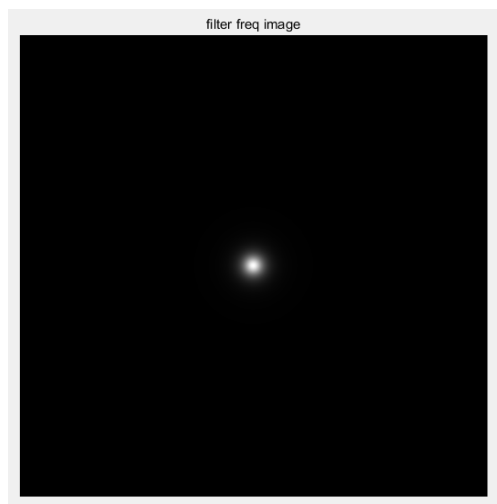


功率比为 96.57%



当 $D_0=20$, $n=2$ 时

滤波器图像为



滤波图像为 (功率比为 83.19%)

original image



changed image



original freq image



changed freq image



功率比为 88.67%

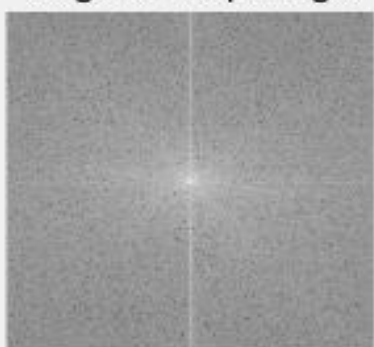
original image



changed image



original freq image



changed freq image



2) 低通 Gaussian 滤波器

Gaussian 滤波函数为

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$

其中 $D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$ 。

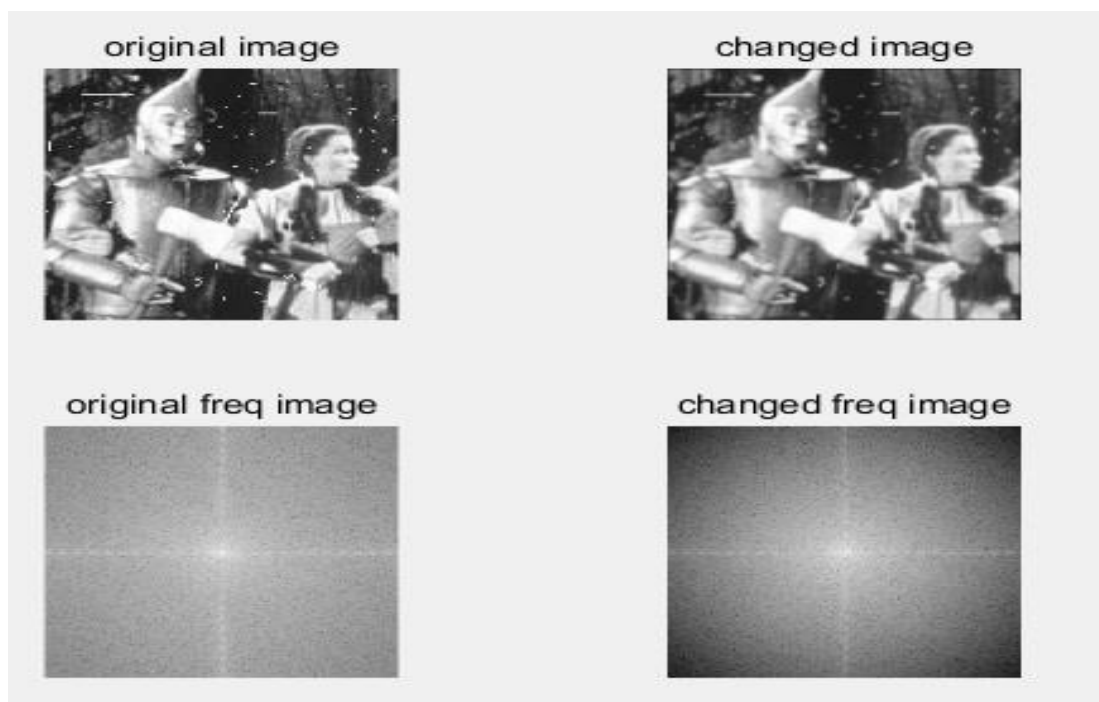
滤波结果为

当 $D_0=80$ 时,

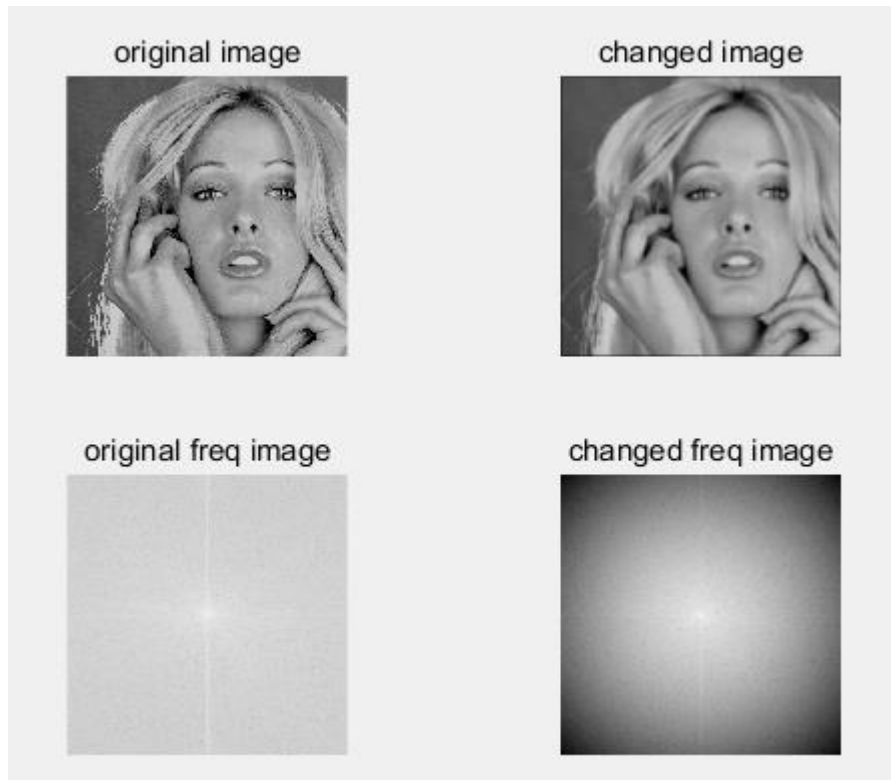
滤波器的频域图像为



滤波图像为：(功率比为：97.81%)



功率比为：98.01%

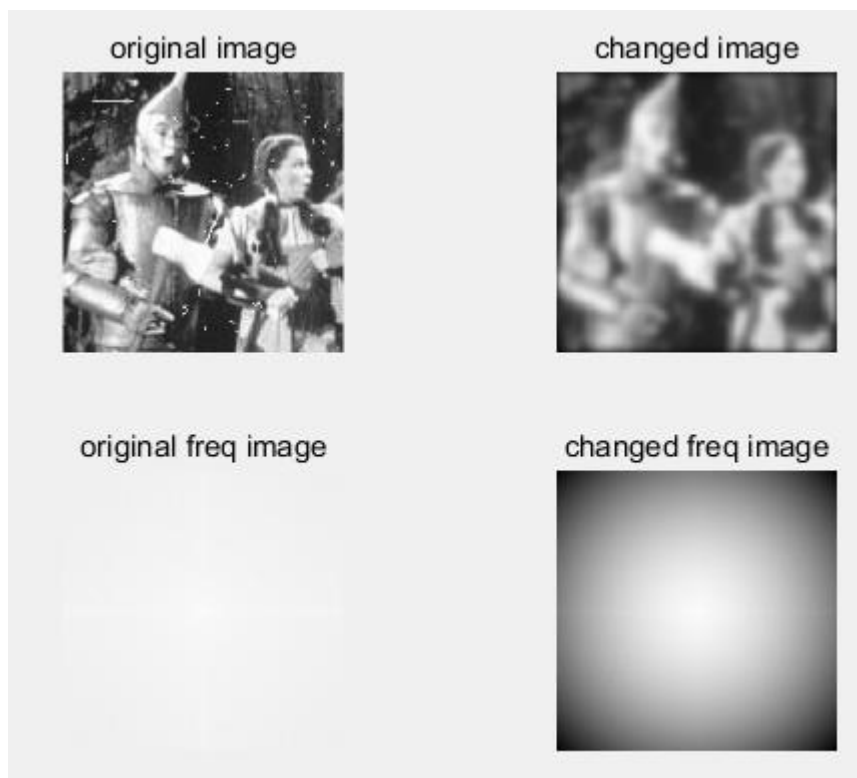


当 $D_0=20$ 时,

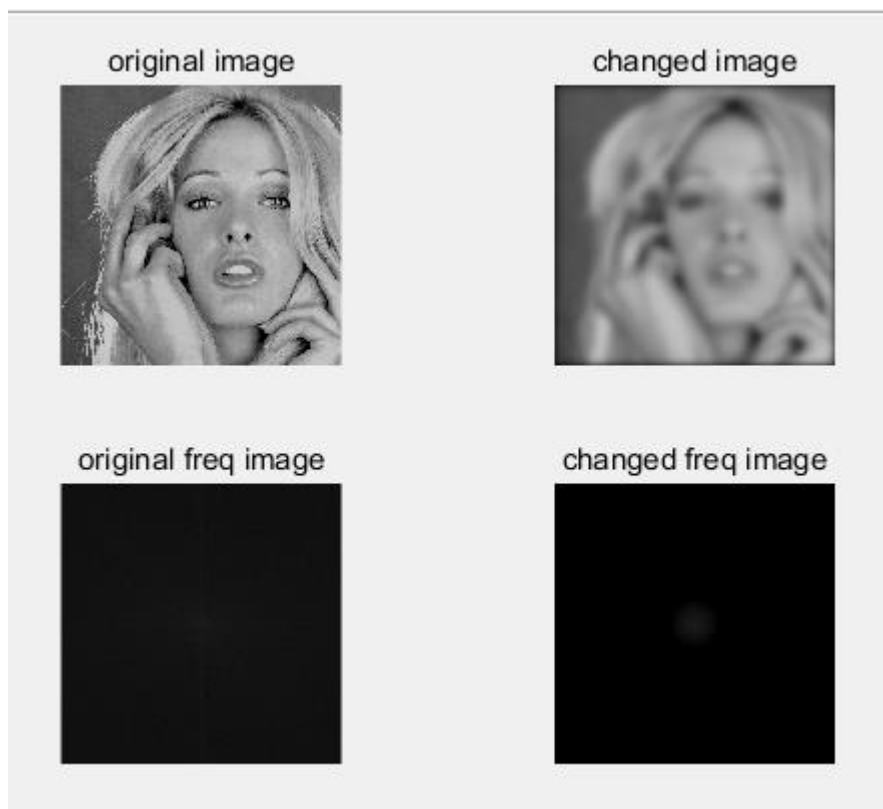
滤波器的频域图像为



滤波图像为 （功率比为：90.11%）



功率比 (93.15%)



结果分析：由结果对比可知：当半径 D_0 增大时，透过的低频分量变多，功率

比越大，滤波效果越不明显。选择同样的 D_0 时，高斯滤波器的功率比巴特沃斯滤波器的功率比大，说明巴特沃斯滤波器的滤波效果更明显。当 D_0 减小时，高斯滤波器的功率比减小比巴特沃斯滤波器的功率比减小更小，说明巴特沃斯滤波器 D_0 的作用更明显。

2 频域高通滤波器：设计高通滤波器包括 butterworth and Gaussian，在频域增强边缘。选择半径和计算功率谱比，测试图像 test3,4：分析各自优缺点；

1) butterworth 高通滤波器

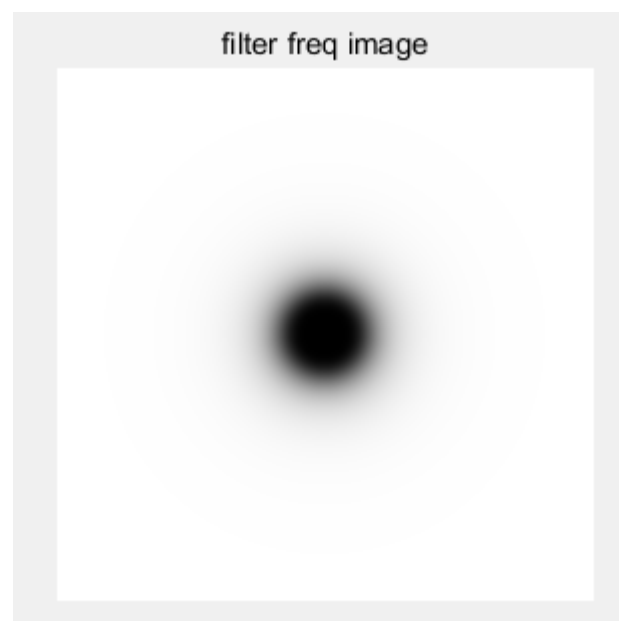
Butterworth 高通滤波函数为

$$H(u, v) = 1 - \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

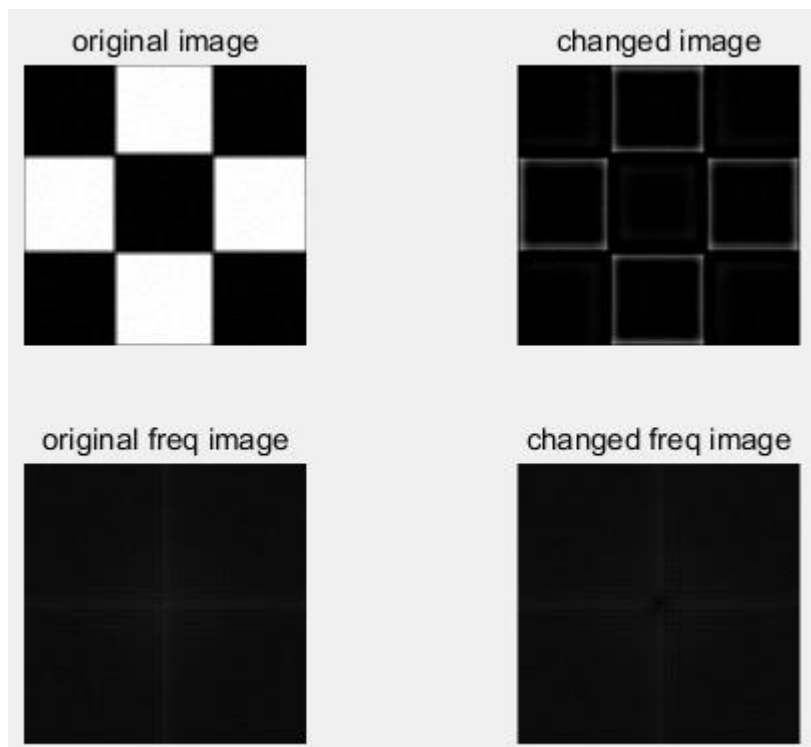
其中 n 为滤波器的阶数、 $D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$ 。

当 $D_0=20$ ， $n=2$ 时

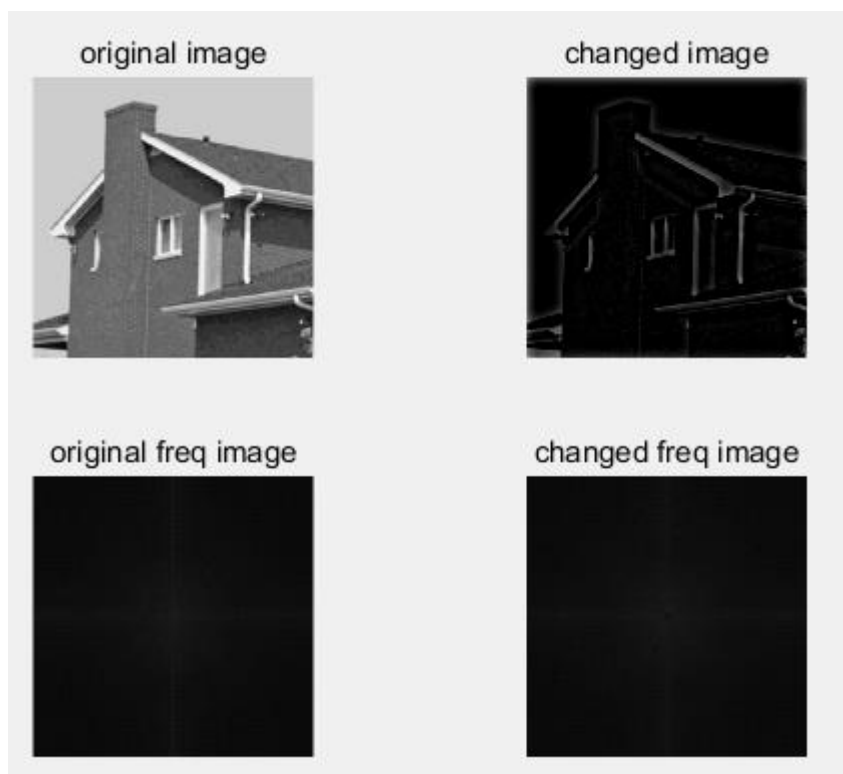
滤波器频域图像为



图三滤波图像为（功率比为：2.5957%）

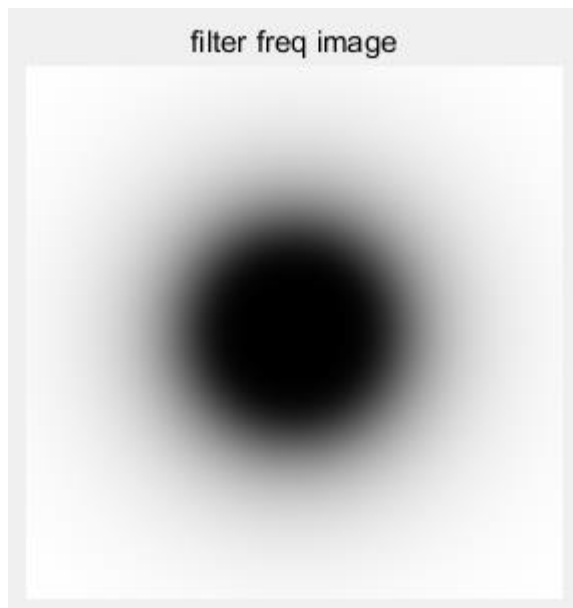


图四滤波图像为（功率比为：4.25%）

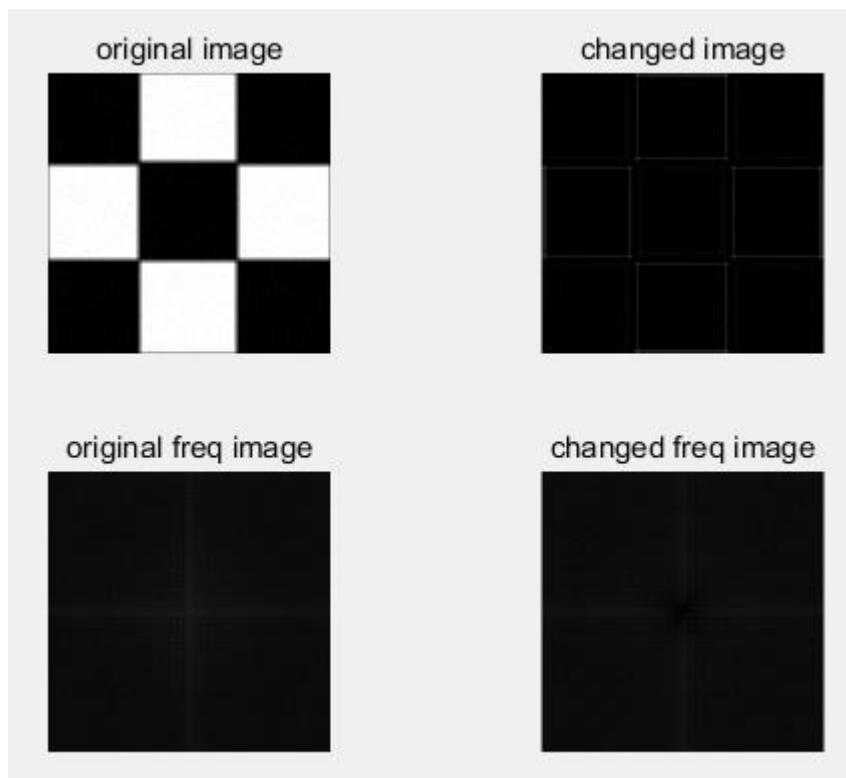


当 $D_0=50$, $n=2$ 时

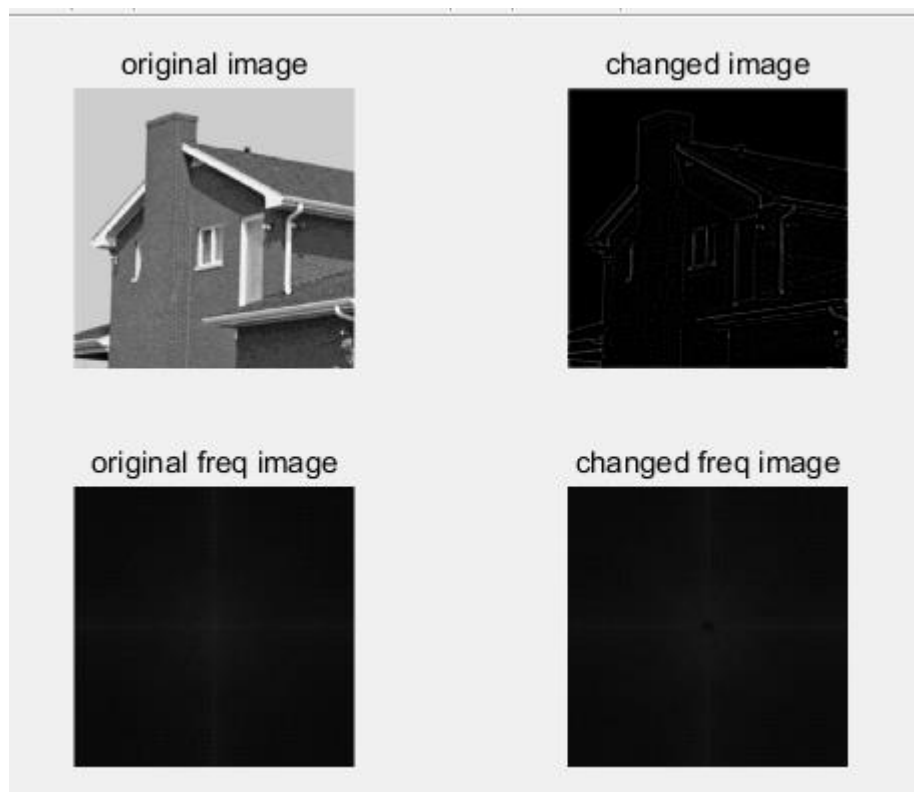
滤波器图像为



图三的滤波结果为（功率比 0.3346%）



图像四的滤波结果为（功率比 1.4025%）



2) 高斯高通滤波器

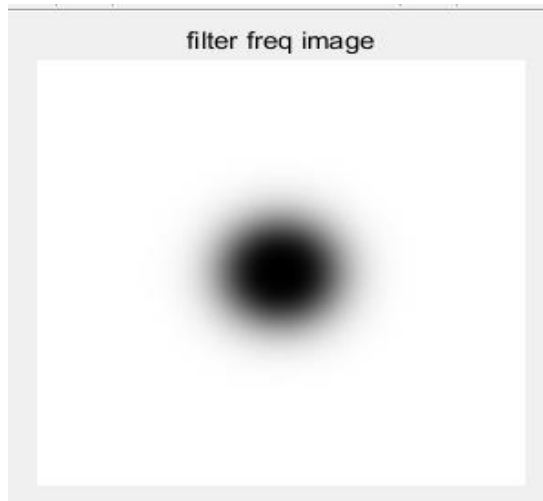
Gaussian 高通滤波函数为

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$

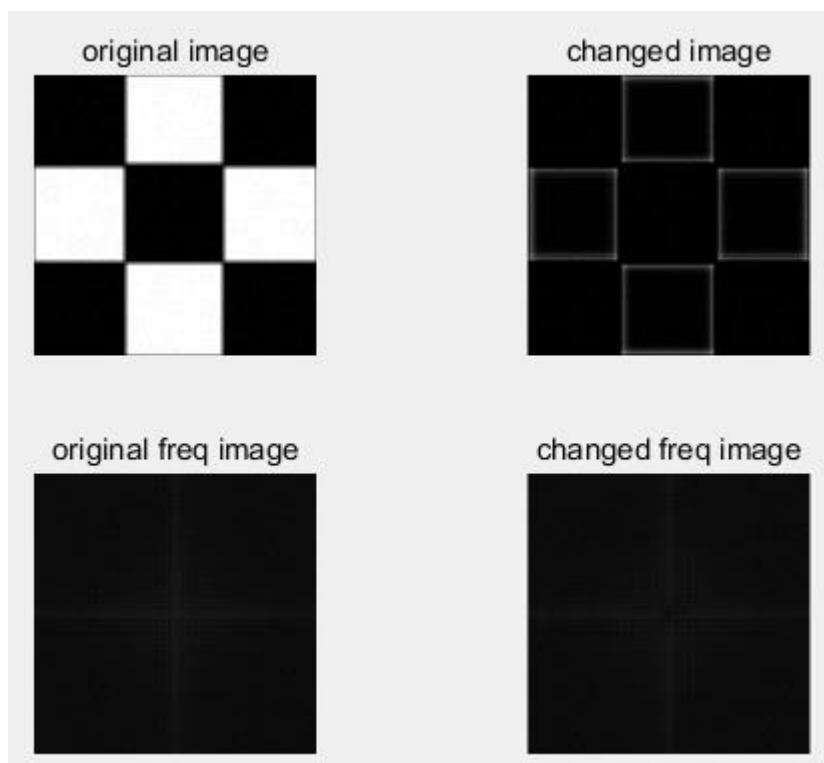
其中 $D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$ 。

当 $D_0=20$ 时

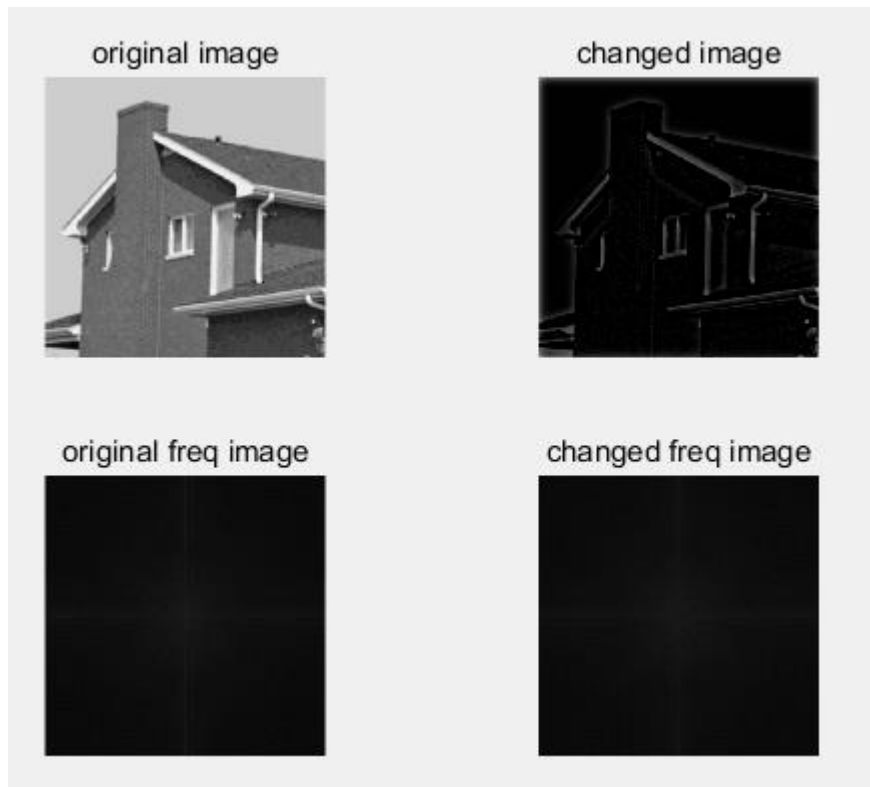
滤波器的图像为：



图三的滤波结果为（功率谱比为 2.1043%）

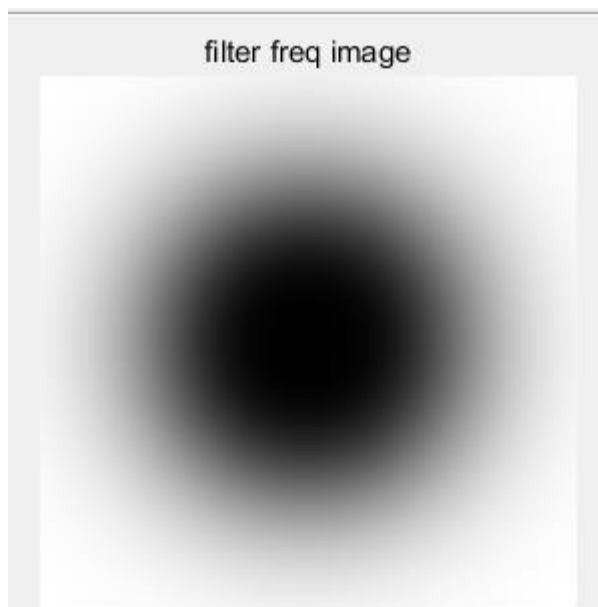


图四的滤波结果为（功率谱比为 3.66%）

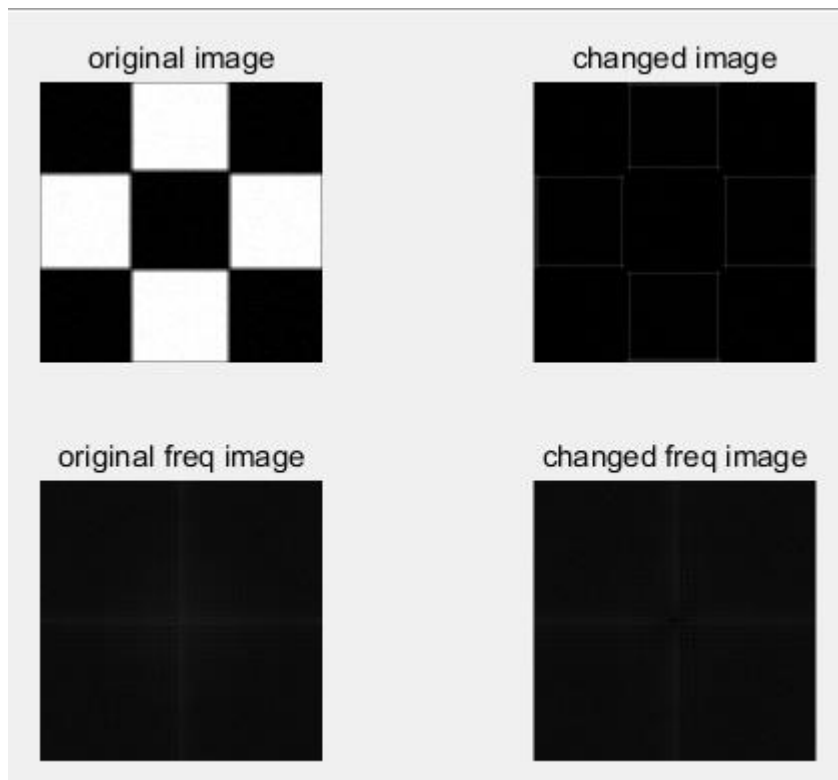


当 $D_0=50$ 时

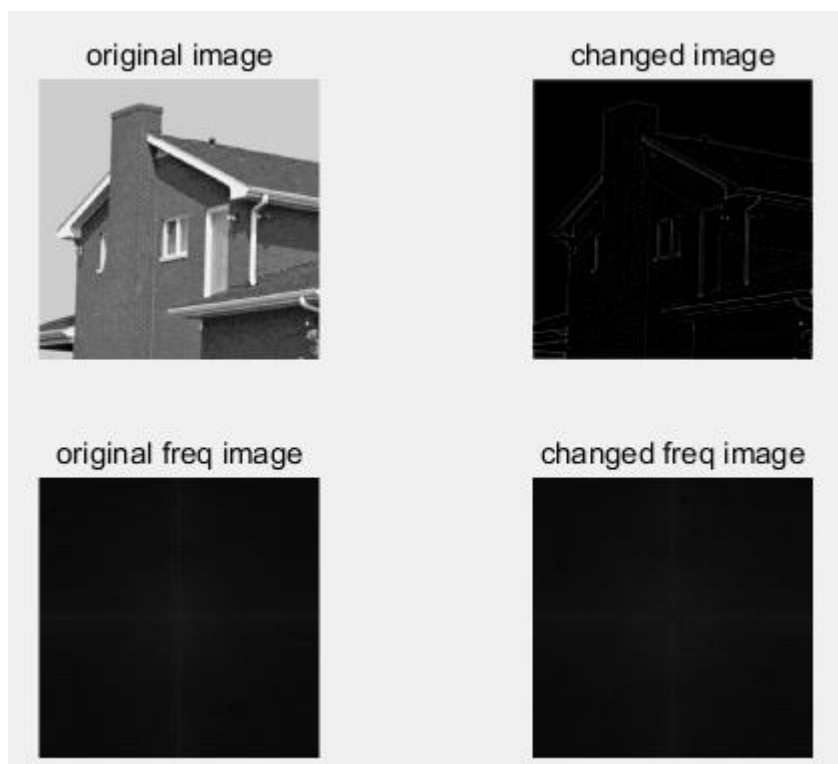
滤波器图像为



图三的滤波结果为（功率谱比为 0.2864%）



图二的滤波结果为（功率谱比为 1.187%）



结果分析：当高通滤波器的 D_0 增大时，频率谱比减小，锐化效果越明显。且频率谱比较小，说明图像的能量主要分布在低频部分。当 D_0 相同时，

butterworth 滤波器的功率谱比较高斯滤波器功率谱比较大，说明高斯滤波器的锐化能力更强一些。

3 其他高通滤波器：拉普拉斯和 Unmask，对测试图像 test3,4 滤波；分析各自优缺点；

1) 拉普拉斯高通滤波器

拉普拉斯算子的频域表示为：

$$H(u, v) = -4 * \pi^2 * (u^2 + v^2)$$

当频率中心在矩形中心时：

$$H(u, v) = -4 * \pi^2 * ((u - \frac{P}{2})^2 + (v - \frac{Q}{2})^2)$$

拉普拉斯图像可由下式得到：

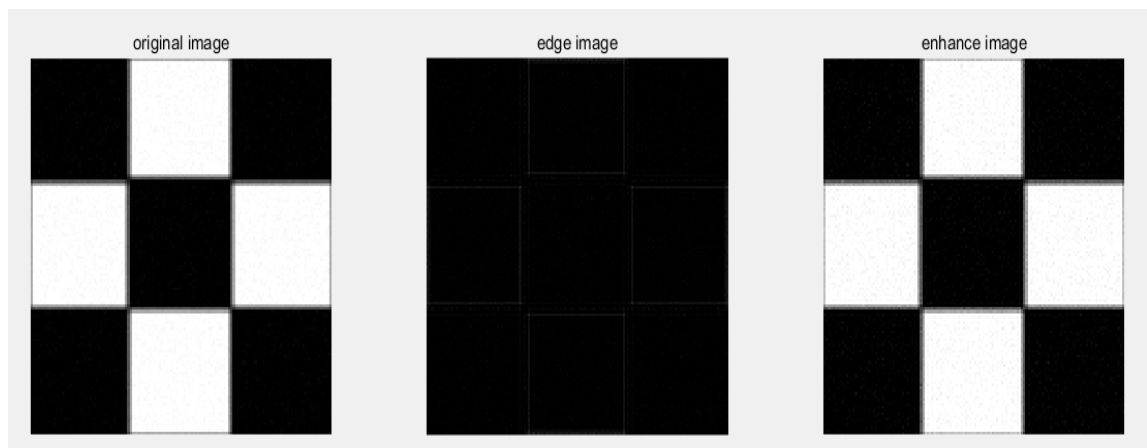
$$\nabla^2 f(x, y) = IDFT\{H(u, v)F(u, v)\}$$

增强图像为：

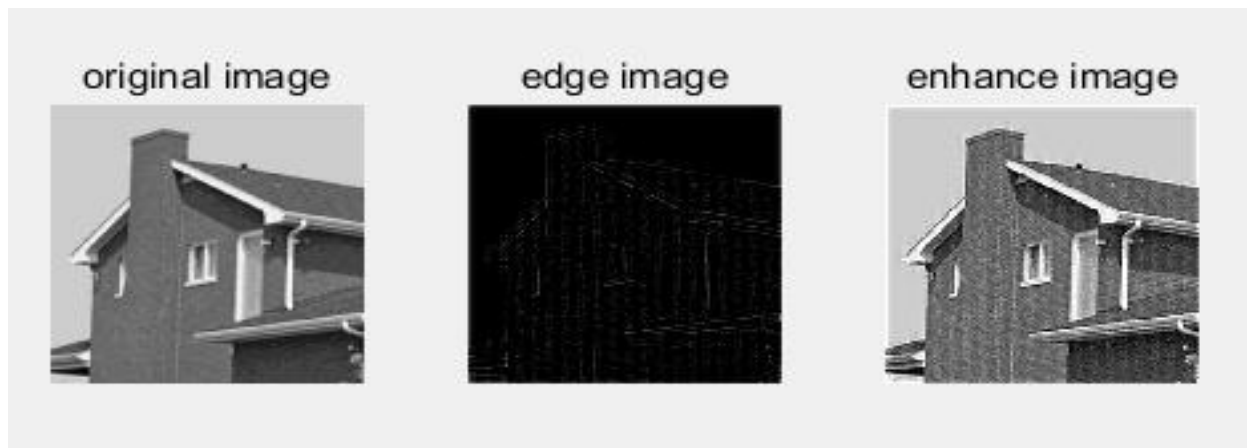
$$g(x, y) = f(x, y) + c\nabla^2 f(x, y)$$

当 $c=0.000002$

对图片三进行滤波，得到的结果为：



对图四进行滤波的结果为



2) unmask 滤波器

掩模模板为：

$$g_{mask}(x, y) = f(x, y) - f_l(x, y)$$

其中， $f_l(x, y)$ 通过频域低通滤波得到。

从而有

$$g(x, y) = f(x, y) + k * g_{mask}(x, y)$$

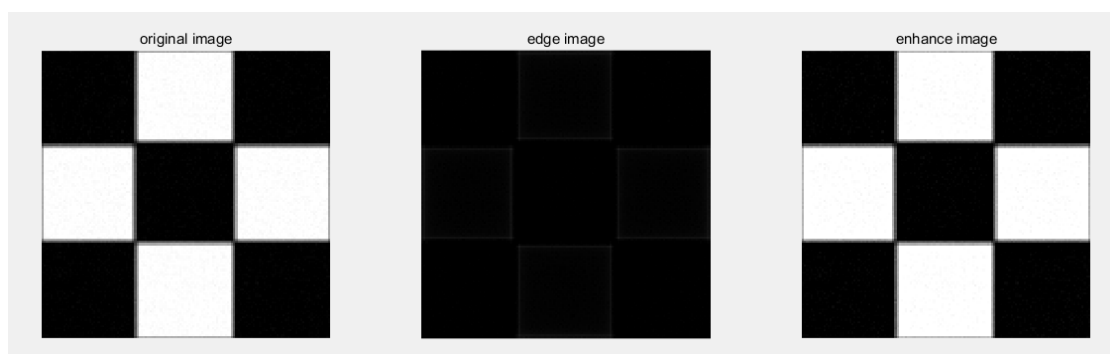
在频域表示的更一般形式为：

$$g(x, y) = \text{IDFT}\{1 + k * H_{HP}(u, v)]F(u, v)\}$$

高通滤波器选择为高斯滤波器

当 $k=8$ 时，

对图三进行滤波得到



对图四进行滤波为：



通过比较发现，1) 两种滤波器都实现了对图像边缘信息的提取，保留了高频分量。2) 对于拉普拉斯滤波器来说，观察图三退化图像，发现边缘周围产生了波纹，有较大的噪声。3) 对于 unmask 滤波器来说，边缘线条很清晰，但是却无法消除原图像中存在的噪声。

4) 比较并讨论空域低通高通滤波与频域低通和高通的关系；

空域和频率联系的纽带是卷积定理，空域滤波是对图像进行卷积操作，频域对图像的操作为相乘。频率和空域的滤波器可以通过傅里叶变化进行相互转化。

对于空域的平滑滤波可以在频域通过低通滤波器实现，在空域的锐化滤波，可以在频域通过高通滤波器实现。但是在频率设计滤波器的特性更加直观，从而可以在频域设计滤波器，再通过傅里叶反变换转换到空域，这样有利于加快运算的速度。

不同之处在于，在空域滤波时，通过一个卷积核在图像的局部进行滤波，利用的图像的局部信息。而在频域滤波时是对整个频域空间进行滤波，全局性更强。